Phys_1

26 Cinématique relativiste

Soient deux référentiels (R fixe et galiléen), R' en translation uniforme par rapport à R). Loi de composition des vitesses :

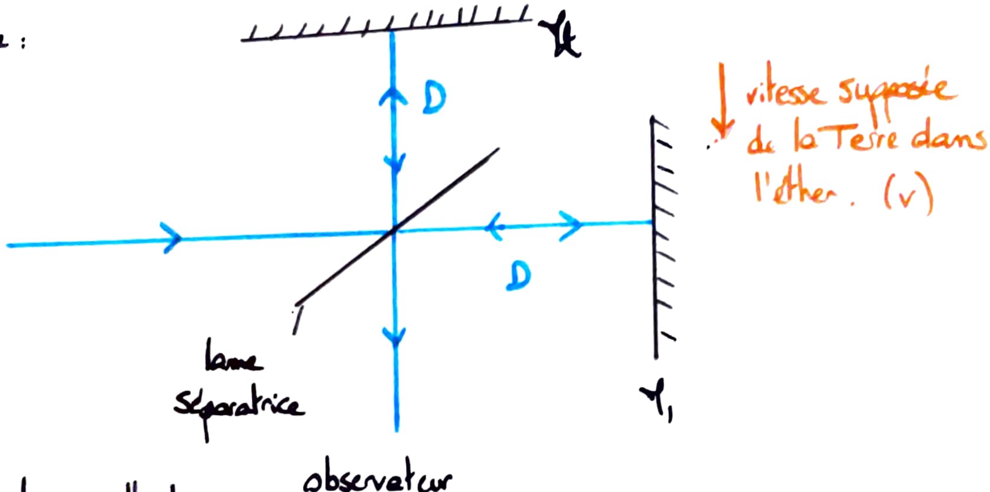
On a : $\begin{cases} x' = x - ut \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = t \end{cases}$ → vrai quel que soit $\vec{u}$ dans le cadre newtonien.

I - Expériences de Michelson (1881) puis Michelson-Morley (1887)

↳ hypothèse : la lumière se propage dans l'éther

↳ but : déterminer la vitesse de la Terre dans l'éther.

↳ principe :



↳ observations attendues :

• vers M_1 : $c' = \sqrt{c^2 - v^2}$ est la vitesse apparente de la lumière.

$$\Rightarrow t_1 = \frac{2D}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2D}{c}\left[\frac{1-(v/c)^4}{1+\left(\frac{v}{c}\right)^2}\right] \sim \frac{2D}{c}\left[1+\left(\frac{v}{c}\right)^2\right].$$

• vers M_2 : à l'aller, $c' = c - v$; au retour $c' = c + v$.

$$\Rightarrow t_2 = \frac{D}{c-v} + \frac{D}{c+v} = \frac{2cD}{c^2 - v^2} \sim \frac{2D}{c}\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2\right].$$

Différence de temps de parcours : $\Delta t = t_1 - t_2 = \frac{2D}{c} \times \frac{1}{2}\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{Dv^2}{c^3} = \frac{D}{c}\beta^2$.

Avec $c \sim 3\times10^8$ m/s et $v \sim 3\times10^4$ m/s, $\Delta t = D\,\frac{9\times10^8}{27\times10^{12}} = \frac{D}{3}\times10^{-4}$ s.

↳ avec $D \sim 10$ m, cette valeur reste trop petite, mais peut être visible sur les interférences.

$\boxed{26.1}$

$\boxed{26.2}$

Soit une différence de marche $\Delta\delta = c\Delta t = D\left(\frac{v}{c}\right)^2$, et donc un ordre d'interférence :

$$\Delta p = \frac{\Delta\delta}{\lambda} = \frac{D}{\lambda}\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \frac{10}{5.10^{-7}} \cdot 10^{-8} = \underline{0,2} \text{ franges}.$$

à $\lambda = 500$ nm

Mais → obtention d'un résultat négatif.

Problème de précision sur D, qui peut être compensé par rotation de $90°$ de l'appareil (inversion des deux rayons).

II - Théorie Newtonienne :

↳ les transformat° entre 2 référentiels permettent d'appliquer le PFD dans n'importe quel référentiel. Lois "covariantes" par changt de réf. inertiel.

↳ Newton : · l'espace "n'a, par essence, aucune relation avec quoi que ce soit et reste immuablement identique à lui-même".

· le temps "s'écoule également sans relation avec quoi que ce soit qui lui soit extérieur".

⇒ dissociation espace / temps mise à mal par la relativité restreinte.

Pb initial : - éq° de Maxwell non-covariantes par changement de réf. galiléen.

- d'après th. de Maxwell, la lumière est une onde électromag. dont on peut déduire la célérité des propriétés du milieu. Présuppose l'existence de l'éther = expérience M&M.

III - Relativité restreinte.

1. les lois physiques sont invariantes dans tout chgt de repère inertiel.
2. dans tout réf. inertiel, $c = cst = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$.
3. Si (R') a une vitesse $\vec{u}$ par rapport à (R) alors (R) a un mvt $-\vec{u}$ par rapport à (R').

Transformée de Lorentz.

Un évènement est défini par un quadrivecteur : $\begin{Bmatrix} x \\ y \\ z \\ ct \end{Bmatrix}$ où un point est appelé "point d'Univers" et une trajectoire une "ligne d'univers".

On cherche maintenant à formaliser un chgt de référentiel avec les 3 postulats de la relativité restreinte mais qui soit cohérente avec la dyn. newtonienne si $u \ll c$.

$$\rightarrow \begin{cases} x = \gamma(x' + ut') \\ y = y' \\ z = z' \\ t = \gamma\left(t' + \frac{ux'}{c^2}\right) \end{cases} \quad \text{avec } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{u}{c}\right)^2}}.$$

On a bien cohérence avec les postulats :

1. Car elle est linéaire (= invariance du mvt rectiligne uniforme)
2. si $x' = ct'$, alors $\begin{cases} x = \gamma(c+u)t' \\ t = \gamma\left(1+\frac{u}{c}\right)t' = \frac{1}{c}\gamma(c+u)t' \end{cases} \Rightarrow x = ct.$

donc invariance de c.

3. $x' = \frac{x}{\gamma} - u\left(\frac{t}{\gamma} - \frac{u}{c^2}x'\right) \Leftrightarrow x' = \frac{1}{\gamma} \times \frac{1}{1-\frac{u^2}{c^2}}(x-ut) = \gamma(x-ut)$

$t' = \frac{t}{\gamma} - \frac{u}{c^2}\gamma(x-ut) = \gamma\left(t - \frac{u}{c^2}x\right)$

→ mouvement $-u$ de (R) par rapport à (R').

De plus, on a bien pour $u \ll c$, $\gamma \sim 1$ et donc : $\begin{cases} x = x' + ut \\ t' = t. \end{cases}$

IV - Éléments de cinématique.

Vitesse donnée par : $\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \\ v_z = \frac{dz}{dt} \end{cases}$ $\begin{cases} v_x' = \frac{dx'}{dt'} \\ v_y' = \frac{dy'}{dt'} \\ v_z' = \frac{dz'}{dt'} \end{cases}$ $\Rightarrow v_x = \frac{dx' + u\,dt'}{dt' + \frac{u}{c^2}dx'} = \frac{1}{1+\frac{u}{c^2}\frac{dx'}{dt'}}\left(\frac{dx'}{dt'} + u\right) = \frac{v_x' + u}{1 + \frac{u}{c^2}v_x'}.$

$\vdots$

Accélération donnée par : $\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} \end{cases}$ ... $\Rightarrow a_x = \frac{a_x'}{\gamma^2\left(1+\frac{u}{c^2}v_x'\right)^3}.$

$\vdots$

c constitue une vitesse maxi, sinon γ est imaginaire (exp : Bertozzi 1964)

V - Contraction des longueurs, dilatation du temps.

· Soit une longueur $L = x_1 - x_2$. On a alors dans (R') : $L' = x_1' - x_2'$.
Alors $L = \gamma(x_1' + ut') - \gamma(x_2' + ut') = \gamma(x_1' - x_2') = \gamma L'$. D'où $L' < L$.
On appelle L la longueur propre de l'objet, dans le référentiel qui lui est lié.

· Soit une horloge dans (R) mesurant une durée $\tau = t_2 - t_1$ et l'une dans (R') mesurant une durée $\tau' = t_2' - t_1'$ à la position x_0'.
Alors : $\tau = \gamma\left(t_2' + \frac{ux_0'}{c^2}\right) - \gamma\left(t_1' + \frac{ux_0'}{c^2}\right) = \gamma\tau'$.
On appelle temps propre τ', la durée la plus courte, où les évènements E_1' et E_2' ont lieu au même point de l'espace. (exp. muons).

$\boxed{26.3}$