Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

АЛГЕБРА

8

Умумий билим беридиған мәктәпләрниң
8-синиплири үчүн дәрислик

Қазақстан Жумһурийити Билим вә пән министрлиги тәстиқлиғән

Алмута "Мектеп" 2018

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

УДК 373.167.1
ББК 22.1я72
А39

Авторлири:
А.Е. Әбилқасымова, Т.П. Кучер,
З.Ә. Жумағулова, В.Е. Корчевский

Тәржиманлири:
А.З. Құрбанов, Г.Н. Мижитова

Шәртлик бәлгүләр:

— еniқлимилар, хусусийәтләр, қаидиләр

— йеңи билимни егиләш җәриянида йешилидиған мәсилә

— тәhлил қилишқа беғишланған соаллар

— пишшиқдаш (тәкрарлаш) соаллири

— нәзәрийәвий материални мустәқил өзләштүрүшкә беғишланған тапшуруқлар

— теореминиң яки хусусийәтниң испатлинишининиң ахири

А — барлиқ оқуғучиларниң орунлиши мәҗбурий болған көнүкмиләр

В — оттура дәриҗилик көнүкмиләр

С — жуқури дәриҗилик көнүкмиләр

Алгебра. Умумий билим беридиған мәктәпләрниң 8-синиплири
А39 үчүн дәрислик/А.Е. Әбилқасымова, Т.П. Кучер, З.Ә. Жумағулова, В.Е. Корчевский. — Алмута: Мектеп, 2018. — 200 б.

ISBN 978—601—07—1062—7

А $\frac{4306020600—102}{404(05)—18}$ 45—18

УДК 373.167.1
ББК 22.1я72

© Әбілқасымова А.Е., Кучер Т.П., Жұмағулова З.Ә., Корчевский В.Е., 2018
© Тәржиманлар: Құрбанов А.З., Мижитова Г.Н., 2018
© "Мектеп" нәшрияти, бәдиий безәк, 2018

Пүткүл hоқуқлири қоғдалған

Нәширгә аит мүлкий hоқуқлар "Мектеп" нәшриятиға тәәллуқ

ISBN 978—601—07—1062—7

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

КВАДРАТ ТОМУР ВӘ ИРРАЦИОНАЛ ИПАДИЛӘР 1

КВАДРАТ ТӘҢЛИМИЛӘР 2

КВАДРАТ ФУНКЦИЯ 3

СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТЛИРИ 4

ТӘҢСИЗЛИКЛӘР 5

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

КИРИШМӘ

Һөрмәтлик оқуғучилар! 8-синипта силәр алгебра курсини оқушни давамлаштурисиләр.

Бу курста силәр санлар жиғиндиси, ипадиләр, тәңлимиләр, тәңсизликләр билән уларниң системилирини, функция графиги, статистика элементлири тоғрисида билиминларни кәңәйтисиләр. Атап ейтқанда, *иррационал вә һәқиқий санлар, квадрат томур, дискриминант, квадрат үчәзалиқ, квадрат тәңлимә, рационал тәңсизлик* вә башқиму чүшәнчиләр билән тонушисиләр. Тәркивидә квадрат томури бар ипадиләрни тәңму-тәң түрләндүрүшни, квадрат тәңлимини, квадрат тәңлимигә кәлтүрилидиған тәңлимиләрни, рационал тәңсизликләрни йешишни, квадрат функцияниң графигини селишни үгүнисиләр.

Дәрислик 5 баптин, 20 параграфтин тәркип тапқан.

Дәрисликниң нәзәрийәвий бөлүмидә нәзәрийәвий материални қоллинишқа беғишланған мисалларниң йешимлири кәлтүрүлгән. Нәзәрийәвий материални бериш жәриянида мустәқил ишләшкә беғишланған тапшурмилар, нәзәрийәвий бөлүмидин кейин пишшиқдаш соаллири берилгән.

Һәр параграф бойичә берилгән көнүкмиләр системиси үч дәриҗидин ибарәт, мурәккәплик дәриҗисигә қарап А, В вә С дәп бөлүнгән. Биринчи (А) дәриҗисидики һесаплар барлиқ оқуғучилар орунлиши мәҗбурий болған көнүкмиләр, иккинчи (В) дәриҗисидики көнүкмиләр оттура дәриҗилик көнүкмиләр, үчинчи (С) дәриҗисидики көнүкмиләр мурәккәплиги жуқури дәриҗидики көнүкмиләр. Параграф ахирида өткәнни тәкрарлашқа беғишланған вә йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиқ ретидә көнүкмиләр тәклип қилинған.

Көнүкмиләрниң йешиминиң дуруслиғини тәкшүрәш мәхситидә дәрисликниң ахирида жаваплири берилгән.

Математикини өзләштүрүш силәрдин бәрдашлиқни, чидамлиқни, зерәкликни вә әмгәкчанлиқни тәләп етиду. Мошу хусусийәтләр арқилиқ силәр мәхсәткә йетишни үгинисиләр.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7-СИНИПТИКИ АЛГЕБРА КУРСИНИ ТӘКРАРЛАШ ҮЧҮН БЕРИЛГӘН КӨНҮКМИЛӘР

ҺЕСАПЛАШЛАР

Һесаплаңлар **(1—5)**:

1. 1) $10 \cdot 2 : 0{,}4 - 2{,}6 \cdot (-3)$; 2) $4{,}5 + 5^2 \cdot 0{,}4 - 10^3 \cdot 0{,}006$;

3) $10^2 \cdot 0{,}63 - 5^2 \cdot 0{,}008 + 4{,}44$; 4) $6{,}8 - 25^2 \cdot 0{,}4 - 10^3 \cdot 0{,}045$.

2. 1) $\frac{3^2 \cdot 4^3 \cdot 12^2}{9^2 \cdot 6^3}$; 2) $\frac{5^2 \cdot 6^4 \cdot 12^2}{15^2 \cdot 9^3}$; 3) $\frac{12^2 \cdot 4^3 \cdot 6^2}{8^2 \cdot 18^3}$; 4) $\frac{(3^3)^3 \cdot 9^7 \cdot 2^2}{81^5 \cdot 2^3}$.

3. 1) $5^4 - 6^3 + 254$; 2) $2 \cdot 5^3 - 3^3 + 3 \cdot 54$;

3) $5 \cdot 4^3 - 6^3 + 3 \cdot 88$; 4) $2^3 \cdot 5^2 - 8^3 - 4 \cdot 84$.

4. 1) $\frac{(2^4)^3 \cdot 6^7 \cdot 3^2}{18^4 \cdot 2^9}$; 2) $\frac{2 \cdot (5^3)^3 \cdot 9^4 \cdot 4^2}{10^7 \cdot 3^6}$; 3) $\frac{(3^3)^3 \cdot 5^7 \cdot 2^2}{81^2 \cdot 10^5}$; 4) $\frac{(6^3)^3 \cdot 9^2 \cdot (5^2)^2}{1000 \cdot 18^7}$.

5. 1) $\frac{(0{,}5)^3 \cdot 8^7 \cdot 12^2}{6^3 \cdot 2^{15}}$; 2) $\frac{\left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 9^5 \cdot 20^3}{18^4 \cdot 5^2}$.

6. Әмәлләрни орунлаңлар:

1) $\frac{1}{3^5} \cdot 243 + 0{,}25 \cdot 4{,}4 - 2{,}34$; 2) $\frac{(1{,}5)^3 \cdot 8 - 21}{(5 \cdot 2)^3} + 2{,}45$;

3) $\frac{(2{,}5)^2 \cdot 8 - 42{,}8}{(5 \cdot 2)^2} + 6{,}45$; 4) $\frac{(0{,}5)^2 \cdot 6^3 - 4{,}8}{(5 \cdot 4)^2} - 2{,}45 : 4^{-1}$;

5) $\frac{24^2 - 13^2}{33} + 3^2$; 6) $\frac{105^2 - 99^2}{408} - 2^{-2}$;

7) $\frac{24^3 + 12^3}{21^2 - 15^2} + 6^{-1}$; 8) $\frac{18^3 + 15^3}{19^2 - 14^2} + 5^{-1}$.

7. Ипадиләрниң мәналирини селиштуруңлар:

1) $128 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2$ вә $(6^3)^2 : 36^5$; 2) $\frac{8^3 \cdot 2^5}{16^4}$ вә $1\frac{1}{8}$;

3) $13 \cdot 4^3 : 2^3$ вә $10^2 : 5^2 : 2^3$; 4) $\frac{14 \cdot 3^2 : 4^2}{2 \cdot 3^3}$ вә $\frac{21^3 \cdot 5}{7^3 \cdot 3^4}$;

5) $(-0{,}5)^3 \cdot 16 + 4$ вә $2^3 - 2{,}6$;

6) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 \cdot 243 + 6^3 - 64$ вә $6^3 + (-3)^2 - 2^5$;

7) 50^4 вә $2^4 \cdot 5^6$; 8) 90^4 вә $3^4 \cdot 10^6$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

8. а) Аддий кәсирни чәксиз периодлуқ онлуқ кәсир түридә йезиңлар вә униң периодини тепиңлар: 1) $\frac{4}{9}$; 2) $2\frac{2}{11}$; 3) $3\frac{1}{3}$; 4) $1\frac{4}{15}$; 5) $2\frac{3}{7}$; 6) $3\frac{6}{17}$;

ә) Чәксиз периодлуқ онлуқ кәсирни аддий кәсир түридә йезиңлар: 1) 3, (13); 2) 1, (36); 3) 2,2(3); 4) 10,0(21); 5) 0,2(13); 6) 2,20(31).

Ипадини ихчамлаңлар **(9—11)**:

9. 1) $(a + 7)^2 + (a - 2)(a + 5) - 7a$;
2) $(a - 6)^2 + (a + 3)(a - 5) + 7$;
3) $-(a - 3)^2 + (a + 6)(a - 2) - 8a$;
4) $8 - (a + 5)^2 - (a - 4)(a + 7) - 16a$.

10. 1) $4(a - 1)^2 + (a - 2)(6 - a) - 13$;
2) $5(a - 4)^2 - (a - 4)(7 - 2a) + 20a^2$;
3) $-(a - 5)^2 + (3a - 2)(7 - a) - 18a + 6$;
4) $-(4 - 2a)^2 - (3a - 2)(6 - a) + a^2$.

11. 1) $7(2a + 1)^2 - (3a - 2)(6 - 2a) - 3a^2$;
2) $-(3a - 1)^2 - (4 - 5a)(7 - 2a) - 5a^2$;
3) $(2a - 5)^2 + (1 - 3a)(3 - 2a) - 7a^2$;
4) $2(2a - 3)^2 - 3(3a + 7)(4 - a) + 9a^2 + 72a$.

12. 1) $(4c - y)^2 = 16c^2 - 24ca + 9a^2$; 2) $(5c + y)^2 = 25c^2 + 30ca + 9a^2$;
3) $(y - 7a)^2 = 16c^2 - 56ca + 49a^2$; 4) $(2c - 3y)^2 = 4c^2 - 24ca + 36a^2$
тәңму-тәңлиги y өзгәрмисиниң қандақ мәналирида дурус болиду?

13. 1) $x^3(x^2 - y^2) - x^3(x^2 + y^2) + 2x^3y^2 - 7$;
2) $(3xy - 5)^2 - (5xy - 3)^2 + 16(x^2y^2 - 2) - 1$
ипадилириниң мәнаси өзгәрмиләрниң мәналириға беқинишлиқ болмайдиғанлиғини испатлаңлар.

14. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:
1) $(2a - 5)(2a + 5) + 25 - 3a^2 = a^2$;
2) $(a + 6)(3a - 4) + 2(12 - a^2 - 6a) + 1 = (a + 1)^2$.

15. Ипадиләрни ихчамлаңлар:
1) $(2a + 5)^2 - 3(a - 7)(7 - a) + 9a^2 - 79$;
2) $-(2a - 3)^2 - 5(3a - 7)(4 + a) - 3a^2 - 2$;
3) $-(3 - 2a)^2 + 2(a - 8)(4 - a) - 5a^2 - 7$;
4) $3(5 - 2a)^2 - 4(3a - 5)(7 - a) + 15a^2 - 6$.

16. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:
1) $(c + 6)(3a - 4) + (a - c)(1 + c + a) - 3ac + 24 + 5c - 19a = a^2 - c^2$;
2) $(a - c)^2 - (a^2 - c^2) + 2ac - 2 = 2(c^2 - 1)$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

17. Санлық тәңликни испатлаңлар:

1) $27^{-1}81^2(3^{-3})^3 : 81^{-3} = 9^4$;
2) $7^{-2}\,21^2\,(6^{-3})^2 : 14^{-3} : 343 = 2^{-3}9^{-2}$;
3) $4^{-1}8^2(a^{-3})^3 : (8a^{-3})^2 = 0{,}25a^{-3}$;
4) $a^{-1}(ab)^2(b^{-3})^3 : b^{-3} = ab^{-4}$.

18. Көпәзалиқни көпәйткүчләргә ажритиңлар:

1) $a^2 - 10a + 25$;
2) $144 - 24c + c^2$;
3) $9x^2 - 12x + 4$;
4) $25n^2 + 30n + 9$.

Ипадиләрни көпәйткүчләргә ажритиңлар **(19—21)**:

19. 1) $4a^2c^3 - 4ac^3 + c^3$;
2) $12ax^2 - 60ax + 75a$;
3) $-0{,}2y^2 + 1{,}2y - 1{,}8$;
4) $\frac{1}{9}a^2 + 1\frac{1}{3}a + 4$.

20. 1) $9a^2 - 25c^2$;
2) $0{,}81x^2 - 1{,}44y^2$;
3) $8a^3 - 27$;
4) $0{,}001x^3 - 125a^3$.

21. 1) $(2x - 3)^2 - (3x - 5)^2$;
2) $(3x + 2)^2 - (1 - 2x)^2$;
3) $16(2x + 5)^2 - 81(4 - 5x)^2$;
4) $0{,}01a^2 - (a - 3)^2$;
5) $(2a - 1)^3 - 27a^3$;
6) $(3x - 2)^3 + (5 - 4x)^3$.

ТӘҢЛИМИЛӘР ВӘ УЛАРНИҢ СИСТЕМИЛИРИ

Тәңлимиләрни йешиңлар **(22—25)**:

22. 1) $3(x^2 - 2) - 3x + 7 - 3(x^2 - 2x) = 0$;
2) $-(x^2 - 2) - 0{,}3x + 7x + (x^2 - 0{,}2x) = 0$;
3) $(x^3 - 2x + 4) - 4x + 8 - (x^3 - 5x) = 0$;
4) $-3(x^3 - 5x - 7) - 2x + 8{,}2 - 3(2{,}3 - x^3 - 5x) = 0$.

23. 1) $(x - 2)^2 - (3 - x)^2 = 0$;
2) $(2x + 1)^2 - (4 - 2x)^2 = 0$;
3) $3(2x - 5)^2 - 4(3 - 2x)^2 + 4x^2 = 0$;
4) $0{,}2(3x - 1{,}5)^2 - 0{,}4(1 - 2x)^2 - 0{,}2x^2 = 0$.

24. 1) $2^2 + 3x = 0{,}25$;
2) $3x + 3^2x = 9^2 + x$;
3) $2{,}25x = 5{,}125 - 4x$;
4) $0{,}25x - 2^2x = 8^2 + x$.

25. 1) $(3x - 2) \cdot (x + 3) - 3x\,(x + 1) - 3 = 0$;
2) $(2x - 2) \cdot (2x + 7) - x\,(4x + 1) - 3{,}5 = 0$;
3) $(2 - 5x) \cdot (2x - 1) + x\,(10x + 1) - 4{,}7 = 0$;
4) $(2{,}4 - 5x) \cdot (4x - 1) + 2x\,(10x + 8{,}4) - 3{,}3 = 0$;
5) $(x - 1)^3 - x\,(x + 2)^2 + x\,(7x - 5) = 6$;
6) $(2x - 1)^3 - 2x^2\,(4x - 6) + 10x - 5{,}4 = 0$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Тәңлиминиң сол тәрипини көпәйткүчләргә ажритип, уни йешиңлар **(26—28)**:

26. 1) $x^2 - 3x = 0$; 2) $5x + 2x^2 = 0$;

3) $0{,}7x - 1{,}4x^2 = 0$; 4) $\frac{1}{7}x + 3\frac{1}{7}x^2 = 0$.

27. 1) $\frac{1}{4}x^2 - 1 = 0$; 2) $\frac{1}{3}x^2 - 3 = 0$;

3) $0{,}2 - 1{,}8x^2 = 0$; 4) $7 - \frac{4}{7}x^2 = 0$.

28. 1) $(2x - 1) \cdot (3x + 5) - (2x - 1) \cdot 5x + 7(2x - 1) = 0$;

2) $(4x - 3) \cdot (3x - 9) - (4x - 3) \cdot 7x + 5(4x - 3) = 0$;

3) $(3 - 7x) \cdot (8x - 5) - (2x - 1) \cdot (3 - 7x) + 7(3 - 7x) - 7x + 3 = 0$;

4) $(1 - x^2) \cdot (8x - 5) - (1 - x^2) \cdot (3 - 7x) - 9(1 - x^2) + x^2 - 1 = 0$.

29. Биринчи сан 360 қа, иккинчи сан биринчи санниң 90% ға, үчинчи сан биринчи билән иккинчи санниң қошундисиниң 50% ға тәң. Берилгән үч санниң қошундисини тепиңлар.

30. Санниң 60% ти билән икки һәссиләнгән мошу санниң қошундиси 91 гә тәң. Берилгән санни тепиңлар.

31. Моторлуқ қолвақниң хас илдамлиғи 10 км/с, дәрия еқиминиң илдамлиғи қолвақниң хас илдамлиғиниң 20% ни тәшкил қилиду. Моторлуқ қолвақниң еқим бойичә илдамлиғи еқимға қарши илдамлиғидин нәччә һәссә артуқ? Униң еқимға қарши илдамлиғи еқим бойичә илдамлиғиниң нәччә пайизини тәшкил қилиду?

Тәңлимиләр системисини йешиңлар **(32—34)**:

32. 1) $\begin{cases} 3x - 2y = 7, \\ 2x + 2y = 8; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 7x - 0{,}4y = -5, \\ 4x - 0{,}4y = 10; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x - 0{,}6y = 8, \\ 2x - 0{,}3y = 16; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} -5x + 7y = 15, \\ 3x - 4y = 13; \end{cases}$

5) $\begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{4}{9}y = -6, \\ -4x - \frac{2}{3}y = 26; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} \frac{2x - 1}{3} - \frac{2}{7}y = -2\frac{5}{21}, \\ 4x - \frac{8 - 2y}{7} = 5\frac{3}{7}; \end{cases}$

7) $\begin{cases} \frac{2x-1}{3} - \frac{2}{7}y = \frac{1}{5}, \\ \frac{2-x}{3} - \frac{5-y}{7} = 8\frac{3}{21}; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} \frac{2x - 1}{3} - \frac{2y + 7}{7} = -\frac{20}{21}, \\ 4x - \frac{8 - 2y}{7} = 3\frac{1}{7}. \end{cases}$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

33. 1) $\begin{cases} 0,3x - 0,7y = -2,4, \\ 1,2y - 0,9x = 2,7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2,4x - 0,9y = -3,6, \\ 1,2y + 0,8x = 1,8; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3,4x - 2,6y = 4,2, \\ 1,3y + 0,8x = 2,9; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 1,4x - 0,7y = -0,7, \\ 2,1y - 0,7x = -1,4; \end{cases}$

5) $\begin{cases} 3,5x - 0,9y - 15,6 = -13, \\ -1,8y + 0,8x + 1,8 = 0,8; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 0,8x - 2,3y - 25,6 = -30,3, \\ -3,7y - 0,8x + 2,8 = 1,5. \end{cases}$

34. 1) $\begin{cases} \frac{3x-5}{3} - \frac{2y+12}{7} = -\frac{11}{21}, \\ \frac{2x-3}{3} - \frac{5-y}{7} = -\frac{17}{21}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{2x+5}{4} + \frac{2y+4}{5} = 1\frac{19}{20}, \\ \frac{3x-4}{3} - \frac{2-y}{5} = -2\frac{8}{15}. \end{cases}$

35. 1) Икки һәссиләнгән биринчи сан билән төрт һәссиләнгән иккинчи санниң қошундиси 46 ға, 5 кә көпәйтилгән биринчи сан билән икки һәссиләнгән иккинчи санниң айримиси 34 кә тең. Берилгән санларни тепиңлар.

2) Қошундиси 8 гә, квадратлириниң айримиси 48 гә тең болидиған икки санни тепиңлар.

36. 1) Теплоходниң дәрия еқими бойичә илдамлиғи 24,4 км/с, дәрия еқимиға қарши илдамлиғи 18,2 км/с. Теплоходниң хас илдамлиғи билән дәрия еқиминиң илдамлиғини тепиңлар.

2) Бир-биригә қариму-қарши келиватқан йеник машина билән автобусниң йеқинлишиш илдамлиғи 148,4 км/с. Әгәр улар А шәһиридин В шәһиригә бир мәзгилдә қозғалса, у чағда уларниң бир-биридин жираклаш илдамлиғи 17,2 км/с. Йеник машина билән автобусниң илдамлиқлирини тепиңлар.

37. Параметр билән берилгән тәңлимиләр системисини йешиңлар:

1) $\begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ ax + 2y = -3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} -3x + 4y = -2, \\ 5ax - 2y = -6; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 12x - 3y - 7 = 0, \\ 3ax + 2y = -3; \end{cases}$ 4)

ТӘҢСИЗЛИКЛӘР ВӘ УЛАРНИҢ СИСТЕМИЛИРИ

38. 1) $5x - 3$; 2) $-7x + 12$; 3) $-2,3x + 4\frac{3}{5}$;

4) $4\frac{3}{7}x + 8\frac{16}{91}$; 5) $12,3x + 4,92$; 6) $-2,7x + 8,19$;

7) $-8\frac{3}{7}x + 2\frac{17}{21}$; 8) $-9\frac{3}{26}x + 11\frac{7}{13}$ ипадилири x өзгәрмисиниң қандақ мәналирида иҗабий мәналар қобул қилиду?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

39. 1) $7x - 14$; 2) $-3x + 15$; 3) $-2{,}4x + 5\frac{3}{5}$;

4) $2\frac{3}{7}x - 5\frac{5}{14}$; 5) $-12{,}3x + 6{,}15$; 6) $2{,}7x - 9{,}45$;

7) $-7\frac{3}{7}x - 12\frac{8}{21}$; 8) $-12\frac{3}{16}x - 16\frac{5}{16}$ ипадиси x өзгәрмисиниң қандақ мәналирида сәлбий әмәс мәналар қобул қилиду?

40. 1) $2{,}5x - 7{,}5$; 2) $-8x + 3{,}2$; 3) $2{,}3x - 6\frac{9}{10}$;

4) $-4\frac{3}{7}x + 7\frac{8}{21}$; 5) $-22{,}3x + 8{,}92$; 6) $2{,}07x + 8{,}19$;

7) $12\frac{3}{14}x + 85\frac{1}{2}$; 8) $-12 \mid x + 19\frac{10}{13}$ ипадиси x өзгәрмисиниң қандақ мәналирида иҗабий әмәс мәналар қобул қилиду?

41. Тәңсизликни йешиңлар:

1) $\frac{1}{7}x - 0{,}25x \mid 2\frac{4}{7}$; 2) $3{,}125 + x \text{ m } 5{,}125 - 0{,}25x$;

3) $7{,}25 + 2x > 5{,}125 - \frac{1}{5}x$; 4) $12{,}5x - 5{,}125 < \frac{1}{8} - \frac{1}{4}x$.

42. Берилгән тәңсизликни тоғра тәңсизликкә айландуридиған әң кичик пүтүн санни тепиңлар:

1) $-2{,}3x + 2{,}8 > -7{,}5x + 1{,}6$; 2) $0{,}3x - 1{,}8 > -7{,}5x - 2{,}8$;

3) $-2\frac{1}{5}x + 1{,}4 > -4\frac{1}{2}x + 3{,}6$; 4) $3{,}4x - 3{,}8 < 6{,}6x + 2{,}4$.

43. Берилгән тәңсизликни тоғра тәңсизликкә айландуридиған әң чоң пүтүн санни тепиңлар:

1) $-1{,}3x + 2{,}8 < -5{,}5x - 1{,}6$; 2) $3{,}3x - 4{,}8 > 6{,}5x + 21{,}6$;

3) $-3\frac{1}{5}x + 5{,}4 < -3\frac{1}{2}x + 5{,}6$; 4) $13{,}4x + 5{,}84 < 9{,}5x - 4{,}44$.

44. Параметр билән берилгән тәңсизликни йешиңлар:

1) $a \cdot x - 7 > 3$; 2) $c \cdot x + 6 > 3{,}5$;

3) $a \cdot x - 6\frac{1}{5} < -5{,}5$; 4) $8 - c \cdot x \text{ m } 7{,}3$.

Тәңсизликләр системисини йешиңлар **(45—46)**:

45. 1) $\begin{cases} 3x - 9 > -6, \\ 2x + 5 > 4{,}3 + x; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 4x + 7 > x - 5, \\ 3x - 6{,}7 < 4{,}3 + 2{,}5x; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2{,}5x + 12{,}4 > 3x + 1{,}5, \\ 3x - 6{,}7 < 4{,}3 + 4{,}5x; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2{,}4x + 3{,}6 > 2x - 3{,}4, \\ 5{,}4x - 8{,}7 < 7{,}3 + 2{,}4x. \end{cases}$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

46. 1) $\begin{cases} 3x - 2 \geqslant 2{,}5, \\ |x| \leqslant 3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x - 6{,}1 \geqslant 4{,}5, \\ |x| > 3; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 3|x| - 5 \geqslant 2{,}5, \\ |x| \leqslant 3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 5{,}1 - 2|x| \leqslant 4{,}5, \\ |x| \leqslant 3. \end{cases}$

47. Берилгән тәңсизликни тоғра тәңсизликкә айландуридиған x өзгәрмисиниң әң кичик вә әң чоң пүтүн мәналирини тепиңлар:

1) $\left|\frac{5}{8}x - 4\right| \leqslant 1\frac{2}{9}$; 2) $\left|4\frac{1}{3}x - 5{,}3\right| < 2\frac{4}{9}$;

3) $\left|9{,}7 - 5\frac{1}{4}x\right| \leqslant 9\frac{4}{7}$; 4) $\left|2{,}6 - 3\frac{1}{3}x\right| < 3\frac{2}{3}$.

48. Берилгән тәңсизликләрни йешиңлар:

1) $|x - 3| + 2x - 3{,}2 > 4$; 2) $|2x - 5| - 3x + 1{,}6 > 7{,}3$;

3) $4|x - 6| - 2x - 5{,}2 > 7{,}6$; 4) $3|2x + 3| - 6x - 1{,}2 > 8{,}4$.

ФУНКЦИЯ

49. Берилгән функцияләрниң графиклирини бир координатилиқ тәкшиликтә селиңлар вә қийлишиш чекитлириниң координатилирини тепиңлар:

1) $f(x) = x^3$ вә $f(x) = x$; 2) $f(x) = \frac{1}{x}$ вә $f(x) = x$;

3) $f(x) = x^2$ вә $f(x) = x + 2$.

50. Функциянiң графигини селиңлар:

1) $y = \frac{1}{x}$; 2) $y = -\frac{1}{x}$; 3) $y = \frac{2}{x}$; 4) $y = \frac{1}{x - 1}$;

5) $y = x^2$; 6) $y = -x^3$; 7) $y = -2x^3$; 8) $y = 0{,}5x^3$.

51. 1) $y = 2x - 6$; 2) $y = 3x - 2$;

3) $y = 6 - 3x$; 4) $y = 2{,}5 + 2x$ функциялири үчүн

а) $x = -3; -1{,}5; 0; 1{,}3; 2{,}5; 4{,}4$ мәналириға мувапиқ y ниң мәналирини тепиңлар;

ә) $y = -4; -2{,}3; 0; 1{,}2; 4; 5{,}6$ мәналириға мувапиқ x ниң мәналирини тепиңлар;

б) $A(-2; -1)$; $B(0; -5)$; $C(1; -3)$; $M(3; 1)$; $P(5; 5)$ чекитлириниң функция графигиға тәәллуқлиғини тәкшүрүңлар.

52. Тәңлимиләрни график арқилиқ йешиңлар:

1) $x^2 = \frac{1}{x}$; 2) $\frac{1}{8}x^2 = -\frac{1}{x}$; 3) $x^3 = \frac{16}{x}$; 4) $2x + 3 = \frac{1}{x - 1}$;

5) $x^2 = x^3$; 6) $x + 2 = x^3$; 7) $3 - x = -2x^3$; 8) $x^2 = x + 2$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

КӘСИР-РАЦИОНАЛ ИПАДИЛӘРНИ ТӘҢМУ-ТӘҢ ТҮРЛӘНДҮРҮШ

53. Берилгән ипадиләрни ихчамлаңлар:

1) $\frac{3}{5-a}+\frac{4}{a+5}$; 2) $\frac{5}{4-x}+\frac{6}{x+4}$; 3) $\frac{8}{6+x}-\frac{8}{x-7}$;

4) $\frac{9a^2+y^2}{3a-y}+\frac{6ay}{y-3a}$; 5) $\frac{ay}{a-yb}+\frac{3a-by}{by-a}$; 6) $\frac{a^2x^2+36y^2}{ax-6y}+\frac{12axy}{6y-ax}$.

54. Берилгән ипадиләрниң тәңму-тәң екәнлигини испатлаңлар:

1) $\frac{1}{6x+10}-\frac{1}{9x-15}+\frac{5}{9x^2-25}$ вә $\frac{1}{6\cdot(3x-5)}$;

2) $\frac{1}{2x-8}+\frac{1}{40-10x}+\frac{1}{x^2-8x+16}$ вә $\frac{2x-3}{5(x-4)^2}$;

3) $\frac{1}{x-2}+\frac{x-2}{x^2+2x+4}-\frac{6x}{x^3-8}$ вә $\frac{2x-4}{x^2+2x+4}$;

4) $\frac{2a^2+7a+3}{a^3-1}-\frac{1-2a}{a^2+a+1}-\frac{1}{a-1}$ вә $\frac{3}{a-1}$.

55. Әмәлләрни орунлаңлар:

1) $\frac{27c^4}{5d}:(-18c^3d^2)$; 2) $\frac{14a^2}{9x^3}:\frac{7a}{4x^2}$;

3) $\frac{7x^2}{10a^3}:\frac{343x^8}{15a^5}$; 4) $27a^3\cdot\frac{a^2}{b^2}:\frac{18a^5}{7b^3}$.

56. Берилгән ипадиләрни рационал кәсир түридә йезиңлар:

1) $\frac{9x^2}{5y^3}:\frac{27x^5}{2y^4}\cdot\frac{15}{4y(x-1)}$; 2) $\frac{25a(b-1)}{3^2d}:\frac{5cd^2}{27ab}:\frac{a^3(b-1)}{c^3d^2}$;

3) $\frac{28p^4}{5q^3}\cdot\frac{15q^2(p-2)}{7p^2}:\frac{3p^2}{4q^3}$; 4) $\frac{12x^5y^4}{13ab^2}:\frac{4xy^2}{13a^2b}:\frac{3x^2(y+3)}{ab}$.

57. Берилгән ипадиләрни ихчамлаңлар:

1) $\left(\frac{p}{q}+\frac{q}{p}\right)^2-\left(\frac{p}{q}-\frac{q}{p}\right)^2-2$;

2) $\left(\frac{a+y}{a}-\frac{a-y}{y}\right)^2-\left(\frac{a+y}{a}+\frac{a-y}{y}\right)^2$;

3) $\frac{x}{x+1}\cdot\left(\frac{4x}{x^2-1}+\frac{x-1}{x+1}\right)-\frac{x}{x-1}$;

4) $a^4\cdot\left(\frac{3a+b}{a}-3\right)^2+b^4\cdot\left(\frac{a-2b}{b}+2\right)^2-4(ab)^2$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

5) $\frac{a}{a-2} - \left(\frac{8a}{a^2-4} + \frac{a-2}{a+2}\right) \cdot \frac{a}{a+2}$;

6) $2 + \left(\frac{28c}{c^2-49} + \frac{c-7}{c+7}\right) \cdot \frac{c}{c+7} - \frac{c}{c-7}$;

7) $2 + \frac{9x^2 - 4^{-1}}{3x + 2^{-1}} - 3x$; 8) $3 + \frac{4x^2 - 9^{-1}}{2x + 3^{-1}} - 2(x-1)$;

9) $\frac{169^{-1} - a^2}{13^{-1} - a} - \left(a + 5\frac{1}{13}\right)$; 10) $\left(\frac{1}{2-4a} + \frac{4a^2+2a+1}{2a+1} \cdot \frac{a+1}{8a^3-1}\right) : \frac{1}{4a-2}$.

58. Берилгән пропорциядики бәлгүсиз x ни тепиңлар:

1) $\frac{x}{a+c} = \frac{c}{c^2-a^2}$; 2) $\frac{x}{2n+c} = \frac{4c}{c^2-4n^2}$; 3) $\frac{x}{a-3c} = \frac{2c}{9c^2-a^2}$;

4) $\frac{6c}{25c^2-4a^2} = \frac{x}{5c+2a}$; 5) $\frac{a \cdot x}{2a-3c} = \frac{3ac}{9c^2-4a^2}$; 6) $\frac{2a \cdot x}{3b-a} = \frac{6ab}{9b^2-a^2}$.

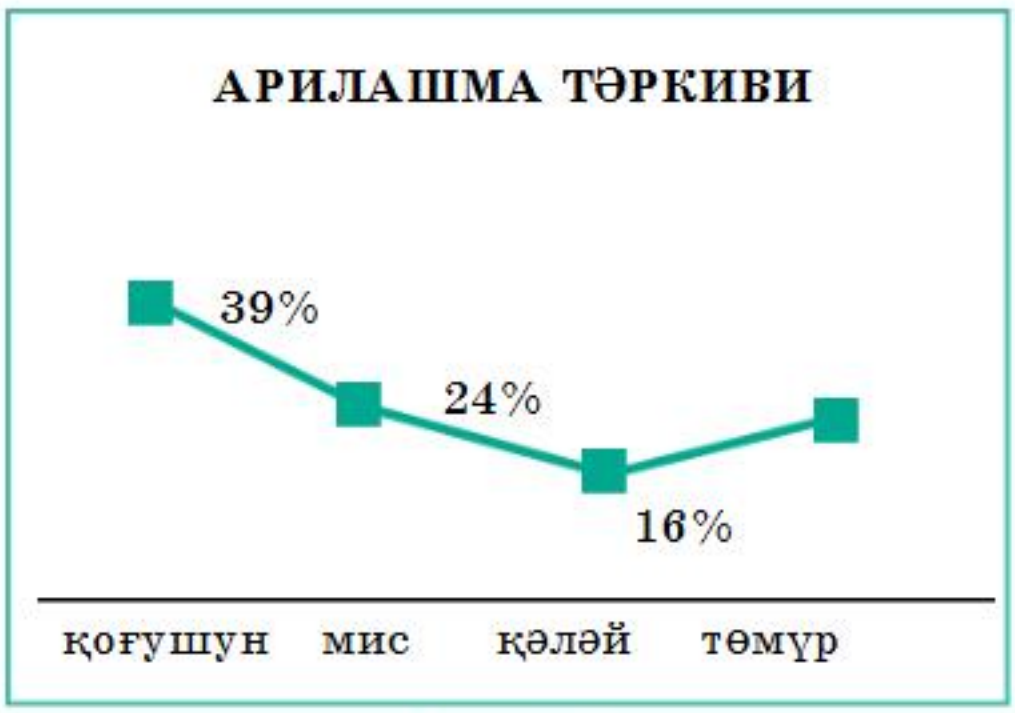
59. 1) $2x + \frac{3}{x} = 5$ болғанда, $4x^2 + \frac{9}{x^2}$; 2) $3x - \frac{5}{2x} = 2$ болғанда, $9x^2 + \frac{25}{4x^2}$ ипадисиниң мәналирини тепиңлар.

60. $(5-2a)^2 - 4a^2$ ипадиси 5 санға һәссиллик болидиғанлығини испатлаңлар.

61. $(n+4)^2 - n^2$ ипадиси 8 санға һәссилик болидиғанлығини испатлаңлар.

ӘМӘЛИЙ ИШҚА БЕҒИШЛАНҒАН ТАПШУРМИЛАР

62. Массиси 120 кг арилашма тәркиви 1-сүрәттә көрситилгән.



1-сүрәт

Арилашмида қанчә килограмм төмүр бар?

63. Дуканда кийимниң 60 түри бар. Мошу кийимләрниң баһалири җәдвәлдә берилгән.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Баһа (миң тәңгә)	7 гичә	7—9	9—12	12—15	15
Һәр түриниң сани	8	10	?	14	8

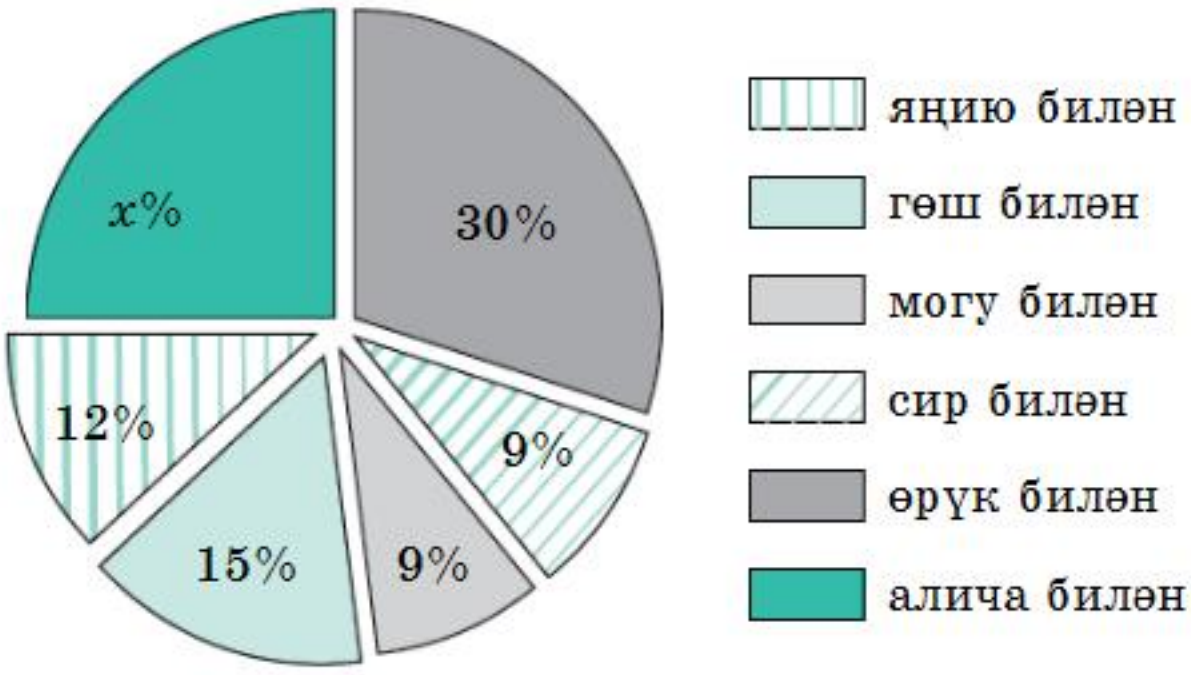
Җәдвәлни пайдилинип, төвәндики соалларға җавап бериңлар.

1) 9 миң тәңгидин 12 миң тәңгигичә болған кийимниң қанчә түри бар?

2) Әң қиммәт кийимләр санининиң умумий кийимләр саниға нисбити немигә тәң?

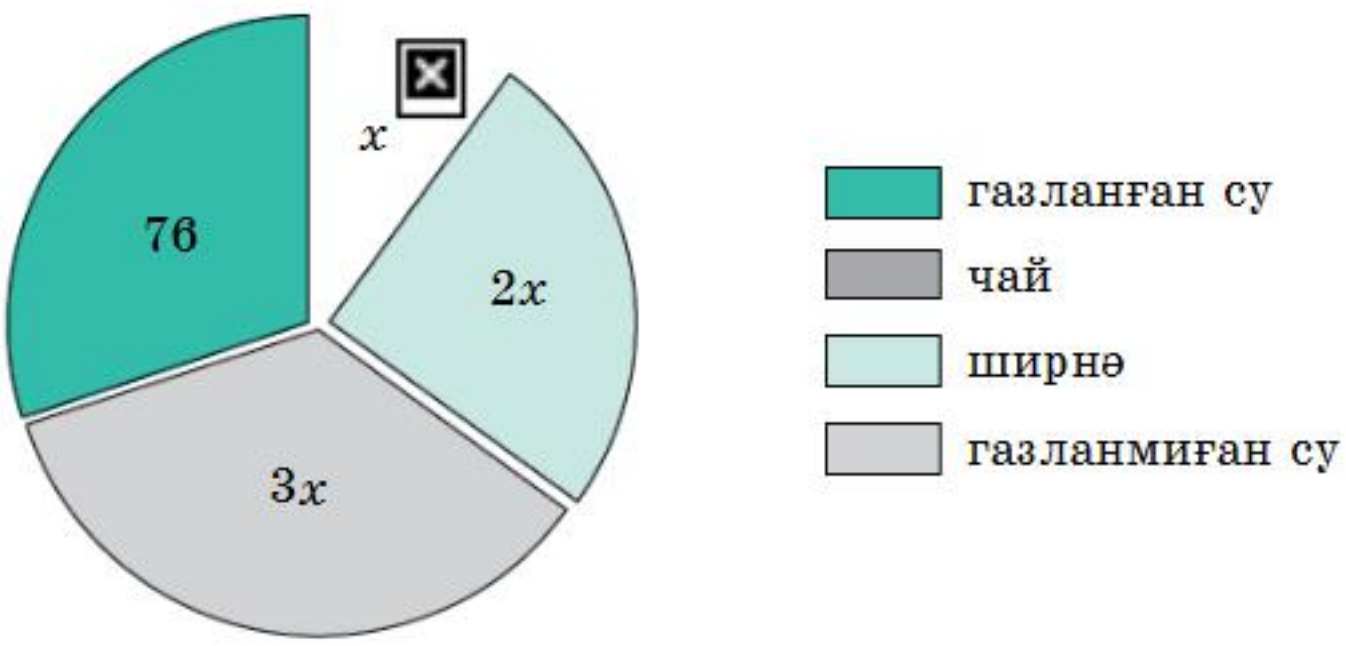
3) 9 миң тәңгидин 15 миң тәңгигичә болған кийим сани барлиқ кийимниң қанчә пайизини тәшкил қилиду?

64. Дукандики татлиқ нанларниң түрлири 2-сүрәттә көрситилгән. Барлиғи 180 нан болса, алича билән тәйярланған нан қанчә?



2-сүрәт

65. Дуканда ширниниң (напиток) 250 түри бар (3-сүрәт). Чайдин ясалған ширнилар сани қанчә?

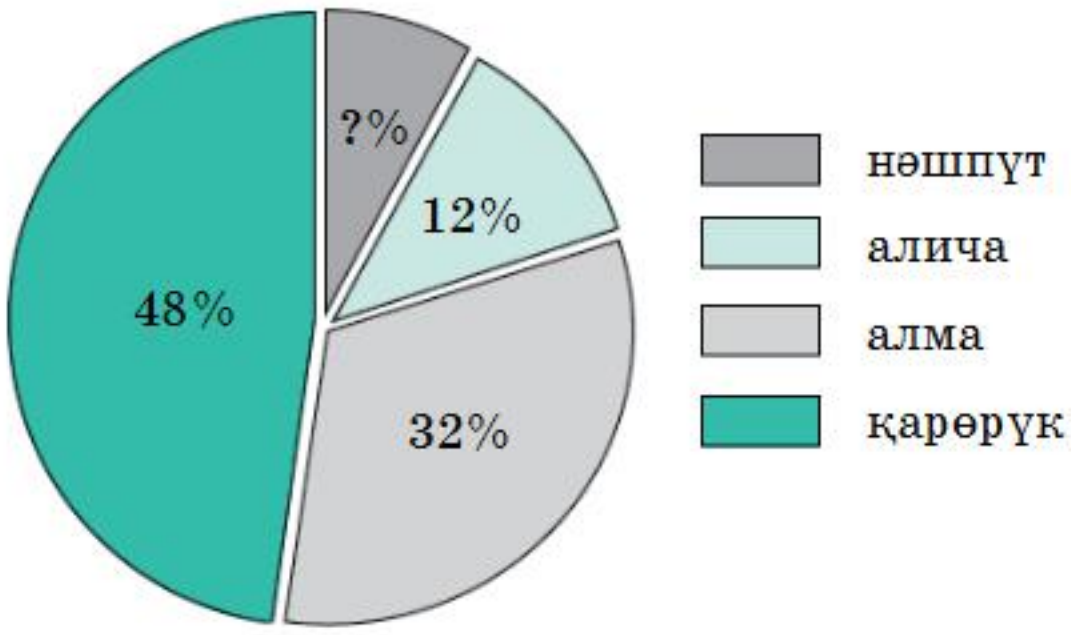


3-сүрәт

66. Бағда йәл-йемиш дәрәқлириниң 400 түри бар (4-сүрәт). Бағдики нәшпут дәриғиниң сани қанчә?

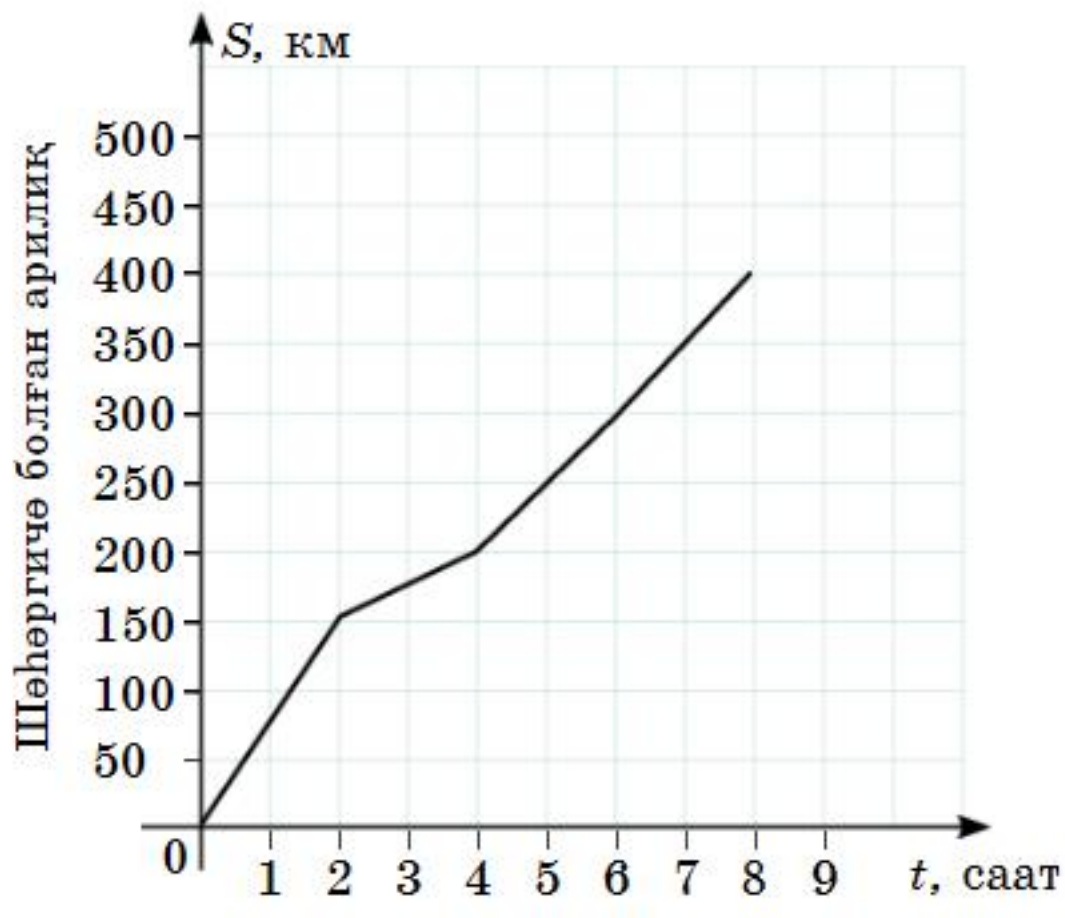
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



4-сүрөт

67. Биринчи жүргүзгүчиниң қозғилиш илдамлиғи 5-сүрөттө берилгән. Икки сааттин кейин иккинчи жүргүзгүчи өзиниң чиққан вақтидин төрт саат өткәндин кейин биринчи жүргүзгүчини қоғлап йетиши үчүн қандақ илдамлиқ билән жүрүши керәк?



5-сүрөт

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1 -БАП

КВАДРАТ ТОМУР ВӘ ИРРАЦИОНАЛ ИПАДИЛӘР

§1. ҺӘҚИҚИЙ САНЛАР

Иррационал сан дегинимиз қандақ сан?

Теорема. *Рационал санларниң арисида квадрати 2 гә тәң сан болмайду.*

Испатлиниши: Испатлашни *қарши жоруш усули* арқилиқ жүргүзимиз.

Квадрати 2 гә тәң рационал санниң (кәсирниң) болмайдиғинини испатлаш керәк. Рационал санларниң арисида квадрати иккигә тәң сан бар дәп пәрәс қилайли. У санни $\frac{m}{n}$ (бу йәрдики m — пүтүн сан, n — натурал сан) қисқар майдиған кәсир түридә йезишқа болиду. Шу чағда $\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$.

$\left(\frac{m}{n}\right)^2 = 2$ ипадисини түрләндүрүп, кәсирни (кәсирни дәриҗигә чиқириш хусусийити бойичә) иккинчи дәриҗигә чиқарсақ, $\frac{m^2}{n^2} = 2$.

$n \neq 0$ болғанлиқтин, мошу тәңликниң икки тәрипини n^2 ға көпәйтип $m^2 = 2 \cdot n^2$ тәңлигини алимиз. Ахирқи тәңликтин m санинiң 2 гә бөлүнидиғанлиғи, йәни жүп сан екәнлиги чиқиду. Демәк, m санини $m = 2 \cdot q$ түридә йезишқа болиду. m һәрипиниң орниға $2 \cdot q$ ипадисини қоюп, уни иккинчи дәриҗигә чиқарсақ, $4 \cdot q^2 = 2 \cdot n^2$ алимиз.

Тәңликниң икки тәрипини 2 гә бөлүмиз: $n^2 = 2 \cdot q^2$. Бу тәңликтин n сани жүп екәнлиги келип чиқиду. Демәк, n санини $n = 2 \cdot t$ түридә йезишқа болиду.

Шуниң билән $\frac{m}{n}$ кәсиридики m ниң орниға $2 \cdot q$ вә n ниң орниға $2 \cdot t$ ипадилирини қойсақ, $\frac{m}{n}$ қисқирайдиған кәсири чиқиду, бу $\frac{m}{n}$ кәсириниң қисқартилмайдиған кәсир екәнлигигә қарши. Шундақ қилип, квадрати 2 гә тәң рационал сан бар дегән жорушимизда биз қаримуқаршилиққа қәлдуқ. Демәк, квадрати 2 гә тәң рационал сан болмайду.

Теорема испатланди.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Квадрати 3 кә вә 5 кә тең рационал санларниң болмайдиғанлиғини өзәңлар испатлаңлар.

Жуқурида испатланған теорема $x^2 = 2$ тәңлимисиниң томури рационал сан әмәс екәнлигини көрситиду. $x^2 = 2$ тәңлимисиниң томури болидиған сан *иррационал санлар жиғиндисиға ятиду*, демәк у *иррационал сан*.

Демәк, иррационал санлар — рационал сан болмайдиған санлар.

Силәргә мәлум $\pi \approx 3{,}14$ сани — иррационал сан.

Һәрқандақ иррационал санни чәксиз периодлуқ әмәс онлуқ кәсир түридә йезишқа болиду.

Һәқиқий сан дегинимиз немә?

Барлиқ рационал вә иррационал санлар һәқиқий санлар жиғиндисини тәшкил қилиду.

Һәқиқий санлар жиғиндиси R һәрипи билән бәлгүлиниду. Рационал сан чәксиз периодлуқ онлуқ кәсир, иррационал сан чәксиз периодлуқ әмәс онлуқ кәсир түридә йезилиду. Демәк, һәқиқий санлар жиғиндиси чәксиз онлуқ кәсир туридә йезишқа болидиған санлардин тәркип тапқан (1,2-схемилар).

1-схема

Чәксиз онлуқ кәсирләр
- периодлуқ онлуқ кәсирләр
- периодлуқ әмәс онлуқ кәсирләр

2-схема

Һәқиқий санлар
- рационал санлар
- иррационал санлар

1. Һәрқандақ рационал санни қандақ йезишқа болиду?
2. Чәксиз онлуқ кәсириниң қайсиси рационал сан, қайсиси иррационал сан болиду?
3. Төвәндики хуласә һәқиқәт боламду?
   1) һәрқандақ рационал сан һәқиқий сан болиду;
   2) һәрқандақ иррационал сан һәқиқий сан болиду;
   3) һәрқандақ һәқиқий сан рационал сан болиду;
   4) һәрқандақ һәқиқий сан иррационал сан болиду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Көнүкмиләр

A

1.1. -22; $-13\frac{4}{23}$; 0; 1; 7; 11,23; $47\frac{3}{11}$; 1298 санлириниң ичидин

1) натурал; 2) пүтүн; 3) рационал санларни терип йезиңлар.

1.2. 1) $-2,(3)$; 2) $-5,0(6)$; 3) $-12,(124)$;

4) $4,21(31)$; 5) $123,40(103)$; 6) $888,(89)$

чәксиз периодлуқ онлуқ кәсирләрни аддий кәсир түридә йезиңлар.

1.3. 1) $-\frac{2}{25}$; 2) $-2\frac{12}{17}$; 3) $4\frac{3}{11}$; 4) $13\frac{23}{39}$; 5) $18\frac{5}{12}$; 6) $127\frac{12}{41}$

аддий кәсирләрни чәксиз периодлуқ онлуқ кәсир түридә йезиңлар.

1.4. Санларни селиштуруңлар:

1) 0,02305 вә 0,02315; 2) 0,375 вә $\frac{3}{8}$;

3) $-2,374$ вә $-2\frac{3}{7}$; 4) $\frac{11}{14}$ вә $\frac{15}{17}$;

5) $-43,3052$ вә $-43,30(52)$; 6) $3,(14)$ вә π;

7) $2,(53)$ вә 2,53; 8) $6\frac{1}{7}$ вә 6,144.

B

1.5. Әгәр икки санниң бири иррационал, иккинчиси рационал сан болса, у чағда уларниң қошундисиниң (айримисиниң) мәнаси рационал сан болуши мүмкүнму? Мисаллар кәлтүрүңлар.

1.6. a, b, c вә d рационал санлар. $a + d$; $b : c$; $b - c$; abc санлириму рационал санлар болидиғинини чүшәндүрүңлар.

C

1.7. Квадрати 1) 13; 2) 11; 3) 7 санлириға тән рационал санниң болмайдиғанлиғини испатлаңлар.

Тәкрарлаш

1.8. 1) $x^2 - 4a^2$; 2) $-15x^2 + 15$; 3) $\frac{a^2}{25} - \frac{c^2}{49}$

ипадилирини көпәйткүчләргә ажритиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1.9. 1) $\begin{cases} x + y = 6, \\ y = x^2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} -3x + y = 4, \\ y = x^3; \end{cases}$

3) $\begin{cases} y - 5x = -2, \\ y = x^3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x - 2y = 6, \\ y = -x^2 \end{cases}$

тәңлимиләр системисини графиклиқ усул билән йешиңлар.

1.10. 1) $\left(a - 1 + \frac{1}{1-a}\right) \cdot \frac{a^2 - a}{(2-a)^2} = \frac{a^2}{a-2}$;

2) $\left(\frac{x+y}{y} - \frac{x}{x+y}\right) : \left(\frac{x+y}{x} - \frac{y}{x+y}\right) = \frac{x}{y}$ тәңму-тәңликни испатлаңлар.

1.11. 23,46726; −59,43933; 0,06745; 52,50738 санлирини:

1) онлуқ үлүшкичә;
2) йүзлүк үлүшкичә;
3) миңлик үлүшкичә;
4) он миңлиқ үлүшкичә пүтүнләңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

1.12. Тәңлиминиң томурини тепиңлар:

1) $x^2 - 0{,}16 = 0$; 2) $x^2 + 10 = 0$;

3) $4x^2 - 25 = 0$; 4) $4x^2 - \frac{4}{9} = 0$.

1.13. Ипадиләрниң мәналири тәң боламду:

1) $(1{,}3)^2$ вә $(-1{,}3)^2$; 2) $(-3{,}4)^2$ вә $\left(3\frac{2}{5}\right)^2$;

3) $(0{,}(3))^2$ вә $\left(\frac{1}{3}\right)^2$; 4) $(1{,}(1))^2$ вә $\left(1\frac{1}{9}\right)^2$?

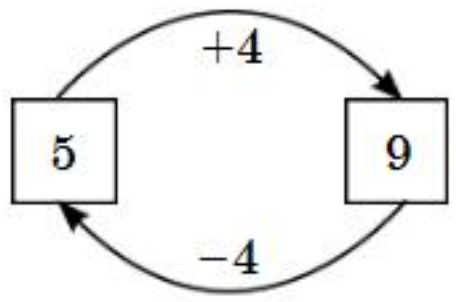
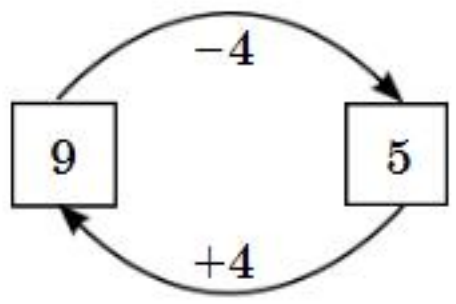
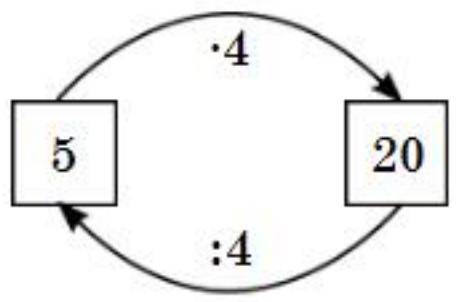
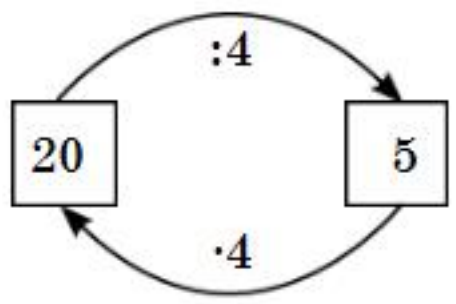
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§ 2. КВАДРАТ ТОМУР

Әкси әмәлни атаңлар (1-жәдвәл).

1-жәдвәл

Әмәл	Мисал	Әкси әмәл
Қошуш		
Елиш		
Көпәйтиш		
Бөлүш		

Дәриҗигә чиқириш әмәлигиму әкси әмәл бар. Уни *томурдин чиқириш* дәп атайду.

Иккинчи дәриҗигә чиқириш (санниң квадратини тепиш) әмәлигә әкси әмәл *квадрат томурдин чиқириш* дәп атилиду.

Квадрат томур вә арифметикилиқ квадрат томур дегинимиз немә? Уларниң қандақ айирмичилиғи бар?

а санинин квадрат томури дәп квадрати *а* ға тәң *x* санини ейтиду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Чүшәндүрүңлар

Немә үчүн $x^2 = 4$ тәңлимисиниң икки томури бар: 2 вә −2?

4 санинин иҗабий квадрат томурини *арифметикилиқ квадрат томур* дәп атап, *арифметикилиқ квадрат томур тамғиси* яки *квадрат радикал* дәп атилидиған $\sqrt{\ }$ (оқулуши: квадрат томур; $\sqrt{\ }$ бәлгүсини оқуғанда "арифметикилиқ" сөзини колланмайду) тамғиси билән бәлгүләйду. Шуниң үчүн $\sqrt{4} = 2$.

a санинин арифметикилиқ квадрат томури дәп квадрати a ға тәң сәлбий әмәс санни атайду.

Ениқлимидин: 1) $\sqrt{a} \geq 0$ вә 2) $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ чиқиду.

Әгәр $\sqrt{a}$ ниң мәнасини b һәрипи билән бәлгүлисәк, у чағда ениқлимидин a билән b сәлбий әмәс санлири үчүн төвәндики хуласини чиқиришқа болиду:

$\sqrt{a} = b$ тәңлиги $a = b^2$, $a \geq 0$ вә $b \geq 0$ болғанда орунлуқ болиду.

Чүшәндүрүңлар

Немә үчүн $\sqrt{49} = 7$; $\sqrt{400} = 20$; $\sqrt{0{,}16} = 0{,}4$; $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$?

a сани 1) 25; 2) 36; 3) 100; 4) 0; 5) $\frac{1}{4}$; 6) 0,25 болса, $\sqrt{a}$ ни тепиңлар.

Тәрипиниң узунлиғи a ға тәң квадратниң S мәйдани $S = a^2$ формулиси билән һесаплинидиғанлиғи мәлум. Мәйдани S қа тәң квадратниң тәрипи $a = \sqrt{S}$ формулиси билән һесаплиниду.

$a = \sqrt{S}$ тәңлиги *a сани S ниң квадрат томуриға тәң* дәп оқулиду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$x^2 = a$ тәңлимисини қараштурайли. Бу тәңлиминиң икки томури бар: $\sqrt{a}$ вә $-\sqrt{a}$. $x = \pm\sqrt{a}$ түридә йезилиду.

$x = \pm\sqrt{a}$ тәңлиги *x ниң мәнаси a ниң иҗабий вә сәлбий квадрат томуриға тән иҗабий вә сәлбий минус квадрат* томуриға тән дәп оқулиду.

$\sqrt{a}$ йезилишидики томур бәлгүсиниң ичидә турған *a* ипадиси *томур астидики ипадә* дәп атилиду.

Әгәр $\sqrt{a}$ ипадиси: 1) 3; 2) 6; 3) 10; 4) 0; 5) $\frac{1}{4}$; 6) 0,5 кә тән болса, у чағда *a* ниң мәнасини тепиңлар. *a* ниң мәнаси сәлбий болуши мүмкинму? Немә үчүн?

Томур астидики ипадиниң мәнаси сәлбий әмәс сан болуши мүмкин. Һәқиқәтән $a < 0$ болғанда, $\sqrt{a}$ ипадисиниң маһийити йоқ, сәвәви һәрқандақ санниң квадрати — сәлбий әмәс сан.

$\sqrt{a}$ ипадисиниң пәқәт $a \geq 0$ болғандила маһийити болиду.

Мәсилән, $\sqrt{-9}$; $\sqrt{-\frac{4}{25}}$; $\sqrt{-0,36}$ ипадилириниң маһийити йоқ.

Мисал. $\sqrt{a-2}$ ипадисидин *a* өзгәрмисиниң мүмкин мәналирини тапайли.

Йешилиши. Өзгәрминиң мүмкин мәналири дәп ипадиниң мәнаси болидиған өзгәрминиң мәналирини ейтиду. Квадрат томури бар ипадиниң пәқәт томур астидики сан сәлбий әмәс болған һаләттила маһийити бар, демәк $a - 2 \geq 0$. -2 ни тәңсизликниң оң тәрипигә чиқарсақ, $a \geq 2$ болиду. $a \geq 2$ тәңсизлигиниң йешими — $[2; +\infty)$.

Шуниң билән $\sqrt{a-2}$ ипадисидики *a* өзгәрмисиниң мүмкин мәналири $[2; +\infty)$ арилиғи болиду.

Жавави: $[2; +\infty)$.

Қарши жоруш усулини пайдилинип, немә үчүн 2 дин квадрат томур алғандачәклик онлуқ кәсирму, чәксиз периодлуқ онлуқ кәсирму чиқмайдиғинини чүшәндүрүңлар.

Әмәлий һесаплашларда квадрат томурниң тәхминән мәнасини тепишта мәхсус математикилиқ жәдвәлләр яки калькулятор қоллиниду.

Мисал. $\sqrt{57,1}$ ипадисиниң мәнасини тапайли.

Йешилиши. Калькуляторда 57,1 санини терип, $\sqrt{\ }$ бәлгүсини яки sqrt сөзи бар кнопкини бесип, 7, 556 454 194 925 0... санини алимиз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Чиққан санни һаҗәтликкә бағлиқ пүтүнләймиз.

7, 556 454 194 925 0... санини йүзлүк үлүшкичә пүтүнләп, $\sqrt{57,1} \approx 7,56$ санини алимиз.

Жавави: $\sqrt{57,1} \approx 7,56$.

1. Қандақ икки шәрт орунланғанда $\sqrt{a} = b$ тәңлиги орунлуқ?
2. x ниң қандақ мәналирида $\sqrt{x}$ ипадисиниң маһийити бар?

Көнүкмиләр

А

Төвәндики тәңликләр дурусму **(2.1—2.2)**:

2.1. 1) $\sqrt{81}=9$; 2) $\sqrt{0,64} = 0,8$; 3) $\sqrt{2\frac{1}{4}}=1\frac{1}{2}$; 4) $\sqrt{1\frac{24}{25}} = 1\frac{1}{5}$?

2.2. 1) $\sqrt{0,49} = 0,7$; 2) $\sqrt{0,0036} = 0,06$; 3) $\sqrt{6\frac{1}{4}} = 2\frac{1}{2}$; 4) $\sqrt{\frac{121}{25}} = 2\frac{1}{5}$?

2.3. Натурал санларниң квадратлириниң жәдвәлини пайдилинип, берилгән томурларниң мәналирини тепиңлар: $\sqrt{169}$; $\sqrt{196}$; $\sqrt{256}$; ; $\sqrt{361}$; $\sqrt{441}$; $\sqrt{529}$; $\sqrt{576}$; $\sqrt{625}$; $\sqrt{676}$; $\sqrt{1,21}$; $\sqrt{2,89}$.

2.4. Квадрат томуриниң ениқлимисини пайдилинип, төвәндә берилгән ипадиләрниң мәналирини тепиңлар:

1) $\sqrt{0,0001}$; 2) $\sqrt{(-12)^2}$; 3) $-\sqrt{(-27)\cdot(-3)}$; 4) $3\cdot\sqrt{2,25}+5$.

2.5. a | 2 болғанда, $\sqrt{(a-2)^2} = a - 2$ тәңлигиниң дурус екәнлигини чүшәндүрүңлар.

2.6. Берилгән сан қандақ икки қатар турған натурал саннің арисида орунлашқан:

1) $\sqrt{7}$; 2) $\sqrt{8}$; 3) $\sqrt{23}$; 4) $\sqrt{227}$; 5) $2+\sqrt{14}$?

2.7. 1) $\left(\sqrt{2,89}\right)^2$; 2) $\left(-\sqrt{2,89}\right)^2$; 3) $\left(-\sqrt{441}\right)^2$;

4) $0,5\left(-\sqrt{2,25}\right)^2$; 5) $\left(\sqrt{\frac{3}{4}}\right)^2\cdot 2^2$; 6) $\left(-\sqrt{5,76}\right) : 2^3$

ипадиләрниң мәналирини тепиңлар.

2.8. 1) $0,54 + 2(\sqrt{4,84})^2$; 2) $(3\sqrt{4,41})^2 - (-2)^3$;

3) $-0,2(\sqrt{12})^2 + 3,45$; 4) $-0,4 : \sqrt{4,84}\cdot 11$

ипадиләрниң мәналирини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2.9. Һесапланған:

1) $3\sqrt{7}\cdot(-\sqrt{7})$; 2) $(0,1\sqrt{30})^2+(-3\sqrt{5})^2$;

3) $-0,2\left(\sqrt{10}\right)^2+4,3$; 4) $\sqrt{3,61}+\sqrt{0,0121}$.

2.10. Микрокалькуляторни пайдилинип, берилгән тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $x^2=42$; 2) $14+y^2=25$; 3) $a^2=5,19$; 4) $x^2=0,0204$.

Жәвавини йүзлүк үлүшкичә пүтүнләңлар.

2.11. Квадрат томур еникликмисини пайдилинип, берилгән тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $20+x^2=56$; 2) $2y^2=50$;

3) $a^2-1=4,29$; 4) $b^2-3=1,84$.

B

2.12. 1) $\sqrt{-64}$; 2) $\left(-\sqrt{144}\right)^2$; 3) $\left(-\sqrt{-144}\right)^2$;

4) $\left(\sqrt{144}\right)^2-\sqrt{-25}$; 5) $\sqrt{\frac{(-2)^4}{25}}$ ипадиләрниң мәнаси барму?

x ниң қандақ мәналирида берилгән ипадиләрниң маһийити болиду: **(2.13—2.14)**:

2.13. 1) $\sqrt{3x}$; 2) $\sqrt{-3x}$; 3) $\sqrt{-x}$;

4) $\sqrt{x-5}$; 5) $\sqrt{x+9}$; 6) $\sqrt{7-x}$?

2.14. 1) $\sqrt{3-x}$; 2) $\sqrt{3-3x}$; 3) $\sqrt{-4x}$;

4) $\sqrt{x-3,5}$; 5) $\sqrt{3x+12}$; 6) $\sqrt{7-0,2x}$?

2.15. 1) $\sqrt{x}=11$; 2) $\sqrt{x}=1,1$; 3) $\sqrt{-x}=19$;

4) $2\sqrt{x}=0,4$; 5) $0,1\sqrt{x}=1$; 6) $\sqrt{2x}=-22$

тәңликлири x ниң қандақ мәналирида тоғра болиду?

C

Берилгән тәңликләрни тоғра тәңликкә айландуридиған a ниң мәналирини тепиңлар **(2.16—2.17)**:

2.16. 1) $4\sqrt{a}=8$; 2) $\sqrt{\frac{4}{25}}=-a$; 3) $\sqrt{3-a}=5$;

4) $\sqrt{a+4}=4$; 5) $\frac{3}{5}\cdot\left(-\sqrt{a}\right)^2=15$.

2.17. 1) $(a-3)^2=16$; 2) $(a+5)^2=36$;

3) $(a-1)^2=0,16$; 4) $(2a-3)^2=0,81$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Математика тарихидин мәлуматлар

Дәриҗигә чиқириш вә томур тепиш әмәллириму башқа төрт арифметикилиқ әмәлгә охшаш әмәлий һаҗәтликтин әкис әтти. Буниңдин 4000 жил бурун вавилонлуқ алимлар көпәйтиш вә әкси миқдарлар җәдвәллири билән қатар санларниң квадратлириниң җәдвәллирини вә санларниң квадрат томурлири җәдвәллирини түзгән. Шуниң билән биллә улар һәрқандақ пүтүн сандин тәхминән квадрат томур һесаплиған. XVI әсирдә алимлар, уларниң ичидә италия математиги Рафаэль Бомбелли вә Нидерланд математиги Симон Стевин дәсләп *иррационал сан* билән *рационал сан* чүшәнчисини бирдәк дәриҗидә қолланди.

Өмәр Һәйям XII әсирниң бешида Евклидниң "Башланмилар" әмгигини вә Евдокс қараштурған нисбәтләрниң умумий нәзәрийәсини тәтқиқ қилиш нәтиҗисидә, санларни һәқиқий иҗабий санларғичә кәңәйтиду.

Өмәр Һәйям (1048—1123)

Тәкрарлаш

2.18. a ниң қандақ мәналирида берилгән ипадә маһийәткә егә:

1) $\sqrt{2-a}$; 2) $\frac{2}{a-4}$; 3) $\sqrt{3a-13}$; 4) $\frac{a+3}{(a+2)(3-2a)}$?

2.19. 1) $\left(0{,}1y^{-3}\right)^{-2}\cdot\frac{(a^{-3}\cdot y^{4})^{3}}{(a^{-2})^{3}\cdot y^{18}}$; 2) $\frac{(a^{3}\cdot y^{-3})^{2}}{(a^{2})^{3}\cdot y^{8}}\cdot 4y^{4}a^{4}$; 3) $\frac{(5^{3}\cdot x^{4})^{-2}}{(5^{2})^{-2}\cdot x^{-10}}:\frac{5^{2}}{x^{-2}}\cdot 2^{3}$ ипадиләрни ихчамлаңлар.

2.20. Үч йезида 6 000 адәм туриду. Иккинчи йезида биринчисигә қариғанда икки һәссә артуқ, үчинчи йезида иккинчисидин 400 адәм аз туриду. Һәрбир йезида мошу үч йезиниң умумий санининг қанчә пайизи туриду?

2.21. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:

1) $\frac{x}{x-y}+\frac{3x}{x+y}-\frac{2xy}{x^{2}-y^{2}}=\frac{4x}{x+y}$; 2) $\left(\frac{x^{2}}{x^{2}-4}-\frac{x}{x-2}-\frac{2}{x+2}\right):\left(-\frac{4}{x^{2}-4}\right)=x-1$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

2.22. Ипадиләрниң мәналири тәң боламду: 1) $\sqrt{100}$ вә $\sqrt{4}\cdot\sqrt{25}$; 2) $\sqrt{3600}$ вә $\sqrt{144}$; 3) $\sqrt{169}$ вә $\frac{\sqrt{169}}{\sqrt{100}}$?

2.23. Ипадиниң мәнасини тепиңлар:

1) $\sqrt{25^{2}-24^{2}}$; 2) $\sqrt{25^{2}\cdot 16}$; 3) $\sqrt{\frac{225}{9}}$; 4) $\left(\sqrt{13^{2}}\right)^{2}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§3. АРИФМЕТИКИЛИҚ КВАДРАТ ТОМУРНИҢ ХУСУСИЙӘТЛИРИ

Арифметикилиқ томурниң қандақ хусусийәтлири бар?

Арифметикилиқ квадрат томурлири бар ипадиләрни түрләндүрүш жәриянида квадрат томурниң хусусийәтлири қоллинилиду.

1-теорема. *Сәлбий әмәс көпәйткүчләрниң көпәйтиндисиниң арифметикилиқ квадрат томури мошу көпәйткүчләрниң квадрат томурлириниң көпәйтиндисигә тең вә әксичә, сәлбий әмәс көпәйткүчләрниң квадрат томурлириниң көпәйтиндиси уларниң көпәйтиндисиниң квадрат томуриға тең.*

Әгәр $a \geq 0$ вә $b \geq 0$ болса, у чағда $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ вә әксичә $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

Испатлиниши: Әгәр 1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$ вә 2) $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab$ шәртлири орунланса, у чағда арифметикилиқ квадрат томур ениқлимиси бойичә $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ тәңлиги орунлуқ болиду.

1) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \geq 0$ шәрти орунлуқ, сәвәви $\sqrt{a} \geq 0$ вә $\sqrt{b} \geq 0$; 2) шәртниң орунлуқ болушини тәкшүрүш үчүн $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = ab$ тәңлигиниң сол тәрипини көпәйтиндини дәриҗигә чиқириш хусусийитини пайдилинип түрләндүримиз: $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2$.

Квадрат томурниң ениқлимиси бойичә $\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$ вә $(\sqrt{b})^2 = b$ болғанлиқтин, $(\sqrt{a} \cdot \sqrt{b})^2 = (\sqrt{a})^2 \cdot (\sqrt{b})^2 = ab$.

Әгәр $a \geq 0$ вә $b \geq 0$ болса, у чағда $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab}$ тәңлигиниң тоғра болидиғанлиғини тәкшүрүңлар.

Чүшәндүрүңлар

1. $\sqrt{9 \cdot 16}$ ипадисиниң мәнаси қандақ тепилиду?

Йешилиши. $\sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12$. *Жавави*: 12.

2. $\sqrt{6 \cdot 54}$ ипадисиниң мәнаси қандақ тепилиду?

Йешилиши. $\sqrt{6 \cdot 54} = \sqrt{6 \cdot 6 \cdot 9} = \sqrt{36 \cdot 9} = 6 \cdot 3 = 18$. *Жавави*: 18.

3. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$ ипадисиниң мәнаси қандақ тепилиду?

Йешилиши. $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{5 \cdot 20} = \sqrt{100} = 10$. *Жавави*: 10.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

a | 0, b | 0 вә c | 0 болғанда, $\sqrt{abc} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \cdot \sqrt{c}$ тәңлигиниң тоғра екәнлигини тәкшүрүңлар. Әгәр томур астидики сәлбий әмәс көпәйткүчләрниң сани үчтин көп болса, арифметикилиқ квадрат томурниң хусусийити орунлинамду?

2-теорема. *Сүрити сәлбий әмәс вә мәхриҗи иҗабий болидиған кәсирниң арифметикилиқ квадрат томури мошу кәсирниң сүрити билән мәхриҗиниң арифметикилиқ квадрат томурлириниң бөлүндисигә тән вә әксичә сүрити сәлбий әмәс вә мәхриҗи иҗабий болидиған арифметикилиқ квадрат томурларниң бөлүндиси сүрити сәлбий әмәс, мәхриҗи иҗабий болидиған кәсирниң арифметикилиқ квадрат томуриға тән.*

Әгәр a | 0 вә $b > 0$ болса, у чағда $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ вә әксичә $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$.

Испатлиниши: 1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ | 0 вә 2) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$ шәртлири орунланса, у чағда арифметикилиқ квадрат томурниң ениқлимиси бойичә $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ тәңлиги тоғра болиду.

Һәқиқәтән, 1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ | 0 шәрти орунлиниду, сәвәви $\sqrt{a}$ | 0 вә $\sqrt{b} > 0$; 2) шәртниң орунлинидиғинини тәкшүрүш үчүн $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{a}{b}$ тәңлигиниң сол тәрипини "кәсирни дәриҗигә чиқириш үчүн униң сүритиниму, мәхриҗиниму мошу дәриҗигә чиқириду" дегән дәриҗиниң хусусийитини пайдилинип, түрләндүримиз: $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2}$. Квадрат томурниң ениқлимиси бойичә $(\sqrt{a})^2 = a$ вә $(\sqrt{b})^2 = b$ болғанлиқтин, $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2 = \frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2} = \frac{a}{b}$. ■

a | 0, $b > 0$ болғанда, $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ тәңлигиниң тоғра екәнлигини тәкшүрүңлар.

Чүшәндүрүңлар

1. $\sqrt{4\frac{29}{49}}$ томурниң мәнаси қандақ тепилиду?

Йешилиши. $\sqrt{4\frac{29}{49}} = \sqrt{\frac{225}{49}} = \frac{15}{7} = 2\frac{1}{7}$.

Жавави: $2\frac{1}{7}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2. $\frac{\sqrt{85}}{\sqrt{5}}$ кәсирниң мәнаси қандақ тепилиду?

Йешилиши. $\frac{\sqrt{85}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{85}{5}} = \sqrt{17}$. *Жавави*: $\sqrt{17}$.

3. $\sqrt{13^2 - 12^2}$ ипадисиниң мәнаси қандақ тепилиду?

Йешилиши. $\sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{(13 - 12)(13 + 12)} = \sqrt{25} = 5$.

Жавави: 5.

$a \geq 0$ болғанда, $\sqrt{a^{2n}} = a^n$ тәңлигиниң тоғра екәнлигини тәкшүрүңлар.

Чүшәндүрүңлар

1. $\sqrt{2^6} \cdot \sqrt{3^4} \cdot \sqrt{17^2}$ ипадисиниң мәнаси қандақ тепилиду?

Йешилиши.

$\sqrt{2^6} \cdot \sqrt{3^4} \cdot \sqrt{17^2} = \sqrt{(2^3)^2} \cdot \sqrt{(3^2)^2} \cdot \sqrt{17^2} = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 17 = 1224$.

Жавави: 1224.

2. Калькулятор вә математикилиқ жәдвәлни пайдиланмай, $\sqrt{1920996}$ әмәлиниң орунлинидиғанлиғини чүшәндүрүңлар.

Йешилиши. $\sqrt{1920996} = \sqrt{2^2 \cdot 3^4 \cdot 7^2 \cdot 11^2} = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 \cdot 11 = 1386$.

Жавави: 1386.

1) $\sqrt{3^2} = 3$ вә $\sqrt{(-3)^2} = 3$; 2) $\sqrt{4^2} = 4$ вә $\sqrt{(-4)^2} = 4$;

3) $\sqrt{5^2} = 5$ вә $\sqrt{(-5)^2} = 5$ тәңликлириниң һәқиқәт болидиғанлиғини тәкшүрүңлар.

3-теорема. *Һәрқандақ x сани үчүн $\sqrt{x^2} = |x|$ тәңлиги тоғра.*

Испатлиниши: $\sqrt{x^2} = |x|$ сол тәрипини түрләндүримиз. Икки түрлүк һаләтни қараштуримиз:

1) $x \geq 0$ болса, арифметикилиқ квадрат томуриниң ениқлимиси бойичә $\sqrt{x^2} = x$;

2) $x < 0$ болса, арифметикилиқ квадрат томуриниң ениқлимиси бойичә $\sqrt{x^2} = -x$, демәк $x < 0$ болғанлиқтин, $-x > 0$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$\sqrt{x^2} = x$ тәңлигиниң оң тәрипини түрләндүрәйли.

Икки һаләтни қараштуримиз:

1) $x \geq 0$ болса, санниң модулиниң ениқлимиси бойичә $|x| = x$.

2) $x < 0$ болса, санниң модулиниң ениқлимиси бойичә $|x| = -x$.

Демәк, x өзгәрмисиниң һәрқандақ мәнаси үчүн $\sqrt{x^2}$ ипадисиниң мәнасиға мувапиқ болиду $|x|$. Тәңлик испатланди.

Чүшәндүрүңлар

а) $\sqrt{y^4}$; ә) $\sqrt{x^6}$, ипадилириниң $x < 0$ болғанда қандақ ихчамланғанлиғини чүшәндүриңлар.

Йешилиши. а) $\sqrt{y^4} = \sqrt{(y^2)^2} = |y^2| = y^2$;

ә) $\sqrt{x^6} = \sqrt{(x^3)^2} = |x^3| = -x^3$.

Жавави: а) y^2; ә) $-x^3$.

1. $\sqrt{a^{2n}} = a^n$ тәңлиги һәрқачан һәқиқәт боламду?
2. $\sqrt{a^{2n}} = a^n$ тәңлигидики a сани қандақ һаләттә сәлбий болуши мүмкин?
3. a ниң қандақ мәналирида $\sqrt{a^2} = -a$ тәңлиги тоғра?

Көнүкмиләр

А

3.1. 1) $\sqrt{36 \cdot 49}$; 2) $\sqrt{64 \cdot 225}$; 3) $\sqrt{0,25 \cdot 196}$;

4) $\sqrt{\frac{16}{121}}$; 5) $\sqrt{1\frac{11}{25} \cdot \frac{100}{49}}$; 6) $\sqrt{2\frac{7}{81}}$;

7) $\sqrt{5\frac{1}{16}}$; 8) $\sqrt{144 \cdot 625}$; 9) $\sqrt{1,96 \cdot 8,41}$;

10) $\sqrt{4,84 \cdot 6,25}$ томурларниң мәнасини тепиңлар.

3.2. 1) $\sqrt{16 \cdot 0,25 \cdot 121}$; 2) $\sqrt{1,96 \cdot 0,01 \cdot 400}$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

B

3.21. 1) $\sqrt{-x} = 7$; 2) $-\sqrt{x} = 2{,}8$; 3) $\sqrt{-2x} + 8 = 0$; 4) $\sqrt{0{,}2x} - 1{,}2 = 0$ теңликлирини тоғра теңликкә айландуридиған x өзгәрмисиниң мәналири барму?

3.22. 1) $7x$, x | 0; 2) $\sqrt{-2x - 4}$, $x > 0$;

3) $\sqrt{-12x + 3}$, $x < 0$; 4) $-0{,}01\sqrt{5x + 2{,}34}$, $x > 0$

ипадилириниң маһийити боламду?

3.23. a өзгәрмисиниң қандақ мәналирида берилгән ипадиләрниң маһийити болиду:

1) $\sqrt{3a} + \sqrt{-4a}$; 2) $2 - \sqrt{a^2 + 3}$; 3) $\sqrt{\frac{a}{|a|}} - 7$; 4) $\sqrt{-a^4 - 0{,}02}$?

C

3.24. x өзгәрмисиниң қандақ мәналирида берилгән ипадиләрниң маһийити болиду:

1) $\sqrt{|x|} - 3$; 2) $\sqrt{-|x + 5|} - 9$; 3) $\sqrt{\frac{x^2}{x - 4}}$;

4) $\sqrt{\frac{5 - x}{|x|}}$; 5) $\sqrt{\frac{x + 7}{|x - 2|}}$; 6) $\sqrt{\frac{2x-3}{(x-3)^2}}$?

3.25. Ипадиләрни ихчамлаңлар:

1) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{75}} + \sqrt{0{,}64}$; 2) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{125}} + \sqrt{0{,}0484}$; 3) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{96}} - \sqrt{256}$; 4) $-\frac{\sqrt{648}}{\sqrt{12}} + \sqrt{0{,}0081}$

3.26. 1) а) $x > 4$; ә) $x < 4$ болғанда, $(x - 4) \cdot \sqrt{x^2 - 8x + 16}$ ипадисини ихчамлаңлар.

2) а) $x > -1$; ә) $x < -1$ болғанда, $(x + 1) \cdot \frac{1}{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}$ ипадисини ихчамлаңлар.

3.27. Ипадиләрниң мәнасини тепиңлар:

1) $\sqrt{\sqrt{625}}$; 2) $\sqrt{\sqrt{0{,}1296}}$; 3) $6\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^4$; 4) $2\left(-\sqrt{\frac{7}{12}}\right)^2$.

3.28. Төвәндики ипадиләрниң мәнасини тепиңлар:

1) $(\sqrt{45} - \sqrt{5})^2$; 2) $(\sqrt{12} - \sqrt{3})^2$;

3) $(\sqrt{77} - \sqrt{15}) \cdot (\sqrt{77} + \sqrt{15})$; 4) $(\sqrt{6} - \sqrt{24})^2 - \sqrt{0{,}0121}$.

3.29. 1) $x = 3$; 2) $x = -3$; 3) x | 0; 4) x m 0 болғанда, $x\sqrt{6} = \sqrt{6x^2}$ теңлиги тоғра боламду?

3.30. 1) $x = 4$; 2) $x = -5$; 3) x | 0; 4) x m 0 болғанда, $x\sqrt{6} = -\sqrt{6x^2}$ теңлиги тоғра боламду?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3.31. Иҗабий көпәйткүчни томур бәлгүсиниң ичигә киргүзүңлар:

1) $4 \cdot \sqrt{2a}$; 2) $-3 \cdot \sqrt{0,1a}$; 3) $-\frac{1}{3} \cdot \sqrt{0,9a}$;

4) $-0,1 \cdot \sqrt{10a}$; 5) $-a \cdot \sqrt{-3a}$; 6) $2a \cdot \sqrt{-3a}$.

3.32. Ипадиләрни ихчамлаңлар:

1) $\sqrt{(x-3)^2} + 3,\ x < 3$; 2) $\sqrt{(x-7)^2} - 7,\ x \mid 7$;

3) $\sqrt{(x+0,7)^2},\ x < -0,7$; 4) $\sqrt{(x+7,5)^2} + \sqrt{x^2},\ x < -7,5$.

Тәкрарлаш

3.33. $x = -4;\ -3;\ -2,7;\ -1,23;\ 0;\ 3;\ 7;\ 9;\ 10,4;\ 12,75;\ 13\frac{3}{7}$ болғанда, $x + \sqrt{x^2}$ ипадисиниң мәнасини тепиңлар.

3.34. Төвәндики ипадиләрни ихчамлаңлар:

1) $4y^2 \cdot \frac{1}{32} \cdot y^4$; 2) $5(2y^2)^3$; 3) $2\frac{1}{2}y^5 : (5y^2)^2$; 4) $0,4y^3 : (3\frac{1}{5}y^3)^2$.

3.35. Иҗабий көпәйткүчни томур бәлгүсиниң ичигә киргүзүңлар:

1) $3\sqrt{6}$; 2) $-2\sqrt{14}$; 3) $-0,3\sqrt{2,6x}$; 4) $2,5\sqrt{-0,2a}$.

3.36. 1) $\left(\frac{5}{y+1} - \frac{3}{y-1} + \frac{6}{y^2-1}\right) \cdot \frac{y+1}{2}$; 2) $\left(\frac{y+5}{y^2-5y} - \frac{y+10}{y^2-25}\right) \cdot \frac{y^3-25y}{5}$

ипадилириниң мәнаси y ниң барлық мүмкин мәналирида y қа бағлинишлық болмайдиғинини испатлаңлар.

3.37. Тик төртбулуңлуқ шәклидики йәр өлчиминиң бир тәрипи иккинчи тәрипиниң 75% ни тәшкил қилиду. Әгәр мәйдани 12 м^2 болса, униң тәрәплири билән периметрини тепиңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

3.38. Тәңликниң дурусилиғини тәкшүрүңлар:

1) $\sqrt{2 \cdot 25n^2} = 5|n|\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{75p^2} = 5p \cdot \sqrt{3}$; 3) $\sqrt{2 \cdot 25 \cdot a^2} = -5a\sqrt{2}$.

3.39. Көпәзалиқни көпәйткүчләргә ажритиңлар:

1) $p^2 - 5$; 2) $2x^2 - 9$; 3) $3y^2 - 7$.

3.40. Ипадиләрниң мәналири тәңму:

1) $\sqrt{72}$ вә $6\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{288}$ вә $12\sqrt{2}$;

3) $\sqrt{2a^2}$ вә $a\sqrt{2}$; 4) $\sqrt{12a^4}$ вә $2a^2\sqrt{3}$?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§4. ТӘРКИВИДӘ КВАДРАТ ТОМУРЛИРИ БАР ИПАДИЛӘРНИ ТӘҢМУ-ТӘҢ ТҮРЛӘНДҮРҮШ

Квадрат томури бар ипадиләрни ихчамлаш қандақ орунлиниду?

Тәркивидә арифметикилиқ томури бар вә өзгәрмилири сәлбий әмәс, ипадиләрни түрләндүрүшни қараштуримиз.

Чүшәндүрүңлар

а) $\sqrt{x^4y^6}$; ә) $\sqrt{\frac{25a^6}{121b^{10}}}$ ипадисини ихчамлайли.

Йешилиши. а) $\sqrt{x^4y^6}=\sqrt{(x^2)^2}\cdot\sqrt{(y^3)^2}=x^2\cdot|y|^3$;

ә) $\sqrt{\frac{25a^6}{121b^{10}}}=\frac{\sqrt{(5a^3)^2}}{\sqrt{(11b^5)^2}}=\frac{5|a|^3}{11|b|^5}$. *Жавави:* а) $x^2|y|^3$; ә) $\frac{5|a|^3}{11|b|^5}$.

Көпәйткүчни квадрат томур бәлгүсиниң алдиға қандақ чиқиришқа болиду?

Мәсилән, $\sqrt{72a}$ ипадисини түрләндүрүш керәк. 72 санидин тоғра томур hесапланмайду. Шуниң үчүн 72 санини бир көпәйткүчи санниң квадрати болидиғандәк көпәйтиндигә ажритимиз: $72=36\cdot2$.

Әнди көпәйтиндидин томур чиқириш хусусийитини қоллансақ,

$$\sqrt{72a}=\sqrt{36\cdot2a}=\sqrt{36}\cdot\sqrt{2a}=6\sqrt{2a}.$$

Мундақ түрләндүрүшни *көпәйткүчни томур бәлгүсиниң алдиға чиқириш* дәп атайду.

Чүшәндүрүңлар

Көпәйткүчни арифметикилиқ квадрат томур бәлгүсиниң алдиға чиқирайли: а) $\sqrt{144m}$; ә) $\sqrt{50n^2}$; б) $\sqrt{49m^3n^5}$.

Йешилиши. а) $\sqrt{144m}=\sqrt{144}\cdot\sqrt{m}=12\sqrt{m}$;

ә) $\sqrt{50n^2}=\sqrt{2\cdot25\cdot n^2}=\sqrt{2}\cdot\sqrt{25}\cdot\sqrt{n^2}=5|n|\sqrt{2}$;

б) $\sqrt{49m^3n^5}=\sqrt{49}\sqrt{m^2\cdot m}\cdot\sqrt{n^4\cdot n}=7|m|\sqrt{m}\cdot n^2\cdot\sqrt{n}=7|m|n^2\sqrt{mn}$.

Жавави: а) $12\sqrt{m}$; ә) $5|n|\sqrt{2}$; б) $7|m|n^2\sqrt{mn}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Көпәйткүчни квадрат томур бәлгүсиниң ичигә қандақ киргүзүшкә болиду?

Мәсилән, $4\sqrt{3}$ ипадисидә 4 санини томур бәлгүсиниң ичигә киргүзәйли. Униң үчүн $\sqrt{16} = 4$ тәңлигини пайдилинип, берилгән ипадидики 4 санининиң орниға $\sqrt{16}$ қоюп, арифметикилиқ квадрат томурниң хусусийитини қоллинимиз. Шу чағда $4\sqrt{3} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{48}$.

Мундақ түрләндүрүш *көпәйткүчни томур бәлгүсиниң ичигә киргүзүш* дәп атилиду.

Чүшәндүрүңлар

а) $3\sqrt{2}$; ә) $\frac{1}{3}\sqrt{5}$ ипадисидики томурниң алдида турған санни квадрат томур бәлгүсиниң ичигә киргүзүш қандақ орунланған?

Йешилиши. а) $3\sqrt{2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} =$ ▭ ;

ә) $\frac{1}{3}\sqrt{5} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{9}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{1}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}}$.

Жавави: а) $\sqrt{18}$; ә) $\sqrt{\frac{5}{9}}$.

Көпәйткүчни томур бәлгүсиниң ичигә киргүзүш иррационал санларни селиштурушта қоллиниду. Мәсилән, $5\sqrt{3}$ вә $3\sqrt{5}$ санлирини селиштурайли. Униң үчүн һәрбир ипадидики көпәйткүчни томур бәлгүсиниң ичигә киргүзимиз.

$5\sqrt{3} = \sqrt{5^2 \cdot 3} = \sqrt{75}$ вә $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2 \cdot 5} = \sqrt{45}$. $75 > 45$ болғанлиқтин, $\sqrt{75} > \sqrt{45}$. Демек, $5\sqrt{3} > 3\sqrt{5}$.

Квадрат томури бар ипадиләрни қандақ түрләндүрүшкә болиду?

Квадрат томури бар ипадиләрни түрләндүрүштә қисқичә көпәйтиш формулилирини қоллинишни қараштурайли.

Чүшәндүрүңлар

Әмәлләр қандақ орунланған?

а) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y})$; ә) $(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2$.

Йешилиши. а) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})(\sqrt{x} - \sqrt{y}) = (\sqrt{x})^2 - (\sqrt{y})^2 = x - y$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Әнди квадрат томури бар ипадиләрни көпәйткүчләргә ажритишқа мисал кәлтүрәйли.

Мисал. а) $9m + 30\sqrt{mn} + 25n$ ($m \geq 0$, $n \geq 0$); ә) $1 - m\sqrt{m}$ ($m \geq 0$) ипадилирини көпәйткүчләргә ажритайли.

Йешилиши. а) $9m + 30\sqrt{mn} + 25n = \left(3\sqrt{m}\right)^2 + 2 \cdot 3\sqrt{m} \cdot 5\sqrt{n} + \left(5\sqrt{n}\right)^2 =$
$= \left(3\sqrt{m} + 5\sqrt{n}\right)^2$;

ә) $1 - m\sqrt{m} = 1 - \left(\sqrt{m}\right)^2\sqrt{m} = 1 - \left(\sqrt{m}\right)^3 = 1^3 - \left(\sqrt{m}\right)^3 =$
$= (1 - \sqrt{m})(1 + \sqrt{m} + m)$.

Жавави: а) $(3\sqrt{m} + 5\sqrt{n})^2$; ә) $\left(1 - \sqrt{m}\right)\left(1 + \sqrt{m} + m\right)$.

Чүшәндүрүңлар

$x > 0$ вә $y > 0$ болғанда, а) $\frac{x^2 - 5}{x + \sqrt{5}}$; ә) $\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x - y}$ кәсирлири қандақ қисқартилған?

Йешилиши. а) $\frac{x^2 - 5}{x + \sqrt{5}} = \frac{x^2 - \left(\sqrt{5}\right)^2}{x + \sqrt{5}} = \frac{\left(x - \sqrt{5}\right)\left(x + \sqrt{5}\right)}{x + \sqrt{5}} = x - \sqrt{5}$;

ә) $\frac{x + 2\sqrt{xy} + y}{x - y} = \frac{\left(\sqrt{x}\right)^2 + 2\sqrt{xy} + \left(\sqrt{y}\right)^2}{\left(\sqrt{x}\right)^2 - \left(\sqrt{y}\right)^2} = \frac{\left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)^2}{\left(\sqrt{x} - \sqrt{y}\right) \cdot \left(\sqrt{x} + \sqrt{y}\right)} = \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$.

Жавави: а) $x - \sqrt{5}$; ә) $\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}$.

Кәсирниң мәхриҗини иррационаллиқтин қандақ қутулдурушқа болиду?

Әгәр кәсирниң мәхриҗидә (сүритидә) арифметикилиқ томур болса, *мәхриҗидә (сүритидә) иррационаллиқ бар* дәп ейтилиду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Мәсилән, $\frac{3}{\sqrt{2}}$; $-\frac{7a}{\sqrt{7-ab}}$; $\frac{6\sqrt{a}}{7\sqrt{bc}}$ кәсирлириниң мәхриҗилиридә иррационалликлар бар.

$\frac{2-\sqrt{7}}{2+\sqrt{7}}$; $\frac{\sqrt{43}+24}{\sqrt{43}}$; $\frac{9-4\sqrt{5}}{5}$; $\frac{6}{\sqrt{6}}$ кәсирлириниң арисидин а) сүритидә; ә) мәхриҗидә иррационаллиқ бар кәсирләрни терип йезиңлар.

Кәсирниң мәхриҗини (сүритини) иррационалликтин қутулдуруш дәп — мәхриҗидә (сүритидә) арифметикилиқ квадрат томур бәлгүси болмайдиған кәсиргә кәлтүрүшни ейтиду.

Чүшәндүрүңлар

Кәсирниң мәхриҗини иррационалликтин қутулдуруш қандақ орунланған: $\frac{3}{\sqrt{2}}$?

Йешилиши. $\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Жавави: $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Бәзи hаләтләрдә кәсирниң мәхриҗини иррационалликтин қутулдуруш үчүн "қошма ипадисигә" көпәйтимиз.

$\sqrt{a}+\sqrt{b}$ вә $\sqrt{a}-\sqrt{b}$ — *қошма ипадиләр.*

Мәсилән, $\frac{4}{\sqrt{11}-\sqrt{7}}$ кәсирини мәхриҗидики иррационалликтин қутулдурайли. Шуниң үчүн кәсирниң сүрити билән мәхриҗини $\sqrt{11}+\sqrt{7}$ ипадисигә көпәйтимиз: $\frac{4}{\sqrt{11}-\sqrt{7}} = \frac{4\cdot(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{(\sqrt{11}-\sqrt{7})(\sqrt{11}+\sqrt{7})} = \frac{4\cdot(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{(\sqrt{11})^2-(\sqrt{7})^2} =$

$= \frac{4\cdot(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{11-7} = \frac{4(\sqrt{11}+\sqrt{7})}{4} = \sqrt{11}+\sqrt{7}$.

Мисал. $\left(\frac{1}{m+m\sqrt{n}}+\frac{1}{m-m\sqrt{n}}\right)\cdot\frac{n-1}{2}$ ипадисини ихчамлайли.

Йешилиши. Алди билән кәсирниң мәхриҗидики умумий көпәйткүч m *ни* тирнақ сиртиға чиқиримиз:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$$\left(\frac{1}{m+m\sqrt{n}}+\frac{1}{m-m\sqrt{n}}\right)\cdot\frac{n-1}{2}=\left(\frac{1}{m\left(1+\sqrt{n}\right)}+\frac{1}{m\left(1-\sqrt{n}\right)}\right)\cdot\frac{n-1}{2}.$$

Чиққан кәсирни умумий мәхрәҗгә кәлтүримиз:

$$\left(\frac{1}{m(1+\sqrt{n})}+\frac{1}{m(1-\sqrt{n})}\right)\cdot\frac{n-1}{2}=\left(\frac{1-\sqrt{n}}{m(1+\sqrt{n})(1-\sqrt{n})}+\frac{1+\sqrt{n}}{m(1-\sqrt{n})(1+\sqrt{n})}\right)\cdot\frac{n-1}{2}.$$

Әнди кәсирләрни қошумиз:

$$\left(\frac{1-\sqrt{n}}{m(1+\sqrt{n})(1-\sqrt{n})}+\frac{1+\sqrt{n}}{m(1-\sqrt{n})(1+\sqrt{n})}\right)\cdot\frac{n-1}{2}=\left(\frac{1-\sqrt{n}+1+\sqrt{n}}{m(1+\sqrt{n})(1-\sqrt{n})}\right)\cdot\frac{n-1}{2}.$$

Кәсирниң сүритидики охшаш қошулғучларни бириктүрүп, мәхриҗигә квадратларниң айримиси формулисини пайдилинимиз:

$$\left(\frac{1-\sqrt{n}+1+\sqrt{n}}{m\left(1+\sqrt{n}\right)\left(1-\sqrt{n}\right)}\right)\cdot\frac{n-1}{2}=\frac{2}{m(1-n)}\cdot\frac{n-1}{2}.$$

Кәсирләрни көпәйтип, қисқартишни орунлаймиз:

$$\frac{2}{m(1-n)}\cdot\frac{n-1}{2}=\frac{2\cdot(n-1)}{m(1-n)\cdot 2}=-\frac{1}{m}.$$

Жавави: $-\frac{1}{m}$.

Мисал. $\sqrt{13+4\sqrt{3}}+\sqrt{13-4\sqrt{3}}$ ипадисини ихчамлайли.

Йешилиши: Қисқичә көпәйтиш формулисини пайдилинип түрләндүримиз:

$13+4\sqrt{3}=\left(2\sqrt{3}\right)^2+2\cdot 2\sqrt{3}\cdot 1+1^2=(2\sqrt{3}+1)^2.$

$13-4\sqrt{3}=\left(2\sqrt{3}\right)^2-2\cdot 2\sqrt{3}\cdot 1+1^2=(2\sqrt{3}-1)^2.$ Су чағда

$\sqrt{13+4\sqrt{3}}+\sqrt{13-4\sqrt{3}}=\sqrt{\left(2\sqrt{3}+1\right)^2}+\sqrt{\left(2\sqrt{3}-1\right)^2}=|2\sqrt{3}+1|+$

$+|2\sqrt{3}-1|=2\sqrt{3}+1+2\sqrt{3}-1=4\sqrt{3}.$

Жавави: $4\sqrt{3}$.

1. Умумий көпәйткүчни томур бәлгүсиниң алдиға чиқириш арифметикилиқ квадрат томурниң қандақ хусусийитигә асасланған? Мисал кәлтүрүңлар.
2. Умумий көпәйткүчни томур бәлгүсиниң ичигә киргүзүш арифметикилиқ квадрат томурниң қандақ хусусийитигә асасланған? Мисал кәлтүрүңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Көнүкмиләр

А

4.1. 1) $\sqrt{a^2}$; 2) $\sqrt{0{,}0121c^2}$, $c \geq 0$;

3) $\sqrt{0{,}0256c^2}$, $c \leq 0$; 4) $-5\sqrt{0{,}36x^2}$, $x < 0$

ипадилирини тәңму-тәңлик билән алмаштуруңлар.

4.2. 1) $\sqrt{49a^2}$; 2) $a < 0$ болса, $\sqrt{75a^2}$;

3) $y < 0$ болса, $\sqrt{1{,}21y^2}$; 4) $c < 0$ болса, $-2 \cdot \sqrt{\frac{c^2}{1{,}44}} + 2|c|$

ипадилирини ихчамлаңлар.

4.3. Һесапланлар:

1) $\sqrt{(-3)^6}$; 2) $\sqrt{2^2 \cdot (-8)^2}$; 3) $-3\sqrt{(-12)^4}$; 4) $-\sqrt{5^2 \cdot 14^4}$.

4.4. Ипадиләрниң мәналирини селиштуруңлар.

1) $2\sqrt{3}$ вә $3\sqrt{2}$; 2) $2\sqrt{5}$ вә $3\sqrt{2}$;

3) $\sqrt{23}$ вә $2\sqrt{6}$; 4) [illegible] вә $13\sqrt{\frac{2}{3}}$.

4.5. Кемийиш тәртиви бойичә йезиңлар 1) $2\sqrt{14}$, $5\sqrt{3}$, $3\sqrt{7}$, $7\sqrt{2}$, $\sqrt{73}$; 2) $3\sqrt{8}$, $\sqrt{79}$, $2\sqrt{22}$, $4\sqrt{5}$, $5\sqrt{5}$.

Әмәлләрни орунлаңлар **(4.6—4.8)**:

4.6. 1) $\sqrt{3} \cdot \left(2\sqrt{27} - \sqrt{12}\right) - \sqrt{75}$; 2) $\sqrt{75} - 2\sqrt{3} \cdot \left(3 - 6\sqrt{12}\right) + 14$;

3) $\left(3\sqrt{5} - \sqrt{8}\right) \cdot \left(\sqrt{8} + 3\sqrt{5}\right) + \sqrt{48}$; 4) $\left(5\sqrt{5} - \sqrt{12}\right) \cdot \left(2 - \sqrt{5}\right) + 7\sqrt{3}$.

4.7. 1) $(x + \sqrt{y})(x + \sqrt{y})$; 2) $(\sqrt{x} + \sqrt{xy})^2$;

3) $(3\sqrt{6} - 2\sqrt{3})^2$; 4) $(4\sqrt{5} - 7\sqrt{5})^2$.

4.8. 1) $\left(\sqrt{15} + 3\sqrt{5}\right)^2 - 30\sqrt{3}$; 2) $\left(\sqrt{4 - \sqrt{7}} + \sqrt{\sqrt{7} + 4}\right)^2$;

3) $\left(\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}\right)^2$; 4) $\left(\sqrt{6 + \sqrt{11}} - \sqrt{6 - \sqrt{11}}\right)^2$.

Ипадиләрни түрләндүруңлар:

4.9. 1) $(2 - \sqrt{a})(2 + \sqrt{a}) - 4$; 2) $(3 - \sqrt{2a})(3 + \sqrt{2a}) + 4a$;

3) $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{a})(2\sqrt{3} + 3\sqrt{a})$; 4) $(2\sqrt{7} - \sqrt{7a})(2\sqrt{7} + \sqrt{7a})$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4.29. 1) $\sqrt{17 - 4\sqrt{9 + 4\sqrt{5}}}$; 2) $\sqrt{\sqrt{28 - 16\sqrt{3}}}$; 3) $\sqrt{\sqrt{17 + \sqrt{288}}}$;

4) $a \mid 2$ болғанда, $\sqrt{a - 2\sqrt{a - 1}}$ ипадисини ихчамлаңлар.

4.30. Ипадиләрни ихчамлаңлар:

1) ;

2) $\left(\frac{a^2}{2} - \frac{a}{\sqrt{2}} + 1\right) \cdot \left(\frac{a^2}{2} + \frac{a}{\sqrt{2}} + 1\right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{a^4 + 2a^2 + 4}$;

3) $\frac{x + 2\sqrt{3}}{3x - 3\sqrt{3}} - \frac{3y - x}{2x - 2y} + \frac{x^2 - y\sqrt{3}}{x^2 - xy + y\sqrt{3} - x\sqrt{3}}$;

4) $\left(\frac{\sqrt{c}}{\sqrt{c} + \sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{c} - \sqrt{a}} + \frac{2\sqrt{ac}}{c - a}\right) \cdot \left(\sqrt{c} - \frac{\sqrt{ac} + a}{\sqrt{c} + \sqrt{a}}\right)$.

4.31. 1) $a = 1 + \sqrt{3}$ болғанда, $a^2 - 2a - 1$;

2) $a = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}$ болғанда, $a^2 - 3a - 2$;

3) $a = 2 - \sqrt{11}$ болғанда, $a^2 - 4a - 6$;

4) $a = \frac{5 + \sqrt{3}}{2}$ болғанда, $a^2 - 5a + 3$ ипадилириниң мәнасини тепиңлар.

4.32. Ихчамлаңлар:

1) $\frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{-x}} + \sqrt{-y}$; 2) $\frac{x + \sqrt{yx}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} - 2\sqrt{x}$; 3) $\frac{\sqrt{ac} - c}{\sqrt{-c}} - \sqrt{a}$; 4) $\frac{a - c}{\sqrt{-a} - \sqrt{-c}}$.

Тәкрарлаш

4.33. Ипадиләрни ихчамлаңлар:

1) $\sqrt{\frac{36}{49 \cdot 144}}$; 2) $\sqrt{\frac{121 \cdot 256}{25 \cdot 676}}$; 3) $x \mid 0$ болғанда, $\sqrt{\frac{169x^6}{81y^8}}$;

4) $x \mid 0$ болғанда, $\sqrt{\frac{441a^8}{196x^{30}}}$.

4.34. $\frac{x + 3y}{y} = 4$ болса, у чағда

1) $\frac{3x + 5y}{3x - 2y}$; 2) $\frac{7x - 2y}{3y - 4x}$; 3) $\frac{x^2 - 9xy + 3y^2}{x^2 + y^2}$; 4) $\frac{2x^2 - 3y^2}{y^2 + 2xy - x^2}$

ипадилириниң мәнасини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4.35. Тәңму-тәңликләрни испатлаңлар:

1) $\frac{x^3}{x^2-4} - \frac{2}{x+2} - \frac{x}{x-2} - x = -1;$

2) $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)\cdot(x+2)} + \frac{1}{(x+2)\cdot(x+3)} = \frac{3}{x(x+3)}.$

4.36. Тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $9x^2 = 25;$ 2) $(2y-1)^2 = 8;$

3) $x^2 - 10x + 25 = 36;$ 4) $2x^2 - 16x + 32 = 0.$

4.37. Мәйдани:

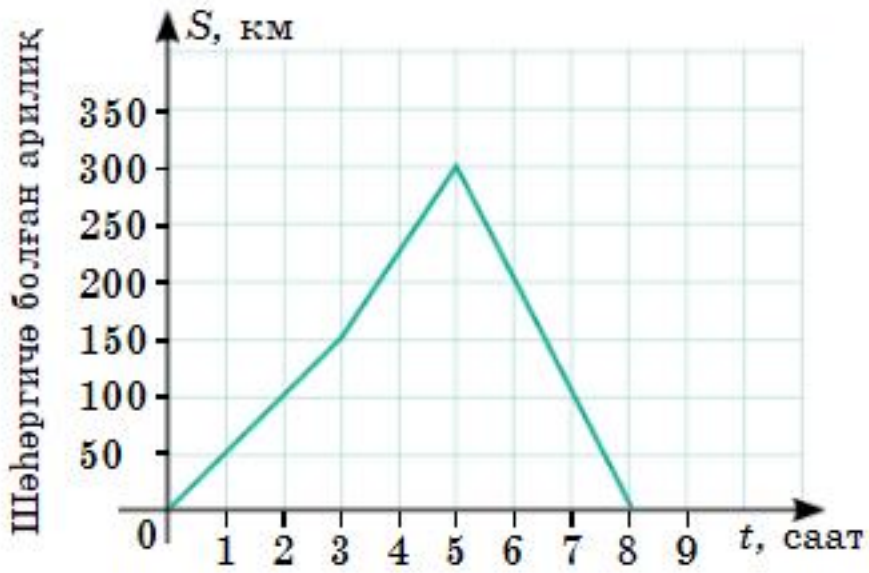
1) 25π см^2; 2) 15π дм^2; 3) $6{,}25\pi$ м^2;

4) 225π м^2; 5) $4\pi a^2$ см^2; 6) $81\pi c^2$ дм^2

болған дүгләкниң чәмбириниң узунлуғини тепиңлар.

4.38. Жүргүзгүчи M шәһиридин N шәһиригә чиқти. 6-сүрәттә униң һәрикити көрситилгән. Графикни пайдилинип, соалларға җавап бериңлар.

1. Дәсләпки 3 саатта қандақ илдамлиқ билән маңди?
2. Қанчә сааттин кейин жүргүзгүчи кәйнигә қайтти?
3. M шәһиригә y қандақ илдамлиқ билән маңди?
4. Автомобильниң оттура илдамлиғи қанчә?



6-сүрәт

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

4.39. x вә y миқдарлириниң арисидики бағлинишлиқ 2-җәдвәлдә көрситилгән.

2-*җәдвәл*

x	0	0,25	1	1,44	1,96	4
y	0	0,5	1	1,2	1,4	2

$(x; y)$ чекитлирини координатилиқ тәкшиликтә селиңлар.

4.40. Функция $y = 3x - x^2$ формулиси билән берилгән. x ниң -1; 0,5; 1; 2; 3 мәналириға мувапиқ y ниң мәналирини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§5. $y = \sqrt{x}$ ФУНКЦИЯСИ, УНИҢ ХУСУСИЙӘТЛИРИ ВӘ ГРАФИГИ

$y = \sqrt{x}$ функциясиниң қандақ хусусийәтлири бар?

Арифметикилиқ квадрат томурниң пәқәт сәлбий әмәс санлардила маһийити болғанлиқтин, $y = \sqrt{x}$ функциясиниң ениқлиниш саһаси сәлбий әмәс санлар жиғиндиси болиду. Йезилиши: $D(y) = [0; +\infty)$ яки $D(\sqrt{x}) = [0; +\infty)$.

$\sqrt{x}$ ипадисиниң $x \geq 0$ һалитидила маһийити болғанлиқтин, $y = \sqrt{x}$ функциясиниң мәналар саһаси сәлбий әмәс санлар жиғиндиси болиду. Йезилиши: $E(y) = [0; +\infty)$ яки $E(\sqrt{x}) = [0; +\infty)$.

Шуниң билән $y = \sqrt{x}$ функциясиниң графиги координатилиқ биринчи чарәктә орунлашқан. Функцияниң мәнаси нөлгә тең болидиған өзгәрминиң мәналири функцияниң нөллири дәп ейтилиду. $y = \sqrt{x}$ функцияси нөлгә тең, сәвәви $x = 0$ болса, $\sqrt{x} = 0$.

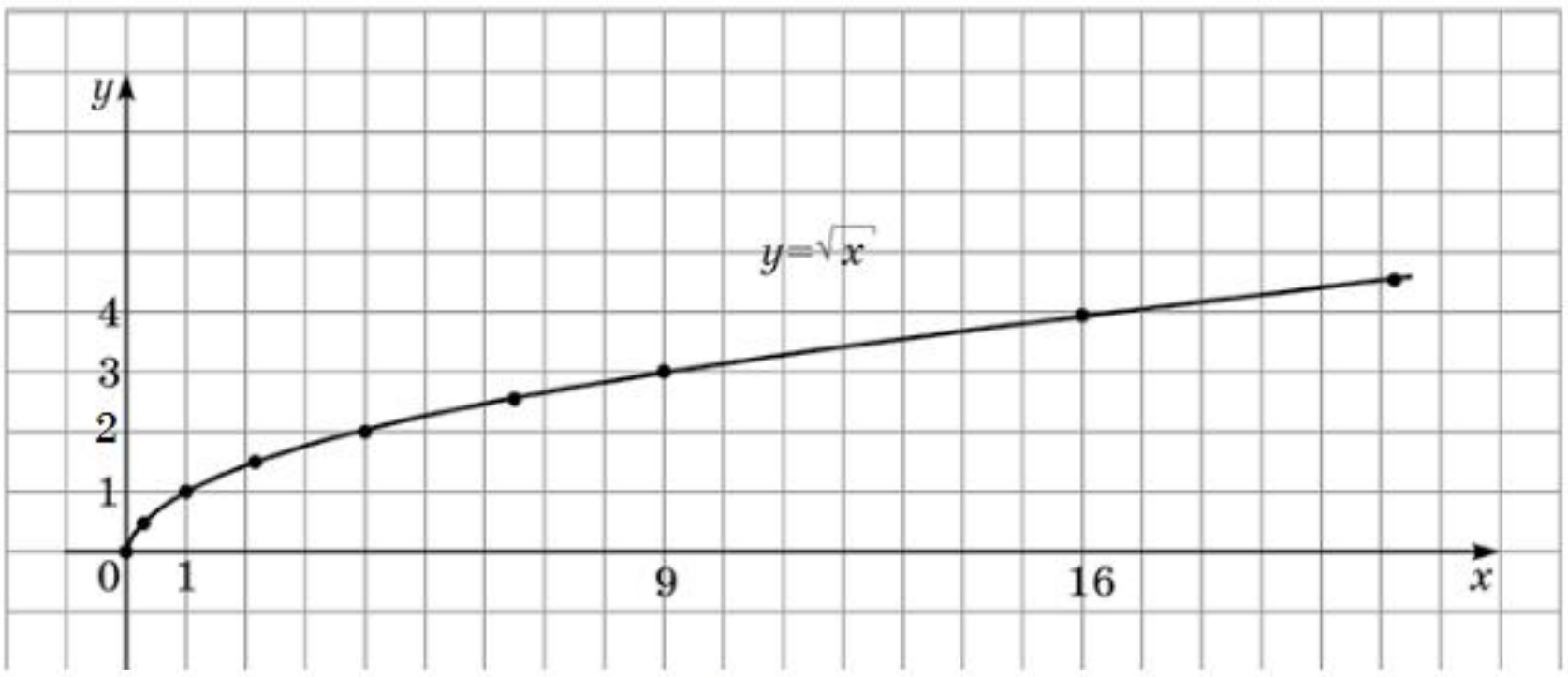
$y = \sqrt{x}$ функциясиниң графиги қандақ селиниду?

Функцияниң графигини селиш үчүн жәдвәл қурумиз (3-жәдвәл):

3-жәдвәл

x	0	$\frac{1}{4}$	1	$2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$	4	$6\frac{1}{4} = \frac{25}{4}$	9	16	$20\frac{1}{4} = \frac{81}{4}$
$y = \sqrt{x}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$	2	$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$	3	4	$\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$

3-жәдвәлни пайдилинип, $y = \sqrt{x}$ функциясиниң графигини салимиз (7-сүрәт).



7-сүрәт

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Әгәр $y = \sqrt{x}$ функциясиниң графигиға тәәллуқ башқиму чекитләрни салсақ, уларниң жәдвәлдә көрситилгән чекитләрниң давами болуп кәлгән сизиқниң бойида ятидиғинини көримиз.

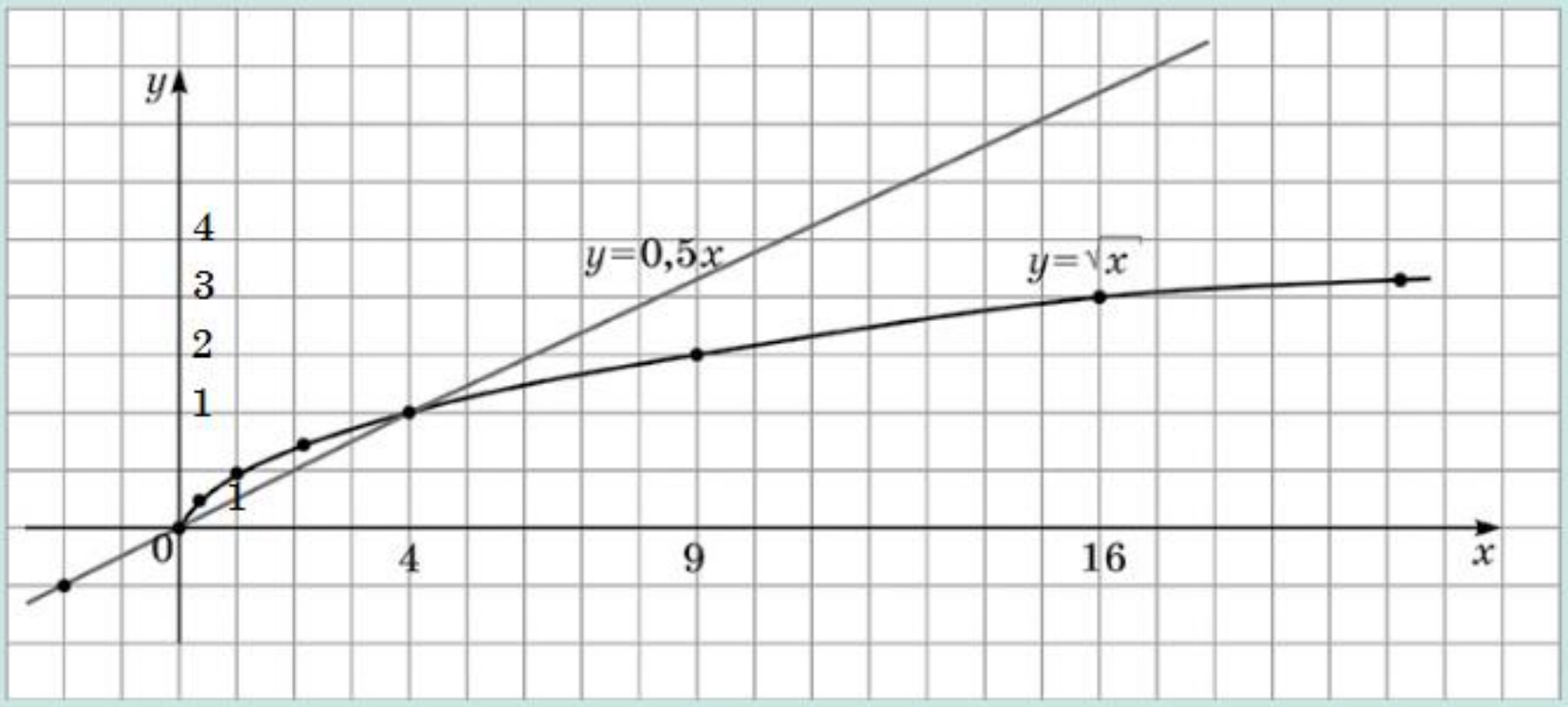
Аргументниң чоң мәнасиға $x_2 > x_1$ функцияниң чоң мәнаси $y_2 > y_1$ мувапиқ кәлгәнликтин, графиктин $y = \sqrt{x}$ функциясиниң графиги өскүчи екәнлигини көримиз.

$y = \sqrt{x}$ функцияси қобул қилидиған әң кичик сан 0 гә тән, униң әң чоң мәнаси болмайду.

Чүшәндүрүңлар

$0{,}5x = \sqrt{x}$ тәңлимисиниң графиклиқ усул билән чиқирилишини чүшәндүрүңлар (8-сүрәт).

Йешилиши.



8-сүрәт

Жавави: {0; 4}.

4-жәдвәлни толтуруңлар:

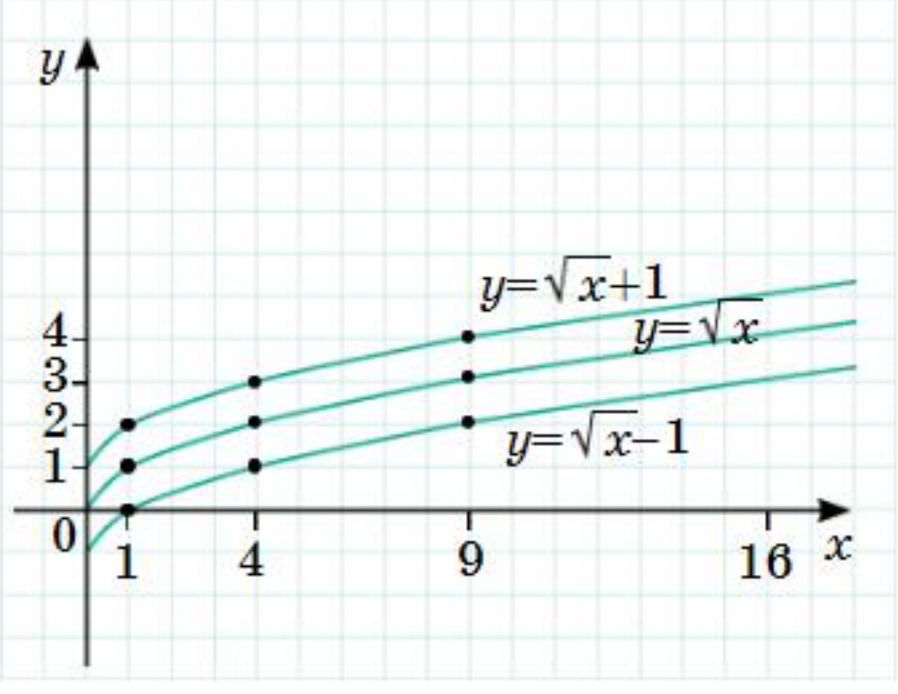
4-жәдвәл

x	0	$\frac{1}{4}$	1	$2\frac{1}{4} = \frac{9}{4}$	4	$6\frac{1}{4} = \frac{25}{4}$	9	16	$20\frac{1}{4} = \frac{81}{4}$
$y = \sqrt{x}$	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$	2	$\frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$	3	4	$\frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$
$y = \sqrt{x} + 1$									
$y = \sqrt{x} - 1$									

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Бир координатилиқ тәкшиликтә $y = \sqrt{x}$; $y = \sqrt{x} + 1$; $y = \sqrt{x} - 1$ функциялириниң графиклирини салайли (9-сүрәт).



9-сүрәт

$y = \sqrt{x} + 1$; $y = \sqrt{x} - 1$ функциялириниң графиклири $y = \sqrt{x}$ функциясиниң графигиға нисбәтән қандақ орунлашқинини селиштуруңлар.

1. $y = \sqrt{x} + 1$; $y = \sqrt{x} - 1$ функциялириниң нөллири барму?

2. Әгәр а) $m \mid 0$ болса, у чағда $\sqrt{x} = m$; ә) $\sqrt{x} = mx + n$ (m вә n — һәқиқий санлар) тәңлимилириниң қанчә йешими бар?

Көнүкмиләр

A

5.1. $y = \sqrt{x}$ функциясиниң графигидин:

1) $\sqrt{x} = 2$; 3,5; 4; 4,75; $5\frac{3}{4}$ мәналириға мувапиқ x ниң мәналирини;

2) $x = 1{,}5$; 1,75; 2,4; 5,6; 7; 8,5; 10 мәналириға мувапиқ $\sqrt{x}$ ниң мәналирини тепиңлар.

5.2. $y = \sqrt{x}$ функциясиниң графигиниң ярдими билән селиштуруңлар:

1) $\sqrt{1{,}3}$ вә $\sqrt{1{,}9}$;
2) $\sqrt{2{,}3}$ вә $\sqrt{2{,}7}$;
3) $\sqrt{3{,}4}$ вә $\sqrt{3{,}41}$;
4) $\sqrt{5{,}3}$ вә $\sqrt{4{,}39}$;
5) $\sqrt{7}$ вә 2,7.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

5.3. Өсүш рети билән йезиңлар:

1) $\sqrt{1,4}$, $\sqrt{9,7}$, $\sqrt{11}$, 3,5; 2) 0,6, $\sqrt{\frac{2}{3}}$, $\sqrt{\frac{4}{5}}$, 1,65;

3) $\sqrt{18}$, $\sqrt{12,3}$, $2\sqrt{3}$, 5; 4) $\sqrt{12,7}$, $-\sqrt{15,4}$, $-3,8$, $-\sqrt{16,84}$.

5.4. Берилгән чекитләр $y = \sqrt{x}$ функциясиниң графигиға тәәллуқму:

1) A (1,44; 1,2); 2) B (0,3; 0,09);

3) C (0,01; 0,1); 4) M (2,56; 1,6);

5) T (2,25; −1,5)?

5.5. 1) $y = 3x - 2$; 2) $y = 0,3x - 2$;

3) $y = 1,25x - 1,2$; 4) $y = -x + 2$

функциялири билән $y = \sqrt{x}$ функциясиниң графиклири қийлишамду?

B

5.6. 1) $y = \sqrt{x}$ вә $y = \sqrt{-x}$; 2) $y = 2\sqrt{x}$ вә $y = \sqrt{2x}$;

3) $y = \sqrt{|x|}$ вә $y = -\sqrt{x}$; 4) $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$ вә $y = \frac{1}{2}\sqrt{x}$

графиклирини бир координатилиқ тәкшиликкә селиңлар вә мошу графикларниң өз ара орунлишишини ениқлаңлар.

5.7. Тәңлимини графикилиқ усул билән йешиңлар:

1) $2\sqrt{x} = 1,5$; 2) $\sqrt{x} = 2x - 4$;

3) $\sqrt{x} = 2 - 4x$; 4) $0,4\sqrt{x} = 1 - 2x$.

5.8. Шар сферисиниң мәйдани ($S = 4\pi R^2$ формулиси билән hесаплиниду):

1) $1\,296\pi$ дм^2; 2) $6,25\pi$ м^2;

3) $11,56\pi$ м^2; 4) $0,0529\pi$ дм^2

болса, шарниң радиуси R ни тепиңлар.

C

5.9. Функцияләрниң графигини селиңлар:

1) $y = \sqrt{x + 1}$; 2) $y = \sqrt{x - 1}$; 3) $y = 2 +$;

4) $y = 3 - \sqrt{x + 2}$; 5) $y = 2\sqrt{x + 1}$; 6) $y = -3 + \sqrt{x + 1}$;

7) $y = \sqrt{|x|} - 1$; 8) $y = \sqrt{|x - 1|}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Тәкрарлаш

5.10. Ипадиләрниң мәнасини тепиңлар:

1) $\sqrt{11+6\sqrt{2}}-\sqrt{11-6\sqrt{2}}-2\sqrt{2}$;

2) $\sqrt{9+4\sqrt{2}}-\sqrt{9-4\sqrt{2}}+2{,}5$;

3) $2\sqrt{19-8\sqrt{3}}-3\sqrt{19+8\sqrt{3}}-2$;

4) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7-4\sqrt{3}}-3\dfrac{3}{2-\sqrt{3}}+2\sqrt{27}$.

5.11. 1) $\dfrac{a\sqrt{a}-c\sqrt{c}}{a+\sqrt{ac}+c}+\sqrt{c}$; 2) $\dfrac{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+3\sqrt{xy}$; 3) $\dfrac{x-2\sqrt{x}+1}{x-1}+\dfrac{1-\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1}$

ипадилирини түрләндүрүңлар.

5.12. 10-сүрәттә төрт адәмдин ибарәт аилиниң бир айда бәзи таамларға хәшләйдиған чиқими көрситилгән.

1) Бир адәм үчүн сүт таамлириға бир айда қанчә тәңгә хәшлиниду?

2) Ейиға аилә әзалириға кетидиған сүт таамлириниң мөлчәри умумий таамлар мөлчәриниң нәччә пайизини тәшкил қилиду?

10-сүрәт

5.13. 1) $y=x^2$ вә $y=\sqrt{x}$; 2) $y=x^2$ вә $y=-\sqrt{x}$;

3) $y=x^2-2$ вә $y=-\sqrt{x}$; 4) $y=-x^2$ вә $y=3x-4$

функциялириниң графиклирини бир координатилиқ тәкшиликкә селиңлар.

5.14. Кәсирләрниң мәхриҗини иррационаллиқтин қутулдуруңлар:

1) $\dfrac{a}{\sqrt{a}-2}$; 2) $\dfrac{\sqrt{x}}{2\sqrt{x}+5}$; 3) $\dfrac{8}{\sqrt{11}-\sqrt{3}}+\sqrt{3}$; 4) $\dfrac{3\sqrt{\sqrt{15}+\sqrt{6}}}{\sqrt{\sqrt{15}-\sqrt{6}}}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

5.15. Тәңлимиләр арисидин сизиқлиқ тәңлимини атаңлар:

1) $2x - 1 = 0$;
2) $\frac{2}{3}y = \frac{1}{6}$;
3) $2 - 3{,}5x = 7{,}4$;
4) $x^2 - 3x = 0$;
5) $x^3 - 5x^2 + 1 = 0$;
6) $2\frac{3}{5}x - 2\frac{5}{6} = 0$;
7) $4 - \sqrt{x} = 0$;
8) $4x - \sqrt{x} = 0$.

5.16. Көпәзалиқниң дәриҗисини тепиңлар:

1) $2x^3 + x - 1$;
2) $\frac{2}{3}y^2 - \frac{1}{6}y$;
3) $2{,}1 - 3{,}5x$;
4) $x^2 - 3x^4 + x - 2$;
5) $x^3 - 5x^2$;
6) $2\frac{3}{5}x^2 - x^5 - 2\frac{5}{6}$;
7) $4xy - x^2y + 3xy^4$;
8) $4xy - y^5x + 1$.

5.17. Көпәзалиқларниң қайсиси иккинчи дәриҗилик вә үчинчи дәриҗилик болиду:

1) $x^2 + x - 4$;
2) $1 - 5x + 5x^2 + 3x^3$;
3) $2{,}1 - 3{,}5x$;
4) $x^2 - 3x - 2$;
5) $\frac{2}{3}y - 1$;
6) $2\frac{3}{5}x^2 - x - 2\frac{5}{6}$;
7) $4xy - x^2y + 3xy^4$;
8) $4xy - y^5x + 1$?

5.18. 1) $x^2 + 3x$ ипадисиниң мәнаси $x = -3$ вә $x = 0$ болғанда нөлгә тән;
2) $x = -1$ вә $x = 0$ болғанда $2x^2 - 5x + 1$ ипадисиниң мәнаси нөлгә тән болмайдиғинини тәкшүрүңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2 -БАП

КВАДРАТ ТӘҢЛИМИЛӘР

§6. КВАДРАТ ТӘҢЛИМӘ. КВАДРАТ ТӘҢЛИМИЛӘРНИҢ ТҮРЛИРИ

Қандақ тәңлимә квадрат тәңлимә дәп атилиду? Квадрат тәңлиминиң қандақ түрлири бар?

Иккинчи дәриҗилик өзгәрмиси $x^2 + 400 = 0$; $8x^2 + 56x = 0$; $-x^2 + 16x - 4 = 0$ тәңлимиләрни қараштурайли. Мундақ тәңлимиләр *квадрат тәңлимиләр* дәп атилиду.

$ax^2 + bx + c = 0$ түридә берилгән тәңлимә *квадрат тәңлимә* дәп атилиду. Бу йәрдә x — өзгәрмә, a, b, c — һәрқандақ санлар вә $a \neq 0$.

a, b вә c санлирини $ax^2 + bx + c = 0$ *квадрат тәңлимисиниң коэффицентлири* дәп атайду.

a — биринчи коэффициент, b — иккинчи коэффициент, c — бош әза.

Чүшәндүрүңлар

$x^2 + 400 = 0$; $8x^2 + 56x = 0$; $-x^2 + 16x - 4 = 0$ квадрат тәңлимилиридә a, b коэффициентлири вә c бош әзаси немигә тәң?

Квадрат тәңлимә *иккинчи дәриҗилик тәңлимә* дәпму атилиду, сәвәви сол тәрипи — иккинчи дәриҗилик көп әзалиқ.

Квадрат тәңлимиләр *кәлтүрүлгән квадрат тәңлимә* вә *кәлтүрүлмигән (толуқ) квадрат тәңлимә* дәп бөлүниду.

3-схема

Квадрат тәңлимиләр

- кәлтүрүлгән квадрат тәңлимә $x^2 + px + q = 0$
- кәлтүрүлмигән квадрат тәңлимә $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$, $a \neq 1$

Һәрқандақ $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ түридики толуқ квадрат тәңлиминиң сол тәрипини $a \neq 0$ саниға бөлүш арқилиқ кәлтүрүлгән квадрат тәңлимини елишқа болиду. Шу чағда $p = \frac{b}{a}$, $q = \frac{c}{a}$.

$x^2 + px + q = 0$ түридики квадрат тәңлимә *кәлтүрүлгән квадрат тәңлимә* дәп атилиду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$ вә $a \neq 1$) түридики тәңлимә *кәлтүрүлмигән квадрат тәңлимә* дәп атилиду.

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) квадрат тәңлимисидә b яки c коэффицентиниң маһийити нөлгә тән болса, *толуқ әмәс квадрат тәңлимә* дәп атилиду.

4-схема

Толуқ әмәс квадрат тәңлимиләр

- $ax^2 + bx = 0$, $a \neq 0$ $b \neq 0, c = 0$
- $ax^2 + c = 0$, $a \neq 0$ $c \neq 0, b = 0$
- $ax^2 = 0$, $a \neq 0, b = 0, c = 0$

Чүшәндүрүңлар

Немишкә $13x^2 = 0$; $-16x^2 + 9x = 0$; $10x^2 + 2{,}5 = 0$ тәңлимилири толуқ әмәс квадрат тәңлимиләр болуп һесаплиниду?

Өзгәрминиң, тәңлимини дурус тәңликкә айландурудиған мәнаси, тәңлиминиң томури дәп атилидиғинини билисиләр.

Тәңлимини йешиш дегинимиз — униң томурлар жиғиндисини еniқлаш яки йешилиши йоқ екәнлигини еniқлаш.

Чүшәндүрүңлар

Немә үчүн $10x + 95 = 0$ тәңлимисиниң томури $-9{,}5$, жавави $\{-9{,}5\}$ болиду?

Әгәр тәңлиминиң томури болмиса, у чағда жавави бош жиғинда болиду. $x^2 = -1$ тәңлимисиниң һәқиқий томурлири йоқ. Шуниң үчүн $x^2 = -1$ тәңлимисиниң жавави — бош жиғинда.

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) *квадрат тәңлимисиниң томури дәп берилгән тәңлимини тоғра тәңликкә айландуридиған* x өзгәрмисиниң мәнасини ейтиду.

Чүшәндүрүңлар

3 вә -2 санлири немә үчүн $x^2 - x - 6 = 0$ квадрат тәңлимисиниң томурлири болиду?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Толуқ әмәс квадрат тәңлимиләрни қандақ йешиш керәк?

Әнди толуқ әмәс квадрат тәңлимиләрниң чиқирилишини қараштурайли.

1) $ax^2 + c = 0$, бу йәрдә $a \neq 0$.

Мәсилән, $10x^2 - 2{,}5 = 0$ толуқ әмәс квадрат тәңлимисини йешәйли.

Йешилиши. $10x^2 - 2{,}5 = 0$ тәңлимисидә бош әзани тәңлик бәлгүсиниң оң тәрипигә өткүзимиз: $10x^2 = 2{,}5$. Чиққан тәңлиминиң икки тәрипини 10 ға бөлиду. Шу чағда $x^2 = 25$ чиқиду. Буниңдин $x_1 = 0{,}5$ вә $x_2 = -0{,}5$ чиқиду.

Жавави: $\{-0{,}5;\ 0{,}5\}$.

Чүшәндүрүңлар

$10x^2 + 2{,}5 = 0$ толуқ әмәс квадрат тәңлимиси қандақ чиқирилған?

Йешилиши. $10x^2 + 2{,}5 = 0$. $10x^2 = -2{,}5$.

Жавави: $\varnothing$.

Шуниң билән, $c \neq 0$ болғанда, $ax^2 + c = 0$ түридики бәзибир толуқ әмәс квадрат тәңлимини йешиш үчүн бош әзани оң тәрипигә өткүзүп, тәңлиминиң икки тәрипини a ға бөлүмиз, шу чағда $ax^2 + c = 0$ тәңлимисигә мәнадаш $x^2 = -\frac{c}{a}$ тәңлимисини алимиз. Әгәр $-\frac{c}{a} > 0$ болса, $c \neq 0$ болғанда, у чағда $ax^2 + c = 0$ тәңлиминиң икки томури бар: $\pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$, шуниң үчүн тәңлиминиң йешими $\left\{-\sqrt{-\frac{c}{a}};\ \sqrt{-\frac{c}{a}}\right\}$ болуп hесаплиниду.

Әгәр $-\frac{c}{a} < 0$ вә $c \neq 0$ болса, у чағда $ax^2 + c = 0$ тәңлимисиниң томури йоқ, шуниң үчүн униң йешими бош жиғинда болиду: $\varnothing$.

2) $ax^2 + bx = 0$, бу йәрдә $a \neq 0$.

Мәсилән, $-16x^2 + 9x = 0$ тәңлимисини чиқирайли. Алди билән умумий көпәйткүчни тирнақ сиртиға чиқиримиз: $-x \cdot (16x - 9) = 0$. Буниңдин

$-x = 0$ яки $16x - 9 = 0$.

$-x = 0$ тәңлимисини йәшсәк, $x = 0$ алимиз.

$16x - 9 = 0$ тәңлимисини йешимиз.

$16x = 9$, буниңдин $x = \frac{9}{16}$.

Демәк, берилгән тәңлиминиң икки томури бар 0 вә $\frac{9}{16}$.

Жавави: $\{0;\ \frac{9}{16}\}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Чүшәндүрүңлар

$-5x^2 - x = 0$ толуқ әмәс квадрат тәңлимисиниң томурлири 0 вә $-0,2$ болидиғинини көрситиңлар.

Шуниң билән $a \neq 0$, $c = 0$ болған һаләттики, $ax^2 + bx = 0$ толуқ әмәс квадрат тәңлимисини йешиш үчүн униң сол тәрипини көпәйткүчләргә ажритип, $x \cdot (ax + b) = 0$ тәңлимисини алимиз.

Кейин $x = 0$ яки $ax + b = 0$ сизиқлиқ тәңлимисини йешиш керәк, сәвәви $x \cdot (ax + b)$ көпәйтиндисиниң мәнаси көпәйткүчләрниң бири нөл болған һаләттила нөлгә тән болиду.

$x = 0$ вә $ax + b = 0$ тәңлимилириниң һәрқайсисиниң бир томури бар. Томурлири 0 вә $x = \frac{-b}{a}$ болғанлиқтин, $ax^2 + bx = 0$ толуқ әмәс квадрат тәңлимисиниң томури мувапиқ 0 вә $\frac{-b}{a}$ санлири. Демәк $b \neq 0$ болғанда, $ax^2 + bx = 0$ түридики толуқ әмәс квадрат тәңлимисиниң йешими $\left\{0; -\frac{b}{a}\right\}$ жиғиндиси болиду.

3) $ax^2 = 0$, бу йәрдә $a \neq 0$.

Чүшәндүрүңлар

$13x^2 = 0$ толуқ әмәс квадрат тәңлимиси қандақ чиқирилған?

Йешилиши. $x^2 = 0$, $x = 0$, демәк $13x^2 = 0$ тәңлимисиниң 0 гә тән бирла томури бар, шуниң үчүн униң йешиминиң жиғиндиси $\{0\}$ болуп һесаплиниду.

Жавави: $\{0\}$.

Шуниң билән $ax^2 = 0$ түридики толуқ әмәс квадрат тәңлимиси $x^2 = 0$ тәңлимисигә мәнадаш, демәк униң 0 гә тән бирла томури бар, шуниң үчүн униң йешиминиң жиғиндиси $\{0\}$ болуп һесаплиниду.

1. Квадрат тәңлимисиниң қанчә томури бар?
2. Квадрат тәңлиминиң үч томури боламду?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Көнүкмиләр

А

6.1. 1) $2{,}8x^2 - 3x + 8 = 0$; 2) $2x^3 - 3x + 8 = 0$;
3) $-8x^2 - 3x + 5 = 0$; 4) $-3x - 9{,}8 = 0$;
5) $-2x^2 - 3x^3 + 8x = 0$; 6) $-7{,}8x^2 - 6 = 0$
тәңлимилири квадрат тәңлимә боламду?

6.2. Квадрат тәңлимиләрниң коэффициентлирини атаңлар:
1) $1{,}7x^2 - x + 1{,}8 = 0$; 2) $2x^2 - 3x - 1 = 0$;
3) $-3x^2 + 5{,}2 = 0$; 4) $-x^2 = 0$;
5) $-5x^2 - 3x + 2 = 0$; 6) $-0{,}8x^2 - 9x = 0$.

6.3. Берилгән тәңлимиләрни $ax^2 + bx + c = 0$ түригә кәлтүрүңлар вә коэффициентлирини атаңлар.
1) $(2x - 3)(x + 3) - x(2 - x) = 0$;
2) $(4x - 5)(2x + 1) - 3x(3 - 2x) = 0$;
3) $(2 - 3x)(5x - 3) - x(2 - x) = 3 - 12x^2$;
4) $(1 - 2x)(2x - 4) - 3(2 - x) = 3 - 9x^2$;
5) $(5 + 2x)(4x - 1) - 2(2 + 3x) = -13x^2$;
6) $(2 - 6x)(x - 4) - 3x(1 - x) = -22x^2$.

6.4. Толуқ әмәс квадрат тәңлимиләрни көрситиңлар:
1) $1{,}7x^2 - x = 0$; 2) $-2x^2 + 3x - 1 = 0$;
3) $-7x^2 + 1{,}8 = 0$; 4) $-2x^2 = 0$;
5) $-0{,}8x^2 - 9 = 0$; 6) $-0{,}7x^2 - 5x = 0$.

6.5. Толуқ әмәс квадрат тәңлимиләргә мисаллар кәлтүрүңлар.

6.6. Толуқ әмәс квадрат тәңлимиләрниң томурини тепиңлар:
1) $x^2 - 5x = 0$; 2) $-2x^2 + 7x = 0$;
3) $-7x^2 + 1{,}8x = 0$; 4) $-2x^2 - x = 0$;
5) $-0{,}8x^2 - 9{,}2x = 0$; 6) $-0{,}7x^2 + x = 0$.

6.7. Тәңлимиләрни йешиңлар:
1) $x^2 - 25 = 0$; 2) $-0{,}2x^2 + 7{,}2 = 0$;
3) $-7x^2 + 28 = 0$; 4) $-4x^2 + 1 = 0$;
5) $-0{,}8x^2 - 9{,}2 = 0$; 6) $-0{,}1x^2 + 10 = 0$.

6.8. Толуқ әмәс квадрат тәңлимиләрниң томурлирини тепиңлар:
1) $2{,}7x^2 = 0$; 2) $-0{,}2x^2 = 0$; 3) $7x^2 = 0$;
4) $-4x^2 = 0$; 5) $0{,}8x^2 = 0$; 6) $-0{,}1x^2 = 0$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

6.9. Толуқ әмәс квадрат тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $x^2 - 0{,}49 = 0$;
2) $-0{,}8x^2 + 3{,}2x = 0$;
3) $-7x^2 + 2{,}8x = 0$;
4) $-4x^2 + 25 = 0$;
5) $-0{,}6x^2 - 9{,}6x = 0$;
6) $-0{,}1x^2 = 0$.

Берилгән тәңлимиләрниң томурини тепиңлар **(6.10—6.17)**:

6.10. 1) $4x^2 - 3x = 3(12 - x)$;
2) $12x^2 - 5x = 3(12 - 2x) + x$;
3) $x^2 - 3x = 2(12 - x) - x$;
4) $9x^2 - 3x = 3(12 - x)$;
5) $-x^2 + 6x = 2(12 + 2x) + 2x$;
6) $4x^2 - 3x = 36 - 3x$.

6.11. 1) $x^2 - 5x - 5 = x - 5$;
2) $-2x^2 + 7x = 3x$;
3) $2 - 7x^2 + 1{,}8x = 2 - 3x$;
4) $-2x^2 + 5 = 5 - 4x$;
5) $-0{,}8x^2 - 9{,}2x = 2{,}1x$;
6) $2 - 0{,}7x^2 + 3x = x + 2$.

6.12. 1) $x^2 - 5x = 5(5 - x)$;
2) $-2x^2 + 7x = 7x - 32$;
3) $-0{,}7x^2 + 5{,}6x = 0$;
4) $2x^2 - x = 2 - x$;
5) $-0{,}8x^2 - 9{,}2 = 4{,}2$;
6) $-0{,}7x^2 + x = x$.

6.13. 1) $(2 - x)(x - 4) = -8$;
2) $(x - 5)(x - 4) = 20$;
3) $(8 - x)(x - 2) = 10x$;
4) $(1 - x)(9 - x) = -10x$.

6.14. 1) $5x^2 + 4 = 0$;
2) $0{,}81x^2 - 1 = 0$;
3) $1{,}2x^2 - 1{,}08 = 0$;
4) $-1{,}5x^2 + 0{,}6 = 0$;
5) $-5{,}2x^2 - 3{,}4 = 0$;
6) $-7{,}5x^2 = 0$.

В

6.15. 1) $(x - 2)(3x - 1) = 2x(x - 4) + 2$;
2) $(3x - 1)(x - 2) = x - 2x(x - 4)$;
3) $(2x - 1)^2 + 4x = 10$;
4) $(3x - 1)(3x + 1) = 26$.

6.16. 1) $(2x - 1)^2 = 16$;
2) $(7x - 2)^2 - 4 = 0$;
3) $25 - (5x + 1)^2 = 0$;
4) $1{,}21 - (2x - 1)^2 = 0$.

6.17. 1) $2(2x + 3)^2 = 5(2x + 3)$;
2) $7(3x - 2)^2 = 6(3x - 2)$;
3) $(2x - 3) = 5(2x - 3)^2$;
4) $7{,}2(5x - 3) = 5(5x - 3)^2$.

6.18. 1) Томурлириниң бири нөлгә тәң;
2) Томурлири модульлири бойичә тәң, бирақ тамғилири қаримуқарши;
3) Иккила томури нөлгә тәң болидиған квадрат тәңлиминиң умумий түрини йезиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

6.19. Икки һәссиләнгән санниң квадрати 4 һәссә азайтилған мошу санға тәң. Берилгән санни тепиңлар.

6.20. Қатар турған икки санниң көпәйтиндиси уларниң кичигидин үч һәссә ошуқ. Берилгән санларни тепиңлар.

6.21. 1) Томурлириниң бири 0, иккинчиси 5 кә тәң;
2) Томурлириниң бири 7, иккинчиси (−7) гә тәң;
3) Томуриниң бири $\sqrt{13}$, иккинчиси $(-\sqrt{13})$ кә тәң болидиған квадрат тәңлимә қуруңлар.

C

6.22. a параметриниң қандақ мәнасида берилгән тәңлимиләрниң томурлириниң бири нөлгә тәң болиду:
1) $5x^2 - 2x + a - 3 = 0$;
2) $-7x^2 + 2x + 3a - 3{,}9 = 0$;
3) $-x^2 + 4{,}6x + a^2 - 36 = 0$;
4) $x^2 - 23x + |a| - 4 = 0$?

6.23. c ниң қандақ мәнасида берилгән тәңлимиләр толуқ әмәс квадрат тәңлимә болиду?
1) $6x^2 + (c^2 - 4)x + 18 = 0$;
2) $3x^2 - (2c^2 + 4c)x - 24 = 0$;
3) $(c - 2)x^2 + 2(c^2 - 4)x + 8 = 0$;
4) $(c + 3)x^2 + 2(c^2 + 3c)x - 18 = 0$.

Тәңлимиләрни йешиңлар **(6.24—6.25)**:

6.24. 1) $x^2 - 3|x| = 0$;
2) $3x^2 + 2|x| = 0$;
3) $x|x| - 3{,}8x = 0$;
4) $4x^2 + 5|x| - x = 0$;
5) $x^2 - 3|x| + 7x = 0$;
6) $5x|x| - 3{,}5x = 0$.

6.25. 1) $x^2 - 3x|x| - 8 = 0$;
2) $4x^2 + 5|x|x - 12 = 0$;
3) $x|x| - 3{,}8x^2 = 0$;
4) $4x^2 + 5|x|x - 9 = 0$;
5) $x^2 - 8\frac{|x|}{x} + 2 = 0$;
6) $5x|x| - 8\frac{|x|}{x} = 0$.

Тәкрарлаш

6.26. 1) $x^2 - 12x + 39$;
2) $x^2 - 4x - 9$;
3) $2x^2 - 24x + 36$;
4) $-x^2 - \frac{1}{4}x + 7$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

5) $-3x^2 - 1\frac{2}{3}x + 39$; 6) $-5x^2 - 7x + 4{,}5$

Ипадиләрни иккиәзалиқниң қошундисиниң яки айримисиниң квадрати түридә йезиңлар.

6.27. Берилгән алгебрилиқ кәсирниң мәхриҗини иррационалликтин қутулдуруңлар:

1) $\frac{4}{3\sqrt{5}}$; 2) $\frac{a+3}{\sqrt{a-2}}$; 3) $\frac{a^3+3{,}8}{\sqrt{a^2-5}}$;

4) $\frac{a^2-4}{\sqrt{2-a}}$; 5) $\frac{c-8}{\sqrt{c}-3}$; 6) $\frac{c^2-16}{\sqrt{c}+2}$.

6.28. 1) $x = 2{,}36$; 2) $x = 6$;

3) $x = 18$; 4) $x = 3{,}44$

болғанда, $\frac{x^2-8x+16}{x-4} + \sqrt{x-2}$ ипадисиниң мәнасини тепиңлар.

6.29. Ипадиләрни ихчамлаңлар:

1) $5\sqrt{3} - \sqrt{12} + \sqrt{75}$;

2) $(4\sqrt{3} - \sqrt{18}) \cdot \sqrt{2} - 4\sqrt{6}$;

3) $(6\sqrt{5} - \sqrt{45}) \cdot \sqrt{5} - 4{,}4$.

6.30. Қолайлиқ усул билән hесаплаңлар:

1) $\frac{5^8-1}{313 \cdot (25^2-1)}$; 2) $\frac{3^{12}-1}{365 \cdot (9^3-1)}$; 3) $\frac{76^3+57^3}{76^2-76 \cdot 57+57^2}$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

6.31. Берилгән ипадини иккиәзалиқниң қошундисиниң яки айримисиниң квадратиға кәлтүрүңлар:

1) $x^2 - 8x + 39$; 2) $x^2 + 12x - 9$; 3) $2x^2 - 22x - 37$.

6.32. 1) $a = 2$, $b = -3$, $c = -4$; 2) $a = 3$, $b = -7$, $c = 12$ болғанда, $\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ ипадисиниң мәнасини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§7. КВАДРАТ ТӘҢЛИМИНИ ЙЕШИШ

Квадрат тәңлимини қандақ йешимиз?

Алдинқи дәристә толуқ әмәс квадрат тәңлимини йешишни қараштурдуқ.

1-теорема. $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ *квадрат тәңлимисиниң томурлири* $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ *формулиси бойичә һесаплиниду.*

Испатлиниши. $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ тәңлимисиниң һәр икки тәрипини a ға бөлүп, униңға мәнадаш тәңлимә $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ квадрат тәңлимисини алимиз.

Елинған тәңлиминиң сол тәрипини иккиәзалиқниң квадратиға кәлтүрүп, тәңлиминиң иккила тәрипини иккинчи әзаниң квадрати билән толуқтуруп, бош әзани тәңлиминиң сол вә оң тәрипигә көчиримиз:

$$x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}.$$

Әнди $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ формулисини пайдилинип, тәңлиминиң сол тәрипини иккиәзалиқниң квадратиға кәлтүримиз: $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$.

Тәңлиминиң оң тәрипини түрләндүрәйли. Униң үчүн $\frac{b}{2a}$ кәсирни иккинчи дәриҗигә чиқирип, кәсирләрни алимиз. Шу чағда $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$.

a ниң һәрқандақ мәнасида $4a^2$ — иҗабий болиду, демәк $\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$ кәсириниң тамғиси униң сүритиниң тамғиси билән, йәни $b^2 - 4ac$ ипадисиниң тамғиси билән мувапиқ келиду.

$b^2 - 4ac$ ипадиси $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ *тәңлимисиниң дискриминанти* дәп атилиду.

"Дискриминант" сөзи латин тилидин "*айриғучи*" мәнасини билдүриду. Дискриминант D һәрипи билән бәлгүлиниду. Демәк, $D = b^2 - 4ac$ болиду.

Шунда $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}$ чиқиду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Тәңлиминиң D ға бағлиқ йешилишлириниң мүмкин болидиған һаләтлирини қараштурайли.

1) Әгәр $D > 0$ болса, тәңлиминиң икки тәрипидин квадрат томурини чиқиримиз:

$x + \frac{b}{2a} = -\frac{\sqrt{D}}{2a}$ яки $x + \frac{b}{2a} = \frac{\sqrt{D}}{2a}$. x өзгәрмисини тапсақ:

$x = -\frac{b}{2a} - \frac{\sqrt{D}}{2a}$ вә $x = -\frac{b}{2a} + \frac{\sqrt{D}}{2a}$.

Тәңликниң оң тәрипини умумий мәхрәжгә кәлтүримиз:

$x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ яки $x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$.

Демәк $D > 0$ болса, $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ квадрат тәңлиминиң икки томури болиду: $x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$ вә $x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$.

Көплигән һаләттә икки томурни бириктүрүп, қисқичә йезиш қоллинилиду: $x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, бу йәрдә $D = b^2 - 4ac$ формулисини орниға қойсақ,

$$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

түригә келиду. Бу *квадрат тәңлиминиң томурлириниң формулиси* дәп атилиду.

$ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ квадрат тәңлимә томурлириниң формулиси:

$x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ яки $D = b^2 - 4ac$ болғанлиқтин, $x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$.

2) Әгәр $D = 0$ болғанда, у чағда $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}$ тәңлимиси $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = 0$ түригә келиду.

Тәңлиминиң икки тәрипидин квадрат томур чиқарсақ: $x + \frac{b}{2a} = 0$ яки $x = -\frac{b}{2a}$. $D = 0$ болған һаләттә, $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ тәңлимисиниң бир-биригә тән икки томури болиду: $-\frac{b}{2a}$. Бу томурни квадрат тәңлиминиң томурлириниң формулисини пайдилинипму елишқа болиду.

Квадрат тәңлимә томурлириниң формулисини пайдилинип, $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ тәңлимисиниң $D = 0$ болғанда, пәқәт бир $-\frac{b}{2a}$ бир-биригә тән икки томури болидиғинини тәкшүрәңлар.

3) Әгәр $D < 0$ болғанда, у чағда $\frac{D}{4a^2}$ кәсириниң мәнаси сәлбий, шуниң үчүн $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{D}{4a^2}$ тәңлимисиниң томурлири болмайду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Шуниң билән дискриминантқа бағлиқ $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ квадрат тәңлимисиниң икки томури $(D > 0)$, бир томури $(D = 0)$ болиду яки томурлири толмайду $(D < 0)$.

Квадрат тәңлимини томурлириниң формулисини пайдилинип, төвәндикичә йешиду:

1) дискриминантни тепип нөл билән селиштуриду;

2) әгәр дискриминант иҗабий яки нөл болса, квадрат тәңлиминиң томурлириниң формулисини пайдилиниду;

3) әгәр дискриминант сәлбий болса, тәңлиминиң томури болмайду.

Чүшәндүрүңлар

$10x^2 + 10x + 0{,}475 = 0$ тәңлимиси қандақ чиқирилған?

Йешилиши. Алди билән дискриминантни тепип, уни нөл билән селиштуримиз: $D = 10^2 - 4 \cdot 10 \cdot 0{,}475 = 81$, $D > 0$.

Квадрат тәңлиминиң томурлири $x_{1;2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$ формулисини пайдилинимиз: $x_{1;2} = \frac{-10 \pm \sqrt{81}}{20}$, буниңдин $x_{1;2} = \frac{-10 \pm 9}{20}$.

Мошуниңдин

$x_1 = \frac{-10 - 9}{20} = \frac{-19}{20} = -0{,}95$ вә $x_2 = \frac{-10 + 9}{20} = \frac{-1}{20} = -0{,}05$.

Жавави: $\{-0{,}05; -0{,}95\}$.

Чүшәндүрүңлар

$3x^2 + 12x + 12 = 0$ тәңлимиси қандақ чиқирилған?

Йешилиши. $x^2 + 4x + 4 = 0$, $D = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 0$, $D = 0$, $x = \frac{-4}{2} = -2$.

Жавави: $\{-2\}$.

Чүшәндүрүңлар

$8x^2 + 12x + 20 = 0$ тәңлимиси қандақ чиқирилған?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Йешилиши. $2x^2 + 3x + 5 = 0$, $D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = -31$, $D < 0$.

Жавави: $\varnothing$.

Иккинчи коэффициенти жүп болидиған һаләттә квадрат тәңлиминиң томурлириниң формулисини башқичә түрдә йезиш қолайлиқ.

2-теорема. *$ax^2 + 2kx + c = 0$ $(a \neq 0)$ квадрат тәңлимисиниң томурлири $x_{1;2} = \dfrac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$ формулиси билән һесаплиниду.*

Испатлиниши. Квадрат тәңлиминиң томурлириниң формулиси бойичә

$$x_{1;2} = \frac{-2k \pm \sqrt{4(k^2 - ac)}}{2a} = \frac{-2k \pm 2\sqrt{k^2 - ac}}{2a} = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$$ болиду.

$ax^2 + 2kx + c = 0$ $(a \neq 0)$ түридики квадрат тәңлимисиниң томурлириниң формулиси: $x_{1;2} = \dfrac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}$ яки $D = k^2 - ac$ болғанлиқтин, $x_{1;2} = \dfrac{-k \pm \sqrt{D}}{a}$.

Чүшәндүрүңлар

$15x^2 - 16x + 4 = 0$ тәңлимиси қандақ чиқирилған?

Йешилиши. $a = 15$, $k = -8$, $c = 4$.

$$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 60}}{15} = \frac{8 \pm 2}{15}. \qquad x_1 = \frac{2}{3}; \quad x_2 = \frac{2}{5}.$$

Жавави: $\left\{\frac{2}{3}; \frac{2}{5}\right\}$.

Әгәр тәңлиминиң икки тәрипини нөлдин башқа бирдәк санға көпәйтип, уни пүтүн коэффициенти бар тәңлимигә түрләндүрүп, кәсир коэффициенти бар квадрат тәңлимини йешишниң асан екәнлигигә көз йәткүзүңлар.

$2\frac{2}{3}x^2 + 3\frac{1}{3}x - 2\frac{1}{3} = 0$; $0{,}05x^2 - 0{,}7x + 2 = 0$ тәңлимисини йешиңлар.

Әгәр тәңлиминиң тәркивидә өзгәрмә билән санлар арилишип кәлсә, мундақ тәңлимиләр *параметр билән берилгән* тәңлимә дәп атилиду.

Һәрипниң орниға һәрхил санларни қойсақ, һәр түрлүк квадрат тәңлимиләр алимиз. Параметр билән берилгән тәңлимини йешиш дегинимиз — параметрниң қандақ мәнасида квадрат тәңлиминиң бир, икки йешими яки йешими болмайдиғинини ениқлаш керәк дегәнни билдүриду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Мәсилән, $x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$ параметр билән берилгән тәңлимини йешәйли.

Йешилиши. $D = (3a)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2a^2 = 9a^2 - 8a^2 = a^2$.

a ниң һәрқандақ мәнаси үчүн $a^2 \mid 0$ тәңлиминиң томури болиду.

Әгәр $a = 0$ болғанда, тәңлиминиң бир томури бар: $x = 0$.

Әгәр $a \neq 0$ болғанда, у чағда тәңлиминиң икки томури бар:

$$x_{1;2} = \frac{3a \pm \sqrt{a^2}}{2} = \frac{3a \pm |a|}{2}.$$

Әгәр $a > 0$ болғанда, у чағда берилгән тәңлиминиң икки йешими болиду: $x_{1;2} = \frac{3a \pm a}{2}$ яки $x_1 = 2a$; $x_2 = a$.

Әгәр $a < 0$ болғанда, у чағда тәңлиминиң икки йешими болиду: $x_{1;2} = \frac{3a \pm a}{2}$ яки $x_1 = 2a$; $x_2 = a$.

Жавави: $a = 0$ болғанда, $x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$ тәңлимисиниң йешими $\{0\}$; $a \neq 0$ болғанда, $x^2 - 3ax + 2a^2 = 0$ тәңлимисиниң йешими $\{2a; a\}$.

1. Квадрат тәңлиминиң томуриниң формулисини қандақ квадрат тәңлимигә пайдилинишқа болиду?
2. Қандақ һаләттә квадрат тәңлиминиң томурлириниң формулисини пайдилиниш орунсиз (қолайсиз)?
3. Иккинчи коэффициенти жүп болғанда квадрат тәңлиминиң томуриниң формулисиниң қайсиси қолайлиқ?

Көнүкмиләр

А

7.1. Берилгән квадрат тәңлимиләрниң дискриминантини тепип, томурлар санини көрситиңлар:

1) $x^2 - 6x + 2 = 0$;
2) $3x^2 + 8x - 1 = 0$;
3) $-x^2 + 8x + 3 = 0$;
4) $x^2 - 10x + 25 = 0$;
5) $2x^2 - x - 2\frac{1}{3} = 0$;
6) $x^2 + 16x + 64 = 0$.

7.2. 1) $3x^2 - 12x - 9 = 0$;
2) $-x^2 - 12x + 21 = 0$;
3) $2\frac{2}{7}x^2 - 1\frac{2}{7}x - \frac{1}{7} = 0$;
4) $-1{,}4x^2 + 21x + 2{,}7 = 0$;
5) $\frac{2}{9}x^2 - 1\frac{2}{3}x - \frac{1}{6} = 0$;
6) $1\frac{3}{11}x^2 - 1\frac{2}{3}x - \frac{4}{11} = 0$

квадрат тәңлимиләрниң коэффициентлирини атаңлар вә дискриминантини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7.3. Иккиәзалиқниң толуқ квадратини айриш арқилиқ берилгән тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $x^2 - 2x - 8 = 0$; 2) $2x^2 - 7x + 5 = 0$;
3) $-x^2 - 4x - 7 = 0$; 4) $3x^2 - 2x - 3 = 0$.

Берилгән тәңлимиләрниң томурлирини тепиңлар **(7.4—7.9)**:

7.4. 1) $x^2 - 6x + 8 = 0$; 2) $x^2 - 12x + 11 = 0$;
3) $3y^2 - 8y + 4 = 0$; 4) $-2y^2 + 9y - 10 = 0$.

7.5. 1) $x^2 - 14x - 32 = 0$; 2) $5x^2 - 12x + 7 = 0$;
3) $-2x^2 + x + 15 = 0$; 4) $4x^2 + x - 33 = 0$.

7.6. 1) $x^2 - x - 56 = 0$; 2) $-x^2 + x + 72 = 0$;
3) $x^2 + x - 90 = 0$; 4) $x^2 + x - 210 = 0$.

7.7. 1) $2x^2 - 7x + 6 = 0$; 2) $25x^2 + 90x + 81=0$;
3) $5x^2 - 12x + 4 = 0$; 4) $36x^2 - 84x + 49 = 0$.

7.8. 1) $0,25x^2 - x + 1 = 0$; 2) $7x^2 + 18x + 5 = 0$;
3) $-3x^2 + 11x + 4 = 0$; 4) $9x^2 - 4x - 2 = 0$.

7.9. 1) $3y^2 + 7y + 4 = 0$; 2) $3y^2 - 6y + 3 = 0$;
3) $9y^2 - 6y + 1 = 0$; 4) $2y^2 + 9y - 486 = 0$.

7.10. $ax^2 + 2kx + c = 0$, буниңдики $a \neq 0$ (иккинчи коэффициенти жүп болғандики) квадрат тәңлиминиң томурлириниң формулисини пайдилинип, тәңлимиләрниң томурлирини тепиңлар:

1) $3x^2 - 14x + 16 = 0$; 2) $4x^2 - 36x + 77 = 0$;
3) $5x^2 - 16x + 3 = 0$; 4) $7y^2 - 20y + 14 = 0$.

Берилгән тәңлимиләрни йешиңлар **(7.11—7.14)**:

7.11. 1) $8x^2 - 12x + 36 = 0$; 2) $-x^2 - 6x + 19 = 0$;
3) $3x^2 + 32x + 80 = 0$; 4) $x^2 - 34x + 289 = 0$.

7.12. 1) $12y^2 + 16y - 3 = 0$; 2) $2y^2 - 5y - 3 = 0$;
3) $5a^2 + 9a + 4 = 0$; 4) $a^2 + 9a + 4 = 0$.

7.13. 1) $9x - 5x^2 = -2$; 2) $a^2 = 52a - 576$;
3) $-y^2 = 5y - 14$; 4) $c^2 - 25 = c - 5$.

7.14. 1) $25 = 26a - a^2$; 2) $a^2 = 4a + 96$;
3) $10 - 29a = 3a^2$; 4) $3c^2 + 3 = 10c$.

Тәңлимиләрниң томурлирини тепиңлар **(7.15—7.16)**:

7.15. 1) $(2y - 3) \cdot (5y + 1) = 2y + \frac{2}{5}$;
2) $-y \cdot (y + 7) = (2 + y) \cdot (y - 2)$;
3) $(3y - 1) \cdot (y + 3) = y(6y + 1)$;
4) $(y + 1) \cdot (y - 1) = 2(5y + 10,5)$.

7.16. 1) $(x + 1)^2 = (2x - 1)^2$; 2) $(2x - 3)^2 = 11x - 19$;
3) $15(x + 1)^2 = 15x^2 + 17$; 4) $(x - 2)^2 = -2x + 31$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7.17. Берилгән тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $\frac{4a^2-1}{3}=(10a-9)a$; 2) $\frac{a^2+a}{2}=\frac{8a-7}{3}$;

3) $11(a+1)=\frac{a^2-1}{2}$; 4) $(2a-1)\cdot(a-5)=a^2-5$.

7.18. 1) $y(5y+4)=(5y+4)^2$; 2) $y(3y-8)=(8-3y)^2$;

3) $\frac{y^2}{3}-9=-2y$; 4) $\frac{y^2-10}{3}=-y$

тәңликлири өзгәрминиң қандақ мәнасида һәқиқәт болиду?

В

7.19. Берилгән тәңлимиләрниң томурлириниң бири 2 гә тең болса p параметрини тепиңлар:

1) $px^2-2x+3=0$; 2) $px^2-5x-2=0$;

3) $x^2-2px+6=0$; 4) $x^2-8px-4{,}6=0$.

7.20. p параметриниң қандақ мәнасида -3 сани берилгән тәңлимиләрниң томури болиду:

1) $2y^2-3y+2p=0$; 2) $-y^2+2y-5p=0$;

3) $-0{,}2y^2=3y+4{,}6p$; 4) $-y^2=-3{,}4y+2{,}5p$?

Берилгән тәңлимиләрниң томурлирини тепиңлар **(7.21—7.25)**:

7.21. 1) $(a+c)x^2+2ax+a-c=0$; 2) $acx^2-(an+cp)x+np=0$;

3) $x^2+2(n-p)x-4np=0$; 4) $2x^2-(a-2c)x-ac=0$.

7.22. 1) $y^2-(2a-4)y-8a=0$; 2) $y^2+(3p-2)y=6p$;

3) $px^2-(p+1)x+1=0$; 4) $x^2+5ax-6a^2=0$.

7.23. 1) $-\frac{11y+12}{10}=2-\frac{y-2}{3}$;

2) $\frac{y^2+3y}{5}=\frac{10-y}{2}-\frac{3y^2+8y}{14}$.

7.24. 1) $\frac{x^2-1}{2}-\frac{(x+3)^2}{4}+3x=\frac{(x-3)^2}{8}$;

2) $\frac{(3x-4)^2}{5}+\frac{(x-1)(2x-5)}{2}-1=\frac{(x+2)^2}{5}$;

3) $\frac{(x-7)(x-3)}{2}-\frac{2x+8}{5}=6x-\frac{(5x-3)^2}{2}$;

4) $\frac{11-14x+3x^2}{14}+\frac{1+x+x^2}{5}=\frac{x+9}{2}$.

7.25. 1) $(2x-1)^2(x+5)=(4x+5)(x+1)^2$;

2) $(x-5)^3(x-1)-49=(x-8)^2(x^2-2)$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $9((3x-4)^2-(2x-10)^2)=(5x-14)^2(x+6)^2$;
4) $3(4x^2-1)(5x+3)=8(4x^2-1)^2$.

7.26. Берилгән тәңликләрдин p ни n арқилиқ ипадиләңлар:
1) $p^2-3pn-4n^2=0$; 2) $p^2+5pn+4n^2=0$;
3) $p^2+5pn-6n^2=0$; 4) $21p^2-4pn-n^2=0$.

7.27. p параметриниң қандақ мәнасида $9y^2+(p-9)y-p-6=0$ тәңлимисиниң томурлири: 1) өз ара тәң; 2) модули бойичә тәң, бирақ тамғилири қариму-қарши болиду?

C

7.28. Әгәр икки санниң көпәйтиндисиниң уларниң квадратлириниң қошундисиға болған нисбити 0,4 кә тәң болса, берилгән санларниң нисбитини тепиңлар.

7.29. Икки санниң қошундисиниң квадрати мошу санларниң айримисиниң толуқ әмәс квадратидин 3 һәссә артуқ болса, берилгән санларниң нисбитини тепиңлар.

7.30. Тәңлимиләрни графиклиқ усул билән йешиңлар:
1) $x^2-|x|-6=0$; 2) $2x^2+|x|-1=0$;
3) $2x^2-3|x|-2=0$; 4) $-x^2-|x|+12=0$.

7.31. c параметриниң қандақ мәнасида берилгән тәңлимиләрниң пәқәт бирла томури болиду:
1) $4x^2-3x+c=0$; 2) $2x^2+5x-0{,}4c=0$;
3) $-x^2+6x-7c=0$; 4) $-2x^2-3x+5c=0$?

7.32. Тәңлимиләрни йешиңлар:
1) $x^2-2ax+a^2-b^2=0$; 2) $x^2-ax-2a^2=0$;
3) $x^2-2(a+b)x+4ab=0$; 4) $x^2-(3a-2)x+2a^2-a-3=0$.

7.33. 1) $2x^2-7x+p=0$; 2) $4x^2+3x+2p=0$;
3) $7x^2-8x-3p=0$; 4) $-3x^2-6x+2p=0$
тәңлимилириниң томурлири p параметриниң қандақ мәнасида өз ара тәң болиду?

$\frac{a+b}{2}$ сани *a билән b санлириниң арифметикилиқ оттуриси* дәп атилидиғинини силәр билисиләр. Әнди $\sqrt{a\cdot b}$ сани *a билән b иҗабий санлириниң геометриялик оттуриси* дәп атилиду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7.34. 1) Әгәр икки иҗабий санның геометриялик оттурисининң арифметикилик оттурисиға болған нисбити 0,6 ға тәң болса, берилгән санларнинң нисбитини тепиңлар.

2) Икки иҗабий санның арифметикилик оттурисининң геометриялик оттурисиға нисбити 2 гә тәң болса, берилгән санларнинң нисбитини тап.

Тәкрарлаш

7.35. Ипадиләрни ихчамлаңлар:

1) $\left(\frac{a}{a^2+2a+4}+\frac{a^2+8}{a^3-8}-\frac{1}{a-2}\right)\cdot\left(\frac{a^2}{a^2-4}-\frac{2}{2-a}\right)$;

2) $\frac{a^3+4a^2+8a+8}{a^2+4-4a-a^3}\cdot\left(\frac{6a-a^2-4}{a^3-8}-\frac{1}{a-2}+\frac{a-2}{a^2+2a+4}\right)$.

7.36. Әгәр $\frac{x+2y}{x}=5$ болса, берилгән ипадиләрниң мәнасини тепиңлар:

1) $\frac{4x-2y}{3x}$; 2) $\frac{5x-2y}{2x+y}$; 3) $\frac{4y^2-3xy}{x^2-2xy}$; 4) $\frac{-x+8y}{4x-3y}$.

7.37. Һесаплаңлар:

1) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{12}-\sqrt{20}\right)\cdot\left(2\sqrt{5}+3\sqrt{3}\right)-4$; 2) $\left(\sqrt{15}+\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\cdot\left(\sqrt{5}-\sqrt{3}\right)-4{,}6$.

7.38. Тәңлимиләр системисини йешиңлар:

1) $\begin{cases}3x-2y=5,\\5x+2y=8;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}2x-3y=-4,\\1{,}5x+2y=7;\end{cases}$

3) $\begin{cases}3{,}6x+3{,}2y=5{,}6,\\5{,}2x+2{,}4y=8;\end{cases}$ 4) $\begin{cases}3x-2y=5{,}3,\\2{,}5x+1{,}2y=7{,}8.\end{cases}$

7.39. Селиштуруңлар:

1) 2,14 вә 2,1(4); 2) 1,73 вә $\sqrt{3}$;

3) $-3\frac{3}{7}$ вә $-3\frac{4}{9}$; 4) $2-\sqrt{5}$ вә $1-\sqrt{2}$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

7.40. Тәңлимини йешиңлар вә униң томурлириниң қошундиси билән көпәйтиндисини тепиңлар:

1) $7x^2-8x+1=0$; 2) $x^2+11x-12=0$; 3) $-2x^2-7x+9=0$.

7.41. Томурлири 5 вә 7 санлири болидиған сизиқлиқ тәңлимигә мисаллар кәлтүруңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§8. ВИЕТ ТЕОРЕМИСИ

Виет теоремисини қандақ қоллиниду? Квадрат тәңлиминиң томурлириниң қошундиси билән көпәйтиндисиниң мәнаси немигә тәң?

Өткән параграфта силәр умумий түрдин $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ квадрат тәңлимисиниң томурлириниң формулиси билән тонуштуңлар. Әгәр x_1 вә x_2 арқилиқ $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ квадрат тәңлимисиниң томурлирини бәлгүлисәк, у чағда $x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ вә $x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ болидиғанлиғи бәлгүлүк. Ундақ болса,

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \qquad =$$

$$= \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a}.$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \cdot \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(-b)^2 - (b^2 - 4ac)}{4a^2} = \frac{4ac}{4a^2} = \frac{c}{a}.$$

Яки, $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ вә $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$.

$ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ тәңлимисиниң икки тәрипиниму биринчи коэффициент a ға бөлүп, $x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ (1) кәлтүрүлгән квадрат тәңлимисини елишқа болидиғанлиғини, шундақла кәлтүрүлгән квадрат тәңлимә $x^2 + px + q = 0$ (2) түридә йезилидиғанлиғини билимиз. (1) вә (2) тәңлимиләрни селиштурсақ, $p = \frac{b}{a}$, $q = \frac{c}{a}$ чиқиду. Жуқурида $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$ вә $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ болидиғанлиғи еniқланди. Демәк, $x_1 + x_2 = -p$ вә $x_1 \cdot x_2 = q$ дәп йәкүнләшкә болиду.

Теорема. Кәлтүрүлгән квадрат тәңлиминиң томурлириниң қошундиси қариму-қарши бәлгү (тамға) билән елинған иккинчи коэффициентқа, көпәйтиндилири бош әзаға тәң.

Теорема бойичә,

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p; \\ x_1 \cdot x_2 = q. \end{cases}$$

Бу теорема *Виет теоремиси* дәп атилиду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Виет теоремисини өзәңлар испатлап көрүңлар.

Квадрат тәңлиминиң бирла томури болса, униң өз ара тәң икки томури болиду дәп һесаплап, Виет теоремисиниң һәқиқәтлигигә көз йәткүзүңлар.

Виет теоремисиға әкси теорема. *Әгәр икки санниң қошундиси — p га тән, уларниң көпәйтиндиси q га тән болса, у чағда у санлар $x^2 + px + q = 0$ кәлтүрүлгән квадрат тәңлимисиниң томурлири болиду.*

Мисал. Томурлириниң қошундиси 5 кә, көпәйтиндиси болса 9 ға тән болидиған квадрат тәңлимә қуруңлар.

Йешилиши. Виет теоремиси бойичә, әгәр x_1 вә x_2 санлири $x^2 + px + q = 0$ тәңлимисиниң томурлири болса, у чағда $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$.

Демәк, $-p = 5$ вә $q = 9$. Шуниң билән берилгән квадрат тәңлимә $x^2 - 5x + 9 = 0$ болиду.

Жавави: $x^2 - 5x + 9 = 0$.

Мисал. Әгәр икки санниң қошундиси 15 кә, көпәйтиндиси 56 гә тән болса, берилгән санларни тепиңлар.

Йешилиши. Һесапниң шәртигә мувапиқ квадрат тәңлимә қуруп уни йешәйли. Издәватқан санларни x_1 вә x_2 дәп бәлгүләйли. Виет теоремиси бойичә $x^2 + px + q = 0$ квадрат тәңлимисиниң томурлири x_1 вә x_2 санлири болса, у чағда $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$ шәрти орунлуқ.

Шәртни әскәрсәк, $-p = 15$, $q = 56$. Демәк $x^2 - 15x + 56 = 0$ квадрат тәңлимисиниң томурлири x_1 вә x_2 санлири болиду. Шу чағда квадрат тәңлиминиң томурлириниң формулиси бойичә:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \text{ яки } x_{1,2} = \frac{15 \pm \sqrt{225 - 224}}{2} = \frac{15 \pm 1}{2}.$$

Демәк $x_1 = 7$, $x_2 = 8$.

Жавави: 7 вә 8.

1. Қандақ квадрат тәңлиминиң томурлириниң қошундиси 2 гә, көпәйтиндиси болса -5 кә тән болиду?
2. Виет теоремисини пайдилинип, квадрат тәңлиминиң томурлирини (таллаш усули билән) еғизчә тепишқа мисаллар кәлтүрүңлар.

Көнүкмиләр

А

8.1. Берилгән тәңлимиләрниң томурлириниң қошундиси билән көпәйтиндисини тепиңлар:

1) $x^2 + 9x - 22 = 0$; 2) $x^2 - 7x + 12 = 0$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $x^2 - x - 72 = 0$; 4) $-x^2 + 3{,}5x - 2 = 0$;
5) $-3x^2 - 8x + 80 = 0$; 6) $5x^2 + 9x - 18 = 0$.

Тәңлимиләрни йешиңлар **(8.2—8.5)**:

8.2. 1) $x^2 + 5x - 6 = 0$; 2) $x^2 - 9x + 18 = 0$;
3) $x^2 + 9x + 14 = 0$; 4) $x^2 - 4x + 5 = 0$.

8.3. 1) $3y^2 - 8y + 5 = 0$; 2) $2y^2 + 9y + 7 = 0$;
3) $67y^2 - 105y + 38 = 0$; 4) $67y^2 - 105y - 172 = 0$.

8.4. 1) $x^2 - (\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0$; 2) $x^2 - (\sqrt{2} - 2)x - 2\sqrt{2} = 0$;
3) $x^2 - (\sqrt{3} - \sqrt{2})x - \sqrt{6} = 0$; 4) $x^2 - (2\sqrt{3} + 1)x + 2\sqrt{3} = 0$.

8.5. 1) $3y^2 + 7y - 5 = 3 \cdot \left(-\frac{11}{3}\right)^2 + 7 \cdot \left(-\frac{11}{3}\right) - 5$;

2) $4y^2 - 3y + 9 = 4 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right)^2 - 3 \cdot \left(-\frac{7}{3}\right) + 9$.

Берилгән томурлири бойичә квадрат тәңлимә қуруңлар **(8.6—8.8)**:

8.6. 1) -5 вә -2; 2) -7 вә 2; 3) $2\frac{2}{7}$ вә 3;
4) $-5{,}4$ вә 8; 5) $1{,}2$ вә $4{,}5$; 6) 5 вә $23{,}2$.

8.7. 1) $\frac{4}{9}$ вә $\frac{4}{9}$; 2) $-3\frac{1}{4}$ вә $-3\frac{1}{4}$; 3) $5\frac{4}{7}$ вә $-5\frac{4}{7}$; 4) $-\sqrt{7}$ вә $\sqrt{7}$.

8.8. 1) $\sqrt{3}$ вә $\sqrt{7}$; 2) $-\sqrt{5}$ вә $\sqrt{2}$;
3) $3 - \sqrt{7}$ вә $2\sqrt{7}$; 4) $-1 - \sqrt{7}$ вә $-1 + \sqrt{7}$.

8.9. Томуриниң бири: 1) $\sqrt{7}$; 2) $-\sqrt{7}$; 3) $1 + \sqrt{7}$; 4) $2 - \sqrt{3}$ вә коэффициентлири рационал сан болидиған квадрат тәңлимә қуруңлар.

8.10. p параметриниң қандақ мәнасида $x^2 + px - 6 = 0$ тәңлимисиниң: 1) бир томури 2 гә тәң; 2) һәрқандақ һәқиқий томурлири болиду; 3) тамғилири бойичә һәрхил, модульлири бойичә тәң томурлири болиду?

В

8.11. $2x^2 + x + c = 0$ тәңлимисиниң бир томури 7,5 кә тәң болса c ни тепиңлар.

8.12. $49x^2 - 4x + c = 0$ тәңлимисиниң бир томури иккинчисидин 3 һәссә көп болса c ни тепиңлар.

8.13. Әгәр томурлириниң бири:
1) $-\sqrt{13}$; 2) $\sqrt{7}$; 3) $3 - \sqrt{5}$;
4) $-\sqrt{23}$; 5) $1 - \sqrt{7}$; 6) $4 - \sqrt{5}$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

екәнлиги бәлгүлүк болса, у чағда рационал коэффициенти бар квадрат тәңлимә қуруңлар.

8.14. $9x^2 - cx + 12 = 0$ тәңлимисиниң бир томури иккинчисидин 3 һәссә ошуқ. c ни тепиңлар.

8.15. $x^2 - 4ax + 8 = 0$ тәңлимисиниң бир томури иккинчисидин 2 гә ошуқ болса, a ни тепиңлар.

8.16. Тәңлимиләрни йәшмәстин, униң томурлириниң (әгәр бар болса) тамғисини еniқлаңлар:

1) $x^2 - 12x - 24 = 0$; 2) $3x^2 - 12x + 4 = 0$;

3) $-x^2 - 7x + 4{,}8 = 0$; 4) $-3x^2 + 2{,}2x + 9{,}24 = 0$.

8.17. $cx^2 + x + 4 = 0$ тәңлимисиниң бир томури 5 кә тәң. c ни тепиңлар.

8.18. $px^2 - 5x + 8 = 0$ тәңлимисиниң бир томури иккинчисидин 4 һәссә көп болса, p ни тепиңлар.

8.19. $2ax^2 - 6x + 9 = 0$ тәңлимисиниң бир томури иккинчисидин 5 һәссә ошуқ болса, a ни тепиңлар.

8.20. Әгәр томурлириниң бири:

1) $\frac{1}{\sqrt{2}-1}$; 2) $\frac{2}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$; 3) $\frac{5}{\sqrt{13}-2\sqrt{2}}$;

4) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$; 5) $\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$; 6) $\frac{3}{\sqrt{23}-2\sqrt{3}}$

бәлгүлүк болса, у чағда рационал коэффициенти бар квадрат тәңлимисини қуруңлар.

8.21. 1) $m + n = 4$ вә $mn = 4$;

2) $m + n = -5$ вә $mn = 6$;

3) $m + n = 2$ вә $mn = -48$;

4) $m + n = -3$ вә $mn = -18$ шәртлирини қанаәтләндүридиған $(m; n)$ — санлар жүпини тепиңлар.

8.22. $3x^2 + 8x - 1 = 0$ тәңлимисиниң томурлирини еniқлимай, берилгән ипадиниң мәнасини тепиңлар:

1) $x_1^2 + x_2^2$; 2) $x_1x_2^3 + x_2x_1^3$; 3) $\frac{x_1}{x_2^2} + \frac{x_2}{x_1^2}$; 4) $x_1^4 + x_2^4$.

8.23. $2x^2 - 5x - 4 = 0$ тәңлимисиниң томурлирини еniқлимай, берилгән ипадиниң мәнасини тепиңлар:

1) $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$; 2) $x_1x_2^4 + x_2x_1^4$; 3) $\frac{x_1}{x_2^3} + \frac{x_2}{x_1^3}$.

8.24. $2x^2 - 5x + 1 = 0$ тәңлимисиниң томурлирини еniқлимай, томурлириниң квадратлириниң айримисини тепиңлар.

8.25. x_1 вә x_2, $2x^2 - 7x - 3 = 0$ тәңлимисиниң томури болсун.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1) $x_1 - 2$ вә $x_2 - 2$; 2) $2x_1 + 3$ вә $2x_2 + 3$;

3) $\frac{1}{x_1}$ вә $\frac{1}{x_2}$; 4) $x_1 + \frac{1}{x_2}$ вә $x_2 + \frac{1}{x_1}$

ипадилириниң мәналири томури болидиған квадрат тәңлимә қуруңлар.

8.26. $4x^2 - 6x - 1 = 0$ тәңлимисиниң томурлири x_1 вә x_2, болсун. Томурлири:

1) $x_1x_2^2$ вә $x_2x_1^2$; 2) $\frac{1}{x_1^2}$ вә $\frac{1}{x_2^2}$;

3) $\frac{x_1}{x_2} + 1$ вә $\frac{x_2}{x_1} + 1$; 4) $\frac{2}{x_1^3} - 1$ вә $\frac{2}{x_2^3} - 1$

ипадилириниң мәнасиға тәң болидиған квадрат тәңлимә түзуңлар.

8.27. k ниң қандақ мәнасида $x^2 + 3x + (k^2 - 7k + 12) = 0$ квадрат тәңлимисиниң томурлириниң көпәйтиндиси нөлгә тәң болиду?

8.28. k ниң қандақ мәнасида $x^2 + (k^2 + 4k - 5)x - k = 0$ квадрат тәңлимисиниң томурлириниң көпәйтиндиси нөлгә тәң болиду?

C

8.29. $x^2 - 4x + a = 0$ тәңлимисиниң томурлириниң квадратлириниң қошундиси 16 гә тәң болса. a ни еиқлаңлар.

8.30. $x^2 - 2x + a = 0$ тәңлимисиниң томурлириниң квадратлириниң қошундиси 24 кә тәң. a ни тепиңлар.

8.31. a ниң қандақ мәнасида $x^2 - 2a(x - 1) - 1 = 0$ тәңлимисиниң томурлириниң қошундиси, униң томурлириниң квадратлириниң қошундисиға тәң болиду?

8.32. m параметриниң қандақ мәнасида $x^2 + (2 - m)x - m - 3 = 0$ тәңлимисиниң томурлириниң квадратлириниң қошундиси әң кичик болиду?

8.33. m параметриниң қандақ мәнасида $x^2 + (m - 1)x + m^2 - 1{,}5 = 0$ тәңлимисиниң томурлириниң квадратлириниң қошундиси әң чоң болиду?

8.34. $x^2 - 3|x| + 1 = 0$ тәңлимисиниң барлиқ томурлириниң квадратлириниң қошундисиниң мәнасини тепиңлар.

8.35. p вә q ниң қандақ мәнасида $x^2 + px + q = 0$ тәңлимисиниң томурлири $2p$ вә $\frac{q}{2}$ гә тәң болиду?

8.36. a параметриниң қандақ мәнасида $(a^2 - 5a + 3)x^2 + (3a - 1)x + 2 = 0$ тәңлимисиниң томурлириниң бири иккинчисидин икки һәссә ошуқ болиду?

8.37. $x^2 - 5x + a = 0$ тәңлимисиниң томурлири $x^2 - 7x + 3a - 6 = 0$ тәңлимисиниң томурлиридин 1 гә кам. a ниң вә һәрбир тәңлиминиң томурлирини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

8.38. $x^2 - 13x + b = 0$ тәңлимисиниң томурлири мувапиқ $x^2 + ax + 6 = 0$ тәңлимисиниң томурлириниң квадратлириға тән. a билән b ни вә hәр тәңлиминиң томурлирини тепиңлар.

8.39. p параметриниң қандақ мәнасида $x^2 + (p^2 + 5p + 6)\,x = 0$ вә $x^2 + 2(p + 3)\,x + (p^2 - p - 12) = 0$ тәңлимилири мәнадаш?

8.40. p параметриниң қандақ мәнасида $x^2 + (p^2 - p - 6)x = 0$ вә $x^2 + 2(p - 3)x + (p^2 - 7p + 12) = 0$ тәңлимилири мәнадаш болиду?

8.41. Әгәр x_1 вә x_2 $5x^2 - 18x + p = 0$ тәңлимисиниң томурлири вә $2x_1 + 5x_2 = 12$ болса, у чағда p ни тепиңлар.

8.42. $x^2 + px + q = 0$ тәңлимисиниң томурлири x_1 вә x_2 болса. Томурлири:

1) $x_1 + 3$ вә $x_2 + 3$; 2) $4x_1$ вә $4x_2$; 3) $\frac{1}{x_1}$ вә $\frac{1}{x_2}$ болидиған квадрат тәңлимә түзүңлар.

Математика тарихидин мәлуматлар

Hәриплик ипадини киргүзгән XVI әсирниң көрнәклик математиги Франсуа Виет.

Өзиниң алгебрилиқ ойлирини Виет "Аналитикилиқ чевәрликкә киришмә" әмгигидә язған. У йәрдә алгебрини математикилиқ hесаплаш усулиға айландурушни тәклип қилған Виет: "Барлиқ математик алимлар алгебрида тәңдиши йоқ ғәзнә барлиғини билгән, бирақ уни қандақ тепишни билмиди. Уларниң мурәккәп дәп тапқан hесаплири бизниң чевәрлик арқилиқ оңай йешилиду", — дәп язған.

Франсуа Виет (1540—1603)

Квадрат тәңлимини йешиш усуллири бурундин бәлгүлүк. Улар вавилон қолязмилирида, қедимий грек математиги Евклидниң (б.э.б.III-әсир) әмгәклиридә, қедимий хитай вә япон трактатлирида учришиду.

Квадрат тәңлимини йешишниң усуллири Оттура Азияниң атақлиқ математиги әл-Хорезмийниң (IX әсир) әмгәклиридә толуқ йезилған. Униң әмгәклириниң бири "Хисаб ал-джебр вал-мукабала"дәп атилиду.

Әл-Хорезмий (783—850)

Тәкрарлаш

8.43. Ипадини ихчамлаңлар:

1) $\left(\frac{a}{a^2 + 2a + 4} - \frac{1}{a - 2}\right) \cdot \left(\frac{a^2 + 2}{a^2 - 1} - \frac{2}{1 - a}\right)$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) $\left(\frac{a}{a^2+2a+4}+\frac{a^2+8}{a^3-8}+\frac{1}{2-a}\right)\cdot\left(\frac{a^2}{a^2-4}+\frac{2}{a-2}\right)$;

3) $\frac{4x-2y}{y}-\frac{5x-2y}{2x+y}$; 4) $\frac{4x^2-3xy}{y}\cdot\frac{5x-2y}{2x+y}-3$.

8.44. Кәсирниң мәхрижини иррационалликтин қутулдуруңлар:

1) $\frac{1}{2\sqrt{5}}$; 2) $\frac{5}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$; 3) $\frac{x^2-9}{2-\sqrt{1+x}}$;

4) $\frac{x-2}{\sqrt{x+2}-2}$; 5) $\frac{1}{3-2\sqrt{2}}$; 6) $\frac{x}{\sqrt{1-x}-\sqrt{1-2x}}$.

8.45. Ипадини ихчамлаңлар:

1) $\frac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}}+\frac{3}{\sqrt{2}-1}-\sqrt{32}-\sqrt{7}$;

2) $\frac{1}{2\sqrt{2}+\sqrt{7}}-\frac{3}{\sqrt{2}-1}+\sqrt{18}+\sqrt{28}+2$;

3) $\frac{1}{2\sqrt{3}-\sqrt{11}}-\frac{3}{2-\sqrt{3}}-\sqrt{44}+3\sqrt{12}$;

4) $\frac{1}{2\sqrt{2}-\sqrt{7}}-\frac{3}{\sqrt{2}+1}-\sqrt{8}-\sqrt{28}-3$.

8.46. Йеңи селинған өйниң ашханисида узунлиғи 6 м вә егизлиги 80 см бөләккә кафель чаплаш керәк.

1) Әгәр бир ящиктә өлчими 25x30 см болидиған кафельдин 20 данә болуп вә тошуш жәриянида 8% чиқим болса, у чағда керәклик бөләккә нәччә ящик кафель керәк?

2) Бир кафельниң баһаси 90 тг вә клейниң баһаси 720 тг болса, у чағда керәклик кафельни сетивелиш үчүн қанчә тәңгә керәк?

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

8.47. Көпәйтиндини көпәзалиқ түридә йезиңлар:

1) $(x-2)(x+7)$; 2) $(3x-2)(x-4)$; 3) $(4-3x)(2x+5)$.

8.48. Иккиәзалиқниң квадратини ажритиңлар:

1) $x^2+6x+11$; 2) $x^2-8x+15$;
3) $x^2-3x+12$; 4) x^2-5x-7.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§9. КВАДРАТ ҮЧӘЗАЛИҚ

Квадрат үчәзалиқниң томури дегинимиз немә?

$ax^2 + bx + c$ түридә берилгән көпәзалиқ *квадрат үчәзалиқ* дәп атилиду, бу йәрдә x — өзгәрмә, a, b, c — қандақту бир санлар — квадрат үчәзалиқниң коэффициентлири вә $a \neq 0$.

$ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ көпәзалиғиниң дәриҗиси қанчигә тәң?

Квадрат үчәзалиқни *иккинчи дәриҗилик үчәзалиқ* дәп атайду, сәвәви бу үчәзалиқ иккинчи дәриҗилик көпәзалиқ болуп hесаплиниду.

$ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ *түридә берилгән үчәзалиқниң томури* дәп берилгән үчәзалиқниң мәнасини нөлгә айландуридиған өзгәрмә x ниң мәнасини ейтиду.

Чүшәндүрүңлар

Немә үчүн 3 вә -2 санлири $x^2 - x - 6$ квадрат үчәзалириниң томурлири болиду?

Квадрат үчәзалиқниң томурлирини тепиш үчүн уни нөлгә тәңләштүрүп, елинған квадрат тәңлиминиң томурлирини тепиш керәк.

Квадрат үчәзалиқни көпәйткүчләргә қандақ ажритишқа болиду?

Теорема. *Әгәр $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ түридә берилгән үчәзалиқниң томурлири x_1 вә x_2 болса, у чағда $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$ тәңмутәңлиги дурус болиду.*

Испатлиниши. $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ ипадисини түрләндүрәйли. Алди билән a *ни* тирнақ сиртиға чиқиримиз:

$$ax^2 + bx + c = a \cdot \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right).$$

Виет теоремиси бойичә $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$, $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$ пайдилинип:

$$a \cdot \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a \cdot (x^2 + (-(x_1 + x_2)) \cdot x + x_1 \cdot x_2).$$

Әнди тирнақларни ачсақ

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$a \cdot (x^2 + (-(x_1 + x_2)) \cdot x + x_1 \cdot x_2) = a \cdot (x^2 - x_1 \cdot x - x_2 \cdot x + x_1 \cdot x_2)$.

Тирнақ ичидики биринчи билән иккинчи вә үчинчи билән төртинчи әзалирини топлап, умумий көпәйткүчләрни тирнақ сиртиға чиқирайли:

$a \cdot (x^2 - x_1 \cdot x - x_2 \cdot x + x_1 \cdot x_2) = a \cdot (x \cdot (x - x_1) - x_2 \cdot (x - x_1))$ ипадисини алимиз.

Мошу тәңликтики $(x - x_1)$ умумий көпәйткүчни тирнақниң сиртиға чиқарсақ,

$a \cdot (x \cdot (x - x_1) - x_2 \cdot (x - x_1)) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$ ипадисини алимиз.

Демәк, $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$.

Мисал. $x^2 + 4x - 21$ квадрат үчәзалиғини көпәйткүчләргә ажритайли.

Йешилиши. Алди билән $x^2 + 4x - 21 = 0$ тәңлимисини йешип, $x_1 = 3$ вә $x_2 = -7$ болидиғинини алимиз. Әнди квадрат үчәзалиқни көпәйткүчләргә ажритиш формулисини пайдилинимиз. Шу чағда

$x^2 + 4x - 21 = (x - 3)(x + 7)$, сәвәви $a = 1$.

Әгәр x_1 сани берилгән $ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ квадрат үчәзалиғиниң томурлириниң бири болса, у чағда қандақ һаләттә $ax^2 + bx + c = a \cdot (x - x_1)^2$ түридә йезишқа болиду?

Чүшәндүрүңлар

$\dfrac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 6x + 8}$ кәсири қандақ қисқартилған?

Йешилиши: $\dfrac{x^2 + 5x + 6}{x^2 + 6x + 8} = \dfrac{(x + 2)(x + 3)}{(x + 2)(x + 4)} = \dfrac{x + 3}{x + 4}$.

1. Квадрат үчәзалиқни көпәйткүчләргә қандақ ажритишқа болиду?
2. Квадрат үчәзалиқни барлиқ һаләттә көпәйткүчләргә ажритишқа боламду?

Көнүкмиләр

А

9.1. $-2; -1; 1; 2; 3; 4; 6; 7; 2 - \sqrt{5}; -3 + \sqrt{7}$ санлириниң қайсиси:

1) $x^2 - 2x - 8$; 2) $x^2 - 4x$; 3) $x^2 - 4x - 1$; 4) $x^2 + 6x + 2$

квадрат үчәзалиқниң томурлири болиду?

9.2. 1) $x^2 - 7x + 8$; 2) $x^2 - 12x + 18$; 3) $-x^2 - 11x + 38$;

4) $x^2 + 18$; 5) $x^2 - 12x$; 6) $-x^2 + 18x$

квадрат үчәзалиқниң томурлири барму?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Берилгән квадрат үчәзалиқларниң томурлирини тепиңлар **(9.3—9.5)**:

9.3. 1) $x^2 - 7x$; 2) $x^2 - 7$; 3) $3x^2 - 27$;
4) $-2x^2 + 72$; 5) $0,5x^2 - 128$; 6) $-\frac{2}{5}x^2 + 4x$.

9.4. 1) $3x^2 + 54$; 2) $-0,4x^2 - 7x$; 3) $x^2 - 7x - 8$;
4) $x^2 + 7x - 8$; 5) $-x^2 + 8x - 15$; 6) $-2x^2 + 7x - 18$.

9.5. 1) $-3x^2 + 6x + 18$; 2) $10x^2 + 3x - 18$;
3) $-2x^2 + 9x - 8$; 4) $-\frac{1}{4}x^2 + 7x - 2$.

Квадрат үчәзалиқлардин иккиәзалиқниң толуқ квадратини айриңлар **(9.6—9.8)**:

9.6. 1) $x^2 + 6x - 18$; 2) $x^2 + 8x - 11$; 3) $x^2 + 5x - 8$;
4) $x^2 + 7x - 1$; 5) $-x^2 + 7x - 12$; 6) $-x^2 + 8x + 8$.

9.7. 1) $2x^2 + 5x - 18$; 2) $4x^2 + 7x - 8$; 3) $5x^2 + 9x - 8$;
4) $0,2x^2 + 6x - 18$; 5) $\frac{1}{4}x^2 + 7x - 1$; 6) $\frac{1}{3}x^2 - 2x - 1$.

9.8. 1) $-2x^2 + 5x - 17$; 2) $-2x^2 + 7x - 11$;
3) $2x^2 - 7x - 13$; 4) $-3x^2 - 7x - 21$;
5) $-0,2x^2 + 7x - 18$; 6) $-2,5x^2 + 5x - 15$.

B

9.9. 1) $x^2 + 4x + 17$; 2) $x^2 - 6x + 17$;
3) $x^2 - 8x + 17$; 4) $x^2 - 5x + 17$

x ниң һәрқандақ мәнасида берилгән квадрат үчәзалиқларниң иҗабий мәна қобул қилидиғанлиғини испатлаңлар.

9.10. 1) $-x^2 - 6x - 17$; 2) $-x^2 + x - 7$;
3) $-x^2 + 4x - 7$; 4) $-x^2 + 6x - 27$

x ниң һәрқандақ мәнасида берилгән квадрат үчәзалиқларниң сәлбий мәна қобул қилидиғанлиғини испатлаңлар.

9.11. 1) $-2x^2 + 5x - 27$; 2) $x^2 - 11x - 12$;
3) $-2x^2 + 7x - 13$; 4) $-3x^2 + 7x - 21$;
5) $-2,5x^2 + 5x - 15$; 6) $-0,2x^2 + 7x - 18$

квадрат үчәзалиқлири x ниң қандақ мәнасида нөлгә тең?

9.12. Берилгән квадрат үчәзалиқлар x ниң қандақ мәнасида сәлбий әмәс мәна қобул қилиду?

1) $x^2 + 4x - 21$; 2) $x^2 + 10x + 21$;
3) $-x^2 + 2x - 7$; 4) $6x^2 - 13x + 6$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Квадрат үчәзалиқни көпәйткүчләргә айриңлар **(9.13—9.17)**:

9.13. 1) $x^2 - 5x + 6$; 2) $x^2 + 5x + 6$; 3) $x^2 - 2x - 8$;
4) $x^2 - 8x + 15$; 5) $x^2 - 14x + 40$; 6) $x^2 + 11x + 30$.

9.14. 1) $7x^2 + x - 8$; 2) $5x^2 + 8x + 3$;
3) $-2x^2 + 7x - 3$; 4) $2x^2 - 2x + 0{,}25$.

9.15. 1) $-4x^2 - 7x + 2$; 2) $-2x^2 - 12x + 14$;
3) $-2x^2 + 5x + 7$; 4) $-11x^2 + 3x + 14$.

9.16. 1) $3a^2 - 11a - 32$; 2) $7 + 2a^2 - 8a$;
3) $2a^2 - 7a + 3$; 4) $-2a^2 + 9a + 5$.

9.17. 1) $3 - 5n - n^2$; 2) $2 - 3n - 2n^2$;
3) $-11n^2 + 3n + 14$; 4) $-\frac{2}{3}n^2 + 4n - 6$.

Берилгән кәсирләрни қисқартиңлар **(9.18—9.19)**:

9.18. 1) $\frac{a^2 - a - 56}{a - 8}$; 2) $\frac{a^2 + 6a - 27}{a + 9}$; 3) $\frac{a^2 + 3a}{2a^2 + 7a + 3}$; 4) $\frac{2 + 3a}{3a^2 - 13a - 10}$.

9.19. 1) $\frac{a - 1}{7a^2 + a - 8}$; 2) $\frac{3a - 2}{3a^2 + 4a - 4}$; 3) $\frac{a^2 - 4a}{2a^2 - 7a - 4}$; 4) $\frac{2a - a^2}{2a^2 - 8a + 4}$.

Берилгән ипадиләрни көпәйткүчләргә айриңлар **(9.20—9.24)**:

9.20. 1) $14y + 5y^2 - y^3$; 2) $-35y + 2y^2 + y^3$;
3) $-20y + y^2 + y^3$; 4) $14y + 3y^2 - 11y^3$.

9.21. 1) $2a^3 + 5a^2 + 2a$; 2) $a^3 - a^2 - 42a$;
3) $-6a^3 + 13a^2 - 6a$; 4) $-9a^3 + 12a^2 - 4a$.

9.22. 1) $2x^3 - 5x^2 - 7x$; 2) $-2x^3 + 5x^2 + 7x$;
3) $-2x^3 + 2x^2 - \frac{1}{4}x$; 4) $-6x^3 + 7x^2 - 2x$.

9.23. 1) $x^2 \cdot (x - 5)^3 - 36x + 180$; 2) $81(x - 1)^3 + 4x^4 - 4x^5$.

9.24. 1) $a^3 + 9a^2 - 4a - 36$; 2) $a^4 - 2a^3 + a^2 - 36$.

C

Берилгән кәсирләрни қисқартиңлар **(9.25—9.27)**:

9.25. 1) $\frac{a^2 - 9}{5a^2 - 13a - 6}$; 2) $\frac{4 - a^2}{7a^2 - 9a - 10}$;
3) $\frac{(a - 1)^2 - 1}{3a^2 - 11a + 10}$; 4) $\frac{a^2 - 8a - 9}{a^2 - 6a - 27}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

9.26. 1) $\frac{x^2-9x-22}{x^2-8x-33}$; 2) $\frac{x^2-8x+15}{-x^2+5x-6}$; 3) $\frac{-2x^2+12x-18}{x^2+4x-21}$; 4) $\frac{2x^2-3x-2}{2x^2-5x-3}$.

9.27. 1) $\frac{-x^2-5x-4}{x^2+8x+16}$; 2) $\frac{5x^2+x}{3-10x^2+13x}$; 3) $\frac{5x^2+8x+3}{14-11x^2+3x}$; 4) $\frac{9x^2-1}{6x^2+x-1}$.

9.28. $x = 1{,}5;\ -2;\ 5{,}2$ болғанда, берилгән кәсирниң мәнасини тепиңлар:

1) $\frac{9-x^2}{-5x^2+13x+6}$; 2) $\frac{x^2-7x-18}{5x^2-13x-6}$; 3) $\frac{x^2-7x-8}{5x^2-3x+8}$; 4) $\frac{2x^2-8x}{x^2-3x-4}$.

9.29. 1) $\frac{3}{7}x^2 - 2\frac{1}{7}x - 1$; 2) $\frac{2}{5}x^2 - 2\frac{4}{5}x + 1$;

3) $-\frac{2}{7}x^2 + \frac{1}{7}x + 2$; 4) $-\ x^2 - \frac{1}{3}x +$

квадрат үчәзалиғиниң томурлирини тепиңлар вә уларни Виет теоремиси бойичә тәкшүрүңлар.

9.30. 1) $14x^2 + 19x - 3$ вә $-14x^2 + 37x - 5$;
2) $-15x^2 + 4x + 4$ вә $15x^2 + x - 2$
квадрат үчәзалиғиниң умумий томури барлиғини испатлаңлар.

9.31. a параметриниң қандақ мәналирида иккиәзалиқларниң умумий томури болиду:

1) $x^2 + ax$ вә $x^2 - 9$; 2) $x^2 - a$ вә $x^2 + 6x$;

3) $2x^2 + 3ax$ вә $4x^2 - 9$?

Тәкрарлаш

9.32. Тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $\frac{x^2-1}{2} - 11x = 11$; 2) $\frac{x^2+x}{2} = \frac{8x-7}{3}$; 3) $\frac{2x^2-x-0{,}5}{2} = \frac{8x-1}{4}$.

9.33. Көпәзалиқларни көпәйткүчләргә ажритиңлар:

1) $4x^2 + 2xy - 6x - 3y$; 2) $4a^3 + 2c^3 - 2a^2c - 4ac^2$.

9.34. Берилгән функцияләрниң графиклириниң қийилишиш чекити қайси координатилар чаригидә ятиду:

1) $f(x) = 0{,}4x + 3{,}1$ вә $g(x) = -0{,}8x + 3{,}6$;

2) $f(x) = -0{,}8x + 5{,}3$ вә $g(x) = 1{,}2x + 2{,}3$;

3) $f(x) = 0{,}2x - 5{,}2$ вә $g(x) = -1{,}8x - 0{,}4$?

9.35. Функцияләрниң графиклирини селиңлар:

1) $f(x) = 2x + 3{,}1$; 2) $f(x) = -1{,}4x + 3$; 3) $f(x) = 3x - 3{,}4$;

4) $f(x) = 0{,}75x^2$; 5) $f(x) = -0{,}75x^2$; 6) $f(x) = 1\frac{1}{3}x^2$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

9.36. Туристниң қоймиғичә s (километр билән) маңған йолиниң узунлиғиниң t (саат) вақитқа бағлиқ формулиси берилгән:

$$s = \begin{cases} 12t, \text{ бу йәрдә } 0 \leqslant t < \frac{5}{6}, \\ 10t, \text{ бу йәрдә } \frac{5}{6} \leqslant t < 3, \\ -3t + 13, \text{ бу йәрдә } 3 \leqslant t \leqslant 4. \end{cases}$$

$s(0)$; $s(0{,}5)$; $s(1)$; $s(1{,}5)$; $s(2)$; $s(3)$ ни тепиңлар. $y = s(t)$ функциясиниң графигини селиңлар. Графикниң ярдими билән туристниң һәрикитини көрситиңлар.

9.37. 1) $f(x) = -2x + 4$ вә $f(x) = x^2$;

2) $f(x) = |x - 2|$ вә $f(x) = 2x^2$

функциялириниң графиклирини бир координатилиқ тәкшиликтә селиңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

9.38. x ниң қандақ мәнасида ипадиниң маһийити болмайду:

1) $\frac{2x - 1}{x + 3}$;

2) $\frac{5x + 11}{x - 3} + \frac{1}{x + 2}$;

3) $\frac{x - 31}{x - 3} + \frac{1}{\sqrt{x} + 2}$;

4) $\frac{\sqrt{x + 1} + 11}{x - 4} + \frac{1}{x + 3}$?

9.39. Ипадини ихчамлап мәнасини тепиңлар:

1) $\frac{3n + x}{nx} - \frac{1}{n - x} \cdot \left(\frac{n}{x} - \frac{x}{n}\right) - \frac{3}{n}$, бу йәрдә $x = 4$; $n = -0{,}4$;

2) $\frac{2a - x}{ax} - \frac{1}{a + x} \cdot \left(\frac{a}{x} - \frac{x}{a}\right) + \frac{1}{a} \cdot \frac{x - a}{2}$, бу йәрдә $a = 0{,}3$; $x = -2$;

3) $\left(\frac{1}{a} + \frac{2}{x - a}\right) \cdot \left(x - \frac{x^2 + a^2}{x + a}\right) : \frac{1}{x} + a$, бу йәрдә $x = 2{,}3$; $a = -1{,}4$.

9.40. Тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $3 + 2x - x^2 = 0$;

2) $5x^2 + 7 = 3(2 - 3x)$;

3) $2x^3 + 7x^2 - 5 = x^2(2x + 3)$;

4) $x^2 + 7 = 3x(3 - x)$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§ 10. КӘСИР-РАЦИОНАЛ ТӘҢЛИМИЛӘР

Кәсир-рационал тәңлимиләрни қандақ чиқириду?

Силәр $P(x) = Q(x)$ түридә берилгән (бу йәрдә $P(x)$ вә $Q(x)$ — пүтүн рационал ипадиләр) тәңлимиләрни йешишни үгәндиңлар. Мошундақ тәңлимиләр *пүтүн рационал тәңлимиләр* дәп атилиду. Бәзибир тәңлимиләр пүтүн рационал ипадиләр билән қатар кәсир-рационал ипадиләрдин турушиму мүмкин. Бундақ һаләттә тәңлимини *кәсир-рационал тәңлимә* дәп атайду.

$P(x) = 0$ ($P(x)$ — кәсир-рационал ипадә) түридә берилгән тәңлимә *кәсир-рационал тәңлимә* дәп атилиду.

Мәсилән, $x - 3 = 0$ вә $x^2 + \frac{1}{2}x = 1{,}5$ — пүтүн тәңлимиләр, $\frac{x+1}{x-3} = \frac{2x+5}{x-3}$ вә $x + \frac{4}{x+3} = 3x - 15$ — кәсир-рационал тәңлимиләр. Кәсир-рационал тәңлимиләрни йешишниң өзиниң шәхсий алгоритми бар.

Мисал қараштурайли.

Мисал. $\frac{x^2 - 5}{x - 1} = \frac{7x + 10}{9}$ тәңлимисини йешәйли.

Йешилиши. $x \neq 1$ сәвәви $x = 1$ мәнасида сол тәрипидики кәсирниң мәхриҗи нөлгә тән болиду. Берилгән тәңлимини йешиш үчүн кәсирләрни умумий мәхрәҗгә кәлтүримиз:

$$\frac{9(x^2 - 5)}{9(x - 1)} = \frac{(7x + 10)(x - 1)}{9(x - 1)}.$$

Кәсирләрниң хусусийити бойичә кәсирләрниң мәхрәҗлири тән болса у чағда уларниң сүритиму тән болиду. Шу чағда берилгән тәңлимигә мәнадаш $9(x^2 - 5) = (7x + 10)(x - 1)$ пүтүн рационал тәңлимисини алимиз. Келип чиққан тәңлиминиң томурлири берилгән тәңлиминиңму томурлири болиду.

$9(x^2 - 5) = (7x + 10)(x - 1)$ тәңлимисидики тирнақларни (скобка) ечип, охшаш қошулғучиларни бириктүримиз:

$$9x^2 - 45 = 7x^2 + 3x - 10$$

яки $2x^2 - 3x - 35 = 0$ тәңлимисини алимиз. Ахирқи тәңлиминиң томурлири $x_1 = -3{,}5$ вә $x_2 = 5$. Тәкшүрәш арқилиқ чиққан санларниң берилгән тәңлиминиң томурлири болидиғиниға көз йәткүзимиз.

Жавави: $x_1 = -3{,}5$; $x_2 = 5$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Кәсир-рационал тәңлимиләрни йешиштә кәсирниң мәхриҗини нөлгә айландуридиған томурлири чиқиши мүмкин. Ундақ томурлар берилгән тәңлимигә *ят томурлар* болиду.

Кәсир-рационал тәңлимини йешиш вақтида келәси алгоритм қоллинилиду:

1) Тәңлиминиң мүмкин болидиған мәналар жиғиндисини тапимиз;
2) тәңлимигә киридиған кәсирләрниң умумий мәхриҗини тапимиз;
3) һәрбир кәсирни мувапиқ толуқтурғучи көпәйткүчкә көпәйтимиз;
4) сүрәтлирини тәңләштүрүп пүтүн рационал тәңлимә алимиз;
5) чиққан тәңлимини йешимиз;
6) чиққан томурлириниң ичидин ят томурларни еливетимиз.

Мисал. $\frac{3x^2 - 28}{x(x-7)} = \frac{x+10}{x-7}$ тәңлимисини йешәйли.

Йешилиши. Умумий мәхриҗи $x(x-7)$ ипадиси болиду. Тәңлиминиң икки тәрипини умумий мәхрәҗгә кәлтүримиз: $\frac{3x^2 - 28}{x(x-7)} = \frac{x^2 + 10x}{x(x-7)}$.

Буниңдин $3x^2 - 28 = x^2 + 10x$ яки $2x^2 - 10x - 28 = 0$ яки $x^2 - 5x - 14 = 0$. Мошу тәңлимини йешиш арқилиқ: -2 вә 7 томурлирини тапимиз. Тәңлимидә $x = 0$ вә $x = 7$ болғанда кәсирниң маһийити болмайду, демәк 7 сани ят томур. Демәк берилгән тәңлиминиң томури пәқәт -2 сани.

Жавави: -2.

Чүшәндүрүңлар

$\frac{x^3}{x^2 - 4} - \frac{x}{x+2} - x = 0$ тәңлимиси қандақ чиқирилған?

Йешилиши. $\frac{1/x^3}{(x-2)(x+2)} - \frac{x-2/x}{x+2} - \frac{x^2-4}{x} = 0.$

$\frac{x^3 - x^2 + 2x - x^3 + 4x}{x^2 - 4} = 0.$ $\frac{-x^2 + 6x}{x^2 - 4} = 0.$ $\frac{-x(x-6)}{x^2 - 4} = 0.$

Сүрити нөлгә тәң, мәхриҗи нөлдин бөләк болған һаләттә кәсирниң мәнаси нөлгә тәң болиду.

$-x = 0$ яки $x - 6 = 0$. $x \neq \pm 2$; $x_1 = 0$ яки $x_2 = 6$.

Жавави: $\{0; 6\}$.

1. Түрләндүрүш нәтиҗисидә кәсир-рационал тәңлимини квадрат тәңлимә билән алмаштурдуқ. Мошу тәңлимиләр һәрқачан мәнадаш боламду?
2. Кәсирниң сүрити нөлгә тәң болғанда, кәсирниң мәнаси нөл болидиғинини әскәрсәк, у чағда кәсир-рационал тәңлимисиниң томурлириниң сани өзгирәмду?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Көнүкмиләр

A

10.1. Берилгән тәңлимиләрниң томурлирини тепиңлар:

1) $\frac{x^2}{x+3} - \frac{x}{x+3} = 0$; 2) $\frac{x^2}{x^2-4} - \frac{5x-6}{x^2-4} = 0$;

3) $\frac{x+2}{x} - \frac{5x+1}{x+1} = 0$; 4) $\frac{2x-1}{x+7} - \frac{3x+4}{x-1} = 0$;

5) $\frac{2x^2}{x-2} + \frac{7x-6}{2-x} = 0$; 6) $\frac{x-1}{2x+3} = \frac{2x-1}{3-2x}$.

Тәңлимиләрни йешиңлар **(10.2—10.9)**:

10.2. 1) $\frac{x^2}{x+4} - 2 = 0$; 2) $\frac{x^2}{2x+3} - \frac{x}{2} = 0$;

3) $\frac{x^2-4}{4} - \frac{2x+3}{2} = 0$; 4) $\frac{x^2+4x}{x+2} - \frac{2x}{3} = 0$.

10.3. 1) $\frac{x^2-2x}{x-1} - \frac{2x-1}{1-x} = 3$; 2) $\frac{x^2-2x+1}{x-3} + \frac{x+1}{3-x} = 4$;

3) $\frac{2}{x-4} + \frac{4}{x^2-4x} = 0{,}625$; 4) $\frac{36}{x^2-12x} - \frac{3}{x-12} = 3$.

10.4. 1) $\frac{2x-5}{x+5} + \frac{3x+4}{x+2} = 1$; 2) $\frac{3x+1}{x-3} + \frac{2x-3}{4x+3} = -7\frac{1}{11}$;

3) $\frac{4-3x}{x+1} + \frac{x+1}{4-3x} = \frac{50}{7}$; 4) $\frac{2x-5}{3x+1} + \frac{21x+7}{2x-5} = 8$.

10.5. 1) $\frac{2x}{x^2+2} = \frac{3x^2}{x^2+2}$; 2) $\frac{2x}{x^2-4} = \frac{x^2}{x^2-4}$;

3) $\frac{4x}{x^2-9} = \frac{x^2+3}{x^2-9}$; 4) ☒ .

10.6. 1) $\frac{2}{x^2+10x+25} - \frac{10}{25-x^2} = \frac{1}{x-5}$; 2) $\frac{1}{x^2-12x+36} + \frac{12}{36-x^2} = \frac{1}{x+6}$.

10.7. 1) $\frac{5}{x^2+2x+1} - \frac{2}{1-x^2} = \frac{1}{x-1}$; 2) $\frac{3}{x^2-6x+9} + \frac{6}{9-x^2} = \frac{1}{x+3}$.

10.8. 1) $\frac{3}{x^2-2x+1} + \frac{2}{1-x^2} = \frac{1}{x+1}$; 2) $\frac{4}{x^2+6x+9} - \frac{6}{9-x^2} = \frac{1}{x-3}$.

10.9. 1) $\frac{3x+1}{x+2} - 1 = \frac{x-1}{x-2}$; 2) $\frac{y+3}{y-3} + \frac{2y-2}{y+3} - 5 = 0$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $\frac{5}{1-3y}+\frac{4}{1+3y}=\frac{4}{9y^2-1}$; 4) $\frac{3y+4}{y^2-2y}-\frac{1}{2-y}=\frac{3y-2}{y}$.

10.10. x ниң қандақ мәнасида $f(x)=\frac{2x-3}{x+2}$ функциясиниң мәнаси:

1) -3; 2) $-1{,}5$; 3) 0; 4) 5,5 ; 5) 7; 6) 10 ға тең болиду?

10.11. x ниң қандақ мәнасида $f(x)=\frac{x^2+2x-3}{x+3}$ функциясиниң мәнаси:

1) -4; 2) $-2{,}5$; 3) 0; 4) 6,5 ; 5) 7; 6) 12 гә тең болиду?

Берилгән тәңлимиләрниң томурлирини тепиңлар **(10.12—10.15):**

10.12. 1) $\frac{x}{x-4}-\frac{1}{x+1}=\frac{2-x}{x+1}+\frac{3}{x-4}$; 2) $\frac{2}{2x-1}+\frac{3}{x-3}=\frac{1+x}{x-3}+\frac{x}{2x-1}$.

10.13. 1) $\frac{5}{2x+3}-\frac{2x-3}{x+2}=10$; 2) $\frac{x-3}{x}-\frac{x+5}{x-3}=3$.

10.14. 1) $(3x+1)^2+(4x-1)^2=(5x-2)^2$;
2) $(12x+1)^2+(5x-1)^2=(13x-1)^2$.

10.15. 1) $(x-1)\cdot\left(2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x+2}\right)=0$;

2) $x\cdot\left(1+\frac{5}{x-2}+\frac{1}{(x+1)\cdot(x-2)}\right)=0$.

10.16. 1) $\frac{x}{x+1}+\frac{x}{x-3}=x$; 2) $\frac{x^2}{2x-1}=\frac{6x}{x-5}+x$

тәңлимиләрниң барлиқ сәлбий әмәс томурлирини тепиңлар.

10.17. 1) $\frac{5x^2+1}{2}=\frac{1+7x}{4}+\frac{1+8x}{9}$; 2) $\frac{3x^2+1}{2}=\frac{1+5x}{6}+\frac{1+7x}{8}$

тәңлимиләрниң барлиқ сәлбий әмәс томурлирини тепиңлар.

10.18. Иҗабий томурлирини тепиңлар.

1) $\frac{2}{x-5}+\frac{11}{x+4}=1$; 2) $\frac{5}{x+3}+\frac{1}{x-4}=3$.

10.19. Берилгән квадрат тәңлимиләрниң томурлирини тепиңлар:

1) $\frac{7}{x+5}+\frac{10}{3x+4}=2$; 2) $\frac{4}{x+3}+\frac{5}{2x+3}=2$; 3) $\frac{5}{x+2}+\frac{7}{2x+1}=2$.

10.20. 1) $\frac{3x+13}{x+1}-4=\frac{x+11}{x^2-1}$; 2) $\frac{2x+1}{x-2}+4=\frac{3x-1}{3-x}$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $\frac{6x-2}{x+1}-1=\frac{3x-2}{2x-1}$

тәңлимилирини йешиңлар вә тәкшүрүңлар.

10.21. 1) $y=\frac{1}{x}$ вә $y=1{,}25-x$; 2) $y=\frac{2x-3}{x+1}$ вә $y=3x-11$;

3) $y=\frac{x-3}{x+1}$ вә $y=x-1$ функциялири графиклириниң қийилишиш чекитиниң координатилирини тепиңлар.

B

10.22. a ниң қандақ мәналирида кәсирләрниң мәналири өз ара тәң болиду:

1) $\frac{5a-3}{a+1}$ вә [redacted]; 2) $\frac{2a-1}{a-1}$ вә $\frac{a+4}{a+1}$; 3) $\frac{2a+1}{a-2}$ вә $\frac{3a-1}{3-a}$?

10.23. $y=\frac{5x+1}{x-3}$ вә $y=5$ функциялири графиклириниң қийилишмайдиғинини испатлаңлар.

Берилгән тәңлимиләрниң томурлирини тепиңлар **(10.24—10.29)**:

10.24. 1) $\frac{7}{x+1}-\frac{x+4}{2-2x}=\frac{3x^2-38}{x^2-1}$;

2) $\frac{x+0{,}5}{9x+3}+\frac{8x^2+3}{9x^2-1}=\frac{x+2}{3x-1}$;

3) $\frac{x+3}{4x^2-9}-\frac{3-x}{4x^2+12x+9}=\frac{2}{2x-3}$;

4) $\frac{1-2x}{6x^2+3x}+\frac{2x+1}{14x^2-7x}=\frac{8}{12x^2-3}$.

10.25. 1) $\frac{30}{y^2-1}+\frac{7-18y}{y^3+1}=\frac{13}{y^2-y+1}$; 2) $\frac{1}{1-x}-\frac{2}{x^3+x+1}=\frac{2x+1}{1-x^2}$;

3) $\frac{17y-10}{y^2+y+1}-\frac{25}{y-1}=\frac{65}{y^3-1}$; 4) $\frac{x^2+x+16}{x^2-x+1}-\frac{36-x}{x^3+1}=\frac{x-6}{x+1}$.

10.26. 1) $\frac{3x+4}{x^2-2x}-\frac{1}{2-x}=\frac{3x-2}{x}$; 2) $\frac{3}{x^2-2x+4}+\frac{2}{x^3+8}=\frac{3}{2+x}$.

10.27. 1) $\frac{13}{2x^2+x-21}-\frac{1}{2x+7}=\frac{6}{x^2-9}$;

2) $\frac{4}{x^2-16}-\frac{1}{16+8x+x^2}=\frac{10}{x^3-4x^2-16x+64}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10.28. 1) $\frac{1}{y-3}+\frac{1}{y}-\frac{4}{y-2}=0$; 2) $\frac{1}{2(y+1)}+\frac{1}{y+2}-\frac{3}{y+3}=0$.

10.29. 1) $\frac{x^3-8}{2x-4}+18=12x$; 2) $\frac{8x^3+27}{4x+6}-21=5x$;

3) $\frac{x^4-256}{16-x^2}-24=14x$; 4) $\frac{x^4-625}{25-x^2}+90=-8x$.

10.30. 1) $\frac{27x^3+125}{5+3x}=-(5+48x)$; 2) $4x+2{,}5=\frac{16x^4-1}{16x^2-4}$

тәңлимилириниң сәлбий томурлирини тепиңлар.

10.31. Тәңлимиләрниң сәлбий әмәс томурлирини тепиңлар.

1) $\frac{x^3-125}{x-5}=8x+35$; 2) $\frac{x^3+64}{4x+16}=11-\frac{x}{4}$.

Берилгән тәңлимиләрниң томурлирини тепиңлар **(10.32—10.34)**:

10.32. 1) $\frac{5x^2-7x+2}{4x^2+x-5}=\frac{(4x-5)^2}{16x^2-25}$;

2) $\frac{3x^2+4x-4}{2x^2-x-10}=\frac{(2x+5)^2}{4x^2-25}$;

3) $\frac{9x^2-42x-15}{4x^2-21x+5}=\frac{(4x+1)^2}{16x^2-1}$.

10.33. 1) $\frac{5x^2-17x+12}{3x^2-x-2}=\frac{(3x-2)^2}{9x^2-4}$;

2) $\frac{3x^2+10x+8}{8x^2+18x+4}=\frac{(8x-2)^2}{64x^2-4}$;

3) $\frac{3x^2+4x-4}{2x^2+5x+2}=\frac{(2x-1)^2}{4x^2-1}$.

10.34. 1) $\frac{2x^2-3x-20}{6x^2-20x-16}=\frac{(6x-4)^2}{36x^2-16}$;

2) $\frac{x^2+x-12}{6x^2-10x-24}=\frac{(6x-8)^2}{36x^2-64}$;

3) $\frac{2x^2-7x+6}{3x^2-4x-4}=\frac{(3x-2)^2}{9x^2-4}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

C

Тәңлимиләрни йешиңлар **(10.35—10.40)**:

10.35. 1) $\frac{6}{x^3-7x^2-7x+1}=\frac{8}{x^3-8x^2+x}+\frac{1}{x^2+x}$;

2) $\frac{x^2-2x+4}{x^3-2x^2+4x-8}+\frac{x^2+2x+4}{x^3+2x^2+4x+8}=\frac{2x+2}{x^2-4}$.

10.36. 1) $\frac{38}{x^4-x^2+20x-100}=\frac{x+10}{x^2+x-10}-\frac{x+10}{x^2-x+10}$;

2) $\frac{4x}{8x^3+1}+\frac{1}{16x^4-4x^2+4x-1}=\frac{2}{4x^2+2x-1}$.

10.37. 1) $\frac{2x-7}{x^2-9x+14}-\frac{1}{x^2-3x+2}=\frac{1}{x-1}$;

2) $\frac{2x+7}{x^2+5x-6}+\frac{3}{x^2+9x+18}=\frac{1}{x+3}$;

10.38. 1) $\frac{25}{4x^2+1}-\frac{8x+29}{16x^4-1}=\frac{18x+5}{8x^3+4x^2+2x+1}$;

2) $\frac{x-1}{x^3+3x^2+x+3}+\frac{1}{x^4-1}=\frac{x+2}{x^3+3x^2-x-3}$.

10.39. 1) $\frac{19-2x}{x^2+5x+4}-\frac{2x+9}{x^2+3x+2}=\frac{4x}{x^2+6x+8}$;

2) $\frac{2x}{x^2+x-2}+\frac{2}{3(x^2-4x+3)}=\frac{5}{3(x^2-x-6)}$.

10.40. 1) $\frac{1-9x}{x^2+2x-3}-\frac{3x-1}{1-x}=\frac{2x}{x+3}$; 2) $\frac{3(2x^2-x-1)}{x^2+x-6}=1+\frac{4x}{x+3}$.

10.41. Параметр билән берилгән тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $\frac{x^2+(3-a)x-3a}{x^2-x-12}=0$; 2) $\frac{x^2-(a+1)x+2a-2}{3x^2-7x+2}=0$;

3) $\frac{x^2-(3b-1)x+2b^2-2b}{x^2-7x+6}=0$; 4) $\frac{x^2+(1-4b)x+3b^2-b}{2x^2+3x-5}=0$.

Тәкрарлаш

10.42. 1) $2x^2-13x-25=0$; 2) $3x^2-17x-18=0$;
3) $2x^2-15x-23=0$; 4) $5x^2-11x-19=0$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

тәңлимилириниң томурлириниң һәрқайси қандақ қатар турған пүтүн санларниң арисида орунлашқан? (Сан арилиғини көрситиңлар).

10.43. Иккинчи коэффициенти жүп болған квадрат тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $7x^2 + 2x - 9 = 0$; 2) $5x^2 - 30x - 360 = 0$;
3) $9x^2 - 102x + 289 = 0$; 4) $7x^2 - 102x - 1067 = 0$.

10.44. Берилгән функцияләрниң графиклирини бир координатилиқ тәкшиликтә селиңлар.

1) $y = -2x^2$ вә $y = \frac{3}{x-2}$;

2) $y = 0{,}5x^2$ вә $y = \frac{1}{x+2}$;

3) $y = -1{,}5x^2$ вә $y = \frac{1}{2x-4}$.

10.45. Көпәзалиқни көпәйткүчләргә ажритиңлар:

1) $x^3 - 2x^2 - 8x$; 2) $x^3 - 1 - 2x^2 + 2x$;
3) $x^3 - 2x^2 + 4x - 8$; 4) $x^4 - x^2 + 20x - 100$.

10.46. a параметриниң қандақ мәнасида берилгән тәңлимиләрниң һәқиқий томурлири болиду:

1) $ax^2 - 4x + 3 = 0$; 2) $ax^2 - 2x - 8 = 0$;
3) $x^2 - 4x + 3a = 0$; 4) $x^2 - 4x + 12a = 0$?

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

10.47. Әгәр $y = 2x + 1$ болса, у чағда $y - x - 4 = 0$ тәңлимисини йешиңлар.

10.48. $2y^2 - 5y + 3 = 0$ тәңлимиси берилгән. Әгәр $y = x$, $y = x^2$, $y = x^2 - 2x$, $y = \sqrt{x}$, $y = x$ болса, йеңи тәңлимә қуруңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§ 11. КВАДРАТ ТӘҢЛИМИГӘ КӘЛТҮРҮЛИДИҒАН ТӘҢЛИМИЛӘР

Тәңлимини квадрат тәңлимигә қандақ кәлтүрүшкә болиду?

Силәр квадрат тәңлимини йешишни қараштурдуңлар. Әнди квадрат тәңлимигә кәлтүрилидиған тәңлимиләрни йешиш йоллирини қараштуримиз. Ундақ тәңлимиләрниң бири — биквадрат тәңлимиләр.

$ax^4 + bx^2 + c = 0$ түридики тәңлимә (бу йәрдики x — өзгәрмә, a, b вә c — һәрқандақ санлар, $a \neq 0$) *биквадрат тәңлимә* дәп атилиду ("би" — икки, биквадрат — қош квадрат дегән мәнани билдүриду).

Биквадрат тәңлимини йешиштә *йеңи өзгәрмә киргүзүш* усули қолайлиқ болиду.

x — өзгәрмиси бар бәзибир ипадиниң орниға йеңи y өзгәрмиси киргүзүлиду, мошуниңға охшаш усулни йеңи өзгәрмә киргүзүш усули дәп атайду.

Биквадрат тәңлимиләрни йешиш үчүн x^2 ипадисиниң орниға y өзгәрмиси киргүзүлиду. Бу өзгәрмә төртинчи дәриҗилик $ax^4 + bx^2 + c = 0$ тәңлимисиниң орниға $ay^2 + by + c = 0$ вә $x^2 = y$ тәңлимилирини йешишкә мүмкинчилик бериду.

Мисал. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ тәңлимисини йешәйли.

Йешилиши. Берилгән тәңлимини йешиш үчүн $y = x^2$ дәп йеңи өзгәрмә киргүзимиз.

Шу чағда $y^2 - 13y + 36 = 0$ квадрат тәңлимисини алимиз. Квадрат тәңлиминиң томурлириниң формулисини пайдилинип: $y_{1;2} = \frac{13 \pm \sqrt{169 - 144}}{2} = \frac{13 \pm 5}{2}$ алимиз. Буниңдин $y_1 = 9$, $y_2 = 4$. Әнди x өзгәрмисигә көчимиз: $x^2 = 9$ вә $x^2 = 4$ тәңлимилири чиқиду. $x^2 = 9$ тәңлимисидин $x_{1;2} = \pm 3$, $x^2 = 4$ тәңлимисидин $x_{3;4} = \pm 2$ жаваплири келип чиқиду.

Жавави: $\{-3; -2; 2; 3\}$.

Қараштурулған һесапта берилгән төртинчи дәриҗилик тәңлимини йешиш үчүн йеңи y өзгәрмисини киргүздуқ. Тәңлимиләрни йешишниң мундақ усули *йеңи өзгәрмини киргүзүш усули* дәп атилиду.

Квадрат тәңлимигә кәлтүрүлидиған тәңлимиләрни йеңи өзгәрмә киргүзүш усули билән йешиш үчүн келәси алгоритмни қоллинимиз:

1) тәңлимидики қандақту бир ипадини йеңи өзгәрмә арқилиқ бәлгүләймиз;

2) берилгән тәңлимидики ипадиниң орниға йеңи өзгәрмини киргүзүп, йеңи өзгәрмигә бағлиқ квадрат тәңлимә алимиз;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) чиққан квадрат тәңлимини йешимиз;

4) алмаштуруш арқилиқ дәсләпки өзгәрминиң мәнасини тапимиз;

5) тепилған томурларға тәкшүрүш жүргүзүп, берилгән тәңлиминиң томурлирини ениқлаймиз.

Мисал. $x^2 + 2x - \frac{6}{x^2 + 2x} = -5$ тәңлимисини йешәйли.

Йешилиши. $y = x^2 + 2x$ йеңи өзгәрмисини киргүзәйли. Берилгән тәңлимидә $x^2 + 2x$ ипадисиниң орниға йеңи y өзгәрмисини қоюп, $y - \frac{6}{y} = -5$ тәңлимисини алимиз.

Түрләндүрүш арқилиқ чиққан кәсир-рационал тәңлимидин $y^2 + 5y - 6 = 0$ квадрат тәңлимисини алимиз. Ахирқи тәңлиминиң: $y_1 = -6$ вә $y_2 = 1$ икки томури бар. Әнди x ниң мәнасини тепиш үчүн $x^2 + 2x = -6$ вә $x^2 + 2x = 1$ икки тәңлимини йешимиз. $x^2 + 2x = -6$ квадрат тәңлимисиниң йешими болмайду, чүнки дискриминант нөлдин кичик ($D = -20$), әнди $x^2 + 2x = 1$ квадрат тәңлимисиниң томурлири $x_{1;\,2} = -1 \pm \sqrt{2}$.

Тәкшүрүш жүргүзүш арқилиқ чиққан мәналар берилгән тәңлиминиң томури болидиғинини ениқлаймиз.

Жавави: $-1 - \sqrt{2}$; $-1 + \sqrt{2}$.

Чүшәндүрүңлар

$\frac{1}{x^2 - 8x + 80} + \frac{1}{x^2 - 8x - 50} = 0$ тәңлимиси қандақ чиқирилған?

Йешилиши. $y = x^2 - 8x$.

$$\frac{1}{y + 80} + \frac{1}{y - 50} = 0.$$

$$\frac{y - 50/1}{y + 80} + \frac{y + 80/1}{y - 50} = 0. \qquad \frac{2y + 30}{(y + 80)(y - 50)} = 0.$$

$y = -15.$

$x^2 - 8x = -15.$

$x^2 - 8x + 15 = 0.$

$x_{1,2} = 4 \pm \sqrt{16-15} = 4 \pm 1.$

$x_1 = 3,\ x_2 = 5.$

Жавави: {3; 5}.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Мисал. $x(x-5)(x-2)(x-3)=-8$ тәңлимисини йешәйли.

Йешилиши. Алди билән тәңлиминиң сол тәрипини түрләндүрүмиз: $(x^2-5x)(x^2-5x+6)=-8$. Әнди $y=x^2-5x$ йеңи өзгәрмә киргүзимиз.

Шу чағда $y(y+6)=-8$, буниңдин $y^2+6y+8=0$ тәңлимисини йешимиз: $y_{1,2}=-3\pm\sqrt{9-8}=-3\pm1$.

Буниңдин $y_1=-4$, $y_2=-2$ мәналирини алимиз. Әнди x өзгәрмисини тепиш үчүн, икки квадрат тәңлимини йешимиз.

1) $x^2-5x=-4$, $x^2-5x=-2$.

$x^2-5x+4=0$.

$$x_{1,2}=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\frac{5\pm3}{2},\ x_1=4,\ x_2=1.$$

2) $x^2-5x+2=0$.

$$x_{3,4}=\frac{5\pm\sqrt{25-8}}{2}=\frac{5\pm\sqrt{17}}{2},\ x_3=\frac{5-\sqrt{17}}{2},\ x_4=\frac{5+\sqrt{17}}{2}.$$

Демәк x $(x-5)(x-2)(x-3)=-8$ тәңлимисиниң төрт томури бар.

Жавави: $\left\{1;\ 4;\ \frac{5-\sqrt{17}}{2};\ \frac{5+\sqrt{17}}{2}\right\}$.

$|ax^2+bx|+c=0$; $ax^2+b|x|+c=0$ түридә берилгән тәңлимиләр қандақ чиқирилиду?

$|ax^2+bx|+c=0$ түридики тәңлиминиң йешилишини қараштурайли. Униң үчүн c қошулғучини тәңлиминиң оң тәрипигә өткүзимиз:

$|ax^2+bx|=-c$. Икки hаләтни қараштуримиз:

1) әгәр c m 0 болса, у чағда тәңлимә $ax^2+bx=-c$ түригә көчиду.

2) әгәр $c>0$ болса, у чағда тәңлиминиң йешими болмайду.

Мисал. $|x^2-6x|-16=0$ тәңлимисини йешәйли.

Йешилиши. Алди билән -16 санини тәңлиминиң оң тәрипигә өткүзимиз: $|x^2-6x|=16$. Бу йәрдә $16>0$, иҗабий сан. Демәк, икки hаләт қараштуримиз:

1) $x^2-6x=16$ яки $x^2-6x-16=0$. Томурлири 8 вә -2.

2) $x^2-6x=-16$ яки $x^2-6x+16=0$. Ахирқи тәңлиминиң йешими йоқ.

Жавави: $\{-2;\ 8\}$.

$ax^2+b|x|+c=0$ түридики тәңлиминиң чиқирилиш йолини қараштурайли. Икки hаләтни қараштуримиз:

1) әгәр $x<0$ болса, у чағда берилгән тәңлимә келәси түргә көчиду $ax^2-bx+c=0$;

2) әгәр x | 0 болса, у чағда берилгән тәңлимә $ax^2+bx+c=0$ түригә көчиду.

Мисал. $x^2+3x-5|x-1|+5=0$ тәңлимисини йешәйли.

Йешилиши. 1) $x-1>0$ болса, у чағда $x^2+3x-5(x-1)+5=0$ яки $x^2-2x+10=0$. Буниңдин $D=(-2)^2-4\cdot10=-36$, демәк тәңлиминиң йешими бош жиғинда.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) $x - 1 < 0$ болса, у чағда $x^2 + 3x + 5(x - 1) + 5 = 0$ яки $x^2 + 8x = 0$. Буниңдин $x_1 = 0$, $x_2 = -8$.

Жавави: $\{0; -8\}$.

1. Тәңлимиләрни йешишта йеңи өзгәрмини қандақ һаләттә қоллинишқа болиду?
2. Тәңлимиләрни йешишта йеңи өзгәрмини киргүзүш усули немә үчүн қоллинилиду?

Көнүкмиләр

A

Йеңи өзгәрмә киргүзүш усулини пайдилинип, тәңлимиләрни йешиңлар **(11.1—11.6)**:

11.1. 1) $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$; 2) $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$;
3) $9x^4 + 23x^2 - 12 = 0$; 4) $16x^4 - 409x^2 + 225 = 0$.

11.2. 1) $x^2 - 7|x| + 6 = 0$; 2) $x^2 - 4|x| - 21 = 0$;
3) $(x - 2)^2 - 8|x - 2| + 15 = 0$; 4) $(x + 3)^2 - |x + 3| - 30 = 0$.

11.3. 1) $x^2 - |x - 5| = 5$; 2) $x^2 + |x + 4| = 4$;
3) $x^2 + 4x + |x + 3| + 3 = 0$; 4) $x^2 + 17 = 9x + 4|x - 3|$.

11.4. 1) $x = 5 + 4\sqrt{x}$; 2) $x - 12\sqrt{x} + 35 = 0$;
3) $2x - 1 = 3\sqrt{2x-1}$; 4) $3x - 5 - 2\sqrt{3x-5} = 0$.

11.5. 1) $x - 3 + 4\sqrt{x-3} = 12$; 2) $x + 2 - 13\sqrt{x+2} = -42$;
3) $x + 17 = 10\sqrt{x-4}$; 4) $x = 32 + 2\sqrt{x+3}$.

11.6. 1) $(x + 3)^4 - 13(x + 3)^2 + 36 = 0$;
2) $(2x - 1)^4 - (2x - 1)^2 - 12 = 0$.

B

11.7. Тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $|x^2 - 3x| - 10 = 0$; 2) $|x^2 + 0{,}1x| - 3{,}06 = 0$;
3) $\left|\frac{3}{4}x^2 + 2x\right| - 1 = 0$; 4) $\left|x^2 - \frac{1}{4}x\right| = \frac{3}{4}$;
5) 1) $x^2 - 3|x| - 10 = 0$; 6) $x^2 - 2{,}1|x| + 1{,}1 = 0$;
7) $\frac{3}{4}x^2 + 2|x| - 1 = 0$; 8) $x^2 - \frac{1}{4}|x| = \frac{3}{4}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

11.8. Параметри бар тәңлимини йешиңлар:

1) $x^4 - (a^2 + 9)x^2 + 9a^2 = 0$;

2) $x^4 - (9a^2 + 4)x^2 + 36a^2 = 0$.

11.9. 1) $\frac{x-2}{x^3} = 2x - x^2$; 2) $\frac{x^2 - 2x - 3}{x^2} = 2x - 6$;

3) $\frac{8x - 4x^2}{1 - x^2} = \frac{x^3 - 4x}{x + 1}$; 4) $\frac{x^2 - x - 2}{x - 3} = \frac{2x - 4}{x^2 - 3x}$

тәңлимилирини көпәйткүчләргә ажритиш арқилиқ йешиңлар.

11.10. Томурлириниң квадратлириниң қошундисини тепиңлар.

1) $x^2 + 2|x| - 1 = 0$; 2) $x^2 - 4|x| - 1 = 0$.

Йеңи өзгәрмә киргүзүш усулини пайдилинип, тәңлимиләрни йешиңлар **(11.11—11.12)**:

11.11. 1) $(x + 1)^2(x^2 + 2x) = 12$;

2) $(x - 2)^2(x^2 - 4x) + 3 = 0$;

3) $(x^2 + 3x + 1)(x^2 + 3x + 3) + 1 = 0$;

4) $(x^2 - 5x + 2)(x^2 - 5x - 1) = 28$.

11.12. 1) $\frac{x^2 - 2x}{4x - 3} + 5 = \frac{16x - 12}{2x - x^2}$; 2) $\frac{x^2 + 4x}{7x - 2} - \frac{12 - 42x}{x^2 + 4x} = 7$;

3) $\left(\frac{4x - 5}{3x + 2}\right)^2 + \left(\frac{3x + 2}{5 - 4x}\right)^2 = 4{,}25$; 4) $\left(\frac{5x + 1}{2x - 3}\right)^2 + \left(\frac{3 - 2x}{5x + 1}\right)^2 = \frac{82}{9}$.

Тәңлимиләрни йешиңлар **(11.13—11.19)**:

11.13. 1) $x^2 + (\sqrt{x})^2 - 2 = 0$; 2) $x^2 + \sqrt{x^2} - 2 = 0$;

3) $x^2 - 3(\sqrt{x})^2 - 4 = 0$; 4) $x^2 - 3\sqrt{x^2} - 2 = 0$.

11.14. 1) $x^2 - 5x - \frac{6|x|}{x} = 0$; 2) $x^2 + \frac{5x^2}{|x|} - 6 = 0$;

3) $\frac{x^3}{|x|} - 7x + 12 = 0$; 4) $x|x| + 7x + 12 = 0$.

11.15. 1) $x^2 + (\quad)^2 - 5 = 0$; 2) $x^2 - (\sqrt{x + 3})^2 - 8 = 0$;

3) $x^2 - 3x + \frac{3{,}5 - x}{|x - 3{,}5|} = 0$; 4) $x^2 - 4x \cdot \frac{|x - \pi|}{x - \pi} + 2 = 0$.

11.16. 1) $x - 8 = 2\sqrt{x}$; 2) $x - 2\sqrt{x} = 35$.

11.17. 1) $x + 5 + 4\sqrt{x + 5} = 12$; 2) $x - 7 - 13\sqrt{x - 7} = -42$;

3) $3 \quad - 3 = x + 23$; 4) $x - 3 = 2\sqrt{x + 4} + 1$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

11.18. 1) $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$;

2) $x^4 - 11x^2 - 12 = 0$.

11.19. 1) $(x + 2)^4 + 2x^2 + 8x - 16 = 0$;

2) $(x - 1)^4 - x^2 + 2x - 73 = 0$.

11.20. Параметр билән берилгән тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $4x^4 - (a + 36)x^2 + 9a = 0$;

2) $9x^4 - (a - 18)x^2 - 2a = 0$.

11.21. Берилгән тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $(x + 0{,}5) \cdot (x^2 - 9) = (2x + 1) \cdot (x + 3)^2$;

2) $(2x - 5) \cdot (x^2 - 0{,}01) = (x - 2{,}5) \cdot (x + 0{,}1)^2$.

C

Йеңи өзгәрмә киргүзүш усулини қоллинип берилгән тәңлимиләрни йешиңлар **(11.22—11.24)**:

11.22. 1) $\frac{x-4}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}}{x-4} = \frac{8}{3}$;

2) $\frac{x-2}{\sqrt{x}} - \frac{6\sqrt{x}}{x-2} = 1$;

3) $\frac{x+3}{\sqrt{x}} - \frac{8\sqrt{x}}{x+3} = 2$;

4) $\frac{x+5}{\sqrt{x}} + \frac{8\sqrt{x}}{x+5} = 6$.

11.23. 1) $\frac{x-2}{x+3} - \frac{6(x+3)}{x-2} = 1$;

2) $\frac{x+2}{x-3} - \frac{2(x-3)}{x+2} = 1$;

3) $\frac{x-1}{x+2} + \frac{3(x+2)}{x-1} = 4$;

4) $\frac{x-3{,}4}{x+3} - \frac{8(x+3)}{x-3{,}4} = 2$.

11.24. 1) $\sqrt{\frac{x+5}{x}} + \sqrt{\frac{x}{x+5}} = 2$;

2) $\sqrt{\frac{x+4}{x}} + 9\sqrt{\frac{x}{x+4}} = 6$;

3) $\sqrt{\frac{x-3}{2x}} + 10 = -25\sqrt{\frac{2x}{x-3}}$.

11.25. Өзгәрмиси модуль бәлгүси билән берилгән тәңлимини йешиңлар:

1) $\left(\frac{x+|x|}{x+1}\right)^2 + \frac{2x}{x+1} - 6 = 0$;

2) $\left(\frac{x-|x|}{x+1}\right)^2 - \frac{2x}{x+1} - 6 = 0$.

11.26. 1) $f(x) = \frac{x+1}{x^2}$ болғанда, $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ тәңлимисини йешиңлар.

2) $f(x) = \frac{2x-3}{3x}$ болғанда, $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$ тәңлимисини йешиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ болғанда, $f(x) = -f(-|x|)$ теңлимисини йешиңлар.

4) $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ болғанда, $f(x) = -f(-|x|)$ теңлимисини йешиңлар.

11.27. 1) b параметриниң қандақ мәнасида $4x^2 - (3b^2 - 5|b| + 2)x - 3 = 0$ теңлимисиниң томурлири модули бойичә тең болиду?
2) a ниң қандақ мәнасида $ax^2 - (a+1)x + 2a - 1 = 0$ квадрат теңлимисиниң пәқәт бирла томури болиду?

11.28. $x^2 - 2(a+2)x + 12 + a^2 = 0$ теңлимисиниң һәрқандақ икки һәқиқий томури болидиған a ниң әң кичик пүтүн мәнасини тепиңлар.

11.29. Берилгән теңлимиләрни йешиңлар:

1) $(x^2 - 2x)^2 - (x-1)^2 = 1$; 2) $(x^2 - 6x)^2 - 2(x-3)^2 = 81$;

3) $\frac{x^2+1}{x} + \frac{x}{x^2+1} = -2{,}5$; 4) $(x^2 + 2x)^2 - (x+1)^2 = 55$.

11.30. Теңлиминиң әң чоң томурини тепиңлар:

$$\frac{24}{x^2+2x-8} - \frac{15}{x^2+2x-3} = 2.$$

11.31. Теңлимини йешиңлар:
1) $x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0$;
2) $2x^4 + 3x^3 - x^2 + 3x + 2 = 0$.

Берилгән теңлимиләрниң томурлирини тепиңлар **(11.32— 11.35)**:

11.32. 1) $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{10}{9}$; 2) $\frac{u^2}{2-u^2} + \frac{u}{2-u} = 2$.

11.33. 1) $\frac{x^2+2x+1}{x^2+2x+2} + \frac{x^2+2x+2}{x^2+2x+3} = \frac{7}{6}$;

2) $\frac{(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)} = 1$.

11.34. 1) $\frac{6}{(x+1)(x+2)} + \frac{8}{(x+1)(x+4)} = 1$;

2) $\frac{x}{x^2-x+1} + \frac{3x}{x^2+x+1} = 2$.

11.35. 1) $7\left(x + \frac{1}{x}\right) - 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 9$; 2) $x^2 + \frac{4}{x^2} - 8\left(x - \frac{2}{x}\right) = 4$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Тәкрарлаш

11.36. $y = ax^2 + 3x - 4$ вә $y = ax - 5$ функциялириниң графиклири қийилишамду?

11.37. 1) $2x^2 - 1 = 3x + 2$; 2) $-3x^2 + 2 = x - 1$;

3) $-2x^2 = \frac{4}{x}$; 4) $x^2 = -\frac{2}{x}$

тәңлимиләрни графиклиқ усул билән йешиңлар вә жававини онлуқ үлүшкичә пүтүнләңлар.

11.38. 1) $x = \sqrt{5} + 1$; $y = \sqrt{5} - 1$ болғанда, $2x^2 - xy - y^2$;

2) $x = \sqrt{3} + 2$; $y = \sqrt{3} - 2$ болғанда, $x^2 - 2xy + y^2$ ипадисиниң мәнасини тепиңлар.

11.39. c параметриниң қандақ мәнасида $cx^2 - 5x - 7 = 0$ тәңлимиси томурлириниң бири:

1) -1; 2) 4; 3) 2,5; 4) 5 кә тәң болиду?

11.40. Кинотеатрдики қатар сани орундуқлар санидин 8 гә ошуқ. Әгәр барлиқ орундуқлар сани 884 болса, у чағда кинотеатрдики қатарлар санини тепиңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

11.41. 1) Квадрат тәрипиниң узунлуғи тик төртбулуңлуқниң узунлуғидин 6 см кам, кәңлигидин 2 см ошуқ. Квадратниң мәйдани тик төртбулуңлуқниң мәйданидин 16 см^2 кам болса, квадратниң мәйданини тепиңлар.

2) Тик төртбулуңлуқниң периметри 40 см. Әгәр униң узунлуғини 12 см-ға узартип, кәңлигини 4 см қисқартса, униң мәйдани 16 см^2-ға ашиду. Тик төртбулуңлуқниң мәйданини тепиңлар.

11.42. Тохтам судики моторлуқ қолвақниң илдамлиғи 12 км/с, дәрия еқиминиң илдамлиғи 3 км/с. Моторлуқ қолвақниң еқим бойичә вә еқимға қарши илдамлиғини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§ 12. МӘТИНЛИК һЕСАПЛАРНИ КВАДРАТ ТӘҢЛИМИЛӘР АРҚИЛИҚ ЧИҚИРИШ

Квадрат тәңлиминиң ярдими арқилиқ мәтинлик һесапларни қандақ чиқириду?

Көплигән мәтинлик һесапларни чиқириш вақтида квадрат тәңлимиләр қоллинилиду. Сизиқлиқ тәңлимә арқилиқ чиқирилидиған һесапларниң хелә бөлиги арифметикилиқ йол билән чиқирилиши мүмкин. Квадрат тәңлимиләргә кәлтүрүлидиған һесаплар арифметикилиқ йол билән чиқирилмайду.

Мәтинлик һесапниң берилгини бойичә квадрат тәңлимә қурушниң асасий басқучлири сизиқлиқ тәңлимә арқилиқ чиқирилидиған һесаплар билән бирдәк.

Тәңлимә арқилиқ чиқирилидиған һәрқандақ мәтинлик һесапни чиқириш үчүн мошу алгоритмни көздә тутқан дурус:

1) Һесапниң мәтинидә берилгән миқдарларниң арисидики бәкиндилиқни еniқлаш үчүн һесапниң шәртини чүшиниш вә қошумчә шәртләрни еniқлаш һаҗәт;

2) бәлгүлүк вә издилидиған миқдарларниң арисидики бағлинишни еniқлап, ипадиләр қуруш;

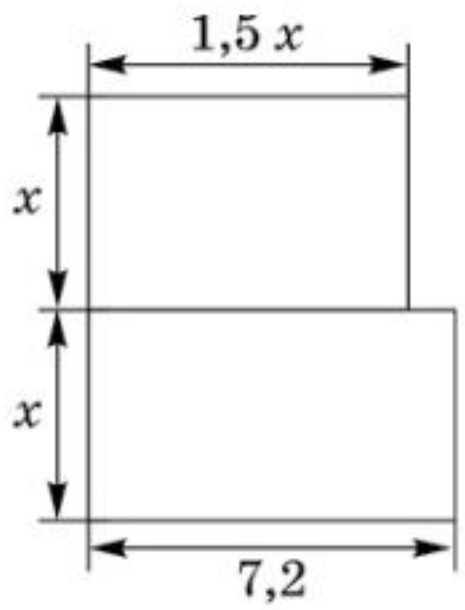
3) йәни бир миқдарни беридиған икки ипадини йезип, уларни тәңләштүрүш арқилиқ тәңлимә қуруш;

4) қурулған тәңлиминиң томурлирини (йешимлирини) тепиш;

5) тепилған мәналарниң қайсиси һесапни қанаәтләндүридиғанлиғини тәкшүрүш.

Ейтилған шәртләрни пайдилинип, мәтинлик һесапларни чиқиришқа мисаллар кәлтүрәйли.

Мисал. Пәтирдә кәңлиги бирдәк икки бөлмә ясаш режиләнмәктә (11-сүрәт). Биринчи бөлминиң узунлуғи кәңлигидин 1,5 һәссә ошуқ, иккинчи бөлминиң узунлуғи 7,2 м. Әгәр пәтирниң мәйдани 56,7 м^2 болса, у чағда бөлмиләрниң кәңлигини тепиңлар.



11-сүрәт

Йешилиши. Бөлминиң кәңлигини x м арқилиқ бәлгүлисәк, биринчи бөлминиң узунлуғи $1{,}5x$ м, мәйдани болса $1{,}5x \cdot x$ м^2 болиду. Иккинчи бөлминиң мәйдани $7{,}2 \cdot x$ м^2.

Һесапниң шәрти бойичә

$$1{,}5x^2 + 7{,}2x = 56{,}7$$

яки

$$3x^2 + 14{,}4x - 113{,}4 = 0.$$

Ахирқи квадрат тәңлимини йешип, $x_1 = 4{,}2$ вә $x_2 = -9$ томурлирини алимиз. Бу санлар һесапниң шәрти бойичә қурулған квадрат тәңлимини қанаәтләндүриду. Бирақ һесапниң йешими пәқәт

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4,2 сани болиду, сәвәви бөлминиң кәңлиги һәрқачан иҗабий сан. Тәкшүрүш жүргүзсәк, 4,2 м томури тәңлимини қанаәтләндүридиғиниға көз йәткүзимиз.

Жавави: 4,2 м.

Мисал. А пунктидин В пунктиға қарап пиядә йолувчи йолға чиқти. В пунктидин А пунктиға йолувчиға қариму-қарши бир мәзгилдә велосипедчи йолға чиқип, улар 50 минуттин кейин учрашти. Әгәр велосипедчи барлиқ йолни пиядә маңған йолувчиға қариғанда 4 саат чапсан жүрүп өтсә, пиядә йолувчи барлиқ йолни қанчә саатта жүрүп өтиду?

Йешилиши. Пиядә йолувчиға А дин В ға йетиши үчүн x саат һаҗәт болсун. Велосипедчиға 4 саат аз вақит керәк, $(x - 4)$ саат.

А дин В чә болған арилиқни 1 (км) дәп алимиз, шу чағда пиядә йолувчиниң илдамлиғи — $\frac{1}{x}$, велосипедчиниң йеқинлаш илдамлиғи — $\frac{1}{x-4}$.

Йолувчи билән велосипедчиниң йеқинлаш илдамлиғи: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x-4} = \frac{2x-4}{x\cdot(x-4)}$. Шуниң үчүн улар: $\frac{2x-4}{x\cdot(x-4)} = \frac{x\cdot(x-4)}{2x-4}$ вақитта, йәни $\frac{50}{60}$ сааттин кейин учришиду.

Шуниң билән $\frac{x\cdot(x-4)}{2x-4} = \frac{5}{6}$ тәңлимисини алимиз. Әнди мошу тәңлимини йешәйли.

Пропорцияниң асасий хусусийити бойичә $6x(x - 4) = 5(2x - 4)$. Тирнақларни ачайли: $6x^2 - 24x = 10x - 20$. Тәңлиминиң оң тәрипидики әзалирини сол тәрипигә көчиримиз: $6x^2 - 34x + 20 = 0$. Тәңлиминиң икки тәрипини 2 гә бөлүмиз: $3x^2 - 17x + 10 = 0$.

Шунда $D = 17^2 - 4\cdot 3\cdot 10 = 289 - 120 = 169$.

$x_{1,2} = \frac{17 \pm 13}{6}$; $x_1 = 5$ с, $x_2 = \frac{2}{3}$ с $= 40$ мин.

$x_2 = \frac{2}{3}$ с $= 40$ мин — *тәңлимигә ят томур*, сәвәви һесапниң шәрти бойичә, пиядә йолувчи велосипедчиға қариғанда 4 саат көп вақит сәрип қилған.

Жавави: 5 с.

1. Һесапниң йешими мәтин бойичә түзүлгән тәңлиминиң йешими билән һәрдайим тоғра келәмду?
2. Қандақ һаләттә мәтин һесапниң шәрти бойичә түзүлгән тәңлимини йешиш вақтида ят томурлар пәйда болиду?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Көнүкмиләр

А

12.1. 1) Арилиғи 20 км болидиған А шәһиридин Б шәһиригә 2 адәм пиядә йолға чиқти. Уларниң биринің илдамлиғи иккинчисиниң илдамлиғидин 1 км/с ошуқ болса, у барлиқ йолға 60 минут кам вақит сәрип қилиду. Һәр иккисиниң илдамлиғини тепиңлар.

2) А шәһиридин Б шәһиригә велосипедчи билән мотоциклчи йолға чиқти. Велосипедчиниң илдамлиғи мотоциклчиниң илдамлиғидин 10 км/с кам болса, у барлиқ йолға 6 саат артуқ сәрип қилиду. Әгәр икки шәһәрниң ариси 120 км болса, мотоциклчиниң илдамлиғини тепиңлар.

12.2. 1) 18 мин кечиккән поезд илдамлиғини 10 км/с қа ашуруп, 60 км ичидә кечиккән вақтини қоғлап йәтти. Поезднің дәсләпки илдамлиғини тепиңлар.

2) Мотоциклчи А пунктидин В пунктиғичә 40 км йол маңди. У қайтишида илдамлиғини дәсләпкидин 10 км/с кам илдамлиқ билән меңип вақтини 20 мин артуқ серип қилди. Дәсләпки илдамлиғини тепиңлар.

12.3. 1. Теплоход дәрия еқимиға қарши 4 км вә еқим бойичә 33 км үзди, барлиқ йолға 1 саат сәрип қилди. Әгәр дәрия еқиминің илдамлиғи 6,5 км/с болса, теплоходниң тохтам судики илдамлиғини тепиңлар.

2. Моторлуқ қейиқ барлиқ йолға 2 саат вақит сәрип қилип, дәрия еқими билән 25 км вә еқимға қарши 3 км үзүп өтти. Әгәр еқим илдамлиғи 5 км/с-тин ашмиса, моторлуқ қейиқниң тохтам судики илдамлиғи 12 км/с болса, у чағда дәрия еқиминің илдамлиғини тепиңлар.

12.4. 1) Теплоход 5 саатта, дәрия еқими билән 48 км арилиққа берип кәйнигә қайтип кәлди. Әгәр дәрия еқиминің илдамлиғи 4 км/с болса, у чағда теплоходниң хас илдамлиғини тепиңлар.

2) Хас илдамлиғи 20 км/с болған глиссер еқим бойичә 60 км үзүп берип кәйнигә қайтти. Әгәр глиссер барлиқ йолға 6,25 саат сәрип қилса, дәрия еқиминің илдамлиғини тепиңлар.

12.5. 1) Пиядә адәм бәлгүлүк бир вақитта 12 км йол меңиши керәк еди, бирақ у йолға 1 саат кечикип чиқти, шуниң үчүн у илдамлиғини 1 км/с-қа ашурди. Пиядә адәм қандақ илдамлиқ билән маңди?

2) Велосипедчи шәһәрдин турбазиғичә 10 км йол маңди. Қайтарда у илдамлиғини 5 км/с азайтти. У берип қайтиш йолиға 1 саат 10 мин вақит сәрип қилди. Велосипедчиниң турбазидин шәһәргә қайтиш илдамлиғини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

12.6. 1) Моторлуқ қейиқ барлиқ йолға 0,75 саат вақит сәрип қилип, дәрия еқими билән 8 км, еқимға қарши 3 км үзүп өтти. Әгәр дәрия еқиминиң илдамлиғи 2 км/с болса, моторлуқ қейиқниң хас илдамлиғини тепиңлар.
2) Моторлуқ қейиқ еқим бойичә 20 км, еқимға қарши 30 км үзүп барди. Әгәр барлиқ йолға 6 саат 40 минут сәрип қилинса, униң хас илдамлиғи қандақ? Дәрия еқиминиң илдамлиғи 3 км/с.

12.7. 1) Икки портниң арилиғи 24 км. Мошу арилиқни катер еқим бойичә үзгәндә, еқимға қарши үзгәнгә қариғанда 30 минут чапсан йетиду. Әгәр дәрия еқиминиң илдамлиғи 2 км/с болса, катерниң хас илдамлиғини тепиңлар.
2) Яхта дәрия еқими бойичә 9 км арилиққа берип кәйнигә қайтти. Еқимға қарши үзгән арилиққа қариғанда еқим бойичә үзгән арилиққа 2 саат вақит аз сәрип қилинди. Әгәр дәрия еқиминиң илдамлиғи 3 км/с болса, яхтиниң тохтам судики илдамлиғини тепиңлар.

12.8. 1) Машина йолда 0,2 саатқа кечикти, шундин кейин илдамлиғини 15 км/с ашуруп 60 км йол маңғандин кейин кечиккән вақтини қоғлап йәтти. Машининиң дәсләпки илдамлиғини тепиңлар.
2) Баржа саат 9 да А пунктидин 60 км жуқури орунлашқан В пунктиға қарап йолға чиқти. В пунктида 2 саат тохтап туруп кәйнигә қайтқан баржа, шу күни А пунктиға 19 саат 20 минутта йетип кәлди. Әгәр дәрия еқиминиң илдамлиғи 3 км/с болса, у чағда А дин В пунктиға баржа қанчә вақитта йетиду?

12.9. 1) Байдарка барлиқ йолға 2 саат вақит сәрип қилип, еқим бойичә 4 км, еқимға қарши 6 км үзди. Әгәр еқим илдамлиғи 2 км/с болса, у чағда байдаркиниң еқим бойичә үзгән илдамлиғини тепиңлар.
2) Планер барлиқ йолға 1 саат вақит сәрип қилип, шамал йөнилиши билән 15 км вә кәйнигә бурулуп шамал йөнилишигә қарши 10 км учуп өтти. Әгәр шамал илдамлиғи 5 км/с болса, планерниң шамалға қарши илдамлиғини тепиңлар.

12.10. Бирхил илдамлиқ билән келиватқан машина йолда 6 минутқа тохтиди. Бәлгүләнгән пәллигә йетиш үчүн қалған 36 км арилиқта илдамлиғини 4 км/с қа ашурди. Машининиң дәсләпки илдамлиғини тепиңлар.

12.11. 1) Хас илдамлиғи 8 км/с болған моторлуқ катер дәрия еқими билән 15 км вә мошу арилиқни еқимға қарши маңди. Әгәр барлиқ йолға сәрип қилинған вақит 4 саат болса, дәрия еқиминиң илдамлиғини тепиңлар.
2) Спорт қолвиғи барлиқ йолға 14 саат сәрип қилип, дәрия еқимиға қарши жуқури қарап 45 км вә мошу арилиқни еқим бойичә төвәнгә қарап үзүп маңди. Әгәр еқимниң илдамлиғи 2 км/с болса, қолвақниң хас илдамлиғини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

12.12. 1) Катер көлдә 18 км арилиққа кетидиған вақит ичидә еқим бойичә 5 км, еқимға қарши 12 км арилиқни үзүп өтти. Әгәр дәрия еқиминиң илдамлиғи 3 км/с болса, у чағда катерниң хас илдамлиғини тепиңлар.

2) Моторлуқ қолвақ барлиқ йолға 1 саат 10 минут вақит сәрип қилип, дәрия еқими бойичә 10 км, еқимға қарши 15 км арилиқни үзүп өтти. Әгәр дәрия еқиминиң илдамлиғи 2 км/с болса, қолвақниң еқим бойичә илдамлиғини тепиңлар.

12.13. 1) Мотоциклчи 200 км арилиқни велосипедчиға қариғанда 5 саат чапсан меңип өтиду. Әгәр велосипедчиниң илдамлиғи мотоциклчиниң илдамлиғидин 20 км/с кам болса, һәрқайсиниң илдамлиғини тепиңлар.

2) Туристлар олтарған теплоход барлиқ йолға 3 саат вақит сәрип қилип, еқим бойичә 10 км, еқимға қарши 8 км үзүп өтти. Әгәр еқим илдамлиғи 3 км/с болса, теплоходниң еқим бойичә вә еқимға қарши илдамлиғини тепиңлар.

12.14. 1) Икки бригада бәлгүлүк бир вақитта 300 детальдин ясиши керәк еди. Биринчи бригада һәр күни иккинчи бригадиға қариғанда 10 детальдин ошуқ тәйярлап тапшурмини 1 күн бурун орунлиди. Һәр бригада бир күндә қанчә деталь тәйярлиди?

2) Бир детальни тәйярлаш үчүн биринчи ишчи иккинчисигә қариғанда 1 минут аз вақит сәрип қилиду. Әгәр биринчи ишчи 0,7 саатта иккинчисигә қариғанда 1 деталь ошуқ тәйярлиса, у чағда мошу вақит ичидә һәр ишчи қанчә деталь тәйярлайду?

12.15. 1) ЭҺМ оператори шагирти билән биллә ишлисә, һесапни 2 саат 24 минутта тәһлил қилиду. Әгәр һәрқайсиси айрим-айрим ишлисә, шагиртиға операторға қариғанда 2 саат артуқ вақит керәк болса, у чағда уларниң һәрқайсиға қанчә вақит керәк?

2) Машинист (һәрип) тәргүчиниң орниға вақитлиқ икки практикант ишлиди. Уларниң биригә қолязмини терип чиқиши үчүн машинистқа қариғанда 3 һәссә ошуқ, иккинчисигә 2 һәссә ошуқ вақит керәк. Практикантлар бирикип ишләп мошу ишни 6 саатта орунлиса, у чағда һәрқайсиси қолязмини нәччә саатта терип чиқиду?

12.16. 1) Биринчи ишчи деталь ясаш үчүн иккинчисигә қариғанда 6 минут аз вақит сәрип қилиду. Әгәр биринчи ишчи 7 саат ичидә иккинчисигә қариғанда 8 деталь көп ясиса, у чағда мошу вақитта уларниң һәрқайсиси қанчә детальдин ясайду?

2) Шагирти төмүрдин буюм ясашта устиға қариғанда 12 минут көп вақит сәрип қилиду. Әгәр 6 саатта шагирти устиға қариғанда 5 буюм аз ясиған болса, у чағда мошу вақитта һәр иккилиси қанчә буюмдин ясайду?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

12.17. 1) Һәҗими 30 м^3 бассейнниң сүйини төкүп, андин қайта толтуруш үчүн 8 саат керәк. Әгәр суни толтуридиған насос төкидиған насосқа қариғанда 1 саатта 4 м^3 суни аз тартса, бассейн қанчә вақитта толиду?

2) Һәҗими 1 м^3 аквариум икки кран арқилиқ бир мәзгилдә толтурулиду. Су биринчи кран арқилиқ иккинчисигә қариғанда 1 саатта 1 м^3 мөлчәрдә көп еқип чиқиду. Әгәр биринчи кран арқилиқ аквариумни толтуруш үчүн иккинчи кранға қариғанда 5 мин вақит аз сәрип қилинса, у чағда һәрбир кран айрим-айрим һалда аквариумни қанчә вақитта толтуриду?

12.18. Икки бригада бирикип ишлисә көчәтләрни 4 күндә олтарғузиду. Әгәр биринчи бригада айрим ишлисә, мошу ишни иккинчи бригадиға қариғанда 15 күн бурун пүтәрсә, у чағда һәр бригада айрим-айрим мошу ишни қанчә күндә пүтириду?

12.19. 1) Адил билән Мурат шарларни газ билән толтуруп чиқти. Шунда бир шарни толтуруш үчүн Адил Муратқа қариғанда 1 мин аз вақит сәрип қилди. Әгәр 0,5 саатта Адил Муратқа қариғанда бир шар көп толтарса, уларниң һәрқайсиси мошу вақитта қанчә шардин толтуриду?

2) Арзигүлгә шарфниң бир қурини тоқушта, Мәдинигә қариғанда 2 мин артуқ вақит һаҗәт. Әгәр Арзигүл 1 саатта Мәдинигә қариғанда 1 қур кам тоқуса, у чағда һәрқайсиси мошу вақитта қанчә қурдин тоқуди?

12.20. Икки ишчиниң бири ишқа 1,5 күн кечикип чиқса, улар тапшурмини 7 күндә орунлайду. Әгәр тапшурмини һәрқайсиси бөләк ишлисә, у чағда биринчи ишчи иккинчисигә қариғанда 3 күн көп вақитни сәрип қилиду. Һәрқайсиси тапшурмини қанчә күндә түгитиду?

12.21. Заводниң бир цехи 810 деталь, иккинчиси 900 деталь тәйярлиши керәк. Биринчи цех иккинчи цехқа қариғанда 3 күн артуқ вақит сәрип қилип, ишини тамамлиди. Әгәр иккинчи цех күнигә 4 деталь артуқ тәйярлиса, у чағда һәрбир цех күнигә қанчә детальдин тәйярлайду?

12.22. Ишчилар бригадиси бәлгүлүк бир вақитта 272 музлатқуч тәйярлиши һаҗәт. Ишни башлап 10 күндин кейин бригада күнигә 4 музлатқучтин артуқ тәйярлашни башлиди. Тапшурмини орунлаш қәрәлигә бир күн қалғанда 280 музлатқуч тәйяр болди. Бригада план бойичә бир күндә қанчә музлатқуч тәйярлиши керәк еди?

12.23. Ишчилар бригадиси чаққа арналған 432 резина тәйярлиши керәк еди. Бирақ 4 ишчи ағрип, ишқа чиқмай қалди. Тапшурмини

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

вақтида орунлаш үчүн қалған ишчилар күнигә 9 резина артуғи билән тәйярлиди. Бригадида қанчә ишчи бар?

B

12.24. Икки жүк тошиғучи (грузчик) вагондин товар чүшәрди. Биринчиси иккинчисигә қариғанда күнигә 50 ц дин артуқ жүк чүширип җәми 300 ц жүк чүшәрди вә у 2 күн аз ишлиди. Иккинчи жүк тошиғучи 250 ц жүк чүшәргән болса, һәрқайсиси қанчә күндин ишлиди?

12.25. Төмүр йол қурулишида икки бригада ишлиди. Биринчи бригада күнигә 40 м көп йол ясап, җәми 270 м төмүр йолини салди. Иккинчи бригада биринчисигә қариғанда 2 күн көп ишләп, җәми 250 м төмүр йолини ясиди. Һәр бригада қанчә күндин ишлиди?

12.26. Аквариум икки труба арқилиқ 3 саатта толтурулиду. Әгәр биринчи трубиға иккинчисигә қариғанда 2,5 саат аз вақит һаҗәт болса, у чағда биринчи труба арқилиқ аквариум қанчә вақитта толиду?

12.27. Җиһаз фабрикисида икки бригадиниң һәрқайсиси 180 китап тәкчисини тәйярлиши керәк. Биринчи бригада 1 саатта иккинчисигә қариғанда 2 китап тәкчисини ошуқ тәйярлап, тапшурмини 3 саат бурун орунлиди. Һәр бригада тапшурмини қанчә вақитта орунлиди?

12.28. Фабрикида бир авушмида (сменида) биринчи цех 320 кийим, иккинчиси 270 кийим тикти. Биринчи цех саатиға иккинчи цехқа қариғанда 2 кийим аз тикти вә 5 саат көп вақит сәрип қилди. Биринчи цех 1 саатта қанчә кийим тикти?

C

12.29. Бассейнға үч труба уланған. Биринчи труба арқилиқ бассейн 6 саатта, иккинчи труба арқилиқ 8 саатта толиду, вә үчинчи труба арқилиқ бассейндики барлиқ су 12 саатта еқип чиқиду. Әгәр үч трубини бир мәзгилдә ишқа қошса бассейн қанчә вақитта толиду?

12.30. Икки трактор бирикип ишлисә, етизлиқни 90 саатта һайдап болиду. Әгәр биринчи трактор ялғуз 12 саат, иккинчиси 20 саат ишлисә, у чағда барлиқ етизлиқниң 20% и һайдалған болатти. Барлиқ етизлиқни һайдаш үчүн һәрбир тракторчиға қанчә вақит керәк?

12.31. Шәһәрдин йезиға қарап пиядә адәм чиқти. Униң кәйнидин 45 минуттин кейин шу йөнилиштә велосипедчи йолға чиқти. У йерим саат маңғандин кейин иккисиниң ариси 2,5 км қалди. Келәси йерим сааттин кейин велосипедчи пиядә адәм билән селиштурғанда йезидин йерим километр жирақлиди. Әгәр

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

шәһәр билән йезиниң арилиғи 30 км болса, пиядә адәм билән велосипедчиниң илдамлиқлирини тепиңлар.

12.32. Икки саннің көпәйтиндиси 10 ға тәң, қошундиси уларниң көпәйтиндисиниң 70% ға тәң болса, мошу санларни тепиңлар.

Тәкрарлаш

12.33. Томурлири: 1) $x_1 = \sqrt{3} - 2$ вә $x_2 = \sqrt{3} + 2$; 2) $x_1 = 5 - \sqrt{3}$ вә $x_2 = 5 + \sqrt{3}$ болидиған квадрат тәңлимә түзүңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

12.34. Бир координатилиқ тәкшиликтә $y = -x^2$, $y = 0{,}5x^2$ вә $y = 2x^2$ функциялириниң графиклирини селиңлар, уларниң чоққилириниң координатилирини тепиңлар. Параболилар қандақ орунлашқан?

12.35. Функцияләрниң қийилишиш чекитлириниң координатилирини тепиңлар:

1) $y = 2x$ вә $y = \sqrt{x}$;
2) $y = -2x^2$ вә $y = 3x - 5$;
3) $y = -3|x|$ вә $y = x^2$;
4) $y = -1{,}2x + 18$ вә $y = 3x^2$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3 -БАП

КВАДРАТ ФУНКЦИЯ

§ 13. $y = a(x - m)^2$, $y = ax^2 + n$, $y = (x - m)^2 + n$ $(a \neq 0)$ ТҮРИДӘ БЕРИЛГӘН КВАДРАТ ФУНКЦИЯЛӘР, УЛАРНИҢ ГРАФИКЛИРИ

$y = ax^2 + n$ вә $y = a(x - m)^2$, $y = a(x - m)^2 + n$ $(a \neq 0)$ түридики функцияләрниң қандақ хусусийәтлири бар вә графиклири қандақ селиниду?

$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ түридики функция *квадрат функция* дәп атилиду.

Бәзибир физикилиқ миқдарларниң бағлинишлиғи квадратлиқ функция билән ипадилиниду. Мәсилән, $s(t) = -\frac{g}{2}t^2 + v_0 t$ функцияси — v_0 илдамлиқ билән жуқури ташлиған ташниң көтирилиш егизлиги билән t вақитниң бағлиқлиғи; $Q = RI^2$ функцияси — қаршилиғи R болған тизмидин ток өткәндә бөлүнидиған иссиқлиқ мөлчәриниң I ток күчигә бағлиқлиғи.

$y = ax^2$ $(a \neq 0)$ функцияси графигиниң ярдими билән $y = ax^2 + n$ функцияс иниң графигини селишни қараштурайли.

Мәсилән, $y = x^2$ функциясиниң графигини пайдилинип, $y = x^2 + 2$ вә $y = x^2 - 2$ функциялириниң графиклирини салайли. Униң үчүн жәдвәл түзимиз (5-жәдвәл):

5-жәдвәл

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9
$y = x^2 + 2$	11	6	3	2	3	6	11
$y = x^2 - 2$	7	2	-1	-2	-1	2	7

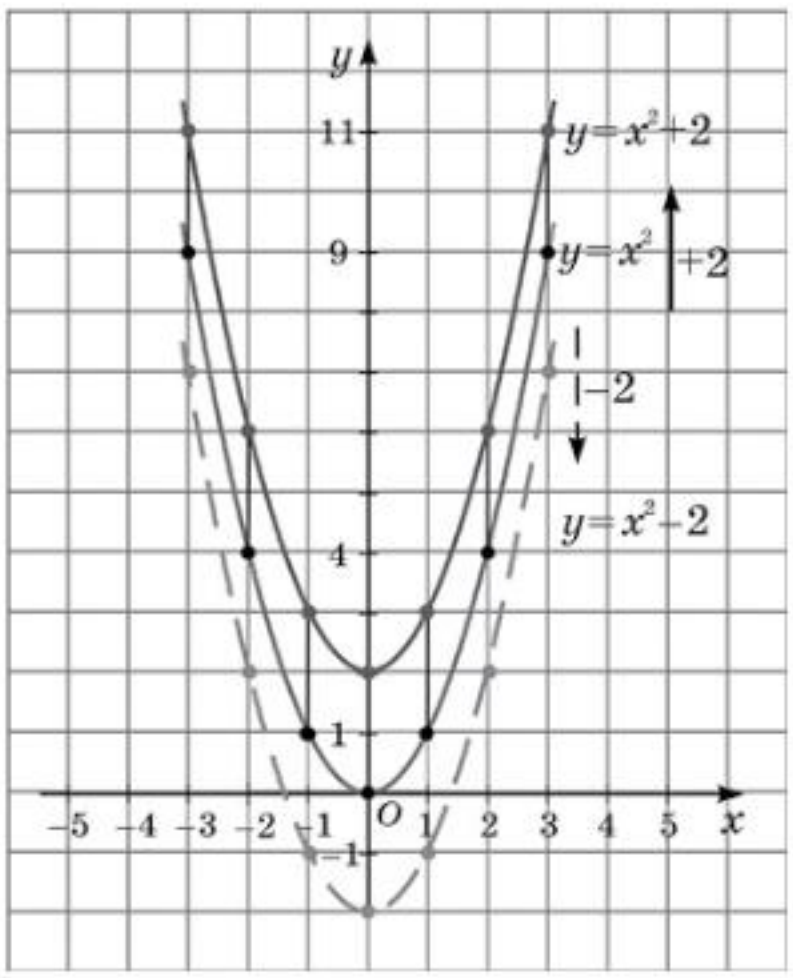
Бирдәк аргументта $y = x^2 + 2$ функциясиниң мәналири $y = x^2$ функциясиниң мәналиридин 2 бирликкә артуқ екәнлигини жәдвәлдин көрүшкә болиду. Демәк, $y = x^2 + 2$ функциясиниң графигини $y = x^2$ функциясиниң графигидин Oy оқиниң бойи билән 2 бирликкә жуқури силжитиш арқилиқ елишқа болиду (12-сүрәт).

Дәл мошуниңға охшаш, $y = x^2 - 2$ функциясиниң графигиниму $y = x^2$ функциясиниң графигидин Oy оқиниң бойи билән 2 бирликкә төвән силжитиш арқилиқ алимиз.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$y = f(x) + m$ функциясиниң графиги $y = f(x)$ функциясиниң графигини *m иҗабий сан* болғанда Oy оқи бойи билән m бирлик жуқури, *m сәлбий сан* болса төвән силҗитиш арқилиқ елиниду.



12-сүрәт

12-сүрәттин $y = x^2 - 2$ параболиси чоққисиниң координатилири (0; 2); $y = x^2 + 2$ параболиси чоққисиниң координатиси (0; 2) екәнлигини байқаймиз. Шу чағда $y = ax^2 + n$ функцияси графигиниң чоққисиниң координатилири (0; n) болиду.

$y = x^2$ функциясиниң графигини қоллинип, $y = (x + 2)^2$ вә $y = (x - 2)^2$ функциялириниң графиклирини салайли. Униң үчүн төвәндики җәдвәлләрни қуримиз:

6-җәдвәл

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	0	1	4	9

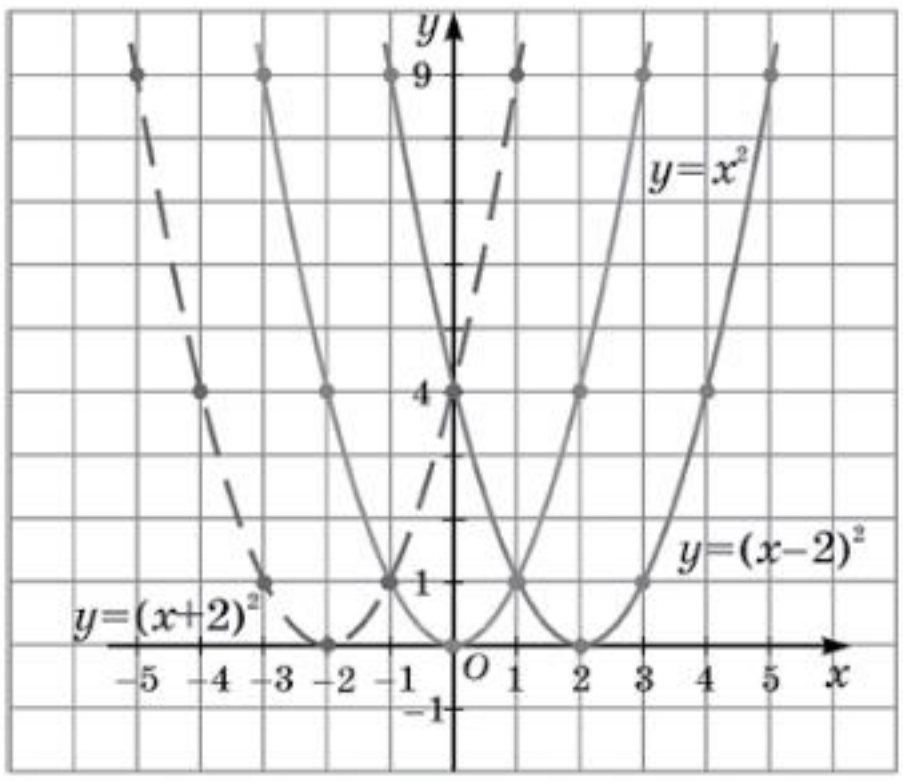
7-җәдвәл

x	−1	0	1	2	3	4	5
$y = (x - 2)^2$	9	4	1	0	1	4	9

8-җәдвәл

x	−5	−4	−3	−2	−1	0	1
$y = (x + 2)^2$	9	4	1	0	1	4	9

Җәдвәлдин $y = (x + 2)^2$ функциясиниң мәналири $y = x^2$ функцияси аргументиниң 2 гә артуқ болғандики мәналириға мувапиқ келидиғинини байқашқа болиду. Демәк, $y = (x + 2)^2$ функциясиниң графигини Ox оқиниң бойи билән 2 бирликкә солға силҗитиш арқилиқ $y = x^2$ функциясиниң графигидин елишқа болиду (13-сүрәт).



13-сүрәт

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Дәл мошуниңға охшаш $y = (x - 2)^2$ функциясиниң графигини Ox оқиниң бойи билән 2 бирликкә оңға силҗитиш арқилиқ елишқа болиду (13-сүрәт).

$y = f(x + n)$ функциясиниң графигини $y = f(x)$ функциясиниң графигидин *n иҗабий сан* болса Ox оқи бойи билән *n бирлик солға*, *n сәлбий сан* болса *оңға* силҗитиш арқилиқ елишқа болиду.

Шу чағда $y = a(x - m)^2$ функциясиниң графиги чоққисиниң координатиси $(m; 0)$ болиду.

13-сүрәттин $y = (x + 2)^2$ функцияси $(-\infty; -2]$ арилиғида кемийдиған; $[-2; +\infty)$ арилиғида өсидиғанлиғини; $y = (x - 2)^2$ функцияси $(-\infty; 2]$ арилиғида кемийдиған; $[2; +\infty)$ арилиғида өсидиғанлиғини көрүмиз.

$y = x^2$ функциясиниң графигини пайдилинип, $y = (x + 2)^2 + 2$; $y = (x - 2)^2 - 2$; $y = (x + 2)^2 - 2$; $y = (x - 2)^2 + 2$ функциялириниң графиклирини қандақ селишқа болиду?

$y = f(x + n) + m$ функциясиниң графигини $y = f(x)$ функциясиниң графигидин *n иҗабий* болғанда Ox оқи бойи билән *n бирлик* солға, *n сәлбий* болса оңға вә *m иҗабий* болғанда Oy бойи билән *m бирлик* жуқури, *m сәлбий* болғанда төвән силҗитиш арқилиқ елишқа болиду.

1. $y = -(x + 2)^2 + 2$; $y = -(x - 2)^2 - 2$; $y = -(x + 2)^2 - 2$; $y = -(x - 2)^2 + 2$ функциялириниң графигини қандақ селишқа болиду? Һәр параболиниң чоқисиниң координатилирини тепиңлар.
2. $y = -(x + 2)^2 + 2$ вә $y = (x + 2)^2 + 2$ функциялириниң графиги Ox оқиға нисбәтән қандақ орунлашқан?

Көнүкмиләр

A

13.1. $A(-2; 17)$; $B(-1; 5)$; $C(1; -1)$; $M(2; 10)$; $K(1\frac{1}{2}; 3)$; $P(1\frac{1}{4}; 94{,}5)$ чекитлириниң қайсиси $y = 2x^2 - 2x - 5$ функциясиниң графигиға тәәллуқ?

13.2. $y = -x^2 + 2x - 3$ функциясиниң графигиға тәәллуқ бәш чекитниң координатисини йезиңлар.

13.3. $y = -2x^2 + 3x - 5$ функциясиниң графигиға тәәллуқ чекитләрниң абциссилири:
1) -4; 2) $-1, 4$; 3) -1; 4) -5; 5) $2, 5$; 6) 5
болғанда ординатилирини тепиңлар.

Парабола чоққилириниң координатилирини йезиңлар вә униң тармақлириниң йөнилишини көрситип, берилгән функцияләрниң графиклирини селиңлар **(13.4—13.5)**:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

13.4. 1) $y = x^2 + 4$; 2) $y = x^2 - 2$; 3) $y = -x^2 + 1{,}8$;
4) $y = -x^2 - 0{,}4$; 5) $y = x^2 - 1{,}4$; 6) $y = x^2 + 1{,}75$.

13.5. 1) $y = 2x^2 + 4$; 2) $y = 3x^2 - 2$;
3) $y = -2x^2 + 1{,}8$; 4) $y = -0{,}5x^2 - 1{,}6$;
5) $y = 1\frac{1}{3}x^2 - 4\frac{2}{3}$; 6) $y = 1\frac{1}{3}x^2 + 1{,}75$.

13.6. $y = \frac{2}{3}x^2 + 1$ функциясиниң графигини селиңлар. Графикни пайдилинип:
1) $x = -2{,}5$; $-1{,}5$; $2{,}5$ болғанда, y ниң мәнасини;
2) $y = -2$; $1{,}5$; $4{,}5$ болғанда, x ниң мәнасини;
3) функцияниң өсүш вә кемиш арилиқлирини тепиңлар.

13.7. $y = -2x^2 + 3$ функциясиниң графигини селиңлар. Графикни пайдилинип:
1) $x = -3{,}5$; $-2{,}5$; $5{,}1$ болғанда, y ниң мәнасини;
2) $y = -5$; $-0{,}2$; $4{,}5$ болғанда, x ниң мәнасини;
3) функцияниң өсүш вә кемиш арилиқлирини тепиңлар.

13.8. $y = x^2$ параболисиниң шаблонини пайдилинип, төвәндики функцияләрниң графигини селиңлар вә нөллирини йезиңлар:
1) $y = x^2 - 4$; 2) $-y = x^2 - 4$; 3) $y = x^2 - 9$;
4) $y = x^2 + 4$; 5) $y = -x^2 + 9$; 6) $y = -x^2 + 4$.

13.9. $y = x^2$ параболисиниң шаблонини пайдилинип, берилгән функцияләрниң графигини селиңлар, парабола чоққилириниң координатисини вә функцияләрниң нөллирини йезиңлар:
1) $y = (x - 4)^2$; 2) $y = (x + 4)^2$; 3) $y = (x - 2{,}5)^2$;
4) $y = -(x - 1)^2$; 5) $y = -(x + 1)^2$; 6) $y = -(x - 3{,}2)^2$.

13.10. 1) $y = (x - 1{,}2)^2$; 2) $y = (x + 3{,}2)^2$; 3) $y = -(x - 2{,}9)^2$;
4) $y = 2x^2 + 2{,}8$; 5) $y = -3x^2 + 1{,}7$; 6) $y = -0{,}5x^2 - 25$
функциялириниң графиклири қайси координатилиқ чарәктә орунлашқан?

13.11. $y = x^2$ параболисиниң шаблонини пайдилинип, берилгән функцияләрниң графигини селиңлар, параболиниң чоққилириниң координатисини вә функцияләрниң нөллирини йезиңлар:
1) $y = (x - 4)^2 - 3$; 2) $y = (x + 4)^2 - 1$;
3) $y = (x - 2{,}5)^2 - 3{,}4$; 4) $y = -(x - 1)^2 + 4$;
5) $y = -(x + 3)^2 - 2$; 6) $y = -(x - 3{,}2)^2 + 2{,}4$.

В

Функцияниң графигини селиңлар, униң симметрия оқиниң тәңлимисини вә чоққилириниң координатилирини тепип, берилгән функцияләрниң мәналар жиғиндисини көрситиңлар **(13.12—13.13)**:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

13.12. 1) $y = (x - 2{,}6)^2$; 2) $y = (x + 0{,}2)^2$;
3) $y = -(x - 3{,}1)^2$; 4) $y = x^2 - 2{,}4$.

13.13. 1) $y = x^2 + 4$; 2) $y = -(x + 3)^2 - 2$;
3) $y = (x - 2)^2 - 2$; 4) $y = -3(x + 2)^2 + 5$;
5) $y = \frac{1}{5}(x - 2{,}8)^2 - 8\frac{1}{3}$.

13.14. 1) $y = x^2 - 2{,}25$; 2) $y = -x^2 + 16$;
3) $y = -(x - 3)^2 - 2$; 4) $y = (x - 2)^2 - 25$;
5) $y = -3(x + 2)^2 - 15$; 6) $y = \frac{1}{5}(x - 6{,}8)^2 - 9\frac{1}{15}$
функциялириниң нөллирини тепиңлар (әгәр улар бар болса).

13.15. y функциясиниң графигини селиңлар. Параболиниң чоққисиниң координатилирини вә симметрия оқиниң тәңлимисини тепип, функцияләрниң хусусийәтлирини атаңлар:
1) $y = 3x^2 - 4$; 2) $y = -x^2 + 4$;
3) $y = 2(x - 3)^2$; 4) $y = (x - 2)^2$;
5) $y = (x + 2)^2$; 6) $y = -(x + 3)^2 - 2$;
7) $y = (x + 2)^2 - 6$; 8) $y = -(x - 2)^2 + 7$.

13.16. Иккиәзалиқниң квадратини айрип, функцияләрниң графигини селиңлар:
1) $y = x^2 - 4x + 6$; 2) $y = x^2 + 6x + 7$;
3) $y = x^2 - 2x - 3$; 4) $y = -x^2 + 4x + 5$;
5) $y = -2x^2 + 4x + 9$; 6) $y = -3x^2 - 12x + 1$.

13.17. $y = -2(x - 3)^2 + 8$ функцияси үчүн:
1) функцияниң нөллирини вә әң чоң мәнасини;
2) функция графигиниң Oy оқи билән қийлишиш чекитини;
3) парабола чоққисиниң координатисини вә симметрия оқиниң тәңлимисини;
4) өсүш вә кемиш арилиқлирини тепиңлар.

C

13.18. 1) $y = |x^2 - 4|$; 2) $y = |8 - 2x^2|$; 3) $y = |x^2 - 3x|$; 4) $y = |-x^2 - 5x|$
функциялириниң графигини селиңлар. Өсүш вә кемиш арилиқлирини тепиңлар.

13.19. 1) $y = |x^2 - 9|$; 2) $y = |24 - 6x^2|$;
3) $y = |x^2 + 3x|$; 4) $y = |-x^2 - 5x| + 2$
функциялириниң графиклирини селиңлар. Функцияләрниң мәналар жиғиндисини, өсүш вә кемиш арилиқлирини тепиңлар.

13.20. a параметриниң қандақ мәнасида берилгән функцияләрниң нөллири можут:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1) $y = ax^2 - 9$; 2) $y = ax^2 + 24$; 3) $y = -2ax^2 + 14$;
4) $y = ax^2 - 9x$; 5) $y = -ax^2 - 7$; 6) $y = -3ax^2 + 5{,}4$?

Берилгән функцияләрниң графигини селиңлар **(13.21—13.23)**:

13.21. 1) $y = \frac{2x^2}{x} - 3$; 2) $y = \frac{x^2}{3x} + 4$; 3) $y = \frac{2x^2 - 2}{x + 1} + 5$; 4) $y = \frac{-x^2 + 4}{x - 2} - 1$.

13.22. 1) $y = 1 - x|x|$; 2) $y = x^2 - \frac{x^2}{|x|}$; 3) $y = x^2 - \frac{|x|}{x}$;

4) $y = 2x^2 - \frac{x^2}{\sqrt{x^2}}$; 5) $y = x^2 - \frac{4x^2}{(\sqrt{x})^2}$; 6) $y = 4x - \frac{x^3}{|x|}$.

13.23. 1) $y = x^2 - 2x - (\sqrt{2x-4})^2$; 2) $y = x^2 - 3x - (\sqrt{3x-9})^2$;

3) $y = x^2 - 3x - \sqrt{(3x-9)^2}$; 4) $y = x^2 - 2x - \sqrt{(2x-4)^2}$.

13.24. Әгәр $y = (x - 2)^2 - c$ функциясиниң әң кичик мәнаси:
1) -1; 2) 0; 3) 7,4; 4) $-2{,}6$; 5) 1,3; 6) π
болса, у чағда c ни тепиңлар вә графигини селиңлар.

13.25. $y = \frac{3}{x}$ функциясиниң графигини селиңлар вә униң төвәндә берилгән функцияләрниң графиклири болидиған параболилар билән қийлишиш чекитини тепиңлар:
1) $y = -2x^2 + 3$; 2) $y = -x^2 + 4x$; 3) $y = -2x^2 - 4x$; 4) $y = x^2 + 1{,}4$.

Тәкрарлаш

13.26. Товарниң баһасини дәсләп 20% ға қиммәтлитип, андин 20% әрзәнләтти. Товарниң дәсләпки баһаси қанчә пайизға өзгәрди?

13.27. Берилгән санниң 20% и униң 10% дин яки 10% и униң 20% дин артуқ му?

13.28. Тәңлимиләрни йешиңлар:
1) $(3x - 1) \cdot (2x + 7) - (x + 3) \cdot (5x - 1) = (x + 1)^2$;
2) $2(x - 3) \cdot (x^2 + 3x + 9) - (x - 2)^3 = (x + 2)^3$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

13.29. Иккиәзалиқниң квадратини айриңлар:
1) $2x^2 + 4x + 3$; 2) $x^2 + 4x - 5$; 3) $2x^2 - 4x - 3$; 4) $-x^2 - 1{,}4x + 0{,}6$.

13.30. 1) $y = x^2 + 2$; 2) $y = x^2 - 3$; 3) $y = (x - 2)^2$; 4) $y = -(x + 3)^2$ берилгән функцияләрниң графиги болидиған параболиниң чоққисиниң координатилирини вә симметрия оқиниң тәңлимисини йезиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§ 14. $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ ФУНКЦИЯСИ, УНИҢ ХУСУСИЙӘТЛИРИ ВӘ ГРАФИГИ

$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ түридики функцияниң қандақ хусусийәтлирибар вә графиги қандақ селиниду?

$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ квадрат функциясиниң графигини селишни қараштурайли.

$ax^2 + bx + c$ ипадисидин толуқ квадратни айримиз.

Алди билән a көпәйткүчини тирнақ сиртиға чиқиримиз:

$ax^2 + bx + c = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$. Бир санниң (йәни, x ниң) башқа санға (йәни, $\frac{b}{2a}$ ға) икки hәссиләнгән көпәйтиндисини елиш үчүн иккинчи қошулғучини 2 гә көпәйтимиз вә бөлүмиз, $\frac{b}{2a}$ санинин квадратини қошумиз вә алимиз:

$$a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right) = a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right).$$

Икки әзаниң квадратиниң қисқичә көпәйтиш формулисини пайдилинимиз:

$$a\left(x^2 + 2 \cdot \frac{b}{2a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) = a \cdot \left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right).$$

$a \cdot \left(\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ ипадисини $y = a(x - m)^2 + n$ түригә кәлтүрдуқ.

Демәк, квадрат функциясиниң графиги Ox оқиниң бойи билән, әгәр $\frac{b}{2a} > 0$ болса, $\frac{b}{2a}$ бирлик солға $\frac{b}{2a} < 0$ болса, оңға, әгәр $\left|\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right| > 0$ болса, $\left|\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right|$ бирлик төвән яки $\left|\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right| < 0$ болса, $\frac{b^2 - 4ac}{4a}$ бирликкә жуқури силжитилған $y = ax^2$ параболиси болиду.

$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ параболисиниң чоққисиниң координатиси $M\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ болиду.

$y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ параболисиниң симметрия оқи $x = -\frac{b}{2a}$ түзи болиду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1-мисал. $y = 3x^2 - 9x + 5$ параболисиниң чоққисиниң координатисини тапайли.

Йешилиши. Парабола чоққисиниң абсциссисини $x_0 = -\frac{b}{2a}$ формулиси бойичә hесаплайли: $\frac{9}{6} = \frac{3}{2} = 1{,}5$.

$y = 3x^2 - 9x + 5$ тәңлимисигә чоққисиниң абсциссиси 1,5 санини қоюп, парабола чоққисиниң ординатисини hесаплайли: $3 \cdot (1{,}5)^2 - 9 \times 1{,}5 + 5 = 3 \cdot 2{,}25 - 13{,}5 + 5 = -1{,}75$.

Жавави: (1,5; −1,75).

2-мисал. $y = 4x^2 + 8x + 5$ параболисиниң симметрия оқиниң тәңлимисини язайли.

Йешилиши. Oy оқиға параллель вә $(x_0; y_0)$ чоққиси арқилиқ өтидиған түз параболиниң симметрия оқи болуп hесаплиниду, бунинда $x_0 = -\frac{b}{2a}$. Әнди парабола чоққисиниң абсциссисини тапимиз: $x_0 = -\frac{8}{8} = -1$. Демәк, параболиниң симметрия оқиниң тәңлимиси $x = -1$.

Жавави: $x = -1$.

3-мисал. $y = x^2 - 4x + 3$ функциясиниң графигини салайли.

Йешилиши. 1) Парабола чоққисиниң координатисини hесаплаймиз: $x_0 = \frac{4}{2} = 2$ парабола чоққисиниң абсциссиси, $y_0 = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = -1$ парабола чоққисиниң ординатиси болиду. Шуниң билән парабола чоққисиниң координатилири (2; −1) болиду.

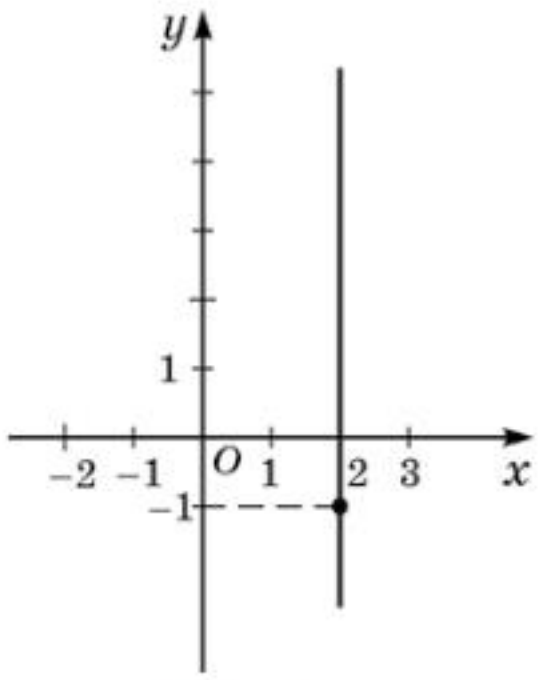
Координатилири (2; −1) болидиған параболиниң чоққисини координатилар тәкшилигидә тәсвирләйли (14-сүрәт).

2. Параболиниң симметрия оқини салимиз: униң үчүн (2; −1) чекити арқилиқ ордината оқиға параллель $x = 2$ түзини жүргүзимиз (14-сүрәт).

3. Функцияниң нөллирини тапимиз. Униң үчүн $x^2 - 4x + 3 = 0$ тәңлимисини йешип, $x_1 = 1$, $x_2 = 3$ санлирини алимиз. Демәк, функцияниң нөллири (1; 0) вә (3; 0) чекитлири болиду. Уларни координатилиқ тәкшилигидә бәлгүләймиз (15-сүрәт).

4. Параболиниң Oy оқи билән қийилишиш чекитини вә параболиниң симметрия оқиға нисбәтән симметриялик чекитни, йәни ординатиси дәп шундақ чекитни салимиз.

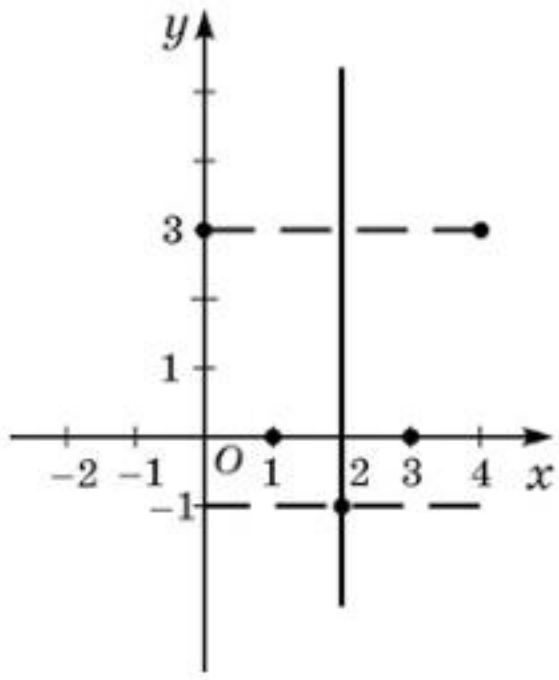
Параболиниң Oy оқи билән қийилишиш чекитиниң абсциссиси нөлгә тәң болиду. (Немишкә? Чүшәндүрүңлар.) Әгәр $y = x^2 - 4x + 3$ парабола тәңлимисидики x ниң орниға 0 санини қойсақ, у чағда $y = 3$, йәни параболиниң координатилири (0; 3) болидиған чекитни алимиз.



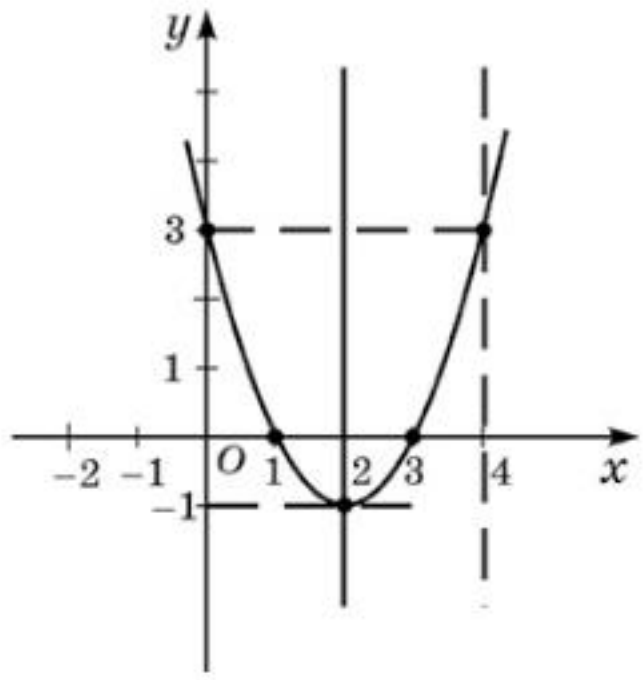
14-сүрәт

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ



15-сүрәт



16-сүрәт

Мошу симметриялик чекитни тапайли. Униң дәл шундақ 3 саниға тәң ординатиси бар. Шуниң үчүн $y = x^2 - 4x + 3$ тәңлимисидики y ниң орниға 3 санини қоюмиз. Шу чағда $x^2 - 4x = 0$ тәңлимисини алимиз. $x(x - 4) = 0$ тәңлимисини йешип, $x = 0$ яки $x = 4$, йәни (0; 3) чекитигә симметриялик (4; 3) парабола чекитини алимиз.

Координатилар тәкшилигидә (0; 3), (4; 3) чекитлирини бәлгүләйли (15-сүрәт).

5. Бәлгүләнгән чекитләрни әгир сизиқ билән қошқанда параболиниң чиқидиғинини көримиз (16-сүрәт).

$y = ax^2 - bx + c$ түридики квадрат функцияниң графигини селиш алгоритми:

1) Координата тәкшилигидә параболиниң чоққисини селиш.

Униң үчүн $x_0 = -\frac{b}{2a}$; $y_0 = ax_0^2 + bx_0 + c$ формулиси бойичә чоққисиниң $(x_0; y_0)$ координатилирини hесаплаймиз;

2) Параболиниң чоққиси $(x_0; y_0)$ чекити арқилиқ параболиниң симметрия оқи болидиған, ординат оқиға параллель $x = -\frac{b}{2a}$ түзини жүргүзүш;

3) функцияниң нөллирини тепиш. Униң үчүн $ax^2 + bx + c = 0$ тәңлимисини йешип, x_1 вә x_2 томурини тапимиз. Координата тәкшилигидә $(x_1; 0)$ вә $(x_2; 0)$ чекитлирини бәлгүләймиз;

4) парабола оқиға симметриялик йәнә икки чекитни бәлгүләш. Униң үчүн парабола чоққиси x_0 ға нисбәтән симметриялик аргументниң қандақту бир икки мәнасини елип, униңға мувапиқ функцияниң мәнасини тапимиз.

5) координатилар тәкшилигидә бәлгүләнгән чекитләрни қошуп параболини селиш.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

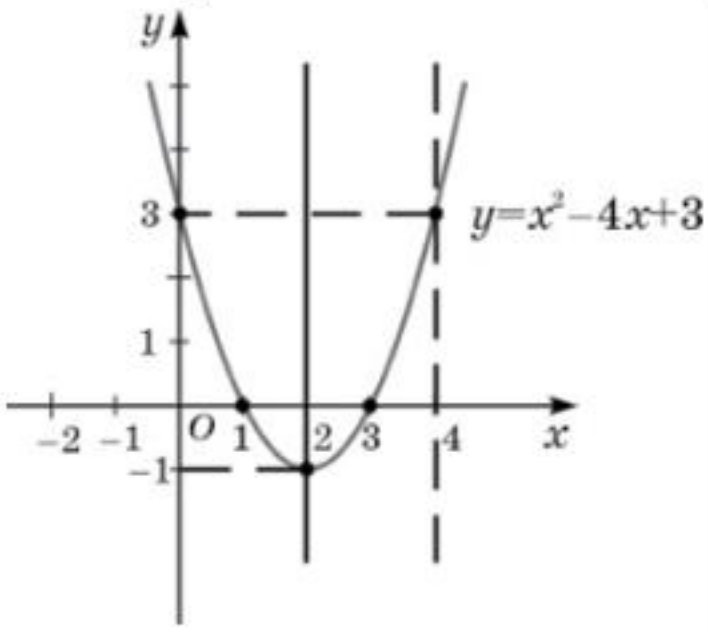
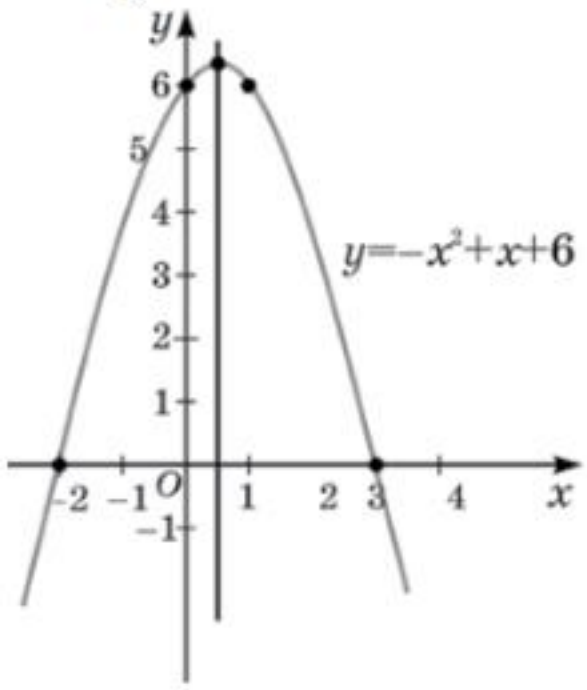
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Чүшәндүрүңлар

1) $y = x^2 - 4x + 3$; 2) $y = -x^2 + x + 6$

квадрат функциялириниң хусусийәтлири графикниң ярдими билән қандақ еникланған (9-жәдвәл)?

9-жәдвәл

Функциниң хусусийәтлири	Функция	
	$y = x^2 - 4x + 3$	$y = -x^2 + x + 6$
	 17-сүрәт	 18-сүрәт
Функциниң ениклиниш саһаси	$(-\infty; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
Функциниң мәналар саһаси	$[-1; +\infty)$	$(-\infty; 6\frac{1}{4}]$
Функциниң өсүш арилиғи	$[2; +\infty)$	$(-\infty; \frac{1}{2}]$
Функциниң кемиш арилиғи	$(-\infty; 2]$	$[\frac{1}{2}; +\infty)$
Параболиниң симметрия оқи	$x = 2$ түзи	$x = \frac{1}{2}$ түзи
Функциниң өң чоң мәнаси	йоқ	$y = 6\frac{1}{4}$
Функциниң өң кичик мәнаси	$y = -1$	йоқ
Функциниң сәлбий мәна қобул қилидиған арилиғи	$(1; 3)$	$(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$
Функциниң иҗабий мәна қобул қилидиған арилиғи	$(-\infty; 1) \cup (3; +\infty)$	$(-2; 3)$
Функциниң нөлгә тең мәнаси	$x_1 = 1$ вә $x_2 = 3$	$x_1 = -2$ вә $x_2 = 3$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$y = -x^2 + x + 6$ параболисини селиңлар. a коэффициентиниң тамғисиға бағлиқ $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ параболиси тармақлириниң орунлишишини селиштуруңлар

Практикилиқ һесапларни чиқиришта квадрат функцияни қандақ қоллиниду?

Мисал. Дәриянің еқим илдамлиғи (y, м/сек) дәрия чоңқурлуғиға (x, м) бағлинишлиқлиғи $y = -x^2 + 8x - 12$ формулиси билән берилгән. Дәрия еқиминиң илдамлиғи 0 гә тең вә чоңқурлуқни әң чоң илдамлиқ билән алғанда дәриянің әң чоңқур йерини тепиңлар.

Йешилиши. Еқим илдамлиғи 0 гә тең болғанда дәриянің әң чоңқур йерини тепиш керәк. Демәк, илдамлиқни нөлгә тәңләштүримиз: $y = 0$. x-чоңқурлуқни тапимиз. Униң үчүн $-x^2 + 8x - 12 = 0$ тәңлимисини йешимиз. Буниңдин $x_1 = 2$ вә $x_2 = 6$ томурлирини алимиз. Дәриянің әң чоңқур йери 6 м.

Әң чоң илдамлиқ билән чоңқурлуқни ениқлаш үчүн $y = -x^2 + 8x - 12$ бағлиқлиғиниң графигини қараштуримиз (19-сүрәт).

19-сүрәт

Графиктин әң чоң 4 м/сек илдамлиқ, 4 м чоңқурлуқта болидиғинини байқаймиз

Жавави: 6 м; 4 м.

Әмгәк үнүмдарлиғиниң (y — мәһсулатмәлчәри) иш вақтиниң узақлиғиға бағлиқлиғи (x — вақит) $y = 3 - 0{,}2x(x + 8)$ өзгириду. Бу бағлиниш қандақ функция болиду? Иш вақти 0 сааттинбашлинип 8 сааттааяқлишидиған болса, у чағда мошу функцияниң графигини селиңлар. Төвәндики соалларға жавап бериңлар:

1. Иш башлинип қанчә вақиттин кейин үнүмдарлиқ әң жуқури дәриҗидә болиду?
2. Вақитниң қайси арилиғида үнүмдарлиқ өсиду?
3. Вақитниң қайси арилиғида үнүмдарлиқ кемийду?
4. Қайси вақитта үнүмдарлиқ жуқури болиду: иш башлинип 3 саат яки 4 саат өткәндин кейинму?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1. $a > 0$, $a < 0$ болғанда, параболиниң тармақлириниң йөнилиши қандақ болиду?
2. Һәрбир параболиниң симметрия оқи қандақ орунлашқан?
3. Параболиниң симметрия оқи Oy, Ox оқлири билән бәтлишәмду?
4. Мәтинлик һәсапни квадрат тәңлимә билән чиқарғанда һесапниң қошумчә модели немә болиду?

Көнүкмиләр

A

14.1. $f(x) = 2x^2 - x - 4$ функциясиниң графиги:
1) $A(-2; 6)$; 2) $B(-1{,}5; 2)$; 3) $C(-1; -3)$;
4) $M(1; -3)$; 5) $K(2; 2)$; 6) $P(4; 22{,}5)$
чекитлири арқилиқ өтәмду?

14.2. $f(x)$ функцияси үчүн берилгән иккиәзалиқниң квадратини айриңлар:
1) $f(x) = 2x^2 + 2x - 5$; 2) $f(x) = 3x^2 - x + 2$;
3) $f(x) = 4x^2 - 2x + 4$; 4) $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - x - 4\frac{1}{3}$;
5) $f(x) = 2\frac{1}{3}x^2 - 3x + 4\frac{1}{3}$; 6) $f(x) = \frac{2}{7}x^2 - \frac{1}{7}x - 4\frac{1}{7}$.

14.3. $f(x) = \frac{2}{3}x^2 + x - 4\frac{1}{3}$ функциясиниң графигини селиңлар вә графикта ятидиған абсциссиси: 1) -2; 2) -3; 3) 0; 4) 1,5; 5) 2; 6) 3 кә тәң чекитләрниң ординатилирини тепиңлар.

Иккиәзалиқниң толуқ квадратини айрип, берилгән $f(x)$ функциялириниң графигини селиңлар **(14.4—14.7)**:

14.4. 1) $f(x) = 2x^2 + 2x - 4$; 2) $f(x) = 3x^2 - x - 5$; 3) $f(x) = 4x^2 - x - 2$.

14.5. 1) $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - 2x - 2\frac{1}{3}$; 2) $f(x) = 2x^2 - 10x + 1$;
3) $f(x) = \frac{2}{3}x^2 - 3x - 3\frac{1}{3}$.

14.6. 1) $f(x) = -2x^2 + 2x - 4$; 2) $f(x) = -3x^2 + 2x - 5$;
3) $f(x) = -2x^2 - 3x - 2{,}5$.

14.7. 1) $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - 2x + 4\frac{1}{3}$; 2) $f(x) = -\frac{2}{5}x^2 - 2x + \frac{1}{5}$;
3) $f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - 3x + 3\frac{1}{3}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

14.8. $f(x) = -2x^2 - x + 5$ функциясиниң графигини селиңлар вә графиктин:
1) $x = -0{,}3;\ 1,\ 2;\ 3$ болса, функцияниң мәнасини;
2) $f(x) = 5;\ 2;\ -1$ болса, x аргументниң мәнасини;
3) функцияниң нөллирини, функцияниң иҗабий вә сәлбий мәна қобул қилидиған арилиқлирини;
4) парабола чоққисиниң координатилирини вә симметрия оқиниң тәңлимисини тепиңлар.

14.9. $f(x) = x^2 - 4x - 1$ функциясиниң графигини селиңлар вә графиктин:
1) $x = -0{,}4;\ 2{,}1;\ 3$ болғанда, функцияниң мәнасини;
2) $f(x) = 6;\ 3;\ -2$ болғанда, x аргументиниң мәнасини;
3) функцияниң нөллирини, функцияниң иҗабий вә сәлбий мәна қобул қилидиған арилиқлирини;
4) парабола чоққисиниң координатилирини вә симметрия оқиниң тәңлимисини тепиңлар.

14.10. $f(x) = -x^2 - 6x + 5$ функциясиниң графигини селиңлар вә графиктин:
1) $f(x) = 5;\ 2;\ -1$ болғанда, x аргументиниң мәнасини;
2) функцияниң нөллирини, иҗабий вә сәлбий мәна қобул қилидиған арилиқлирини;
3) парабола чоққисиниң координатилирини вә симметрия оқиниң тәңлимисини тепиңлар;
4) функцияниң әң чоң мәнасини тепиңлар.

14.11. $f(x) = 2x^2 - 6x + 5$ функциясиниң графигини селиңлар вә графиктин:
1) параболиниң чоққисиниң координатилирини вә симметрия оқиниң тәңлимисини;
2) функцияниң әң кичик мәнасини вә мәналар саһасини тепиңлар.

14.12. $f(x) = -2x^2 - x + 7$ функциясиниң графигини селиңлар вә графиктин:
1) парабола чоққисиниң координатисини вә симметрия оқиниң тәңлимисини;
2) функцияниң әң чоң мәнасини вә мәналар саһасини;
3) функцияниң өсүш вә кемиш арилиқлирини тепиңлар.

Берилгән функцияләрниң графиклирини селиңлар вә функцияләрниң хусусийәтлирини тәрипләңлар **(14.13—14.17)**:

14.13. 1) $f(x) = -x^2 - 4x + 6$; 2) $f(x) = -2x^2 - 4x + 1$;
3) $f(x) = -3x^2 - x + 2$.

14.14. 1) $f(x) = 2x^2 - 3x + 7$; 2) $f(x) = 4x^2 - x - 3$;
3) $f(x) = 3x^2 + 6x - 4$.

14.15. 1) $f(x) = 2{,}5x^2 - 3x - 1{,}5$; 2) $f(x) = 0{,}4x^2 - 2x - 3{,}6$;
3) $f(x) = 0{,}3x^2 + 2{,}6x - 4{,}8$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

14.16. 1) $y = (2x - 1)(x + 3)$; 2) $y = (2x - 4)(x + 4)$;
3) $y = (2x + 3)(x - 4)$.

14.17. 1) $y = (3x - 1)(2x + 5)$; 2) $y = (3x - 6)(x - 0{,}4)$;
3) $y = (2x - 5)(x - 6)$.

Төвәндики формулилар билән берилгән параболиларниң чоққисиниң координатилирини вә симметрия оқиниң тәңлимисини тепиңлар **(14.18—14.20)**:

14.18. 1) $y = (x - 2)^2 - 4$; 2) $y = -3(x + 1)^2 + 3$;
3) $y = 0{,}1\,(x - 1)^2 - 1\frac{1}{5}$.

14.19. 1) $y = (x - 2)^2 - 9$; 2) $y = -3(x - 2)^2 + 7$;
3) $y = \frac{1}{5}(x - 4)^2 - 9\frac{1}{15}$.

14.20. 1) $y = -3\,(x + 3)^2 + 3$; 2) $y = 2(x - 3)^2 - 4$;
3) $y = -\frac{4}{5}(x + 3)^2 + 2\frac{1}{8}$.

Берилгән параболиларниң чоққисиниң координатилирини, симметрия оқиниң тәңлимисини тепиңлар вә мошу параболиларни селиңлар **(14.21—14.22)**:

14.21. 1) $f(x) = 5x^2 - 3x + 4$; 2) $f(x) = -3x^2 - 2x + 7$;
3) $f(x) = -2x^2 - 5x + 6$.

14.22. 1) $f(x) = 0{,}8x^2 - 3x + 2{,}3$; 2) $f(x) = -1{,}3x^2 - 2x + 3{,}4$;
3) $f(x) = 2{,}2x^2 - 4x + 6$.

B

Берилгән функцияләрниң графигини селиңлар вә парабола чоққилириниң координатисини тепиңлар **(14.23—14.25)**:

14.23. 1) $y = (x - 1{,}6)\,(x + 3{,}5)$; 2) $y = (2{,}5x - 4)(x + 2)$;
3) $y = (1{,}2x + 3{,}6)(x - 5)$.

14.24. 1) $y = (3x - 1)(2x + 5)$; 2) $y = (3x - 6)(0{,}4 - x)$;
3) $y = -(2x - 5)(x - 6)$.

14.25. 1) $y = \left(2\frac{1}{3}x - 1{,}4\right)(x + 7)$; 2) $y = -(2{,}2x - 4{,}4)(x + 3{,}2)$;
3) $y = -(2{,}4x + 3{,}6)(5 - x)$.

14.26. Әгәр A (1; −2) чекити параболиниң чоққиси болса, у чағда p билән q ни тепиңлар:
1) $y = x^2 + px + q$; 2) $y = x^2 + 2px + q$; 3) $y = x^2 + 2px + 2q$.

14.27. Әгәр A (−2; −7) чекити параболиниң чоққиси болса, у чағда k билән m ни тепиңлар:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1) $y = kx^2 + 8x + m$; 2) $y = kx^2 - 4x + m$;
3) $y = kx^2 + 7x + m$.

Берилгән функцияләрниң графигини селиңлар **(14.28—14.30)**:

14.28. 1) $y = (x^2 + 1)^2 - (x^2 - 2)^2$; 2) $y = (x^2 - 2)^2 - (3 - x^2)^2$;
3) $y = (1 + x^2)^2 - (x^2 - 3)^2$.

14.29. 1) $y = (x + 1)^3 - (x + 2)^3$; 2) $y = (x - 1)^3 - (x - 2)^3$;
3) $y = (x - 1)^2 \cdot (x - 2) - (x - 2)^2 (x - 1)$.

14.30. 1) $y = x (x - 1) (x + 1) - x (x + 1)(x + 2)$;
2) $y = x (x - 2) (x + 3) - x (x + 2) (x - 4)$.

14.31. Берилгән чекитләр арқилиқ өтидиған параболиниң тәңлимисини йезиңлар (әгәр бар болса):

1) A (−1; 0), B (1; 0), C (0; 4);
2) A (−2; 0), B (2; 0), C (0; 6);
3) A (−4; 0), B (2; 0), C (0; −3);
4) A (1; 0), B (6; 0), C (0; −4).

14.32. Әгәр A чекити парабола чоққиси болса, у чағда A вә B чекитлири арқилиқ өтидиған параболиниң тәңлимисини йезиңлар:

1) A (−4; 0), B (2; 36); 2) A (2; 0), B (−4; 36);
3) A (3; −4), B (0; 12); 4) A (−0,5; −10), B (6; 10).

C

Берилгән функцияләрниң графигини селиңлар **(14.33—14.36)**:

14.33. 1) $y = \frac{-2x^3}{\sqrt{x^2}} + 2x - 3$; 2) $y = \frac{3x^3}{(\sqrt{x})^2} - 2x + 3$; 3) $y = \frac{-x^3}{\sqrt{x^2}} + 2|x| - 3$.

14.34. 1) $y = |3x^2 - 2x - 1|$; 2) $y = |-3x^2 + x + 1|$; 3) $y = |-2x^2 + 3x + 9|$.

14.35. 1) $y = |3x^2 - 2x - 8|$; 2) $y = |-3x^2 + 3x + 6|$;
3) $y = |-2x^2 + 3x + 5| - 3$.

14.36. 1) $y = x^2 - 3x - (\sqrt{x-3})^2$; 2) $y = x^2 - 2x - \sqrt{(x-2)^2}$;

3) $y = x|x - 3| - 3x + 8$; 4) $y = x \cdot \left(\sqrt{x-3}\right)^2 - 3x + 8$.

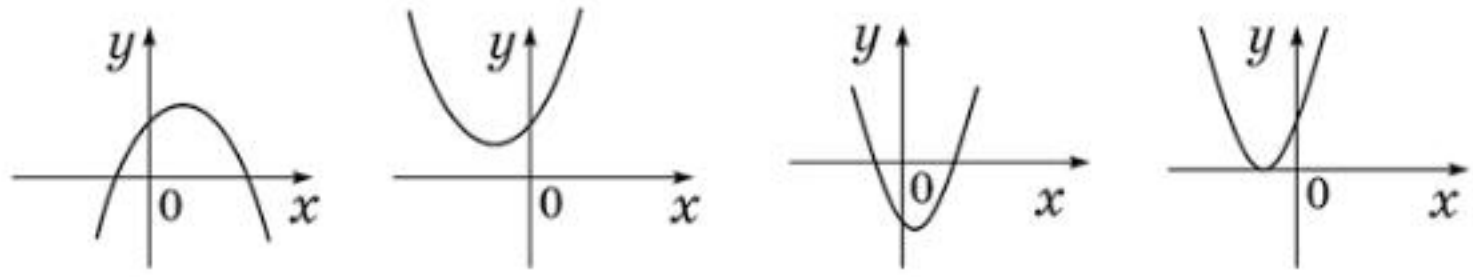
14.37. 1) $x = -2$ түзуі; 2) $x = 3$ түзлири симметрия оқиниң тәңлимиси болса, $y = 2x^2 - (a - 3)x + 3$ функциясиниң графигини селиңлар.

14.38. 1) Әң кичик мәнаси 2; 2) әң кичик мәнаси −4; 3) әң чоң мәнаси 6; 4) әң чоң мәнаси −2 болидиған $y = 2x^2 - x + a$ функциясиниң графигини селиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

14.39. 20-сүрәттә берилгән $y = ax^2 + bx + c$ функциясиниң a, b, c коэффициентлириниң вә D ниң ($D = b^2 - 4ac$) тамғисини тепиңлар.

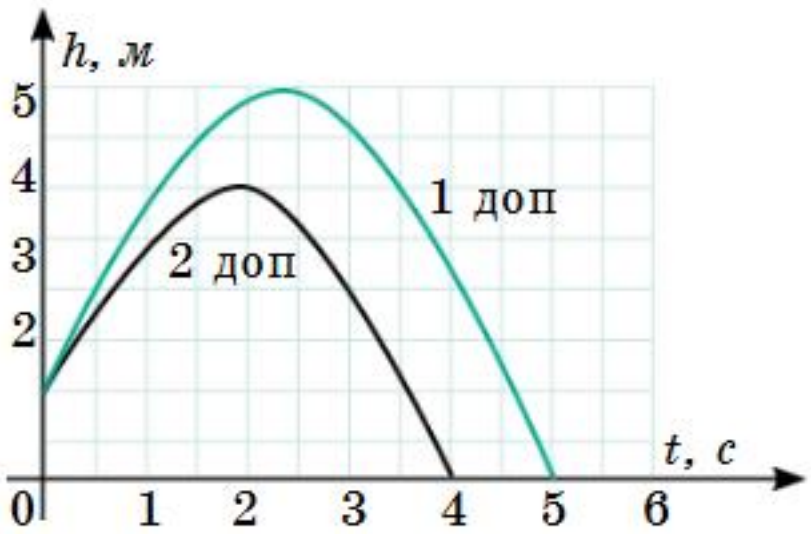


20-сүрәт

14.40. 1) x_1 вә x_2 томурлири $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$ нисбити билән бағлиқ $f(x) = 2x^2 - (a + 2)x + a$ функциясиниң графигини селиңлар.

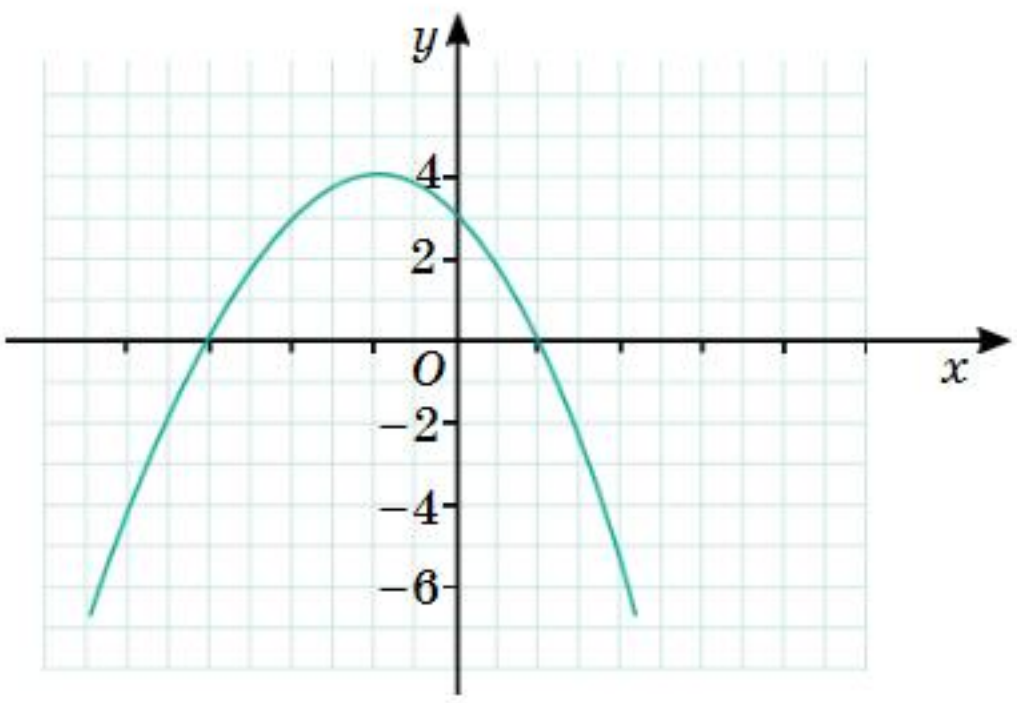
2) x_1 вә x_2 томурлири $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = 12$ шәртини қанаәтләндүридиған $f(x) = x^2 + 3x + a$ функциясиниң графигини селиңлар.

14.41. Жуқури ташланған икки доп йәргә келип чүшти. 21-сүрәттә допларниң ташланғандин кейинки егизликлириниң уларниң учуш вақтиға бағлиқ графиклири көрситилгән. Графикниң ярдими билән дәсләпки 3 саатта қайси доп жираққа учқан вә қанчә метр жирақ учқинини еniқлаңлар.



21-сүрәт

14.42. 22-сүрәттә $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) функциясиниң графиги берилгән. Графикни пайдилинип, төвәндики соалларға жавап бериңлар:



22-сүрәт

1) чоққисиниң координатисини йезиңлар;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) симметрия оқиниң тәңлимисини йезиңлар;
3) әң чоң мәнасини тепиңлар;
4) $x \in [-2; 2]$ болғанда мәналар жиғиндисини тепиңлар;
5) $2f(-4) + 5f(0) + 2f(-2) - f(4)$ ипадисиниң мәнасини hесапланңлар;
6) ab ипадисиниң тамғисини еникланңлар.

14.43. Берилгән математикилиқ модельни пайдилинип, мәтинлик hесап түзүңлар:

1) $n = 4 - 0{,}3\,x(x + 5)$; 2) $\frac{1}{12} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+8}$.

Тәкрарлаш

14.44. Әгәр hәрбир жүк машинисиға 3,5 т буғдай басса, 4 т буғдай ешип қалиду, әгәр hәр жүк машинисиға 4,5 т буғдай басса, у чағда барлиқ машиниға бесилиш үчүн 43 т буғдай йәтмәй қалиду. Қанчә машина бар?

14.45. Әгәр $n = 3a^2 - 2a$ вә

1) $a = 20$; 2) $a = 12$; 3) $a = 26$; 4) $a = 2{,}8$

болса, n санини 30% ниң 20% ни тепиңлар.

14.46. Тик төртбулуңлуқниң мәйдани 72 см^2, периметри 36 см болса, тәрәплириниң узунлуқлирини тепиңлар.

14.47. 1) Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң мәйдани 180 см^2, катетлириниң бири иккинчисидин 31 см узун болса, катетлириниң узунлиғини тепиңлар.

2) Тик төртбулуңлуқниң мәйдани 84 см^2. Униң бир тәрипи иккинчисидин 5 см қисқа болса, тәрәплириниң узунлуқлирини тепиңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

14.48. Һава температуриси төвәндики қатар билән берилгән:
-2°C, -2°C, -1°C, 0°C, -3°C, -2°C, -2°C, -5°C, -6°C, -3°C, -3°C, -2°C, -3°C, -5°C, -4°C, -6°C. Вариациялик қатар қуруңлар вә -2°C вариантиниң пайиз билән елинған селиштурма чапсанлиғини тепиңлар.

14.49. II чарәктә геометриядин өй тапшурмиси 16 қетим берилгән. Оқуғучи икки қетим өй тапшурмисини орунлиған. II чарәктә өй тапшурмисиниң орунлинишиниң абсолют чапсанлиғини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4 -БАП

СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТЛИРИ

§15. ИНТЕРВАЛЛИҚ ҖӘДВӘЛ. ГИСТОГРАММА

Таллаш нәтиҗилирини чапсанлиқниң интеграллиқ җәдвили арқилиқ қандақ беришкә болиду?

Мисал. 13—14 яштики 25 балиниң салмиғи өлчәнди. Елинған мәлуматлар җәдвәлгә төвәндики түрдә киргүзүлди:

— өлчәш нәтиҗилириниң ичидә әң кичик масса 39 кг, әң чоң масса 57 кг екәнлиги мәлум болди;

— массилар мәнасиниң чәтниши hесапланди: 57 – 39 = 18 вә мошу мәнани 3 кә бөлүп 6 интервал елинди: [39; 42); [42; 45); [45; 48); [48; 51); [51; 54); [54; 57];

— массилири, көрситилгән hәр интервалдики балилар сани еniқлинип, җәдвәлгә йезилди (10-җәдвәл).

10-*җәдвәл*

Интервал	Балилар массиси (кг)	39—42	42—45	45—48	48—51	51—54	54—57
Интервалға чүшүш чапсанлиғи	Балилар сани	1	4	8	7	3	2

Шу чағда hәр интервалға байқалған фактларниң чапсанлиғи көрситилгән байқаш нәтиҗилири йезилған җәдвәл елинди. Мундақ җәдвәлни *чапсанлиқ интерваллиқ җәдвили* дәп атайду.

Чапсанлиқниң интерваллиқ җәдвилини гистограмма түридә қандақ беришкә болиду?

Чапсанлиқниң интерваллиқ җәдвилини қоллинип, байқаш нәтиҗилирини гистограмма түридә беришкә болиду (гистограмма – histogram).

Гистограмма тик төртбулуңлуқлардин туридиған пәләмпәй шәклидики фигурини бериду. Қолайлиқ болуш үчүн тик төртбулуңлуқларниң кәңлигини (интервалларға мувапиқ мәналар) бирдәк елиниду, узунлуқлири чапсанлиққа мувапиқ (мисалда, балиларниң сани) елиниду.

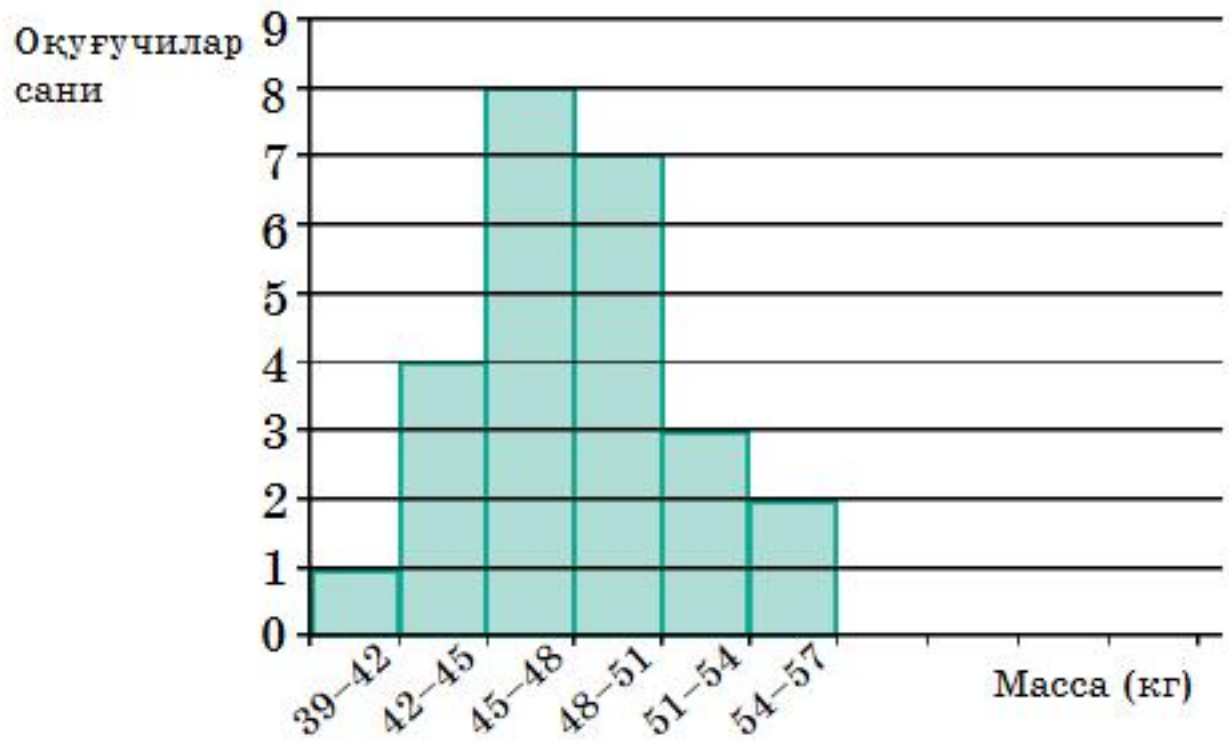
Гистограмма селишта өзгәрмә миқдарниң x мәнаси горизонтал оқта, чапсанлиғи вертикал оқта көрситилиду (22-сүрәт).

Чапсанлиқниң интерваллиқ җәдвили бойичә гистограммини селиш алгоритми:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1. *Ox* оқида интервалниң мәналирини бәлгүләш.
2. *Oy* оқида чапсанлиқниң мәналирини бәлгүләш.
3. Кәңлиги *Ox* оқидики интерваллар, узунлуғи интерваллларға мувапиқ чапсанлиқларға пропорционал болидиған тик төртбулуңлуқларни селиш.



23-сүрәт

Чапсанлиқниң интерваллар жәдвили (11-жәдвәл), гистограмма (23-сүрәт) арқилиқ қандақ мәлуматларни елишқа болиду?

11-*жәдвәл*

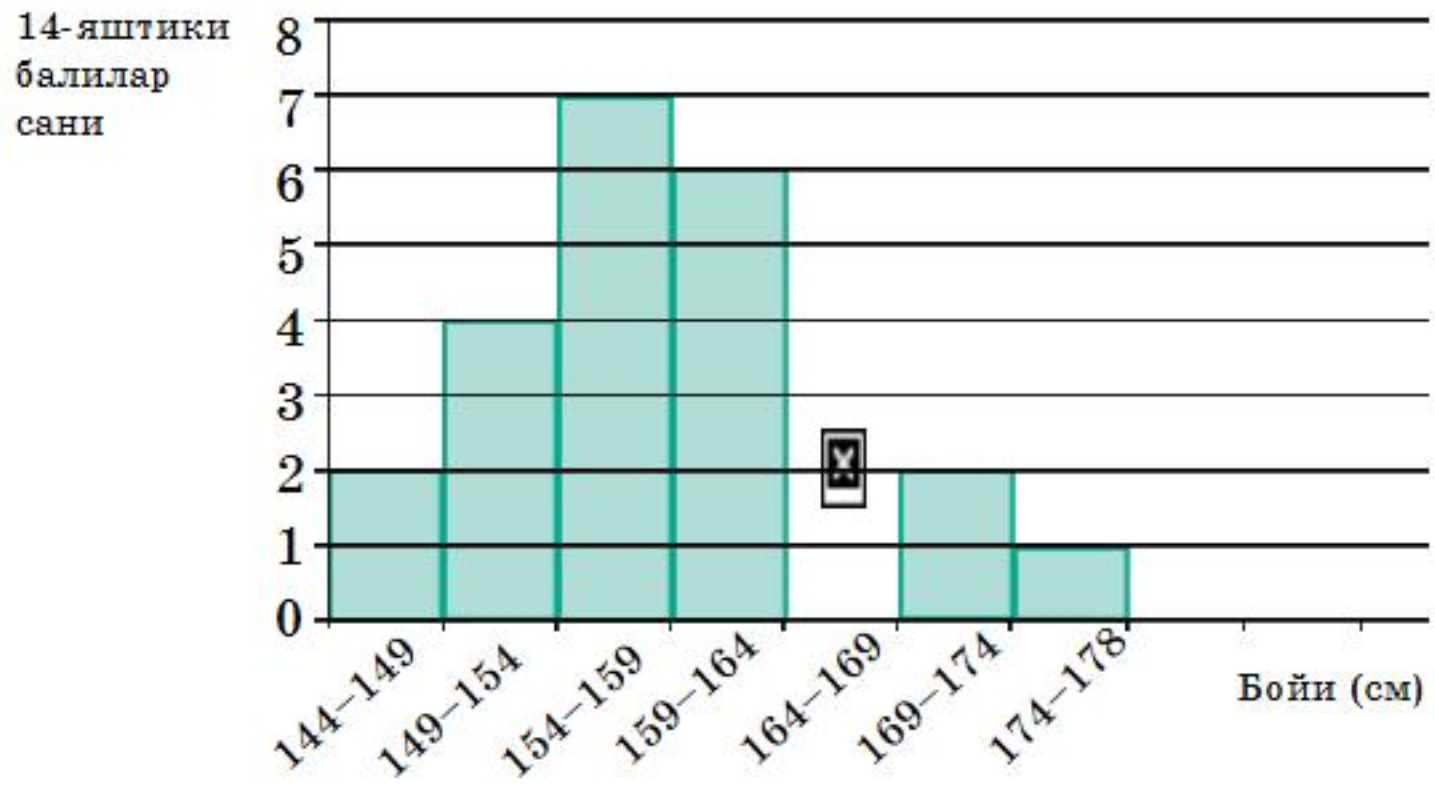
Бой егизлигиниң интерваллири (см)	140—146	146—152	152—158	158—164	164—170
13 яштики балилар сани	2	4	8	7	4

1. 10-жәдвәлдә қандақ тәтқиқ қилиш нәтижилири көрситилгән?
2. Тәтқиқ қилишқа 13 яштики қанчә бала қатнашқан?
3. 13 яштики балилар бойиниң егизлиги қандақ арилиқта өзгәргән?
4. Қанчә оқуғучиниң бойиниң егизлиги 140 см-дин 146 см-чә?
5. 13 яштики балиларниң көпчилигидә (азирағида) қандақ бой егизлик интервали байқилиду?
6. 13 яштики балиларниң қанчисиниң бойиниң егизлиги 152 см-дин кам (ошуқ) әмәс?
7. 24-сүрәттики гистограмма бойичә қандақ тәтқиқ қилиш нәтижилири көрситилгән?
8. Тәтқиқ қилишқа 14 яштики қанчә бала қатнашқан?
9. 14 яштики балиларниң бойиниң егизлиги қандақ арилиқта өзгәргән?
10. Қанчә оқуғучиниң бойиниң егизлиги 164 см-дин 174 см-чә?
11. 14 яштики балиларниң көпчилигидә (азирағида) қандақ бой егизлик интервали байқилиду?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

12. 14 яштики балиларниң қанчисиниң бойиниң егизлиги 164 см-дин кам әмәс (ошуқ әмәс)?



24-сүрәт

1. Немә үчүн чапсанлиқниң интерваллиқ җәдвилини (10, 11-җәдвәлләр) вә гистограммисини (23, 24-сүрәтләр) бериштә балиларниң массилири (вариантлар) тең интервалларға бөлүниду?
2. Чапсанлиқниң интерваллиқ җәдвилидә берилгән байқаш нәтиҗилириниң графиклиқ түри қандақ атилиду?
3. Гистограмма немә үчүн керәк?

Көнүкмиләр

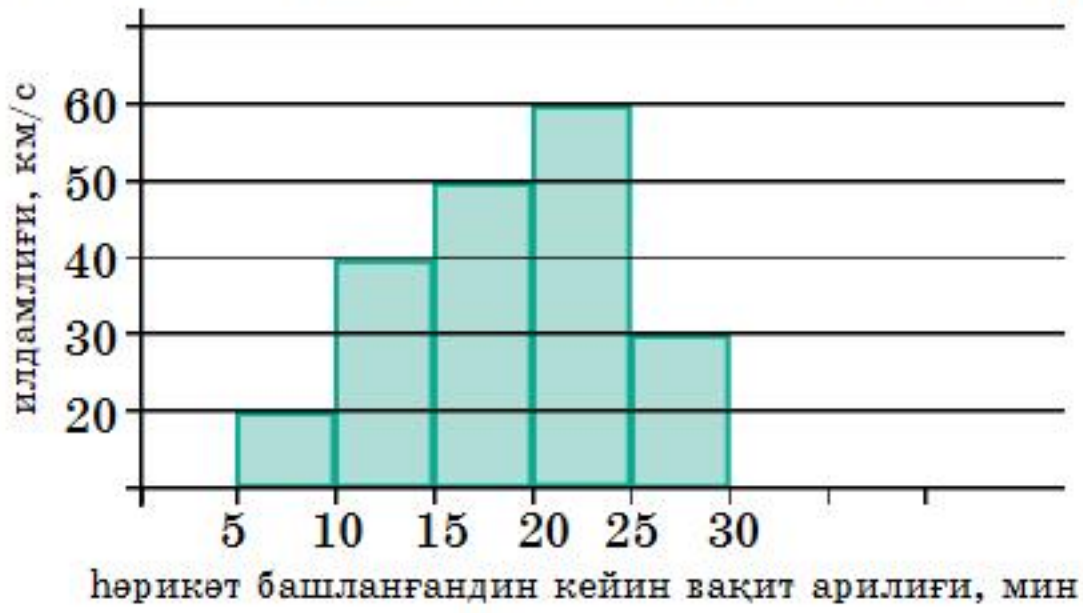
А

15.1. Чапсанлиқниң интерваллар җәдвилидики мәлуматлар бойичә гистограмма селиңлар (12-җәдвәл):

12-җәдвәл

Вақит арилиғи, саат	2—6	6—10	10—14	14—18	18—22	22—26
Һава температуриси, °С	13	19	22	22	18	14

15.2. 25-сүрәтни пайдилинип, төвәндики соалларға җавап бериңлар:



25-сүрәт

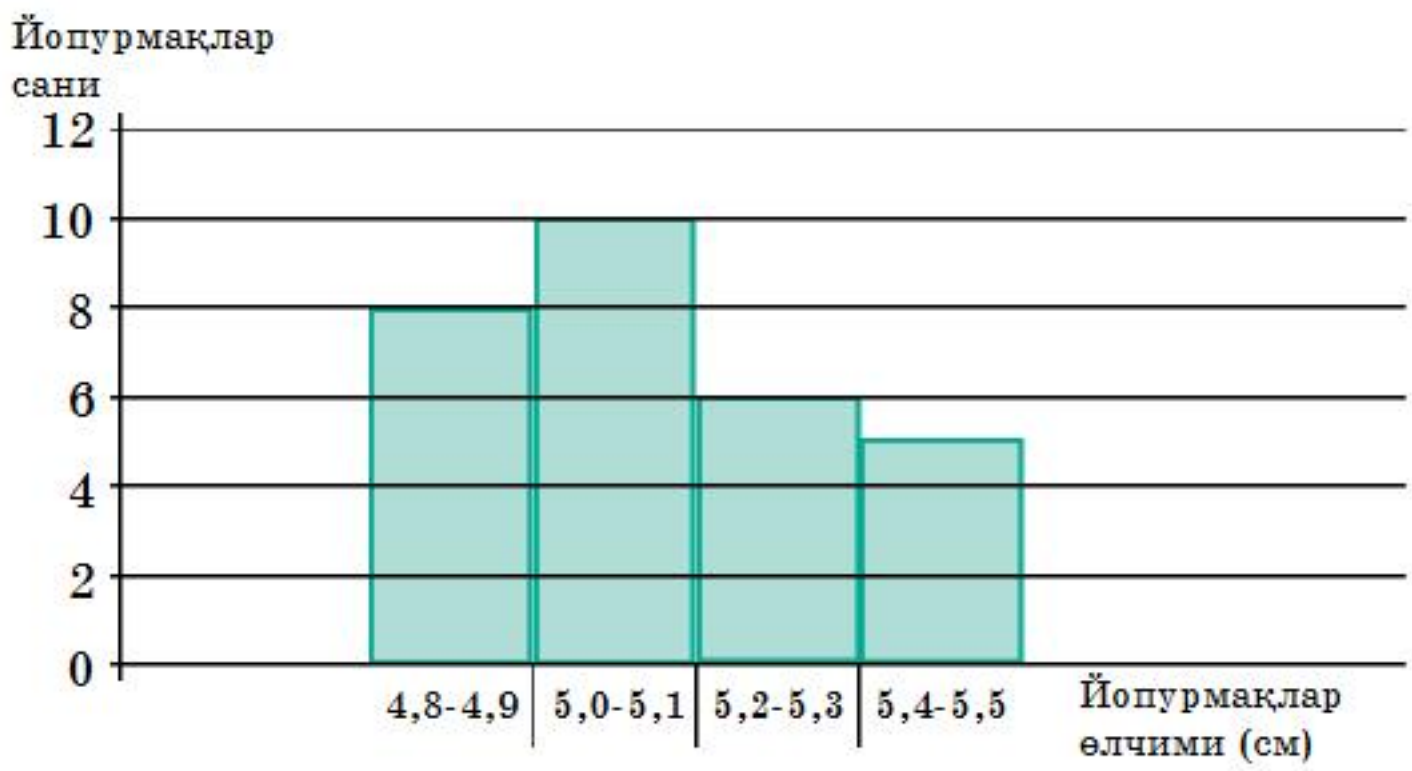
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1. Һәрикәт башланғандин кейин: а) 15 минут, ә) 20 минуттин кейин машина қандақ илдамлиқ билән маңған?
2. Һәрикәт башлинип, қанчә вақиттин кейин машининиң илдамлиғи: а) 60 км/с; ә) 30 км/с болған? Мошу гистограмма бойичә йәнә қандақ соалларға жавап алғили болиду?

В

15.3. Ақ қейинниң йопурмақлириниң узунлуқлирини сантиметр билән өлчигәндә келәси нәтиҗиләр елинған: 5,2; 4,9; 5,2; 4,8; 4,9; 5,0; 4,8; 4,9; 5,0; 5,0; 5,3; 4,8; 4,9; 5,0; 5,5; 4,9; 5,1; 5,0;5,1; 5,4; 5,1; 5,5; 5,4; 5,4; 5,3; 5,0; 5,1; 5,3; 4,9; 5,3. Мошу мәлуматлар бойичә гистограмма селинған (26-сүрәт).



26-сүрәт

1) Тәтқиқ қилишта қанчә йопурмақ қаралғанлиғи;
2) Тәбиәттә йопурмақниң қандақ өлчәмлири көп учрайдиғинини;
3) 5,2 см-дин 5,3 см-чә болған йопурмақларниң топлиниш чапсанлиғини тепиңлар.

15.4. Йеқилғуниң сәрип қилинишиниң 6; 9,7; 9,9; 8,5; 9,9; 8,9; 10; 9,1; 9,7; 9,9; 7,7; 8,2; 9,8; 7,1; 9,4; 10,6; 8,3 (л/100 км) вариациялик қатарини йезиңлар. Мошу вариациялик қатарға бөлүңлар; чапсанлиқниң интерваллиқ жәдвилини түзүңлар вә гистограмма селиңлар.

15.5. Аилиниң 12 айда электр қувитини сәрип қилишиниң 102; 108; 99; 108; 109; 99; 102; 105; 108; 102; 108; 112 (киловатт билән елинған) вариациялик қатарини йезиңлар. Мошу вариациялик қатарни интерваллларға бөлүңлар; чапсанлиқниң интерваллиқ жәдвилини түзүңлар вә гистограмма селиңлар.

15.6. 8-синип оқуғучилириниң 100 м арилиққа жүгрәш нәтиҗилири (секунд билән елинған): 16; 17; 14; 15; 14; 16; 15; 17; 18; 18; 16; 17; 16; 18; 16; 17; 18; 19; 20; 17; 18; 15.
Нәтиҗиләрни пайдилинип вариациялик қатар йезиңлар, вариациялик қатарни интерваллларға бөлүңлар; чапсанлиқниң интерваллиқ жәдвилини түзүңлар вә гистограмма селиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

C

15.7. Синипдашлириңларниң бойиниң узунлуқлирини йезиңлар. Елинған мәлуматлар бойичә вариациялик қатар йезиңлар, вариациялик қатарни интерваллларға бөлүңлар; чапсанлиқниң интерваллиқ жәдвилини түзүңлар вә гистограмма селиңлар.

Тәкрарлаш

15.8. Ипадиниң мәнасини тепиңлар:

1) $\sqrt{7-4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}+\sqrt{7+4\sqrt{3}}\cdot\sqrt{7-4\sqrt{3}}$;

2) $\left(\sqrt{5-2\sqrt{6}}+\sqrt{5+2\sqrt{6}}\right)\cdot\sqrt{3}+3$.

15.9. Тәңлимини йешиңлар:

1) $x^2-2|x-1|-13=0$;

2) $x^2-3|x+3|+5=0$;

3) $4|x|+x^2+2x+8=0$.

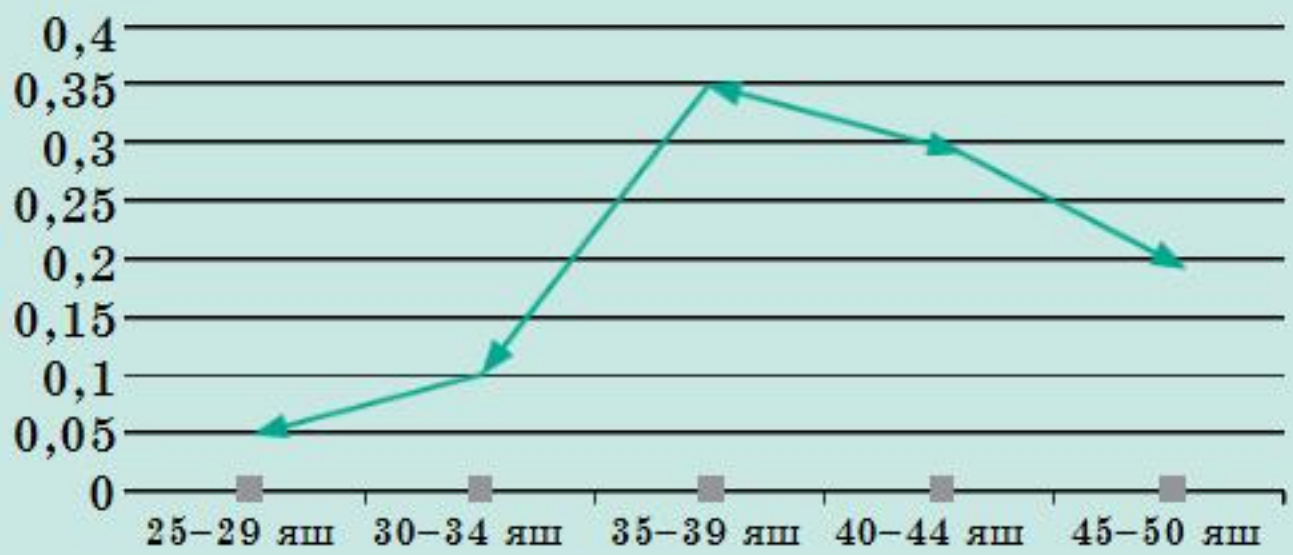
15.10. 13-жәдвәл билән берилгән функцияниң графигини селиңлар.

13-жәдвәл

x	−2	−1	−0,5	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	4
$y=x^2-2x$	8	3	1,25	0	−0,75	−1	−0,75	0	1,25	3	8

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

15.11. 27-сүрәттә банк хадимлириниң йешиға бағлиқ топларға бөлүнүшниң чапсанлиқ полигони берилгән.



27-сүрәт

1) 40 яштин чоң хадимларниң селиштурма чапсанлиғини тепиңлар (% билән);

2) 39 яштин чоң әмәс (% билән) хадимларниң селиштурма чапсанлиғини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§ 16. ТОПЛАНҒАН ЧАПСАНЛИҚ

Топланған чапсанлық дегинимиз немә?

Чүшәндүрүңлар

1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 4, 4 вариациялик қатари үчүн чапсанлиқ жәдвили қандақ түзүлгән (14-жәдвәл).

Берилгән вариантлар чапсанлиғи билән уларниң жәдвили вариантлар чапсанлиғиниң қошундиси *топланған чапсанлиқ* дәп атилиду.

1-мисал. 1, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 3, 4, 4 вариациялик қатари үчүн топланған чапсанлиқ жәдвилини түзәйли.

Биринчи вариант үчүн алдинқи варианти йоқ. Шуниң үчүн биринчи вариантниң топланған чапсанлиғи 4 кә тең.

Иккинчи вариантниң чапсанлиғи 3 кә тең вә алдинқи вариантниң чапсанлиғи 4 кә тең. Демәк, иккинчи вариантиниң чапсанлиғи 1 + 4 = 5.

Үчинчи вариантниң чапсанлиғи 3 кә тең вә алдинқи икки вариантниң чапсанлиғи 4 вә 1 гә тең. Демәк, үчинчи вариантниң топланған чапсанлиғи 3 + 1 + 4 = 8.

Төртинчи вариантниң чапсанлиғи 2 гә вә алдинқи үч вариантниң чапсанлиқлири 4,1 вә 3 кә тең. Демәк, төртинчи вариантниң топланған чапсанлиғи 2 + 3 + 1 + 4 = 10 (14-жәдвәл).

14-жәдвәл

Вариант	1	2	3	4
Вариант чапсанлиғи	4	1	3	2
Топланған чапсанлиқ	4	5	8	10

2-мисал. Оқуғучиларниң чапсан оқуш техникисини тәкшүрүш жәриянида елинған мәлуматлар 15-жәдвәл билән берилгән.

15-жәдвәл

Бир минутта оқулған сөзләр сани	175—180	180—185	185—190	190—195	195—200	200—205
Оқуғучилар сани	10	20	25	30	10	5
Топланған чапсанлиқ	10	30	55	85	95	100

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

55 кә тең топланған чапсанлиқ 100 оқуғучиниң ичидин 25 оқуғучиниң оқуш чапсанлиғи минутиға 190 сөздин ошуқ әмәс екәнлигини көрситиду.

1. Икки һәрхил вариантниң топланған чапсанлиғи бирдәк болуши мүмкинму?
2. Оқуғучилар арисида қанчә оқуғучиниң оқуш чапсанлиғи 1 минутта: 1) 180 сөздин ошуқ әмәс; 2) 190 сөздин кам әмәс (15-жәдвәл)?

Көнүкмиләр

A

16.1. 1) Мәйданлири 300 м², 100 м², 100 м², 500 м², 200 м², 200 м², 200 м², 100 м², 200 м², 300 м², 400 м², 500 м² болидиған дуканларниң һәрбириниң мәйдани үчүн топланған чапсанлиғини тепиңлар.
2) Қанчә дуканниң мәйдани 300 м² тин ошуқ әмәс?
3) Мәйдани қандақ дуканлар сани көп?
4) Мәйдани 200 м² болидиған дуканлар сани барлиқ дуканлар санининң қандақ бөлигини тәшкил қилиду?

16.2. 1) Мәйданлири 8000 м², 4800 м², 4800 м², 7600 м², 6800 м², 6800 м², 6800 м², 6800 м², 4800 м², 8000 м², 4800 м², 6000 м² болидиған спорт мәйданлириниң һәрбириниң мәйдани үчүн топланған чапсанлиғини тепиңлар.
2) Қанчә спорт мәйданиниң мәйдани 6000 м² тин ошуқ әмәс?
3) Мәйдани қандақ спорт мәйданиниң сани көп?
4) Мәйдани 4800 м² болидиған спорт мәйданлири барлиқ спорт-мәйданиниң қандақ бөлигини тәшкил қилиду?

B

16.3. 1) 16-жәдвәлни толтуруңлар:

16-жәдвәл

Үнүмдарлиқ (ц/га)	10–13	13–16	16–19	19–22	22–25	25–28
Чарвичилиқлар сани	5	7	12	16	6	4
Топланған часанлиқ						

2) Қанчә чарвичилиқниң үнүмдарлиғи:
а) 16 ц/га; ә) 25 ц/га ошуқ әмәс?
3) Қанчә чарвичилиқниң үнүмдарлиғи әң көп вә әң аз?
4) Нурғун чарвичилиқниң үнүмдарлиғи қандақ?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

16.4. 17-жәдвәлдә Қазақстан Жумһурийити Миллий ихтисат министрлиги Статистика Комитетиниң stat.gov.kz сайтидин елинған мәлуматлар көрситилгән. 1) 17-жәдвәлни толтуруңлар:

17-жәдвәл

Жиллар	2005—2009	2009—2013	2013—2017
Қазақстан хәлқиниң өсүши (адәм)	907603	927406	1134948
Топланған чапсанлиқ			

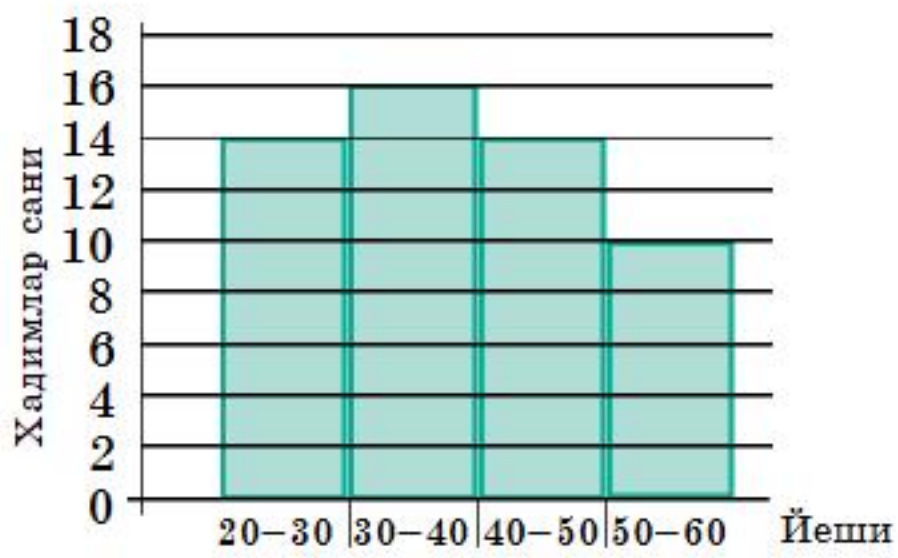
2) әгәр 2005-жили хәлиқ сани 15074767 болса, у чағда а) 2009-жилниң; ә) 2013-жилниң; б) 2017-жилниң 1-январида Қазақстан хәлқиниң сани қанчә?

16.5. 1. 28-сүрәттә берилгән гистограммини пайдилинип, топланған чапсанлиқни һесаплаңлар.

2. а) Компания хадимлириниң қанчиси 40 яштин чоң?

ә) Компаниядә барлиқ хадимлар сани қанчә?

3. Йеши 50 вә униңдин чоң хадимлар сани барлиқ хадимлар санининң қандақ бөлигини тәкшил қилиду?



28-сүрәт

16.6. 1) 18-жәдвәлни толтуруңлар:

18-жәдвәл

Ишчиларниң бир авушмида тәйярлиған детальлириниң сани (данә)	200—210	210—220	220—230	230—240
Ишчилар сани	13	24	37	11
Топланған чапсанлиқ				

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) Бир авушмида 200 дин көп деталь тәйярлиған ишчилар санини тепиңлар.

3) Бир авушмида иш үнүмдарлиғи 210 дин 230 чә болған ишчилар санини тепиңлар.

Тәкрарлаш

16.7. Тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $(x - 2)^3 + 13 = 7x + x^3 - 6x^2$;

2) $(3 - x)^3 + 17 = 9x^2 - (x^3 + 10)$.

16.8. Биринчи тракторчи йәрни иккинчи тракторчиға қариғанда 24 саат чапсан һайдап болиду. Әгәр иккиси бирикип ишлисә, йәрни 35 саатта һайдап болиду. Һәрбири мошу ишни қанчә вақитта түгитиду?

16.9. Тәңсизликләрни йешиңлар:

1) $(x - 2)^2 < 9$;
2) $(x + 3)^2 > 4$;
3) $||x| - 2| \text{ m } 4$;
4) $||x| - 6| < 4$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

16.10. Санларниң арифметикилиқ вә геометриялик оттурисини тепиңлар:

1) 6 вә 12;

2) $\sqrt{15}$ вә $\sqrt{60}$;

3) $\sqrt{16,9}$ вә $\sqrt{0,1}$.

16.11. 1; 5; 1; 2; 1; 2; 3; 2; 4; 5; 2; 4; 4; 5; 6; 5; 6 санлар қатари үчүн чапсанлиқ жәдвилини, үчинчи вариантниң топланған чапсанлиғини тепиңлар. Гистограмма селиңлар.

16.12. 1) 4; 7 вә 8;

2) −6,8; 9,2 вә 18,6;

3) 2,5; 3,7 вә 8,68;

4) −1,2; 2,3 вә 12,7 санлириниң арифметикилиқ оттурисини тепиңлар вә уларниң квадрат томурлирини В.Брадис жәдвили бойичә тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§17. ОТТУРА МӘНА. ДИСПЕРСИЯ. СТАНДАРТЛИҚ ЧӘТНӘШ

Дисперсия, стандартлиқ чәтнәш дегинимиз немә вә уларни қандақ һесаплайду?

Күндилик турмушта, ихтисатта, йеза егилигидә, ишләп чиқириш саһасида мәхсус усуллар билән елинидиған фактлар билән мәлуматларни көрситиш һаҗәт болиду. Мошуниңға охшаш мәлуматларни елиш үчүн статистикилиқ тәриплимиләр қоллинилиду.

Силәр 6-синипта бәзибир статистикилиқ тәриплимиләрниң аддий түрлири: *арифметикилиқ оттура, мода, медиана, чәтнәш* чүшәнчилири билән тонуштуңлар. Башқа тәриплимини қараштуруш үчүн қандақту бир вақиәниң тәсадипи миқдарини қараштурайли.

Мәсилән, оқуғучиниң III чарәк бойи алгебра пәнидин алған баһалири: 3, 5, 4, 5, 4, 3, 5, 5, 4, 3, 5, 5, 4, 5, 5. Елинған баһалар санлиқ мәна билән ипадиләнгән тәсадипи вақиә болиду.

Санлиқ мәна қобул қилидиған тәсадипи вақиәләр *тәсадипи миқдарлар* дәп атилиду.

Демәк, 3,5,4,5,4,3,5,5,4,3,5,5,4,5,5 баһалири — тәсадипи миқдарлар.

Мәсилән, бир тәвлүктә дохтурханиға яки тез ярдәм көрситиш мәркизигә келип чүшкән қоңғурақ сани тәсадипи миқдар болуп һесаплиниду. Көплигән һаләтләрдә тәсадипи миқдар қандақту бир санлиқ мәна қобул қилиду.

Тәсадипи миқдарниң қобул қилидиған барлиқ мәналар жиғиндиси *асасий топлам* (генеральная совокупность) дәп атилиду.

Бәзибир һаләтләрдә һәр элементни һесапқа алған һалда, асасий топлам толуғи билән тәтқиқ қилиниду. Мәсилән, оқуғучиниң III чарәк бойи алгебра пәнидин алған баһалирини һесапқа алған һалда, баһалириниң мутлақ (абсолют) чапсанлиғиниң жәдвилини қураштурайли (19-жәдвәл).

19-*жәдвәл*

Баһа	3	4	5
Мутлақ чапсанлиқ	3	4	8

Мошу баһаларниң арифметикилиқ оттурисини тапимиз.

Чүшәндүрүңлар

Оттура мәна қандақ чапсан һесапланған:

$$\frac{3+5+4+5+4+3+5+5+4+3+5+5+4+5+5}{15} = \frac{1}{15}\cdot(3\cdot 3+4\times 4+5\cdot 8) = \frac{1}{15}\cdot 65 \approx 4{,}33?$$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Арифметикилиқ оттуриниң бәлгүлиниши — $\overline{X}$.

Арифметикилиқ оттура мәнасиниң бәлгүлинишини пайдилинип:

$$\overline{X} = \frac{1}{15} \cdot (3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 8) = \frac{1}{15} \cdot 65 \approx 4{,}33.$$

Оқуғучиниң алған баһалириниң оттура мәнаси 4,33, болғанлиқтин униңға III чарәктә “4” қоюлиду.

Әгәр асасий топламниң һәрбир элементини қайта ишләш мүмкин болмиса, у чағда униң таллаш дәп атилидиған бир қисми тәтқиқ қилиниду вә мошу қисимниң хусусийити барлиқ асасий топламниң хусусийити болуп санилиду. Көп миқдардин тәшкил тапқан детальларни тәтқиқ қилиш үчүн униң бир қисми, мәсилән, 1000 деталь елинип тәтқиқ қилиниду. Ярамсиз (брак) детальлар тоғрилиқ мәлуматлар барлиқ ярамсиз детальларниң хусусийити болуп һесаплиниду.

Таллаш (асасий топламниң) элементлириниң санини *таллашниң* (асасий топламниң) *һәҗими* дәп атайду.

Демәк, оқуғучиниң алгебра пәнидин алған баһалириниң таллаш һәҗими 15 кә тәң.

Бәзибир һаләтләрдә арифметикилиқ таллаш бойичә асасий топлам тоғрисида толуқ мәлумат елинмай қелиши мүмкүн. Мәсилән, һәҗими 10 ға тәң икки таллашни алайли (20, 21-җәдвәлләр):

20-*җәдвәл*

Вариант	x_k	20	21	22	21	20	20	22	21	20	20

21-*җәдвәл*

Вариант	y_k	30	31	2	21	20	20	10	30	21	22

Һәр таллашниң арифметикилиқ оттурисини һесаплайли. Уларниң арифметикилиқ оттурисини мувапиқ $\overline{X}$ вә $\overline{Y}$ дәп бәлгүләйли.

Чүшәндүрүңлар

20, 21-җәдвәлләрни пайдилинип, арифметикилиқ оттуриси қандақ һесапланған: $\overline{X} = (20 \cdot 5 + 21 \cdot 3 + 22 \cdot 2) : 10 = 20{,}7$ вә $\overline{Y} = (31 + 30 \cdot 2 + 21 \cdot 2 + 20 \cdot 2 + 22 + 10 + 2) : 10 = 20{,}7$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Уларниң арифметикилиқ оттурилириниң мәналири бирдәк вә 20,7 гә тәң. Бирақ тәсадипи миқдарлири 20-жәдвәлдә 20 дин 21 чә (1 гә айримчилиғи бар), 21-жәдвәлдә 2 дин 31 чә (29 айримчилиғи бар) өзгириду. Оттура мәнаға бағлиқ таллаш вариантлириниң тарилиши, йәни чәтниши һәр түрлүк. Оттура мәнаниң нәтижилири бойичә тәсадипи миқдарни баһалаш мүмкин әмәс. Шуниң үчүн тәсадипи миқдарниң башқиму санлиқ тәриплимисини қараштуримиз.

Оттура мәнаниң чәтниши дәп тәсадипи миқдар билән униң оттура мәнасиниң айримисини атайду.

Мәсилән,

22-жәдвәл

Вариант	x_k	20	21	22	21	20	20	22	21	20	20
Чәтнәш	$x_k - \overline{X}$	−0,7	0,3	1,3	0,3	−0,7	−0,7	1,3	0,3	−0,7	−0,7

23-жәдвәл

Вариант	y_k	30	31	2	21	20	20	10	30	21	22
Чәтнәш	$y_k - \overline{Y}$	9,3	10,3	−18,7	0,3	−0,7	−0,7	−10,3	9,3	0,3	1,3

22, 23-жәдвәлләрдин тәсадипи миқдар мәнасиниң, униң оттура мәнасидин чечилған һалда орунлашқинини көримиз. Мошуниңға охшаш орунлишишни *дисперсия* дәп атайду. У тәсадипи миқдарниң мәнаси униң оттура мәнасиниң йенида топлинишини көрситиду. Әгәр дисперсия мәнаси кичик болса, у чағда мәналар бир-биригә йеқин, әгәр дисперсия мәнаси чоң болса, у чағда мәналар бир-биридин жирақ орунлишиду.

Тәсадипи миқдарниң *дисперсияси* дәп униң оттура мәнасидин чәтнишини атайду.

Бәлгүлиниши: $D(X)$ — дисперсия.

Дисперсия $D(X) = \overline{X^2} - \overline{X}^2$ формулиси билән һесаплиниду, бу йәрдә $\overline{X^2}$ — тәсадипи миқдар мәнасиниң квадрати билән униң чапсанлиғиниң көпәйтиндисиниң арифметикилиқ оттуриси;

$\overline{X}^2$ — тәсадипи миқдарниң оттура мәнасиниң квадрати.

Мәсилән, мәналири 22-жәдвәлдә берилгән тәсадипи миқдарниң дисперсиясини һесаплайли. Униң үчүн келәси жәдвәлни қураштуримиз (24-жәдвәл).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

24-жәдвәл

Вариант	x_k	20	21	22
	x_k^2	400	441	484
Чапсанлық	n_i	5	3	2

$\overline{X^2} = (400 \cdot 5 + 441 \cdot 3 + 484 \cdot 2) : 10 = 429{,}1.$

$\overline{X}^2 = 20{,}72 = 428{,}49.$

$D(X) = 429{,}1 - 428{,}49 = 0{,}61.$

Үтәсадипи мөкдарының дисперсияси $D(Y) = 74{,}61$ болидығынини өзәңлар тәкшүрүп көрүңлар (23-жәдвәл).

Әгәр тәсадипи мөкдар физикилық мөкдар болса, у чағда дисперсия квадрат бирлик билән өлчиниду (м^2, с^2, кг^2, л^2 вә ш.о.). У тәсадипи мөкдарни таллаш үчүн қолайсиз. Шуниң үчүн дисперсиядин квадрат томур елиниду вә у мөкдарни оттура квадратлық чәтнәш дәп атайду.

Оттура квадратлық чәтнәш дәп дисперсиядин елинған квадрат томурни атайду.

Бәлгүлиниши: $s(X)$.

Оттура квадратлық чәтнәш $s(X) = \sqrt{D(X)}$ формулиси билән һесаплиниду, бу йәрдә $D(X) - X$ тәсадипи мөкдарының дисперсияси.

Мәсилән, X тәсадипи мөкдари үчүн оттура квадратлық чәтнәшни һесаплайли (24-жәдвәл). $s(X) = \sqrt{D(X)}$ формулиси бойичә $s(X) = \sqrt{0{,}61} \approx 0{,}78.$

Y тәсадипи мөкдари үчүн (23-жәдвәл) оттура квадратлық чәтнәш $s(Y) \approx 8{,}64$ болидығынини өзәңлар һесаплап көрүңлар.

1. 25-жәдвәлдә саат 3 тин саат 24 чә һәр 3 саат арилығида һава температурисиниң таллаш мәнаси берилгән:

25-жәдвәл

Вақит	саат 3	саат 6	саат 9	саат 12	саат 15	саат 18	саат 21	саат 24
t° C	13°C	12°C	15°C	17°C	18°C	20°C	18°C	14°C

Жәдвәл бойичә жавап бериңлар: 1) таллашниң һәжими қанчигә тең?
2) тәвлүк бойи һава температурисиниң оттура мәнасини тепиңлар;
3) таллашниң чәтнишини тепиңлар.

2. Тәсадипи мөкдарниң арифметикилық оттура мәнасиниң чәтниши немини билдүриду?
3. Таллашниң абсолют вә селиштурма чапсанлиқлириниң жәдвили қандақ қураштурулиду?
4. Тәсадипи мөкдарниң селиштурма чапсанлық жәдвили қандақ қураштурулиду?
5. Дисперсия қандақ һесаплиниду?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглашно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Көнүкмиләр

A

17.1. Оқуғучи биринчи чарәктә 12 пән бойичә алған баһалириниң оттура мәнаси 3,5 кә тең. Оттура мәнаси 4 болуши үчүн қанчә пәндин баһасини 1 балл көтириши һаҗәт?

17.2. 8(а) вә 8(ә) синип оқуғучилириниң массилири өлчәнди. Өлчәш нәтиҗиси 5 кг чә болған дәлликтә елинди. Нәтиҗилири килограмм билән 26-җәдвәлдә берилгән.

26-җәдвәл

8(а)	60	55	65	45	70	65	60	70	50	65	60
8(ә)	50	55	70	60	65	60	70	60	55	60	75

1. Һәр синиптики өлчәш нәтиҗисиниң оттура мәнасини тепиңлар.
2. Һәр синиптики өлчәшниң чәтнишини тепиңлар.

17.3. Оқуғучиниң алгебра пәнидин I чарәктә алған баһалири 27-җәдвәлдә көрситилгән.

27-җәдвәл

Баһа	2	3	4	5
Мутлақ чапсанлиқ	1	3	7	1

1) Оқуғучи баһалириниң таллаш һәҗимини тепиңлар. 2) Баһаларниң оттура мәнасини тепиңлар. 3) Оқуғучиниң чарәк баһаси қанчә?

B

17.4. Оқуғучиниң 3-чарәктә алгебра пәнидин алған баһалири 28-җәдвәлдә берилгән.

28-җәдвәл

Баһа	2	3	4	5
Мутлақ чапсанлиқ	–	4	6	5
Селиштурма чапсанлиқ				

1. Оқуғучиниң баһалириниң таллаш һәҗимини тепиңлар.
2. Баһаларниң оттура мәнасини тепиңлар.
3. Оқуғучиниң чарәк баһаси қанчә?
4. Оқуғучи баһалириниң селиштурма чапсанлиғини тепиңлар (28-җәдвәлни толтуруңлар).

17.5. Оқуғучи баһалириниң селиштурма чапсанлиғиниң җәдвили түзүлгән (29-җәдвәл).

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

29-жәдвәл

Баһа	3	4	5
Мутлақ чапсанлиқ	4	6	5
Селиштурма чапсанлиқ	$\frac{4}{15}$	$\frac{6}{15}$	$\frac{5}{15}$

1) Арифметикилиқ оттурисиниң мәнасини;
2) тәсадипи миқдарниң арифметикилиқ оттура мәнасиниң чәтнишини;
3) оқуғучи баһасиниң дисперсиясини тепиңлар.

C

17.6. Өзәңларниң 3 чарәктә алгебра, геометрия, физика пәнлиридин алған барлиқ баһалириңларни йезиңлар. Һәр пән бойичә:
1) мутлақ чапсанлиқниң жәдвилини түзүңлар;
2) селиштурма чапсанлиқниң жәдвилини түзүңлар;
3) арифметикилиқ оттурисиниң мәнасини тепиңлар;
4) дисперсияни һесапланлар.

17.7. 30-жәдвәлдә тәсадипи миқдарниң селиштурма чапсанлиқлири берилгән.

30-жәдвәл

X	-2	-1	x_3	4
Селиштурма чапсанлиқ	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{10}$	p_3	$\frac{2}{5}$

Әгәр $\overline{X} = 1\frac{1}{10}$ болса, у чағда x_3 вә p_3 мәналирини тепиңлар.

17.8. 2017-жилниң 6-июлидики Петропавл шәһиридики һава температуриси берилгән.

31-жәдвәл

Вақит	6 с	9 с	12 с	15 с	18 с
Температура	+10°С	+12°С	+13°С	+16°С	+17°С

Жәдвәлни пайдилинип: 1) таллаш һәжимини; 2) һаваниң оттура температурисини; 3) дисперсияни тепиңлар.

17.9. 32-жәдвәлдә 12 яштики балиларниң массилири берилгән. Жәдвәлни қоллинип: 1) вариациялик қатарини йезиңлар; 2) мутлақ вә селиштурма чапсанлиқларниң жәдвәллирини түзүңлар; 3) таллаш һәжимини вә арифметикилиқ оттуриниң мәналирини һесапланлар; 4) дисперсияни тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

32-жәдвәл

58	56	56	57	55
57	59	56	58	58
56	59	58	59	57
55	57	59	56	57
58	56	59	59	56

Тәкрарлаш

17.10. $y = |x^2 + 2x - 3|$ функциясиниң графигини селиңлар. Графикни пайдилинип: 1) функцияниң мәналар саһасини тепиңлар; 2) симметрия оқиниң тәңлимисини йезиңлар.

17.11. 1) Икки бригада бирикип ишлисә, тапшурмини 12 саатта орунлайду. Уларниң иш үнүмдарлиғиниң нисбити 3:2 болса, у чағда һәрбир бригада айрим ишлисә, тапшурмини қанчә вақитта орунлайду?

2) Биринчи бригада тапшурмини 12 күндә орунлайду. Иккинчи бригада тапшурмини орунлиши үчүн мошу вақитниң 75% и һаҗәт. Биринчи бригада 5 күн ишлигәндин кейин иккинчи бригада келип қошулуп тапшурмини биллә аяқлаштурди. Бригадилар қанчә күн биллә ишлиди?

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

17.12. Тәңсизликни йешиңлар:

1) $2x - 3 > 5$; 2) $0,5x + 3$ m 1.

17.13. $y = x^2 - 4$ функциясиниң графигини селиңлар. Графикни пайдилинип, қандақ арилиқта функция иҗабий әмәс мәналар қобул қилидиғинини тепиңлар.

17.14. $y = x^2 - 2x$ функциясиниң графигини селиңлар. Графикни пайдилинип, x ниң қандақ мәналирида функция:

1) сәлбий мәналар;

2) иҗабий мәналар қобул қилидиғанлиғини еniқлаңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

5 -БАП

ТӘҢСИЗЛИКЛӘР

§18. КВАДРАТ ТӘҢСИЗЛИК. КВАДРАТ ТӘҢСИЗЛИКНИ КВАДРАТ ФУНКЦИЯНИҢ ГРАФИГИ АРҚИЛИҚ ЙЕШИШ

Квадрат тәңсизлик дегинимиз немә?

$ax^2 + bx + c$ ≤ 0, $ax^2 + bx + c > 0$ вә $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c$ ≥ 0 (бу йәрдики x — өзгәрмә, a, b, c — санлар, $a \neq 0$) түридики тәңсизликләр бир өзгәрмиси бар иккинчи дәриҗилик тәңсизликләр яки квадрат тәңсизликләр дәп атилиду.

Чүшәндүрүңлар

Немишкә $-x^2 + 5x - 6$ ≤ 0; $\frac{1}{8}x^2 + 3x$ ≥ 0; $-81x^2 + 8 < 0$; $9x^2 > 0$ квадрат тәңсизликләр болиду?

Квадрат тәңсизликни тоғра санлиқ тәңсизликкә айландуридиған өзгәрминиң мәнаси *квадрат тәңсизликниң йешими* дәп атилиду.

Мәсилән, 1 сани $-81x^2 + 8 < 0$ квадрат тәңсизлигиниң йешими болиду, сәвәви $-81 + 8 < 0$ — тоғра санлиқ тәңсизлик;

-1 сани $-81x^2 + 8 < 0$ квадрат тәңсизлигиниң йешими болиду, сәвәви $-81 + 8 < 0$ — тоғра санлиқ тәңсизлик;

0 сани $-81x^2 + 8 < 0$ квадрат тәңсизлигиниң йешими болмайду, сәвәви $-81 \cdot 0 + 8 < 0$ санлиқ тәңсизлиги тоғра әмәс.

Әгәр сан квадрат тәңсизликниң йешими болса, у чағда бу сан квадрат тәңсизликни қанаәтләндүриду.

Квадрат тәңсизликни йешиш дәп униң барлиқ йешимлириниң жиғиндисини тепишни яки йешими йоқ екәнлигини көрситишни атайду.

x^2 ниң a коэффициенти иҗабий сан болидиған квадрат тәңсизликни қараштурайли. Коэффициент сәлбий болған һаләттә квадрат тәңсиз-

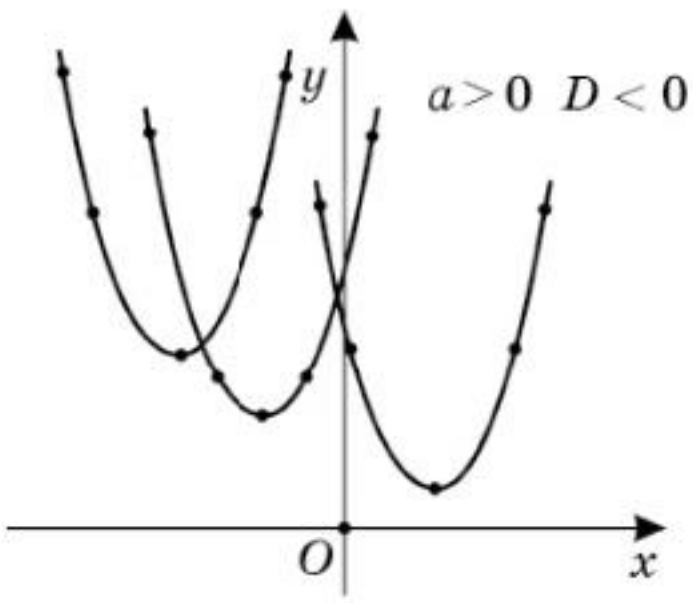
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ликни x^2 ниң коэффициенти иҗабий сан болидиған мәнадаш квадрат тәңсизликкә түрләндүримиз. Униң үчүн тәңсизликниң икки тәрипини -1 саниға көпәйтип, тәңсизликниң тамғисини қариму-қарши тамғиға өзгәртимиз. Мәсилән, $-5x^2 + 4x - 7 \geqslant 0$ тәңсизлиги берилсә, алди билән тәңсизликниң икки тәрипини -1 саниға көпәйтип, тәңсизликниң тамғисини қариму-қарши тамғиға өзгәртимиз. Шу чағда $-5x^2 + 4x - 7 \geqslant 0$ тәңсизлигигә мәнадаш, йәни йешимлири бирдәк болидиған $5x^2 - 4x + 7 \leqslant 0$ тәңсизлигини алимиз.

Квадрат тәңсизликни квадрат функцияниң графиги арқилиқ қандақ чиқириду?

Квадрат тәңсизликләрни йешишни тәңсизликниң сол тәрипидики квадрат үчәзалиқниң дискриминантиға бағлиқ қараштурайли.



29-сүрәт

1) Әгәр $a > 0$ вә $ax^2 + bx + c$ квадрат үчәзалиғиниң дискриминанти сәлбий сан болса, йәни $D = b^2 - 4ac < 0$, у чағда $4ac - b^2 > 0$. Демәк $ax^2 + bx + c$ квадрат үчәзалиғини, мәналири иҗабий сан болидиған (немә үчүн иҗабий сан болидиғанлиғини чүшәндүрүңлар) $a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2$ вә $\frac{4ac - b^2}{4a^2}$ ипадилириниң қошундиси түридә йезишқа болиду. Шу сәвәптин x өзгәрмисиниң һәрқандақ мәнасида

$$ax^2 + bx + c = a\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} > 0 \text{ болиду.}$$

Йәни, $ax^2 + bx + c$ үчәзалиғи үчүн $D < 0$ вә $a > 0$ болған һаләттә $y = ax^2 + bx + c$ функциясиниң графиги Ox оқидин жуқури орунлашқан парабола болиду (29-сүрәт).

Демәк,

әгәр $D < 0$ вә $a > 0$ болса, у чағда:

- $ax^2 + bx + c > 0$ квадрат тәңсизлигиниң йешими $(-\infty; +\infty)$ сан арилиғида болиду;
- $ax^2 + bx + c < 0$ квадрат тәңсизлигиниң йешими $\varnothing$ болиду, йәни тәңсизликниң йешими болмайду.

Чүшәндүрүңлар

Немишкә $D < 0$ вә $a > 0$ болғанда, $ax^2 + bx + c \leqslant 0$ квадрат тәңсизлигиниң йешими $(-\infty; +\infty)$ сан арилиғида болидиғанлиғини;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

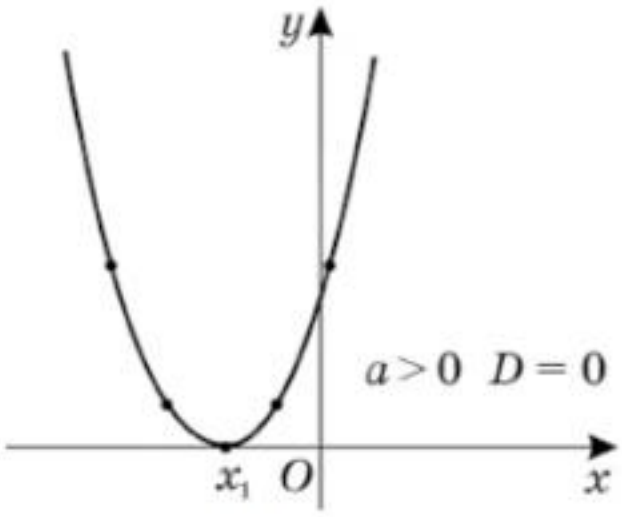
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$ax^2 + bx + c$ m 0 квадрат тәңсизлигиниң йешими ∅ болидиғанлиғини, йәни тәңсизликниң йешими болмайдиғанлиғини чүшәндүрүңлар.

2) Әгәр $ax^2 + bx + c$ квадрат үчәзалиғиниң дискриминанти нөлгә тең, йәни $D = b^2 - 4ac = 0$ $(a > 0)$ болса, у чағда $ax^2 + bx + c$ квадрат үчәзалиғини иккиәзалиқниң квадрати түридә йезишқа болиду: $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$, бу йәрдики x_1 — мәнаси x өзгәрмисиниң hәрқандақ мәнасида иҗабий сан болидиған $ax^2 + bx + c$ үчәзалиғиниң томури, йәни $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)^2$ | 0.

Йәни, $ax^2 + bx + c$ үчәзалиғи үчүн $D = 0$ вә $a > 0$ болған hаләттә $y = ax^2 + bx + c$ квадрат үчәзалиғиниң графиги чоққиси Ox оқида ятидиған, графикниң қалған чекитлири Ox оқидин жуқури орунлашқан парабола болиду (30-сүрәт).

Демәк,



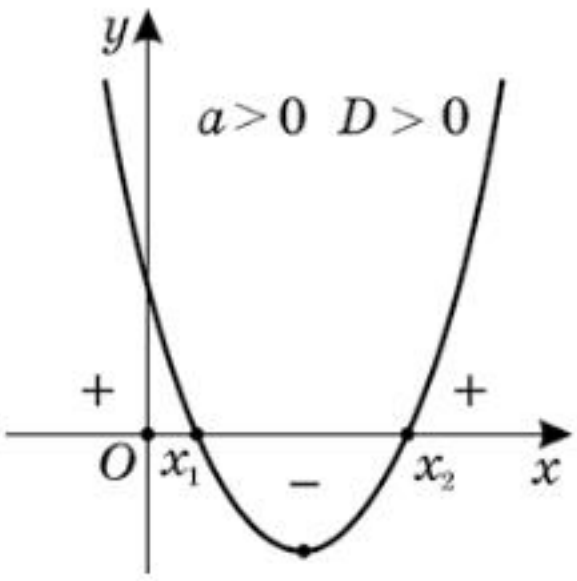
30-сүрәт

әгәр $D = 0$ вә $a > 0$ болса, у чағда:

- $ax^2 + bx + c > 0$ квадрат тәңсизлигиниң йешими $(-\infty; x_1)$ ∪ ∪ $(x_1; +\infty)$ болиду;
- $ax^2 + bx + c < 0$ квадрат тәңсизлигиниң йешими болмайду;
- $ax^2 + bx + c$ | 0 квадрат тәңсизлигиниң йешими $(-\infty; +\infty)$ сан арилиғида болиду;
- $ax^2 + bx + c$ m 0 квадрат тәңсизлигиниң йешими $\{x_1\}$ болиду.

3) Әгәр $ax^2 + bx + c$ квадрат үчәзалиғиниң дискриминанти иҗабий сан, йәни $D = b^2 - 4ac > 0$ болса, у чағда $ax^2 + bx + c$ квадрат үчәзалиғиниң x_1 вә x_2 болидиған икки томури бар.

Йәни, $ax^2 + bx + c$ квадрат үчәзалиғи үчүн $D > 0$ вә $a > 0$ болғанда, $y = ax^2 + bx + c$ квадрат үчәзалиғиниң графиги Ox оқини абсциссиси x_1 вә x_2 болидиған икки чекиттә қийидиған вә тармақлири жуқури қаритилған парабола болиду (31-сүрәт).



31-сүрәт

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглосно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Демәк,

әгәр $D > 0$ вә $a > 0$ болса, у чағда:

- $ax^2 + bx + c > 0$ квадрат тәңсизлигиниң йешими $(-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ болиду;
- $ax^2 + bx + c < 0$ квадрат тәңсизлигиниң йешими $(x_1; x_2)$ интервали болиду.

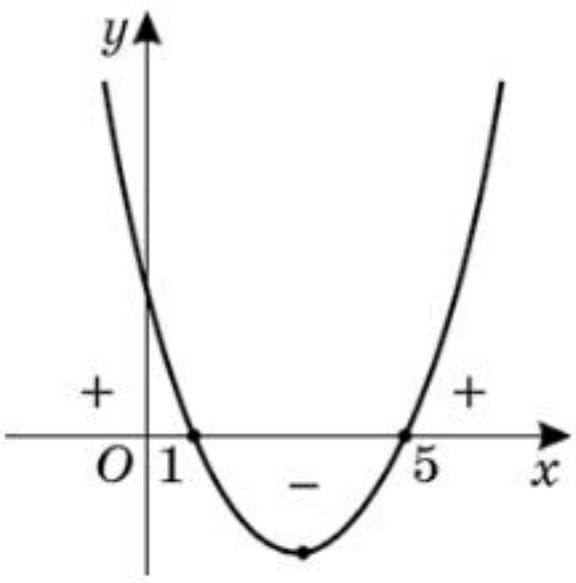
Чүшәндүрүңлар

Немә сәвәптин $D > 0$ вә $a > 0$ болғанда, $ax^2 + bx + c \geqslant 0$ квадрат тәңсизлигиниң йешими $(-\infty; x_1] \cup [x_2; +\infty)$ сан арилиғи; $ax^2 + bx + c \leqslant 0$ квадрат тәңсизлигиниң йешими $[x_1; x_2]$ кесиндиси болидиғанлиғини чүшәндүрүңлар.

Квадрат тәңсизликни квадрат функцияниң графиги арқилиқ йешишкә мисаллар қараштурайли.

Мисал. $x^2 - 6x + 5 \leqslant 0$ тәңсизлигини йешәйли.

Йешилиши. $x^2 - 6x + 5$ квадрат үчәзалиғиниң томурлирини тапимиз, йәни $x^2 - 6x + 5 = 0$ түридики кәлтүрүлгән квадрат тәңлимини чиқиримиз. Шунда $x_1 = 1$ вә $x_2 = 5$ екәнлигини тапимиз. Әнди Ox оқини абсциссилири 1 вә 5 болидиған икки чекиттә қийидиған вә тармақлири жуқури қаритилған (сәвәви x^2 ниң коэффициенти иҗабий сан) параболини сизимиз (32-сүрәт). Шунда графиктин $x^2 - 6x + 5 \leqslant 0$ тәңсизлигиниң йешими $(-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$ сан арилиқлири екәнлигини көримиз.

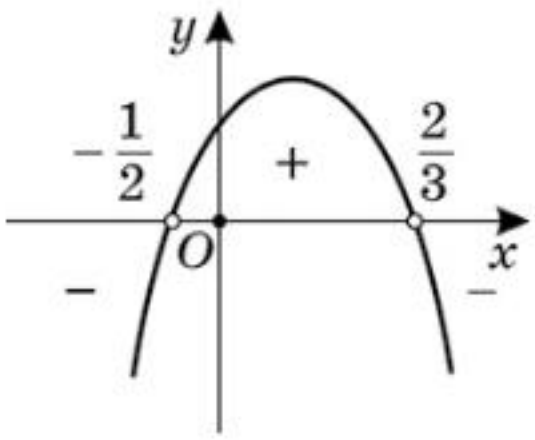


32-сүрәт

Жавави: $(-\infty; 1] \cup [5; +\infty)$.

Мисал. $-6x^2 + x + 2 > 0$ тәңсизлигини йешәйли.

Йешилиши. $-6x^2 + x + 2$ квадрат үчәзалиғиниң томурлирини тапимиз, йәни $-6x^2 + x + 2 = 0$ квадрат тәңлимисини йешимиз. Шунда $x_1 = -\frac{1}{2}$ вә $x_2 = \frac{2}{3}$ екәнлигини тапимиз. Әнди Ox оқини абсциссилири $-\frac{1}{2}$ вә $\frac{2}{3}$ болидиған икки чекиттә қийип өтидиған вә тармақлири төвән қаритилған (сәвәви x^2 ниң коэффициенти сәлбий сан) пара-



33-сүрәт

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

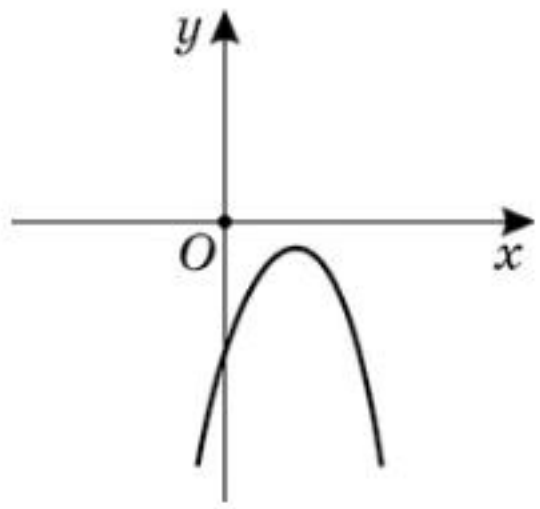
болини салимиз (33-сүрәт). Графикниң ярдими билән $-6x^2 + x + 2 > 0$ тәңсизлигиниң йешимини тапимиз, у $\left(-\frac{1}{2};\ \frac{2}{3}\right)$ сан арилиғида болиду.

Жавави: $\left(-\frac{1}{2};\ \frac{2}{3}\right)$.

$-6x^2 + x + 2 > 0$ тәңсизлигини униң билән мәнадаш $6x^2 - x - 2 < 0$ тәңсизлиги билән алмаштуруп чиқириңлар.

Мисал. $-4x^2 + 5x - 3 > 0$ тәңсизлигини йешиңлар.

Йешилиши. $-4x^2 + 5x - 3$ үчәзалиғиниң дискриминантини тапимиз. Шунда $D = -23$ алимиз. Дискриминант сәлбий сан, демәк, $-4x^2 + 5x - 3$ квадрат үчәзалиғиниң томурлири болмайду. Демәк, $y = -4x^2 + 5x - 3$ функциясиниң графиги болған парабола Ox оқини қийип өтмәйду вә тармақлири төвән қаритилған, сәвәви $a = -4$ (34-сүрәт).



34-сүрәт

$-4x^2 + 5x - 3$ квадрат үчәзалиғи пәқәт сәлбий мәна қобул қилиду. Шуңлашқа $-4x^2 + 5x - 3 > 0$ тәңсизлигиниң йешими болмайду.

Жавави: $\emptyset$.

$-4x^2 + 5x - 3 > 0$ тәңсизлигини униң билән мәнадаш $4x^2 - 5x + 3 < 0$ тәңсизлиги билән алмаштуруп чиқириңлар.

1. Квадрат тәңсизликни қанаәтләндүридиған өзгәрминиң барлиқ мәналириниң жиғиндиси қандақ атилиду?
2. a коэффициенти билән D дискриминантиниң қандақ мәналирида квадрат тәңсизликниң йешими бош жиғинда болиду?
3. Қандақ hаләттә параболиниң тармақлири жуқури, төвән қаритилған?
4. $-x^2 - 5x + 3 < 0$ вә $x^2 + 5x - 3 < 0$ тәңсизликлири мәнадаш боламду?

Көнүкмиләр

A

18.1. Функцияниң графигини пайдилинип, өзгәрминиң қандақ мәналар жиғиндисида берилгән функцияниң сәлбий әмәс мәна қобул қилидиғинини тепиңлар:

1) $y = x^2 - 9$; 2) $y = 2x^2 - 6$; 3) $y = 25 - x^2$; 4) $y = 16 - 2x^2$.

18.2. Функцияниң графигини пайдилинип, өзгәрминиң қандақ мәналирида берилгән функция иҗабий әмәс (сәлбий) мәна қобул қилидиғинини тепиңлар:

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

1) $y = 2x^2 - 6x$; 2) $y = -3x^2 + 5x$;
3) $y = -x^2 + 4x - 4$; 4) $y = -2x^2 - 2{,}6x$.

18.3. Функциянің графигини пайдилинип, өзгәрминің қандақ мәналирида берилгән функция иҗабий мәна қобул қилидиғинини тепиңлар:

1) $y = 3x^2 - 12x$; 2) $y = -2x^2 + 5{,}2x$;
3) $y = -x^2 + 6x - 9$; 4) $y = -x^2 - 2{,}8x$.

18.4. Функциянің графигини пайдилинип, өзгәрминің қандақ мәналирида берилгән функция сәлбий мәна қобул қилиду:

1) $y = 2x^2 - 6x + 4$; 2) $y = -x^2 + 5x - 6$;
3) $y = x^2 + 4x + 4$; 4) $y = -x^2 + 2{,}6x - 1{,}6$.

B

Тәңсизликләрни йешиңла (**18.5—18.7**):

18.5. 1) $x^2 - x - 56 \mid 0$; 2) $-x^2 + x + 72 > 0$;
3) $x^2 + x - 90 < 0$; 4) $x^2 + x - 210 \mid 0$;
5) $2x^2 - 7x + 6 < 0$; 6) $25x^2 + 90x + 81 \mid 0$;
7) $5x^2 - 12x + 4 > 0$; 8) $36x^2 - 84x + 49 > 0$;
9) $0{,}25x^2 - x > -1$; 10) $7x^2 + 18x < -5$;
11) $-3x^2 + 11x + 4 \mid 0$; 12) $9x^2 - 4x - 2 \mid 0$;
13) $3y^2 + 7y + 4 < 0$; 14) $3y^2 - 6y + 3 > 0$;
15) $9y^2 - 6y + 1 < 0$; 16) $2y^2 + 9y - 486 \mid 0$.

18.6. 1) $5x^2 - 7x - 6 > 0$; 2) $3x^2 - 8x + 11 < 0$;
3) $-x^2 - 2x - 6 \mid 0$; 4) $-2x^2 + 9x + 11 \mid 0$;
5) $5x^2 - 6 \mid 0$; 6) $x^2 - 7x + 6 > 0$;
7) $5x^2 - x + 6 < 0$; 8) $-7x^2 + 12x + 4 > 0$;
9) $\frac{2}{3}x^2 - \frac{1}{6}x - \frac{1}{2} > 0$; 10) $\frac{2}{5}x^2 + \frac{1}{10}x - \frac{1}{2} \mid 0$;
11) $\frac{3}{7}x^2 + \frac{1}{14}x - \frac{1}{2} \mid 0$; 12) $1\frac{1}{3}x^2 - 2\frac{5}{6}x + 1\frac{1}{2} > 0$.

18.7. 1) $(x - 3)^2 > 4$; 2) $(x + 3)^2 \mid 16$;
3) $(2x - 3)^2 > 25$; 4) $(2x + 7)^2 \mid 169$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

C

18.8. 1) $y = x^2 + px + q$ функцияси $-3 < x < 4$ арилиғида пәқәт сәлбий мәналарни;

2) $y = -2x^2 + px + q$ функцияси $-2 < x < 6$ арилиғида пәқәт иҗабий мәналарни;

3) $y = -3x^2 + px + q$ функцияси $x \in (-\infty; -3] \cup [4; +\infty)$ болғанда пәқәт иҗабий әмәс мәналарни;

4) $y = 5x^2 + px + q$ функцияси $x \in (-\infty; -4] \cup [6; +\infty)$ болғанда пәқәт сәлбий әмәс мәналарни қобул қилса, p вә q коэффициентлирини тепиңлар?

18.9. $y = f(x)$ функциясиниң графигини селиңлар:

1) $f(x) = 0{,}5x^2 - 2{,}5$; 2) $f(x) = x^2 - 7$; 3) $f(x) = 2 - 4x^2$.

Графикни қоллинип, $f(x) \leq 2$ тәңсизлиги орунлинидиған Ox оқидики сан арилиғини көрситиңлар.

18.10. $y = f(x)$ функциясиниң графигини селиңлар:

1) $f(x) = 0{,}5x^2 - 2{,}5$; 2) $f(x) = 8 - 3x^2$; 3) $f(x) = 13 - 4x^2$.

Графикни қоллинип $f(x) \geq 5$ тәңсизлиги орунлинидиған Ox оқидики сан арилиғини көрситиңлар.

18.11. $y = f(x)$ функциясиниң графигини селиңлар:

1) $f(x) = x^2 - 12$; 2) $f(x) = x^2 - 4x + 8$; 3) $f(x) = 4 - 2{,}6x^2$.

Графикни қоллинип, $f(x) > 4$ тәңсизлиги орунлинидиған Ox оқидики сан арилиғини көрситиңлар.

18.12. p ниң қандақ мәнасида $y = -3x^2 + 6x - 8$ вә $y = x^2 - 4x + p$ функциялириниң графиклири бир чекиттә қийилишиду?

18.13. Поңзәк тик жуқури ташланди. Поңзәкниң жуқури көтирилгән егизлиги билән вақитниң арисидики бағлинишлиқ $h(t) = -6t^2 + 24t$ (м) формулиси билән берилгән. Поңзәкниң әң жуқури көтирилиш егизлиги қандақ?

18.14. Берилгән тәңсизликләрни йешиңлар:

1) $|x^2 - 4| \leq 2$; 2) $|x^2 - 5| \geq 2$;

3) $|x^2 + 5| < 4$; 4) $|x^2 + 2| \leq 6$.

18.15. $y = 4x \cdot |x| + x^2 - 15x$ функциясиниң графигини селиңлар вә график бойичә:

1) функция графигиниң координатилиқ оқлар билән қийилишиш чекитлириниң координатилирини;

2) функцияниң тамға турақлиқ арилиғини тепиңлар.

Әмәлий ишқа беғишланған тапшурма

18.16. Муз мәйданидики экспедиция әзалири үчүн вертолеттин җабдуқлар билән таамлар чүшириш керәк. Һава райи начар болғанлиқтин, вертолет муз мәйданиға 10 м-дин ошуқ йеқин

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

келәлмиди. Әгәр җабдуқлар муз мәйданиға 20 м/сек-тин жуқури илдамлиқ билән чүшсә, зәхмилиниши мүмкин. Жүкниң вертолеттин чүшидиған дәсләпки илдамлиғи 1 м/сек. Чүширилгән жүк зәхмиләнмиши үчүн вертолет қанчилик егизликтә туруши керәк? Җисимниң дәсләпки илдамлиғи v_0, t вақит арилиғидики әркин чүшүш илдамлиғи $v = v_0 + gt$, әркин чүшүш егизлиги $h = v_0t + \frac{gt^2}{2}$, бу йәрдә $g = 9{,}8$ м/с^2 — әркин чүшүш иштиклиши.

Тәкрарлаш

18.17. Брадис җәдвилини пайдилинип, квадрат тәңлиминиң йеқинлашқан мәналирини тепиңлар:

1) $3x^2 - 7x - 31 = 0$; 2) $5x^2 + 17x - 11 = 0$;

3) $-6x^2 + 18x + 41 = 0$.

Җавабини йүзлүк үлүшкичә пүтүнләңлар.

18.18. 1) $x^2 - 11x + 24$; 2) $-x^2 - 8x + 20$;

3) $3x^2 - 15x - 42$; 4) $-5x^2 - 21x + 62$ квадрат үчәзалиқларни көпәйткүчләргә ажритиңлар.

18.19. Берилгән кәсирләрни қисқартиңлар:

1) $\frac{2x^2 - 8}{x^2 + 6x + 8}$; 2) $\frac{2x^2 - 5x + 2}{x^2 - 10x + 16}$; 3) $\frac{-x^2 + x + 2}{3x^2 + 5x + 2}$; 4) $\frac{-3x^2 + 4x + 7}{3x^2 + 8x + 5}$.

18.20. 1) $\frac{x^2 - 2ax + 3x - 6a}{x^2 + 2xa + 3x + 6a}$; 2) $\frac{9x^2 - 25a^2}{9x^2 + 30xa + 25a^2}$ ипадилирини ихчамлаңлар вә $x = 2\frac{3}{7}$, $a = -3{,}3$ болғандики мәнасини тепип, җававини онлуқ үлүшкичә пүтүнләңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

18.21. Берилгән ипадә нөлгә тәң болидиған x ниң мәналирини координатилиқ түзгә селиңлар:

1) $(x - 2)(3 - x)$; 2) $(x - 1)(3 + x)$;

3) $(x + 2)(1 - x)(2x + 6)$; 4) $(3x + 2)(x - 2)(x - \sqrt{8})$.

18.22. $x = -3; 1; 2; 3{,}5$ болса $f(x) = x^2 + 2x - 5$ функциясиниң тамғисини ениқлаңлар.

18.23. Берилгән ипадиләрниң арисидин алгебрилиқ кәсирни көрситиңлар:

1) $\frac{2}{x^2 - 1} + 5$; 2) $\frac{3x - 4}{3} + \frac{2}{5}$; 3) $\frac{5 - x}{x^2}$; 4) $\frac{6x^2 + x - 1}{x + 2} + 2x$;

5) $\frac{2}{x + 1} - 0{,}4$; 6) $\frac{x - 4}{2} + \frac{2x}{5}$; 7) ; 8) $\frac{\sqrt{x} - 1}{2} + 2x$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§ 19. РАЦИОНАЛ ТӘҢСИЗЛИКЛӘР. ИНТЕРВАЛЛАР УСУЛИ

Рационал тәңсизликләр қандақ чиқирилиду?

Квадрат тәңсизликни парабола усули арқилиқ йешишни қараштурдуқ. Көплигән һаләттә квадрат тәңсизликни йешиш үчүн интерваллар усулини пайдиланған қолайлиқ.

$ax^2 + bx + c > 0$ $(a \neq 0)$ квадрат тәңсизлиги берилсун. Бу тәңсизликни интерваллар усули билән йешиш үчүн, алди билән $y = ax^2 + bx + c$ функцияси графигиниң Ox оқи билән қийилишиш чекитлириниң абсциссилирини, йәни функцияниң нөллирини тепиш керәк. $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ функциясиниң нөллири дәп $ax^2 + bx + c = 0$ тәңлимисиниң томурлирини ейтиду.

$y = ax^2 + bx + c$ функциясиниң нөллири x_1 вә x_2 болсун, бу йәрдә $x_1 < x_2$. Шуниң билән биллә $a > 0$ (әгәр $a < 0$ болса, у чағда уни $a > 0$ һалитигә кәлтүримиз) дәп һесаплайли.

§18 қараштурулған үчинчи һаләткә мувапиқ $y = ax^2 + bx + c$ функцияси $x < x_1$ вә $x > x_2$ арилиғида иҗабий мәналарни, $x_1 < x < x_2$ арилиғида сәлбий мәналарни қобул қилиду.

Демәк, функцияниң нөллири арқилиқ сан оқида елинған һәрбир интервалда функция тамғисини сақлайду вә у тамға функцияниң графиги нөллиридин өткәндә өзгириду (35, а-сүрәт).

а) ә)

35-сүрәт

Мошу хусусийәт тәңсизликләрни интерваллар усули билән йәшкәндә пайдилинилиду.

Мисал. $2x^2 + 9x + 4 > 0$ тәңсизлигини йешәйли.

Йешилиши. $y = 2x^2 + 9x + 4$ функциясиниң нөллирини тапайли. Униң үчүн $2x^2 + 9x + 4 = 0$ тәңлимисини йешип, $x_1 = -4$ вә $x_2 = -\frac{1}{2}$ алимиз.

Сан оқида $x_1 = -4$ вә $x_2 = -\frac{1}{2}$ чекитлири бәлгүләймиз.

Бәлгүләнгән чекитләр арқилиқ долқунлуқ сизиқ жүргүзсәк, сан оқи үч интервалға бөлүниду. Квадрат үчәзалиққа мувапиқ параболиниң тармақлири жуқури қаритилғанлиқтин, квадрат үчәзалиқниң тамғилири 35, ә-сүрәттә көрситилгәндәк болиду.

35, ә-сүрәттин берилгән тәңсизлик $x < -4$ вә $x > -\frac{1}{2}$ болғанда орунлинидиғанлиғини көрүп туримиз.

Жавави: $(-\infty; -4) \cup (-\frac{1}{2}; +\infty)$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \ldots \cdot (x - x_n) > 0$ яки $(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \ldots \cdot (x - x_n) < 0$ түридә берилгән (бу йәрдики $x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_n$ вә $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ — һәрқандақ санлар), йәни сол тәрипи x өзгәрмиси билән қандақту бир санниң айримиси болидиған иккиәзалиқниң көпәйтиндиси, оң тәрипи нөлгә тең тәңсизликләрни йешиш үчүн *интерваллар усулини* пайдиланған қолайлиқ.

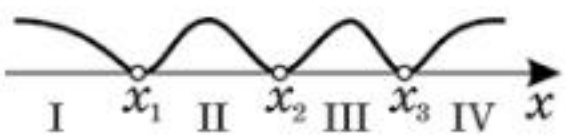
Интерваллар усули $x - x_0$ иккиәзалиғиниң мону хусусийитигә асасланған (бу йәрдики x — өзгәрмә, x_0 — қандақту бир сан:

координаталиқ түздә x_0 санинин оң тәрипидә турған x өзгәрмисиниң һәрқандақ мәнаси үчүн $x - x_0$ айримисиниң мәнаси иҗабий x_0 санинин сол тәрипидә турған x өзгәрмисиниң һәрқандақ мәнаси үчүн $x_0 - x$ айримисиниң мәнаси сәлбий болиду (36-сүрәт).

36-сүрәт

Һәқиқәтән, әгәр $x > x_0$ болса, $x - x_0 > 0$, әгәр $x < x_0$ болса, у чағда $x - x_0 < 0$.

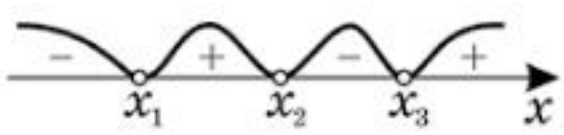
Мәсилән, 1) $(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) > 0$; 2) $(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) < 0$, (бу йәрдики x_1, x_2, x_3 — өсүш рети билән йезилған һәрқандақ санлар) тәңсизликлирини интерваллар усули билән йешәйли.



37, а-сүрәт

Әгәр x_1, x_2, x_3 санлири координатилиқ түздә бәлгүлисәк, у чағда түз $(-\infty; x_1)$; $(x_1; x_2)$; $(x_2; x_3)$; $(x_3; +\infty)$ болидиған төрт сан арилиғиға бөлүниду (37, а-сүрәт).

$(x_3; +\infty)$ сан арилиғини қараштуримиз. Мошу сан арилиғидин елинған һәрқандақ x өзгәрмисиниң мәнаси (йәни x_3 ниң оң тәрипидин елинған мәна) үчүн $(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ көпәйтиндисидики һәрбир иккиәзалиқниң мәнаси иҗабий сан, сәвәви x өзгәрмиси x_1, x_2, x_3 санлириниң оң тәрипидә орунлашқан (37, ә-сүрәт). $(x_2; x_3)$ интервалидин елинған һәрқандақ x үчүн $(x - x_3)$ иккиәзалиғиниң мәнаси сәлбий сан, сәвәви x өзгәрмиси x_3 ниң сол тәрипидә орунлашқан, әнди $(x - x_1)$ вә $(x - x_2)$ иккиәзалиқлириниң мәналири иҗабий, сәвәви x өзгәрмиси x_1 билән x_2 ниң оң тәрипидә орунлашқан. Демәк, $(x_2; x_3)$ арилиғидики һәрқандақ x өзгәрмиси үчүн $(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ көпәйтиндисиниң мәнаси сәлбий сан.



37, ә-сүрәт

$(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)$ көпәйтиндисиниң мәнаси x өзгәрмисиниң һәрқандақ мәнасида 1) $(x_1; x_2)$ сан арилиғида иҗабий; 2) $(-\infty; x_1)$ арилиғида сәлбий болидиғиниға өзәңлар көз йәткүзүңлар (37, ә-сүрәт).

Шуниң билән

1) $(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) > 0$ тәңсизлигиниң йешими $(x_1; x_2) \cup (x_3; +\infty)$ арилиғи болиду (бу йәрдики x_1, x_2, x_3 — өсүш рети билән йезилған һәрқандақ санлар);

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

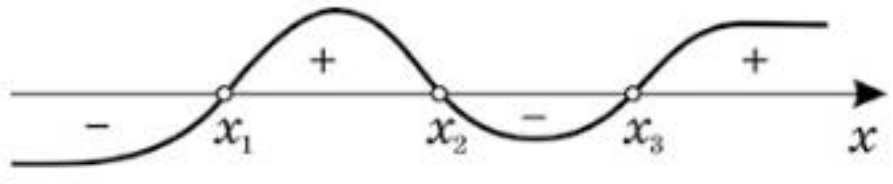
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) $(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) < 0$ тәңсизлигиниң йешими $(-\infty; x_1) \cup$ $\cup (x_2; x_3)$ арилиғи болиду (бу йәрдики x_1, x_2, x_3 — өсүш рети билән йезилған һәрқандақ санлар) болиду.

Тәңсизликләрни йешишниң бу усули *интерваллар усули* дәп атилиду.

$(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)$ көпәйтиндисиниң мәнасиниң тамғилирини һәрбир арилиқта көрситәйли (38-сүрәт).

Сүрәттин көрүп турғандәк, x өзгәрмиси мәналириниң тамғилири хошна санларниң арилиғида новәт билән өзгирип туриду: $-$ $+$ $-$ $+$.



38-сүрәт

Шундақ қилип,

$(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3) > 0$ тәңсизлигини интерваллар усули билән йешишниң алгоритми пайдилинилиду:

1) координатилиқ түздә x_1, x_2, x_3 санлирини өсүш рети билән орунлаштуримиз;

2) көпәйтиндә мәнасиниң оң тәрәптики чәтки арилиқтики тамғиси ениқлиниду;

3) берилгән арилиқлардики тамғиларниң өзгиришини көрситидиған сизиқ жүргүзүлиду;

4) $(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot (x - x_3)$ көпәйтиндисиниң мәнаси иҗабий болидиған арилиқларниң бирикиши йезилиду.

Әскәртиш.

x_0 сани тағ қетим тәкрарлинидиған һаләттә арилиқтики бәлгүләр новәт билән қоюлиду;

x_0 сани жүп қетим тәкрарлинидиған һаләттә мошу мәнаниң икки тәрипидики арилиқлириниң бәлгүлири бирдәк қоюлиду.

Мошуниңға охшаш интерваллар усули билән: $(x - x_1) \cdot (x - x_2) \cdot \ldots \cdot (x - x_n) > 0$ яки $(x - x_1)(x - x_2) \cdot \ldots \cdot (x - x_n) < 0$, түридә берилгән тәңсизликләрму чиқирилидиғанлиғиға көз йәткүзүңлар. Бу йәрдә $x_1 < x_2 < x_3 < \ldots < x_n$ вә $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$ — һәрқандақ санлар.

Мисал. $(x - 1)(x - 2)(x - 3) > 0$ тәңсизлигини интерваллар усули билән йешәйли.

Йешилиши. 1) Координатилиқ түздә 1; 2; 3 санлирини бәлгүләймиз (39-сүрәт).

2) $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ көпәйтиндисиниң мәнасиниң тамғисини ениқлаймиз. Униң үчүн 3 тин ошуқ һәрқандақ санни алған йетәрлик.

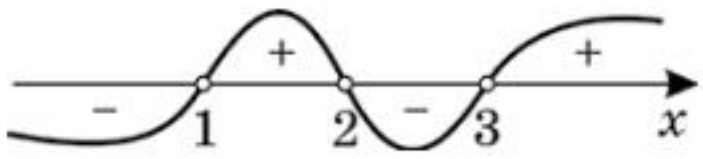
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Мәсилән, 4 санини алайли. $x = 4$ болғанда, $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ көпәйтиндисиниң мәнаси иҗабий болиду.

3) Сан арилиқлиридики тамғиларниң өзгиришини көрситидиған сизиқни жүргүзимиз (39-сүрәт).

4) $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ көпәйтиндисиниң мәнаси иҗабий болидиған арилиқларниң бирикишини язимиз, йәни $(1; 2) \cup (3; +\infty)$.



39-сүрәт

Жавави: $(1; 2) \cup (3; +\infty)$.

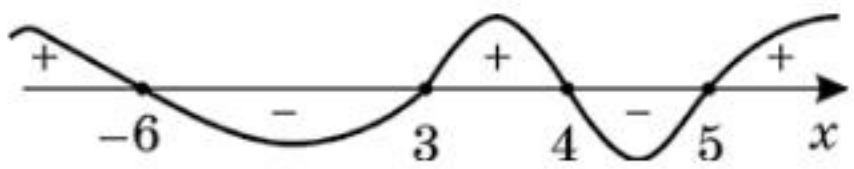
Мисал. $(4 - x)(3x - 9)(x - 5)(x + 6) \geqslant 0$ тәңсизлигини интерваллар усули билән йешәйли.

Йешилиши. Һәрбир тирнақтики иккиәзалиқни $x - x_1$ түригә кәлтүримиз: $-(x - 4)3(x - 3)(x - 5)(x - (-6)) \geqslant 0$.

Әнди тәңсизликниң һәр икки тәрипини -3 кә бөлүп, тәңсизликниң тамғисини қариму-қаршиға өзгәртимиз: $(x - 4)(x - 3)(x - 5)(x - (-6)) \leqslant 0$. Тирнақ ичидики айримиларни өсүш рети билән язимиз:

$$(x - (-6))(x - 3)(x - 4)(x - 5) \leqslant 0.$$

Әнди координатилиқ түздә -6; 3; 4; 5 санлирини бәлгүләп, һәрбир сан арилиғиға $(x - (-6))(x - 3)(x - 4)(x - 5)$ көпәйтиндисиниң тамғилирини қоюмиз (40-сүрәт). Сүрәтни пайдилинип, $(x - (-6))(x - 3)(x - 4) \times$ $\times (x - 5) \leqslant 0$ тәңсизлигиниң йешимини язимиз: $(-\infty; -6] \cup [3; 4] \cup$ $\cup [5; +\infty)$.



40-сүрәт

Жавави: $(-\infty; -6] \cup [3; 4] \cup [5; +\infty)$.

Мисал. $\frac{x - 7}{x + 9} \leqslant 0$ тәңсизлигини интерваллар усули билән йешәйли.

Йешилиши. $x \neq -9$ дәп елип, $\frac{x - 7}{x + 9} \leqslant 0$ тәңсизлигини мәнадаш $(x - 7)(x + 9) \leqslant 0$ тәңсизлиги билән алмаштуримиз. Һәрбир тирнақтики иккиәзалиқни $x - x_1$ түригә кәлтүрүп, тирнақларни өсүш рети билән язимиз. Шунда $(x - (-9))(x - 7) \leqslant 0$ тәңсизлигини алимиз.

Координатилиқ түздә -9; 7 санлирини бәлгүләп һәрбир сан арилиғида $x \neq -9$ болғанда, $(x - 7)(x + 9)$ көпәйтиндиси мәнасиниң

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

тамғилириға мувапиқ келидиған $\frac{x-7}{x+9}$ бөлүндисиниң тамғилирини қоюмиз (41-сүрәт).

41-сүрәт

Сүрәтни пайдилинип, $\frac{x-7}{x+9} \geq 0$ тәңсизлигиниң йешимини язимиз. Шу чағда берилгән тәңсизлигиниң йешими $(-\infty; -9) \cup [7; +\infty)$ арилиқлириниң бирикиши болиду.

Жавави: $(-\infty; -9) \cup [7; +\infty)$.

Мисал. $\frac{(x-2)^2 \cdot (x-3)}{x^3 \cdot (x+1)} \geq 0$ тәңсизлигини интерваллар усули билән чиқирайли.

Йешилиши. $x \neq -1$, $x \neq 0$ дәп елип берилгән, $\frac{(x-2)^2 \cdot (x-3)}{x^3 \cdot (x+1)} \geq 0$ тәңсизлигини мәнадаш $(x-2)^2x^3(x+1)(x-3) \geq 0$ тәңсизлиги билән алмаштуримиз. $x \neq -1$, $x \neq 0$ болғанда тәңсизликниң сол тәрипини түрләндүримиз: $(x+1)x^3(x-2)^2(x-3) \geq 0$.

x ниң һәрқандақ мәнаси үчүн $x = x - 0$. У чағда берилгән тәңсизликкә мәнадаш $(x+1)(x-0)^3(x-2)^2(x-3) \geq 0$ тәңсизлигини алимиз (бу йәрдики $x \neq -1$, $x \neq 0$). Һәрқандақ x үчүн $(x-2)^2 \geq 0$ болғанлиқтин, берилгән тәңсизликкә мәнадаш $(x+1)(x-0)^3(x-3) \geq 0$ тәңсизлиги билән алмаштуримиз (бу йәрдә $x = 3$, $x = 2$, $x \neq -1$, $x \neq 0$). Берилгән тәңсизликниң йешими $(-1; 0) \cup \{2\} \cup [3; +\infty)$ (42-сүрәт).

Жавави: $(-1; 0) \cup \{2\} \cup [3; +\infty)$.

42-сүрәт

Немә үчүн квадрат тәңсизликләрни йешиштә интерваллар усулини қоллинишқа болидиғинини чүшәндүрүңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Көнүкмиләр

A

19.1. Берилгән тәңсизликләрни интерваллар усули билән йешиңлар:

1) $(x-4)(x+5) \geqslant 0$;
2) $(x+2{,}4)(x-1{,}5) \leqslant 0$;
3) $(x-4)(x+5) > 0$;
4) $(x-6)(x+1) < 0$;
5) $(x+2{,}8)(x-1) \leqslant 0$;
6) $(x+4)(x-5) < 0$;
7) $(x+2{,}4)(x+7{,}5) \geqslant 0$;
8) $(x+7)(x-3{,}5) \leqslant 0$;
9) $(3x+4)(2x-5) \leqslant 0$;
10) $(7-3x)(2x+1) \leqslant 0$;
11) $(3x-4)(2x+7) > 0$;
12) $(8-7x)(2x-7) \leqslant 0$;
13) $-2(7-5x)(2x+3) \leqslant 0$;
14) $(2\frac{2}{3}-3x)(2x+1) \leqslant 0$;
15) $\left(7\frac{1}{3}-3\frac{2}{3}x\right)\left(2x+1\frac{3}{7}\right) \geqslant 0$.

19.2. Функцияләрниң ениқлиниш саһасини тепиңлар:

1) $y=\sqrt{(5-x)(2x-7)}$;
2) $y=\sqrt{(5+3x)(2x-2{,}4)}$;
3) $y=\sqrt{(4+x)(5-2x)}$;
4) $y=\sqrt{-2(1-x)(2x+5)}$.

19.3. Өзгәрминиң қандақ мәнасида:

1) $\sqrt{-3(5+3x)(2x-9)}$;
2) $\sqrt{-(7-3x)(2x+1)}$;
3) $\sqrt{(5-3y)(3y-5)}$;
4) $\sqrt{-7(9-5y)(7y-14)}$

ипадисиниң маһийити бар?

19.4. Өзгәрминиң қандақ мәнасида:

1) $\frac{3x-5}{2x}$; 2) $\frac{4x+3}{7x}$; 3) $\frac{3x-7}{5x}$; 4) $\frac{7-5x}{4-x}$

кәсирниң мәнаси иҗабий болиду?

19.5. Тәңсизликләрни интерваллар усули билән йешиңлар:

1) $\frac{3x^2-5x+2}{x^2-9} \geqslant 0$;
2) $\frac{-x^2-5x+6}{x^2-4} \leqslant 0$;
3) $\frac{-2x^2-3x+2}{x^2+5x} < 0$;
4) $\frac{x^2-5x+6}{x^2-7x} > 0$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

19.6. Тәңсизликниң пүтүн йешимлирини тепиңлар:

1) $\frac{6x-5}{4x+1} < 0$; 2) $\frac{2x-5}{x+1} < 0$; 3) $\frac{2-3x}{2x+7} > 0$; 4) $\frac{7x-5}{4-x} > 0$.

19.7. 1) $\frac{x-5}{x+1} > 2$; 2) $\frac{x-6}{x-1} > 3$; 3) $\frac{2x-7}{x+1} > 4$; 4) $\frac{5-x}{x+1} > 2$ тәңсизликлирини йешиңлар вә әң кичик пүтүн йешимини тепиңлар.

19.8. Әң чоң пүтүн йешимини тепиңлар:

1) $\frac{x-5}{1-x} > 2$; 2) $\frac{x-6}{x-1} > 3$; 3) $\frac{2x-7}{x+1} > 4$; 4) $\frac{5-x}{x+1} > 2$.

19.9. Өзгәрминиң қандақ мәнасида:

1) $\frac{2x^2-3x-2}{x^2-2x}$; 2) $\frac{2x^2-3x+1}{x^2-2x+1}$;

3) $\frac{3x^2-4x-4}{x^2-4x+4}$; 4) $\frac{4x^2-17x+4}{x^2-4x}$ кәсирлири сәлбий мәна қобул қилиду?

19.10. Берилгән тәңсизликләрни йешиңлар:

1) $\frac{7}{x} - \frac{x}{7} > 0$; 2) $\frac{x}{11} - \frac{11}{x} < 0$; 3) $\frac{9}{x} > \frac{x}{4}$;

4) $\frac{3}{x} - \frac{x}{27} > 0$; 5) $\frac{5}{x} - \frac{3}{3-x} < 0$; 6) $\frac{3}{x} + \frac{1}{x-7} < 0$;

7) $\frac{2}{x} - \frac{5}{6-x} < 0$; 8) $\frac{5}{x} < \frac{4}{9-x}$; 9) $\frac{2}{x-3} \leqslant \frac{3}{x}$;

10) $\frac{3}{x+3} \leqslant \frac{2}{x}$; 11) $\frac{1}{x-2} \geqslant \frac{5}{x}$; 12) $\frac{4}{x-3} \geqslant \frac{6}{x}$.

В

19.11. Тәңсизликләрни интерваллар усули билән йешиңлар:

1) $(2x-4)(x-6)(x-8) \vdash 0$; 2) $(x+4)(x+1)(x-3) \dashv 0$;

3) $(2x+5)(x-2)(x-6) \vdash 0$; 4) $(x+5)(x-1)(x-7) < 0$;

5) $(x+6)(x-1)(x-3{,}6) > 0$; 6) $(2x+1)(x-1)(x-2) \dashv 0$;

7) $(x-4)^2(x-3)(x+2) \vdash 0$; 8) $(x+6)(x+1)^4 \cdot (x-3) \vdash 0$;

9) $(2x+5)(x-2)(x-6)^4 \vdash 0$; 10) $(x+5)^3(x-3)^2(x-12) \dashv 0$;

11) $(x+6)^3(x+1)^4(x-3) < 0$; 12) $(2x+5)(x-2)^4(x-6)^3 < 0$.

19.12. Берилгән тәңсизликни мәнадаш тәңсизлик билән алмаштуруп йешиңлар:

1) $\frac{3x+2}{x^2+x-2} < -1$; 2) $\frac{x-2}{x^2+x-2} \geqslant 1$; 3) $\frac{x+5}{x^2-1} > 1$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4) $\frac{3-9x}{x^2-1} > 2$; 5) $\frac{2x-7}{x^2+2x-8} > 1$; 6) $\frac{7x+1}{x^2+4x+3} \geqslant 1$;

7) $\frac{5x+1}{x^2-3x-4} < -1$; 8) $\frac{5x+3}{x^2+x-2} > 1$; 9) $\frac{3x-5}{x^2+2x-8} \leqslant 2$;

10) $\frac{4x+5}{x^2+4x+3} < 3$; 11) $\frac{3x+1}{x^2-4x+3} > -2$; 12) $\frac{5x+3}{x^2-x-2} \leqslant 3$.

19.13. Берилгән тәңсизликләрни йешиңлар:

1) $(x^2-3x+2)(x^2+2x) \geqslant 0$; 2) $(x^2-3x-4)(x^2+x) < 0$;

3) $(x^2-5x+6)(-x^2+3x) \geqslant 0$; 4) $(-x^2-2x+8)(x^2-4) < 0$;

5) $(x^2-3x-4)(x^2-16) \geqslant 0$; 6) $(x^2-5x+6)(-x^2+9) > 0$;

7) $(x^2-2x-8)(9-x^2) > 0$; 8) $(x^2-x-6)(4-x^2) \geqslant 0$;

9) $(x^2-3x-10)(25-x^2) \geqslant 0$; 10) $(-x^2-6x)(x^2-36) \geqslant 0$;

11) $(x^2-4)(x^2-16x) \geqslant 0$; 12) $(x^2-5x)(-x^2+25) > 0$.

19.14. Берилгән тәңсизликләр мәнадаш боламду?

1) $(2x+5)(x-3) > 0$ вә $\frac{2x+5}{x-3} > 0$;

2) $(3x-5)(2x+3) \geqslant 0$ вә $\frac{2x+3}{3x-5} \geqslant 0$;

3) $2x + \frac{x+5}{x-1} > \frac{x+5}{x-1} - 6$ вә $x > -3$;

4) $3x - \frac{2x+5}{x-3} \leqslant 12 - \frac{2x+5}{x-3}$ вә $x \geqslant 4$;

5) $\frac{1}{2x} < 1$ вә $x > 0{,}5$; 6) $\frac{2}{x^2} > 1$ вә $x^2 < 2$;

7) $\frac{1}{|x|} < 1$ вә $|x| > 1$; 8) $\frac{5}{|x|} > 1$ вә $|x| < 5$?

C

19.15. Берилгән тәңсизликләрни йешиңлар:

1) $x^4 - 13x^2 + 36 \geqslant 0$;

2) $x^4 - 2x^2 - 15 \geqslant 0$;

3) $x^4 - 12x^2 + 36 > 0$;

4) $16x^4 - 24x^2 + 9 < 0$;

5) $(x^2-4x+4)(3x^2-2x-1) \geqslant 0$;

6) $(x^2-6x+8)(9x^2-6x+1) < 0$;

7) $(x^2-5x+6)(x^2+3x)^2 > 0$;

8) $(5x^2+6x+1)(x^4-6x^3+9x^2) \geqslant 0$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

9) $\frac{x^2+4x-1}{x^2+4x+3} \leqslant \frac{1}{x+1}$; 10) $\frac{x^2-x+6}{x^2-3x+2} \leqslant \frac{2x}{x-2}$;

11) $\frac{x^2-5x+11}{x^2-x-2} \leqslant -\frac{7}{x+1}$; 12) $\frac{x^2+3x+54}{x^2-8x+15} \leqslant -\frac{8}{x-5}$.

19.16. Берилгән функцияләр x өзгәрмисиниң қандақ мәналирида сәлбий әмәс мәналар қобул қилиду?

1) $y = \frac{x^4+3x^2-10}{x^2-2x-8}$; 2) $y = \frac{x^4-3x^2-10}{x^2+2x-8}$; 3) $y = \frac{x^4+2x^2-8}{x^2-3x-10}$

19.17. 1) $y = \frac{x^4-8x^2-9}{x^2-2x+1}$; 2) $y = \frac{x^4-x^2-20}{x^2+3x-10}$; 3) $y = \frac{x^4+x^2-20}{x^2-x-12}$

функцияси x өгәрмисиниң қандақ мәналирида иҗабий мәна қобул қилиду?

19.18. Берилгән тәңсизликләрни интерваллар усули билән йешиңлар:

1) $\frac{(x^2-7x-8)(x-8)^2}{(x+2)^2(5-x)} \leqslant 0$; 2) $\frac{(x^2-6x+8)(x^2-4)}{2(x^3-8)} \geqslant 0$;

3) $\frac{(2x^2+4x)(3x-x^2)}{(2x+5)^2} \leqslant 0$; 4) $\frac{(x+4)^4(x+3)^3}{2(x^2+x-2)} \geqslant 0$;

5) $\frac{3x+7}{5-x^2} \cdot (x-3)^2 > 0$; 6) $\frac{2x-7}{9-x^2} \cdot (x-4)^2 < 0$;

7) $\frac{2x-9}{7-x^2} \cdot (4x-3)^2 \leqslant 0$; 8) $\frac{5-2x}{4-x^2} \cdot (x-3)^2 \geqslant 0$;

9) $\frac{3x+7}{4-x^2} \cdot (x+6)(x-3)^2 > 0$; 10) $\frac{5x-8}{16-x^2} \cdot (x+2)(x-5)^2 < 0$.

19.19. 1) $f(a) \mid f(a+2)$, болса $f(a) = a - \frac{1}{a-1}$;

2) $f(a) \cdot f(a+2) < 0$, болса $f(a) = \frac{8}{a^2-1} - 1$ тәңсизликлири орунлинидиған a өзгәрмисиниң барлиқ пүтүн мәналирини тепиңлар.

19.20. 1) $f(x) = x^2+5x+3$; $g(x) = \frac{x+8}{2-x}$ функциялириниң әң болмиғанда биринің мәнаси 3 тин чоң;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) $f(x) = 3x^2 - x + 2$; $g(x) = \frac{5 - x}{x + 2}$ функциялириниң әң болмиғанда биринің мәнаси 2 дин кичик болидиған, x өзгәрмисиниң барлиқ мәналирини тепиңлар.

19.21. Берилгән тәңсизликләрни йешиңлар:

1) $(x^2 - 3x - 2)(x^2 - 3x + 1) < 10$;
2) $(x^2 - 2x + 3)(x^2 - 2x + 1) < 3$;
3) $(x^2 + x)(x^2 + x - 2) < 24$;
4) $(x^2 + 3x + 2)(x^2 + 3x + 4) < 48$.

19.22. 1) $2x^2 - 4x - 2 \mid p$; 2) $2x^2 - 2x - 0{,}5 \mid p$;
3) $x^2 - 10x - 5 \mid p$; 4) $3x^2 - 6x - 3 \mid p$ тәңсизлиги тоғра болидиған p параметриниң әң чоң мәнасини тепиңлар.

19.23. Өзгәрмиси модуль бәлгүсиниң ичидә болған тәңсизликләрни йешиңлар:

1) $\frac{3x + 7}{x^2 - 1} \cdot |x - 1| \cdot (x - 3)^2 \mathrm{m}\, 0$; 2) $\frac{5x - 8}{x^2 - 16} \cdot |x - 4| \cdot (x - 5)^2 \mid 0$;

3) $\frac{3x - 9}{4 - x^2} \cdot |x - 2| \cdot (x - 4)^2 < 0$; 4) $\frac{3x + 7}{25 - x^2} \cdot |x - 5| \cdot (x - 6)^2 < 0$.

max $(f(x), g(x))$ йезиғи $f(x)$ вә $g(x)$ функцияләрниң әң чоң мәнасини, min $(f(x), g(x))$ — әң кичик мәнасини билдүриду.

19.24. 1) $\max(\frac{1}{x}; 5x - 1) \mid x$; 2) $\min(\frac{1}{x}; 2x^2 - 3) \mathrm{m}\, x$;

3) $\max(|x|; x^2 - 8x) \mathrm{m}\, 9$; 4) $\min(|x|; x^2 + 7x) \mid 8$;

5) $\max(|x|; x^2 - 6x) \mathrm{m}\, 7$; 6) $\min(|x|; x^2 + 5x) \mid 6$

тәңсизлиги орунлинидиған x ниң барлиқ мәналирини тепиңлар.

Тәкрарлаш

19.25. Хрусталь люстраниң баһаси дәсләп 45% ға, кейин йәнә 20% ға қиммәтлиди (йеңи баһаси). Икки қетим қиммәтлигәндин кейин дәсләпки баһаси қанчә пайизға өсти?

19.26. Тәңлимиләр системисини йешиңлар:

1) $\begin{cases} 2x - 5y = 4, \\ x - 4y = -2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x - 6y = 7, \\ 2x - 3y = 8. \end{cases}$

19.27. 1) $x = 2{,}21$ вә $y = -1{,}32$;
2) $x = 5{,}24$ вә $y = -2{,}62$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $x = 6{,}71$ вә $y = -2{,}56$;

4) $x = -4{,}28$ вә $y = 2{,}35$ болса, у чағда $\frac{2x - 3y}{3x + 3{,}2} - 6{,}34$ ипадисиниң мәнасини тепиңлар. Жәвавини йүзлүк үлүшкичә пүтүнләңлар.

19.28. Бир саатта йолниң йеримини жүрүп болғандин кейин машинист поездниң илдамлығини 15 км/с қа ашурди вә йолниң иккинчи йеримини 45 минутта жүрүп өтти. Поезд йолниң биринчи йеримини қандақ илдамлиқ билән маңди?

19.29. Брадис жәдвилини пайдилинип, томурларниң тәхминән мәнасини тепиңлар:

1) ▭ ; 2) $\sqrt{42{,}78}$; 3) $\sqrt{52{,}74}$;

4) $\sqrt{929{,}58}$; 5) $\sqrt{4{,}278}$; 6) $\sqrt{0{,}004472}$.

19.30. Берилгән ипадиләрниң мәнасини тепиңлар:

1) $\sqrt{196 \cdot 0{,}81 \cdot 0{,}36 \cdot 0{,}25} + 3$; 2) $\sqrt{0{,}87 \cdot 49 + 0{,}82 \cdot 49 - 25} + 4$;

3) $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 36 + 0{,}82 \cdot 36} - 4$; 4) $\sqrt{1{,}69 \cdot 1{,}21 - 1{,}69 \cdot 0{,}4} + 2{,}6$;

5) $3 + \sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{369}}$; 6) $4 \cdot \sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}}$;

7) $\sqrt{\frac{145{,}5^2 - 96{,}5^2}{193{,}5^2 - 31{,}5^2}} - 5{,}2$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

19.31. 1) $[-3;\ 1]$ кесиндисигә тәәллуқ $x^2 + 4x - 2$ m 0 тәңсизлигиниң пүтүн йешимлириниң қошундисини тепиңлар.

2) $[-1;\ 4]$ кесиндисигә тәәллуқ $x^2 - 6x + 4$ m 0 тәңсизлигиниң пүтүн йешимлириниң қошундисини тепиңлар.

19.32. Арилиқларниң қийилишишини тепиңлар:

1) $(-2;\ 5)$ вә $(-3;\ 2]$;

2) $(-2;\ 6)$ вә $(-3;\ 3]$;

3) $[-2;\ 5)$ вә $(-3;\ 6]$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

§ 20. БИР ӨЗГӘРМИСИ БАР СИЗИҚЛИҚ ӘМӘС ТӘҢСИЗЛИКЛӘР СИСТЕМИСИ

Бири — сизиқлиқ, иккинчиси квадрат тәңсизликтин яки икки квадрат тәңсизликтин туридиған тәңсизликләр системиси қандақ чиқирилиду?

Бир өзгәрмиси бар бир яки бирнәччә сизиқлиқ әмәс тәңсизликләрдин туридиған, тәңсизликләр системисини қараштурайли.

Мәсилән, $\begin{cases} x-8 \leqslant 3, \\ 9x^2+x \geqslant 0; \end{cases}$ $\begin{cases} 2x^2 < 32, \\ (x-2)^2 > 25; \end{cases}$ $\begin{cases} x^2-5x+7>0, \\ |x| \geqslant 2; \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x^2-9}{3-x} \geqslant 1, \\ \dfrac{x^2-4x+4}{x^2-4} < 3 \end{cases}$

системилири бир өзгәрмиси бар сизиқлиқ әмәс тәңсизликләр системиси болуп һесаплиниду.

Бир өзгәрмиси бар сизиқлиқ әмәс тәңсизликләр системиси, бир өзгәрмиси бар сизиқлиқ тәңсизликләргә охшаш чиқирилиду.

Бир өзгәрмиси бар сизиқлиқ әмәс тәңсизликләр системисини йешиш үчүн, системидики һәрбир тәңсизликниң йешимини тапимиз вә мошу арилиқларниң қийилишишини, йәни уларниң умумий йешимини тапимиз.

1-мисал. $\begin{cases} x-8 \leqslant 3, \\ 9x^2+x \geqslant 0 \end{cases}$ тәңсизликләр системисини қараштурайли.

Йешилиши. $x-8 \leqslant 3$ тәңсизлигиниң йешими $(-\infty; 11]$ санлиқ шолиси, $9x^2+x \geqslant 0$ тәңсизлигиниң йешими $\left(-\infty; -\frac{1}{9}\right] \cup [0; +\infty)$ жиғиндиси болиду. Әнди икки тәңсизликниң умумий йешимини тапимиз. Умумий йешими $\left(-\infty; -\frac{1}{9}\right]$ вә $[0; 11]$ арилиқлири болиду (43-сүрәт).

Жавави: $\left(-\infty; -\frac{1}{9}\right] \cup [0; 11]$.

43-сүрәт

2-мисал. $y=\sqrt{(x-2)(x+1)}+\sqrt{9-x^2}$ функциясиниң ениқлиниш саһасини тапайли.

Йешилиши. $y=\sqrt{(x-2)(x+1)}+\sqrt{9-x^2}$ функциясиниң ениқлиниш саһаси $\begin{cases} (x-2)(x+1) \geqslant 0, \\ 9-x^2 \geqslant 0 \end{cases}$ тәңсизликләр системисини қанаәтләндүридиған x өзгәрмисиниң мәналар жиғиндиси болиду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$\begin{cases}(x-2)(x+1) \geqslant 0,\\ 9-x^2 \geqslant 0.\end{cases}$ тәңсизликләр системисини йешиңлар.

Җавави: $[-3; -1] \cup [2; 3]$.

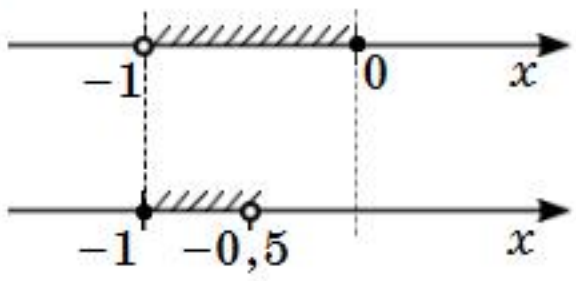
3-мисал.

$\begin{cases}x^2 - 4 \leqslant 0,\\ x^2 - 2x - 3 < 0;\end{cases}$ вә $\begin{cases}x^2 - 4x - 5 \leqslant 0,\\ x^2 + 3{,}5x + 1{,}5 < 0\end{cases}$ тәңсизликләр системилириниң умумий йешимини тапайли.

Йешилиши. Берилгән тәңсизликләр системисиниң умумий йешимини тепиш үчүн һәр системиниң йешимлири болидиған арилиқлирини тепип уларниң қийилишишини тапимиз.

$\begin{cases}x^2 - 4 \leqslant 0,\\ x^2 - 2x - 3 < 0\end{cases}$ тәңсизликләр системисиниң йешими $(-1; 0]$ арилиғи. $\begin{cases}x^2 - 4x - 5 \leqslant 0,\\ x^2 + 3{,}5x + 1{,}5 < 0\end{cases}$ тәңсизликләр системисиниң йешими $[-1; -0{,}5)$ арилиғи.

Берилгән тәңсизликләр системилириниң умумий йешими $(-1; -0{,}5)$ арилиғи болиду (44-сүрәт).



44-сүрәт

Җавави: $(-1; -0{,}5)$.

1. Бир өзгәрмиси бар сизиқлиқ әмәс тәңсизликләр системисиниң йешими немә болиду?
2. Бир өзгәрмиси бар сизиқлиқ әмәс тәңсизликләр системисиниң қанчә йешими болуши мүмкин?

Көнүкмиләр

A

Берилгән тәңсизликләр системисини йешиңлар **(20.1—20.5)**:

20.1. 1) $\begin{cases}x^2 - 4 \leqslant 0,\\ 3x - 2 < 0;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}x^2 - 9 \leqslant 0,\\ 2x - 5 < 0;\end{cases}$ 3) $\begin{cases}x^2 - 9 > 0,\\ 3x - 2 \geqslant 0;\end{cases}$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4) $\begin{cases} x^2 - 1 > 0, \\ 2x - 7 \leqslant 0; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 - 2x \leqslant 0, \\ 2x - 5 < 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 2x - 9 \leqslant 0, \\ 2x^2 - 5x < 0; \end{cases}$

7) $\begin{cases} 3x - 7 \leqslant 0, \\ -2x^2 + 5x \geqslant 0; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 2x - 4{,}6 \leqslant 0, \\ 2x^2 - 7x \leqslant 0; \end{cases}$ 9) $\begin{cases} 1{,}2x - 9 \leqslant 0, \\ -3x^2 - 5x \geqslant 0; \end{cases}$

10) $\begin{cases} 2x - 6{,}9 \leqslant 0, \\ -2x^2 + 7x < 0; \end{cases}$ 11) $\begin{cases} 3x - 8{,}9 \leqslant 0, \\ 2{,}5x^2 - 9x < 0; \end{cases}$ 12) $\begin{cases} 4x - 16{,}8 \leqslant 0, \\ -4x^2 + 7x \geqslant 0. \end{cases}$

20.2. 1) $\begin{cases} x^2 \leqslant 16, \\ x^2 > 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 \leqslant 36, \\ (x-1)^2 > 9; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x^2 \geqslant 6, \\ (x-2)^2 < 16; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x^2 > 32, \\ (x-2)^2 > 9; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} x^2 > 18, \\ (x+3)^2 \leqslant 25; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 2x^2 < 4{,}5, \\ (x+1)^2 \geqslant 9; \end{cases}$

7) $\begin{cases} 3x^2 > 0{,}12, \\ (2x-1)^2 < 16; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 4x^2 \leqslant 0{,}36, \\ (3x-5)^2 > 49. \end{cases}$

20.3. 1) $\begin{cases} x^2 + 2x > 0, \\ (x-2{,}3)^2 \leqslant 25; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} -2x^2 + 6x > 0, \\ (2x+3)^2 \leqslant 16; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 4x - x^2 \leqslant 0, \\ (x-2)^2 > 1; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 5x - x^2 < 0, \\ (3x-2)^2 > 9; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 5x + x^2 \leqslant 0, \\ (x+2)^2 > 4; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 7x - 3x^2 \leqslant 0, \\ (x-2)^2 > 1{,}44; \end{cases}$

7) $\begin{cases} 5{,}2x - 4x^2 \leqslant 0, \\ (3x-2)^2 \leqslant 2{,}25; \end{cases}$ 8) $\begin{cases} 1{,}4x + x^2 \leqslant 0, \\ (2x+3)^2 > 0{,}25. \end{cases}$

20.4. 1) $\begin{cases} 4x - 4 - x^2 > 0, \\ (3x-2)^2 > 3{,}61; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5 + 4x - x^2 > 0, \\ 3x^2 + x - 2 > 0; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 7x - 4 - 3x^2 \leqslant 0, \\ 2x^2 + 3x - 5 > 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 3x^2 - x > 4, \\ 2x^2 - 7x \leqslant -5; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 14 - 3x - 2x^2 < 0, \\ 3x^2 + 5x > 8; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} -7 - 3x + 4x^2 < 0, \\ 5x^2 + 7x > 6. \end{cases}$

20.5. 1) $\begin{cases} 9 - 7x - 2x^2 < 0, \\ 3x^2 + 5x \geqslant 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 32 - 5x - 3x^2 < 0, \\ -3x^2 + 5x > -8; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 10 - 3x - x^2 \geqslant 0, \\ 3x - 5x^2 > 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 14 - 3x - 2x^2 < 0, \\ 3x^2 + 5x > 8; \end{cases}$ 5) $\begin{cases} 17 - 9x - 8x^2 < 0, \\ 2{,}6x^2 - 3x > 0; \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 5{,}4 - 3{,}4x - 2x^2 \geqslant 0, \\ -3x^2 + 7{,}5x > 0. \end{cases}$

20.6. Берилгән функцияләрниң еникликлиниш саһасини тепиңлар:

1) 2) $y = \sqrt{x^2 - 4x + 3} + \sqrt{2x^2 - 18}$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $y = \sqrt{x^2 - 4x + 5} + \sqrt{9 - x^2}$; 4) $y = \sqrt{5x^2 - 4x - 12} + \sqrt{25 - x^2}$;

5) $y = \sqrt{-3x^2 + 4x + 15} + \sqrt{x^2 - 49}$; 6) $y = \sqrt{2x^2 - 3x - 2} + \sqrt{64 - x^2}$.

20.7. Тәңсизликләр системисини йешиңлар:

1) $\begin{cases} x^2 + 5x - 6 \leqslant 0, \\ |x| > 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 + x - 6 \leqslant 0, \\ |x| \leqslant 1; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2 + 5x - 7 > 0, \\ |x| \geqslant 3; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x^2 + 5x - 8 \leqslant 0, \\ |x| \leqslant 2. \end{cases}$

В

20.8. Берилгән қош тәңсизликләр x өзгәрмисиниң қандақ мәнасида орунлиниду:

1) 0 m $x^2 - 4x < 5$; 2) $-2 < 3x^2 - 4x - 1 < 2$;

3) 2 m $2x^2 - 5x + 2 < 4$; 4) -2 m $x^2 - 4x < 5$?

20.9. Тәңсизликләр системилирини йешиңлар:

1) $\begin{cases} x^2 - 5x + 6 \geqslant 0, \\ 5x^2 - 3x - 2 < 0, \\ x^2 < 4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 - x - 6 < 0, \\ 4x^2 - 7x + 3 > 0, \\ x^2 < 9; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 + 5x - 6 \geqslant 0, \\ 3x^2 - 7x + 4 \geqslant 0, \\ x^2 \geqslant 1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2 - 2x - 8 > 0, \\ 2x^2 - 7x + 5 \leqslant 0, \\ x^2 - 16 > 0. \end{cases}$

20.10. Берилгән функцияләрниң ениқлиниш саһасини тепиңлар:

1) $y = \sqrt{\dfrac{4x - 2}{5 - x}} + \sqrt{2x^2 + 7x + 5} + \dfrac{1}{2x}$;

2) $y = \sqrt{\dfrac{3x - 5}{4 - x}} + \sqrt{3x^2 + 7x + 4} + \dfrac{1}{2x - 1}$;

3) $y = \sqrt{\dfrac{7 - 2x}{3 - x}} + \sqrt{-3x^2 + 7x - 4} + \dfrac{1}{4x - 1}$;

4) $y = \sqrt{\dfrac{1 - 3x}{6 - 4x}} + \sqrt{x^2 + 5x + 4} + \dfrac{1}{2 - x}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Тәңсизликләр системилирини йешиңлар (**20.11—20.14**):

20.11. 1) $\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{x}{4} \geqslant 0, \\ \frac{3-2x}{x-2} > 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{2}{x} - \frac{x}{2} > 0, \\ \frac{5-2x}{3x-4} > 2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \frac{3}{x} - \frac{x}{3} \leqslant 0, \\ \frac{7-5x}{4x-5} \leqslant 2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{4}{x} - \frac{x}{3} < 0, \\ \frac{9-4x}{5x-6} \leqslant 1. \end{cases}$

20.12. 1) $\begin{cases} \frac{x^2-4}{x+2} \geqslant 0, \\ \frac{2x^2-7x+8}{x^2+2} > 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x^2-9}{4-x} \geqslant 0, \\ \frac{2x^2-7x+8}{x^2-4} > 2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{x^2-9}{4-x} \geqslant 0, \\ \frac{2x^2-7x+8}{x^2-4} < 1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x^2-16}{5-x} \geqslant 0, \\ \frac{x^2-7x-8}{x^2-8} \leqslant 2. \end{cases}$

20.13. 1) $\begin{cases} \frac{x^2-9}{4-x} \geqslant 1, \\ \frac{x^2-5x-4}{x^2-4} > 1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x^2-9}{5-2x} < 1, \\ \frac{2x^2-5x-3}{x^2-1} \geqslant 1; \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{2x^2-9}{3-x} \geqslant 2, \\ \frac{x^2-5x-4}{1-x^2} \leqslant 2; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x^2-9}{4-x} \geqslant 1, \\ \frac{x^2-3x-14}{x^2-4} < 3. \end{cases}$

20.14. 1) $\begin{cases} |x-2| \geqslant 4, \\ \frac{x^2-5x+4}{x^2-4} > 2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} |3x-2| \geqslant 5, \\ \frac{3x^2-7x+8}{x^2-1} \leqslant 2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} |x+3| < 6, \\ \frac{x^2-7x+8}{x^2-4} > 1; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} |x+5| < 1, \\ \frac{x^2-7x+8}{x^2-2} > 2. \end{cases}$

C

20.15. Өзгәрминиң қандақ мәнасида берилгән ипадиләрниң маһийити болиду:

1) $\frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{\sqrt{4-x^2}} - \frac{3}{\sqrt{3x+1}}$; 2) $\frac{\sqrt{x^2-4x-5}}{\sqrt{9-4x^2}} - \frac{3}{\sqrt{2x+5}}$;

3) $\frac{\sqrt{-x^2+4x+3}}{\sqrt{16-x^2}} - \frac{5}{\sqrt{5-3x}}$; 4) $\frac{\sqrt{-3x^2+7x-4}}{\sqrt{25-x^2}} - \frac{7}{\sqrt{15-3x}}$?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

20.16. Тәңсизликләр системисинің әң кичик пүтүн йешимини тепиңлар:

1) $\begin{cases} x^2 - 2x - 8 \leqslant 2, \\ (x-3)(x+1) > 0, \\ |x - 0{,}2| > 1; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 - 2x - 6 < 2, \\ (2x-3)(x+4) > 0, \\ |x - 1{,}2| \leqslant 2; \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2 - 4x - 11 \leqslant 1, \\ (x-2)(3x-1) \geqslant 0, \\ |3x - 0{,}2| > 3; \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2 - 5x + 8 > 2, \\ (x-4)(x+1) < 0, \\ |x - 0{,}2| \leqslant 4. \end{cases}$

20.17. Тәңсизликләр системисини йешиңлар:

1) $\begin{cases} (x+3)^2 + 4(x-2) \leqslant (2x-1)^2, \\ 2x^2 - 7x - 9 \leqslant 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} (3x+4)^2 + 4(x-3) \leqslant (2x-2)^2, \\ x^2 + 7x - 8 \leqslant 0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} (2x-3)^2 - 2(x-2) \leqslant (2x-3)^2 + 4, \\ 2x^2 - 7x - 5 \leqslant 4; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 5(x-3) - 4(x-2)^2 \leqslant 3 - (2x-1)^2, \\ 3x^2 - 5x + 8 > 0. \end{cases}$

20.18. Берилгән функцияниң еникликниш саһасини тепиңлар вә x өзгәрмисиниң әң чоң мәнасини көрситиңлар:

1) $y = \dfrac{\sqrt{-2x^2 + 5x - 3}}{\sqrt{9 - x^2}} - \dfrac{3}{\sqrt{2x-1}}$; 2) .

20.19. Өзгәрмиси модуль бәлгүсиниң ичидә берилгән тәңсизликни йешиңлар:

1) $\begin{cases} x^2 - 4x + 2 \geqslant -1, \\ x^2 - |x| \leqslant 0; \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2 - 2x - 5 \geqslant 10, \\ x^2 + |x| - 6 > 0; \end{cases}$

3) $\begin{cases} -x^2 - 4x + 2 < -6, \\ x^2 - 2|x| - 24 \leqslant 0; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 3x^2 - 4x \geqslant -1, \\ x^2 - |x| - 6 \leqslant 0. \end{cases}$

20.20. Тәңсизликләр системилириниң умумий йешиминиң жиғиндисини тепиңлар:

1) $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} -x^2 \leqslant 9, \\ x^2 - 5x + 6 < 0; \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 4 \geqslant 9, \\ 2{,}5x - x^2 > 0; \end{cases} \end{array}\right.$

2) $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} |x| \leqslant 5, \\ |x| > 3; \end{cases} \\ \begin{cases} x^2 - 16 \geqslant 0, \\ x^2 - 8x < 0. \end{cases} \end{array}\right.$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

8-СИНИП АЛГЕБРА КУРСИНИ ТӘКРАРЛАШҚА БЕҒИШЛАНҒАН КӨНҮКМИЛӘР

ҺЕСАПЛАШЛАР

1. Берилгән ипадиләрниң мәнасини һесаплаңлар:

1) $5 - \left(3\sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt{0,25}\right) - 2;$

2) $\left(\sqrt{0,25} + 3\sqrt{121}\right) : \left(\frac{2}{3}\sqrt{0,09} + 0,78\sqrt{100}\right) - 6;$

3) $11 : \left(0,15\sqrt{1600} - 0,29\sqrt{400}\right) - 55;$

4) $\left(-6\sqrt{\frac{1}{4}} + \frac{\sqrt{324}}{2} \cdot \frac{\sqrt{0,16}}{0,2}\right) : \sqrt{25} - 2.$

2. 1) $a = 2;\ 2,2;\ 5,2;\ 22$ болса, $\sqrt{5a-10}$;

2) $a = 1;\ -1,5;\ -15;\ -37,5$ болса, $\sqrt{6-2a}$;

3) $c = 0;\ 1;\ 16;\ 6,25$ болса, $\frac{3+\sqrt{c}}{3-\sqrt{c}}$;

4) $a = 0,\ b = 0$ вә $a = 4,\ b = 7$ болса, $\sqrt{2a-b}$ ипадилириниң мәнасини тепиңлар.

3. Берилгән ипадиләрниң мәнасини тепиңлар:

1) $2 + \sqrt{0,16} + \left(2\sqrt{0,1}\right)^2;$ 2) $(3\sqrt{3})^2 + (-3\sqrt{3})^2 - 2;$

3) $(0,2\sqrt{10})^2 + 0,5\sqrt{16} + 3;$ 4) $(-5\sqrt{2})^2 - (-2\sqrt{5})^2 - 4.$

4. $y = \sqrt{x}$ функциясиниң графигини пайдилинип, берилгән санларни селиштуруңлар:

1) $\sqrt{5,4}$ вә $\sqrt{5,6}$; 2) $\sqrt{2,34}$ вә $\sqrt{2\frac{1}{6}}$;

3) $\sqrt{7,1}$ вә $2,6$; 4) [illegible] вә $\sqrt{\frac{6}{11}}$;

5) $3,2$ вә $\sqrt{9,7}$.

5. Берилгән ипадиләрниң мәнасини һесаплаңлар:

1) $\sqrt{196 \cdot 0,81 \cdot 0,36} + 1;$ 2) $\sqrt{0,87 \cdot 49 + 0,82 \cdot 49} - 2;$

3) $\sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4} + 3.$

6. Берилгән томурларниң мәнасини тепиңлар:

1) $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$; 2) $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}$; 3) $\sqrt{\frac{98}{176^2 - 112^2}}$; 4) $\sqrt{\frac{145,5^2 - 96,5^2}{193,5^2 - 31,5^2}}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7. Әгәр ипадиниң маһийити болса, мәнасини тепиңлар:

1) $\sqrt{(-12)^2} - \sqrt{10^2} + \sqrt{-(-15)^2}$;

2) $-$ [redacted] $-\sqrt{(-11)^2} - \sqrt{(-25)^2}$.

8. Һесапланңлар:

1) $3\sqrt{(-2)^6} + 0{,}1\sqrt{2^{10}} - \sqrt{(-2)^{12}}$;

2) $-2\sqrt{10^4} - 0{,}1\sqrt{(-3)^8} + 2{,}5\sqrt{(-0{,}1)^4}$.

9. Берилгән ипадиләрниң мәнасини тепиңлар:

1) $\sqrt{4^3}$; 2) $\sqrt{16^5}$; 3) $\sqrt{8 \cdot 162}$;

4) $\sqrt{750 \cdot 270}$; 5) $\sqrt{9^5}$; 6) $\sqrt{25^3}$;

7) $\sqrt{96 \cdot 486}$; 8) $\sqrt{1848 \cdot 462}$.

10. Өзгәрминиң қандақ мәнасида берилгән тәңликләр һәқиқәт болиду:

1) $\sqrt{y^4} = y^2$; 2) $\sqrt{x^6} = x^3$; 3) $\sqrt{a^{14}} = -a^7$;

4) $\sqrt{x^{12}} = x^6$; 5) $\sqrt{c^{10}} = -c^5$; 6) $\sqrt{b^2} = b$;

7) $\sqrt{x^2} = \left(\sqrt{x}\right)^2$?

11. Берилгән санларни өсүш рети билән йезиңлар:

1) $\frac{2}{3}\sqrt{72}, \sqrt{30}$ вә $7\sqrt{2}$;

2) $8\sqrt{0{,}2}$, $\sqrt{41}$ вә $\frac{2}{5}\sqrt{250}$;

3) $5\sqrt{\frac{7}{2}}$, $\sqrt{17}$ вә $\frac{1}{2}\sqrt{62}$;

4) $12\sqrt{0{,}5}$, $\sqrt{89}$ вә $\frac{3}{4}\sqrt{160}$.

ИПАДИЛӘРНИ ТӘҢМУ-ТӘҢ ТҮРЛӘНДҮРҮШ

12. Берилгән ипадиләрни түрләндүрүңлар:

1) $\sqrt{a^4 b^4}$:

2) $\sqrt{\frac{16a^{12}}{b^{10}}}$, бу йәрдә $b > 0$;

3) $\sqrt{b^6 c^8}$, бу йәрдә b | 0;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4) $\sqrt{16x^4y^{12}}$;

5) $\sqrt{\frac{4x^2}{y^6}}$, бу йәрдә $x < 0$, $y < 0$;

6) $\sqrt{0,25p^2y^6}$, бу йәрдә p l 0, y m 0.

13. Көпәйткүчни томур бәлгүсиниң алдиға чиқириңлар:

1) $\sqrt{(-2c)^2}$;
2) $\sqrt{(-c)^2(-x)^4}$;
3) $0,5\sqrt{60c^2}$;
4) $0,1\sqrt{75a^3}$;
5) $a\sqrt{18a^2y}$;
6) $0,5\sqrt{144c^2}$;
7) $0,2\sqrt{225a^5}$;
8) $-m\sqrt{81ym^4}$.

14. Көпәйткүчни томур бәлгүсиниң алдиға чиқириңлар:

1) $\sqrt{9a^2b}$, бу йәрдә $a < 0$;
2) $\sqrt{-3c^3}$;
3) $2,1\sqrt{300x^4}$, бу йәрдә $x > 0$;
4) $\sqrt{-5m^7}$;
5) $\sqrt{32a^4x^3}$;
6) $a\sqrt{a^5}$;
7) $\sqrt{144a^3b^3}$, бу йәрдә $a < 0$, $b < 0$;
8) $\frac{1}{x}\sqrt{-x^3}$.

15. Көпәйткүчни томур бәлгүсиниң ичигә киргүзүңлар:

1) $a\sqrt{3}$, бу йәрдә a l 0;
2) $x\sqrt{\frac{2}{x}}$;
3) $a\sqrt{3}$, бу йәрдә $a < 0$;
4) $x\sqrt{-\frac{2}{x}}$;
5) $c\sqrt{3c}$;
6) $c\sqrt{3c^4}$.

16. Өзгәрминиң қандақ мәнасида берилгән тәңликләр тоғра (һәқиқәт) болиду:

1) $x\sqrt{3} = \sqrt{3x^2}$;
2) $\sqrt{13a^2} = -a\sqrt{13}$;
3) $y\sqrt{5} = -\sqrt{5y^2}$;
4) $\sqrt{5x^2} = x\sqrt{5}$?

17. Көпәйткүчни томур бәлгүсиниң ичигә киргүзүңлар:

1) $2x^2\sqrt{\frac{1}{x}}$;

2) $3a^2b^2\sqrt{\frac{b}{a}}$, бу йәрдә $a > 0$, $b > 0$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $4\,ab\sqrt{\frac{a}{4b}}$, бу йәрдә $a < 0$, $b < 0$;

4) $-a^4\sqrt{7}$;

5) $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^3}{a}}$, бу йәрдә $a < 0$, $b < 0$;

6) $6x$ ☒ .

18. Ипадиләрниң мәнасини һесаплаңлар:

1) $x = 1 - 2\sqrt{5}$ болғанда, $x^2 - 6$;

2) $x = 2 + \sqrt{3}$ болғанда, $x^2 - 4x + 5$;

3) $x = 3 - \sqrt{3}$ болғанда, $x^2 - 6x$;

4) $x = \frac{3 - \sqrt{2}}{2}$ болғанда, $x^2 - 3x + 6$.

19. Берилгән ипадиләрниң мәнаси натурал сан болидиғанлиғини испатлаңлар:

1) $\sqrt{7 - 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} \cdot \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$;

2) $\left(\sqrt{5 - 2\sqrt{6}} + \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}\right) \cdot \sqrt{3} + 3$.

20. Берилгән ипадиләрниң мәнасини тепиңлар:

1) $\frac{3}{11 - 2\sqrt{10}} + \frac{3}{11 + 2\sqrt{10}}$; 2) $\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$.

21. Ипадиләрниң мәнасини тепиңлар:

1) $\frac{5}{3 - 2\sqrt{2}} + \frac{5}{3 + 2\sqrt{2}}$; 2) $\frac{11 + \sqrt{21}}{11 - \sqrt{21}} + \frac{11 - \sqrt{21}}{11 + \sqrt{21}}$.

22. Берилгән ипадиләрниң мәнаси рационал сан болидиғанлиғини испатлаңлар:

1) $\frac{1}{5\sqrt{2} - 6} - \frac{1}{5\sqrt{2} + 6}$; 2) $\frac{1}{5 + 4\sqrt{7}} + \frac{1}{5 - 4\sqrt{7}}$.

23. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:

1) $\sqrt{6 - 4\sqrt{2}} = 2 - \sqrt{2}$; 2) $\sqrt{8\sqrt{2} + 18} = \sqrt{2} + 4$.

24. $y = 3 + \sqrt{5}$ вә $x = 3 - \sqrt{5}$ болғанда, $\frac{x^2 - 3xy + y^2}{x + y + 2}$ кәсирниң мәнасини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Берилгән кәсирләрни қисқартиңлар **(25—26)**:

25. 1) $\frac{\sqrt{10}-\sqrt{30}}{\sqrt{35}-\sqrt{15}}$; 2) $\frac{2\sqrt{10}-5}{4-\sqrt{10}}$; 3) $\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-\sqrt{6}}{2+\sqrt{6}-\sqrt{2}}$;

4) $\frac{\sqrt{15}-5}{\sqrt{6}-\sqrt{10}}$; 5) $\frac{2\sqrt{10}+5}{4+\sqrt{10}}$; 6) $\frac{(\sqrt{10}-1)^2-3}{\sqrt{10}+\sqrt{3}-1}$.

26. Кәсирләрниң мәхриҗини иррационалликтин қутулдуруңлар **(27—28)**:

1) $\frac{x\sqrt{x}+x\sqrt{y}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$; 2) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}$; 3) $\frac{2\sqrt{2}-x\sqrt{x}}{2+\sqrt{2x}+x}$; 4) $\frac{a-\sqrt{3a}+3}{a\sqrt{a}+3\sqrt{3}}$.

27. 1) $\frac{3+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$; 2) $\frac{x+\sqrt{cx}}{c\sqrt{x}}$; 3) $\frac{2\sqrt{3}-3}{5\sqrt{3}}$;

4) $\frac{2-3\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}$; 5) $\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}}$; 6) $\frac{y+b\sqrt{y}}{b\sqrt{y}}$.

28. 1) $\frac{x-2\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$; 2) $\frac{9+3\sqrt{a}+a}{3+\sqrt{a}}$; 3) $\frac{a^2b+2a\sqrt{b}+4}{a\sqrt{b}+2}$.

29. Кәсирләрниң сүритини иррационалликтин қутулдуруңлар:

1) $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{y}}{\sqrt{a}}$; 2) $\frac{7-\sqrt{x}}{49-7\sqrt{x}+x}$; 3) $\frac{x+\sqrt{b}}{x\sqrt{b}}$; 4) $\frac{\sqrt{an}+1}{an+\sqrt{an}+1}$.

30. Берилгән кәсирләрниң мәхриҗини иррационалликтин қутулдуруңлар:

1) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+1}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}-2}$.

31. x ниң қандақ мәнасида $\frac{\sqrt{x}-\sqrt{3}}{x-3}$ ипадиси әң чоң мәнаға егә болиду?

32. Ипадини ихчамлаңлар:

1) $\left(\frac{1}{x+x\sqrt{y}}+\frac{1}{x-x\sqrt{y}}\right)\cdot\frac{y-1}{4}$;

2) $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right)\cdot\frac{(a-b)^2}{6}$.

33. 15 вә 15,2 санлириниң арисидики икки рационал вә икки иррационал санни атаңлар.

34. а) A шәһиридин B шәһиригә қарап автобусниң кәйнидин 0,5 сааттин кейин йеник машина йолға чиқти. 1,1 сааттин кейин йеник машина автобусниң алдиға 2 км өтүп кәтти. Әгәр автобусниң илдамлиғи йеник машининиң илдамлиғидин 20 км/с кам болса, у чағда автобусниң илдамлиғини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ә) A пунктидин B пунктиға қарап жүк машинисиниң арқисидин 1,2 сааттин кейин автобус йолға чиқти. 0,8 сааттин кейин иккисиниң ариси 24 км болди. Әгәр автобуснің илдамлиғи жүк машинисиниң илдамлиғидин 30 км/с ошуқ болса, автобуснің илдамлиғини тепиңлар.

35. Икки бригада бирикип тапшурмини 8 саатта орунлайду. Биринчи бригада ялғуз ишлисә, мошу тапшурмини иккинчи бригадиға қариғанда 12 саат чапсан орунлайду. Биринчи бригада айрим ишлисә, тапшурмини қанчә саатта орунлайду?

36. Моторлуқ қолвақ еқим бойичә, еқимға қарши үзгән вақтиға қариғанда 0,5 саат аз сәрип қилди. У еқим бойичә 7 км, еқимға қарши 10 км үзди. Қолвақниң тохтам судики илдамлиғи 12 км/с болса еқимға қарши илдамлиғини тепиңлар.

ТӘҢЛИМИЛӘР ВӘ ТӘҢСИЗЛИКЛӘР

Берилгән тәңлимиләрни йешиңлар **(37—41):**

37. 1) $5\sqrt{x} = 15$; 2) $\frac{1}{2\sqrt{x}} = 1$; 3) $\frac{2}{\sqrt{3x}} = 1$;

4) $3 + \sqrt{3x} = 18$; 5) $\sqrt{x - 4} = 6$.

38. 1) $3\sqrt{x} = 12x$; 2) $\frac{x}{2\sqrt{x}} = 1$; 3) $\frac{4x}{\sqrt{3x}} = 3$;

4) $x + \sqrt{x} = 12$; 5) $x + \sqrt{x - 4} = 6$.

39. 1) $x^2 - 3x - 12 = 6$; 2) $x^2 - 9x - 4 = 1$;

3) $x^2 + 8x = 16 - 2x$; 4) $x^2 + x - 3 = 1 - 5x$.

40. 1) $-x^2 + 13x - 12 = 6x$; 2) $9x - x^2 = -4 + 2x$;

3) $-x^2 + 5x = 18 - 2x$; 4) $x - 2x^2 - 4 = -1 - 5x$.

41. 1) $\frac{1}{x^2 - 10x + 25} + \frac{10}{25 - x^2} = \frac{1}{x + 5}$;

2) $\frac{2}{x^2 + 12x + 36} - \frac{12}{36 - x^2} = \frac{1}{x - 6}$.

42. 1) Икки пүтүн томури бар; 2) икки рационал томури бар;

3) икки иррационал томури бар; 4) һәқиқий томурлири йоқ $x^2 - a = 0$ түридики тәңлимигә мисаллар кәлтүрүңлар.

43. Берилгән тәңлимиләрниң томурини тепиңлар:

1) $x^2 - 2|x| - 15 = 0$; 2) $x^2 - 12|x| + 2 = 0$;

3) $4|x| - x^2 - 2x + 8 = 0$; 4) $x^2 - 2|x - 1| - 15 = 0$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

44. Тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $\frac{x^3 - 8}{2x - 4} = 12x - 18$; 2) $\frac{8x^3 + 27}{4x + 6} = 5x + 21$;

3) $\frac{x^4 - 625}{25 - x^2} = -8x - 90$; 4) $\frac{x^3 - 125}{x - 5} = 8x + 35$.

45. 1) Икки пүтүн томури бар; 2) икки рационал томури бар;
3) икки иррационал томури бар; 4) һәқиқий томурлири йоқ
$(x - c)^2 - a = 0$ түридики тәңлимигә мисаллар кәлтүрүңлар.

Өзгәрмиси модуль бәлгүсиниң ичидә берилгән тәңлимиләрни йешиңлар **(46—48)**:

46. 1) $-|x| - 2x + 5 = 3 - x$; 2) $3|x| + 5x + 5 = 4 - x$;
3) $4|x| - 7x + 12 = 3 + 4x$; 4) $2|x| - 4x = 13 - 3x$.

47. 1) $|x + 2| = |x - 3|$;
2) $2|x - 2| = |x + 5| + x$;
3) $|2x - 1| = |x + 4| - 3x$;
4) $|5x + 2| + 3x - 1 = |3x - 3| - 2$.

48. 1) $x^2 - 2|x| - 48 = 0$; 2) $3x^2 - 2|x| + 3x - 8 = 0$;
3) $x^2 - 2|x - 2| - 46 = 0$; 4) $-2x^2 + 2|x - 2| + 4 = 0$.

49. 1) $2x^2 - x + 3a - 6 = 0$; 2) $x^2 - 4x + a^2 - 16 = 0$;
3) $x^2 - (a + 4)x + 2a^2 - 8 = 0$; 4) $3x^2 - ax + 4a + 6 = 0$
тәңлимилириниң томурлириниң бири нөл болидиған a параметриниң мәнасини тепиңлар.

50. a параметриниң қандақ мәнасида:
1) $x^2 - (2a - 6)x - 4 = 0$;
2) $3x^2 - (3a + 12)x - 24 = 0$;
3) $-4x^2 - (2a^2 - 8)x + 16 = 0$;
4) $0,5x^2 - (a^2 - 16)x - 4 - a = 0$
тәңлимилириниң томурлири модуль бойичә тәң, бирақ тамғилири бойичә қариму-қарши болиду?

51. a параметриниң қандақ мәнасида:
1) $x^2 - 2(a - 2)x + 3a = 0$;
2) $x^2 + 2(a - 3)x + 4 - a = 0$;
3) $ax^2 - 2(a + 3)x + 4a - 1 = 0$;
4) $ax^2 + 4(a - 5)x + 4a^2 - 3 = 0$
тәңлимилириниң һәқиқий томурлири бар?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

52. $x^2 - 5x - 9 = 0$ тәңлимисиниң томурлирини hесаплимай

1) $x_1^2 + x_2^2$; 2) $x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2$;

3) $x_1^3 + x_2^3$; 4) $x_1^4 + x_2^4 + x_1 x_2$

қошундилирини тепиңлар.

53. $2x^2 + 4x - 1 = 0$ тәңлимисиниң томурлирини hесаплимай

1) $x_1^2 + x_2^2$; 2) $x_1^3 x_2 + x_1 x_2^3$;

3) $x_1^3 + x_2^3 - 2x_1 x_2$; 4) $x_1^4 + x_2^4 - 3x_1 x_2$

қошундилирини тепиңлар.

Йеңи өзгәрмә киргүзүш усули билән берилгән тәңлимиләрни йешиңлар **(54—57)**:

54. 1) $(x + 1)^2 (x^2 + 2x) = 30$;

2) $(x - 2)^2 (x^2 - 4x) = 16$;

3) $(x^2 - 2x + 5)(x^2 - 2x - 1) = 12$;

4) $(x^2 + 2x + 3)(x^2 + 2x + 1) = 3$.

55. 1) $(x + 1)^4 - (x^2 + 2x + 1) = 30$;

2) $(x - 2)^4 + (x^2 - 4x) = 16$;

3) $(x^2 - 3x + 3)(x^2 - 3x - 1) = 12$;

4) $(x^2 + 3x + 3)(x^2 + 3x + 1) = -1$.

56. 1) $x^2 - 2\left(\sqrt{x}\right)^2 - 8 = 0$; 2) $x^2 - 2\left(\sqrt{x - 2}\right)^2 - 7 = 0$.

57. 1) $(x^2 - 25)\sqrt{3 - x} = 0$; 2) $(x^2 - 36)\sqrt{5 - 2x} = 0$;

3) $(49 - x^2)\sqrt{5 - x} = 0$; 4) $(64 - x^2)\sqrt{3x - 8} = 0$.

58. x өзгәрмисиниң мүмкин болидиған мәналирини тепиңлар:

1) $\sqrt{x^3}$; 2) $\sqrt{x^2 + 1}$; 3) $\sqrt{-x^2}$;

4) $\sqrt{x^4}$; 5) $\sqrt{(4 - x)^2}$; 6) $\sqrt{-x^3}$.

59. Өзгәрминиң қандақ мәнасида берилгән ипадиләр маhийәткә егә:

1) $\frac{4}{\sqrt{x}}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{x} + 2}$;

3) $\frac{5}{\sqrt{x} - 1}$; 4) $\frac{3x}{x^2 - 9} + \frac{1}{\sqrt{x - 1}}$?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

60. Тәңлимиләрни йешиңлар:

1) $\sqrt{1+\sqrt{2+\sqrt{x}}}=4$; 2) $\sqrt{2+\sqrt{\sqrt{x}-1}}=4$.

61. Тәңсизликләрни йешиңлар:

1) $(x-10)(x+5)(x-6) \mid 0$; 2) $(x+2)(x-7)(x+11) \mathrm{m} 0$;

3) $\frac{x+5}{x-6} \mid 0$; 4) $\frac{x-7}{x+2} \mathrm{m} 0$;

5) $\frac{x}{x-7} \mid 2$; 6) $\frac{x}{6+x} \mathrm{m} -1$;

7) $(x-1)(x-2)^2(x-3)<0$; 8) $(x+3)^2(x+2)(x+1)>0$.

62. Квадрат функциянің графигини вә интерваллар усулини пайдилинип, тәңсизликләрни йешиңлар:

1) $x^2-2x-15 \mid 0$; 2) $-x^2-2x+15 \mathrm{m} 0$.

63. Тәңсизликләрни йешиңлар:

1) $6x^2-13x-5>0$; 2) $4x^2+33x-27<0$.

64. Тәңсизликни қанаәтләндүридиған әң кичик натурал санни тепиңлар:

1) $\frac{x+1}{x-5} \mathrm{m} 0$; 2) $\frac{10-x}{x-2} \mid 0$.

65. Тәңсизликни қанаәтләндүридиған әң чоң натурал санни тепиңлар:

1) $(2-x)(x-8)^2 \mid 0$; 2) $(x-3)^2(x-9)<0$.

66. Тәңсизликни қанаәтләндүридиған әң кичик пүтүн санни тепиңлар:

1) $\frac{x^2-81}{x}>0$; 2) $\frac{7x-x^2}{x+7} \mathrm{m} 0$.

67. Тәңсизликни қанаәтләндүридиған әң чоң пүтүн санни тепиңлар:

1) $(x+5)(x-6)^2<0$; 2) $(x+6)^2(5-x)>0$.

68. Тәңсизликләрни йешиңлар:

1) ☒ 2) $\begin{cases} 6x-x^2<0; \\ -4-x \geqslant 0. \end{cases}$

69. 1) Тәңсизликләр системисини қанаәтләндүридиған әң кичик вә әң чоң натурал санни тепиңлар:

$$\begin{cases} -x^2+6x+16>0, \\ x^2-12x+27<0. \end{cases}$$

2) Тәңсизликләр системисини қанаәтләндүридиған әң чоң вә әң кичик пүтүн санларниң қошундисини тепиңлар:

$$\begin{cases} x^2+8x+7 \geqslant 0, \\ x^2+15x+36<0. \end{cases}$$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

70. Тәңсизликләр системисини йешиңлар:

1) $\begin{cases} |x| \geqslant 5; \\ 6 + x > 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} |x| \leqslant 4; \\ -3 - x \leqslant 0. \end{cases}$

71. 1) Тәңсизликләр системисини қанаәтләндүридиған пүтүн санларниң қошундисини тепиңлар: $\begin{cases} |2x - 3| \leqslant 1, \\ x^2 + x > 0. \end{cases}$

2) Тәңсизликләр системисини қанаәтләндүридиған барлиқ пүтүн санларни тепиңлар:

$$\begin{cases} |2x + 5| \leqslant 3, \\ x^2 - 5x - 24 \leqslant 0. \end{cases}$$

72. 1) $\frac{2x}{x-1} + \frac{3x-1}{x^2-4} < 2$ тәңсизлигини йешиңлар вә [−3; 1] кесиндисигә тәәллуқ пүтүн йешимлириниң қошундисини тепиңлар;

2) $\frac{2x}{x-1} + \frac{x-1}{x^2-4} < 2$ тәңсизлигини йешиңлар вә [−4; 0] кесиндисигә тәәллуқ пүтүн йешимлириниң қошундисини тепиңлар.

73. Координатилири берилгән тәңсизликләрни қанаәтләндүридиған чекитләр жиғиндисини координата тәкшилигидә штрихлап көрситиңлар:

1) $\begin{cases} y < x^2; \\ x - 5 \geqslant 0; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leqslant 4; \\ x - y < 2. \end{cases}$

74. Тәңсизликни йешиңлар:

1) $\frac{(x^2 - x - 6)(x+2)^2}{(x-5)(x^2-9)} \text{ m} 0;$ 2) $\frac{(x^2 - 2x - 15)(x+2)^2}{(x-4)(x^2-25)} \text{ m} 0.$

ФУНКЦИЯ ВӘ УНИҢ ГРАФИГИ

75. $y = f(x)$ функциялириниң графигини селиңлар:

1) $f(x) = x^2 - 4{,}5;$ 2) $f(x) = x^2 + 0{,}5;$

3) $f(x) = -x^2 - 0{,}5;$ 4) $f(x) = -x^2 + 1{,}5.$

76. 1) $y = \frac{1}{2}x^2 - 3;$ 2) $y = -0{,}6x + 3x^2;$

3) $y = -1\frac{2}{3}x + 3x^2;$ 4) $y = 7{,}5x - 3x^2$

функциялири графиклириниң Ox вә Oy оқлири билән қийилишиш чекитиниң координатилирини тепиңлар.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

77. Берилгән функцияләрниң графигини селиңлар:

1) $y = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$; 2) $y = \frac{-2\sqrt{x^2}}{x}$;

3) $y = x\sqrt{x^2}$; 4) $y = -x\sqrt{x^2}$.

$y = f(x)$ функциясиниң графигини селиңлар. Графиктин өзгәрминиң қандақ мәнасида функцияниң: а) иҗабий мәна; ә) сәлбий мәна қобул қилидиғинини еиқлаңлар; б) функцияләрниң әң чоң вә әң кичик мәналирини тепиңлар **(78—80)**:

78. 1) $f(x) = x^2 - 4$; 2) $f(x) = 2x^2 - 1{,}5$;

3) $f(x) = -4x^2 + 1$; 4) $f(x) = -1{,}5x^2 - 0{,}5$.

79. 1) $f(x) = 3x - 5x^2$; 2) $f(x) = 2x + 4x^2$;

3) $f(x) = -3x + 6x^2$; 4) $f(x) = -x^2 - 12x$.

80. 1) $f(x) = -3x + 6x^2 + 2$; 2) $f(x) = 3 - x + 2x^2$;

3) $f(x) = -3|x| + x^2 - 1$; 4) $f(x) = 10 - 3|x| - x^2$.

Берилгән функцияләрниң графигини селиңлар **(81—83)**:

81. 1) $y = \sqrt{x - 2{,}5}$; 2) $y = \sqrt{x + 4{,}5}$;

3) $y = 1 + \sqrt{3 - 4x}$; 4) $y = 2 + \sqrt{5 - 2x}$.

82. 1) $y = -\sqrt{x - 4}$; 2) $y = -\sqrt{x + 6}$;

3) $y = 2 - \sqrt{4 - 2x}$; 4) $y = 3 - \sqrt{7 - 3x}$.

83. 1) $y = |x + 4|$; 2) $y = |x^2 - 4|$;

3) $y = 2|x^2 - 1|$; 4) $y = -|x^2 - 2|$.

84. Берилгән тәңлимиләрни графиклиқ усул билән йешип, томурниң йеқинлашқан мәнасини йезиңлар:

1) $x^2 - 4x = \frac{1}{x + 1}$; 2) $x^2 + 3x = \frac{2}{x + 2}$;

3) $2x^2 + 4x - 1 = \frac{x}{x + 2}$; 4) $-x^2 + 3x = \frac{x - 1}{x + 2}$;

5) $x^2 - 4x - 4 = \frac{x - 3}{x - 1}$; 6) $-2x^2 + 6x = \frac{x + 1}{x - 2}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

85. 2018-ж. январь ейидики Қазақстан Жумһурийити йеза, орман вә белиқ егилиги мәһсулатлириниң (көрситилидиған хизмәтләрниң) умумий һосулдарлиғи 33-жәдвәлдә берилгән.

33-жәдвәл

	Йеза, орман вә белиқ егилиги (млн.тг)	Жумлидин:		
		Йеза егилиги (млн.тг)	униң ичидә:	
			Өсүмлүк егилиги мәһсулатлири (млн.тг)	Мал-чарвичилиғи мәһсулатлири (млн.тг)
Қазақстан Жумһурийити	113 390,7	111 972,2	4 449,7	107 494,5
Ақмола	8 438,8	8 290,0	139,1	8 150,7
Ақтөбә	7 196,3	7 157,0	165,6	6 991,4
Алмута	18 550,6	18 375,6	594,1	17 776,2
Атырав	2 369,8	2 255,3	49,5	2 205,8
Ғәрбий Қазақстан	2 918,2	2 903,7	12,6	2 889,9
Жамбул	7 130,1	7 067,2	82,6	6 980,2
Қарағанда	8 150,6	8 117,3	217,2	7 897,8
Қостанай	7 992,2	7 954,4	1,4	7 953,0
Қизилорда	2 612,5	2 533,5	4,1	2 528,6
Маңғыстав	692,1	644,0	39,8	602,9
Жәнубий Қазақстан	20 483,2	20 352,7	2 795,4	17 546,1
Павлодар	6 292,2	6 250,1	165,9	6 084,2
Шималий Қазақстан	8 497,7	8 357,8	3,7	8 354,0
Шәрқий Қазақстан	11 593,1	11 421,0	21,8	11 397,7
Астана шәһири	190,9	26,5	12,5	14,0
Алмута шәһири	282,5	266,1	144,3	121,8

32-жәдвәлдики мәлуматларни вә Microsoft Office Excel программисини пайдилинип, кейинки мәналарни тепиңлар:

1) Жумһурийәт бойичә өсүмлүк егилиги мәһсулатлириниң оттура һосулдарлиғини тепиңлар;

2) Жумһурийәт бойичә орман вә белиқ егилигиниң оттура һосулдарлиғини тепиңлар;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) Жумһурийәт бойичә 2018-жилқи январь ейидики йеза, орман вә белиқ егиликлириниң ишләпчиқириш мәһсулатлири (көрситилидиған хизмәтлириниң) умумий көләми 2017-жили январь ейидики мәлчәридин 3,7% ға жуқури. 2017-жили январь ейидики мәһсулатиниң һосулдарлиғини тепиңлар.

86. 34-жәдвәлдә 2017 вә 2018-жилларниң январь ейидики сеғилған сүт мәһсулатиниң сатистикилиқ мәлуматлири берилгән.

34-жәдвәл

Өлкә	январь	
	2018 (миң тонна)	2017 (миң тонна)
Қазақстан Жумһурийити	231,1	225,7
Ақмола	14,5	14,5
Ақтөбә	5,2	5,1
Алмута	47,5	47,1
Атырав	2,5	2,3
Ғәрбий Қазақстан	3,8	3,7
Жамбул	16,2	15,8
Қарағанда	9,9	9,7
Қостанай	18,6	17,7
Қизилорда	5,3	5,3
Маңғыстав	0,1	0,1
Жәнубий Қазақстан	41,7	40,1
Павлодар	15,3	15,1
Шималий Қазақстан	16,8	16,0
Шәрқий Қазақстан	33,4	32,6
Астана шәһири	0,0	0,0
Алмута шәһири	0,3	0,3

1) 2018-жилниң январь ейида сеғилған сүт мәһсулати көпәйгән өлкиләр санини тепиңлар.

2) 2017-жилниң январь ейи билән селиштурғанда 2018-жилниң январь ейида сеғилған сүт мәһсулати қанчә пайизға өскән?

3) 2017-жилниң январь ейи билән селиштурғанда 2018-жили январь ейида сүт мәһсулати көпәйгән өлкиләр сани қанчә?

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4) 2018-жили январь ейида қайси өлкидә сүт мәһсулати әң көп вә мошу айдики әң төвән көрсәткүч билән селиштурғанда қанчә тонна көп болған?

87. 35-жәдвәлдә 2018-жилниң 1-февраль ейида жумһурийәт өлкиләрдики төгә сани (миң баш) бойичә мәлуматлар берилгән. Жәдвәлниң бош орунлирини толтуруңлар.

35-жәдвәл

Өлкә	1 февральға		Төгә санинин өсүши (миң баш)	Өсүш санинин (%) көрсәткүчи
	2018-ж.	2017-ж.		
Қазақстан Жумһурийити	191,1	177,6		
Ақмола	0,1	0,1		
Ақтөбә	16,8	16,5		
Алмута	7,2	7,0		
Атырав	30,1	29,1		
Ғәрбий Қазақстан	2,5	2,7		
Жамбул	6,0	5,7		
Қарағанда	1,4	1,3		
Қостанай	0,2	0,2		
Қизилорда	41,9	38,2		
Маңғыстав	58,4	52,4		
Жәнубий Қазақстан	25,7	23,7		
Павлодар	0,1	0,1		
Шималий Қазақстан	0,0	0,0		
Шәрқий Қазақстан	0,6	0,5		

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ГЛОССАРИЙ

a санинин арифметикилик квадрат томури	*a санинин арифметикилик квадрат томури* квадрати a ға тең болидиған сәлбий әмәс сан.
$ax^2 + bx + c$ квадрат үчәзалиқниң томури	$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) түридә берилгән *квадрат үчәзалиқниң томури* дәп, мошу квадрат үчәзалиқниң мәнасини нөлгә айландуридиған өзгәрминиң мәнасини ейтиду.
Биквадрат тәңлимә	$ax^4 + bx^2 + c = 0$ түридә берилгән тәңлимә *биквадрат тәңлимә* дәп атилиду. (Бу йәрдә x — өзгәрмә, a, b вә c – һәрқандақ санлар вә $a \neq 0$).
Асасий топлам	Тәсадипи миқдарниң қобул қилидиған барлиқ мәналириниң жиғиндиси *асасий топлам* дәп атилиду.
Кәсир-рационал тәңлимә	$P(x) = 0$ ($P(x)$ — кәсир-рационал ипадә) түридә берилгән тәңлимә *кәсир-рационал тәңлимә* дәп атилиду.
Икки санниң арифметикилик оттуриси	$\frac{a+b}{2}$ сани a вә b *санлириниң арифметикилик оттуриси* дәп атилиду.
Икки санниң геометриялик оттуриси	$\sqrt{a \cdot b}$ сани a вә b *иҗабий санлириниң геометриялик оттуриси* дәп атилиду.
Топланған чапсанлиқ	Берилгән вариантлар чапсанлиқлири билән уларға мувапиқ алдинқи вариантларниң чапсанлиқлириниң қошундисини *топланған чапсанлиқ* дәп атайду.
Иррационал сан	Чәксиз периодлуқ әмәс онлуқ кәсир түридә йезишқа болидиған сан.
Квадрат тәңлиминиң дискриминанти	$b^2 - 4ac$ ипадиси $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) тәңлимисиниң *дискриминанти* дәп атилиду. Бәлгүлиниши (йезилиши): $D = b^2 - 4ac$
Квадрат томур	*a санинин квадрат томури* дәп квадрати a саниға тең x санини ейтиду.
Квадрат тәңлимә	$ax^2 + bx + c = 0$ түридә берилгән тәңлимә *квадрат тәңлимә* дәп атилиду. Бу йәрдә x — өзгәрмә, a, b, c — һәрқандақ санлар вә $a \neq 0$.
Квадрат үчәзалиқ	$ax^2 + bx + c$ түридики көпәзалиқ *квадрат үчәзалиқ* дәп атилиду, бу йәрдә x — өзгәрмә, a, b, c — һәрқандақ санлар — квадрат үчәзалиқниң коэффициентлири вә $a \neq 0$.
Квадрат тәңсизлик	$y = ax^2 + bx + c$	0, $ax^2 + bx + c > 0$ вә $ax^2 + bx + c < 0$, $ax^2 + bx + c$ m 0 (бу йәрдә x — өзгәрмә, a, b, c – санлар, $a \neq 0$) түридә берилгән тәңсизликләр бир өзгәрмиси бар иккинчи дәриҗилик тәңсизликләр яки *квадрат тәңсизликләр* дәп атилиду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Жәдвәлниң давами

Квадрат функция	$y = ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ түридики функция *квадрат функция* дәп атилиду.
Квадрат тәңлиминиң томури	$ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ *квадрат тәңлимисиниң томури* дәп тәңлимини тоғра тәңликкә айландуридиған x өзгәрмисиниң мәнасини ейтиду.
Кәлтүрүлгән квадрат тәңлимә	$x^2 + px + q = 0$ түридики тәңлимә *кәлтүрүлгән квадрат тәңлимә* дәп атилиду.
Квадрат тәңсизликниң йешими	Квадрат тәңсизликни тоғра санлиқ тәңсизликкә айландуридиған өзгәрминиң мәнаси *квадрат тәңсизликниң йешими* дәп атилиду. *Квадрат тәңсизликни йешиш* дәп униң барлиқ йешимлириниң жиғиндисини тепишни ейтиду.
Тәсадипи миқдарлар	Санлиқ мәналар қобул қилидиған тәсадипи вақиәләр *тәсадипи миқдарлар* дәп атилиду.
Томурдин чиқириш	Дәриҗигә чиқириш әмәлигә әкси әмәл *томурдин чиқириш* дәп атилиду.
Толуқ әмәс квадрат тәңлимә	$ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ квадрат тәңлимисидә b яки c, яки b билән c мәналири нөлгә тәң болғанда *толуқ әмәс квадрат тәңлимә* дәп атилиду.
Таллашниң һәҗими	Таллаш (баш талланма) элементлириниң санини *таллашниң* (баш талланминиң) *һәҗими* дәп атайду.
Һәқиқий сан	Чәксиз онлуқ кәсир түридә йезишқа болидиған сан.
Һәқиқий санлар жиғиндиси	Барлиқ рационал вә иррационал санлар жиғиндиси һәқиқий санлар жиғиндисини тәшкил қилиду. Һәқиқий санлар жиғиндиси R һәрипи билән бәлгүлиниду.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ПӘН БОЙИЧӘ АТАЛҒУ КӨРСӘТКҮЧЛИРИ

Өзгәрмиси модуль ичидә берилгән квадрат тәңлимә 90—91

Өзгәрмиси модуль ичидә берилгән квадрат тәңлимиләрни йешиш 90—91

Арифметикилиқ квадрат томур 21

Арифметикилиқ квадрат томурниң хусусийәтлири 26—29

Биквадрат тәңлимә 87

Биквадрат тәңлимиләрни йешиш 87-88

Бир өзгәрмиси бар сизиқлиқ әмәс тәңсизликләр системиси 156

Бир өзгәрмиси бар сизиқлиқ әмәс тәңсизликләр системисини йешиш 156

Биринчи коэффициент 50

Бош әза 50

Ят томур 80

Кәсир-рационал тәңлимә 80

Кәсир-рационал тәңлимини йешиш алгоритми 80

Кәсирниң мәхриҗини иррационаллиқтин қутулдуруш 37

Виет теоремиси 67

Виет теоремисиға әкси теорема 68

Гистограмма 121

Дискриминант 58

Дисперсия 132

Иккинчи коэффициент 50

Топланған чапсанлиқ 126

Интерваллар усули 146—147

Интерваллар усули билән йешишниң алгоритми 147

Интерваллиқ җәдвәл 121

Иррационал сан 16

Иррационал санлар жиғиндиси 16

Квадрат тәңлимә 50

Квадрат тәңлимигә кәлтүрүлидиған тәңлимиләр 87

Квадрат тәңлиминиң томури 51

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Квадрат тәңлимә томурлириниң формулиси 59

Квадрат тәңлимә арқилиқ мәтинлик һесапларни чиқириш 94

Квадрат тәңсизлик 137

Квадрат тәңсизликни квадрат функцияниң графиги арқилиқ йешиш 137—139

Квадрат тәңсизликни йешиш 137

Квадрат тәңсизликниң йешими 137

Квадрат томур 20

Квадрат томурдин чиқириш 20

Квадрат үчәзалиқ 74

Квадрат үчәзалиқни көпәйткүчләргә ажритиш 74

Квадрат үчәзалиқниң томури 74

Квадрат функция 104

Квадрат функцияниң графигини селиш алгоритми 112

Тәсадипи миқдар 130

Кәлтүрүлгән квадрат тәңлимә 50

Көпәйткүчни квадрат томур бәлгүсиниң алдиға чиқириш 34

Көпәйткүчни квадрат томур бәлгүсиниң ичигә киргүзүш 35

Йеңи қошумчә өзгәрмә киргүзүш усули 87

Тәркивидә квадрат томур бар ипадиләр 34

Һәқиқий сан 16

Һәқиқий санлар жиғиндиси 16

Оттура мәна 130

Оттура мәнаниң чәтниши 132

Оттура квадратлиқ чәтнәш 133

Парабола симметрия оқиниң тәңлимиси 108

Парабола чоққисиниң координатилири 108

Параметр билән берилгән тәңлимә 61

Параметр билән берилгән квадрат тәңлимиләрни йешиш 61—62

Рационал тәңсизлик 145

Рационал тәңсизликни йешиш 145

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Санларниң арифметикилиқ оттуриси 65

Санларниң геометриялиқ оттуриси 66

Толуқ әмәс квадрат тәңлимә 51

Толуқ әмәс квадрат тәңлиминиң томурлири 51

Толуқ әмәс квадрат тәңлимини йешиш 52—53

Томур астидики ипадә 21

Томурдин чиқириш усули (әмәли) 20

Мәнадаш ипадиләр 37

$y = \sqrt{x}$ функцияси 44

$y = a(x - m)^2$, $a \neq 0$, функцияси 105

$y = ax^2 + n$, $a \neq 0$, функцияси 104

$y = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$, функцияси 104

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10 дин 99 чә БОЛҒАН НАТУРАЛ САНЛАРНИҢ КВАДРАТЛИРИНИҢ ҖӘДВИЛИ

ОНЛУҚЛАР	*БИРЛИКЛӘР*									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ЖАВАПЛАР

7-синип алгебра курсини тәкрарлашқа беғишланған көнүкмиләр

1. 1) 57,8; 2) 8,5; 3) 67,24; 4) −288,2. **2.** 1) $4\frac{20}{27}$; 2) $28\frac{4}{9}$; 3) $\frac{8}{9}$; 4) 13,5. **3.** 1) 663; 2) 385; 3) 368; 4) −648. **4.** 1) 192; 2) 56,25; 3) $9\frac{3}{8}$; 4) $\frac{5}{6}$. **5.** 1) $5\frac{1}{3}$; 2) $\frac{45}{16}$. **6.** 1) −0,24; 2) 2,456; 3) 6,522; 4) −9,677. **7.** 1) Ошуқ; 2) кам; 3) ошуқ; 4) кам; 5) кам; 7) ошуқ; 8) кам. **8. а)** 1) 0,(4); 2) 2, (18); 3) 3,(3); **ә)** 1) $3\frac{13}{99}$; 2) $1\frac{4}{11}$; 3) $2\frac{7}{30}$. **9.** 1) $2a^2 + 10a + 39$; 2) $2(a^2 - 7a + 14)$; 3) $2a - 21$; 4) $-2a^2 - 29a + 11$. **10.** 1) $3a^2 - 21$; 2) $27a^2 - 55a + 108$; 3) $-4a^2 + 15a - 33$; 4) $-4(a + 1)$. **11.** 1) $31a^2 + 6a + 19$; 2) $-24a^2 + 49a - 29$; 3) $3a^2 - 31a + 28$; 4) $26a^2 + 33a - 66$. **12.** 1) $3a$; 2) $3a$; 3) $4c$; 4) $2a$. **13.** 1) −7; 2) −17. **15.** 1) $16a^2 - 22a + 93$; 2) $-22a^2 - 13a + 129$; 3) $-11a^2 + 36a - 80$; 4) $39a^2 - 164a + 209$. **18.** 1) $(a - 5)^2$; 2) $(c - 12)^2$; 3) $(3x - 2)^2$; 4) $(5n + 3)^2$. **19.** 1) $c^3 \cdot (2a - 1)^2$; 2) $3a \cdot (2x - 5)^2$; 3) $-0,2 \cdot (y - 3)^2$; 4) $\left(\frac{1}{3}a + 2\right)^2$. **20.** 1) $(3a - 5c) \cdot (3a + 5c)$; 2) $(0,9x - 1,2y)(0,9x + 1,2y)$; 3) $(2a - 3) \cdot (4a^2 + 6a + 9)$. **21.** 1) $(5x - 8)(2 - x)$; 2) $(5x + 1)(3 + x)$; 3) $(56 - 37x)(53x - 16)$; 4) $(3 - 0,9a)(1,1a - 3)$; 5) $-(a + 1)(19a^2 - 7a + 1)$. **22.** 1) $-\frac{1}{3}$; 2) $-\frac{4}{13}$; 3) 12; 4) $-\frac{223}{280}$. **23.** 1) 2,5; 2) 0,75; 3) 3,25; 4) 0,25. **24.** 1) −1,25; 2) 7; 3) 0,82; 4) $-13\frac{9}{19}$. **25.** 1) 2,25; 2) $1\frac{17}{18}$; 3) 0,67; 4) $\frac{57}{314}$; 5) $-1\frac{1}{6}$; 6) 0,4. **26.** 1) 0; 3; 2) 0; −2,5; 3) 0; 0,5; 4) 0; $-\frac{1}{22}$. **27.** 1) ±2; 2) ±3; 3) $\pm\frac{1}{3}$; 4) ±3,5. **28.** 1) 0,5; 6; 2) −1; 0,75; 3) $-\frac{2}{3}; \frac{3}{7}$; 4) −1; 1; 1,2. **29.** 1026. **30.** 35. **31.** 1,5 һәссә; $66\frac{2}{3}$ %. **32.** 1) (3; 1); 2) (−5; −75); 3) $\left(-24; -213\frac{1}{3}\right)$; 4) (151; 110); 5) (−7; 3); 6) (1; 9); 7) томури йоқ; 8) (1; 1). **33.** 1) $\left(3\frac{2}{3}; 5\right)$; 2) (−0,75; 2); 3) (2; 1); 4) (−1; −1); 5) (1; 1); 6) (−3; 1). **34.** 1) (2; −3); 2) (−1; 1). **35.** 1) 9,5 вә 6,75; 2) 7 вә 1. **36.** 1) 21,3 км/саат; 3,1 км/саат; 2) 82,8 км/саат; 65,6 км/саат. **37.** 1) $a \neq -1\frac{1}{3}$, $\left(\frac{1}{3a + 4}; -\frac{5a + 6}{3a + 4}\right)$; 2) $a \neq -0,3$, $\left(\frac{14}{3 - 10a}; \frac{9 + 5a}{3 - 10a}\right)$; 3) $a \neq -2\frac{2}{3}$, $\left(\frac{5}{9a + 24}; -\frac{7a + 12}{3a + 8}\right)$. **38.** 1) $(0,6; +\infty)$; 2) $\left(-\infty; 1\frac{5}{7}\right)$; 3) $(-\infty; 2)$; 4) $\left(-1\frac{11}{13}; +\infty\right)$; 5) $(-0,4; +\infty)$; 6) $\left(-\infty; 3\frac{1}{30}\right)$; 7) $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. **39.** 1) $[2; +\infty)$; 2) $(-\infty; 5]$; 3) $\left(-\infty; 2\frac{1}{3}\right]$; 4) $\left[2\frac{7}{34}; +\infty\right)$; 5) $(-\infty; 0,5]$. **40.** 1) $(-\infty; 3]$; 2) $[0,4; +\infty)$; 3) $(-\infty; 3]$; 5) $[0,4; +\infty)$; 6) $\left(-\infty; -3\frac{22}{23}\right]$. **41.** 1) $(-\infty; -24]$; 2) $(-\infty; 1,6]$; 3) $\left(-\frac{85}{88}; +\infty\right)$. **42.** 1) 0; 2) 0; 3) 1; 4) −1. **43.** 1) −2; 2) −9; 3) 0; 4) −3. **44.** 1) Өгәр $a < 0$ болса, у чағда $x < \frac{10}{a}$; әгәр $a = 0$ болса, у чағда йешими болмайду;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

әгәр $a > 0$ болса, у чағда $x > \frac{10}{a}$; 2) әгәр $c < 0$ болса, у чағда $x < -\frac{5}{2c}$; әгәр $c = 0$ болса, у чағда x — һәрқандақ сан; әгәр $c > 0$ болса, у чағда $x > -\frac{5}{2c}$; 3) әгәр $a < 0$ болса, у чағда $x > \frac{7}{10a}$; әгәр $a = 0$ болса, у чағда x — һәрқандақ сан; әгәр $a > 0$ болса, у чағда $x < \frac{7}{10a}$. **45.** 1) $(1;\ +\infty)$; 2) $(-4;\ 22)$; 3) $\left(-7\frac{1}{3}; 21{,}8\right)$; 4) $\left(-17{,}5; 5\frac{1}{3}\right)$. **46.** 1) $[1{,}5;\ 3]$; 2) $[5{,}3;\ +\infty)$; 3) $[-3;\ -2{,}5] \cup [2{,}5;\ 3]$; 4) $[-3;\ -0{,}3] \cup [0{,}3;\ 3]$. **47.** 1) $x_{\text{өң кичик}} = 5$, $x_{\text{өң чоң}} = 8$; 2) $x_{\text{өң кичик}} = x_{\text{өң чоң}} = 1$; 3) $x_{\text{өң кичик}} = 1$, $x_{\text{өң чоң}} = 3$; 4) $x_{\text{өң кичик}} = 0$, $x_{\text{өң чоң}} = 1$. **48.** 1) $(3{,}4;\ +\infty)$; 2) $(-\infty;\ -0{,}14)$; 3) $\left(-\infty; 1\frac{13}{15}\right) \cup (18{,}4; +\infty)$; 4) $(-\infty;\ -1{,}55)$. **53.** 1) $\frac{a-35}{a^2-25}$; 2) $\frac{x-44}{x^2-16}$; 3) $\frac{104}{(7-x)(x+6)}$; 4) $3a - y$; 5) $\frac{y(a+b)-3a}{a-yb}$; 6) $ax - 6y$. **55.** 1) $-0{,}3c \cdot d^{-3}$; 2) $\frac{8a}{9x}$; 3) $\frac{3a^2}{98x^6}$; 4) $10{,}5b$. **56.** 1) $\frac{1}{2x^3(x-1)}$; 2) $\frac{15bc^2}{ad}$; 3) $16(p-2) \cdot q^2$; 4) $\frac{x^2y^2a^2}{y+3}$. **57.** 1) 2; 2) $\frac{4y^2-4a^2}{ay}$; 3) 0; 4) $-2a^2b^2$; 5) 0; 6) 2; 7) 1,5; 8) $\frac{14}{3}$; 9) -5; 10) $\frac{1}{2a+1}$. **58.** 1) $\frac{c}{c-a}$; 2) $\frac{4c}{c-2n}$; 3) $\frac{-2c}{3c+a}$; 4) $\frac{6c}{5c-2a}$; 5) $\frac{-3c}{3c+2a}$; 6) $\frac{3b}{3b+a}$. **59.** 1) 13; 2) 19. **62.** 25,2 кг. **63.** 1) 20 тур; 2) $\frac{2}{15}$; 3) ≈56,7%.

64. 45. **65.** 29 коропка. **66.** 32. **67.** 75 км/саат.

1-бап. Квадрат томур вә иррационал ипадиләр

1.1. 1) 1; 7; 1298; 2) −22; 0; 1; 7; 1298; 3) −22; $-13\frac{4}{23}$; 0; 1; 7; 11,23; $47\frac{3}{11}$; 1 298. **1.2.** 1) $-2\frac{1}{3}$; 2) $-5\frac{1}{15}$; 3) $-12\frac{124}{999}$; 6) $888\frac{89}{99}$. **1.3.** 1) −0,08(0); 3) 4,(27); 5) 18,41(6). **1.4.** 1) Кичик; 2) тәң; 3) чоң; 4) кичик; 5) чоң; 6) кичик; 7) чоң; 8) кичик. **1.8.** 1) $(x - 2a) \cdot (x + 2a)$. **1.11.** 1) 23,5; −59,4; 0,1; 52,5; 2) 23,47; −59,44; 0,07; 52,51; 3) 23,467; −59,439; 0,067; 52,507. **1.12.** 1) ±0,4; 2) $\varnothing$; 3) ±2,5; 4) $\pm\frac{1}{3}$. **1.13.** 2) Тәң; 3) тәң. **2.1.** 1) Дурус; 2) дурус; 3) дурус; 4) дурус әмәс. **2.2.** 1–4) дурус. **2.3.** 13; 14; 16; 18; 19; 21; 23; 24; 25; 26; 1,1; 1,7. **2.4.** 1) 0,01; 2) 12; 3) −9; 4) 9,5. **2.7.** 1) 2,89; 2) 2,89; 3) 441; 4) 1,125; 5) 3; 6) −0,3. **2.8.** 1) 11,22; 2) 47,69; 3) 1,05; 4) −2. **2.9.** 1) −21; 2) 45,3; 3) 2,3; 4) 2,01. **2.10.** 1) ±6,48; 2) ±3,32 3) ±2,28; 4) ±0,14. **2.11.** 1) ±6; 2) ±5; 3) ±2,3; 4) ±2,2. **2.12.** 1) Йоқ; 2) бар; 3) йоқ; 4) йоқ; 5) бар. **2.13.** 1) $x \mid 0$; 2) $x \mid 0$; 3) $x \mid 0$; 4) $x \mid 5$; 5) $x \mid -9$; 6) $x \mid 7$. **2.15.** 1) 121; 2) 1,21; 3) Ундақ мәна йоқ; 4) 0,04; 5) 100; 6) Ундақ мәна йоқ. **2.16.** 1) 4; 2) −0,4; 3) −22; 4) 12; 5) 25. **2.17.** 1) $a_1 = -1$; $a_2 = 7$; 2) $a_1 = -11$; $a_2 = 1$; 3) $a_1 = 0{,}6$; $a_2 = 1{,}4$; 4) $a_1 = 1{,}05$; $a_2 = 1{,}95$. **2.18.** 1) $a \mid 2$; 2) $a \neq 4$; 3) $a \mid 4\frac{1}{3}$; 4) $a \neq -2$ вә $a \neq 1{,}5$. **2.19.** 1) $100a^{-3}$; 2) $4a^4y^{-2}$; 3) 0,0128. **2.20.** $21\frac{1}{3}$%; $42\frac{2}{3}$% вә 36%. **2.22.** Тәң. **2.23.** 1) 7; 2) 100; 3) 5; 4) 169. **3.1.** 1) 42; 2) 120; 3) 7; 4) $\frac{4}{11}$; 5) $1\frac{5}{7}$; 6) $1\frac{4}{9}$; 7) $2\frac{1}{4}$; 8) 300; 9) 4,06; 10) 5,5. **3.2.** 1) 22; 2) 2,8; 3) 0,72; 4) 1,4. **3.3.** 1) 420; 2) 48; 3) 100; 4) 54; 5) 525; 6) 576; 7) 24;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

8) 252. **3.4.** 1) Ошуқ; 2) кам; 3) ошуқ; 4) ошуқ. **3.5.** 1)120; 2) 6; 3) 12; 4) 0,25. **3.8.** 1) 12; 2) 26; 3) 14; 4) 15; 5) 72; 6) 3,3. **3.9.** 1) 42; 2) 0,5; 3) 0,4; 4) $\frac{3}{5}$; 5) 0,8; 6) $\frac{1}{3}$. **3.10.** 1) 11,62; 2) 175,96; 3) 7,1; 4) 0,19. **3.11.** 1) 340; 2) −0,55; 3)0,45; 4)4,42. **3.12.** 1) 66; 2) 63; 3) 52; 4) 0,08. **3.13.** 1) 30; 2) 28; 3) 3,75; 4) 45. **3.14.** 1) −35; 2) −2,4; 3) 245; 4) 30. **3.15.** 4) $x \vdots 7$. **3.16.** 1) ±2,646; 2) ±4,124; 3) ±6,783; 4) ±4,243. **3.19.** 1) 27; 2) −8; 3) −1; 4) $\frac{1}{1728}$. **3.20.** 1) 0,48; 2) −1,66; 3) 8,92; 4) $-3\frac{2}{3}$. **3.21.** 1) −49; 2) йоқ; 3) йоқ; 4) 7,2. **3.22.** 1) Бар; 2) йоқ; 3)бар; 4)бар. **3.23.** 1) $a = 0$; 2) $(-\infty; +\infty)$; 3) $a > 0$. **3.24.** 1) $(-\infty; +\infty)$; 2) $\varnothing$; 3) $x > 4$; 4) $(-\infty; 0) \cup (0;5]$; 5) $[-7; 2) \cup (2; +\infty)$; 6) $[1,5; 3) \cup (3; +\infty)$. **3.25.** 1) 1; 2) 0,42. **3.27.** 1) 5; 2) 0,6; 3) $2\frac{2}{3}$; 4) $1\frac{1}{6}$. **3.28.** 1) 20; 2) 3; 3) 62; 4) 5,89. **3.29.** 1) Тоғра; 2) тоғра әмәс; 3) тоғра; 4) тоғра әмәс. **3.30.** 1) Тоғра әмәс; 2) тоғра; 3) тоғра әмәс; 4) тоғра. **3.31.** 1) $\sqrt{32a}$; 2) $-\sqrt{0,9a}$; 3) $-\sqrt{0,1a}$; 4) $-\sqrt{0,1a}$; 5) $-\sqrt{-3a^3}$; 6) $-\sqrt{-12a^3}$. **3.32.** 1) $6 - x$; 2) $x - 14$; 3) $-(x + 0,7)$; 4) $-2x - 7,5$. **3.33.** 0; 0; 0; 0; 0; 6; 14; 18; 20,8; 25,5; $26\frac{6}{7}$. **3.34.** 1) $\frac{1}{8}y^6$; 2) $40y^6$; 3) $\frac{1}{10}y$; 4) $\frac{5}{128}y^{-3}$. **3.35.** 1) $\sqrt{54}$; 2) $-\sqrt{56}$; 3) $-\sqrt{0,234x}$; 4) $\sqrt{-1,25a}$. **3.37.** 4 м вә 3 м; $P = 14$ м. **3.38.** 1) Дурус әмәс; 2) $p \vdots 0$ болғанда дурус; 3) $a \vdots 0$ болғанда дурус. **3.39.** 1) $(p - \sqrt{5})(p + \sqrt{5})$; 2) $(\sqrt{2}x - 3)(\sqrt{2}x + 3)$; 3) $(\sqrt{3}y - \sqrt{7})(\sqrt{3}y + \sqrt{7})$. **3.40.** 1) Тең; 2) тең; 3) $a \vdots 0$ болғанда тең; 4) тең. **4.1.** 1) $|a|$; 2) $0,11c$; 3) $-0,16c$; 4) $3x$. **4.2.** 1) $7|a|$; 2) $-5a\sqrt{3}$; 3) $-1,1y^3$. **4.3.** 1) 27; 2) 16; 3) −432; 4) −980. **4.4.** 1) Кичик; 2) чоң; 3) кичик; 4) кичик. **4.5.** 1) $7\sqrt{2}$; $5\sqrt{3}$; $\sqrt{73}$; $3\sqrt{7}$; $2\sqrt{14}$; 2) $5\sqrt{5}$; $2\sqrt{22}$; $4\sqrt{5}$; $\sqrt{79}$; $2\sqrt{8}$. **4.6.** 1) $12 - 5\sqrt{3}$; 2) $86 - \sqrt{3}$; 3) $37 + 4\sqrt{3}$. **4.7.** 1) $x^2 + 2x\sqrt{y} + y$; 2) $x + 2x\sqrt{y} + xy$; 3) $66 - 36\sqrt{2}$; 4) 45. **4.8.** 1) 60; 2) 14; 3) 12; 4) 2. **4.9.** 1) $-a$; 2) $9 + 2a$; 3) $12 - 9a$; 4) $28 - 7a$. **4.10.** 1) $(a - \sqrt{5})(a + \sqrt{5})$; 2) $(2a - \sqrt{7})(2a + \sqrt{7})$; 3) $\sqrt{a}(1 + \sqrt{3})$; 4) $\sqrt{3c}(1 - \sqrt{2})$; 5) $\sqrt{c}(\sqrt{c} - 11)$; 6) $2\sqrt{c}(\sqrt{3} + \sqrt{7})$. **4.11.** 1) $\frac{1}{a + \sqrt{3}}$; 2) $\frac{1}{b - \sqrt{7}}$; 3) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a} - \sqrt{3}}$; 4) $\frac{a}{a + \sqrt{5}}$; 5) $\frac{1}{3\sqrt{x} + 2\sqrt{a}}$; 6) $\frac{1}{7 - \sqrt{3c}}$. **4.12.** 1) 2; 2) −15,5; 3) −1; 4) 8. **4.13.** 1) $\frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{x}}$; 2) $\frac{1}{a - \sqrt{7}}$; 3) $-\frac{1}{5 + 3\sqrt{x}}$; 4) $-\sqrt{6} - \sqrt{5x}$. **4.14.** 1) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{a} + \sqrt{7}}$; 2) $\frac{1}{y - \sqrt{3x}}$; 3) $-\sqrt{6a}$; 4) $4c - \sqrt{3a}$. **4.15.** 1) $a\sqrt{5}$; 2) $\frac{3\sqrt{a} + 3a}{a}$; 3) $5\sqrt{3}c$; 4) $\frac{5a(\sqrt{5} + 1)}{4}$; 5) $\frac{3a(\sqrt{5} + \sqrt{a})}{5 - a}$; 6) $\frac{7\sqrt{3} - 7}{2}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

4.16. 1) $\frac{(a-5)(1-\sqrt{5})}{4}$; 2) $\frac{(7a+\sqrt{a})(2+\sqrt{a})}{4-a}$; 3) $\frac{1{,}5c(\sqrt{3}-c)}{3-c^2}$; 4) $\sqrt{5c}+1$; 5) $\frac{(3x+a)(\sqrt{5x}+\sqrt{a})}{5x-a}$; 6) $\frac{(x-6)(\sqrt{3x}-\sqrt{x})}{2x}$. **4.17.** 1) $5a(\sqrt{5}-2)$; 2) $\frac{2\sqrt{a}+a}{2a}$; 3) $15c(2+\sqrt{3})$; 4) $\frac{(\sqrt{5}-8y)(\sqrt{5}+7)}{44}$; 5) $\frac{(3\sqrt{a}-1)(\sqrt{3}+\sqrt{a})}{3-a}$; 6) $\frac{7(\sqrt{7}-\sqrt{3})}{4}$. **4.18.** 1) $16-13a$; 2) $45-6a$; 3) $6\sqrt{3a}-6\sqrt{a}-9a$; 4) $9a-28$. **4.19.** 1) $|a-1|$; 2) $|a+3|$; 4) $|2a-3|$. **4.22.** 1) 4; 2) 8; 3) 7; 4) 12; 5) −3; 6) −6; 7) 14; 8) 21. **4.23.** 1) 11; 2) 26; 3) 9; 4) 41; 5) −4; 6) −5; 7) 16; 8) 4. **4.24.** 1) 2 вә 3; 2) 4 вә 5; 3) 9 вә 10; 4) 13 вә 14; 5) 29 вә 30; 6) 35 вә 36. **4.25.** 1) $2a$; 2) $3x+4$; 3) $\frac{3\sqrt{a}+1}{\sqrt{a}-1}$; 4) $\frac{a}{a-\sqrt{2}}$; 5) $\frac{1}{x}$. **4.26.** 1) $\sqrt{3}$; 2) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$; 3) $\frac{5}{7}$; 4) −2. **4.27.** 1) $\sqrt{3}+1$; 2) $2+\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{7}-\sqrt{3}$; 4) $2-\sqrt{7}$. **4.28.** 1) 4; 2) $2\sqrt{5}$; 3) $2\sqrt{3}$; 4) $\sqrt{2}-2$. **4.29.** 1) $\sqrt{5}-2$; 2) $\sqrt{3}-1$; 3) $\sqrt{2}+1$; 4) $\sqrt{a-1}-1$. **4.30.** 1) $\frac{2(\sqrt{a}+\sqrt{c})}{\sqrt{a}}$; 2) $\frac{\sqrt{2}}{4}$; 3) $\frac{11x+\sqrt{3}}{6(x-\sqrt{3})}$; 4) $\frac{c+a}{\sqrt{c}-\sqrt{a}}$. **4.31.** 1) 1; 2) 0; 3) 1; 4) −2,5. **4.32.** 1) $2\sqrt{-y}$; 2) $-\sqrt{x}$; 4) $\sqrt{-a}+\sqrt{-c}$. **4.33.** 1) $\frac{1}{14}$; 2) $1\frac{23}{65}$; 3) $\frac{13x^3}{9y^4}$; 4) $\frac{3a^4}{2x^{15}}$. **4.34.** 1) 8; 2) −5; 3) −2,5; 4) −0,5. **4.36.** 1) $\pm1\frac{2}{3}$; 2) $0{,}5\pm\sqrt{2}$; 3) −1; 11; 4) $4\pm\sqrt{3}$. **4.37.** 1) 10π см; 2) $2\sqrt{15}\pi$ дм; 3) 5π см; 4) 30π м; 5) $4\pi a$ см; 6) $18\pi c$ дм. **4.38.** 1) 50 км/саат; 2) 5 саат; 3) 100 км/саат; 4) 75 км/саат. **5.3.** 1) $\sqrt{1{,}4}<\sqrt{9{,}7}<\sqrt{11}<3{,}5$; 3) 25; 4) $-\sqrt{16{,}84}<-\sqrt{15{,}4}<-3{,}8<\sqrt{12{,}7}$. **5.4.** 1) Тәәлләк; 2) тәәллуқ әмәс; 3) тәәллуқ; 4) тәәллуқ; 5) тәәллуқ әмәс. **5.5.** 1) Қийлишиду; 2) қийлишиду; 3) қийлишиду; 4) қийлашмайду. **5.7.** 3) −5; **5.5.8.** 1) 18 дм; 2) 1,25 м; 3) 1,7 м; 4) 0,115 дм. **5.10.** 1) 0; 2) −4,5; 3) $-6-5\sqrt{3}$; 4) $2+5\sqrt{3}$. **5.11.** 3) 0. **5.12.** 1) 2100 тг; 2) ≈ 51,9%. **5.14.** 3) $\sqrt{11}+2\sqrt{3}$; 4) $\sqrt{15}+\sqrt{6}$. **5.15.** 1), 2), 3), 6). **5.16.** 1) 3; 2) 2; 3) 1; 4) 4; 5) 3; 6) 5; 7) 5; 8) 6.

2-бап. Квадрат тәңлимиләр

6.1. 1) Болиду; 2) як; 3) болиду; 4) як; 5) як; 6) болиду. **6.2.** 1) $a=1{,}7$; $b=-1$; $c=1{,}8$; 2) $a=2$; $b=-3$; $c=-1$; 3) $a=-3$; $b=0$; $c=5{,}2$. **6.3.** 1) $3x^2+x-9=0$; 2) $14x^2-15x-5=0$; 3) $-2x^2+17x-9=0$; 4) $5x^2+13x-13=0$. **6.6.** 1) 0; 5; 2) 0; 3,5; 3) 0; $\frac{9}{35}$; 4) 0; $-\frac{1}{2}$; 5) 0; −11,5; 6) 0; $1\frac{3}{7}$. **6.7.** 1) {−5; 5}; 2) {−6; 6}; 3) {−2; 2}; 4) $\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$; 5) томури йоқ; 6) {−10; 10}. **6.8.** 1) − 6) 0. **6.9.** 1) {−0,7; 0,7}; 2) {0; 4}; 3) {0; 0,4}; 4) {−2,5; 2,5}; 5) {−16; 0}; 6) {0}. **6.10.** 1) ±3; 2) $\pm\sqrt{3}$; 3) ⋯; 4) ±2; 5) томури йоқ; 6) ±3. **6.11.** 1) 0 вә 6; 2) 0 вә 2; 3) 0 вә $\frac{24}{35}$; 4) 0 вә 2; 5) 0 вә 14,125;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

6) 0 вә $2\frac{6}{7}$. **6.12.** 1) ±5; 2) ±4; 3) 0 вә 8; 4) ±1; 5) томури йоқ; 6) 0. **6.13.** 1) 0 вә 6; 2) 0 вә 9; 3) томури йоқ; 4) томури йоқ. **6.14.** 1) Томури йоқ; 2) $\pm 1\frac{1}{9}$; 3) $\pm\sqrt{0,9}$; 4) $\pm\sqrt{0,4}$; 5) томури йоқ; 6) 0. **6.15.** 1) −1 вә 0; 2) 0 вә 3,2; 3) ±1,5; 4) $\pm\sqrt{3}$. **6.16.** 1) −1,5 вә 2,5; 2) 0 вә $\frac{4}{7}$; 3) −1,2 вә 0,8; 4) 0,05 вә 1,05. **6.17.** 1) −1,5 вә −0,25; 2) $\frac{2}{3}$ вә $\frac{20}{21}$; 3) 1,5 вә 1,6; 4) $\frac{3}{5}$ вә $\frac{111}{125}$. **6.18.** 1) $ax^2 + bx = 0$; $b \neq 0$; 2) $ax^2 + c = 0$; $c \neq 0$ $\frac{c}{a} > 0$; 3) $ax^2 = 0$. **6.19.** $\frac{1}{8}$ яки 0. **6.20.** 0 билән 1 яки 2 билән 3. **6.21.** 1) $x^2 - 5x = 0$; 2) $x^2 - 49 = 0$; 3) $x^2 - 13 = 0$. **6.22.** 1) $a = 3$; 2) $a = 1,3$; 3) $a = \pm 6$; 4) $a = \pm 4$. **6.23.** 1) $c = \pm 2$; 2) $c = -2$; $c = 0$; 3) $c = -2$; 4) $c = 0$. **6.24.** 1) {−3; 0; 3}; 2) {0}; 3) {−3,8; 0; 3,8}; 4) {0}; 5) {−10; 0}; 6) {−0,7; 0; 0,7}. **6.25.** 1) $\{-\sqrt{2}\}$; 2) $\left\{-2\sqrt{3}; \frac{2\sqrt{3}}{3}\right\}$; 3) {0}; 4) {1}; 5) $\{\sqrt{6}\}$; 6) $\left\{\pm\frac{2\sqrt{10}}{5}\right\}$. **6.26.** 1) $(x - 6)^2 + 3$; 2) $(x - 2)^2 - 13$; 3) $2(x - 6)^2 - 36$; 4) $-\left(x + \frac{1}{8}\right)^2 + 7\frac{197}{320}$; 5) $-3\left(x + \frac{5}{18}\right)^2 + 39\frac{25}{108}$. **6.27.** 1) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$; 2) $\frac{(a+3)\sqrt{a-2}}{a-2}$; 3) $\frac{(a^3 + 3,8)\sqrt{a^2 - 5}}{a^2 - 5}$; 4) $(-a - 2)\sqrt{2 - a}$; 5) $\frac{(c - 8)(\sqrt{c} + 3)}{c - 9}$. **6.28.** 1) −1,04; 2) 4; 3) 18; 4) 0,64. **6.29.** 1) $8\sqrt{3}$; 2) −6; 3) 10,6. **6.30.** 1) 2; 2) 2; 3) 133. **6.31.** 1) $(x - 4)^2 + 23$; 2) $(x + 6)^2 - 45$; 3) $2(x - 11)^2 - 205$. **6.32.** 1) $\frac{41}{16}$; 2) $-\frac{95}{36}$. **7.1.** 1) $D = 28$; икки томур; 2) $D = 76$; икки томур; 4) $D = 0$; бир томур. **7.3.** 1) $(x - 1)^2 - 9$. **7.4.** 1) 2; 4; 2) 1; 11; 3) $\frac{2}{3}$; 2. **7.5.** 1) −2; 16; 3) −2,5; 3. **7.6.** 1) −7; 8; 2) −8; 9; 3) −10; 9; 4) −15; 14. **7.7.** 1) 1,5; 2; 3) 0,4; 2. **7.8.** 1) 2; 4) $\frac{2 \pm \sqrt{22}}{9}$. **7.9.** 2) 1; 3) $\frac{1}{3}$; 4) 13,5; −18. **7.10.** 1) 1; $1\frac{1}{3}$; 4) $\frac{10 \pm \sqrt{2}}{7}$. **7.11.** 2) $\{3 \pm 2\sqrt{7}\}$; 4) {17}. **7.12.** 4) $\left\{\frac{-9 \pm \sqrt{65}}{2}\right\}$. **7.13.** 1) {−0,2; 2}; 3) {−7; 2}. **7.14.** 2) {−8; 12}; 4) $\left\{\frac{1}{3}; 3\right\}$. **7.15.** 2) −4; 0,5. **7.16.** 3) $\frac{1}{15}$; 4) $1 \pm 2\sqrt{7}$. **7.17.** 3) {−1; 23}; 4) . **7.18.** 1) −0,8; −1; 2) $\left\{4; 2\frac{2}{3}\right\}$; 4) −5; 2. **7.19.** 1) 0,25; 4) $-\frac{3}{80}$. **7.20.** 1) −13,5; 4) −7,68. **7.22.** 3) 1; $\frac{1}{p}$; 4) $-6a$; a. **7.23.** 1) {8; −2,7}; 2) $\{2; -6\frac{1}{29}\}$. **7.24.** 2) 0,5; 3. **7.25.** 2) Томури йоқ; 4) ±0,5; 1; $\frac{17}{32}$. **7.26.** 1) $-n$; $4n$; 2) $-4n$; $-n$; 3) $-6n$; n; 4) $-\frac{n}{7}$; $\frac{n}{3}$. **7.27.** 1) Болмайду; 2) $p = 9$. **7.28.** 0,5; 2. **7.29.** 0,5; 2. **7.30.** 1) {±3}; 4) {±3}. **7.31.** 1) c m $\frac{9}{16}$; 4) c l $-\frac{9}{40}$. **7.32.** 1) $\{a \pm b\}$; 2) $\{-a; 2a\}$. **7.33.** 3) $-\frac{16}{21}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

7.34. 1) $1:9$ яки $9:1$; 2) $(7+4\sqrt{3}):1$ яки $1:(7-4\sqrt{3})$. **7.35.** 1) $\frac{1}{a+2}$. **7.36.** 1) 0; 2) 0,25; 4) −7,5. **7.37.** 1) 3; 2) $5\sqrt{3}-3\sqrt{5}-2{,}6$. **7.40.** 1) $\frac{8}{7}$; $\frac{1}{7}$; 2) 1; −12; 3) −3,5; −4,5. **7.41.** $x^2-12x+35=0$. **8.1.** 1) −9; −22; 2) 7; 12; 6) −1,8; −3,6. **8.2.** 1) {−6; 1}; 2) {3; 6}; 3) {−7; −2}. **8.6.** 1) $x^2+7x+10=0$; 2) $x^2+5x-14=0$; 6) $x^2-28{,}2x+116=0$. **8.7.** 1) $x^2-\frac{8}{9}x+\frac{16}{81}=0$; 4) $x^2-7=0$. **8.8.** 1) $x^2-(\sqrt{3}+\sqrt{7})x+\sqrt{21}=0$; 2) $x^2+(\sqrt{5}-\sqrt{2})x-\sqrt{10}=0$; 4) $x^2+2x-4=0$. **8.9.** 1) $x^2-5=0$; 2) $x^2-7=0$; 3) $x^2-2x-4=0$; 4) $x^2-4x+1=0$. **8.10.** 1) $p=1$; 2) p нин hөр қандақ мөнасида; 3) $p=0$. **8.11.** $c=-120$. **8.12.** $c=\frac{3}{49}$. **8.13.** 1) $x^2-13=0$; 3) $x^2-6x+4=0$; 5) $x^2-2x-6=0$; 6) $x^2-8x+11=0$. **8.14.** ±24. **8.15.** ±1,5. **8.17.** −0,36. **8.18.** 0,5. **8.19.** $\frac{5}{18}$. **8.20.** 1) $x^2+2x-1=0$. **8.21.** 1) (2; 2); 2) (−2; −3); (−3; −2); 3) (8; −6); (−6; 8); 4) (−6; 3); (3; −6). **8.22.** 1) $7\frac{7}{9}$; 2) $-2\frac{16}{27}$; 3) $-194\frac{2}{3}$. **8.23.** 1) $\frac{5}{16}$; 2) $-61\frac{1}{4}$; 3) $-12\frac{17}{128}$. **8.25.** 1) $2x^2+x-9=0$; 3) $3x^2+7x-2=0$; 4) $6x^2-7x-1=0$. **8.26.** 1) $64x^2+24x-1=0$; 3) $x^2-9x+9=0$. **8.27.** 3; 4. **8.28.** 0. **8.29.** $a=0$. **8.30.** $a=-10$. **8.31.** $a=1$ яки $a=\frac{1}{2}$. **8.32.** $m=1$. **8.33.** $m=-1$. **8.34.** 14. **8.35.** $p=1$; $q=-6$. **8.37.** 1) $a=6$, биринчи тәңлиминиң томурлири 2 вә 3; иккинчи тәңлиминиң томурлири − 3 вә 4. **8.38.** $a=-5$; $b=36$ яки $a=5$; $b=36$. **8.39.** $p=-3$. **8.40.** $p=3$. **8.41.** $p=3{,}2$. **8.42.** 1) $x^2+(p-6)x+(q-3p+9)=0$; 2) $x^2+4px+16q=0$. **8.43.** 1) $\frac{4}{2-3a-a^2}$; 2) $\frac{1}{a+2}$; 3) $\frac{x(8x-5y)}{y(2x+y)}$; 4) −4. **8.44.** 1) $\frac{\sqrt{5}}{10}$; 2) $\sqrt{7}+\sqrt{2}$; 3) $-(x+3)(2+\sqrt{1+x})$; 4) $\sqrt{x+2}+2$; 6) $\sqrt{1-x}+\sqrt{1-2x}$. **8.45.** 1) $\sqrt{2}+3$; 3) $5\sqrt{3}+\sqrt{11}-6$. **8.46.** 1) 4 ящик; 2) 7920 тг. **8.47.** 1) $x^2+5x-14$; 2) $3x^2-14x+8$; 3) $-6x^2-7x+20$. **8.48.** 1) $(x+3)^2+2$; 2) $(x-4)^2-1$; 3) $(x-1{,}5)^2+9{,}75$; 4) $(x-2{,}5)^2-13{,}25$. **9.1.** 1) 4; 2) 4; 3) $2-\sqrt{5}$; 4) $-3+\sqrt{7}$. **9.2.** 1) Бар; 2) бар; 3) бар; 4) йоқ; 5) бар; 6) бар. **9.3.** 1) 0; 7; 2) $-\sqrt{7}$; $\sqrt{7}$; 3) −3;3; 4) −6; 6; 5) −16; 16; 6) 0; 10. **9.4.** 1) Томури йоқ; 2) 0; −17,5; 3) 8; −1; 4) −8; 1; 5) 3; 5; 6) томури йоқ. **9.5.** 1) $1\pm\sqrt{7}$; 2) −1,5; 1,2; 3) $\frac{9\pm\sqrt{17}}{4}$; 4) $14\pm2\sqrt{47}$. **9.6.** 1) $(x+3)^2-27$; 2) $(x+4)^2-27$; 3) $(x+2{,}5)^2-14{,}25$; 4) $(x+3{,}5)^2-13{,}25$; 5) $-(x+3{,}5)^2+0{,}25$; 6) $-(x-4)^2+24$. **9.7.** 1) $2(x+1{,}25)^2-21{,}125$; 2) $(2x+1{,}75)^2-11{,}0625$; 3) $5(x+0{,}9)^2-12{,}05$; 5) $\frac{1}{4}(x+14)^2-50$; 6) $\frac{1}{3}(x-3)^2-4$. **9.8.** 1) $-2(x-1{,}25)^2-13{,}875$; 2) $-2(x-1{,}75)^2-4{,}875$; 3) $2(x-1{,}75)^2-19{,}125$; 4) $-3(x+1\frac{1}{6})^2-16\frac{11}{12}$; 5) $-0{,}2(x-17{,}2)^2+43{,}25$; 6) $-2{,}5(x-1)^2-12{,}5$. **9.11.** 2) −1; 12; 3) томури йоқ; 4) томури йоқ; 5) томури йоқ. **9.12.** 1) $(-\infty;-7]\cup[3;+\infty)$; 2) $(-\infty;-7]\cup[-3;+\infty)$; 3) томури йоқ; 4) $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right]\cup\left[1\frac{1}{2};+\infty\right)$. **9.13.** 1) $(x-2)(x-3)$; 2) $(x+2)(x+3)$; 3) $(x-4)(x+2)$; 4) $(x-3)(x-5)$; 5) $(x-4)(x-10)$; 6) $(x+5)(x+6)$. **9.14.** 1) $(7x+8)\times$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$\times(x-1)$; 2) $(5x+3)(x+1)$; 3) $(-2x+1)(x-3)$; 4) $(2x-1+0{,}5\sqrt{2})(x-0{,}5+$ $+0{,}25\sqrt{2})$. **9.15.** 1) $(-4x+1)(x+2)$; 2) $-2(x-1)(x+7)$; 3) $(-2x+7)(x+1)$; 4) $(-11x+$ $+14)(x+1)$. **9.16.** 1) $(3a-16)(a+2)$; 2) $2(a-2-0{,}5\sqrt{2})(a-2+0{,}5\sqrt{2})$; 3) $(2a-1)\times$ $\times(a-3)$; 4) $(-2a-1)(a-5)$. **9.17.** 1) $-(x+5+\sqrt{37})(x+5-\sqrt{37})$; 2) $(-2n+1)(n+2)$; 3) $(-11n+14)(n+1)$; 4) $-\frac{2}{3}(x-3)^2$. **9.18.** 1) $a+7$; 2) $a-3$; 3) $\frac{a}{2a+1}$; 4) $\frac{1}{a-5}$. **9.19.** 1) $\frac{1}{7a+8}$; 2) $\frac{1}{a+2}$; 3) $\frac{a}{2a+1}$; 4) $-\frac{a}{a-1}$. **9.20.** 1) $y(y+2)(7-y)$; 2) $y(y+7)(y-5)$; 3) $y(y-4)(y+5)$; 4) $-y(y+1)(11y-14)$. **9.21.** 1) $a(2a+1)(a+2)$; 2) $a(a-7)(a+6)$; 3) $-a(2a-3)(3a-2)$; 4) $-a(3a-2)^2$. **9.22.** 1) $x(2x-7)(x+1)$; 4) $-x(3x-2)(2x-1)$; 2) $-x(2x-7)(x+1)$; 3) $-x(2x-1+\frac{\sqrt{2}}{2})(x-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{4})$; **9.23.** 1) $(x-5)(x-6)(x+1)\times$ $\times(x-3)(x-2)$; 2) $(x-1)(x-3)(-2x+3)(9x-9+2x^2)$. **9.24.** 1) $(a+9)(a-2)(a+2)$; 2) $(a-3)(a+2)(a^2-a+6)$. **9.25.** 1) $\frac{a+3}{5a+2}$; 2) $-\frac{2+a}{7a+9}$; 3) $\frac{a}{3a-5}$; 4) $\frac{a+1}{a+3}$. **9.26.** 1) $\frac{x+2}{x+3}$; 2) $\frac{x-5}{2-x}$; 4) $\frac{x-2}{x-3}$. **9.27.** 1) $-\frac{x+1}{x+4}$; 2) $-\frac{x}{2x+3}$; 3) $\frac{5x+3}{14-11x}$; 4) $\frac{3x+1}{2x+1}$. **9.28.** 1) $\frac{9}{19}$; $-\frac{1}{8}$; $\frac{41}{140}$; 4) 1,2; 4; $1\frac{21}{31}$. **9.29.** 1) $\frac{15\pm\sqrt{309}}{6}$; 2) $\frac{7\pm\sqrt{39}}{2}$; 3) $\frac{-1\pm\sqrt{113}}{4}$; 4) $\frac{5\pm\sqrt{133}}{6}$. **9.30.** 1) $\frac{1}{7}$; 2) $-\frac{2}{5}$. **9.31.** 1) 3; −3; 2) 0; 36. **9.32.** 1) {−1; 23}; 2) $\{2\frac{1}{3}; 2\}$; 3) {0; 2,5}. **9.33.** 1) $(2x+y)(2x-3)$; 2) $2(a-c)(a+c)(2a-c)$. **9.34.** 1) I чарәк; 2) I чарәк; 3) I, IV чарәкләр. **9.35.** 1)—3) — сизиқлық функция; 4)—6) — квадрат функция. **9.36.** $s(0)=0$; $s(0{,}5)=6$; $s(1{,}5)=10$; $s(2)=10$; $s(3)=4$. **9.38.** 1) $x\neq-3$; 2) $x=3$ вә $x=-2$; 3) $x\in(-\infty; 0)\cup\{3\}$; 4) $x\in(-\infty; -1)\cup\{4\}$. **9.39.** 1) 8; 3) 0,9. **9.40.** 1) {−1; 3}; 2) $\frac{9\pm\sqrt{61}}{10}$. **10.1.** 1) 0; 1; 2)3; 3) 1; $-\frac{1}{2}$; 4) −27; −1; 5) 1,5; 6) 0; $\frac{1}{6}$. **10.2.** 1) {−2; 4}; 2) {0}; 3) $\{2-\sqrt{14}; 2+\sqrt{14}\}$; 4) {0; − 8}. **10.3.** 1) {2}; 2) {4}; 3) {−0,8; 8}; 4) {−1}. **10.4.** 1) $\{0; -2\frac{3}{4}\}$; 2) $\{-\frac{192}{211}; 2\}$; 3) $\{-0{,}3; 1\frac{5}{22}\}$; 4) $\{-6; -\frac{12}{19}\}$. **10.5.** 1) $\{0; \frac{2}{3}\}$; 2) {0}; 3) {1}; 4) $\varnothing$. **10.6.** 1) {−3}; 2) {7}. **10.7.** 1) {4}; 2) {6}. **10.8.** 1) {4}; 2) {1}. **10.9.** 1) $\{3-\sqrt{5}; 3+\sqrt{5}\}$; 2) {−6; 5}; 3) $\{-4\frac{1}{3}\}$; 4) {4}. **10.10.** 1) −0,6; 2) 0; 3) 1,5; 4) −4; 5) −3,4; 6) $-2\frac{7}{18}$. **10.11.** 2) −1,5; 3) 1; 4) 7,5; 5) 8; 6) 13. **10.12.** 1) 3; 1,5; 2) 2; $1\frac{1}{3}$. **10.13.** 1) −1; $-1\frac{17}{24}$; 2) $\frac{-1\pm2\sqrt{7}}{3}$. **10.14.** 1) $\frac{1}{9}$; 2) $-\frac{1}{40}$. **10.15.** 1) 1; −1; 2) 0; − 2. **10.16.** 1) 0; $2+\sqrt{5}$; 2) 0; $-3+\sqrt{10}$. **10.19.** 1) 2; $-3\frac{1}{6}$; 2) 1; $-2\frac{1}{4}$; 3) 3; $-1\frac{1}{4}$. **10.20.** 1) {4; 5}; 2) $\{2\frac{5}{9}; 1\}$; 3) $\{1; \frac{5}{7}\}$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

10.21. 2) (4; 1) вә $\left(\frac{2}{3}; -13\right)$ 3) томури йоқ. **10.22.** 1) $\frac{1}{2}$; 3; 2) "a" ниң мәнаси йоқ; 3) $\frac{6\pm\sqrt{41}}{5}$. **10.24.** 3) −6; 0; 4) томури йоқ. **10.25.** 1) −9; 4; 2) −2,5; −4; 4) −2. **10.26.** 1) 4; 2) $\frac{9\pm\sqrt{33}}{6}$. **10.27.** 1) −4; 2) −6; $6\frac{2}{3}$. **10.28.** 1) $\frac{5\pm\sqrt{73}}{4}$; 2) 0; $-1\frac{2}{3}$. **10.29.** 1) 20; 2) 5,5; − 1,5; 3) −10; 4) 13. **10.30.** 1) −2; $-1\frac{2}{3}$; 2) −0,5. **10.31.** 1) Томури йоқ; 2) 7. **10.32.** 1) −3; 2) 7; 3) $-\frac{2}{5}$. **10.33.** 1) 5; 2) 1,2; 3) 1. **10.34.** 1) 2,25; 2) 2,4; 3) −1. **10.35.** 1) {3}; 2) $\varnothing$. **10.36.** 1) {−9; 9}; 2) $\left\{-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right\}$. **10.37.** 1) {0}; 2) {−8}. **10.38.** 1) $\left\{-\frac{7}{8}; \frac{7}{8}\right\}$; 2) $\left\{\frac{2}{3}\right\}$. **10.39.** 1) $\left\{\frac{1}{4}\right\}$; 2) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$. **10.40.** 1) {−2}; 2) {−1}. **10.41.** 1) $a \neq 3$ вә $a \neq 4$ болғанда, $x = a$; 2) $a \neq 3$; $a \neq 1$ $\frac{1}{3}$ болғанда, $x = a - 1$; 3) $b \neq$; $b \neq 3$ болғанда, $x_2 = b - 1$; 4) $b \neq 2$; $b \neq 7$ болғанда $x_1 = 2b$. **10.42.** 1) $x_1 \in (-2; -1)$; $x_2 \in (8; 9)$; 2) $x_1 \in (-1; 0)$; $x_2 \in (6; 7)$; 3) $x_1 \in (-2; -1)$; $x_2 \in (8; 9)$; 4) $x_1 \in (-2; -1)$; $x_2 \in (3; 4)$. **10.43.** 1) $\left\{-1\frac{2}{7}; 1\right\}$; 2) {−6; 12}; 3) $\left\{5\frac{2}{3}\right\}$; 4) $\left\{\frac{51-\sqrt{10070}}{7}; \frac{51+\sqrt{10070}}{7}\right\}$. **10.45.** 1) $x(x - 4)(x + 2)$; 2) $(x - 1)(x^2 - x + 1)$; 3) $(x-2)(x^2+4)$; 4) $(x^2-x+10)(x^2+x-10)$. **10.46.** 2) Өгәр $-\frac{1}{8}$ болса, у чағда бир томур; өгәр $a > -\frac{1}{8}$ болса, у чағда икки томур; өгәр $a < -\frac{1}{8}$ болса, у чағда томури йоқ. **10.47.** $x = 3$, $y = 7$. **11.1.** 1) {±2; ±1}; 2) {±3}; 3) $\left\{\pm\frac{2}{3}\right\}$; 4) $\{\pm 5; \pm\frac{3}{4}\}$. **11.2.** 1) {±1; ±6}; 2) {±7}; 3) {−1; −3; 5; 7}; 4) {3; −9}. **11.3.** 1) $\left\{\frac{-1-\sqrt{41}}{2}\right\}$; 2) {−1; 0}; 3) {−2; −3}; 4) $\left\{\frac{13+\sqrt{53}}{2}; \frac{5-\sqrt{5}}{2}\right\}$. **11.4.** 1) {25}; 2) {25; 49}; 3) $\left\{\frac{1}{2}; 5\right\}$; 4) $\{1\frac{2}{3}; 3\}$. **11.5.** 1) {7}; 2) {34; 47}; 3) {13; 53}; 4) {46}. **11.7.** 2) {1,7; −1,8}. **11.8.** 1) {±a; ±3}; 2) {±3a; ±2}. **11.9.** 1) {2}; 2) $\{3; 1; -\frac{2}{3}\}$; 3) {0; 2; −3}; 4) {±2; 1}. **11.10.** 1) $6 - 4\sqrt{2}$; 2) $18 + 8\sqrt{5}$. **11.11.** 1) {−3; 1}; 2) $\{3; 1; 2 \pm \sqrt{3}\}$; 3) {−2; −1}; 4) $\left\{\frac{5\pm3\sqrt{5}}{2}; 2; 3\right\}$. **11.12.** 1) $\{-5; 1; -7 \pm \sqrt{61}\}$; 2) $\left\{2; 1; \frac{45+\sqrt{1969}}{2}\right\}$; 3) $\{-4{,}5; 2{,}4; \frac{8}{11}\}$; 4) $\{-0{,}5; 0; \frac{8}{11}; 10\}$. **11.13.** 1) {1}; 2) {±1}; 3) {4}; 4) {±4}. **11.14.** 1) {6}; 2) {±6}; 3) $\left\{3; 4; \frac{7-\sqrt{97}}{2}\right\}$; 4) $\left\{\frac{7-\sqrt{97}}{2}\right\}$. **11.15.** 1) $\left\{\frac{-1+\sqrt{29}}{2}\right\}$; 2) $\left\{\frac{1\pm3\sqrt{5}}{2}\right\}$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

3) $\left\{\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\right\}$; 4) $\{-2\pm\sqrt{2};\ 2\pm\sqrt{2}\}$. **11.16.** 1) {16}; 2) {49}. **11.17.** 1) {−1}; 2) {43; 56}; 3) $\varnothing$. **11.18.** 2) $\{\pm2\sqrt{3}\}$. **11.19.** 2) {−2; 4}. **11.21.** 1) {−0,5; −3; −9}; 2) {2,5; −0,1}. **11.22.** 1) $\left\{16;\ \frac{73-\sqrt{145}}{18}\right\}$; 2) $\left\{4-2\sqrt{3};\ \frac{13+3\sqrt{17}}{3}\right\}$; 3) {1; 9}; 4) $\varnothing$. **11.23.** 1) $\{-5{,}5; -1\frac{1}{3}\}$; 2) {8; 0,5}; 3) {−3,5}; 4) $\left\{-5\frac{2}{15}; -\frac{13}{15}\right\}$. **11.24.** 1) $\varnothing$; 2) $\left\{\frac{1}{2}\right\}$; 3) $\left\{-\frac{3}{49}\right\}$. **11.25.** 1) {−1,5}; 2) $\{-3; -\frac{1}{2}\}$. **11.26.** 1) {±1}; 2) {±1}; 3) (−∞; 0]; 4) (−∞; 0]. **11.27.** 1) ±1; $\pm\frac{2}{3}$; 2) 1; $-\frac{1}{7}$. **11.28.** 3. **11.29.** 1) $\{1;\ 1\pm\sqrt{3}\}$; 2) $\{3;\ 3\pm2\sqrt{5}\}$; 3) {−1}; 4) {−4; 2}. **11.30.** $\frac{-2+\sqrt{66}}{2}$. **11.31.** 1) $\left\{\frac{3\pm\sqrt{5}}{2}\right\}$; 2) {−2; −0,5}. **11.32.** 1) 1; 2) 1; $\frac{1\pm\sqrt{33}}{4}$. **11.33.** 1) −2; 0; 2) 0. **11.34.** 1) 0; −3; $\frac{-3\pm\sqrt{73}}{2}$; 2) 1. **11.35.** 1) 2; 0,5; 2) $\pm\sqrt{2}$; $4\pm3\sqrt{2}$. **11.36.** Қийлишиду, мәсилән, $a = -2$ болғанда. **11.37.** 1) {1,5; −0,5}; 2) {0,8; −1,2}; 3) {−1,3}; 4) {−1,3}. **11.38.** 1) $2+6\sqrt{5}$; 2) 16. **11.39.** 1) 2; 2) $1\frac{11}{16}$; 3) $3\frac{3}{25}$; 4) $1\frac{7}{25}$. **11.40.** 26. **11.41.** 1) 49 см²; 2) 99 см². **11.42.** 15 км/саат вә 9 км/саат. **12.1.** 1) 4 км/саат вә 5 км/саат; 2) 20 км/саат. **12.2.** 1) 40 км/саат; 2) 40 км/саат. **12.3.** 1) 32,5 км/саат; 2) 3 км/саат. **12.4.** 1) 20 км/саат; 2) 4 км/саат. **12.5.** 1) 4 км/саат; 2) 15 км/саат. **12.6.** 1) 14 км/саат; 2) 9 км/саат. **12.7.** 1) 14 км/саат; 2) 6 км/саат. **12.8.** 1) 60 км/саат; 2) 14 саат 00 мин. **12.9.** 1) 8 км/саат; 2) 20 км/саат. **12.10.** 36 км/саат. **12.11.** 1) 2 км/саат; 2) 7 км/саат. **12.12.** 1) 27 км/саат; 2) 24 км/саат. **12.13.** 1) 40 км/саат вә 20 км/саат; 2) 10 км/саат, 4 км/саат. **12.14.** 1) 60 деталь; 50 деталь; 2) 7 деталь; 6 деталь. **12.15.** 1) операторға — 4 саат; шагиртиға — 6 саат; 2) 3 саат; 15 саат; 10 саат. **12.17.** 1) 5 саат; 2) 15 мин; 20 мин. **12.18.** 5 күн, 20 күн. **12.19.** Адил — 6 мин; Мурат — 5 мин; **12.21.** Арзигүл — 6 қур; Мәдинә — 5 қур. **12.20.** 1-чиси — 14 күндә, 2-чиси — 11 күндә; **12.21.** 1-чи — 20 деталь; 2-чи — 24 деталь. **12.22.** 16. **12.23.** 16. **12.24.** 1—3 күн; 2—5 күн. **12.25.** 1-чи — 3 күн; 2-чи — 5 күн. 5 саат. **12.27.** 18 саат, 15 саат. **12.28.** 16 кийим. **12.29.** 4,8 саат. **12.30.** 360 саат, 120 саат. **12.31.** 6 км/саат, 10 км/саат. **12.32.** 2 вә 5. **12.33.** 1) $x^2-2\sqrt{3}-1=0$; 2) $x^2-10x+22=0$. **12.35.** 1) (0; 0); $\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$; 3) (0; 0); (3; 9); (−3; 9).

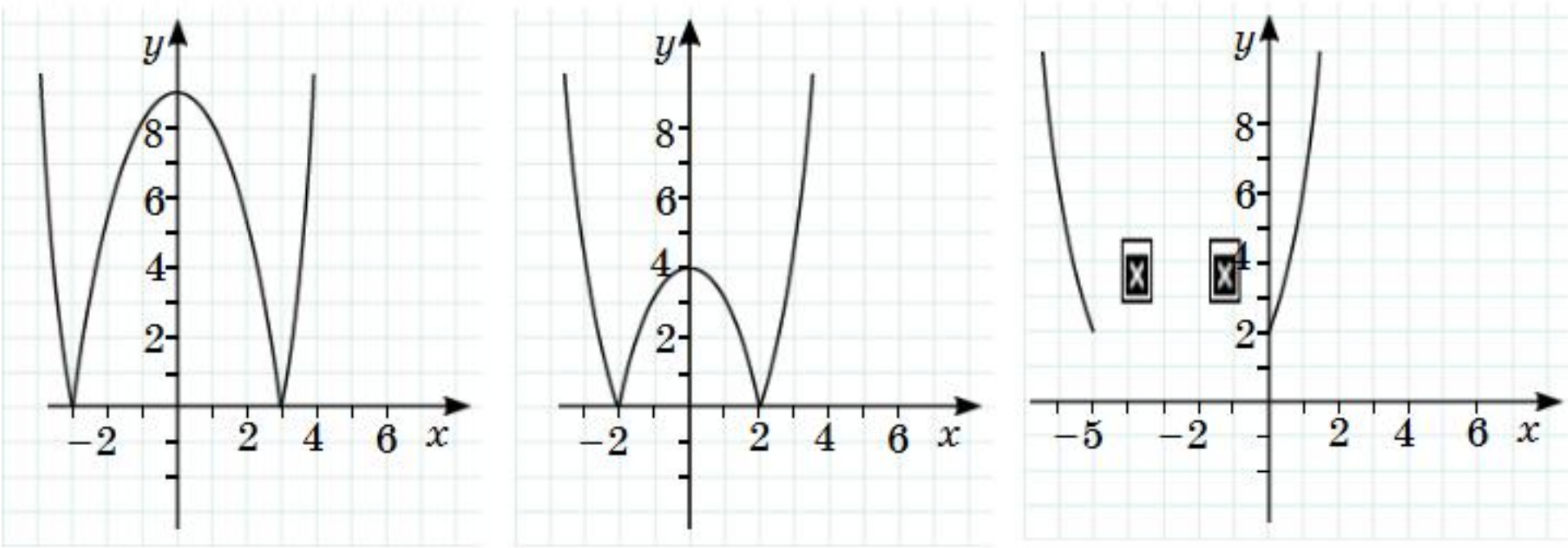
3-бап. Квадрат функция

13.2. (0; −3); (1; −2); (2; −3); (3; −6); (−1; −6). **13.3.** 1) −49; 2) −13,12; 5) −10; 6) −40. **13.6.** 1) $5\frac{1}{6}$; 2,5; $4\frac{21}{25}$; 3) [0; +∞) — өсиду; (−∞; 0] — кемийду. **13.7.** 1) −21,5; −9,5; −49,02; 3) (−∞; 0] — өсиду; [0; +∞) — кемийду. **13.10.** 1) I вә II; 2) I вә II; 3) III вә IV; 4) I вә II; 5) I; II; III вә IV; 6) III; IV.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

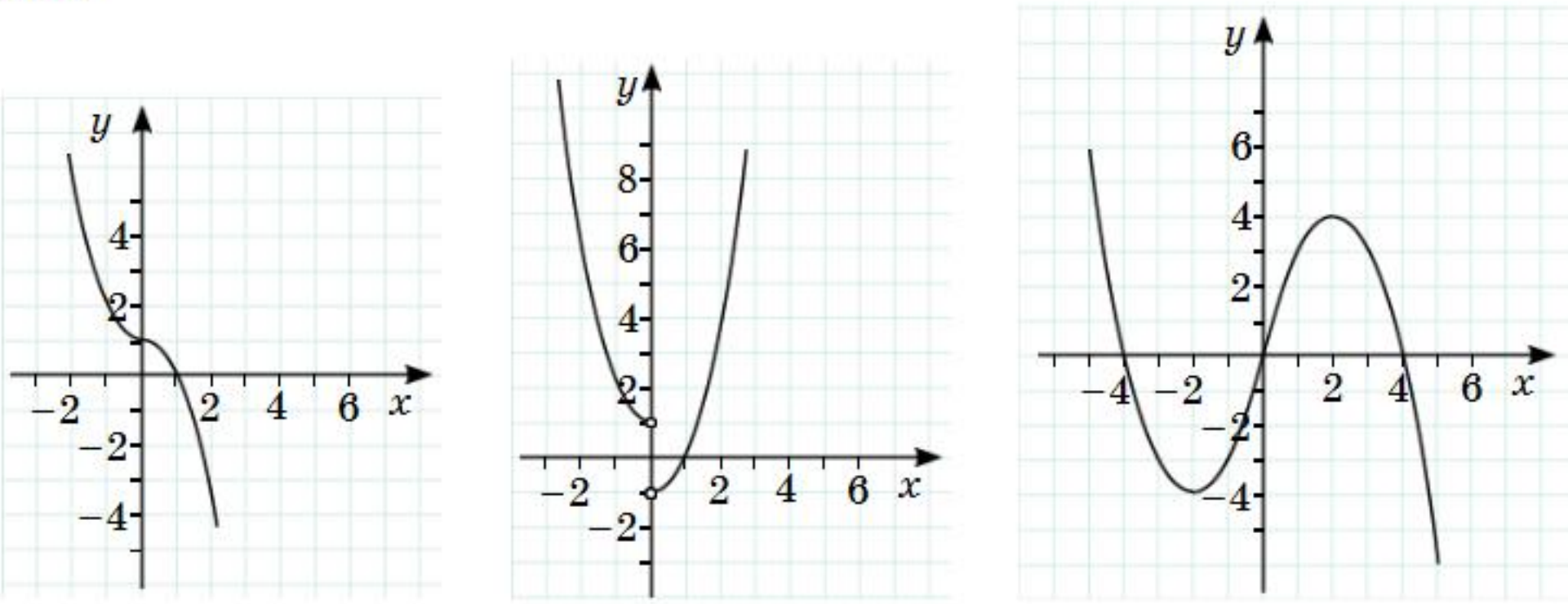
13.19.



1) 2) 3)

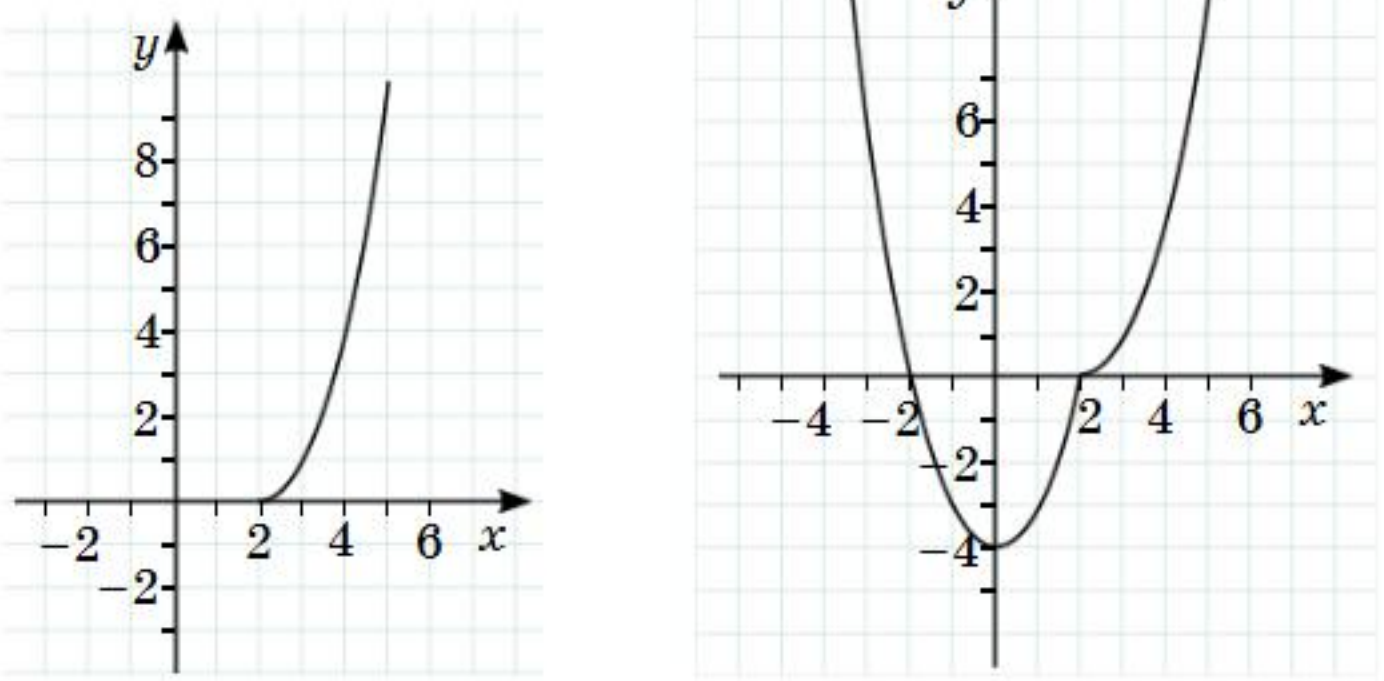
13.20. 1) $a > 0$ болғанда; 2) $a < 0$ болғанда; 3) $a > 0$ болғанда; 5) $a < 0$ болғанда.

13.22.



1) 3) 6)

13.23.



1) 4)

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

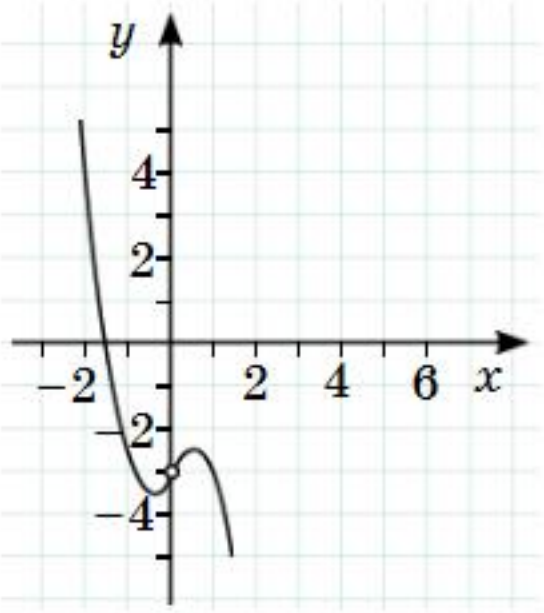
Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

13.24. 1) $c = -1$; 2) $c = 0$; 3) $c = 7{,}4$. **13.26.** 4% қа өрзәнләйду. **13.27.** Тең. **13.28.** 1) $1\frac{2}{3}$; 2) $-2{,}25$. **13.29.** 1) $2(x+1)^2+1$; 2) $2(x+2)^2-9$; 3) $2(x-1)^2-5$; 4) $-(x+0{,}7)^2+1{,}09$. **13.30.** 1) $(0;\ 2)$, $x = 0$; 3) $(2;\ 0)$, $x = 2$; 4) $(-3;\ 0)$, $x = -3$. **14.1.** 1; 2; 5 – өтиду; 3; 4; 6 – өтмәйду. **14.2.** 1) $2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-5{,}5$; 4) ; 6) $\frac{2}{7}\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-4\frac{9}{56}$. **14.3.** 1) $-3\frac{2}{3}$; 2) $-1\frac{1}{3}$; 3) $-4\frac{1}{3}$; 4) $-1\frac{1}{3}$; 5) $\frac{1}{3}$. **14.4.** 1) $2\left(x+\frac{1}{2}\right)^2-4\frac{1}{2}$; 3) $4\left(x-\frac{1}{8}\right)^2-2\frac{1}{16}$. **14.5.** 1) $\frac{1}{3}(x-3)^2-5\frac{1}{3}$. **14.6.** 2) $-3\left(x-\frac{1}{3}\right)^2-4\frac{2}{3}$. **14.7.** 3) $-\frac{2}{3}\left(x+\frac{9}{4}\right)^2+6\frac{17}{24}$. **14.8.** $f(3) = -16$; 2) $x = 0$; $x = -\frac{1}{2}$ болғанда, $f(x) = 5$; $x = -1{,}5$ вә $x = 1$ болғанда, $f(x) = 2$; 3) $\frac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$; $\left(\frac{-1+\sqrt{41}}{4};\ \frac{-1-\sqrt{41}}{4}\right)$ арилиғида $f(x) > 0$, $\left(-\infty;\ \frac{-1-\sqrt{41}}{4}\right) \cup \left(\frac{-1+\sqrt{41}}{4};\ +\infty\right)$ арилиғида $f(x) < 0$; 4) $M\left(-\frac{1}{4};\ 5\frac{1}{8}\right)$ — парабола чоққиси; $x = -\frac{1}{4}$ симметрия оқи. **14.10.** 3) $M(-3;\ 14)$ — парабола чоққиси; 4) функцияниң өң чоң мәнаси 14. **14.11.** 1) $M\ (1{,}5;\ 0{,}5)$ — парабола чоққиси, $x = 1{,}5$ — симметрия оқи; 2) $y_{\text{өң кичик}} = 0{,}5$; $E\ (f) = [0{,}5;\ +\infty)$; 3) $[1{,}5;\ +\infty)$ — функция өсиду. **14.12.** 1) $M\left(-\frac{1}{4};\ 7\frac{1}{8}\right)$ — парабола чоққиси; 2) $y_{\text{өң чоң}} = 7\frac{1}{8}$; $E\ (f) = \left(-\infty;\ 7\frac{1}{8}\right]$; 3) $\left[-\frac{1}{4};\ +\infty\right)$ — кемийду. **14.13.** 3) $M\left(-\frac{1}{6};\ 2\frac{1}{12}\right)$ — парабола чоққиси; $y_{\text{өң чоң}} = 2\frac{1}{12}$; $\left(-\infty;\ -\frac{1}{6}\right]$ — өсиду; $\left[-\frac{1}{6};\ +\infty\right)$ — кемийду. **14.18.** 1) $M(2;\ -4)$ — парабола чоққиси; $x = 2$ — симметрия оқи; 2) $M(-1;\ 3)$ — парабола чоққиси; $x = -1$ — симметрия оқи. **14.19.** 2) $M(2;\ 7)$ — парабола чоққиси; $x = 2$ — симметрия оқи; 3) $M\left(4;\ -9\frac{1}{15}\right)$ — парабола чоққиси; $x = 4$ — симметрия оқи. **14.20.** 1) $M(-3;\ 3)$ — парабола чоққиси, $x = -3$ — симметрия оқи; 3) $M\left(-3;\ 2\frac{1}{8}\right)$ — парабола чоққиси; $x = -3$ — симметрия оқи. **14.21.** 1) $M(0{,}3;\ 3{,}55)$ — парабола чоққиси; $x = 0{,}3$ — симметрия оқи; 3) $M\left(-1\frac{1}{4};\ 9\frac{1}{8}\right)$ — парабола чоққиси; $x = -1\frac{1}{4}$ — симметрия оқи. **14.22.** 1) $M\left(1\frac{7}{8};\ -\frac{41}{80}\right)$ — парабола чоққиси; $x = 1\frac{7}{8}$ — симметрия оқи. **14.23.** 1) $M(-0{,}95;\ -6{,}5025)$. **14.24.** 1) $M\left(-1\frac{1}{12};\ -12\frac{1}{24}\right)$. **14.25.** 3) $M(1{,}75;\ -25{,}35)$. **14.26.** 1) $p = -1$; $q = -1$; 2) $p = -1$; $q = -1$; 3) $p = -1$; $q = -0{,}5$. **14.27.** 1) $k = 2$; $m = 1$; 3) $k = 1\frac{3}{4}$; $m = 0$. **14.31.** 1) $y = -4x^2+4$; 2) $y = -1{,}5x^2+6$; 3) $y = \frac{3}{8}x^2+\frac{3}{4}x-3$. **14.32.** 1) $y = \frac{5}{12}x^2+\frac{10}{3}x+\frac{20}{3}$; 2) $y = \frac{1}{6}x^2-\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}$.

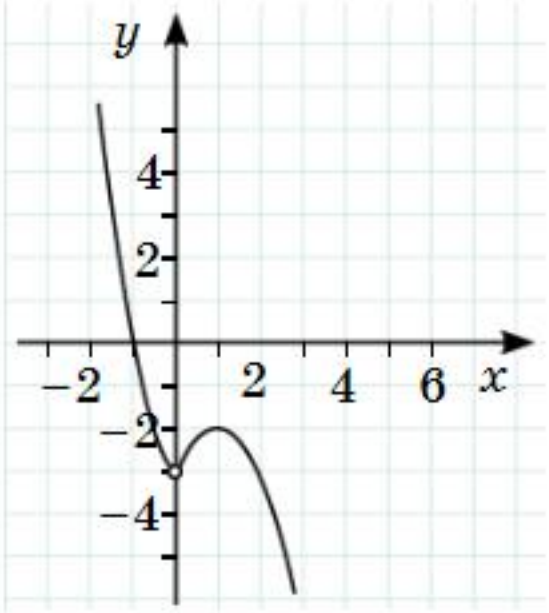
*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

14.33.

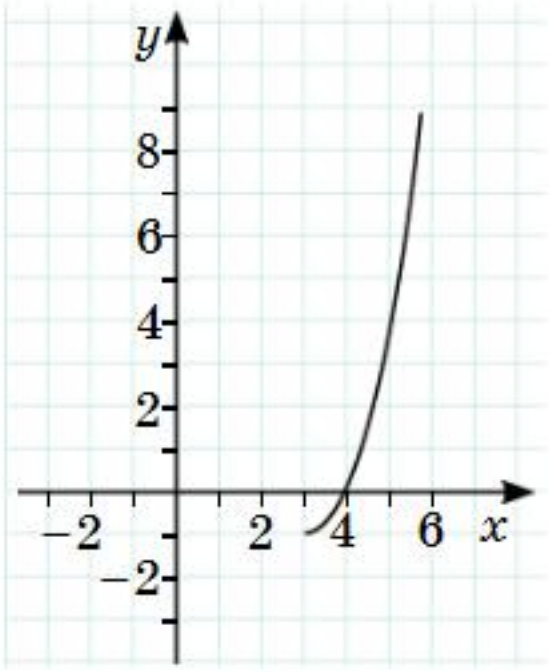


1)



3)

14.36.



4)

14.37. 1) $a = -5$; 2) $a = 15$. **14.38.** 1, а) $a = 2\frac{1}{8}$; 2, а) $a = 5$. **14.41.** Биринчи доп 0,5 м. **14.42.** 1) $(-2; 4)$; 2) $x = -2$; 4) $[0; 4]$; 5) 34. **14.44.** 47 машина. **14.45.** 1) 69,6; 2) 24,48. **14.48.** 31,25%. **14.49.** 14.

4-бап. Статистика элементлири

15.3. 1) 39; 2) 5,0 – 5,1 см; 3) 24. **15.8.** 1) 5; 2) 9. **15.9.** 1) -5; $1 + 2\sqrt{3}$; 2) -1; 4. **15.11.** 1) 0,5; 2) 0,5. **16.5.** 1) 54; 3) $\frac{5}{27}$. **16.6.** 2) 48; 3) 61. 16.8. 44 саат вə 68 саат. **16.9.** 1) $(-1; 5)$; 2) $(-\infty; -5) \cup (-1; +\infty)$; 3) $[-6; 6]$; 4) $(-10; -2) \cup (2; 10)$. **16.10.** 1) 9 вə $6\sqrt{2}$; 2) $\frac{1}{2}\left(\sqrt{15} + \sqrt{60}\right)$ вə $\sqrt{30}$; 3) $\frac{1}{2}\left(\sqrt{16{,}9} + \sqrt{0{,}1}\right)$ вə $\sqrt{1{,}3}$. **17.1.** 6 пəн бойичə. **17.2.** 1) 60 кг, 62 кг; 2) 25 кг, 25 кг. **17.3.** 1) 12; 2) 3,67; 3) 4. **17.4.** 1) 15; 2) 4,07; 3) 4. **17.5.** $\frac{61}{15} \approx 4{,}07$; 2) $\frac{207}{15}$; 3) $\frac{257}{15} - \left(\frac{61}{15}\right)^2 = \frac{3855 - 3721}{225} = \frac{134}{225} \approx 0{,}6$. **17.7.** 1 вə 0,2. **17.8.** 1) 5; 2) 13,6°C. **17.9.** 3) $n = 25$; $\overline{X} \approx 57{,}24$; 4) $D(X) \approx 1{,}7$. **17.10.** 1) $[0; +\infty)$; 2) $x = -1$. **17.11.** 1) 20 күн вə 30 күн; 2) 3 күн. **17.12.** 1) $(4; +\infty)$; 2) $(-\infty; -4]$; 3) $(-3; 3)$. **17.13.** $[-2; 2]$.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

18.1. 1) $(-\infty; -3]\cup[3; +\infty)$; 3) $[-5; 5]$; 4) $[-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}]$. **18.2.** 1) $[0; 3]$; 2) $(-\infty; 0]\cup\left[1\frac{2}{3}; +\infty\right)$; 3) $(-\infty;+\infty)$; 4) $(-\infty;-1,3]\cup[0;+\infty)$. **18.3.** 1) $(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$; 2) $(0;2,6)$; 3) $\varnothing$; 4) $(-2,8;0)$. **18.4.** 1) $(1;2)$; 2) $(-\infty; 2)\cup(3; +\infty)$; 3) $\varnothing$; 4) $(-\infty; 1)\cup(1,6; +\infty)$. **18.5.** 1) $(-\infty; -7]\cup[8; +\infty)$; 2) $(-8; 9)$; 3) $(-10; 9)$; 4) $[-15; 14]$; 5) $(1,5; 2)$; 6) $\{-1,8\}$; 7) $(-\infty; 0,4)\cup(2; +\infty)$; 8) $(-\infty; 1\frac{1}{6})\cup(1\frac{1}{6}; +\infty)$; 9) $\varnothing$; 10) $\left(\frac{-9-\sqrt{46}}{7}; \frac{-9+\sqrt{46}}{7}\right)$; 11) $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right]\cup[4; +\infty)$; 15) $\varnothing$; 16) $[-18; 13,5]$. **18.6.** 1) $(-\infty; -0,6)\cup(2; +\infty)$; 2) $\varnothing$; 3) $\varnothing$; 4) $(-\infty; -1]\cup[5,5; +\infty)$; 5) $\left[-\sqrt{1,2}; \sqrt{1,2}\right]$; 6) $(-\infty; 1)\cup(6; +\infty)$; 7) $\varnothing$; 8) $\left(-\frac{2}{7}; 2\right)$; 9) $\left(-\infty; -\frac{3}{4}\right)\cup(1; +\infty)$; 10) $[-1,25; 1]$; 11) $\left(-\infty; -1\frac{1}{6}\right]\cup[1; +\infty)$; 12) $(-\infty; 1)\cup\left(1\frac{1}{8}; +\infty\right)$. **18.7.** 1) $(-\infty; 1)\cup(5; +\infty)$; 2) $[-7; 1]$; 3) $(-\infty; -1)\cup(4; +\infty)$; 4) $[-10; 3]$. **18.8.** 1) $p = -1$; $q = -12$; 2) $p = 8$; $q = 24$; 3) $p = 3$; $q = 36$; 4) $p = -10$; $q = -120$. **18.9.** 1) $(-\infty; -3]\cup[3; +\infty)$; 2) $(-\infty;-3]\cup[3;+\infty)$; 3) $\{0\}$. **18.10.** 1) $[-\sqrt{15}; \sqrt{15}]$; 2) $(-\infty; -1]\cup[1; +\infty)$; 3) $(-\infty; -\sqrt{2}]\cup[\sqrt{2}; +\infty)$. **18.11.** 1) $(-\infty; -4)\cup(4; +\infty)$; 2) $(-\infty; 2)\cup(2; +\infty)$; 3) $\varnothing$. **18.12.** $p = -\frac{7}{4}$. **18.13.** 24 м. **18.14.** 1) $(-\infty; -\sqrt{6}]\cup[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]\cup[\sqrt{6}; +\infty)$; 2) $[-\sqrt{7}; -\sqrt{3}]\cup[\sqrt{3}; \sqrt{7}]$; 3) $\varnothing$; 4) $(-\infty; -2]\cup[2; +\infty)$. **18.15.** 1) $(-5; 0)$; $(0; 0)$ $(3; 0)$; 2) $y > 0$, бу йәрдә $x\in(-5; 0)\cup(3; +\infty)$, $y < 0$, бу йәрдә $x\in(-\infty; -5)\cup(0; 3)$. **18.17.** 1) $-2,25$; $4,59$; 2) $-3,96$; $0,56$; 3) $-1,51$; $4,51$. **18.18.** 1) $(x-3)(x-8)$; 2) $(2-x)(x+10)$; 3) $3\cdot(x-7)(x+2)$; 4) $(2-x)(5x+31)$. **18.19.** 1) $\frac{2x-4}{x+4}$; 2) ☒; 3) $\frac{2-x}{3x+2}$. **18.20.** 1) $\frac{x-2a}{x+2a}$; $\approx -2,2$; 2) $\frac{3x-5a}{3x+5a}$; $\approx -2,6$; **18.22.** $-$, $-$, $+$, $+$. **18.23.** 1, 3, 4, 5 вә 7.

19.1. 1) $[-5; 4]$; 2) $(-\infty; -2,4]\cup[1,5; +\infty)$; 3) $(-\infty; -5)\cup(4; +\infty)$; 4) $(-1; 6)$; 5) $(-\infty; -2,8]\cup[1; +\infty)$; 6) $(-4; 5)$; 7) $[-7,5; -2,4]$; 8) $(-\infty; -7]\cup[3,5; +\infty)$; 9) $(-\infty; -1\frac{1}{3}]\cup[2,5;+\infty)$; 10) $\left[-\frac{1}{2}; 2\frac{1}{3}\right]$; 11) $(-\infty;-3,5]\cup[1\frac{1}{3};+\infty)$; 12) $\left[1\frac{1}{7}; 3,5\right]$; 13) $(-\infty; -1,5]\cup[1,4; +\infty)$; 14) $\left[-\frac{1}{2}; \frac{8}{9}\right]$; 15) $\left[-\frac{5}{7}; 2\right]$. **19.2.** 1) $[3,5; 5]$; 2) $(-\infty; -1\frac{2}{3}]\cup[1,2; +\infty)$; 3) $[-4; 2,5]$; 4) $(-\infty; -2,5]\cup[1; +\infty)$. **19.3.** 1) $\left[-1\frac{2}{3}; 4,5\right]$; 2) $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right]\cup\left[2\frac{1}{3};+\infty\right)$; 3) $\left\{1\frac{2}{3}\right\}$; 4) $(-\infty; 1,8]\cup[2;+\infty)$. **19.4.** 1) $(-\infty; 0)\cup\left(1\frac{2}{3}; +\infty\right)$; 2) $(-\infty;-0,75)\cup(0;+\infty)$; 3) $(-\infty;0)\cup\left(2\frac{1}{3};+\infty\right)$; 4) $(-\infty;1,4)\cup(4;+\infty)$. **19.5.** 2) $(-\infty;-6]\cup(-2;1]\cup(2;+\infty)$; 3) $(-\infty;-5)\cup(-2;0)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$; 4) $(-\infty;0)\cup(2;3)\cup(7;+\infty)$. **19.6.** 1) $\{0\}$; 2) $\{0;1;2\}$; 3) $\{-3;-2;-1;0\}$; 4) $\{1;2;3\}$. **19.7.** 1) $\{-6\}$; 2) $\{-1\}$; 3) $\{-5\}$; 4) $\{0\}$. **19.8.** 1) $\{2\}$; 2) $\{0\}$; 3) $\{-2\}$; 4) $\{0\}$. **19.9.** 1) $\left(-\frac{1}{2};0\right)$;

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

2) $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$; 3) $\left(-\frac{2}{3}; 2\right)$; 4) $\left(0; \frac{1}{4}\right)$. **19.10.** 1) $(-\infty; -7)\cup(0; 7)$; 2) $(-\infty; -11)\cup(0; 11)$; 3) $(-\infty; -6)\cup(0; 6)$; 4) $(-\infty; -9)\cup(0; 9)$; 5) $(-\infty; 0)\cup\left(1\frac{7}{8}; 3\right)$; 6) $(-\infty; 0)\cup\left(5\frac{1}{4}; 7\right)$; 7) $\left(0; 1\frac{5}{7}\right)\cup(6; +\infty)$; 8) $(-\infty; 0)\cup(5; 9)$; 9) $(0; 3)\cup[9; +\infty)$; 10) $(-\infty; -3)\cup(0; 6]$; 11) $(-\infty; 0)\cup(2; 2{,}5]$; 12) $(-\infty; 0)\cup(3; 9)$. **19.11.** 1) $[2; 6]\cup[8; +\infty)$; 2) $(-\infty; -4]\cup[-1; 3]$; 3) $[-2{,}5; 2]\cup[6; +\infty)$; 4) $(-\infty; -5)\cup(1; 7)$; 5) $(-6; 1)\cup(3{,}6; +\infty)$; 6) $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right]\cup[1; 2]$; 7) $(-\infty; -2]\cup[3; +\infty)$; 8) $(-\infty; -6]\cup[3; +\infty)\cup\{-1\}$; 9) $(-\infty; -2{,}5]\cup[2; +\infty)$; 10) $[-5; 12]$; 11) $(-6; -1)\cup(-1; 3)$; 12) $(-2{,}5; 2)\cup(2; 6)$. **19.12.** 1) $(-4; -2)\cup(0; 1)$; 2) $(-2; 1)$; 3) $(-2; -1)\cup(1; 3)$; 5) $(-4; -1)\cup(1; 2)$; 6) $(-3; -1)\cup[1; 2]$; 8) $(-2; -1)\cup(1; 5)$; 9) $(-\infty; -4)\cup\left[\frac{-1-\sqrt{89}}{4}; 2\right)\cup\left[\frac{-1+\sqrt{89}}{4}; +\infty\right]$; 10) $(-\infty; -3)\cup(-2; -1)\cup\left(-\frac{2}{3}; +\infty\right)$; 11) $(-\infty; 1)\cup(3; +\infty)$; 12) $(-\infty; -1)\cup\left[\frac{4-\sqrt{43}}{3}; 2\right)\cup\left[\frac{4+\sqrt{43}}{3}; +\infty\right)$. **19.13.** 1) $(-\infty; -2]\cup[0; 1]\cup[2; +\infty]$; 2) $(0; 4)$; 3) $(-\infty; 0]\cup[2; +\infty]$; 4) $(-\infty; -4)\cup(-2; 2)\cup(2; +\infty]$; 5) $(-\infty; -4]\cup[-1; +\infty]$; 6) $(-3; 2)$; 7) $(-3; -2)\cup(3; 4)$; 8) $(-\infty; 2]\cup[3; +\infty)$; 9) $(-\infty; -5]\cup[2; +\infty)$; 10) $[0; 6]\cup\{-6\}$; 11) $(-\infty; -2]\cup[0; 2]\cup[16; +\infty)$; 12) $(-5; 0)$. **19.14.** 1) hə-ə; 2) як; 3) як; 4) як; 5) як; 6) як; 7) hə-ə; 8) як. **19.15.** 1) $[-3; -2]\cup[2; 3]$; 2) $[-\sqrt{5}; \sqrt{5}]$; 3) $x \neq \pm\sqrt{6}$; 4) $\varnothing$; 5) $\left[-\frac{1}{3}; 1\right]\cup\{2\}$; 6) $(2; 4)$; 7) $(-\infty; -3)\cup(-3; 0)\cup(0; 2)\cup(3; +\infty)$; 8) $\left[-1; -\frac{1}{5}\right]$; 9) $[-4; 3)\cup(-1; 1]$; 10) $(-\infty; -2]\cup(1; 2)\cup[3; +\infty)$; 11) $[-3; -1)\cup[1; 2)$; 12) $[-6; -5]\cup(3; 5)$. **19.16.** 1) $(-\infty; -2)\cup[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]\cup(4; +\infty)$; 2) $(-\infty; -4)\cup[-\sqrt{5}; 2)\cup[\sqrt{5}; +\infty)$; 3) $(-\infty; -2)\cup[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]\cup(5; +\infty)$. **19.17.** 1) $(-\infty; -3)\cup(3; +\infty)$; 2) $(-\infty; -5)\cup(-\sqrt{5}; 2)\cup(\sqrt{5}; +\infty)$; 3) $(-\infty; -3)\cup(-2; 2)\cup(4; +\infty)$. **19.18.** 1) $[-1; 5)\cup[8; +\infty)$; 2) $[-2; 2)\cup[4; +\infty)$; 3) $(-\infty; -2{,}5)\cup(-2{,}5; -2]\cup[3; +\infty)\cup\{0\}$; 4) $[-3; -2)\cup(1; +\infty)\cup\{-4\}$; **5)** $\left(-\infty; -2\frac{1}{3}\right)\cup(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$; 6) $(-3; 3)\cup(3{,}5; 4)\cup(4; +\infty)$; 7) $(-\sqrt{7}; \sqrt{7})\cup[4{,}5; +\infty)$; 8) $(-2; 2)\cup[2{,}5; +\infty)$; 9) $\left(-6; -2\frac{1}{3}\right)\cup(-2; 2)$; 10) $(-\infty; -4)\cup(-2; 1{,}6)\cup(4; 5)\cup(5; +\infty)$. **19.19.** 1) $a = 0$; 2) $a \in \{-4; -2; 0; 2\}$. **19.20.** 1) $(-\infty; -5)\cup\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$; 2) $(-\infty; -2)\cup\left(0; \frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$. **19.21.** 1) $(-1; 4)$; 2) $(0; 2)$; 3) $(-3; 2)$; 4) $(-4; 1)$. **19.22.** 1) -4; 2) -1; 3) -30; 4) -6. **19.23.** 1) $\left(-\infty; -\frac{7}{3}\right]\cup(-1; 1)\cup\{3\}$; 2) $\left(-4; 1\frac{3}{5}\right]\cup(4; +\infty)$; 3) $(-2; 2)\cup(3; 4)\cup(4; +\infty)$; 4) $\left(-5; -2\frac{1}{3}\right)\cup(5; 6)\cup(6; +\infty)$. **19.24.** 1) $(-\infty; -1]\cup(0; +\infty)$; 2) $[-1; 0)\cup(0; +\infty)$; 3) $[-1; 9]$; 4) $(-\infty; -8]\cup[8; +\infty)$; 5) $[-1; 7]$; 6) $(-\infty; -6]\cup[6; +\infty]$. **19.25.** 74%. **19.26.** 1) $\left(8\frac{2}{3}; 2\frac{2}{3}\right)$; 2) $\left(9; 3\frac{1}{3}\right)$. **19.27.** 1) $\approx -5{,}5$; 2) $\approx -7{,}72$. **19.28.** 45 км/саат. **19.29.** 1) $\approx 24{,}0416$; 2) $\approx 6{,}541$; 3) $\approx 7{,}262$; 4) $\approx 30{,}49$; 5) $\approx 2{,}068$; 6) $\approx 0{,}0669$. **19.30.** 1) $6{,}78$; 2) $\approx 11{,}6$; 3) $\approx 5{,}261$; 4) $\approx 3{,}77$; 5) $8\frac{2}{3}$; 6) $\frac{7}{24}$; 7) $-4\frac{17}{27}$. **19.31.** 1) -6; 2) 10. **19.32.** 1) $(-2; 2]$; 2) $(1; 3]$; 3) $[-2; 6]$. **20.1.** 1) $\left[-2; \frac{2}{3}\right)$; 6) $(0; 2{,}5)$; 12) $[0; 1{,}75]$. **20.2.** 1) $[-4; -2)\cup$

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

$\cup(2; 4]$; **3)** $[\sqrt{6}; 6)$; 8) $\varnothing$. **20.3.** 1) $[-2,7; -2)\cup(0; 7,3]$; 8) $(-1,25; 0]$. **20.4. 1)** $\varnothing$; **5)** $(-\infty; -3,5)\cup$ $\cup(2; +\infty)$; 6) $\varnothing$. **20.6.** 1) $(-\infty; -2]\cup[2; +\infty)$; 4) $[-5; -1,2]\cup[2; 5]$. **20.7.** 1) $[-6; -4)$; 2) $[-1; 1]$; 4) $[-2;$ $1]$. **20.8.** 1) $(-1; 0]\cup[4; 5)$; 4) $(-1; 2-\sqrt{2}]\cup[2+\sqrt{2}; 5)$. **20.9.** 1) $(-0,4; 1)$; 3) $(-\infty; -6]\cup\{1\}\cup[1\frac{1}{3}; +\infty)$. **20.10.** 4) $(-\infty; -4]\cup\left[-1; \frac{1}{3}\right]\cup\left(\frac{3}{2}; 2\right)\cup(2; +\infty)$. **20.11.** 1) $\left(1\frac{2}{3}; 2\right)$; 4) $(-2\sqrt{3}; 0)\cup(2\sqrt{3}; +\infty)$. **20.12.** 1) $(6; +\infty)$; 4) $(-\infty; -8]\cup[4; 5)$. **20.14.** 2) ☒ . **20.15.** 2) $(-1\frac{1}{2}; -1]$; 4) $[1; 1\frac{1}{3}]$. **20.16.** 2) 2; 3) −2; 4) 0. **20.17.** 4) $(-\infty; -1\frac{16}{17}]$. **20.18.** 1) $[-1; 2,5]$, өң чоң сан $x = 1$; 2) $[-1; 2,5)$, өң чоң сан $x = 2$. **20.19.** 2) $(-\infty; -3)\cup[5; +\infty)$; 3) $[-6; -2-2\sqrt{3})\cup$ $\cup(-2+2\sqrt{3}; 6]$.

8-синип алгебра курсини тәкрарлашқа беғишланған көнүкмиләр

1. 1) 0,5; 3) 0; 4) 1. **3.** 1) 2,8; 3) 5,4; 4) 26. **4.** 1) $\sqrt{5,4} < \sqrt{5,6}$; 2) $\sqrt{2,34} > \sqrt{2\frac{1}{6}}$. **5.** 1) 8,56; 3) 4,08. **6.** 1) 8,5; 2) $\frac{15}{29}$; 4) $\frac{77}{135}$. **7.** 1) Маһийити йоқ; 2) − 46. **8.** 1) −36,8; 2) −208,075. **9.** 1) 8; 2) 1024; 3) 36; 4) 450. **10.** 2) $x > 0$ болғанда; 3) $a < 0$ болғанда; 5) $c < 0$ болғанда. **11.** 1) $\sqrt{30}$; $\frac{2}{3}\sqrt{72}$; $7\sqrt{2}$; 4) $12\sqrt{0,5}$; $\sqrt{89}$; $\frac{3}{4}\sqrt{160}$. **12.** 1) a^2b^2; 3) b^3c^4; 5) $\frac{2x}{y^3}$; 6) $-0,5py^3$. **13.** 1) $2|c|$; 2) $|c|x^2$; 3) $|c|\sqrt{15}$. **14.** 1) $-3a\sqrt{b}$; 3) $21x^2\sqrt{3}$; 7) $12ab\sqrt{ab}$. **15.** 1) $\sqrt{3a^2}$; 2) $\sqrt{2x}$; 3) $-\sqrt{3a^2}$. **16.** 1) $x \geq 0$ болғанда; 2) $a \geq 0$ болғанда. **17.** 1) $\sqrt{4x^3}$; 2) $\sqrt{9a^3b^5}$; 3) $\sqrt{4a^3b}$. **18.** 1) $15 - 4\sqrt{5}$. **20.** 1) $\frac{22}{27}$; **21.** 2) 2,84. **24.** 2. **25.** 4) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$. **26.** 1) $x + y - \sqrt{xy}$; 2) $\frac{1}{a - \sqrt{ab} + b}$. **27.** 1) $\frac{3\sqrt{x} + x}{x}$; 3) $\frac{2 - \sqrt{3}}{5}$; 5) $\sqrt{a} + \sqrt{b}$. **28.** 1) $\sqrt{x} - \sqrt{y}$. **29.** 1) $\frac{\sqrt{a} - \sqrt{y}}{\sqrt{a}}$; 3) $\frac{x + \sqrt{b}}{x\sqrt{b}}$. **30.** 1) $\frac{2 + \sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$. **31.** $x = 0$. **32.** 1) $-\frac{1}{2x}$; 2) 0. **34.** 1) 40 км/саат; 2) 70 км/саат. **35.** 12 саат. **36.** 10 км/саат. **37.** 1) $\{9\}$; **3)** $\{1\frac{1}{3}\}$; **5)** $\{40\}$. **38.** 1) $\{0; \frac{1}{16}\}$; 2) $\{4\}$; 4) $\{9\}$; 5) $\{5\}$. **39.** 1) $\{-3; 6\}$; 3) $\{-5 \pm \sqrt{41}\}$. **40.** 1) $\{4; 3\}$; 3) $\varnothing$. **41.** 1) $\{6\}$; 2) $\{-4\}$. **42.** 1) $x^2 - 16 = 0$; 2) $x^2 - \frac{4}{25} = 0$; 3) $x^2 - 2 = 0$; **4)** $x^2 + 4 = 0$. **43.** 1) ± 5; 4) $1 + \sqrt{14}$; $-1 - 3\sqrt{2}$. **44.** 1) 20; 3) $\{13\}$, $x = -5$ томури болмайду; 4) −2. **45.** Мәсилән: 1) $(x - 1)^2 - 1 = 0$; 2) $(x - 0,5)^2 - \frac{1}{4} = 0$; **3)** $(x - 3)^2 - 2 = 0$; 4) $(x - 2)^2 - (-4) = 0$. **46.** 1) $x = 1$; 3) $x = 1\frac{2}{7}$. **47.** 1) $x = \frac{1}{2}$; 4) 0. **48.** 1) ± 8; 3) $1 + \sqrt{43}$; $-1 - \sqrt{51}$. **49.** 1) 2; 3) ± 2. **50.** 1) 3; 4) 4.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

51. 1) $\left(-\infty;\ \frac{7-\sqrt{33}}{2}\right] \cup \left[\frac{7+\sqrt{33}}{2};\ +\infty\right)$. **52.** 1) 43; 2) −45; 3) 260. **53.** 1) 5; 2) −2,5; 3) −10.

54. 1) $-1 \pm \sqrt{6}$; 4) −2; 0. **55.** 3) $\frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$; 4) −2; −1. **56.** 1) 4; 2) 3. **57.** 1) −5; 3; 3) −5; 5. **58.** 1) $[0; +\infty)$; 2) $(-\infty; +\infty)$; 3) $x = 0$; 6) $(-\infty; 0]$. **59.** 1) $(0; +\infty)$; 2) $[0; +\infty)$; 3) $[0; 1) \cup (1; +\infty)$. **60.** 1) 49 729; 2) 38 809. **61.** 1) $[-5; 6] \cup [10; +\infty)$; 2) $[-\infty; -11] \cup [-2; 7)$; 3) $(-\infty; 5] \cup [6; +\infty)$; 4) $(-2; 7]$; 5) $(7; 14]$; 6) $(-6; -3]$; 7) $(1; 2) \cup (2; 3)$. **62.** 1) $(-\infty; -3] \cup [5; +\infty)$. **63.** 1) $(-\infty; -\frac{1}{3}) \cup (2{,}5; +\infty)$; 2) $(-9; \frac{3}{4})$. **64.** 1) 1; 2) 3. **65.** 1) 8; 2) 9. **66.** 1) −8; 2) −6. **67.** 1) −6; 2) 4. **68.** 1) $(12; +\infty)$; 2) $(-\infty; -4]$.

69. 1) 4; 7; 2) −18. **70.** 1) $(-6; -5] \cup [5; +\infty)$; 2) $[-3; 4]$. **71.** 1) 3; 2) $\{-3; -2; -1\}$. **72.** 1) −3; 2) −7. **74.** 1) $(-\infty; -3) \cup [-2; 3) \cup (3; 4)$; 2) $(-\infty; -5) \cup [-3; 4]$. **76.** 1) $(-\sqrt{6}; 0)$, $(\sqrt{6}; 0)$, $(0; -3)$. **84.** 1) $x \approx 4$; 3) $\approx 1{,}5$. **85.** 1) 278,1 млн. тг.; 2) 88,67 млн. тг; 3) 109344,94 млн. тг. **86.** 2) 2,4% қа; 3) 11 өлкидә; 4) Жәнубий Қазақстан вилайитидә 1,6 миң т.

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
соглaсно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

МУНДӘРИЖӘ

Киришмә 4
7-синиптики алгебра курсини тәкрарлаш үчүн берилгән көнүкмиләр.....5

1-бап. КВАДРАТ ТОМУР ВӘ ИРРАЦИОНАЛ ИПАДИЛӘР

§ 1. Һәқиқий санлар 16
§ 2. Квадрат томур 20
§ 3. Арифметикилиқ квадрат томурниң хусусийәтлири.....26
§ 4. Тәркивидә квадрат томурлири бар ипадиләрни тәңму-тәң түрләндүрүш.....34
§ 5. $y = \sqrt{x}$ функцияси, униң хусусийәтлири вә графиги 44

2-бап. КВАДРАТ ТӘҢЛИМИЛӘР

§ 6. Квадрат тәңлимә. Квадрат тәңлимиләрниң түрлири.....50
§ 7. Квадрат тәңлимини йешиш.....58
§ 8. Виет теоремиси.....67
§ 9. Квадрат үчәзалиқ.....74
§ 10. Кәсир-рационал тәңлимиләр.....80
§ 11. Квадрат тәңлимигә кәлтүрүлидиған тәңлимиләр 88
§ 12. Мәтинлик һесапларни квадрат тәңлимиләр арқилиқ чиқириш.....96

3-бап. КВАДРАТ ФУНКЦИЯ

§ 13. $y = a(x - m)^2$, $y = ax^2 + n$, $y = (x - m)^2 + n$ $(a \neq 0)$ түридә берилгән квадрат функциялар, уларниң графиклири.....104
§ 14. $y = ax^2 + bx + c$ $(a \neq 0)$ функцияси, униң хусусийәтлири вә графиги 110

4-бап. СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТЛИРИ

§ 15. Интерваллиқ җәдвәл. Гистограмма 121
§ 16. Топланған чапсанлиқ 126
§ 17. Оттура мәна. Дисперсия. Стандартлиқ чәтнәш 130

5-бап. ТӘҢСИЗЛИКЛӘР

§ 18. Квадрат тәңсизлик. Квадрат тәңсизликни квадрат функциянiң графиги арқилиқ йешиш.....137
§ 19. Рационал тәңсизликләр. Интерваллар усули 145
§ 20. Бир өзгәрмиси бар сизиқлиқ әмәс тәңсизликләр системиси 156
8-синип алгебра курсини тәкрарлашқа беғишланған көнүкмиләр 162
Глоссарий 176
Пән бойичә аталғу көрсәткүчлири 178
Җаваплар 182

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

Учебное издание

Абылкасымова Алма Есимбековна
Кучер Татьяна Павловна
Жумагулова Зауре Абдыкеновна
Корчевский Владимир Евгеньевич

АЛГЕБРА

Учебник для 8 классов общеобразовательных школ
(*на уйгурском языке*)

Редактор *С. Балинова*
Бәдиий редактор *А. Сланова*
Техникилиқ редактор *И. Тарапунец*
Компьютерда сәһипилигән *Г. Һаширова*

Нәшриятқа Қазақстан Жумһурийити Билим вә пән министрлигиниң
№ 0000001 дөләтлик лицензияси 2003-жили 7-июльда берилгән

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

ИБ № 5798

Нәширгә 15.08.18 қол қоюлды. Формати 70x100 1/16. Офсет қағизи.
Һәрип түри "SchoolBook Kza". Офсетлиқ нәшир. Шәртлик басма
тавиғи 16,13+0,32 форзац. Шәртлик бояқ һәҗими 33,55.
Һесапқа елинидиған басма тавиғи 9,12+0,54 форзац.
Тиражи 1500 данә. Буйрутма №

"Мектеп" нәшрияти, 050009, Алмута шәһири, Абай проспекти, 143.
Факс: 8(727) 394-37-58, 394-42-30.
Тел.: 8(727) 394-41-76, 394-42-34.
E-mail: mektep@mail.ru
Web-site: www.mektep.kz

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217

Все учебники Казахстана ищите на сайтах OKULYK.COM и OKULYK.KZ

*Книга предоставлена исключительно в образовательных целях
согласно Приказа Министра образования и науки Республики Казахстан от 17 мая 2019 года № 217