# LP n°20 : Conversion électromécanique de puissance (LP n°9 du Concours Externe Spécial)

## Ugo Hincelin

## Avril 2017

	PSI		3.3.2 Champ à répartition sinusoïdale avec N spires	5 6 6
	<ul> <li>Objectifs</li> <li>Appliquer l'électromagnétisme à des problématiques industrielles : étudier les machines synchrones et à courant continu</li> </ul>	a-	3.5 Couple et condition de synchronisme	7 7
-	rérequis  — Induction  — Magnétostatique  — Milieux ferromagnétiques  — Force et énergie magnétique (voir intro rappel « contacteur linéaire »)		4 Machine à courant continu 4.1 Constitution	
$\mathbf{T}$	able des matières	,	6 Questions et commentaires	9
1	Introduction	2	Références	
2	Contacteur linéaire (en intro! c'est un rappel)  2.1 Dispositif expérimental	3	<ul> <li>[1] C. More, D. Augier, 2014, Tec &amp; Doc Lavoisier, Compétences prépas Physique P PSI*</li> <li>[2] R. Taillet, L. Villain, P. Febvre, 2008, Dictionnaire de physique</li> </ul>	'S]
	2.3 Force magnétique	•	[3] D. Augier, C. More, 2013, Tec & Doc Lavoisier, Compétences prépas Physique PCS	SI

#### 1 Introduction

Principes de la conversion de puissance : fin XIXe siècle.

1869 : Gramme, machine à courant continu (dynamo)

1888: Ferraris et Tesla, Boucherot et Blondel, moteur asynchrone et alternateur

Aujourd'hui, ces machines sont utilisées comme moteur ou générateur.

## 2 Contacteur linéaire (en intro! c'est un rappel)

Montrer expérience et expliquer qu'il apparaît une force quand on applique un courant, qui peut s'écrire selon l'équation 9.

Nous commençons l'étude avec l'exemple du relais électromagnétique (Figure 1). Ce dispositif autorise un mouvement de translation d'une partie mobile du circuit magnétique. Alimenter le circuit provoque un déplacement de la pièce mobile (la palette) jusqu'au contact. Une force s'est donc exercée et il y a conversion de puissance électrique en puissance mécanique. Cela permet d'ouvrir et de fermer un circuit de forte puissance en commandant un circuit de faible puissance.

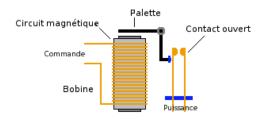


FIGURE 1 – Schéma d'un relais (wikipédia)

#### 2.1 Dispositif expérimental

Nous illustrons ce principe avec l'expérience suivante (Figure 2). Une bobine composée de N=250 spires est parcourue par un courant variable i de fréquence 50 Hz. Le circuit électrique ainsi créé enlace un circuit magnétique de longueur l=50 cm, canalisé par un noyau de fer doux  $^1$ . Un barreau de masse m=1,7 kg est mobile en translation. La section du noyau est S=16 cm $^2$ . Il existe un entrefer de largeur variable notée 2x. Lorsqu'on alimente le circuit électrique, on remarque que le barreau est attiré de façon périodique. On le déduit du son généré lors de la vibration du barreau. Une analyse spectrale réalisée

avec un micro connecté à un oscilloscope montre une fréquence de 100 Hz de d'amplitude supérieure aux autres fréquences.

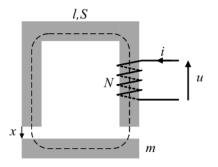


Figure 2 – Expérience 1 - Actionneur linéaire

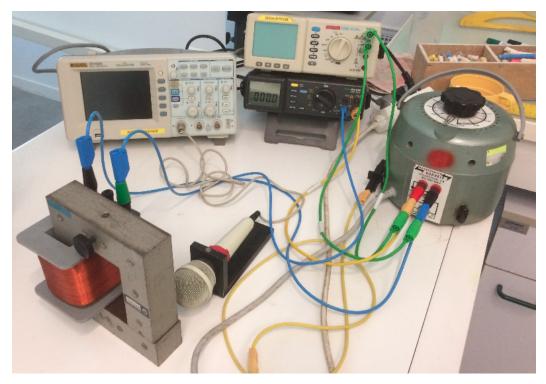


FIGURE 3 – Dispositif expérimental

<sup>1.</sup> Fer doux : nom donné au fer pur, mais peut aussi désigner des alliages à base de fer. Leur faible hystérésis contribue à diminuer les pertes fer par courant de Foucault. Leur perméabilité est élevée et l'aimantation change facilement sous l'effet d'un champ, contrairement au ferromagnétique dur. [2]

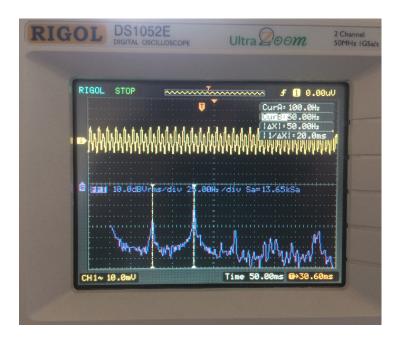


Figure 4 – Expérience 1 - Analyse spectrale

## 2.2 Energie magnétique

Théorème d'ampère  $^2: \oint \vec{H}.\vec{dl} = I$  qui donne

$$H_{fer}l + H_{air}2x = Ni (1)$$

$$\frac{B}{\mu_0 \mu_r} l + \frac{B}{\mu_0} 2x = Ni$$

$$B = \frac{Ni\mu_0}{\frac{l}{\mu_0} + 2x}$$

$$\Phi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = Li = BNS \tag{2}$$

donc  $L = \frac{N^2 \mu_0 S}{\frac{l}{\mu_r} + 2x}$  ce qui donne pour l'énergie magnétique du système (Fer + Entrefer)

$$E_{mag} = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}\frac{N^2\mu_0 Si^2}{\frac{l}{\mu_r} + 2x}$$
(3)

#### 2.3 Force magnétique

Le système  $\{\text{noyau de fer} + \text{bobine}\}\$ reçoit une énergie électrique par le courant circulant dans le fil de cuivre et il reçoit une énergie mécanique de la part de l'opérateur (maintien du dispositif avec les mains et la table) :

$$dE = uidt + F_{on}dx \tag{4}$$

Le circuit électrique est une résistance en série avec une bobine donc

$$u = Ri + L\frac{di}{dt} = Ri + \frac{d\Phi}{dt} \tag{5}$$

ce qui donne

$$dE = Ri^2 dt + id\Phi + F_{op} dx$$

L'énergie électrique est convertie en énergie thermique (effet joule) et énergie magnétique, et le reste en énergie cinétique :

$$dE_{mag} + dE_c = id\Phi + F_{op}dx \tag{6}$$

On applique le théorème de l'énergie cinétique au <u>barreau</u>, soumis à la force de l'opérateur  $F_{op}$  et la force magnétique  $F_{mag}$ :

$$dE_c = F_{op}dx + Fdx \tag{7}$$

Les équations 6 et 7 donnent :

$$dE_{mag} + Fdx = id\Phi$$

On écrit cette relation en fonction de i et L:

$$d(\frac{1}{2}Li^2) + Fdx = id(Li)$$

$$\frac{1}{2}i^2dL + \frac{1}{2}L2idi + Fdx = i^2dL + iLdi$$

$$Fdx = \frac{1}{2}i^2dL$$

donc la force magnétique s'écrit:

$$F = \frac{1}{2}i^2 \frac{dL}{dx} \tag{8}$$

$$F = \left(\frac{\partial E_{mag}}{\partial x}\right)_i \tag{9}$$

<sup>2.</sup> Excitation  $\vec{H}$  telle que  $\vec{B} = \mu \vec{H} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$ , avec la perméabilité  $\mu_r$  du fer doux. La perméabilité relative de l'air est proche de celle du vide ( $\mu_r(vide) = 1$ ). La susceptibilité  $\chi$  est telle que  $\mu_r = 1 + \chi$ .

#### 2.4 Détermination expérimentale de la perméabilité

On mesure l'amplitude minimale de l'intensité nécessaire pour soulever le barreau :  $i_m=160~\text{mA}$  (soit  $i_{eff}=\frac{i_m}{\sqrt{2}}=113\text{mA}$ ). La force magnétique compense alors le poids :  $F_{mag}=P=mg$ . A partir de l'expression de l'énergie magnétique, on exprime la perméabilité relative du fer  $\mu_r$  en fonction de i,N,S,l et m. Les équations 3 et 9 donnent :

$$F = -\frac{N^2 \mu_0 S i^2}{\left(\frac{l}{\mu_r} + 2x\right)^2} \tag{10}$$

La force est attractive, quelque soit le signe de i. Avec  $i = i_0 \cos(\omega t)$ , on a  $i^2 = \frac{1}{2}i_0^2(\cos(2\omega t) + 1)$ , d'où un doublement de fréquence.

La valeur moyenne de la norme de la force est

$$\langle |F| \rangle = \frac{N^2 \mu_0 S i_{eff}^2}{\left(\frac{l}{\mu_r} + 2x\right)^2} = mg \tag{11}$$

avec  $i_{eff}^{2} = \frac{1}{T} \int_{0}^{T} i^{2}(t) dt^{3}$ .

Quand le barreau est soulevé, x = 0. Cela donne :

$$\mu_r = \sqrt{\frac{mgl^2}{\mu_0 N^2 S I_{eff}^2}} \tag{12}$$

On trouve  $\mu_r \approx 1600$ . Perméabilité du fer proche de 10000. On sous-estime la valeur d'environ un facteur 10. Cela peut venir du fait qu'on ne prend pas en compte dans le modèle les fuites de champ (donc on a besoin d'un courant i plus fort d'où un faible  $\mu_r$ ), ou bien les pertes fer (induction => courant de Foucault (perte fer) => perte énergie par effet joule).

## 3 Machine synchrone

La machine synchrone est un convertisseur très important de la vie courante.

On retrouve ce type de machine dans les TGV. La caténaire (câble porteur) transporte la puissance électrique sous haute tension (50 Hz à 25000 V ou continue à 1500 V). Le moteur met en jeu une puissance de l'ordre du mégawatt.

En générateur, on la retrouve au sein des centrales de production d'électricité. On parle d'alternateur, ou de turbo-alternateur quand il est couplé à une turbine (convertit un

mouvement de translation en un mouvement de rotation, voir figure 5). On retrouve aussi ce convertisseur dans les éoliennes, ou dans les véhicules pour recharger la batterie.

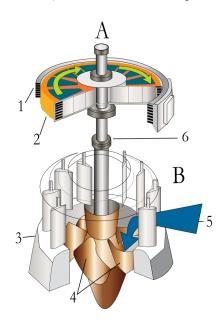


FIGURE 5 — Vue en coupe d'une turbine hydraulique couplée à un générateur électrique. A :Générateur ; B :Turbine ; 1 :Stator ; 2 :Rotor ; 3 :Vannes réglables ; 4 :Pales de la turbine ; 5 :Flux d'eau ; 6 :Axe de rotation ou arbre (wikipedia)

## 3.1 Manipulation expérimentale

voir [4] p.1002 (machines à champ magnétique tournant) Dispositif en figure 6

On dispose d'une aiguille aimantée entourée de trois bobines identiques, disposés à 120° l'une de l'autre. On alimente les bobines avec un courant sinusoïdale de 0,1 ou 1 Hz, de même amplitude et déphasé de  $\frac{2\pi}{3}$  (géré par le générateur triphasé). Le champ magnétique au centre  $\vec{B}_{stator}$  est alors tournant. L'aiguille, de moment dipolaire magnétique  $\vec{m}$ , subit un couple de moment  $\vec{m} \wedge \vec{B}_{stator}$  qui tend à l'aligner avec le champ. On observe l'aiguille tourner à la même fréquence que le champ. C'est le principe du moteur synchrone.

#### 3.2 Constitution d'une machine tournante

Un stator et un rotor sont en matériau ferromagnétique. Le rotor est cylindrique. L'espace vide est l'entrefer. En mode moteur, le stator est l'inducteur et le rotor est l'induit. C'est l'inverse en mode générateur ou alternateur.

<sup>3.</sup> Pour un signal s(t), la grandeur énergétique associée (énergie, puissance) est en général proportionnelle au carré de l'amplitude instantanée  $s^2(t)$ . C'est ici le cas. On précise alors la valeur moyenne de  $s^2(t)$  appelée moyenne quadratique et notée  $\langle s^2(t) \rangle$ . On parle de valeur efficace  $s_{eff} = \sqrt{\langle s^2(t) \rangle}$ . [3]

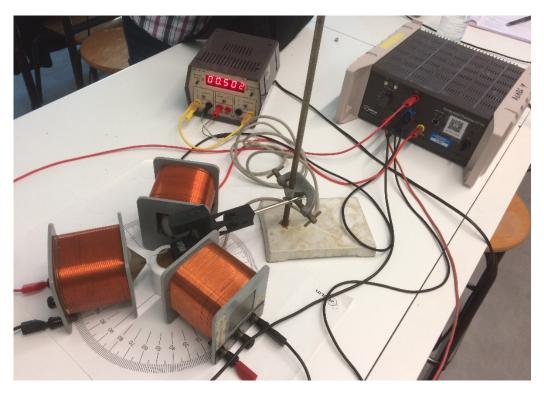


FIGURE 6 – Moteur synchrone triphasé

#### 3.3 Champs magnétiques

Tous les champs ci-dessous sont ceux en un point de l'entrefer.

## 3.3.1 Spire unique

On considère le stator contenant une seule spire. L'entrefer a une épaisseur e. Figure 8 Perméabilité du fer infinie.

Théorème d'Ampère :  $\int_{ligne} \vec{H}.\vec{dl} = 2eH_{air}(\gamma) = 2e\frac{B(\gamma)}{\mu_0} = i$ 

Cela donne  $B(\gamma) = \frac{\mu_0 i}{2e}$ 

### 3.3.2 Champ à répartition sinusoïdale avec N spires

Figure 9  $B = K_s i \cos \gamma$ 

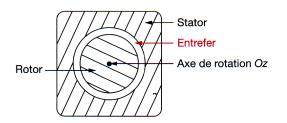


Figure 7 – Vu en coupe dans le plan (xOy) [1]

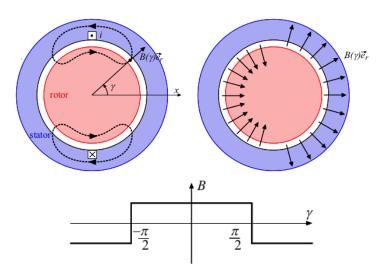


FIGURE 8 – Champ créé par une spire unique

## ${\bf 3.3.3}\quad {\bf Champ\ statorique\ dit\ } {\it w\ glissant\ } {\it w}$

On veut un champ statorique tournant (figure 10).

- système de 2 bobines : courants déphasés de  $\frac{\pi}{2}$ . On parle de système diphasé (Figure 10)
- système de 3 bobines : courants déphasés de  $\frac{2\pi}{3}$ . On parle de système triphasé (hors programme PSI).

Les 2 bobines sont alimentées par un courant sinusoïdal en quadrature à la pulsation  $\omega$  :

$$B_1 = K_s I_{sm} \cos(\omega t) \cos(\gamma) \tag{13}$$

$$B_2 = K_s I_{sm} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \cos\left(\gamma - \frac{\pi}{2}\right) = K_s I_{sm} \sin\left(\omega t\right) \sin\left(\gamma\right) \tag{14}$$

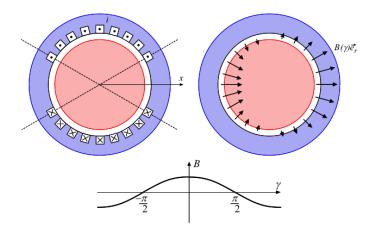


Figure 9 – Champ créé par N spires

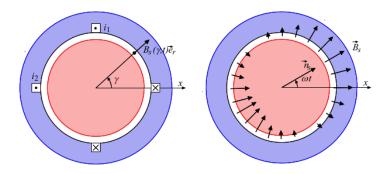


FIGURE 10 – Champ statorique glissant

$$B_s = B_1 + B_2 = K_s I_{sm} \cos(\gamma - \omega t) \tag{15}$$

En un point de l'entrefer repéré par l'angle  $\gamma$ , on a un champ qui oscille avec une pulsation  $\omega$ . On a donc un champ tournant.

#### 3.3.4 Champ rotorique

Dans le référentiel du rotor, le champ est fixe, généré par une intensité constante. Le rotor est en mouvement donc le champ qu'il génère est tournant dans le référentiel du stator. Le champ rotorique dans l'entrefer (entrefer en position angulaire  $\gamma$ ) est alors :

$$B_r = K_r I_{rm} \cos\left(\gamma - \theta\right) \tag{16}$$

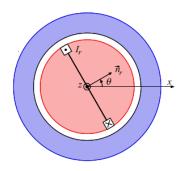


FIGURE 11 – Champ rotorique

#### 3.4 Energie magnétique

Energie magnétique de la machine :

$$E_{mag} = \iiint \frac{B^2}{2\mu_0 \mu_r} d\tau$$

On suppose la perméabilité du matériau infinie, alors l'énergie magnétique est stockée dans l'entrefer (hauteur l, épaisseur e et rayon a) et vaut :

$$E_{mag} = \int_0^{2\pi} \frac{(B_s + B_r)^2}{2\mu_0} a(d\gamma)el = E_s + E_r + E_{sr}$$

L'énergie emmagasinée dans l'entrefer dépend de 3 termes. Pour  $E_s = fonction(B_s^2)$  et  $E_r = fonction(B_r^2)$ , pas de dépendance à la position du rotor  $\theta$ . Seul le terme de couplage  $E_{sr}$  dépend de la position du rotor.

$$E_{sr} = \frac{\pi ael}{\mu_0} K_r I_{rm} K_s I_{sm} \cos(\theta - \omega t)$$

## 3.5 Couple et condition de synchronisme

Par analogie avec la section 2:

$$\Gamma = \frac{\partial E_{sr}}{\partial \theta} = \frac{\pi ael}{\mu_0} K_r I_{rm} K_s I_{sm} \sin(\omega t - \theta) = fonction(\alpha)$$
(17)

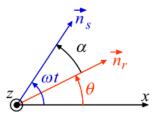


FIGURE 12 – Angles  $\theta$ ,  $\omega t$  et  $\alpha$ . Axes champs du rotor et du stator.

Avec  $\alpha$  l'angle entre l'axe du champ rotorique et l'axe du champ statorique. Important : si  $\alpha$  dépend du temps, alors le couple moyen est nul et le rotor ne tourne pas. L'obtention d'un couple moyen non nul nécessite le synchronisme entre la rotation du rotor et le glissement du champ statorique.

Exemple : si  $\omega = 50 \, \text{Hz}$ , il faut « lancer » le rotor pour l'aider à se synchroniser. En revanche, on peut faire croître  $\omega$  lentement afin d'avoir  $\omega = \dot{\theta}$  à chaque instant.

#### 3.6 Point de fonctionnement et stabilité

La machine entraı̂ne une charge exerçant le moment du couple  $-\Gamma_c$ . Régime permanent,  $\Gamma = \Gamma_c$ , donne 2 solutions :

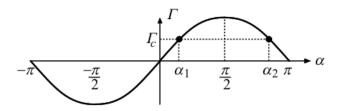


Figure 13 – Couple moteur en fonction de  $\alpha$ 

 $\alpha\left(t\right)=\omega t-\theta$  ce qui donne  $\dot{\alpha}\left(t\right)=\omega-\dot{\theta}$ 

Si le rotor ralentit,  $\dot{\theta} < \omega$  donc  $\alpha(t)$  augmente.

- 1. Stabilité : point de fonctionnement en  $\alpha_1$  : si  $\alpha(t)$  augmente,  $\Gamma$  augmente donc le rotor accélère
- 2. Instabilité : point de fonctionnement en  $\alpha_2$  : si  $\alpha(t)$  augmente,  $\Gamma$  diminue donc le rotor ralentit

### 3.7 Bilan de puissance

Fonctionnement moteur:

$$P_{\acute{e}lec}^{absorb\acute{e}} = P_{cuivre}^{pertes} + P_{m\acute{e}ca}^{fournie} \tag{18}$$

$$2VI\cos\phi = \left[R_r i_r^2 + R_s \left(i_1^2 + i_2^2\right)\right] + \Gamma\omega \tag{19}$$

En triphasé, on a  $3VI\cos\phi$ 

#### 3.8 Réversibilité

La machine fonctionne aussi en alternateur (conversion de puissance mécanique en électrique). Dans ce cas, induit = stator, inducteur = rotor. Le rotor est en avance sur le stator. Turbine + alternateur = turboalternateur : éoliennes (aérogénérateurs), batterie de véhicules automobiles.

Fonctionnement générateur, le bilan devient :

$$P_{m\acute{e}ca}^{absorb\acute{e}e} = P_{cuivre}^{pertes} + P_{\acute{e}lec}^{fournie} \tag{20}$$

#### 4 Machine à courant continu

En moteur, utilisé notamment pour faire de la variation de vitesse du fait de la simplicité de la commande. Utilisé avant tout dans les applications alimentées en courant continu (accessoires automobiles : réglage rétroviseur, verrouillage des portes, éjecteur lecteur CD).

#### 4.1 Constitution

Il y a un stator et un rotor. Le stator peut être composé d'aimants permanents (figure 14). Le collecteur permet d'inverser le sens du courant lors du franchissement de la ligne polaire (figure 15). Le collecteur est un commutateur rotatif. Le champ rotorique conserve le même axe de symétrie au cours du temps. Les balais assure le passage du courant, et sont les pièces sensibles à changer régulièrement.

L'axe du champ statorique est selon la direction Nord Sud, l'axe du champ rotorique étant selon la direction et le sens de la ligne polaire.

## 4.2 Couple

Nous avons déjà calculé le couple engendré par un champ statorique et un champ rotorique faisant un angle  $\alpha$  entre eux (équation 17) :

$$\Gamma = \frac{\pi a e l}{\mu_0} B_r B_s \sin\left(\alpha\right) \tag{21}$$

Le couple maximum est obtenu pour  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ . Le couple est proportionnel à l'intensité de l'induit  $I_{rm}$  car  $B_r = K_r I_{rm}$  pour une valeur donnée du champ statorique  $B_s$ . On a

$$\Gamma = \Phi I_{rm} \tag{22}$$

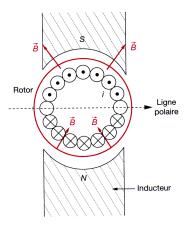


FIGURE 14 – Coupe d'une machine à courant continu

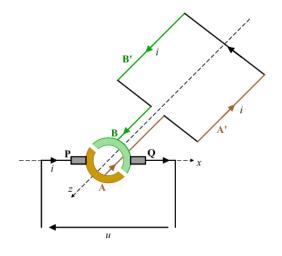


FIGURE 15 – Collecteur

## 4.3 Relation force électromotrice / vitesse angulaire

$$P_{m\acute{e}ca}^{fournie} = P_{\acute{e}lec}^{absorb\acute{e}e} \tag{23}$$

On oriente en convention récepteur la tension, alors on parle de force **contre**-électromotrice, on obtient :

$$ei = \Gamma\Omega = \Gamma\dot{\theta} = \Phi i\Omega \tag{24}$$

donc la vitesse de rotation  $\Omega$  est proportionnelle à la tension e de la source de tension.

#### 4.3.1 Détermination expérimentale de la relation $e = \Phi\Omega$

Machine à courant continue. Générateur de tension. Tachymètre. On mesure la vitesse de rotation pour différentes tensions. On ajuste par une droite. On en déduit le facteur de proportionnalité.



FIGURE 16 – Machine à courant continu

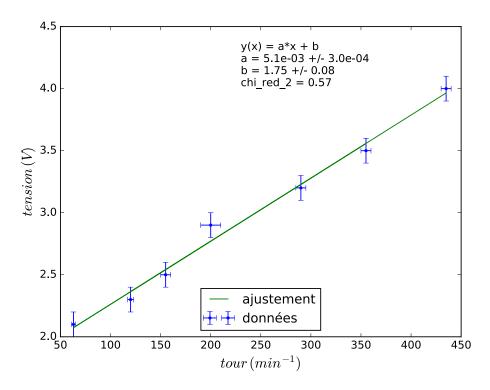


FIGURE 17 – Mesures et ajustement (python et pyzo)

#### 4.4 Réversibilité

En fonctionnement en générateur, une tension continue  $U = \Phi\Omega$  apparaît aux bornes de l'induit. Lorsque la MCC est connectée à une charge électrique, elle débite un courant dans celle-ci.

## 5 Conclusion

Messages à faire passer :

- Energie stockée dans l'entrefer
- Force = dérivé de l'énergie magnétique par rapport à position x (équation 9)
- Couple = dérivé de l'énergie magnétique par rapport à angle  $\theta$  (équation 17)
- Couple optimum pour  $\alpha = \frac{\pi}{2}$  (pour machine synchrone et MCC)
- Machine synchrone :

- avantage : la puissance passe dans le stator, pas besoin de collecteur
- inconvénient : condition de synchronisme
- Machine à courant continu :
  - avantage : tension donne directement vitesse de rotation, synchronisme naturel
  - inconvénient : collecteur à entretenir

Aujourd'hui, il existe un autopilote électronique qui permet de vérifier la condition de synchronisme automatiquement. D'autre part, la puissance massique de la machine synchrone est plus grande que celle de la MCC. La machine synchrone est alors beaucoup utilisée.

## 6 Questions et commentaires

- Ne pas faire les calculs. Poser les hypothèses et les relations de départ, et donner les résultats pour avoir le temps de discuter!
- Bien faire un bilan de puissance et un rendement, en gagnant du temps sur le contacteur linéaire (à montrer rapidement ou enlever)
- Parler de réversibilité et de régime stable et instable
- Bien faire passer les messages de la conclusion