

# L.P. 20 - Conversion de puissance électromécanique

Benjamin Marchetti

Niveau : 2eme année CPGE

## Pré-requis

- Électromagnétisme
- Mécanique
- Induction

## Bibliographie

- Tout en un PSI-PSI\*, Cardini, *Dunod*
- Électrotechnique, Brenders, *Bréal*
- H-prépa Électronique PSI-PSI\*, Brébec, *Hachette*
- Dico Électricité IV, Quaranta, *Pierron*
- BUP n846, Vigouroux (2002)

Leçon qui ne nécessite pas de détailler tous les calculs. Ils sont donnés ici au cas où pour des questions ou pour comprendre tout simplement. Essayer de faire les manips pour illustrer chaque partie, cela peut être sympathique.

## Introduction

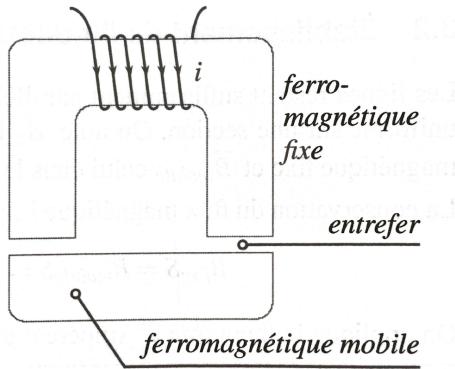
La science relative aux machines tournantes date de la deuxième du XIXe siècle, ce qui en fait une science assez jeune. Pour rappel, la dynamo a été inventé en 1869 et la fin du XIXe siècle voit apparaître le transport de tensions continues et alternatives sur de grandes distances, permettant l'essor de ces machines électromécaniques. Elles nous entourent aujourd'hui, elles sont utilisées comme moteurs (vibrateurs de téléphones, trains...) ou comme génératrice (éoliennes, turbines...).

Dans cette leçon nous allons ainsi voir quel est le principe de ces machines ; quels en sont les différents types ; et enfin comment les caractériser mathématiquement et les quantifier pour mieux comprendre leur mode de fonctionnement.

## 1. Intro à la conversion électro-magnéto-mécanique

L'étude du phénomène d'induction électromagnétique met en évidence la possibilité de convertir de l'énergie électrique en énergie mécanique et réciproquement.

## 1.1 Description d'un contacteur électromagnétique



On réalise un contacteur électromagnétique en juxtaposant deux ferromagnétiques. Il est constitué d'un circuit ferromagnétique déformable et d'une bobine. Une partie mobile en translation est séparée de la partie fixe par deux entrefers identiques. L'ensemble est également appelé relais.

Lorsque l'intensité  $i$  est nulle dans la bobine, la partie mobile ne subit aucune force. En présence d'un courant, la partie fixe se comporte comme un électroaimant, elle attire la partie mobile avec une certaine force qu'on cherche à déterminer.

## 1.2 Force électromagnétique

Soit  $E_{em}$  l'énergie électromagnétique emmagasinée par le système, sous forme de champ magnétique. Si le milieu magnétique est linéaire, alors la force électromagnétique exercée sur la partie mobile est :

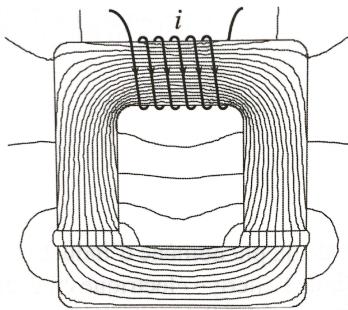
$$F_{em} = \left( \frac{\partial E_{em}}{\partial x} \right)_i \quad (1)$$

où  $x$  est la distance dont s'écarte le ferromagnétique mobile par rapport au fixe. L'indice  $i$  signifie que la dérivée se calcule à  $i$  constant.

## 1.3 Application au contacteur

La méthode est systématique, quelque soit le type d'actionneur étudié : on détermine l'inductance vue par le circuit électrique, au moyen du théorème d'Ampère et de la conservation du flux du champ magnétique ; on en déduit l'énergie stockée, puis la force exercée sur la partie mobile.

Soit  $S$  la section du matériau ferromagnétique, fixe comme mobile. La carte de lignes de champ montre que dans l'entrefer, la section où les lignes restent parallèles est pratiquement égale à  $S$ . Les lignes qui s'écartent du flux principal véhiculent un flux de fuite d'autant plus faible qu'elles sont écartées. On modélise le flux dans l'entrefer par un tube de champ de section  $S$ .



Les lignes restent suffisamment parallèles pour que l'on puisse considérer le champ comme uniforme sur une section. On note  $\vec{B}_e$  le champ entre les entrefers,  $\vec{B}_{fixe}$  celui dans le ferromagnétique fixe et  $\vec{B}_{mobile}$  celui dans le ferromagnétique mobile. La conservation du flux magnétique impose alors :

$$B_{fixe}S = B_{mobile}S = B_eS \text{ soit } B_{fixe} = B_{mobile} = B_e$$

On applique le théorème d'Ampère ( $\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I$ ) à une ligne de champ moyenne  $\mathcal{L}$  du ferromagnétique orientée par le courant d'intensité  $i$  selon la règle de la main droite. On note  $x$  la position du ferromagnétique mobile ( $x$  est donc l'épaisseur d'un entrefer),  $\ell_1$  la longueur de la ligne de champ dans le ferromagnétique fixe et  $\ell_2$  celle dans le ferromagnétique mobile :

$$H_{fixe}\ell_1 + H_{mobile}\ell_2 + H_e \cdot 2x = Ni \quad (2)$$

Attendu que dans l'air de l'entrefer,  $B_e = \mu_0 H_e$  et que dans le ferromagnétique  $B_{fixe} = \mu_0 \mu_r H_{fixe}$  et  $B_{mobile} = \mu_0 \mu_r H_{mobile}$  :

$$\frac{B_{fixe}}{\mu_0 \mu_r} \ell_1 + \frac{B_{mobile}}{\mu_0 \mu_r} \ell_2 + \frac{B_e}{\mu_0} 2x = Ni \quad (3)$$

où on remplace  $B_e$  et  $B_{mobile}$  par  $B_{fixe}$  :

$$\frac{B_{fixe}}{\mu_0 \mu_r} \ell_1 + \frac{B_{fixe}}{\mu_0 \mu_r} \ell_2 + \frac{B_{fixe}}{\mu_0} 2x = Ni \quad (4)$$

On en tire  $B_{fixe}$  :

$$B_{fixe} = \frac{\mu_0 Ni}{\frac{\ell_1 + \ell_2}{\mu_r} + 2x} \quad (5)$$

On privilégie  $B_{fixe}$  car on cherche l'inductance du circuit magnétique, définie par le flux magnétique  $\phi = Li$  dans les  $N$  spires de la bobine. Or le champ dans ces spires est  $B_{fixe}$ , qu'il faut garder.

Le flux magnétique à travers les  $N$  spires de la bobine vaut donc :

$$\phi = N \cdot B_{fixe} S = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 S i}{\ell_1 + \ell_2 + 2\mu_r x} \quad (6)$$

Dans un circuit magnétique linéaire déformable, l'inductance dépend de la position de la partie mobile.

La partie fixe du dispositif est alimentée par un générateur de tension qui fournit un travail électrique  $W_e$ . L'énergie ainsi reçue a deux destinations ; en négligeant toute forme de perte, une partie de cette énergie est stockée sous forme d'énergie électromagnétique  $E_{em}$  dans le ferromagnétique et l'entrefer, le reste est fourni à la partie mobile sous forme

de travail mécanique  $W_m$ . On a donc immédiatement le bilan  $W_e = \Delta E_{em} + W_m$ . La puissance instantanée fournie par le générateur, qui applique la tension  $u$  et délivre le courant  $i$ , vaut, en convention générateur,  $p = ui$ . D'après la loi de Faraday, la tension  $u$  délivrée par le générateur est liée à la f.e.m. induite  $e$  dans les spires de la bobine par :

$$u = -e = +\frac{d\phi}{dt} \quad (7)$$

donc  $p = id\phi/dt$ . Soit  $L(x)$  l'inductance propre de la bobine enroulée autour du circuit magnétique constitué du ferromagnétique fixe, de celui qui est mobile, et des deux entreferes. Dans un ferromagnétique infiniment doux et non saturé, donc linéaire, l'inductance  $L$  relie  $\phi$  à  $i$ ,  $\phi = Li$ , alors :

$$p = i \frac{d}{dt}(Li) = i \left( L \frac{di}{dt} + i \frac{dL}{dt} \right) \quad (8)$$

soit, en scindant en deux le dernier terme :

$$p = \underbrace{Li \frac{di}{dt}}_{\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}Li^2\right)} + \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dt} + \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dt} \quad (9)$$

Le terme  $\frac{1}{2}Li^2$  représente la variation d'énergie emmagasinée dans le ferromagnétique et les entreferes, sous forme de champ magnétique. Attendu que  $L$  dépend du temps via la position de la partie mobile,  $\frac{dL}{dt} = \frac{dL}{dx} \frac{dx}{dt} = \frac{dL}{dx}v$  et il vient :

$$p = \frac{d}{dt} \left( \frac{1}{2}Li^2 \right) + \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx}v \quad (10)$$

où le dernier terme représente la puissance mécanique  $F_{em}v$  de la force électromagnétique  $F_{em}$  qui s'exerce que sur la partie mobile :

$$F_{em} = \frac{i^2}{2} \frac{dL}{dx} = \left( \frac{\partial E_{em}}{\partial x} \right)_i \quad (11)$$

La force électromagnétique qui s'exerce sur le ferromagnétique mobile devient, en développant l'énergie magnétique stockée dans le ferromagnétique et les deux entreferes :

$$F_{em} = \left( \frac{\partial E_{em}}{\partial x} \right)_i = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{2}Li^2 \right)_i \quad (12)$$

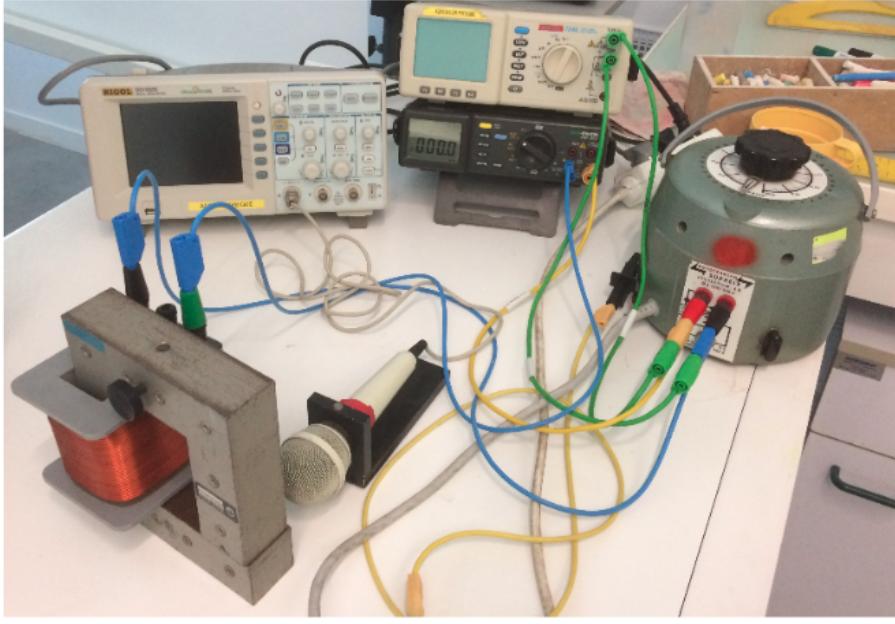
ainsi :

$$F_{em} = \frac{i^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\mu_0 \mu_r N^2 S}{\ell_1 + \ell_2 + 2\mu_r x} \right) = -\frac{\mu_0 \mu_r^2 N^2 S i^2}{(\ell_1 + \ell_2 + 2\mu_r x)^2} \quad (13)$$

Le signe négatif montre que la force électromagnétique est toujours attractive ; elle tend à diminuer le volume des entreferes.

## 1.4 Détermination de la perméabilité

**MANIP : Faire la mesure de la perméabilité du fer.**



Soit une bobine possédant  $N = 250$  spires et parcourue par un courant variable de fréquence 50Hz. Le circuit électrique créé enlace un circuit magnétique de longueur  $\ell = 50cm$ , canalisé par un noyau de fer doux. Un barreau de masse  $m = 2kg$  est mobile en translation. La section du noyau est  $S = 16cm^2$ . Il existe un entre fer de larguer variable largeur variable notée  $2x$ .

On déduit du son généré du fait de la vibration du barreau que celui ci est attiré de façon périodique. On mesure à l'aide d'un micro relié à un oscilloscope la fréquence de cette vibration via une analyse spectrale : on trouve deux pics un à 50Hz et l'autre  $\sim 100Hz$ .

On mesure l'amplitude minimale de l'intensité nécessaire pour soulever le barreau :  $i_m = 200mA$ , soit  $i_{eff} = i_m/\sqrt{2} = 142mA$ . La force magnétique compense alors le poids  $P = mg$ . Soit  $\ell_e = \ell_1 + \ell_2$  on a :

$$\phi = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 S i}{\ell_e + 2\mu_r x} \quad (14)$$

Soit alors :

$$E_{em} = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 \mu_r N^2 S i^2}{\ell_e + 2x} \quad (15)$$

La force électromagnétique est donc :

$$F_{em} = -\frac{\mu_0 \mu_r^2 N^2 S i^2}{(\ell_e + 2\mu_r x)^2} \quad (16)$$

La force est attractive, quelque soit le signe de  $i$ . Avec  $i = i_0 \cos(\omega t)$ , on a  $i^2 = (1/2)i_0^2(\cos(2\omega t) + 1)$ , d'où le doublement de fréquence. La valeur moyenne de la norme de la force est :

$$\langle |F| \rangle = \frac{\mu_0 \mu_r^2 N^2 S i_{eff}^2}{(\ell_e + 2\mu_r x)^2} \quad (17)$$

Avec  $i_{eff}^2 = (1/T) \int_0^T i^2(t) dt$ . En appliquant la loi de la résultante dynamique à la pièce en équilibre, il vient :

$$mg = \frac{\mu_0 \mu_r^2 N^2 S i_{eff}^2}{(\ell_e + 2\mu_r x)^2} \quad (18)$$

Ainsi quand le barreau est soulevé on a  $x = 0$  et il vient :

$$\mu_r = \sqrt{\frac{mg\ell_e^2}{\mu_0 N^2 S i_{eff}^2}} \quad (19)$$

Calcul d'erreur :

$$\frac{\Delta \mu_r}{\mu_r} = \sqrt{\left(\frac{\Delta \ell_e}{\ell_e}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\Delta S}{S}\right)^2 + \left(\frac{\Delta i_{eff}}{i_{eff}}\right)^2} \quad (20)$$

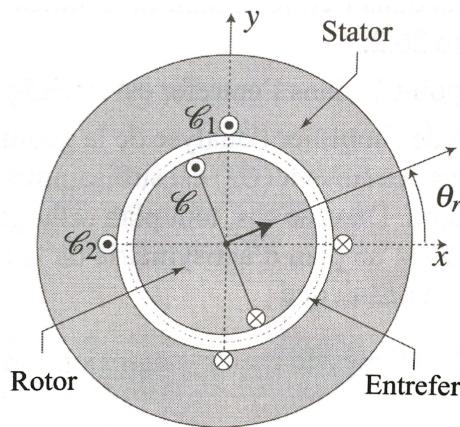
**Rq :** On doit ensuite comparer la valeur avec  $\mu_r \approx 5000 H/m$  pour le fer. La différence peut venir du fait qu'on ne prend pas en compte dans le modèle les fuites de champ (donc on aurait besoin d'un  $i$  plus grand) ou bien les pertes de fer ( induction  $\Rightarrow$  courant de Foucault (perte fer)  $\Rightarrow$  perte énergie par effet joule).

**Rq :** Application électroaimant de levage p722 du Cardini.

## 2. Machine synchrone

La machine synchrone est un exemple de convertisseur électromagnétique réversible, fonctionnant en moteur ou en générateur. Les alternateurs, machines synchrones génératrices, sont utilisés dans la production d'énergie électrique sous forme de courant alternatif ou bien dans des applications de moindre puissance plus courantes comme, par exemple, les véhicules automobiles ou ferroviaire.

### 2.1 Principe



L'ensemble de la machine constitue un circuit magnétique taillé dans un alliage à base de fer, traversé par les lignes de champ magnétique générées par les courants de deux types de bobinages, certains situés sur le stator, partie fixe, d'autres sur le rotor, partie mobile en rotation séparée du rotor par un entrefer. On étudiera la machine dans le cadre d'un modèle simplifié vérifiant les hypothèses suivantes :

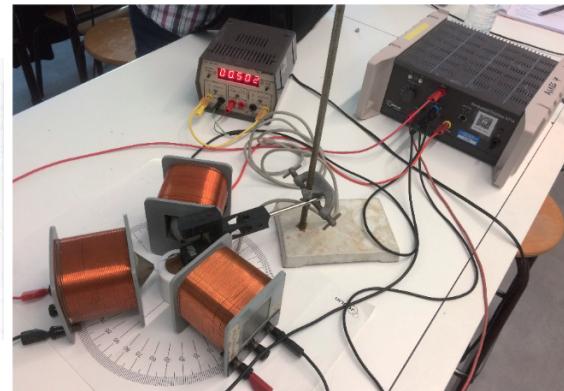
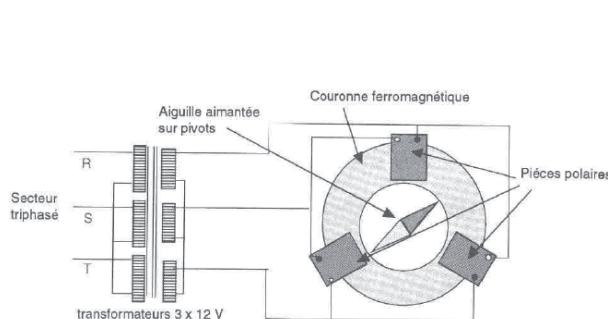
- le matériau constituant le stator et le rotor est un matériau magnétique linéaire de perméabilité magnétique relative infinie ;
- l'épaisseur de l'entrefer est constante. On se place donc dans le cadre d'étude d'une machine à pôles lisses ;

- la machine comporte trois circuits électriques, les circuits  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}_2$  bobinés sur le stator et un seul circuit  $\mathcal{C}$  bobiné sur le rotor.

**Rq :** Explications supplémentaires voir BUP n.846 et notamment sur le cas asynchrone.

## 2.2 Illustration

MANIP : page 101-102 et page 283 du Quaranta



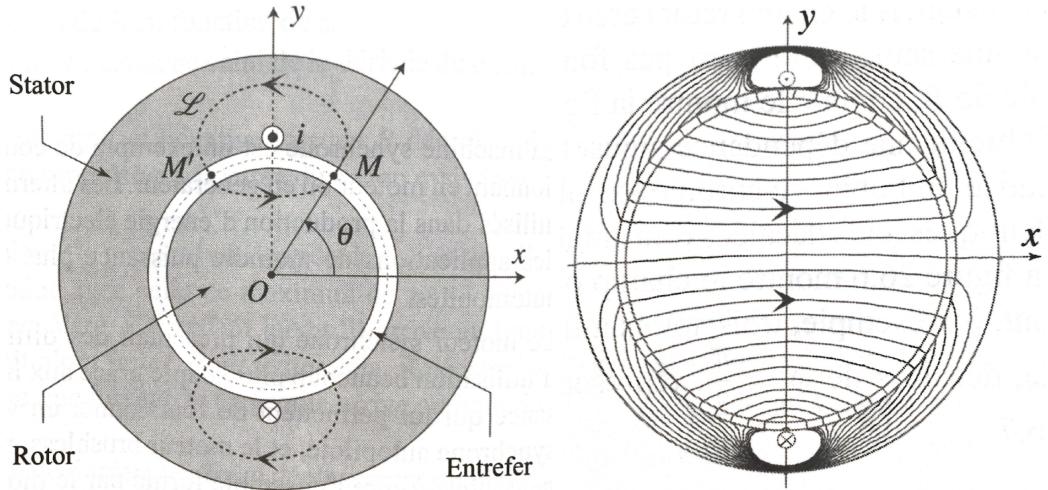
On dispose d'une aiguille aimantée entourée de trois bobines identiques, disposé à  $120^\circ$  l'une de l'autre. On alimente les bobines avec un courant sinusoïdale de 0,1 ou 1 Hz, de même amplitude et déphasé de  $2\pi/3$  (géré par le générateur triphasé). Le champ magnétique au centre  $\vec{B}_{stator}$  est alors tournant. L'aiguille, de moment dipolaire magnétique  $\vec{m}$ , subit un couple de moment  $\vec{m} \wedge \vec{B}_{stator}$  qui tend à l'aligner avec le champ. On observe l'aiguille tourner à la même fréquence que le champ. C'est le principe du moteur synchrone. Si on inverse le branchement de l'une des bobines : la rotation s'effectue en sens inverse.

On peut montrer avec cette manip le théorème de Ferraris : "Trois bobines disposées à  $120^\circ$  alimentées par des courants triphasés de fréquence  $f$  créent un champ magnétique tournant à la même fréquence".

**Rq :** Démonstration théorème Ferraris voir page 101 Quaranta.

## 2.3 Champ magnétique

### Circuit statorique



On analyse dans un premier temps le champ magnétique dans la machine, produit par le circuit  $\mathcal{C}_1$ . Le circuit statorique  $\mathcal{C}_1$  constitue une phase. La géométrie du bobinage de ce circuit est conçue afin de générer en un point  $M$  situé dans l'entrefer, un champ magnétique égale à une fonction sinusoïdale de la position angulaire  $\theta$  de ce point.

Le circuit, fixé sur le stator, se présente sous la forme de plusieurs spires enroulées sur un cadre rectangulaire contenu dans le plan  $(0, y, z)$ . On définit le repère de coordonnées cartésiennes. L'épaisseur de l'entrefer  $e$  étant très faible devant  $R$  le rayon du rotor, on considérera que les points dans l'entrefer sont tous situés sur le cercle de centre  $O$  de rayon  $R$  représenté sur la figure.

Un point  $M$  dans l'entrefer est repéré par l'angle  $\theta$ . Afin de simplifier l'analyse de la géométrie des lignes de champ, on suppose que la longueur des spires suivant  $(Oz)$  est suffisamment grande devant  $R$  pour permettre de négliger les effets de bord. Dans ce cas, tout plan orthogonal à l'axe  $(Oz)$ , tel que le plan de coupe de la figure, est un plan d'antisymétrie de la répartition de courant et du matériaux ferromagnétique. On en déduit que les lignes de champ magnétique appartiennent aux plans orthogonaux à l'axe  $(Oz)$ . Par ailleurs, le plan  $(O, y, z)$  de la spire, est un plan de symétrie de la répartition de courant et du matériau ferromagnétique. Le plan  $(O, y, z)$  est un plan d'antisymétrie du champ magnétique.

Enfin, la perméabilité magnétique relative du matériau formant le stator et le rotor étant infinie, les lignes du champ magnétique entrent et sortent de l'entrefer orthogonalement aux cylindres de rayon  $R$  et  $R + e$  : les lignes de champ magnétique sont radiales dans l'entrefer.

La spire étudiée est une distribution de courant à symétrie faible et de ce fait, la détermination de la géométrie des lignes de champ magnétique nécessite une résolution numérique des équations locales. Cette résolution permet d'obtenir une carte des lignes de champ magnétique dans le plan de coupe.

La figure représente schématiquement la ligne de champ  $\mathcal{L}$ , passant par le point  $M$  dans l'entrefer repéré par l'angle  $\theta$  où le champ magnétique s'écrit  $\vec{B}(M) = B(r = R, \theta) \vec{u}_r = B(\theta) \vec{u}_r$ . D'après les propriétés de symétrie, le champ magnétique en  $M'$ , symétrique de  $M$  par rapport au plan  $(O, y, z)$ , est l'opposé du symétrique de  $\vec{B}(M)$  par rapport au

plan  $(O, y, z)$ .

En tenant compte de la modification du vecteur  $\vec{u}_r$  dont la direction évolue entre les points  $M$  et  $M'$  il vient  $\vec{B}(M') = -B(r = R, \theta) \vec{u}_r = -B(\theta) \vec{u}_r$ . En utilisant le théorème d'Ampère sur le contour fermé  $\mathcal{L}$  on a :

$$\oint_{\mathcal{L}} \vec{H} \cdot d\ell = i \quad (21)$$

Pour un matériau magnétique idéal, de perméabilité magnétique relative infinie, la circulation de  $\vec{H}$  sur les portions de  $\mathcal{L}$  incluses dans le matériau magnétique est nulle. Il vient alors :

$$\text{pour } \theta \in \left[ -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2} \right], \oint_{\mathcal{L}} \vec{H} \cdot d\ell = \frac{B(\theta)}{\mu_0} 2e \Rightarrow B(\theta) = \frac{\mu_0 i}{2e}$$

Par symétrie  $\theta \in \left[ \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2} \right]$ ,  $B(\theta) = -\frac{\mu_0 i}{2e}$ .

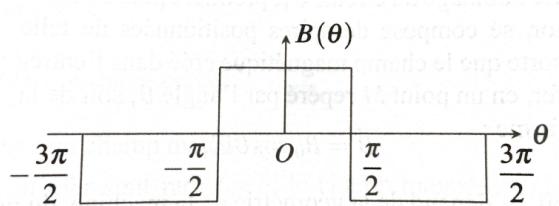


FIGURE 1 – Champ magnétique dans l'entrefer.

Dans le cas de  $N$  spires enroulées sur le cadre rectangulaire, filiforme, contenu dans le plan  $(O, y, z)$  : on admettra que l'amplitude de la composante sinusoïdale utile du champ magnétique dans l'entrefer obtenue dans le cadre du modèle simplifié, soit son fondamental, s'obtient à partir de celle du champ créé par une spire rectangulaire, égale à  $\mu_0 i / 2e$ , en la multipliant par le facteur de proportionnalité  $4N/\pi$ . En notant  $i_1$ , l'intensité du courant circulant dans le circuit  $\mathcal{C}_1$  de normale conjointe  $\vec{u}_x$ , il vient que le circuit  $\mathcal{C}_1$  génère en un point  $M$  de l'entrefer repéré par l'angle  $\theta$ , le champ magnétique radial :

$$\vec{B}_1(\theta) = k i_1 \cos(\theta) \vec{u}_r \quad (22)$$

avec  $k = 2\mu_0 N / (\pi e)$ .

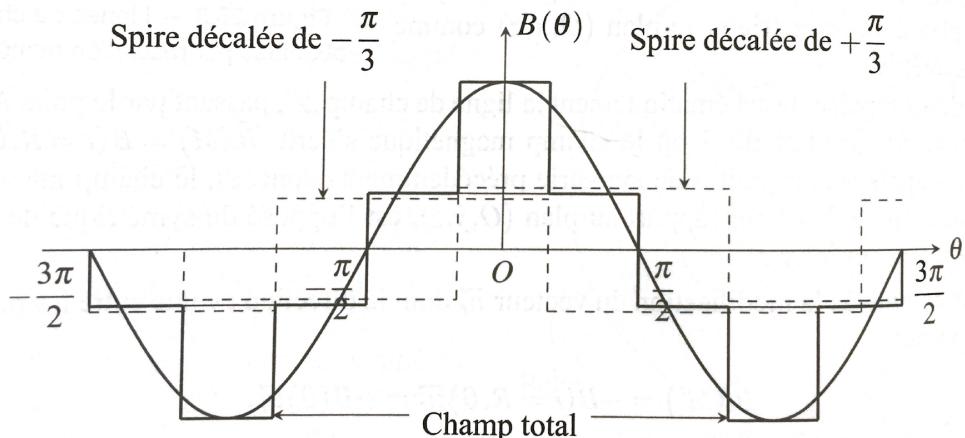
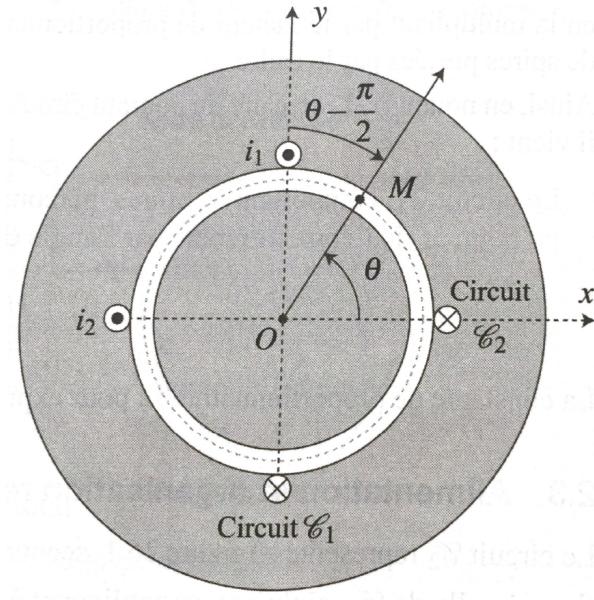


FIGURE 2 – Champ crée pour  $N = 3$  décalées de  $\pi/3$ .

## Champ statorique glissant



Soit la configue à deux phases, qui sont séparées par une rotation de  $\pi/2$ . Les intensités  $i_1$  et  $i_2$  des courants circulant dans les deux phases statoriques sont choisies de telle sorte que le champ magnétique total dans l'entrefer soit glissant. Par définition, en tout point  $M$  de l'entrefer repéré par l'angle  $\theta$ , un champ glissant à la pulsation  $\omega$  se présente sous la forme :

$$\vec{B}(\theta, t) = B_0 \cos(\omega t - \theta) \vec{u}_r \quad (23)$$

où  $B_0$  est une constante positive, homogène à un champ magnétique. Les lignes de champ magnétique dans l'entrefer sont radiales et le champ magnétique se comporte comme une onde progressive transversale se propageant selon  $\vec{u}_\theta$ . La vitesse angulaire  $\Omega_B$  de déplacement de cette onde selon  $\vec{u}_\theta$  se déduit de la phase instantanée de l'onde progressive :

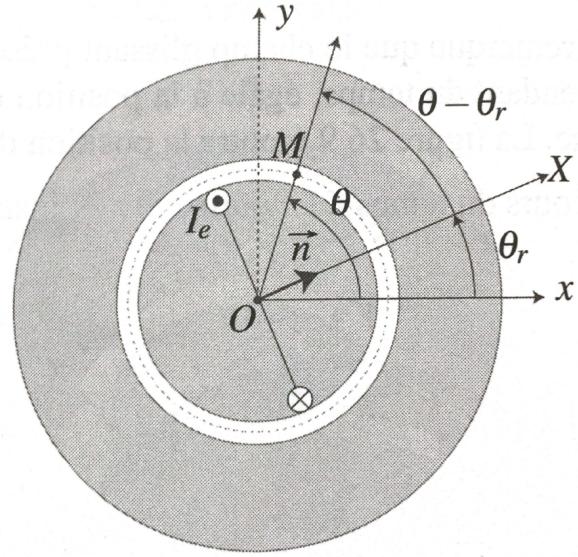
$$\phi = \omega t - \theta = \omega \left( t - \frac{\theta}{\omega} \right) \Rightarrow \Omega_B = \omega$$

Sachant que l'on a  $\vec{B}_1(\theta, t) = k i_1 \cos \theta \vec{u}_r$  alors on a  $\vec{B}_2(\theta, t) = k i_2 \cos(\theta - \pi/2) \vec{u}_r = k i_2(t) \sin \theta \vec{u}_r$ . Le champs magnétique  $\vec{B}_s$  crée par la présence des deux courants circulant dans les phases statoriques est la superposition des champs  $\vec{B}_1$  et  $\vec{B}_2$ , soit :

$$\vec{B}_s(\theta, t) = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 = k(i_1(t) \cos \theta + i_2(t) \sin \theta) \vec{u}_r \quad (24)$$

**Rq :** Si les courants d'intensité  $i_1$  et  $i_2$  sont sinusoïdaux de pulsation  $\omega$ , de valeur efficace identique notée  $I$ . En choisissant  $i_1(t)$  comme origine des phases, et en désignant par  $\gamma$  le déphasage entre  $i_2$  et  $i_1$  on a  $i_1(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t)$  et  $i_2(t) = I\sqrt{2} \cos(\omega t + \gamma)$ . Alors on a  $\vec{B}_s(\theta, t) = kI\sqrt{2} \cos(\omega t - \theta) \vec{u}_r$ .

## Circuit rotorique



Le bobinage enroulé sur le rotor est parcouru par le courant d'excitation permanent d'intensité  $I_e$ . Il est conçu pour générer en tout point  $M$  de l'entrefer un champ radial, fonction sinusoïdale de sa position angulaire. Mais dans ce cas le bobinage du rotor est entraîné par le mouvement de rotation du rotor. La position du rotor est définie par l'angle  $\theta_r$  et celle de  $M$  par l'angle  $\theta$  l'angle entre  $\vec{n}$  et  $\overrightarrow{OM}$  est égale à  $\theta - \theta_r$ . En reportant les résultats obtenus pour les circuits statoriques, on obtient pour le champ magnétique radial  $\vec{B}_r$  créé par le courant d'excitation du bobinage rotorique, en un point  $M$  dans l'entrefer, repéré par l'angle  $\theta$  :

$$\vec{B}_r(\theta) = k'I_e \cos(\theta - \theta_r) \vec{u}_r \quad (25)$$

où la constante de proportionnalité  $k'$  se déduit de  $k$  en remplaçant  $N$  par  $N_r$  désignant le nombre de spires enroulées sur le cadre du rotor. On a  $k' = 2\mu_0 N_r / (\pi e)$ .

## 2.4 Couple électromagnétique

### Énergie électromagnétique

Le rotor reçoit le couple électromagnétique  $\Gamma_{em}$  qui s'exprime en fonction de l'énergie électromagnétique  $E_{em}$  du dispositif :

$$E_{em} = \iiint_M w_{em}(M, t) d\tau \quad (26)$$

$M$  appartenant aux domaines où l'énergie volumique  $w_{em}(M, t)$  est non nulle. Dans le cadre de l'ARQS on pose  $w_{em} = B^2 / (2\mu_0\mu_r)$ . L'énergie électromagnétique de la machine synchrone a pour expression :

$$E_{em} = \iiint_{\text{entrefer}} \frac{B^2}{2\mu_0} d\tau = \iiint_{\text{entrefer}} \frac{B_r^2 + B_S^2 + B_r B_S}{2\mu_0} d\tau = E_S + E_r + E_{Sr} \quad (27)$$

Ainsi l'énergie se décompose en trois termes : un terme représentant l'énergie magnétique "propre" des deux circuits statoriques seuls, un terme représentant l'énergie du circuit rotorique seul et un terme représentant l'énergie magnétique de couplage entre les circuits

statorique et rotorique.

**Rq :** Détails du calcul de chaque terme page 737 du Cardini.

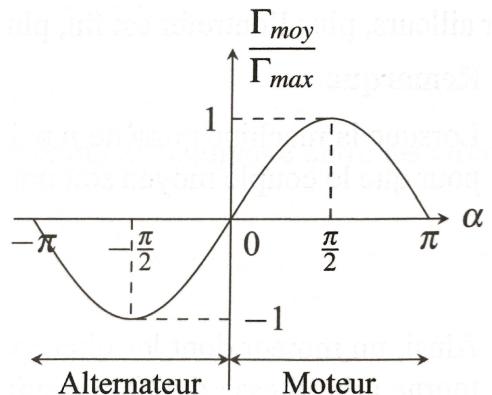
### Couple

Le couple électromagnétique se déduit par dérivation de l'énergie électromagnétique en supposant le régime permanent ( $d\theta_r/dt = \Omega$  alors  $\dot{\theta}_r = \Omega t - \alpha$  où  $\alpha$  est déterminée par la position du rotor à  $t = 0$ ) :

$$\Gamma_{em} = \left( \frac{\partial E_{em}}{\partial \theta_r} \right) = \frac{\partial E_{Sr}}{\partial \theta_r} = KII_e \sin((\omega - \Omega)t + \alpha) \quad (28)$$

**Rq :** Si  $\Omega = \omega$ , c'est à dire quand le rotor tourne à la même vitesse que le champ glissant statorique, le couple moyen est non nul. Cette dernière condition se nomme condition de synchronisme et on a  $\Gamma_{em} = KII_e \sin(\alpha)$ .

La position du rotor étant  $\theta_r = \omega t - \alpha$ , à  $t = 0$ , l'axe polaire du rotor ( $OX$ ), de vecteur unitaire  $\vec{n}$ , est situé à  $\theta_r = -\alpha$ . Le rotor tournant à la même vitesse que  $\vec{B}_S$ , l'angle entre  $\vec{n}$  et  $\vec{n}_S$  reste constant, égal à l'angle initial  $-\alpha$ . L'angle  $\alpha$  intervient dans le couple selon la relation  $\Gamma_{moy} = KII_e \sin \alpha = \Gamma_{max} \sin \alpha$ .



Lors de son fonctionnement où  $I$  et  $I_e$  sont constants, les variations de  $\Gamma_{moy}$  en fonction de  $\alpha$  font apparaître deux domaines :

- Pour le sens de rotation  $\Omega > 0$ ,  $\alpha > 0$ , le couple est positif. La machine fonctionne en moteur et le rotor est mis en mouvement sous l'effet du couple électromagnétique moteur. Les circuits électriques et le rotor fournissent de l'énergie mécanique en entraînant une charge.
- Lorsque  $\alpha < 0$ , le couple est négatif. La machine consommant de l'énergie mécanique et restituant de l'énergie électrique aux circuits électriques statoriques fonctionne en générateur. Elle développe un couple résistant. Une machine synchrone génératrice porte de le nom d'alternateur.

Finalement les qualités de ce types d'appareil sont : excellent rendement (85-95%), facteur de puissance facilement réglable au moyen du courant d'excitation  $I_e$  alimentant le rotor et vitesse fixée par la fréquence du rouant d'alimentation créant le champs tournant et permettant l'auto-pilotage du moteur. Les défauts sont : démarrage difficile et non autonome et risque de décrochage en cas de surcharge mécanique.

**Rq :** Plus de détail à partir de la page 741 du Cardini, notamment concernant l'équation électrique du moteur, l'expression des puissances (et pertes !) et du rendement qu'il faut savoir pour les questions et également l'expression du couple en mode alternateur.

### 3. Machine à courant continu

Les machines à courant continu font partie des convertisseurs électro-magnéto-mécanique réversibles. Elles ont été les premières à être utilisées massivement dans toutes les gammes de puissance du fait de la simplicité de leur commande en vitesse.

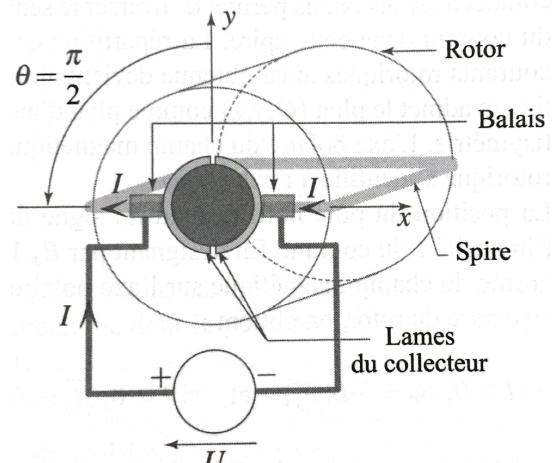
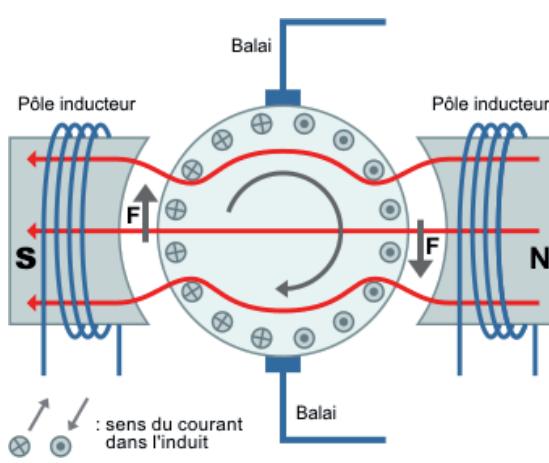
Une machine est dite à courant continu lorsque les grandeurs électriques (potentiels et courants) sont unidirectionnelles. Une machine à courant continu est un convertisseur électromécanique rotatif "réversible" (ou "inversible") permettant :

- une conversion d'énergie électrique en énergie mécanique : fonctionnement moteur ;
- une conversion d'énergie mécanique en énergie électrique : fonctionnement génératrice.

Une machine à courant continu est un convertisseur électromécanique rotatif utilisant :

- les forces de Laplace dans le dispositif mécanique ;
- les phénomènes d'induction électromagnétique dans le dispositif électrique.

#### 3.1 Principe

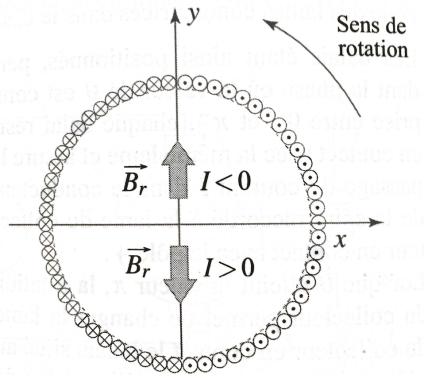


Une machine à courant continu s'analyse en un circuit magnétique, deux circuits électriques et un dispositif de commutation. Il est constitué d'une partie fixe, le stator ou inducteur, solidaire du bâti de la machine dont l'arbre porte la partie mobile, le rotor ou induit. Le collecteur permet d'inverser le sens du commutateur rotatif. Le champ rotatoire conserve le même axe de symétrie au cours du temps. Les balais assure le passage du courant, et sont les pièces sensibles à changer régulièrement.

L'axe du champ statorique est selon la direction Nord Sud, l'axe du champ rotorique étant selon la direction et le sens de la ligne polaire.

En première approximation, dans l'entrefer situé entre les deux cylindres, le champ magnétique  $\vec{B}$  est de type radial. En désignant par  $B_r$  la norme du champ magnétique sur l'axe polaire, au centre du rotor, on obtient :

$$\text{si } I > 0, \vec{B}_r = -B_r \vec{u}_y \text{ et si } I < 0, \vec{B}_r = B_r \vec{u}_r$$



### 3.2 Couple électromagnétique

En utilisant les équations que l'on a trouvé dans la partie précédente, on peut faire une analogie entre le moteur synchrone et le moteur à courant continu.

La configuration des deux champs interagissent pour générer le couple est similaires dans les deux machines. Ainsi, pour  $\Omega > 0$ , l'expression du couple reçu par le rotor de la machine à courant continu peut se déduire de celle du couple de la machine synchrone en y reportant les grandeurs analogues aux intensités positive  $I_r$  et  $I_s$ , égales respectivement à  $|I|$  et  $I_e$ , puis celle de  $\alpha$  qui dépend du signe de  $I$ .

La constante de proportionnalité dans le cas de la machine à courant continu, non nécessairement identique à  $K$ , car la forme géométrique des circuits est différente, est notée  $K'$ . Par ailleurs, le produit  $K'I_e$  est homogène à un flux magnétique noté  $\phi_0$ , grandeur positive qui dépend par conséquent du courant d'excitation  $I_e$  et de la constitution de la machine.

Dans le cas  $I > 0$ ,  $\alpha = \pi/2$  et  $|I| = I$  donc  $\Gamma_{em} = K'II_e = \phi_0I > 0$ , la machine fonctionne en moteur.

Dans le cas  $I < 0$ ,  $\alpha = -\pi/2$  et  $|I| = -I$  donc  $\Gamma_{em} = \phi_0I < 0$ , la machine fonctionne en génératrice.

Le couple électromagnétique délivré par une machine à courant continu est :

$$\Gamma_{em} = \phi_0I \quad (29)$$

### 3.3 F.é.m d'induction

**MANIP : Mesure de la vitesse de rotation d'un moteur en fonction de la tension avec le dynamomètre de Jeulin, voir page 147 Quaranta.**

Pour établir l'expression de la force électromotrice  $E_{em}$  reprenons la loi de conservation de la puissance électromagnétique en tenant compte du signe des grandeurs en convention récepteur :

$$P_m = P_e \quad (30)$$

En notant  $\vec{\Omega}$  la vitesse angulaire de rotation du rotor, nous avons :

$$P_m = \Gamma_{em}\Omega = \phi_0I\Omega = E_{em}I \quad (31)$$

Ainsi la f.é.m. d'induction s'écrit :

$$E_{em} = \phi_0\Omega \quad (32)$$

La machine fonctionne :

- en moteur quand  $E_{em}I > 0$  : la machine reçoit la puissance électrique et fournit de la puissance mécanique ;
- en générateur  $E_{em}I < 0$  : la machine reçoit de la puissance mécanique et fournit de la puissance électrique.

**Rq : Calcul bien fait aussi dans le Quaranta page 279.**

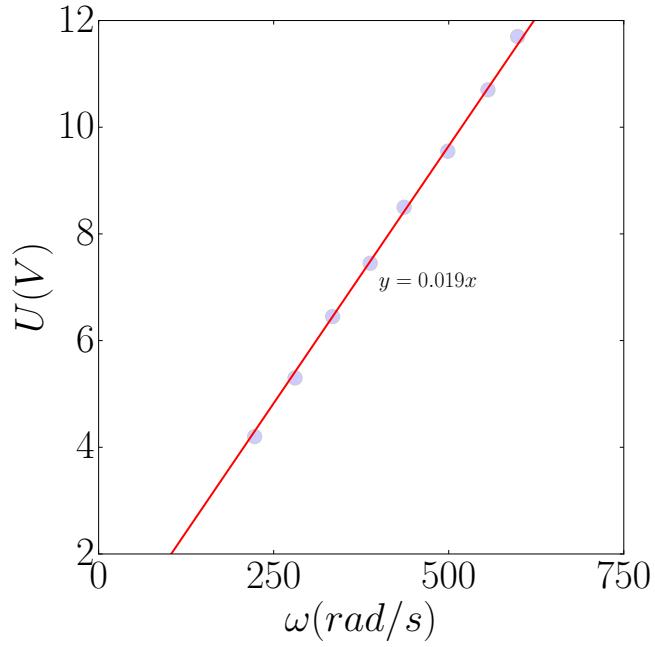
**Rq :** Plus de détail de calcul page 285 du H-prépa mais aussi le bilan énergétique, schéma électrique équivalent, rendement et démarrage du moteur à partir de la page 782 du Cardini.

Cette machine présente des avantages : la tension donne directement la vitesse de rotation synchronisme naturel. L'inconvénient est qu'il faut régulièrement entretenir le collecteur.

## MANIP

On peut procéder à la manip avec le dynamomètre Jeulin. On peut vérifier ce comportement linéaire de la vitesse de rotation en fonction de la tension. On fait varier la tension et avec un oscilloscope on regarde la réponse afin de mesurer la tension :

U(V)	T(s)	$\omega = 2\pi/T(\text{rad/s})$
4,2	0,51	$2,82 \cdot 10^2$
5,3	0,81	$2,24 \cdot 10^2$
6,45	1,21	$1,88 \cdot 10^2$
7,45	1,60	$1,62 \cdot 10^2$
8,5	2,07	$1,44 \cdot 10^2$
9,55	2,65	$1,26 \cdot 10^2$
10,7	3,32	$1,13 \cdot 10^2$
11,7	3,98	$1,05 \cdot 10^2$



## Conclusion

Cette leçon nous a permis de voir les fonctionnements des machines synchrone et à courant continu. Même si ces machines sont très répandues, une troisième espèce de machine électromécanique est de plus en plus utilisée, c'est la machine asynchrone. Cette machine combine les avantages des machines synchrone (la puissance passe dans le rotor, il n'y a donc pas de collecteur) et à courant continu (il n'y a pas de condition de synchronisme à satisfaire).