ҮЧБУЛУҢЛУҚЛАР

§ 7. ҮЧБУЛУҢЛУҚ ВӘ УНИҢ ТҮРЛИРИ

Үчбулуңлуқ асасий геометриялик фигуриларниң бири болуп һесаплиниду. 7.1-сүрәттә һәр түрлүк үчбулуңлуқлар тәсвирләнгән. Өзәңлар қандақ фигура үчбулуңлуқ дәп атилидиғанлиғини ениқлап көрүңлар. 7.1-сүрәттә тәсвирләнгән үчбулуңлуқларниң пәрқи қандақ?

Бир түзниң бойида ятмайдиған үч чекиттин вә уларни жүп-жүптин қошидиған үч кесиндидин түзүлгән фигура *үчбулуңлуқ* дәп атилиду. Чекитләр үчбулуңлуқниң *чоққилири,* кесиндиләр үчбулуңлуқниң *тәрәплири* дәп атилиду.

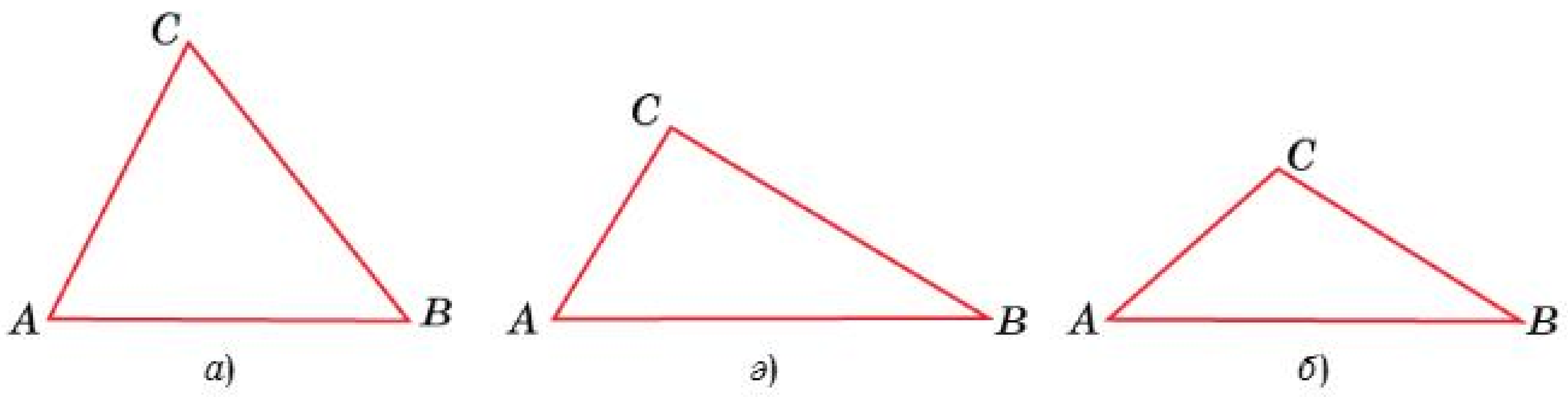
Үчбулуңлуқ униң чоққилирини көрситиш арқилиқ бәлгүлиниду. Мәсилән, ABC үчбулуңлуғи.

Чоққиси үчбулуңлуқниң чоққиси болидиған, тәрәплири үчбулуңлуқниң тәрәплирини тәшкил қилидиған булуң *үчбулуңлуқниң булуңи* дәп атилиду.

Барлиқ булуңлири тар болидиған үчбулуңлуқ *тар булуңлуқ үчбулуңлуқ* дәп атилиду (7.1, а-сүрәт).

Әгәр үчбулуңлуқниң бир булуңи тик болса, у чағда у *тикбулуңлуқ үчбулуңлуқ* дәп атилиду (7.1, ә-сүрәт).

Әгәр үчбулуңлуқниң бир булуңи кәң болса, у чағда у кәң булуңлуқ үчбулуңлуқ дәп атилиду (7.1, б-сүрәт).



7.1-сүрәт

Үчбулуңлуқ чоққилири, тәрәплири вә булуңлиридин башқа төвәндикидәк асасий элементлири бар:

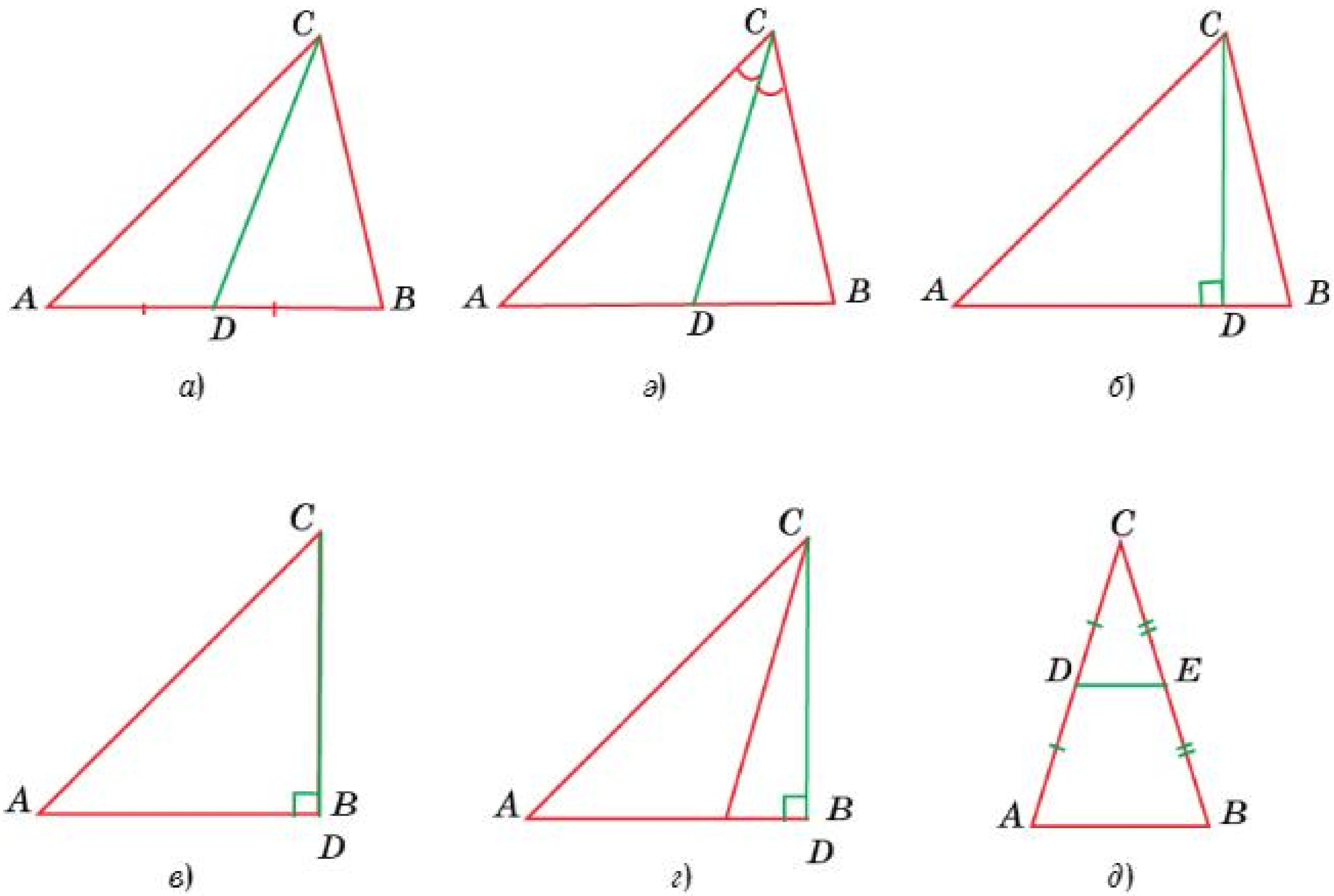
• үчбулуңлуқниң *медианиси* — үчбулуңлуқниң чоққиси вә униңға қарши ятқан тәрәплириниң оттурисини қошидиған кесиндә (7.2, а-сүрәт);

• үчбулуңлуқниң *биссектрисиси* — үчбулуңлуқ булуңи биссектрисисиниң чоққиси вә униңға қарши ятқан тәрипини қошидиған кесиндә (7.2, ә-сүрәт);

• үчбулуңлуқниң *егизлиги* — үчбулуңлуқниң чоққиси вә униңға қарши ятқан тәрәпкә яки униң давамида ятқан чекитини қошидиған вә мошу тәрәпкә перпендикуляр болидиған кесиндә (7.2, б, в, г-сүрәт).

Үчбулуңлуқниң барлиқ тәрәплири узунлуқлириниң қошундиси униң *периметри* дәп атилиду.

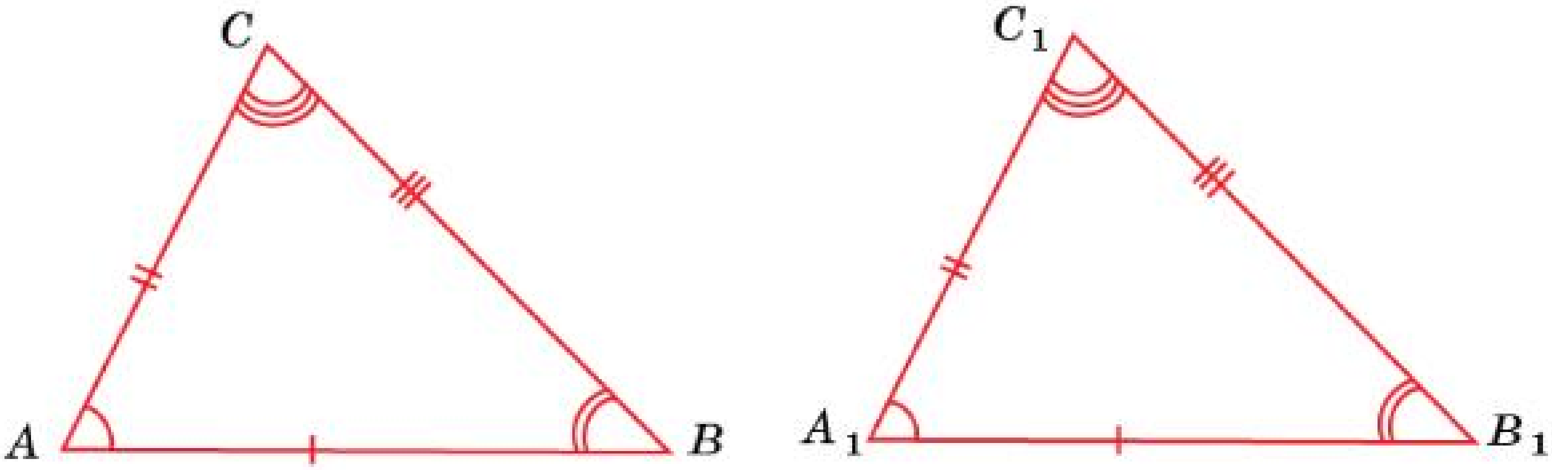
Үчбулуңлуқниң икки тәрипиниң оттурисиниң қошудиған кесиндә *үчбулуңлуқниң оттура сизиғи* дәп атилиду (7.2, *д*-сүрәт).



7.2-сүрәт

Әгәр бир үчбулуңлуқниң тәрәплири вә уларниң арисидики булуңлар иккинчи үчбулуңлуқниң мувапиқ тәрәплиригә вә уларниң арисидики булуңларға тәң болса, у чағда мундақ үчбулуңлуқлар *тәң* дәп атилиду.

Шундақ қилип, ABC вә $A_1B_1C_1$ үчбулуңлуқлирида $AB = A_1B_1$, $BC = B_1C_1$, $AC = A_1C_1$; $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$ тәңликлири орунланса, у чағда бу үчбулуңлуқлар тәң болиду вә мундақ бәлгүлиниду: $\Delta\, ABC = \Delta\, A_1B_1C_1$ (7.3-сүрәт).



7.3-сүрәт

***ABC* вә *DEF* тәң үчбулуңлуқлири үчүн тәңликләрни өзәңлар йезиңлар.**

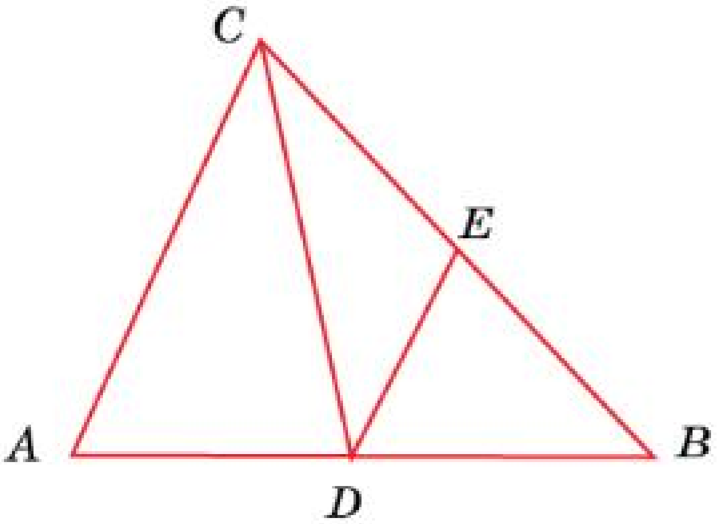
Тәңлик чүшәнчисини пәқәт үчбулуңлуқлар үчүнла әмәс, башқиму фигурилар үчүнму ениқлашқа болиду. Әгәр икки фигуриниң шәкиллири вә өлчәмлири бирдәк болса, у чағда улар тәң фигурилар болиду. Фигуриларниң тәңлигиниң ениқлимиси 9-синипта қараштурулидиған *һәрикәт* чүшәнчисигә асаслиниду. Әгәр һәрикәт арқилиқ бир фигурини иккинчи фигуриға көчиришкә болса, у чағда бу фигурилар *тәң* дәп атилиду.

1. Қандақ фигура үчбулуңлуқ дәп атилиду?
2. Үчбулуңлуқ қандақ бөлгүлиниду?
3. Үчбулуңлуқниң медианиси дегинимиз немә?
4. Үчбулуңлуқниң биссектрисиси дегинимиз немә?
5. Үчбулуңлуқниң егизлиги дегинимиз немә?
6. Үчбулуңлуқниң периметри дегинимиз немә?
7. Қандақ үчбулуңлуқлар тәң дәп атилиду?
8. Қандақ үчбулуңлуқ: а) тар булуңлуқ; ә) тик булуңлуқ; б) кәң булуңлуқ дәп атилиду?

Көнүкмиләр

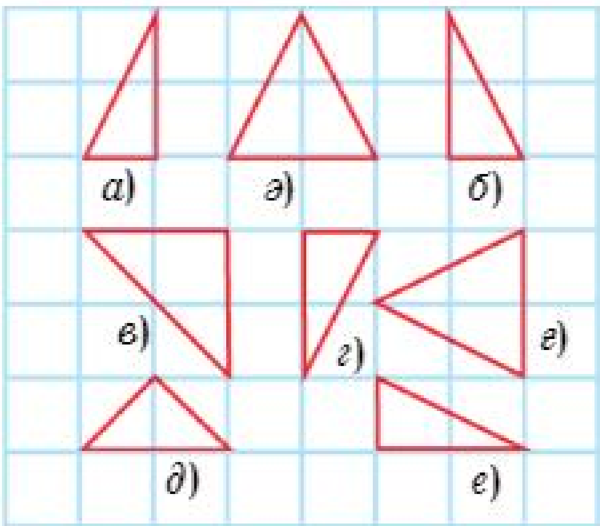
A

7.1. 7.4-сүрәттә тәсвирләнгән барлиқ үчбулуңлуқларни атаңлар.



7.4-сүрәт

7.2. 7.5-сүрәттә тәң үчбулуңлуқларни көрситиңлар.



7.5-сүрәт

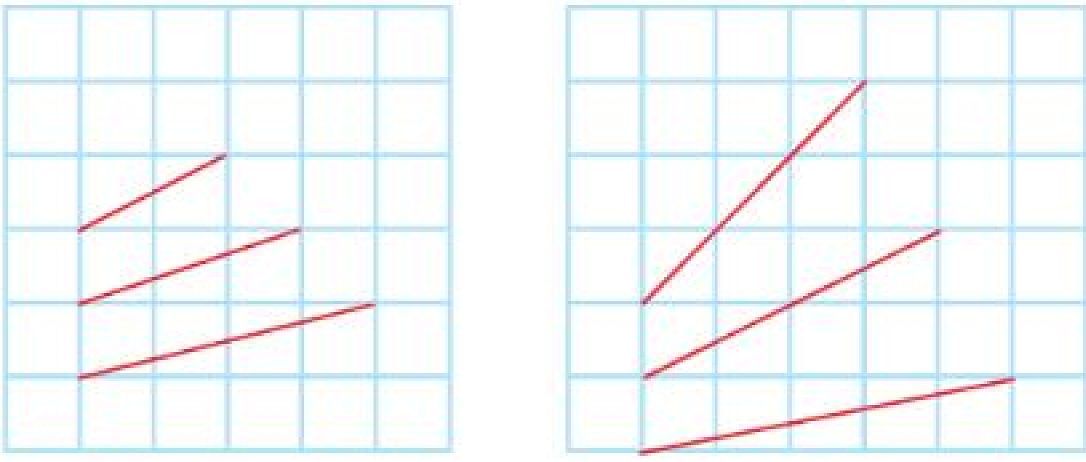
7.3. Келәси: а) тар булуңлуқ вә тик булуңлуқ үчбулуңлуқлар; ә) тар булуңлуқ вә кәң булуңлуқ үчбулуңлуқлар; б) тик булуңлуқ вә кәң булуңлуқ үчбулуңлуқлар тәң болуши мүмкинму?

7.4. Үчбулуңлуқта қанчә: а) медиана; ә) биссектриса; б) егизлик бар?

7.5. Үчбулуңлуқтин ташқири униң: а) медианиси; ә) биссектрисиси; б) егизлиги өтүши мүмкинму?

В

7.6. Чақмақ қәғәзгә тәрәплири 7.6-сүрәттә көрситилгән кесиндиләргә тәң болидиған үчбулуңлуқ қуруңлар.



а) ә)

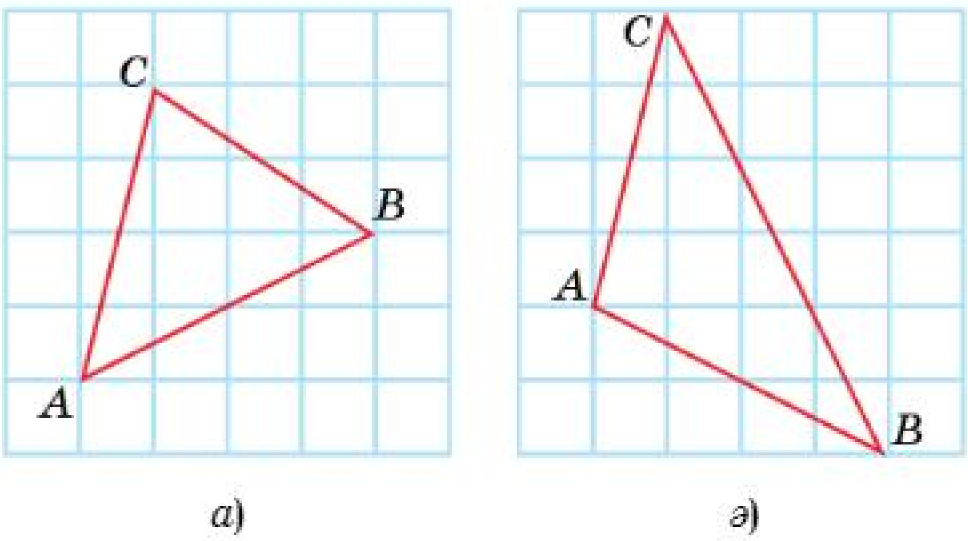
7.6-сүрәт

7.7. ABC вә EFG үчбулуңлуқлири тәң вә $AB = 5$ см, $BC = 6$ см, $AC = 7$ см. EFG үчбулуңлуқлириниң тәрәплирини тепиңлар.

7.8. ABC вә EFG үчбулуңлуқлири тәң вә $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 60^\circ$, $\angle C = 80^\circ$. EFG үчбулуңлуқлириниң булуңлирини тепиңлар.

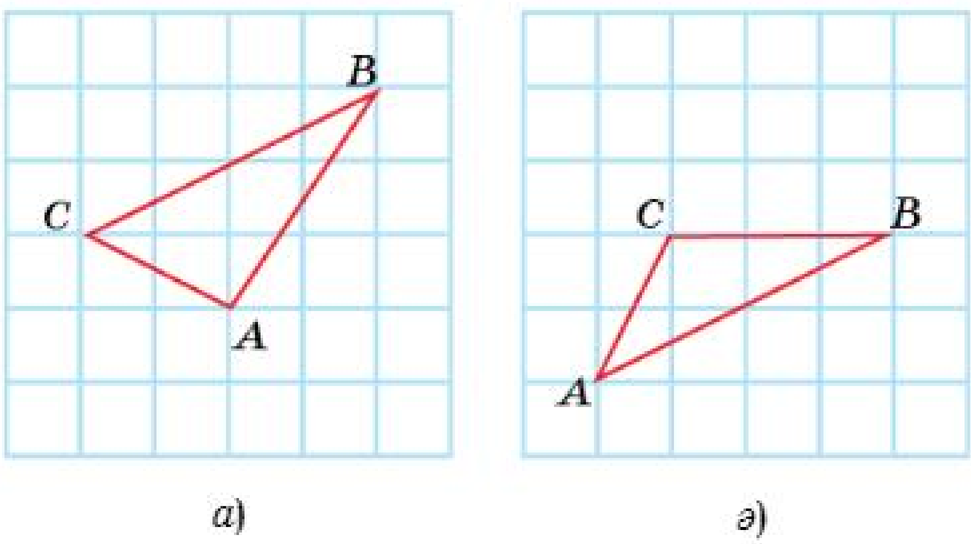
7.9. ABC, PQR вә XYZ үчбулуңлуқлири тәң вә $AB = 5$ см, $QR = 6$ см, $XZ = 7$ см. Һәрбир үчбулуңлуқниң қалған тәрәплирини тепиңлар.

7.10. Чақмақ қәғәзгә ABC үчбулуңлуғини қуруңлар (7.7-сүрәт) вә униң медианилирини тәсвирләңлар.



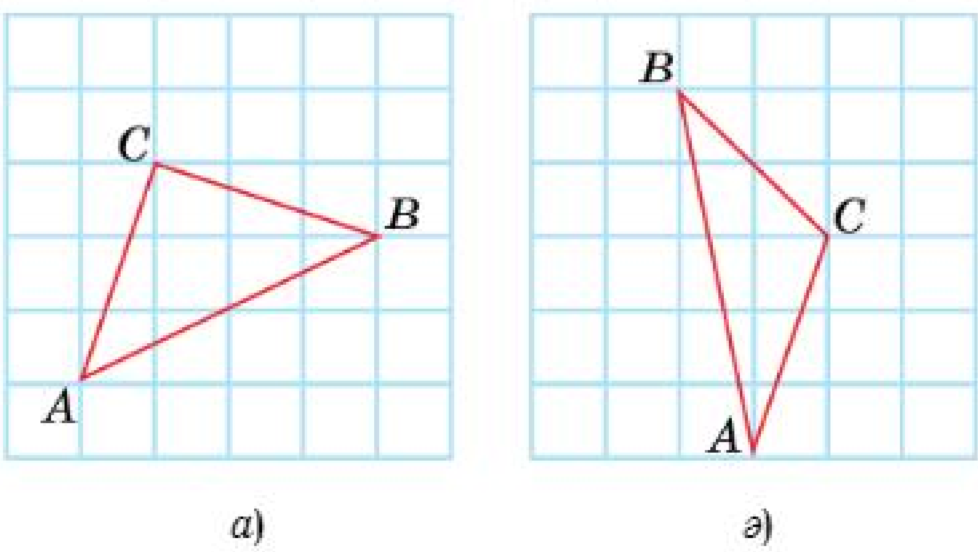
7.7-сүрәт

7.11. Чақмақ қәғәзгә ABC үчбулуңлуғини қуруңлар (7.8-сүрәт) вә униң: а) CD; ә) AD биссектрисисини тәсвирләңлар.



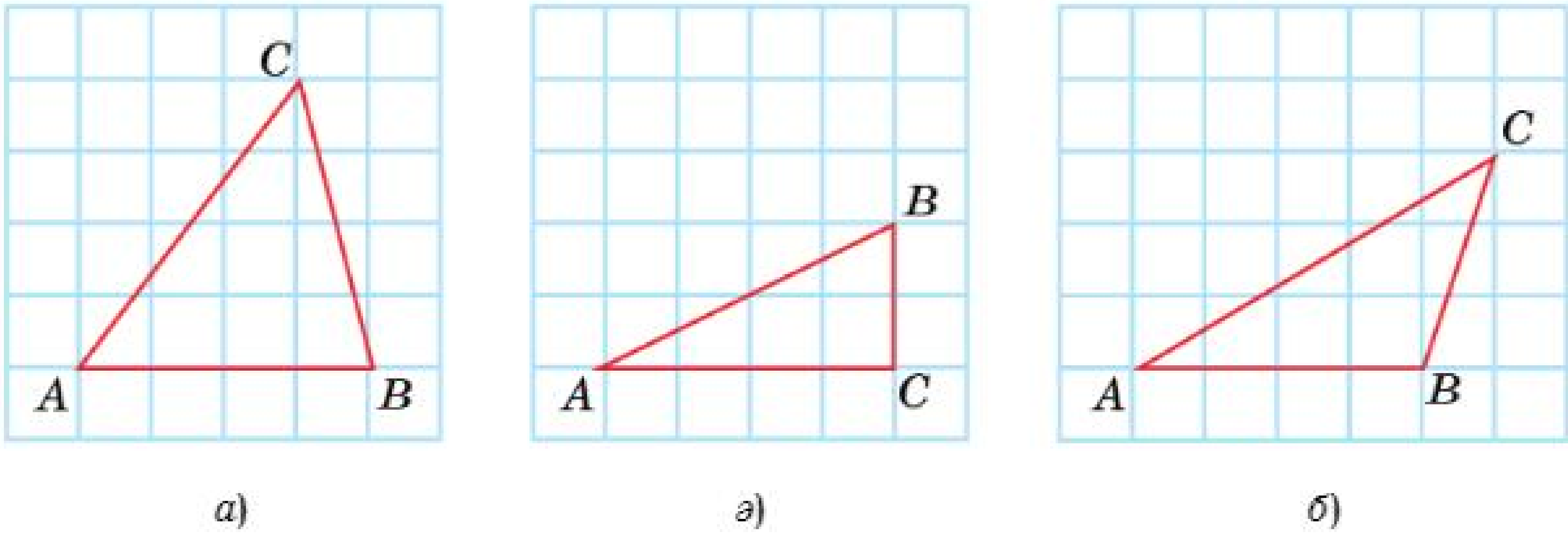
7.8-сүрәт

7.12. Чақмақ қәғәзгә ABC үчбулуңлуғини қуруңлар (7.9-сүрәт) вә униң: а) CD; ә) AD егизлигини тәсвирләңлар.



7.9-сүрәт

7.13. 7.10-сүрәттә көрситилгәндәк, чақмақ қәғәзгә: а) ABC тар булуңлуқ үчбулуңлуғини; ә) ABC тик булуңлуқ үчбулуңлуғини; б) ABC кәң булуңлуқ үчбулуңлуғини қуруңлар. C чоққисидин медианисини, биссектрисисини вә егизлигини жүргүзүңлар.



7.10-сүрәт

7.14. ABC үчбулуңлуғининиң AB тәрипи 17 см-ға тәң. AC тәрипи AB тәрипидин икки һәссә чоң, BC тәрипи AC тәрипидин 10 см-ға кичик. ABC үчбулуңлуғининиң периметрини тепиңлар.

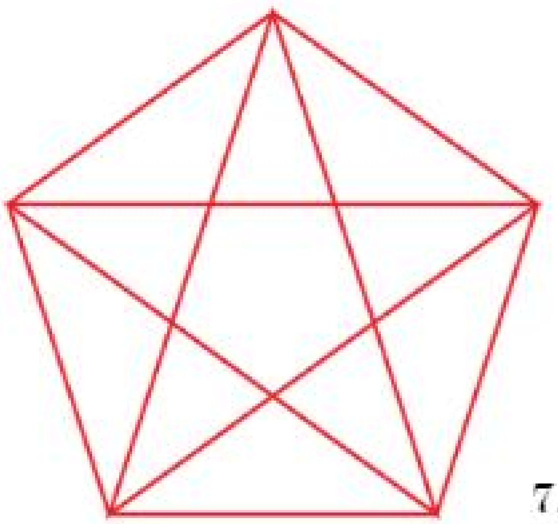
7.15. Үчбулуңлуқниң периметри 48 см вә бир тәрипи 18 см. Әгәр қалған икки тәрипиниң айримиси 10 см болса, у чағда мошу тәрәпләрни тепиңлар.

7.16. Үчбулуңлуқниң периметри 54 см. Әгәр тәрәплириниң нисбити 2:3:4 болса, у чағда үчбулуңлуқниң тәрәплирини тепиңлар.

7.17. Үчбулуңлуқ шәкиллик йәр өлчүгиниң периметри бойичә бир-биридин 2 м ариliқта қариқат түплирини тикиш керәк. Әгәр йәр өлчүгиниң тәрәплириниң узунлуқлири 16 м, 24 м, 20 м болса барлиғи қанчә түп тикишкә болиду?

C

7.18. 7.11-сүрәттә қанчә үчбулуңлуқ тәсвирләнгән?



7.11-сүрәт

7.19. Әгәр түз үчбулуңлуқниң тәрәплириниң бирини кийип өтсә вә униң чоққилири арқилиқ өтмисә, у чағда у қалған икки тәрипиниң бирини кийип өтидиғанлиғини испатлаңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

7.20. Бир үчбулуңлуқниң тәрипи вә униңға яндаш ятқан булуңи иккинчи үчбулуңлуқниң мувапиқ тәрипи вә униңға яндаш ятқан булуңиға тәң. Мошу үчбулуңлуқлар тәң боламду? Мисал кәлтүрүңлар.

§ 8. ҮЧБУЛУҢЛУҚЛАР ТӘҢЛИГИНИҢ БИРИНЧИ БӘЛГҮСИ

Үчбулуңлуқларниң тәңлигини ениқлаш үчүн барлиқ тәрәплири вә булуңлири жүплириниң тәңлигини тәкшүрүш мәҗбурий әмәс. уларниң ичидики бәзибириниң тәңлигини тәкшүрсәк йетәрлик. Мошуниңға мувапиқ теоремилар *үчбулуңлуқлар тәңлигиниң бәлгүлири* дәп атилиду.

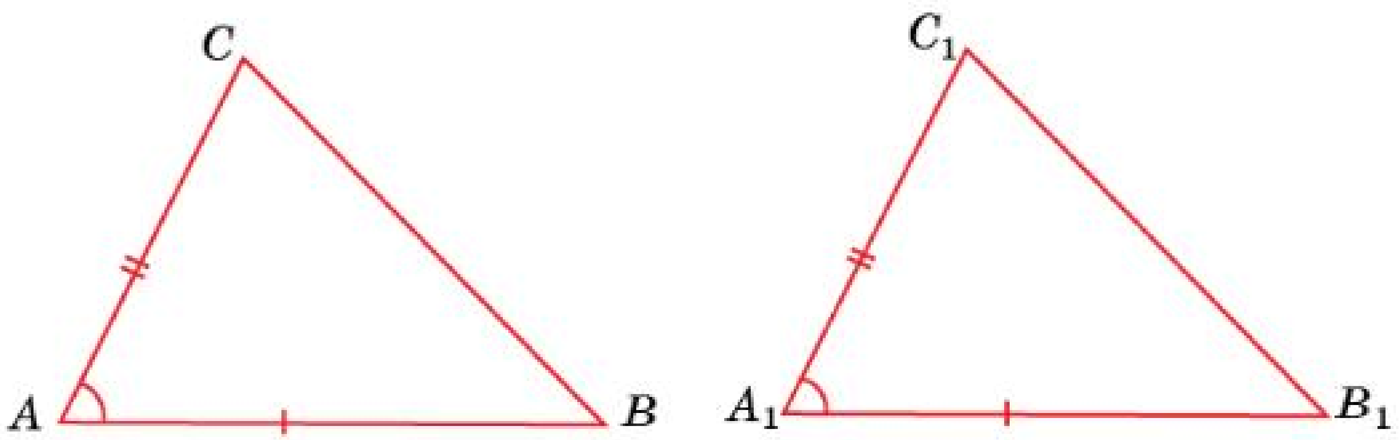
Сизғуч вә транспортирни пайдилинип, $AB = 5$ см, $AC = 4$ см, A булуңи 60° болидиған ABC үчбулуңлуғини қуруңлар. Мошу үчбулуңлуқни синипдаш хошнаңлар салған үчбулуңлуқ билән селиштуруңлар.

Қандақ ойлайсиләр, бу үчбулуңлуқлар тәңму?

Улар тәң болиду. Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң келәси бәлгүси орунлуқ.

Теорема (Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң биринчи бәлгүси). *Әгәр бир үчбулуңлуқниң икки тәрипи вә уларниң арисидики булуң иккинчи үчбулуңлуқниң мувапиқ икки тәрипигә вә уларниң арисидики булуңға тәң болса, у чағда бу үчбулуңлуқлар тәң болиду.*

Испатлаш. ABC вә $A_1B_1C_1$ үчбулуңлуқлирида $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $\angle A = \angle A_1$ болсун (8.1-сүрәт).



8.1-сүрәт

C_1 чоққиси билән ениқланған йерим тәкшиликтә A_1B_1 шолисидин башлап ABC үчбулуңлуғини қуримиз. A чоққиси A_1 чоққиси билән бәтлишиду. AB вә A_1B_1 тәрәплири тәң болғанлиқтин, B чоққиси B_1

чоққиси билән бәтлишиду. A вә A_1 булуңлири тәң болғанлиқтин, AC тәрипи A_1C_1 тәрипидә ятиду вә мошу тәрәпләр тәң болғанлиқтин, C чоққиси C_1 чоққиси билән бәтлишиду. Шундақ қилип, ABC үчбулуңлуғи $A_1B_1C_1$ үчбулуңлуғи билән бәтлишиду, йәни мошу үчбулуңлуқлар тәң болиду ◪.

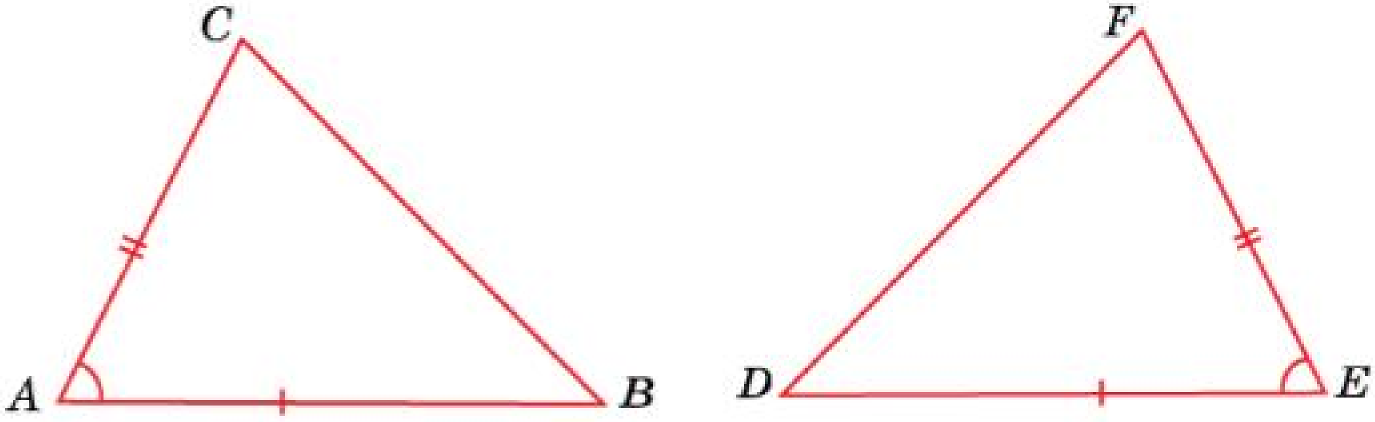
Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң биринчи бәлгүсигә нисбәтән ABC вә DEF үчбулуңлуқлири элементлириниң тәңликлирини өзәңлар йезиңлар.

1. Қандақ теоремилар үчбулуңлуқлар тәңлигиниң бәлгүлири дәп атилиду?
2. Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң биринчи бәлгүсини тәрипләңлар.

Көнүкмиләр

А

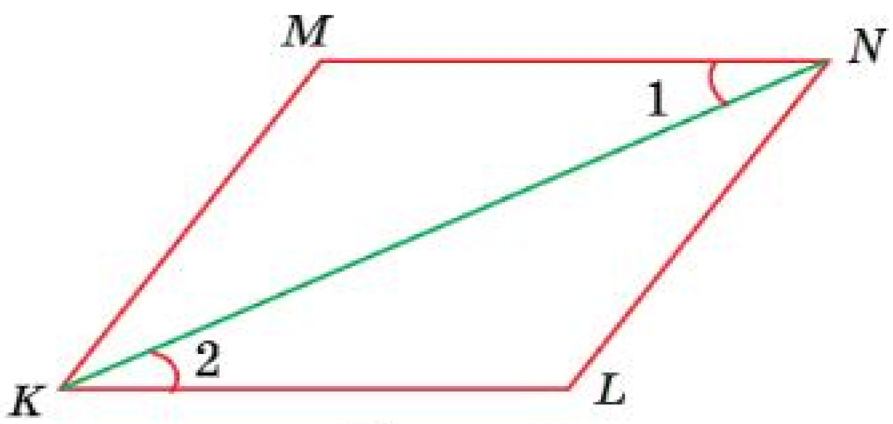
8.1. Әгәр $AB = DE$, $AC = EF$ вә A булуңи E булуңиға тәң болса, у чағда 8.2-сүрәттә тәсвирләнгән үчбулуңлуқлар тәң боламду?



8.2-сүрәт

8.2. Әгәр $KL = NM$, $\angle 1 = \angle 2$ болса, у чағда 8.3-сүрәттики KLN вә NMK үчбулуңлуқлири тәң боламду?

8.3. 8.3-сүрәттә $KL = NM = 4$ см, 1 булуңи 2 булуңиға тәң, $KM = 3$ см. LN узунлуғини тепиңлар.

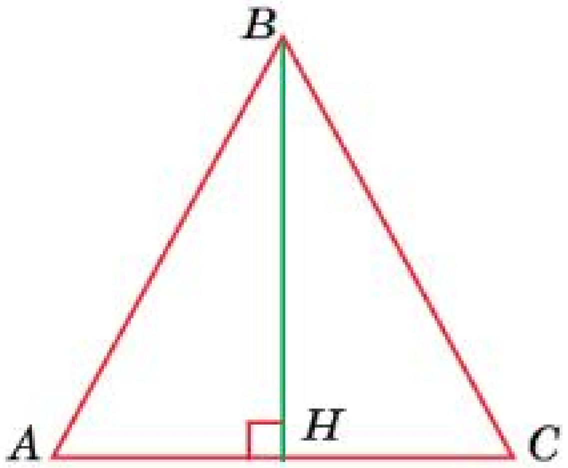


8.3-сүрәт

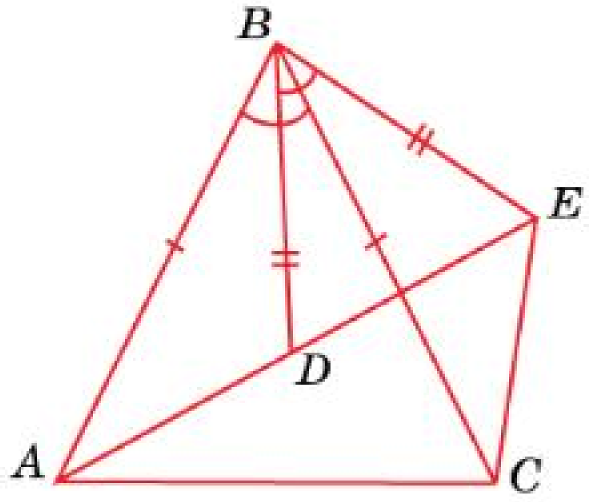
8.4. Әгәр $BH \perp AC$ вә $AH = CH$ болса, у чағда 8.4-сүрәттики ABH вә CBH үчбулуңлуқлири тәң боламду?

8.5. 8.4-сүрәттә BH кесиндиси AC тәрипигә перпендикуляр вә $AH = CH = 2$ см, $AB = 5$ см. BC тәрипиниң узунлуғини тепиңлар.

8.6. 8.5-сүрәттә ABC вә DBE тәң булуңлири вә тәң кесиндиләр көрситилгән. Тәң үчбулуңларни йезиңлар.

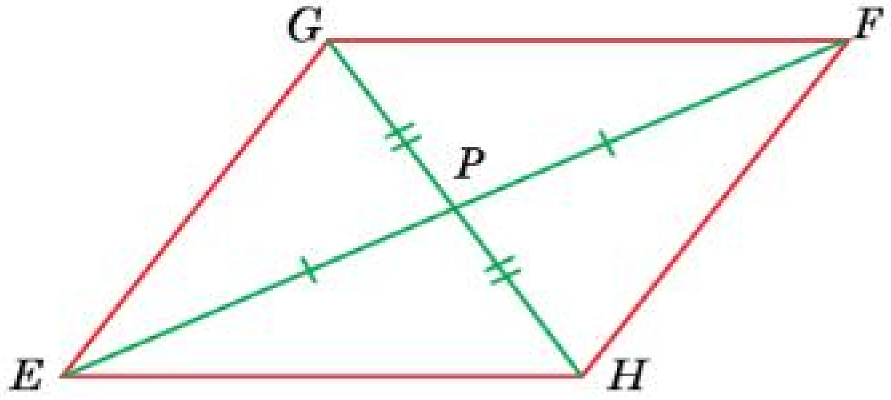


8.4-сүрәт



8.5-сүрәт

8.7. 8.6-сүрәттә P чекити — EF вә GH кесиндилириниң оттуриси. Мошу сүрәттә тәң үчбулуңлуқлар барму?



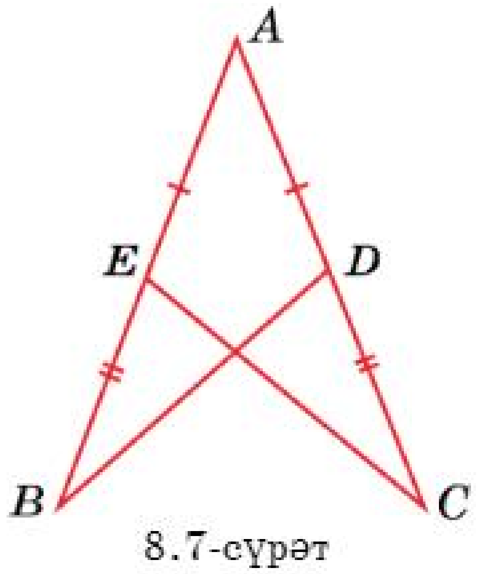
8.6-сүрәт

В

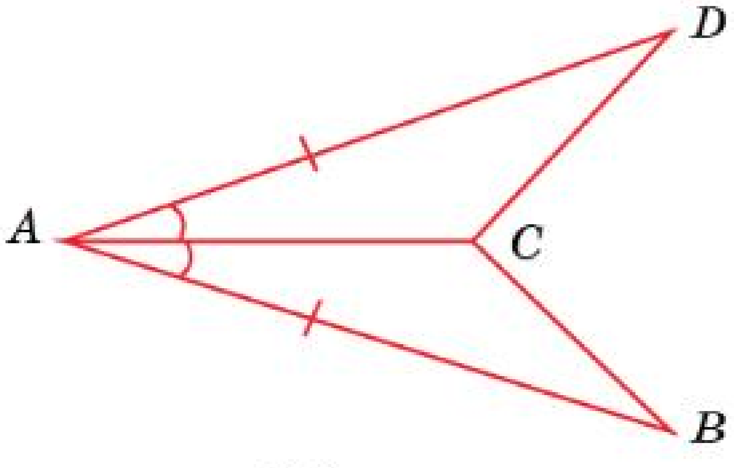
8.8. 8.7-сүрәттә $AB = AC$, $AE = AD$. $BD = CE$ екәнлиги испатлаңлар.

8.9. 8.7-сүрәттә $AE = AD = 2$ см, $BE = CD = 3$ см, $BD = 4$ см. CE узунлуғини тепиңлар.

8.10. 8.8-сүрәттә $AB = AD$ вә BAC булуңи DAC булуңиға тәң. $BC = DC$ екәнлигини испатлаңлар.



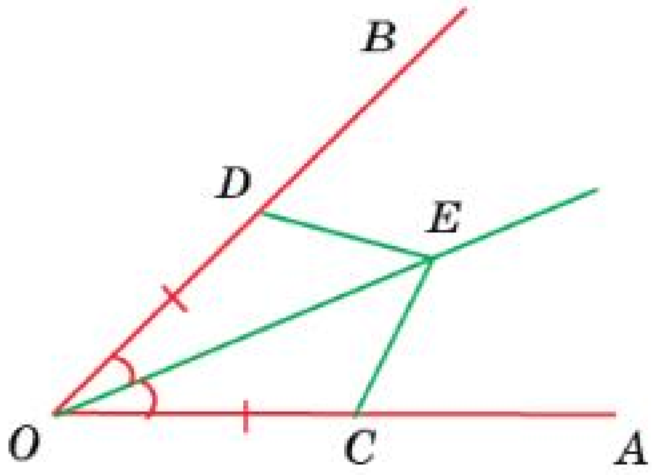
8.7-сүрәт



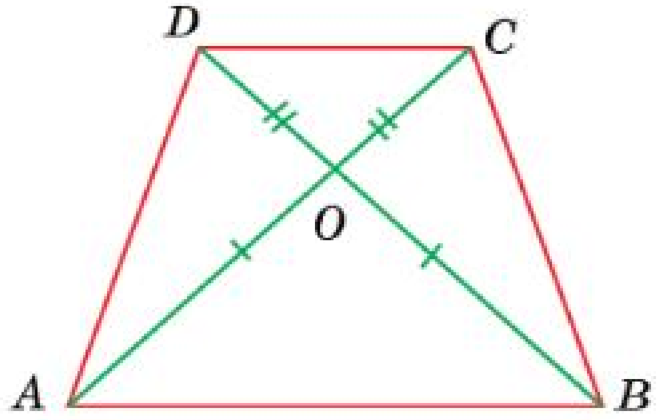
8.8-сүрәт

8.11. AOB булуңиниң тәрәплиридин OC вә OD тәң кесиндилири елинған (8.9-сүрәт). Мошу булуңниң биссектрисисидин елинған E чекити C вә D чекитлири билән қошулған. $EC = ED$ екәнлигини испатлаңлар.

8.12. 8.10-сүрәттә $AO = OB$ вә $DO = OC$. AD вә BC кесиндилириниң тәңлигини испатлаңлар.

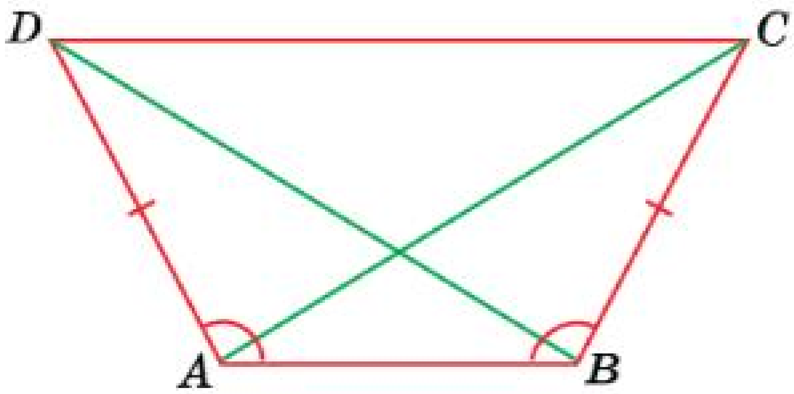


8.9-сүрәт



8.10-сүрәт

8.13. 8.11-сүрәттә A булуңи B булуңиға тәң вә $AD = BC$. $AC = BD$ екәнлигини испатлаңлар.



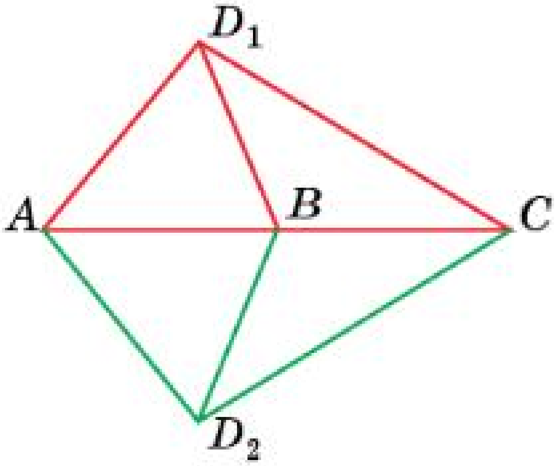
8.11-сүрәт

8.14. B йезиси A йезисидин җәнупқа қарап 15 км, C йезиси B йезисидин шималий-шәриққә қарап 7 км арилиқта болидиғандәк A, B, C йезилири орунлашқан. Йәнә башқа N бәзиси M йезисидин ғәрипкә қарап 15 км, K йезиси M йезисидин шималий-ғәрипкә қарап 7 км арилиқта болидиғандәк M, N, K йезилири орунлашқан. A вә C йезилири билән N вә K йезилириниң арилиқлирини селиштуруңлар.

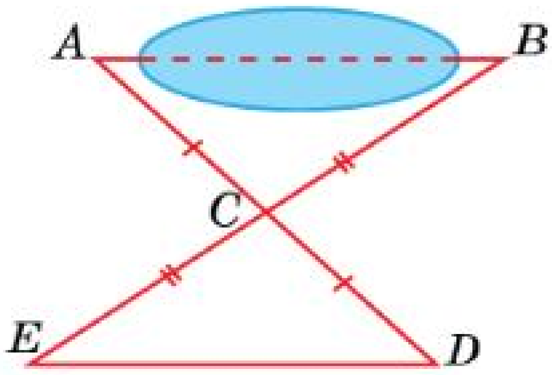
C

8.15. Тәң үчбулуңлуқларниң мувапиқ медианилири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

8.16. 8.12-сүрәттә A, B, C чекитлири бир түзниң бойида ятиду. D_1 вә D_2 чекитлири мошу түзниң һәр түрлүк тәрәплиридә орунлашқан. Әгәр ABD_1 вә ABD_2 үчбулуңлуқлири тәң болса, у чағда BCD_1 вә BCD_2 үчбулуңлуқлириму тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.



8.12-сүрәт



8.13-сүрәт

8.17. Йәрлик жайда арилиғида түз бойи билән өтүшкә болмайдиған A вә B чекитлириниң арилиғини өлчәш үчүн (8.13-сүрәт) AC вә BC ариликлирини өлчәшкә болидиған C чекити елиниду вә $CD = AC$, $CE = BC$ кесиндилири қурулиду. Шунда E вә D чекитлириниң арилиғи издәлгән арилиққа тәң болиду. Йешимни чүшәндүрүңлар.

8.18. Әгәр бир үчбулуңлуқниң икки тәрипи вә бир булуңи иккинчи үчбулуңлуқниң мувапиқ икки тәрипи вә бир булуңиға тәң болса, у чағда бу үчбулуңлуқлар тәң болидиғини дурусму?

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

8.19. Бир үчбулуңлуқниң икки булуңи иккинчи үчбулуңлуқниң мувапиқ икки булуңиға тәң. Мошу үчбулуңлуқлар тәң боламду? Мисал кәлтүрүңлар.

§ 9. ҮЧБУЛУҢЛУҚЛАР ТӘҢЛИГИНИҢ ИККИНЧИ БӘЛГҮСИ

Сизғуч вә транспортирни пайдилинип, $AB = 5$ см, A булуңи 60° B булуңи 45° болидиған ABC үчбулуңлуғини қуруңлар. Мошу үчбулуңлуқни синипдаш хошнаңлар қурған үчбулуңлуқ билән селиштуруңлар.

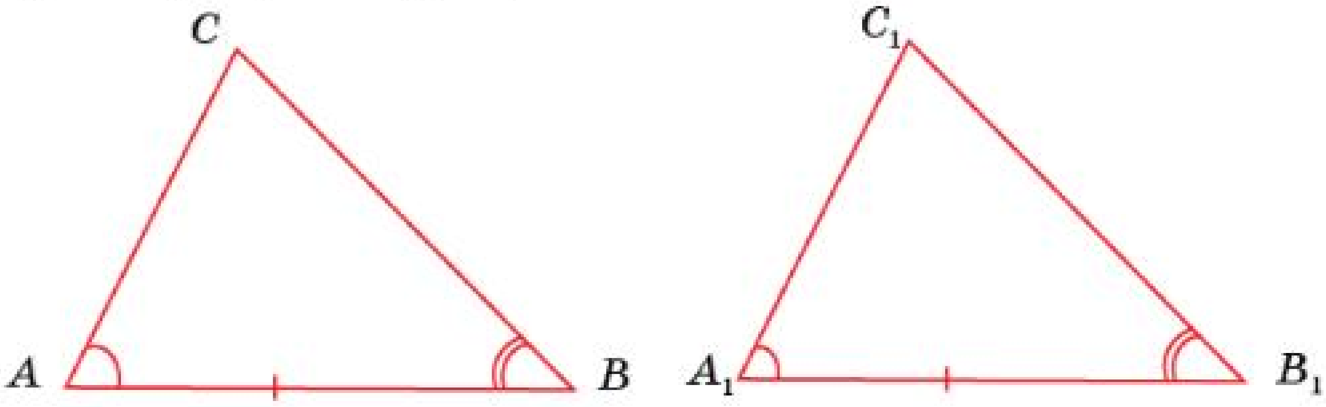
? Қандақ ойлайсиләр, бу үчбулуңлуқлар тәңму?

Улар тәң болиду. Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң келәси бәлгүси орунлуқ болиду.

Теорема (Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң иккинчи бәлгүси). ***Әгәр бир үчбулуңлуқниң бир тәрипи вә униңға яндаш ятқан икки булуңи иккинчи үчбулуңлуқниң мувапиқ тәрипигә вә униңға***

яндаш ятқан булуңлириға тәң болса, у чағда бу үчбулуңлуқлар тәң болиду.

Испатлаш. ABC вә $A_1B_1C_1$ үчбулуңлуқлирида $AB = A_1B_1$, $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$ болсун (9.1-сүрәт).



9.1-сүрәт

C_1 чоққиси билән ениқланған йерим тәкшиликтә A_1B_1 шолисидин башлап ABC үчбулуңлуғини қуримиз. A чоққиси A_1 чоққиси билән бәтлишиду. AB вә A_1B_1 тәрәплири тәң болғанлиқтин, B чоққиси B_1 чоққиси билән бәтлишиду. A вә A_1 булуңлири тәң болғанлиқтин, AC тәрипи A_1C_1 тәрипидә ятиду. B вә B_1 булуңлири тәң болғанлиқтин, BC тәрипи B_1C_1 тәрипидә ятиду. Шундақ қилип, ABC үчбулуңлуғи $A_1B_1C_1$ үчбулуңлуғи билән бәтлишиду. Демәк, мошу үчбулуңлуқлар тәң болиду ■.

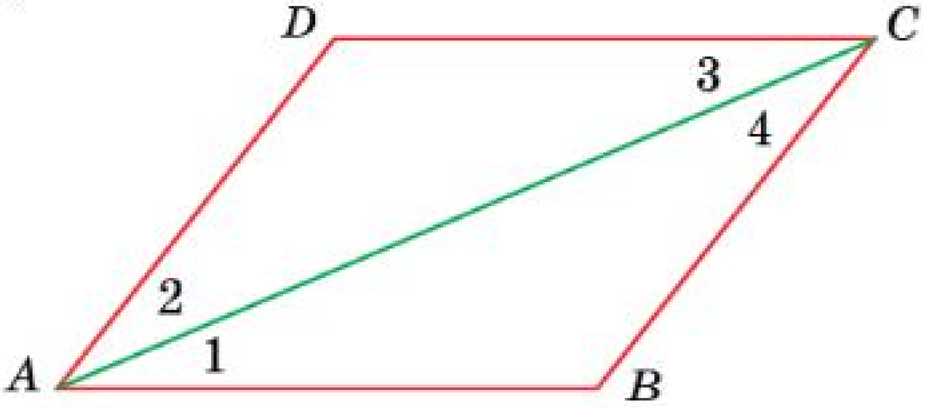
Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң иккинчи бәлгүсигә нисбәтән ABC вә DEF үчбулуңлуқлири элементлириниң тәңлигини өзәңлар йезиңлар.

Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң иккинчи бәлгүсини тәрипләңлар.

Көнүкмиләр

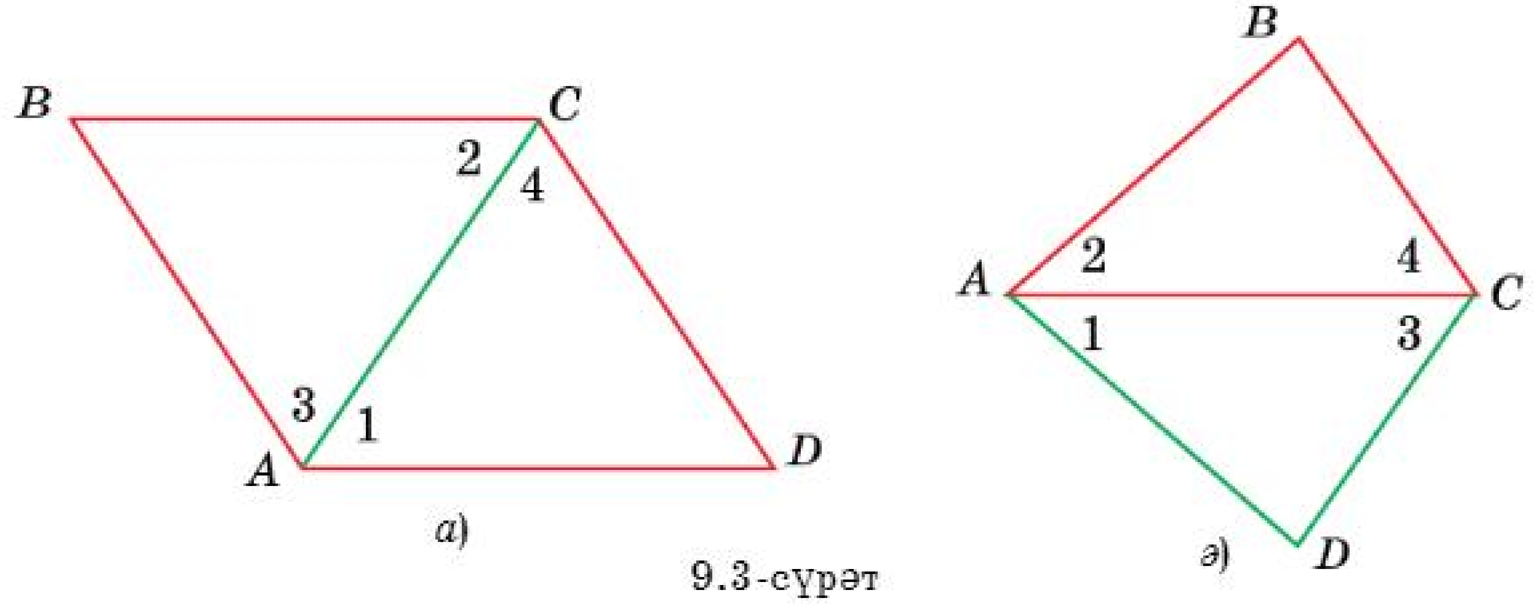
A

9.1. 9.2-сүрәттә $\angle 1 = \angle 3$, $\angle 2 = \angle 4$. CDA вә ABC үчбулуңлуқлири тәң боламду?



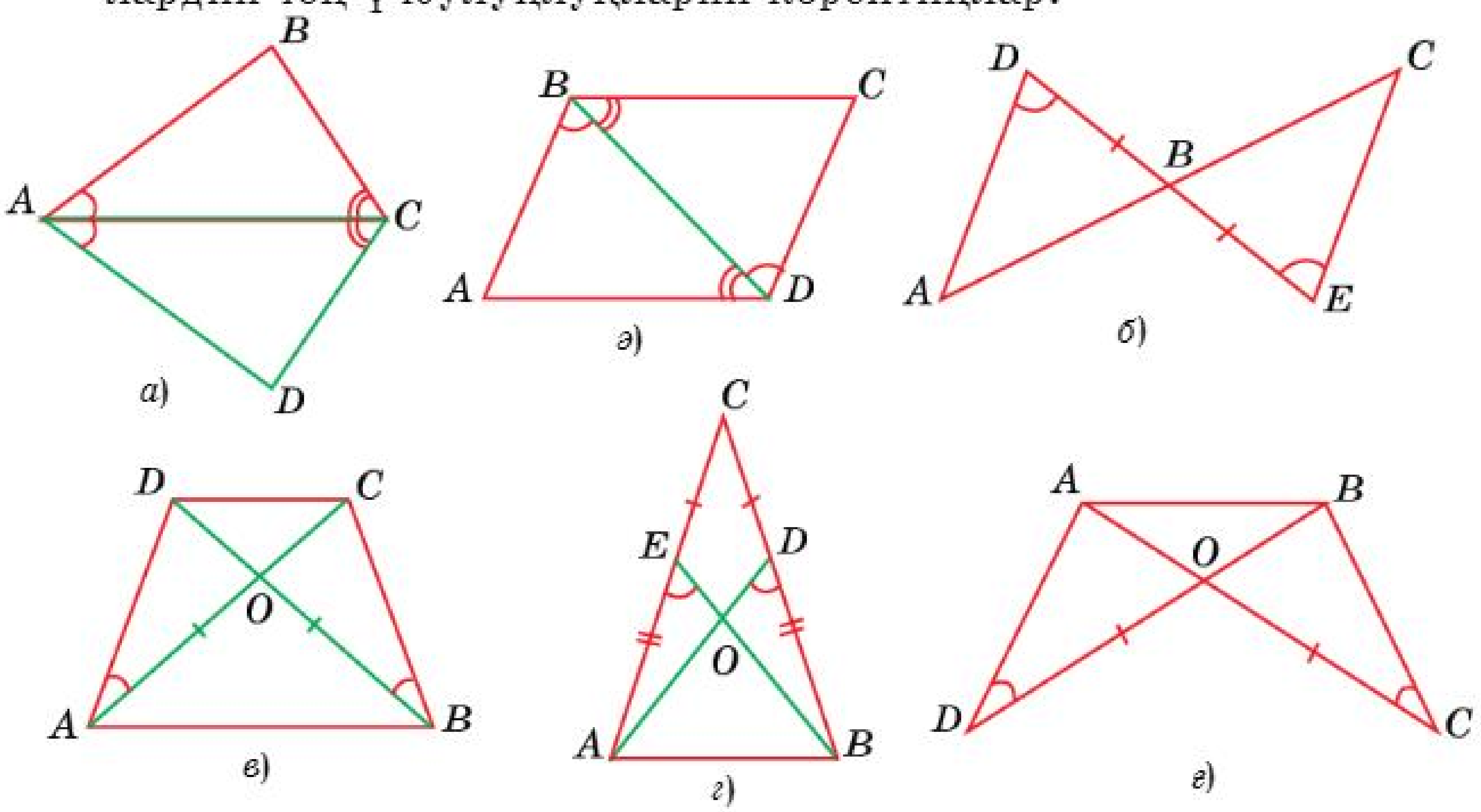
9.2-сүрәт

9.2. 9.3 а, ә-сүрәтләрдә $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. Сүрәттин тәң кесиндиләрни көрситиңлар.



9.3-сүрәт

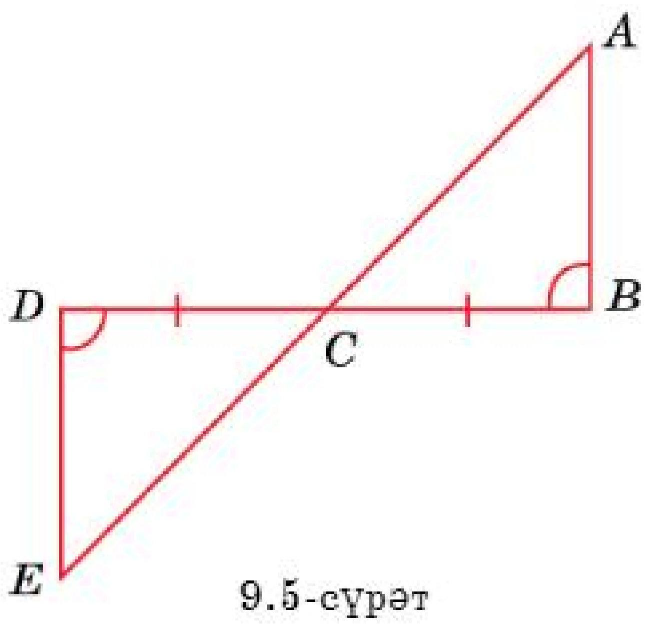
9.3. 9.4-сүрәттә тәң кесиндиләр вә тәң булуңлар көрситилгән. Мошуларди тәң үчбулуңлуқларни көрситиңлар.



9.4-сүрәт

B

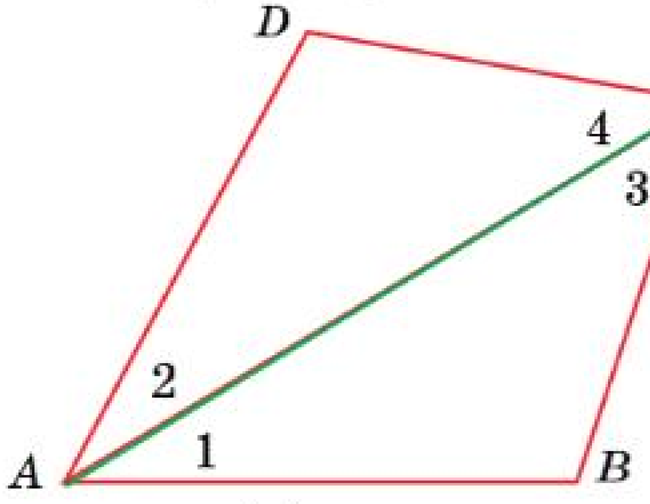
9.4. 9.5-сүрәттә $BC = CD$, $\angle B = \angle D$, $AC = CE$ екәнлигини испатлаңлар.



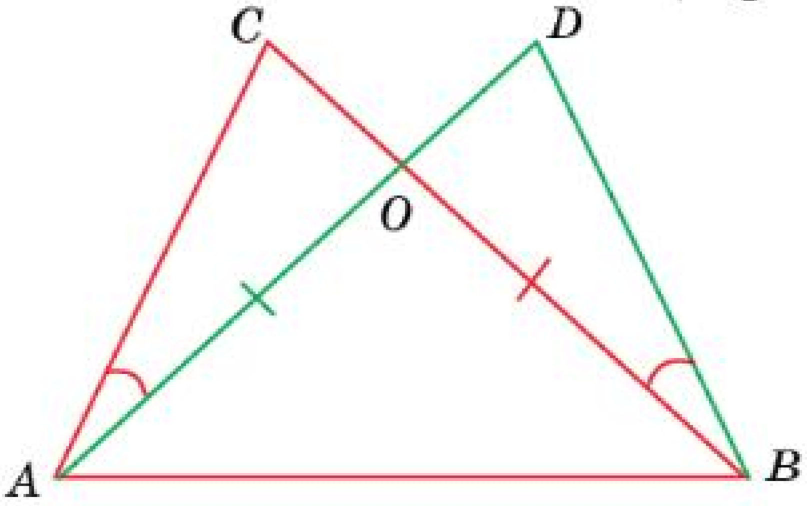
9.5-сүрәт

9.5. 9.6-сүрәттә $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, $AB = AD$ екәнлигини испатлаңлар.

9.6. 9.7-сүрәттә $\angle DBC = \angle DAC$ вә $BO = AO$. C булуңи D булуңиға тәң болидиғанлиғини вә $AC = BD$ екәнлигини испатлаңлар.



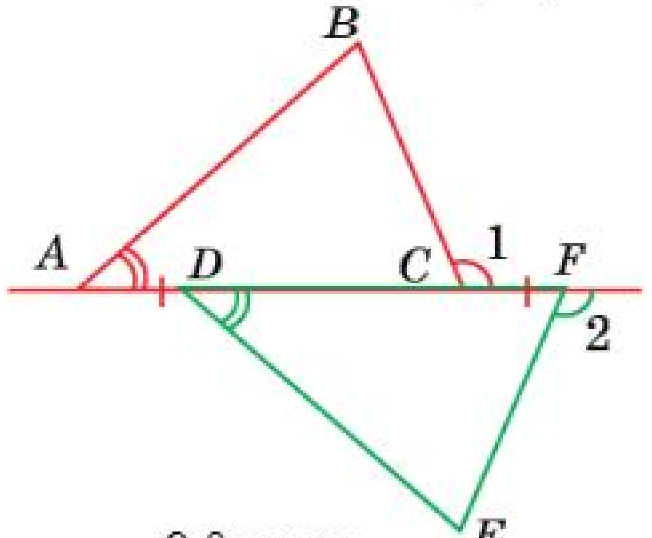
9.6-сүрәт



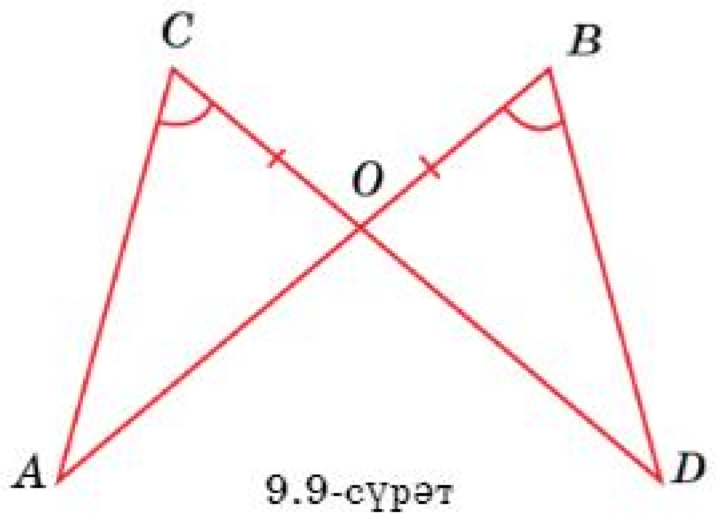
9.7-сүрәт

9.7. 9.8-сүрәттә $AD = CF$, $\angle BAC = \angle EDF$, $\angle 1 = \angle 2$ болидиған фигура тәсвирләнгән. ABC вә DEF үчбулуңлуқлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

9.8. 9.9-сүрәттә AB вә CD кесиндилири O чекитидә қийилишиду. $OB = OC$ вә $\angle B = \angle C$. AOC вә DOB үчбулуңлуқлириниң тәңлигини испатлаңлар.



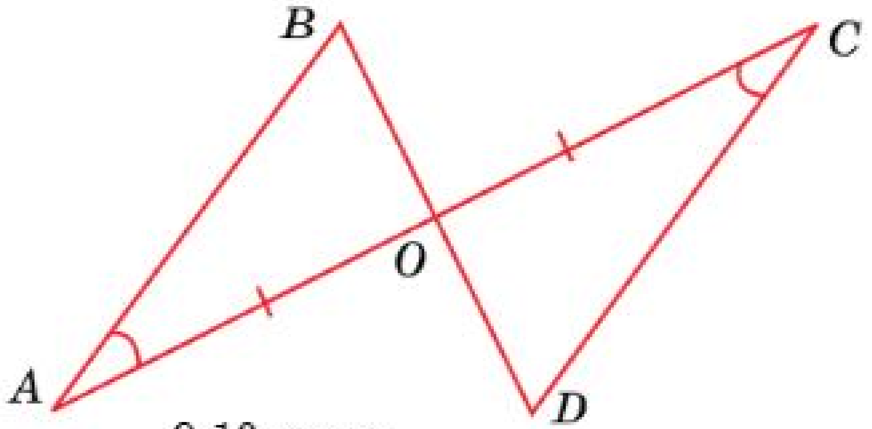
9.8-сүрәт



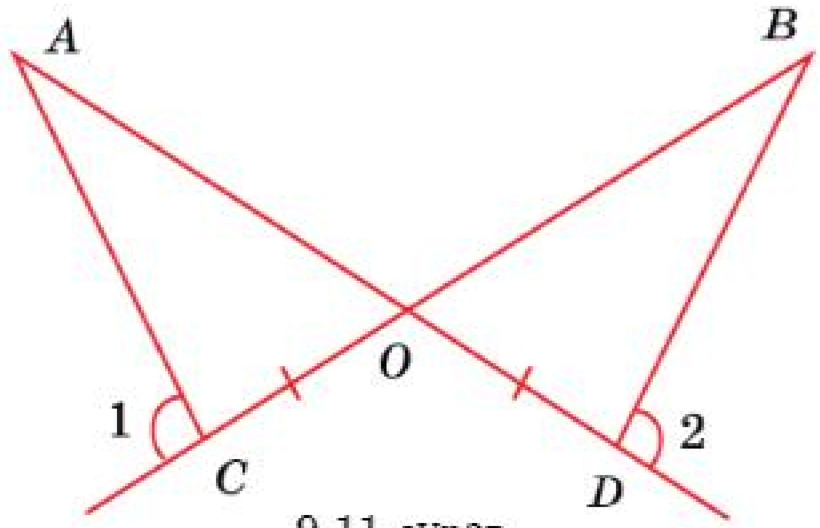
9.9-сүрәт

9.9. 9.10-сүрәттә AC вә BD кесиндилири O чекитидә қийилишиду. $AO = OC$ вә $\angle A = \angle C$. AOB вә COD үчбулуңлуқлириниң тәңлигини испатлаңлар.

9.10. 9.11-сүрәттә AD вә BC шолилири O чекитидә қийилишиду. $\angle 1 = \angle 2$ вә $OC = OD$. A булуңи B булуңиға тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

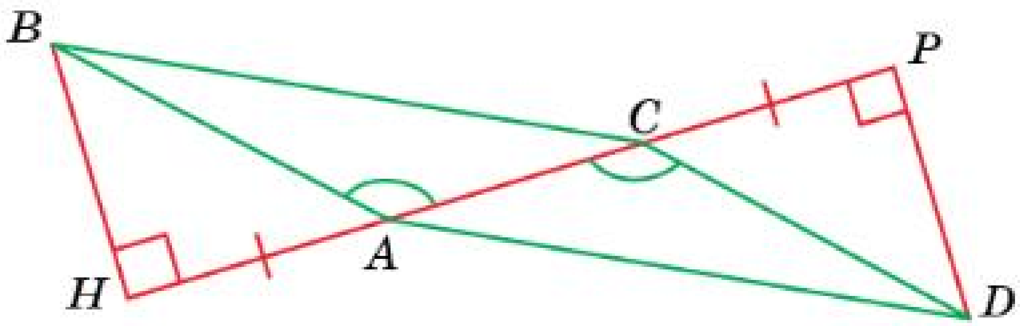


9.10-сүрәт



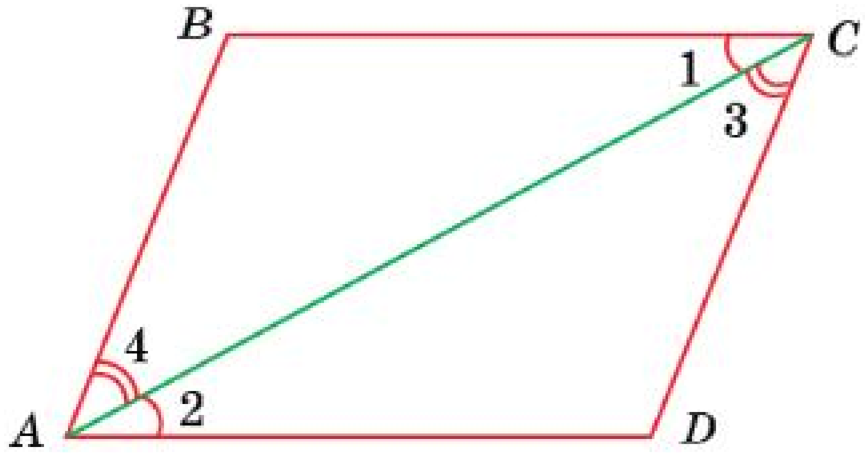
9.11-сүрәт

9.11. 9.12-сүрәттә BH билән AC перпендикуляр, DP билән AC перпендикуляр, $AH = CP$ вә $\angle BAC = \angle ACD$. Сүрәттин тәң үчбулуңлуқларни тепиңлар.



9.12-сүрәт

9.12. 9.13-сүрәттә $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$. ABC вә CDA үчбулуңлуқлириниң тәңлигини испатлаңлар. Әгәр $AD = 19$ см, $CD = 11$ см болса, у чағда AB вә BC тәрәплирини тепиңлар.

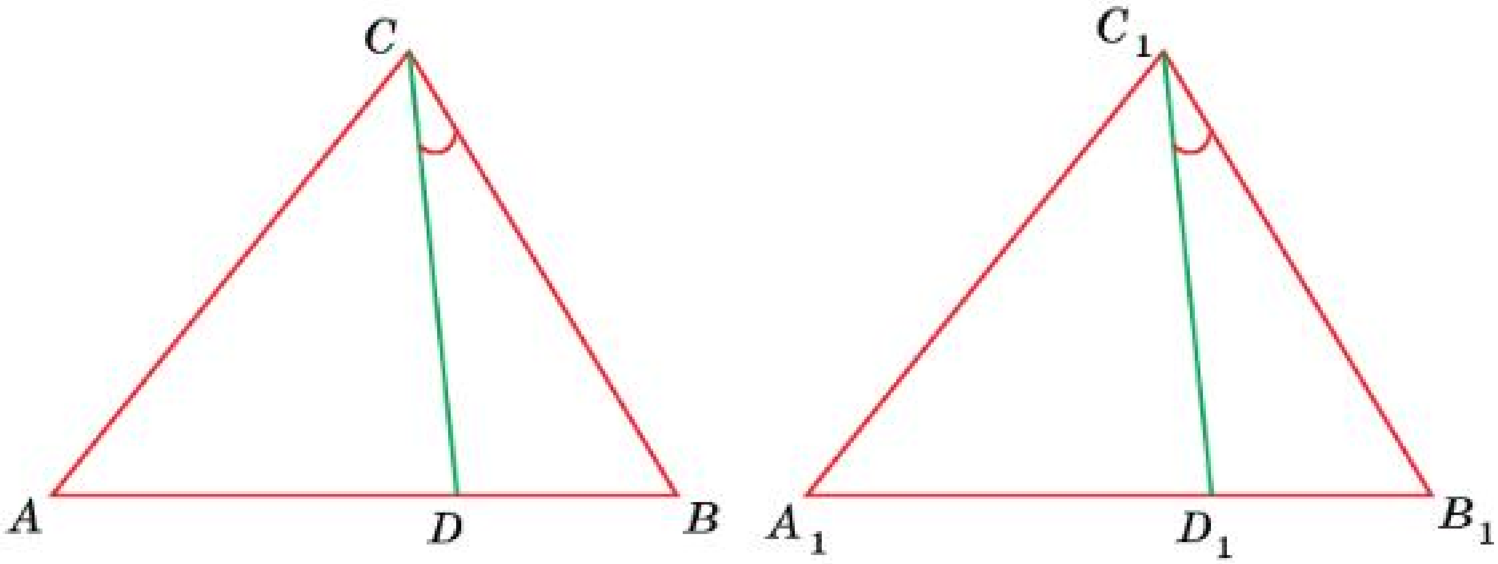


9.13-сүрәт

C

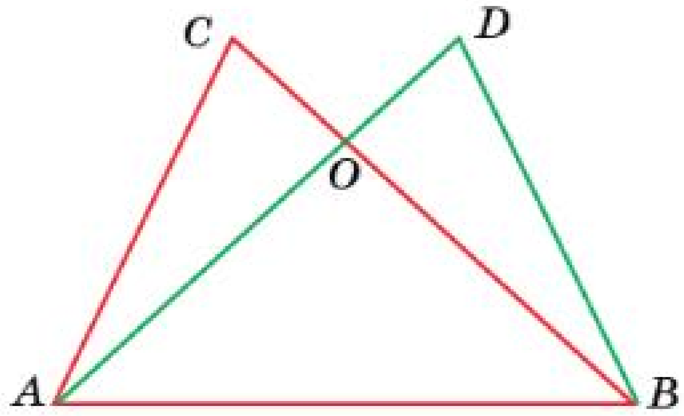
9.13. Тәң үчбулуңлуқларниң мувапиқ биссектрисилири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

9.14. 9.14-сүрәттә ABC вә $A_1B_1C_1$ үчбулуңлуқлири тәң. CD вә C_1D_1 кесиндилири мувапиқ CB вә C_1B_1 тәрәплири билән тәң булуңлар тәшкил қилиду. $AD = A_1D_1$ екәнлигини испатлаңлар.



9.14-сүрәт

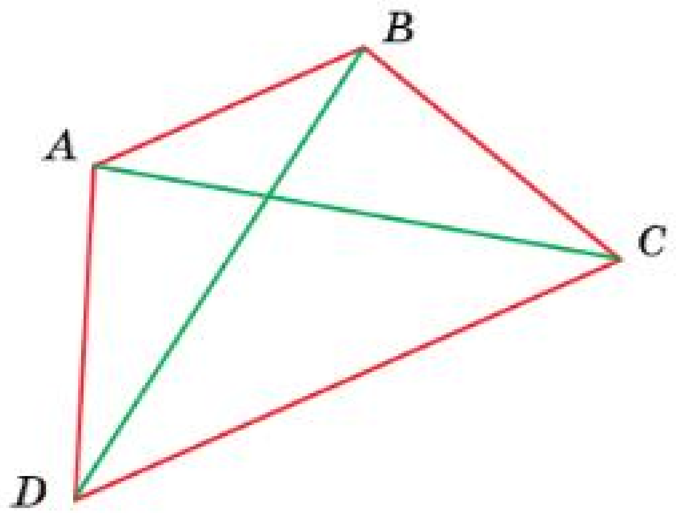
9.15. 9.15-сүрәттә $\angle DAB = \angle CBA$, $\angle CAB = \angle DBA$, $CA = 13$ см. DB кесиндисини тепиңлар.



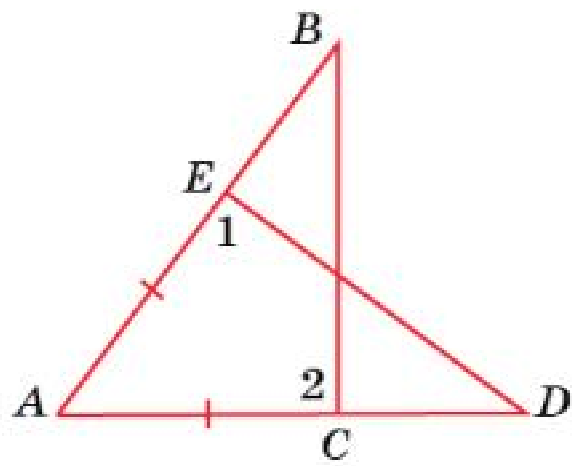
9.15-сүрәт

9.16. $ABCD$ төртбулуңлуғи $\angle DAB = \angle CBA$, AC вә BD диагональлири AB тәрипи билән тәң булуңлар һасил қилиду (9.16-сүрәт), $AD = 3$ см, $AC = 4$ см. BD кесиндисини тепиңлар.

9.17. 9.17-сүрәттә $AE = AC$, $\angle 1 = \angle 2$, A булуңи 50°, B булуңи 40°. D булуңини тепиңлар.

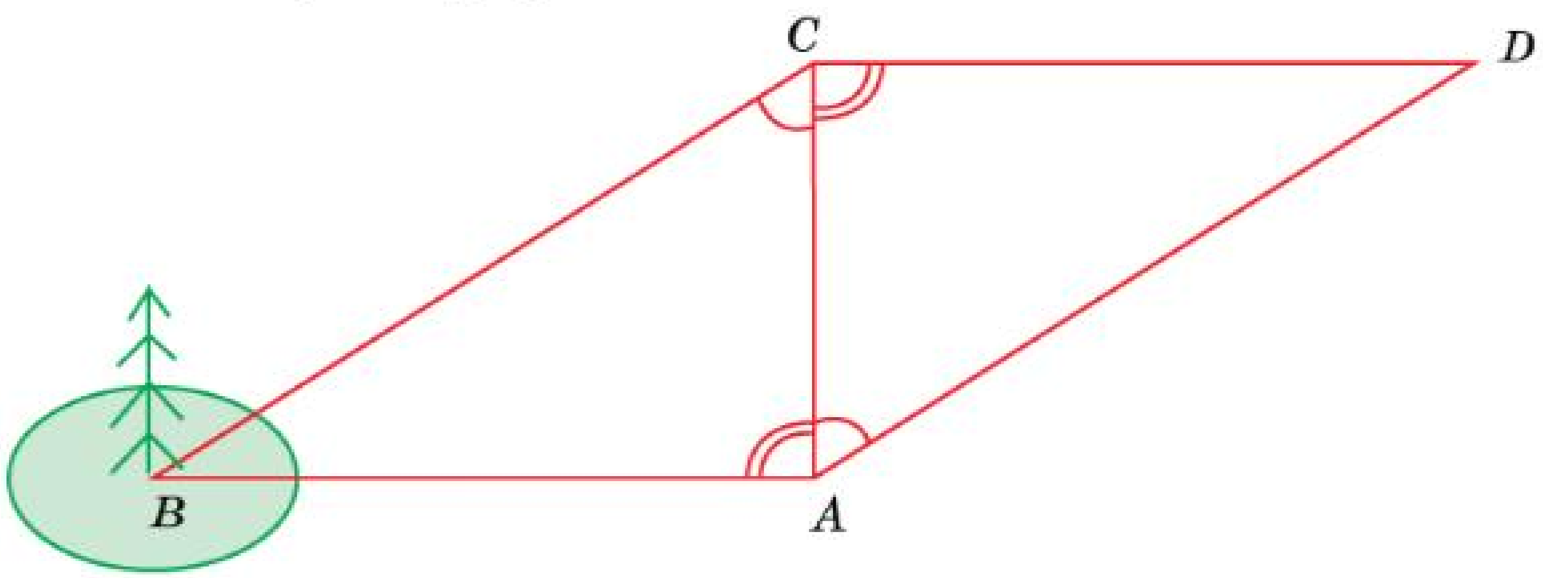


9.16-сүрәт



9.17-сүрәт

9.18. 9.18-сүрәт бойичә A чекитидин B чекитигичә (мәсилән, аралдики дәрәққә) болған ариliқни қандақ тепишқа болидиғанлиғини чүшәндүрүңлар.



9.18-сүрәт

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

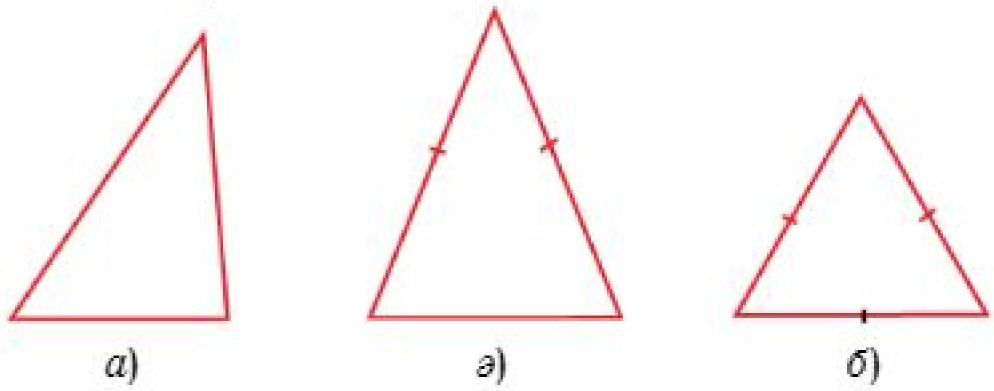
9.19. Икки тәрипи тәң болидиған үчбулуңлуқни тәсвирләңлар. Транспортирниң ярдими билән униң үчинчи тәрипигә яндаш ятқан булуңларни өлчәңләр. Улар тәң боламду?

§ 10. ТӘҢ ЯНЛИҚ ҮЧБУЛУҢЛУҚЛАР

Тәрәплириниң арисидики нисбәтләргә бағлиқ үчбулуңлуқлар: а) һәрхил тәрәплик; ә) тәң янлиқ; б) тәң тәрәплик болуп бөлүниду.

Әгәр үчбулуңлуқниң тәрәплири өз ара тәң болмиса, у чағда бу үчбулуңлуқ һәрхил тәрәплик дәп атилиду (10.1, а-сүрәт). Әгәр үчбулуңлуқниң икки тәрипи тәң болса, у чағда бу үчбулуңлуқ тәң янлиқ дәп атилиду (10.1, ә-сүрәт). Мошу тәң болидиған тәрәпләр *үчбулуңлуқниң ян тәрәплири* дәп, үчинчи тәрипи *асаси* дәп атилиду.

Әгәр үчбулуңлуқниң барлиқ тәрәплири тәң болса, у чағда бу үчбулуңлуқ *тәң тәрәплик* дәп атилиду (10.1, б-сүрәт). Әгәр үчбулуңлуқниң барлиқ тәрәплири вә барлиқ булуңлири тәң болса, у чағда бу үчбулуңлуқ *дурус үчбулуңлуқ* дәп атилиду (10.1, б-сүрәт).



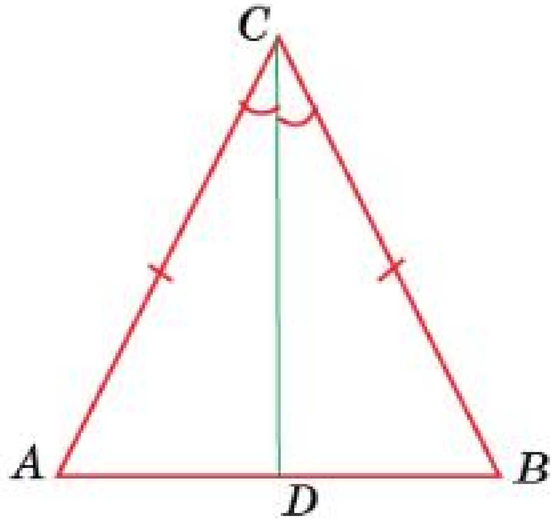
10.1-сүрәт

Теорема. ***Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң асасидики булуңлар тәң.***

Испатлаш. ABC — тәң янлиқ үчбулуңлуқ болсун ($AC = BC$). CD биссектрисисини жүргүзимиз (10.2-сүрәт). ADC вә BDC үчбулуңлуқлири үчбулуңлуқлар тәңлигиниң биринчи бәлгүси бойичә тәң болиду ($AC = BC$, CD — умумий тәрәп, $\angle ACD = \angle BCD$). Андақ болса, $\angle A = \angle B$ ■.

Мошу теоремидин тәң тәрәплик үчбулуңлуқниң барлиқ булуңлири тәң болидиғини чиқиду. Демәк, тәң тәрәплик үчбулуңлуқ дурус үчбулуңлуқ болиду.

Сизғуч билән транспортирни пайдилинип, $AB = 5$ см, A вә B булуңлири 70° болидиған ABC үчбулуңлуғини қуруңлар.



10.2-сүрәт

Қандақ ойлайсиләр, мошу үчбулуңлуқ тәң янлиқ боламду?

ABC тәң янлиқ үчбулуңлуқ болиду. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң келәси бәлгүси орунлуқ.

Теорема (тәң янлиқ үчбулуңлуқниң бәлгүси). ***Әгәр үчбулуңлуқниң икки булуңи тәң болса, у чағда у тәң янлиқ үчбулуңлуқ болиду.***

Испатлаш. ABC үчбулуңлуғида $\angle A = \angle B$ болсун (10.3-сүрәт).

Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң иккинчи бәлгүсини ABC вә BAC үчбулуңлуқлириға қоллинимиз. Мошуниңдин $AB = BA$, $\angle A = \angle B$, $\angle B = \angle A$. Демәк, $AC = BC$, йәни ABC — тәң янлиқ үчбулуңлуқ ■.

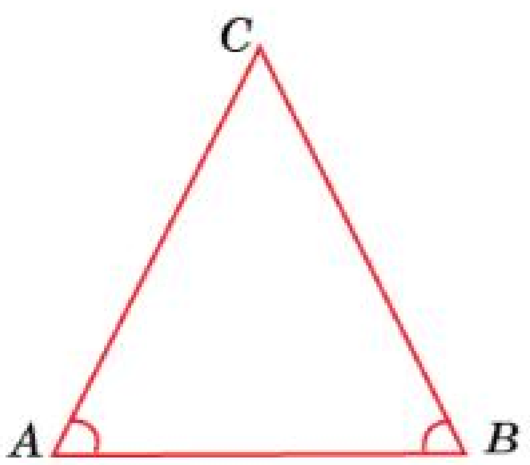
Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң бәлгүсигә нисбәтән DEF үчбулуңлуғи элементлириниң тәңлигини өзәңлар йезиңлар.

$AB = 4$ см болидиған ABC тәң янлиқ үчбулуңлуғини ($AC = BC$) қуруңлар. C чоққисидин биссектриса, медиана вә егизлигини жүргүзүңлар.

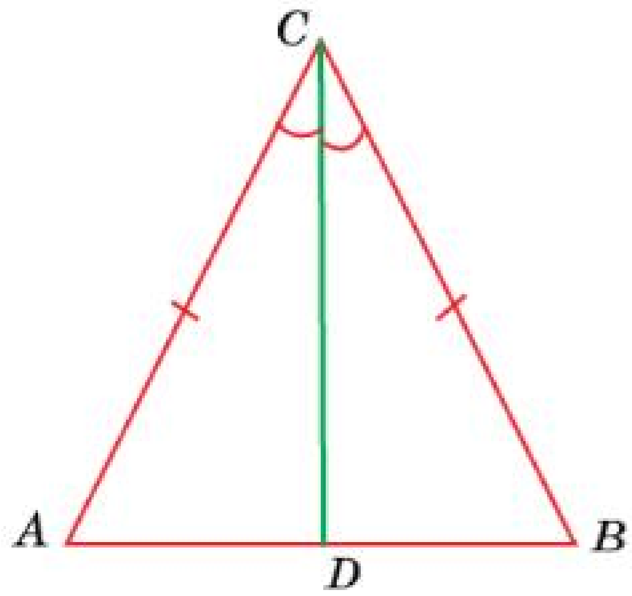
Уларниң барлиғи бәтлишидиғанлиғи дурусму?

Теорема. ***Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң асасиға жүргүзүлгән биссектрисиси униң һәм егизлиги, һәм медианиси болиду.***

Испатлаш. ABC — тәң янлиқ үчбулуңлуқ, $AC = BC$, CD — биссектрисиси болсун (10.4-сүрәт).



10.3-сүрәт



10.4-сүрәт

У чағда үчбулуңлуқлар тәңлигиниң биринчи бәлгүси бойичә ACD вә BCD үчбулуңлуқлири тәң болиду ($AC = BC$, CD — умумий тәрәп, $\angle ACD = \angle BCD$). Демәк, $AD = BD$, $\angle ADC = \angle BDC$ тәңликлири орунлуқ. Биринчи тәңлик CD кесиндиси берилгән үчбулуңлуқниң медианиси болидиғанлиғини, иккинчи тәңлик CD кесиндиси берилгән үчбулуңлуқниң егизлиги болидиғанлиғини билдүриду ■.

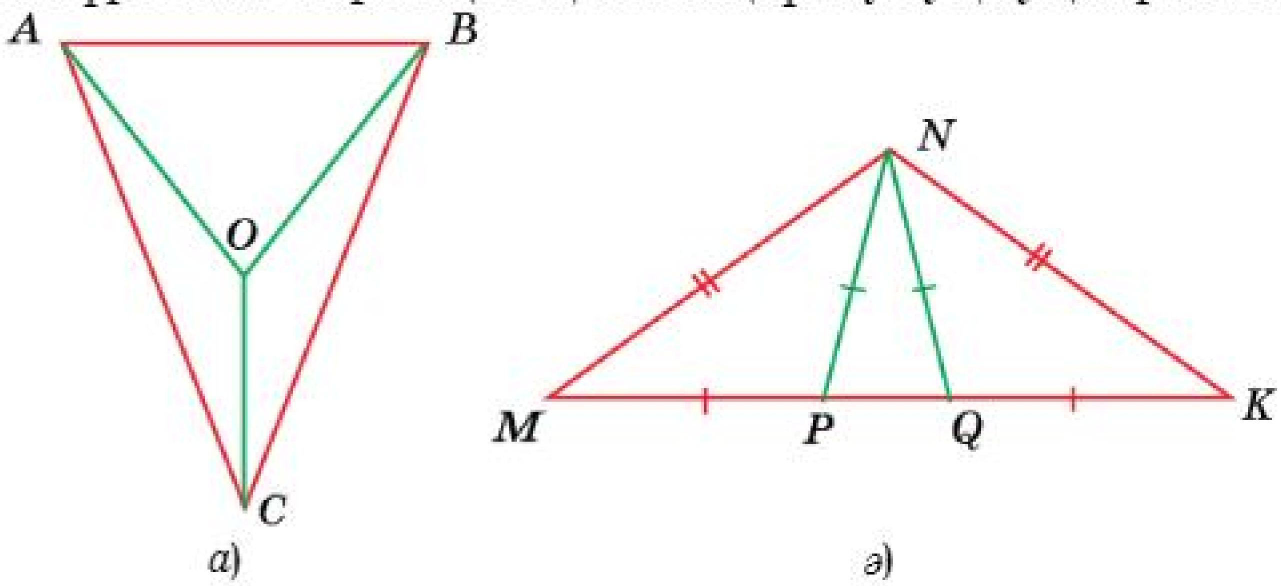
ABC тәң янлиқ үчбулуңлуғида CD кесиндиси биссектриса, медиана вә егизлик һәм асасиниң оттуриси арқилиқ жүргүзүлгән перпендикуляр болиду. Мошу хусусийәтләрниң һәрқайсиси CD кесиндисиниң орнини ениқлайдиған болғанлиқтин, уларниң бири орунланса, қалған хусусийәтлириму орунлиниду. Мәсилән, тәң янлиқ үчбулуңлуқниң асасиға чүширилгән егизлик асасиға қарши ятқан булуңниң биссектрисиси, асасиға жүргүзүлгән медианиси, асасиниң оттуриси арқилиқ жүргүзүлгән перпендикуляр болиду.

1. Тәрәплириниң арисидики нисбәтләр арқилиқ ениқлинидиған үчбулуңлуқниң түрлирини атаңлар.
2. Қандақ үчбулуңлуқ: а) һәрхил тәрәплик; ә) тәң янлиқ; б) тәң тәрәплик дәп атилиду?
3. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң қандақ тәрәплири ян, қайсиси асаси дәп атилиду?
4. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң асасидики булуңлар тоғрилиқ немә ейтишқа болиду?
5. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң бәлгүсини тәрипләңлар.
6. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң асасиға жүргүзүлгән биссектриса немә болиду?

Көнүкмиләр

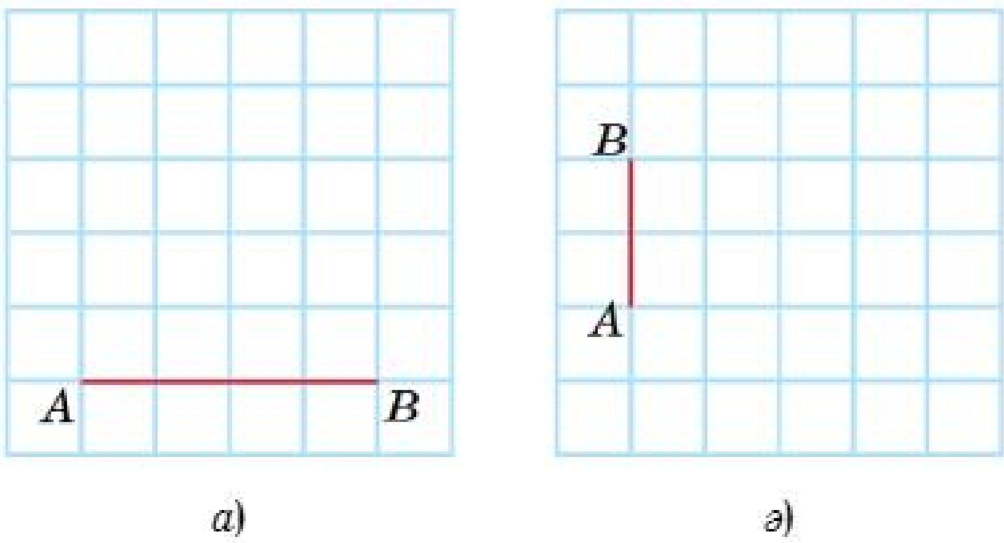
А

10.1. 10.5-сүрәттин барлиқ тәң янлиқ үчбулуңлуқларни атаңлар.



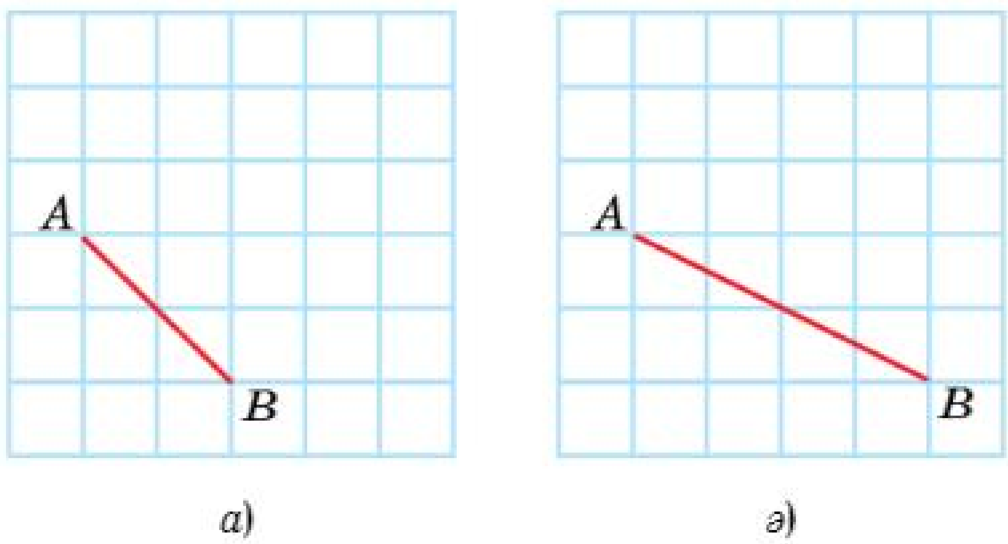
10.5-сүрәт

10.2. Асаси AB кесиндиси болидиған, C чоққиси чақмақларниң бир түгүнидә орунлашқан тәң янлиқ үчбулуңлуқни тәсвирләңлар (10.6-сүрәт).



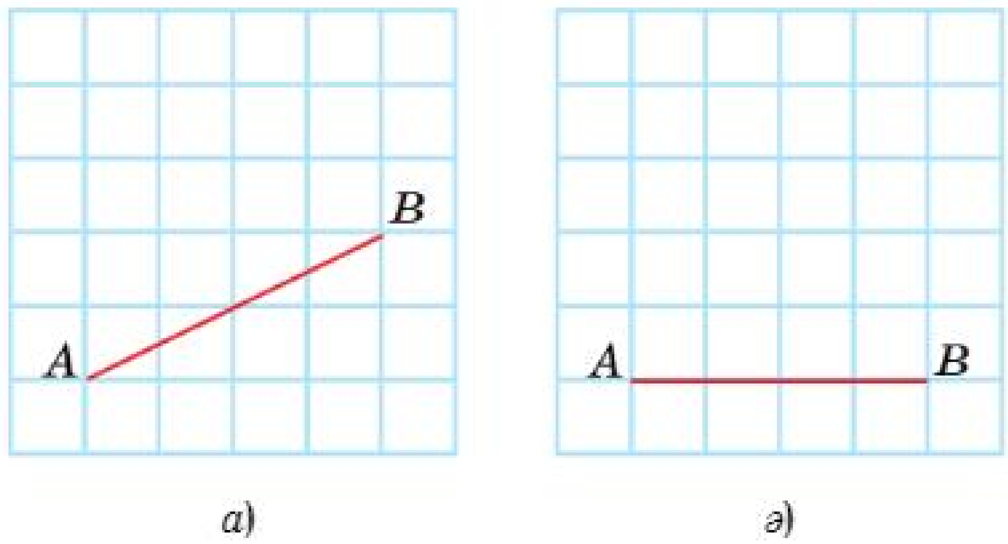
10.6-сүрәт

10.3. Асаси AB кесиндиси болидиған, C чоққиси чақмақларниң бир түгүнидә орунлашқан тәң янлиқ үчбулуңлуқни тәсвирләңлар (10.7-сүрәт).



10.7-сүрәт

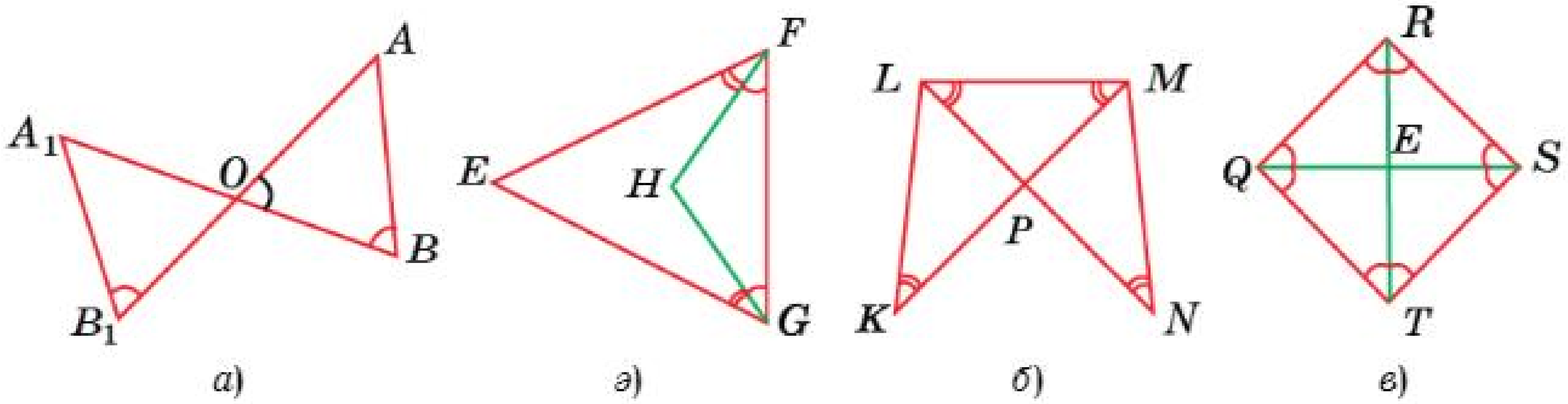
10.4. Бир тәрипи AB кесиндиси болидиған, C чоққиси чақмақларниң түгүнидә орунлашқан тәң янлиқ тик булуңлуқ үчбулуңлуқни тәсвирләңлар (10.8-сүрәт).



10.8-сүрәт

B

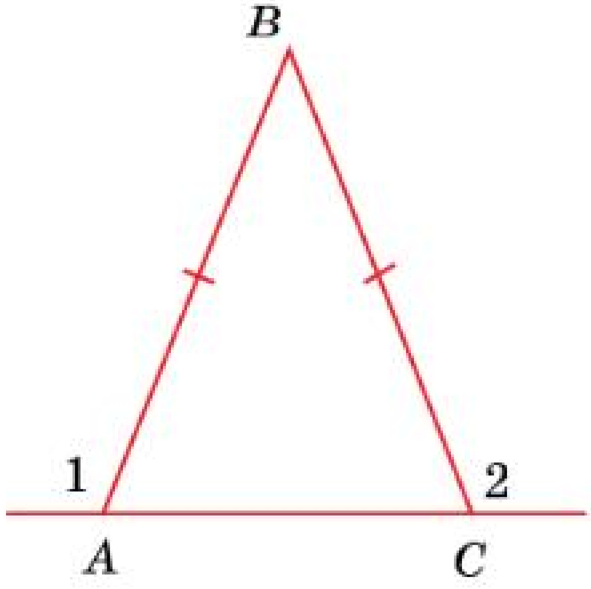
10.5. 10.9-сүрәтниң һәркайсисида барлиғи қанчә тәң янлиқ үчбулуңлуқ тәсвирләнгән? Сүрәтләрниң һәр қайсидики тәң кесиндиләрни атаңлар.



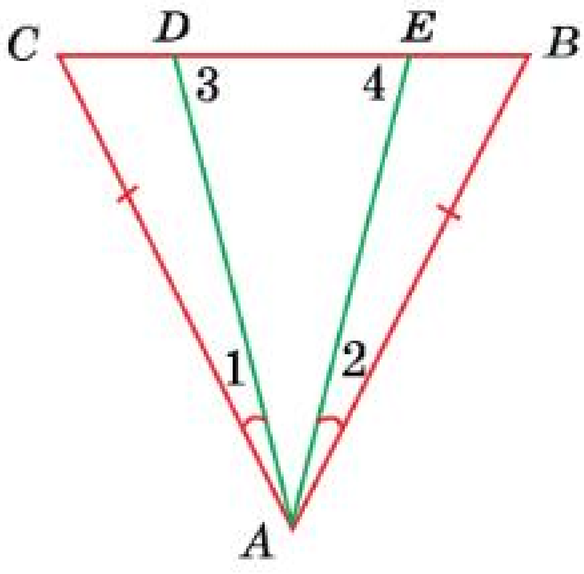
10.9-сүрәт

10.6. 10.10-сүрәттә $AB = BC$. $\angle 1 = \angle 2$ болидиғинини испатлаңлар.

10.7. 10.11-сүрәттә $AB = AC$ вә $\angle 1 = \angle 2$. $\angle 3 = \angle 4$ болидиғанлиғини испатлаңлар.



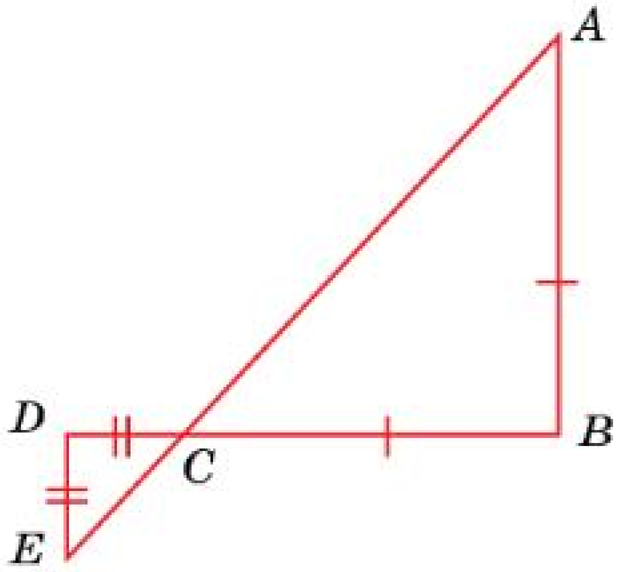
10.10-сүрәт



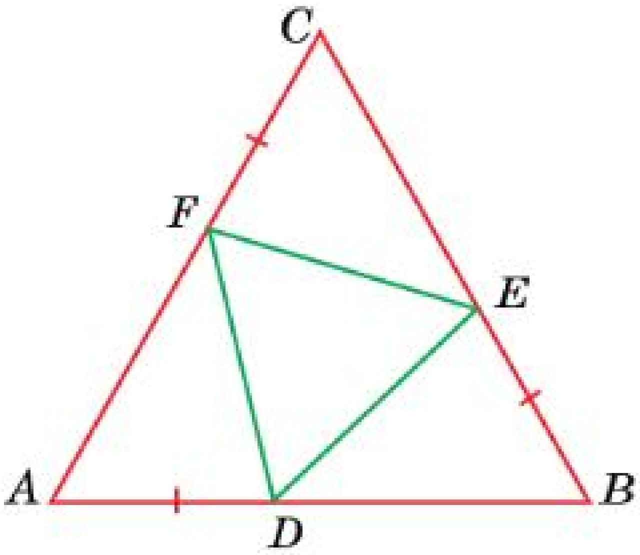
10.11-сүрәт

10.8. 10.12-сүрәттә $AB = BC$, $CD = DE$. $\angle A = \angle E$ болидиғинини испатлаңлар.

10.9. ABC дурус үчбулуңлуғиниң тәрәплиридин тәң AD, BE вә CF кесиндилири елинған. D, E вә F чекитлири кесиндиләр билән қошулған (10.13-сүрәт). DEF дурус үчбулуңлуқ болидиғанлиғини испатлаңлар.



10.12-сүрәт

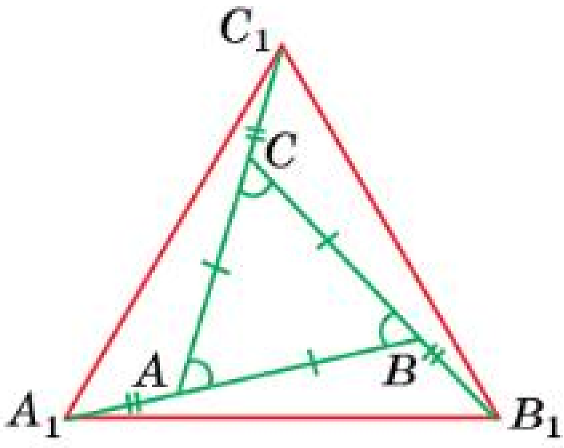


10.13-сүрәт

10.10. ABC үчбулуңлуғи тәрәплириниң давамидин тәң AA_1, BB_1 вә CC_1 кесиндилири елинған (10.14-сүрәт). $A_1B_1C_1$ дурус үчбулуңлуқ болидиғанлиғини испатлаңлар.

10.11. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң периметри 15,6 м. Әгәр униң: а) асаси ян тәрәплиридин 3 м-ға кичик; ә) асаси ян тәрипидин 3 м-ға чоң болса, у чағда үчбулуңлуқниң тәрәплирини тепиңлар.

10.12. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң асаси вә ян тәрипиниң нисбити 3:8, үчбулуң-

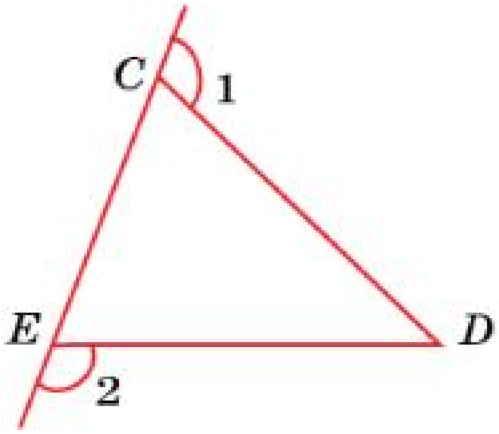


10.14-сүрәт

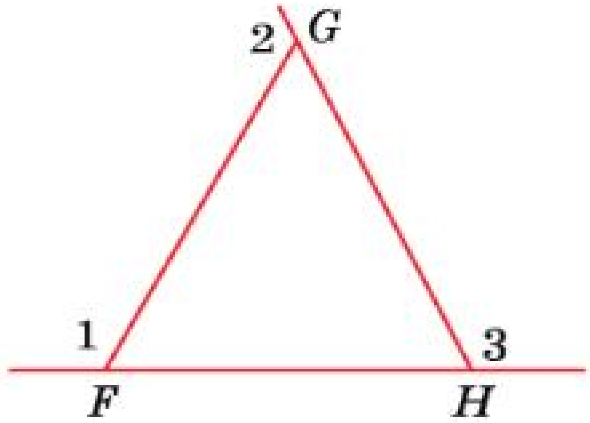
луқниң периметри 38 см, үчбулуңлуқниң тәрәплирини тепиңлар.

10.13. CDE үчбулуңлуғида $\angle 1 = \angle 2$ (10.15-сүрәт). Мошу үчбулуңлуқ тәң янлиқ дегән тәриплимә дурусму?

10.14. FGH үчбулуңлуғида 1, 2 вә 3 булуңлири өз ара тәң (10.16-сүрәт). Мошу үчбулуңлуқ: а) тәң янлиқ; ә) тәң тәрәплик; б) дурус үчбулуңлуқ дегән тәриплимә дурусму?

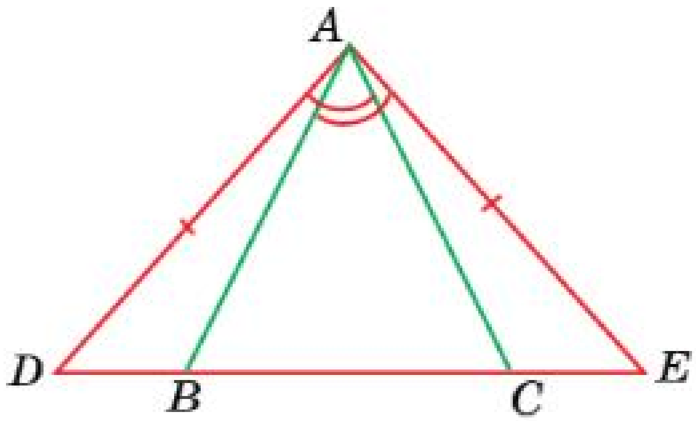


10.15-сүрәт

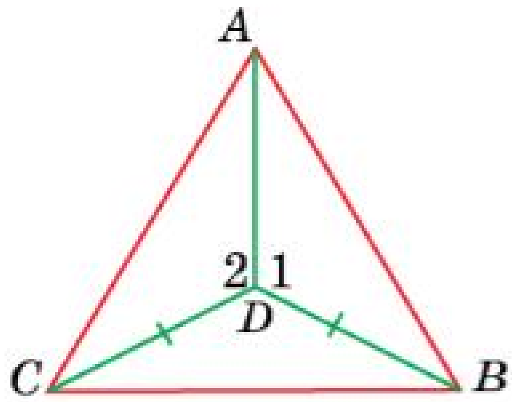


10.16-сүрәт

10.15. 10.17-сүрәттә $AD = AE$, $\angle CAD = \angle BAE$. $BD = CE$ екәнлигини испатлаңлар.



10.17-сүрәт

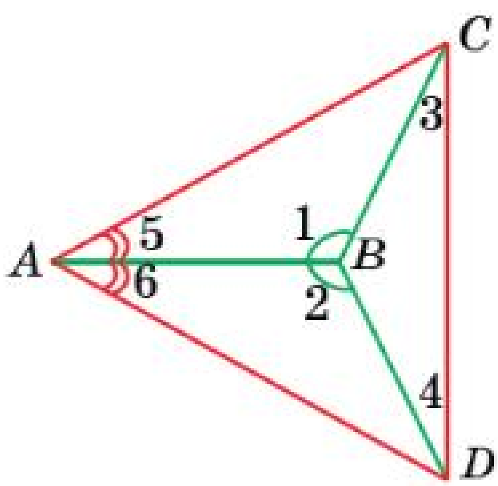


10.18-сүрәт

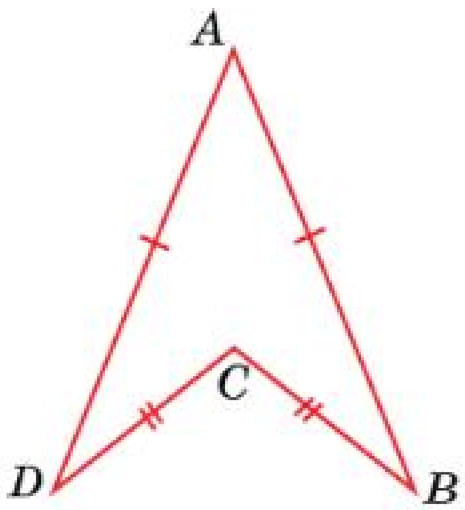
10.16. 10.18-сүрәттә $CD = BD$, $\angle 1 = \angle 2$. ACB булуңи ABC булуңиға тәң екәнлигини испатлаңлар.

10.17. 10.19-сүрәттә $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 5 = \angle 6$. $\angle 3 = \angle 4$ болидиғанлиғини испатлаңлар.

10.18. 10.20-сүрәттә $AB = AD$ вә $DC = BC$. ABC вә ADC булуңлириниң тәңлигини испатлаңлар.



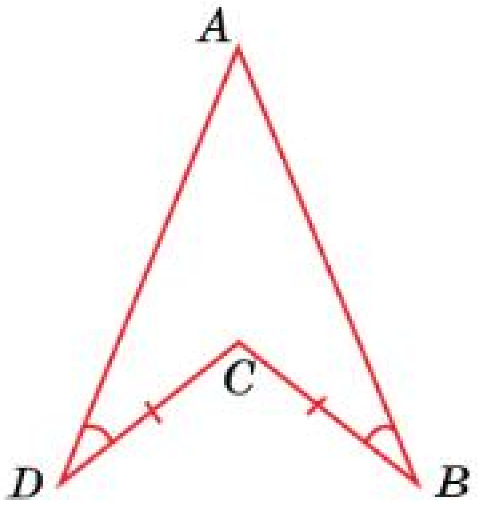
10.19-сүрәт



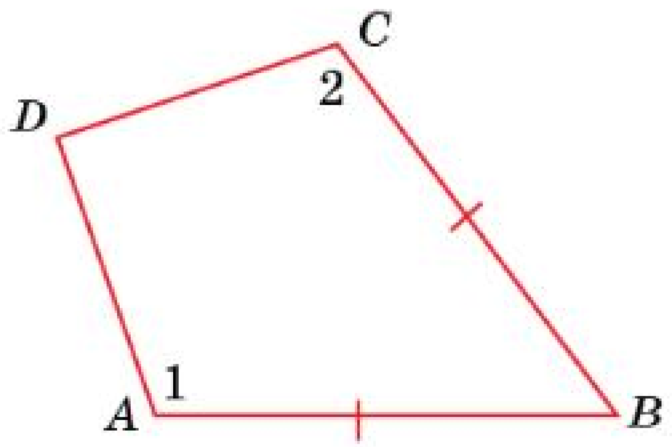
10.20-сүрәт

10.19. 10.21-сүрәттә $DC = BC$, B вә D булуңлири тәң. $AB = AD$ екәнлигини испатлаңлар.

10.20. 10.22-сүрәттә $AB = BC$, $\angle 1 = \angle 2$. $AD = CD$ екәнлигини испатлаңлар.



10.21-сүрәт



10.22-сүрәт

C

10.21. Әгәр үчбулуңлуқниң биссектрисиси униң һәм егизлиги болса, у чағда у тәң янлиқ үчбулуңлуқ болидиғанлиғини испатлаңлар.

10.22. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң тәрәплиригә жүргүзүлгән медианилири өз ара тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

10.23. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң ян тәрәплиригә жүргүзүлгән биссектрисилири өз ара тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

10.24. Асаси AC болидиған ABC тәң янлиқ үчбулуңлуғида BD медианиси жүргүзүлгән. Әгәр ABC үчбулуңлуғиниң периметри 50 м, ABD үчбулуңлуғиниң периметри 40 м болса, у чағда BD медианисиниң узунлуғини тепиңлар.

Хәвәрлимә тәйярлаңлар

10.25. Үчбулуңлуқ — қедимдин шәкилләнгән дәсләпки геометриялик фигурилардин бири.
Ахмес папирусидики тәң янлиқ үчбулуңлуқлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

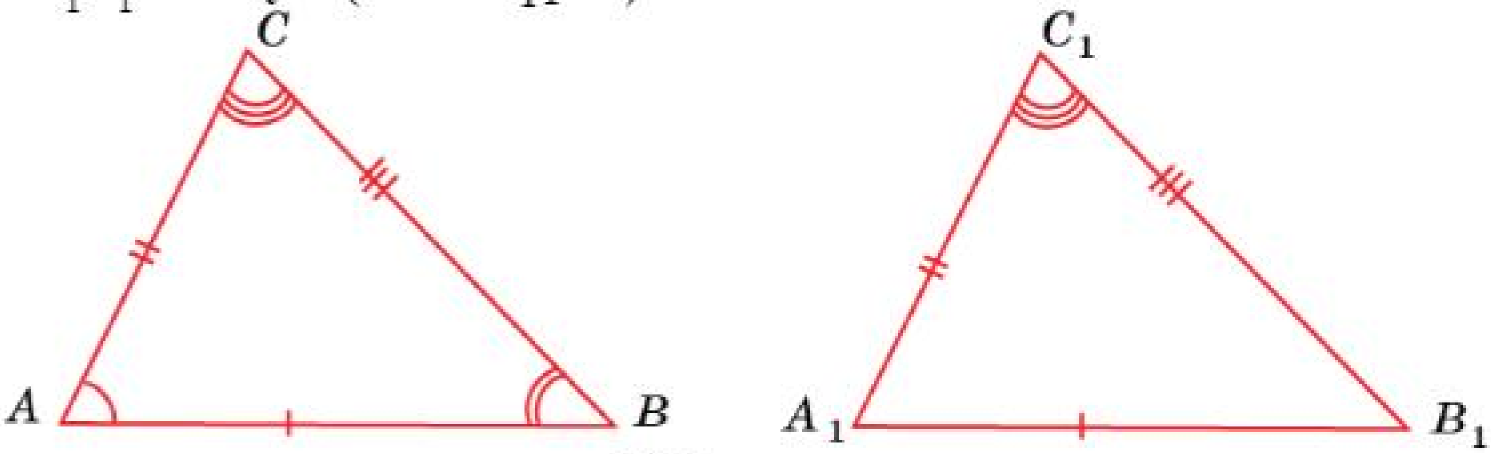
10.26. Бир үчбулуңлуқниң икки тәрипи иккинчи үчбулуңлуқниң мувапиқ икки тәрипигә тәң. Мошу үчбулуңлуқлар тәң боламду? Мисал кәлтүрүңлар.

§ 11. ҮЧБУЛУҢЛУҚЛАР ТӘҢЛИГИНИҢ ҮЧИНЧИ БӘЛГҮСИ

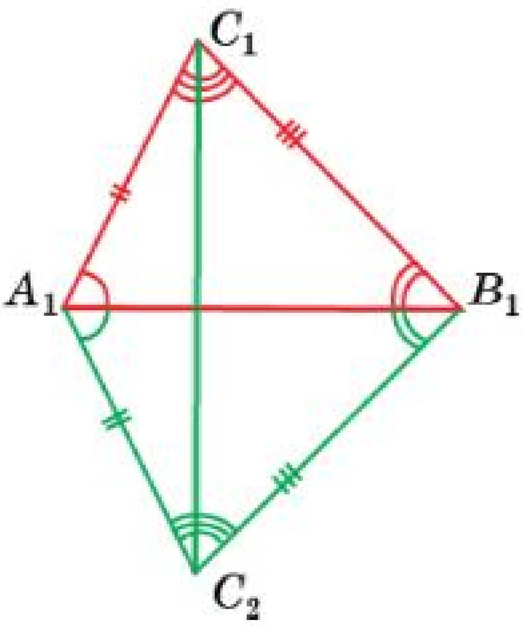
Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң йәнә бир бәлгүсини қараштурайли.

Теорема (үчбулуңлуқлар тәңлигиниң үчинчи бәлгүси). ***Әгәр бир үчбулуңлуқниң үч тәрипи иккинчи үчбулуңлуқниң мувапиқ үч тәрипигә тәң болса, у чағда бу үчбулуңлуқлар тәң болиду.***

Испатлаш. ABC вә $A_1B_1C_1$ үчбулуңлуқлирида $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$ болсун (11.1-сүрәт).



11.1-сүрәт



11.2-сүрәт

Мошу үчбулуңлуқларниң тәң болидиғанлиғини көрситәйли. Униң үчүн A_1B_1 шолисидин башлап C чоққиси A_1B_1 түзигә нисбәтән C_1 чекитиниң иккинчи тәрипидә ятидиған C_2 чекитигә көчидиғандәк ABC үчбулуңлуғини қуримиз (11.2-сүрәт).

Шунда $A_1B_1C_2$ вә ABC үчбулуңлуқлири тәң болиду. C_1C_2 шолиси $A_1C_1B_1$ булуңиниң ичидә, бир тәрипи билән бәтлишиши яки булуң тешида йетиши мүмкин. Биринчи һаләтни қараштурайли.

C_1C_2 шолиси $A_1C_1B_1$ булуңиниң бир тәрипи билән бәтлишиши яки булуң тешида йетиш һаләтлирини өзәңлар қараштуруңлар.

A_1C_1 вә A_1C_2 тәрәплириниң тәңлигидин $C_1A_1C_2$ тәң янлиқ үчбулуңлуқ болидиғини чиқиду, демәк, $\angle A_1C_1C_2 = \angle A_1C_2C_1$. Дәл мошундақ B_1C_1 вә B_1C_2 тәрәплириниң тәңлигидин $C_1B_1C_2$ тәң янлиқ үчбулуңлуқ болидиғанлиғи чиқиду, демәк $\angle B_1C_1C_2 = \angle B_1C_2C_1$. Тәң булуңларни қошуп, C_1 булуңи C_2 булуңиға тәң болидиғинини алимиз. Шундақ қилип, $A_1B_1C_1$ вә $A_1B_1C_2$ үчбулуңлуқлири тәң болиду (үчбулуңлуқлар тәңлигиниң биринчи бәлгүси бойичә). Ундақ болса ABC вә $A_1B_1C_1$ үчбулуңлуқлириму тәң болиду ■.

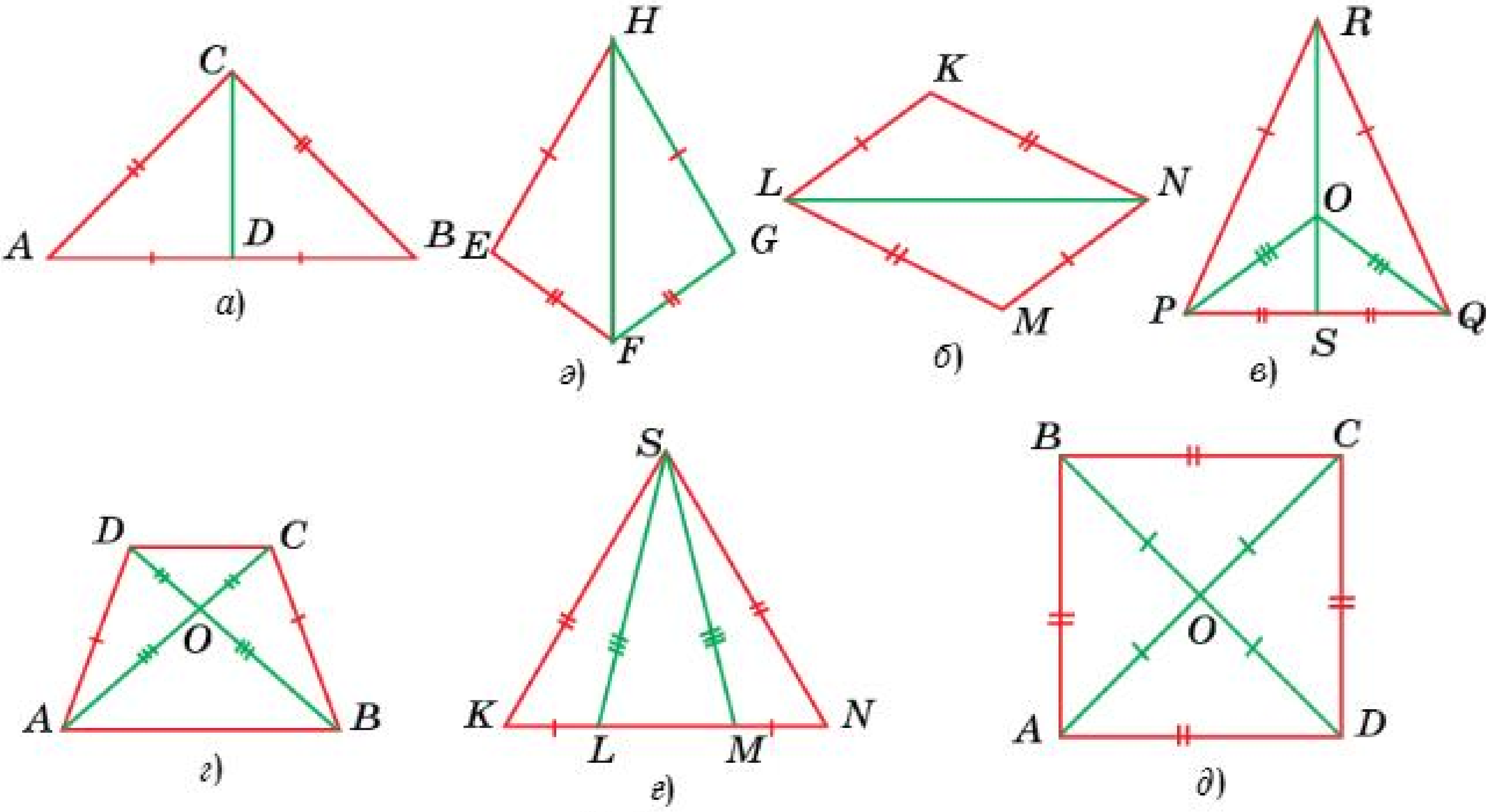
Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң үчинчи бәлгүсигә нисбәтән ABC вә DEF үчбулуңлуқлири элементлириниң тәңлигини өзәңлар йезиңлар.

? Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң үчинчи бәлгүсини тәрипләңлар.

Көнүкмиләр

А

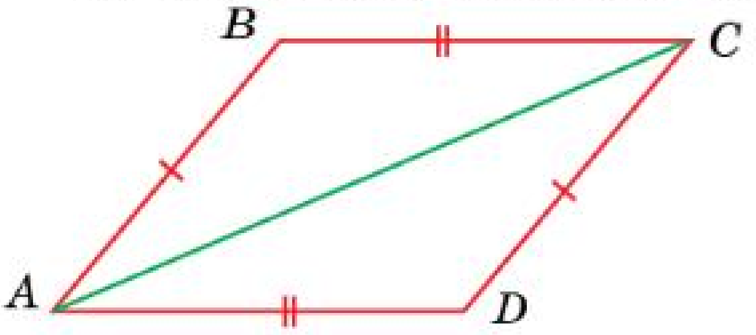
11.1. 11.3-сүрәтләрдә тәң кесиндиләр вә тәң булуңлар бәлгүләнгән. Мошу сүрәтләрдин тәң үчбулуңлуқларни көрситиңлар.



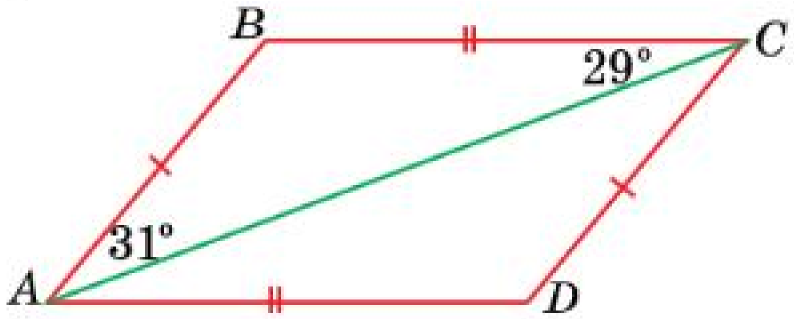
11.3-сүрәт

11.2. 11.4-сүрәттә $AB = DC$ вә $BC = AD$. B вә D булуңлириниң тәңлигини испатлаңлар.

11.3. 11.5-сүрәттә $AB = DC$ вә $BC = AD$, BAC булуңи 31°, BCA булуңи 29°. ACD булуңини тепиңлар.

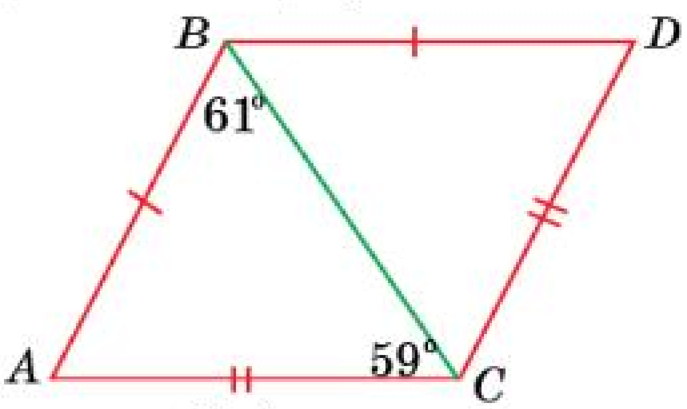


11.4-сүрәт



11.5-сүрәт

11.4. 11.6-сүрәттә $AB = BD$ вә $AC = CD$, ABC булуңи 61°, ACB булуңи 59°. BCD булуңини тепиңлар.

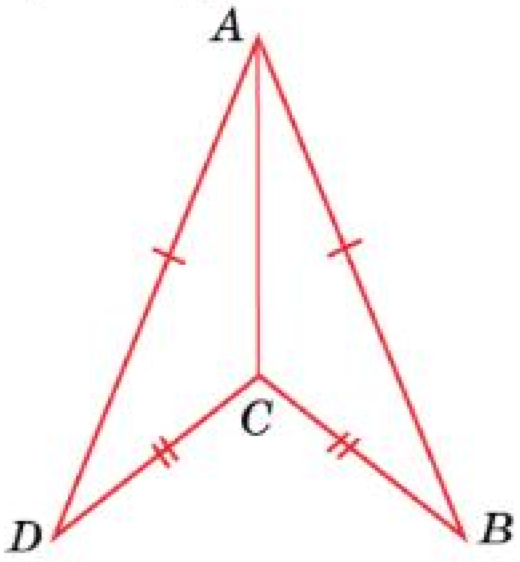


11.6-сүрәт

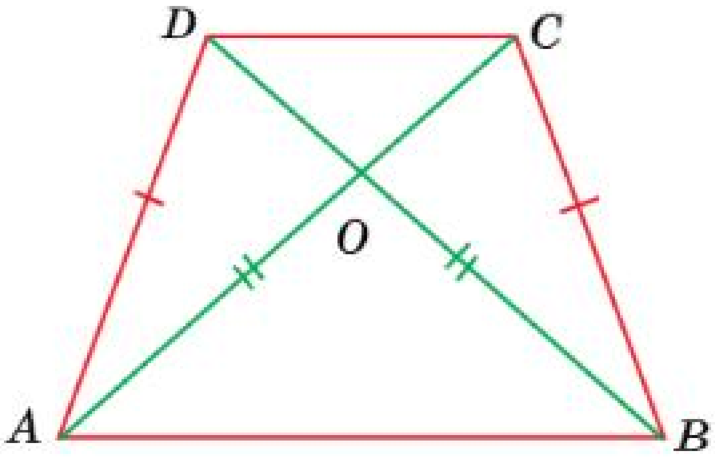
B

11.5. 11.7-сүрәттә $AB = AD$ вә $DC = BC$. AC кесиндиси BAD булуңиниң биссектрисиси болидиғанлиғини испатлаңлар.

11.6. 11.8-сүрәттә $AD = BC$ вә $AC = BD$. BAD вә ABC булуңлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.



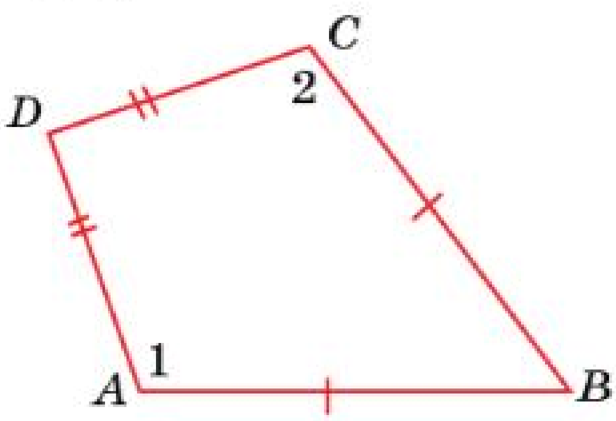
11.7-сүрәт



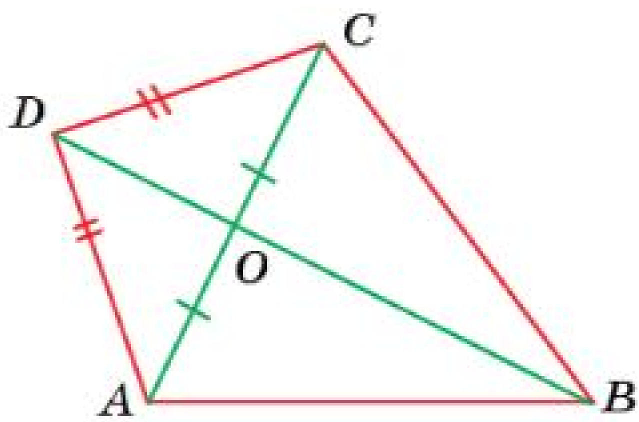
11.8-сүрәт

11.7. 11.9-сүрәттә $AB = BC$, $AD = CD$. 1 вә 2 булуңлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

11.8. 11.10-сүрәттә $AO = OC$, $AD = CD$. $AB = BC$ екәнлигини испатлаңлар.



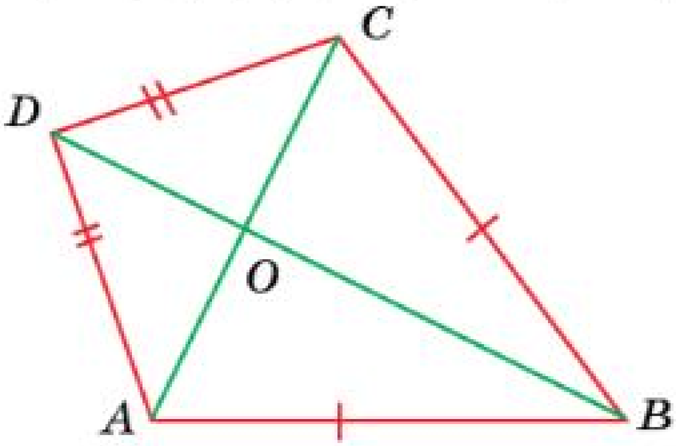
11.9-сүрәт



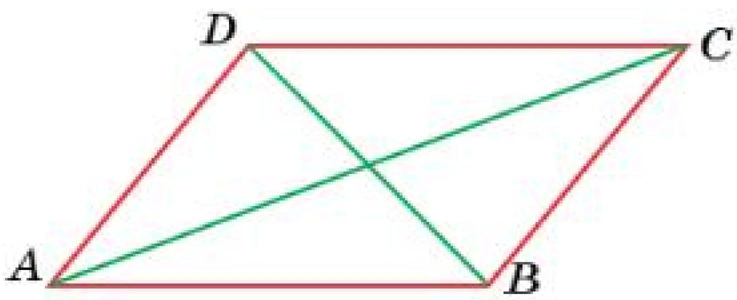
11.10-сүрәт

11.9. 11.11-сүрәттә $AB = BC$, $AD = CD$. $AO = OC$ екәнлигини испатлаңлар.

11.10. 11.12-сүрәттә ABC вә CDA үчбулуңлуқлири тәң, B вә D чекитлири AC түзиниң һәр тәрипидә ятиду. BCD вә DAB үчбулуңлуқлириниң тәңлигини испатлаңлар.



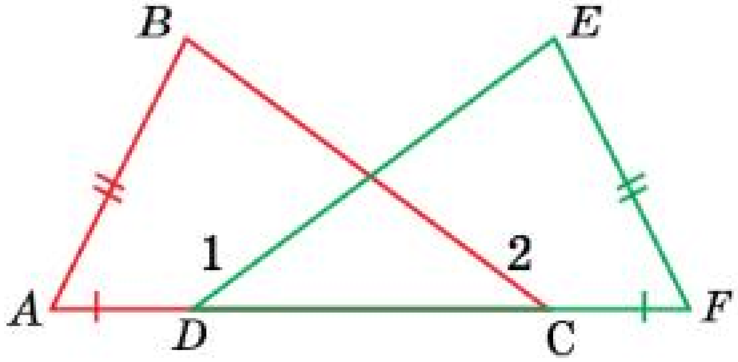
11.11-сүрәт



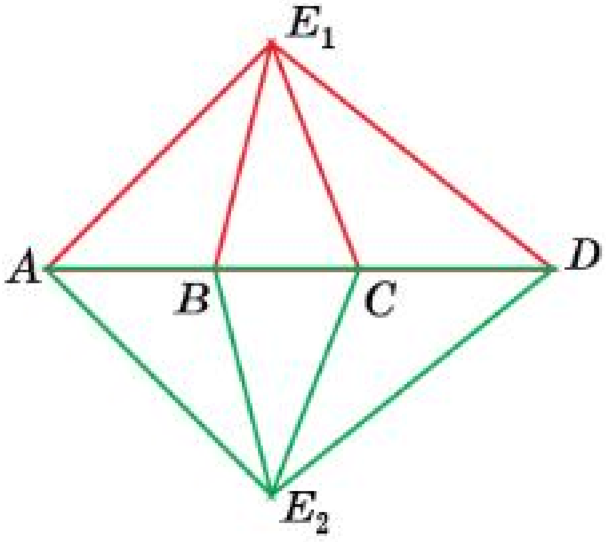
11.12-сүрәт

11.11. 11.13-сүрәттә $AD = CF$, $AB = FE$, $BC = ED$. 1 вә 2 булуңлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

11.12. A, B, C, D чекитлири бир түзниң бойида ятиду. Әгәр ABE_1 вә ABE_2 үчбулуңлуқлири тәң болса (11.14-сүрәт), у чағда CDE_1 вә CDE_2 үчбулуңлуқлириму тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

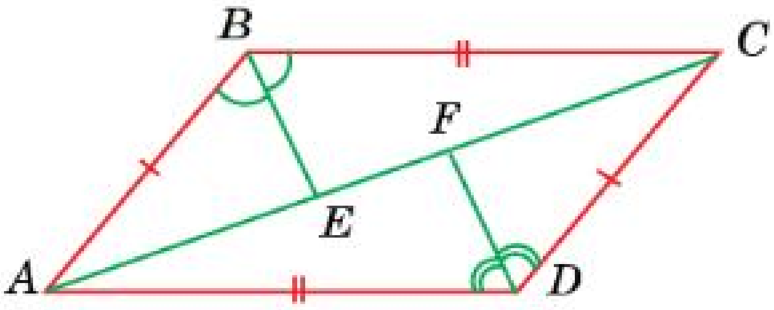


11.13-сүрәт



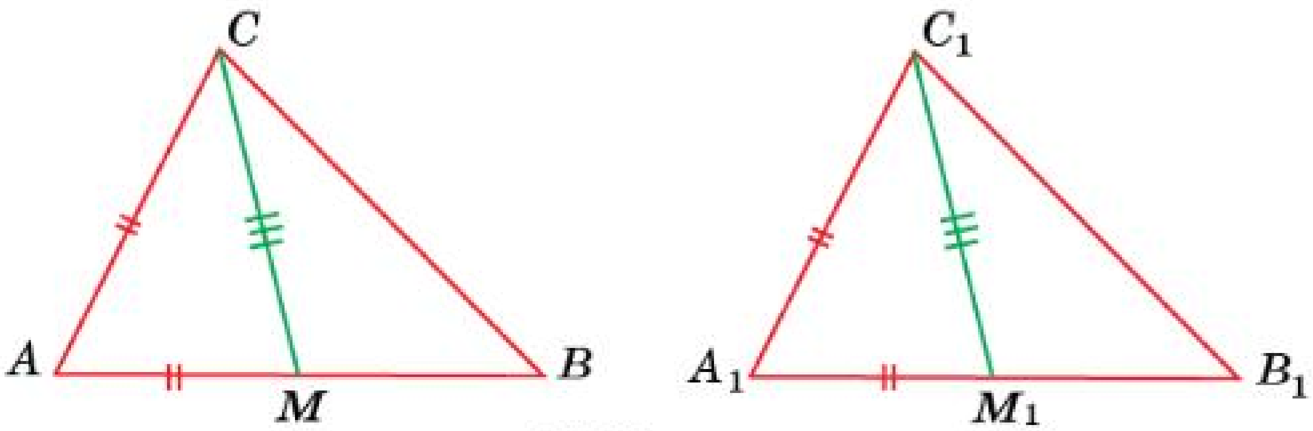
11.14-сүрәт

11.13. 11.15-сүрәттә $AB = CD$, $AD = BC$, BE — ABC булуңиниң биссектрисиси, DF — ADC булуңиниң биссектрисиси. $\Delta ABE = \Delta CDF$ екәнлигини испатлаңлар.



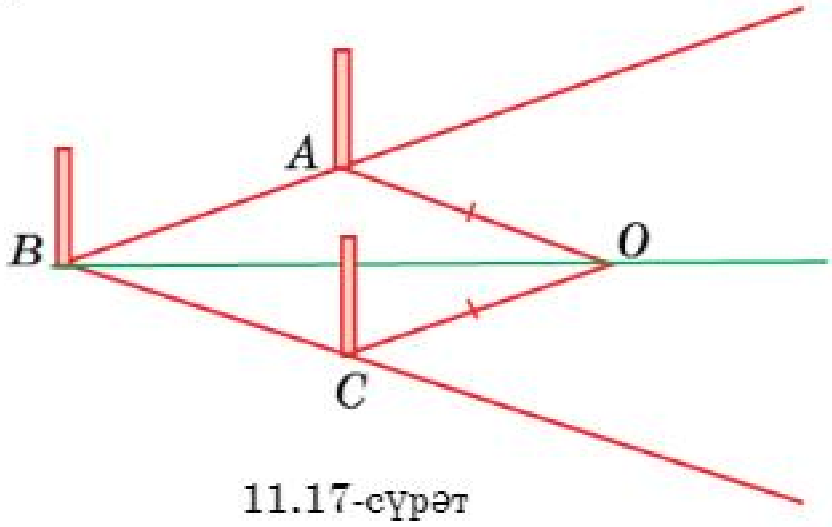
11.15-сүрәт

11.14. Әгәр $AB = A_1B_1$, $AC = A_1C_1$, CM вә C_1M_1 медианилири тәң болса, у чағда ABC вә $A_1B_1C_1$ үчбулуңлуқлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар (11.16-сүрәт).



11.16-сүрәт

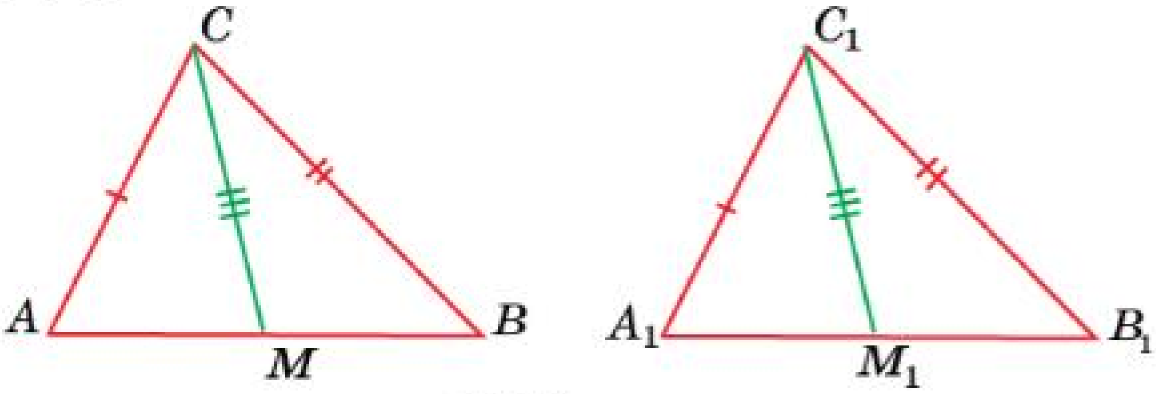
11.15. Йәрлик җайда булуңни қақ бөлүш һаҗәт (11.17-сүрәттә ABC булуңини). Униң үчүн униң тәрәплиридин өлчәш қуралиниң ярдими билән өз ара тәң BA вә BC кесиндилири селинди. Кейин оттуриси бәлгүләнгән (O чекити) лента елип, униң чәтлири A вә C чекитлиридә бәкитилди. Лентиниң оттурисидин тартип, йәрлик җайдин O чекитиниң орни бәлгүлиниду. Шунда BO шолиси ABC булуңини қақ бөлиду. Қурушниң дурuслиғини асаслаңлар.



11.17-сүрәт

C

11.16. ABC вә $A_1B_1C_1$ үчбулуңлуқлирида $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$, CM медианиси C_1M_1 медианисиға тәң болса (11.18-сүрәт), у чағда ABC вә $A_1B_1C_1$ үчбулуңлуқлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.



11.18-сүрәт

11.17. 11.19-сүрәттә $AB = CD$ вә $AD = BC$. BAC вә DCA булуңлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

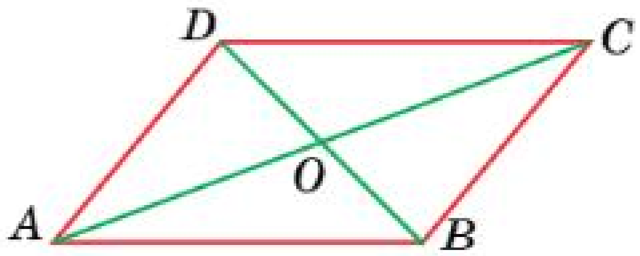
11.18. 11.19-сүрәттә $AB = CD$, BAC вә DCA булуңлири тәң. DAC вә BCA булуңлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

11.19. 11.19-сүрәттә $\angle ABD = \angle CDB$, $\angle ADB = \angle CBD$. BAD вә DCB булуңлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

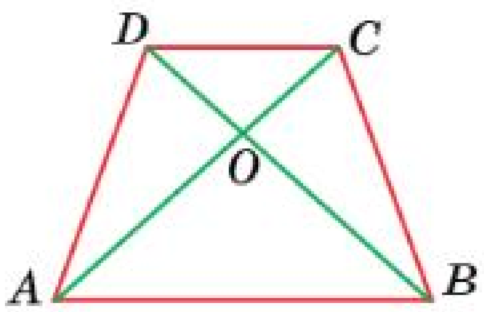
11.20. 11.20-сүрәттә $AD = BC$ вә $AC = BD$. ADC вә BCD булуңлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

11.21. 11.20-сүрәттә $AO = BO$ вә $CO = DO$. DAC вә CBD булуңлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

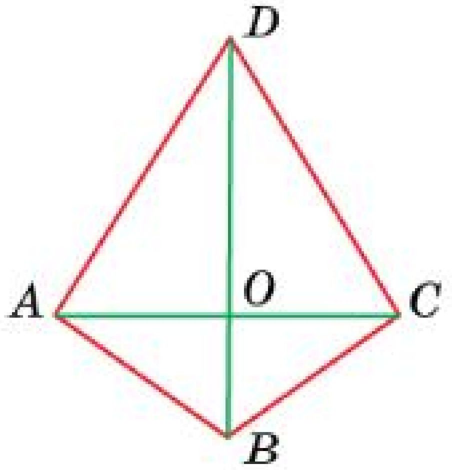
11.22. 11.20-сүрәттә $\angle BAC = \angle ABD$, $\angle BAD = \angle ABC$. $AD = BC$ екәнлигини испатлаңлар.



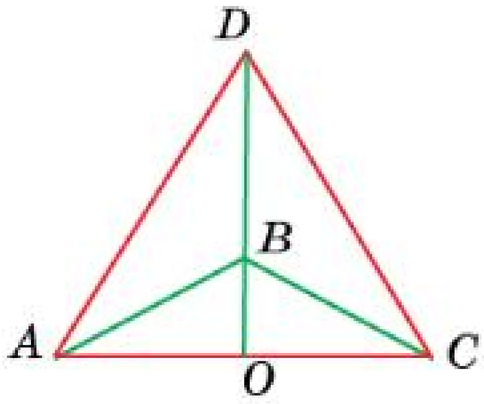
11.19-сүрәт



11.20-сүрәт



11.21-сүрәт



11.22-сүрәт

11.23. 11.21-сүрәттә $AB = CB$ вә $AD = CD$. BAD вә BCD булуңлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

11.24. 11.21-сүрәттә $AD = CD$, ADB вә CDB булуңлири тәң. $AB = BC$ тәңлигини испатлаңлар.

11.25. 11.21-сүрәттә ADB вә CDB булуңлири тәң, AC билән BD өз ара перпендикуляр. $AD = CD$ екәнлигини испатлаңлар.

11.26. 11.22-сүрәттә $AB = CB$ вә $AD = CD$. ADB вә CDB булуңлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

11.27. 11.22-сүрәттә $AD = CD$, ADB вә CDB булуңлири тәң. BAD вә BCD булуңлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

11.28. 11.22-сүрәттә ADB вә CDB булуңлири тәң, AC билән BD өз ара перпендикуляр. $AD = CD$ екәнлигини испатлаңлар.

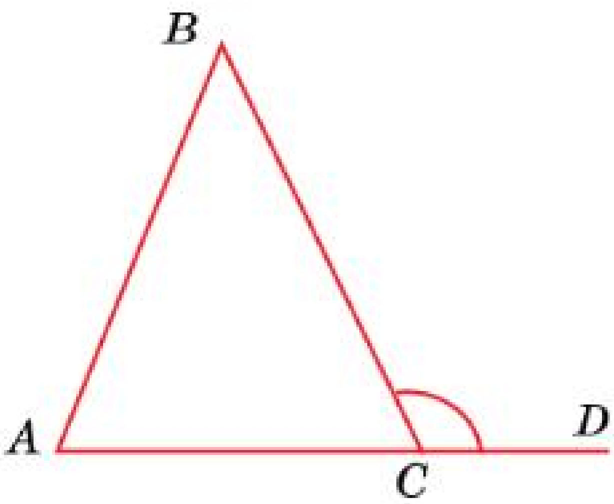
Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

11.29. ABC үчбулуңлуғида A булуңи B булуңидин чоң. AC яки BC тәрәплиринин қайсиси чоң?

§ 12. ҮЧБУЛУҢЛУҚНИҢ ТӘРӘПЛИРИ БИЛӘН БУЛУҢЛИРИ АРИСИДИКИ НИСБӘТЛӘР

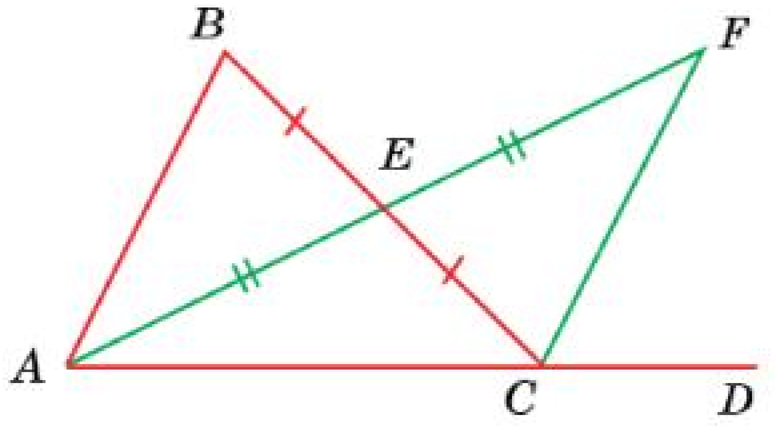
ABC үчбулуңлуғиниң бир тәрипиниң, мәсилән, AC тәрипиниң давамини вә C булуңи билән чәкдаш BCD булуңини қараштурайли (12.1-сүрәт).

Мундақ булуң үчбулуңлуқниң *ташқи булуңи* дәп, үчбулуңлуқниң өзиниң булуңлирини униң *ички булуңлири* дәп атайду.

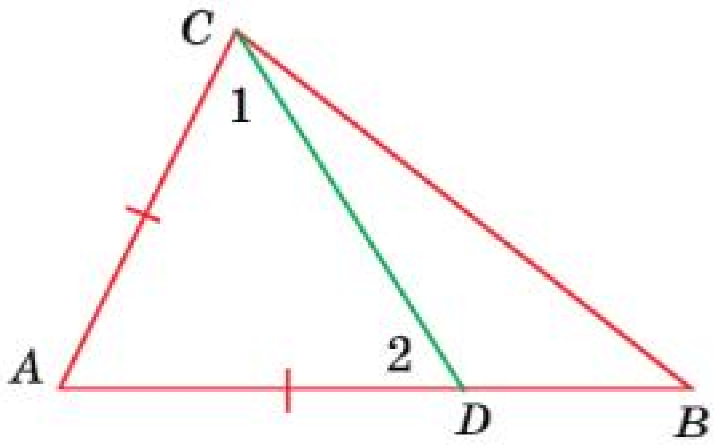


12.1-сүрәт

Үчбулуңлуқниң һәрбир чоққисидики тәрәплирини давамлаштуруш арқилиқ униң икки ташқи булуңини қурушқа болиду. Бу булуңлар вертикал болғанлиқтин, өз ара тәң болиду.



12.2-сүрәт



12.3-сүрәт

Үчбулуңлуқниң ички вә ташқи булуңлириниң арисидики нисбәтни орнитайли.

Теорема. ***Үчбулуңлуқниң ташқи булуңи униң билән чәкдаш әмәс һәрбир ички булуңидин чоң болиду.***

Испатлаш. ABC — халиған үчбулуңлуқ болсун. BCD ташқи булуңини қараштурайли вә у ABC ички булуңидин чоң болидиғанлиғинини испатлайли (12.2-сүрәт).

Униң үчүн A чоққиси вә BC тәрипиниң оттуриси болидиған E чекити арқилиқ түз жүргүзүп, мошу түздин AE кесиндисигә тәң EF кесиндисини алимиз. Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң биринчи бәлгүси бойичә ABE вә FCE үчбулуңлуқлири тәң болиду ($BE = CE$, $AE = FE$, $\angle AEB = \angle FEC$). Демәк, $\angle ABC = \angle BCF$. Бирақ F чоққиси BCD булуңиниң ичидә ятиду. Шуниң үчүн BCF булуңи BCD булуңиниң бир бөлигини тәшкил қилиду. Ундақ болса, $\angle BCD > \angle ABC$ ■.

$\angle BCD > \angle ABC$ испатлинишиға охшаш $\angle BCD > \angle BAC$ екәнлигини өзәңлар испатлаңлар.

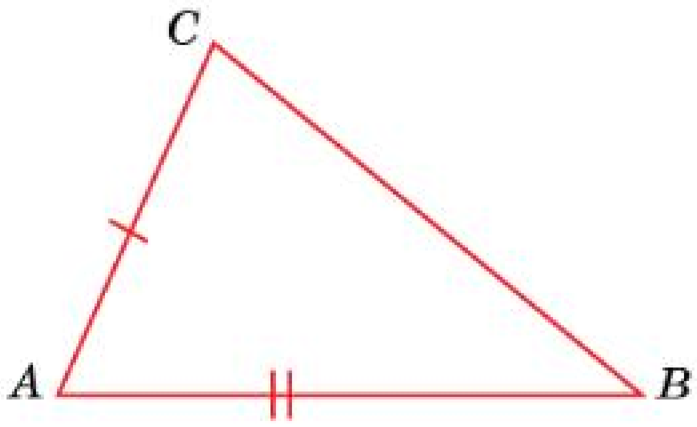
Үчбулуңлуқниң тәрәплири вә булуңлириниң арисидики нисбәтни орнитайли.

Теорема. *Һәрқандақ үчбулуңлуқта чоң тәрипигә қарши чоң булуңи ятиду.*

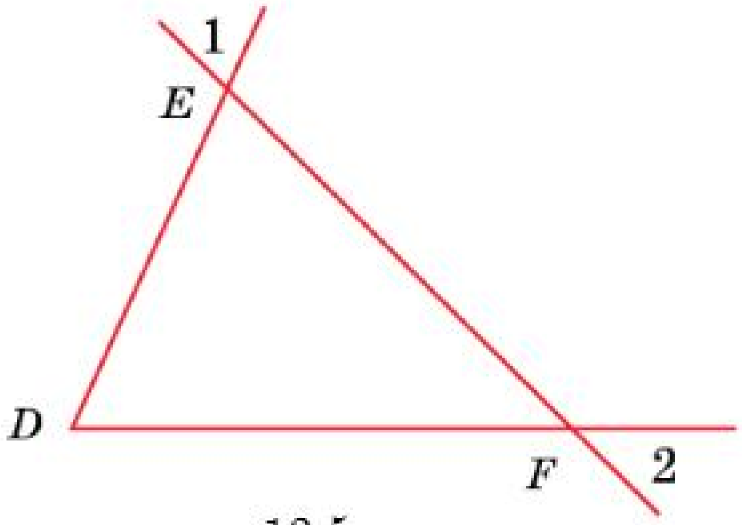
Испатлаш. ABC үчбулуңида AB тәрипи AC тәрипидин чоң болсун. C булуңи B булуңидин чоң болидиғанлиғини испатлайли. Униң үчүн AB шолисиниң бойидин AC тәрипигә тәң AD кесиндисини қуримиз (12.3-сүрәт).

ACD — асаси CD болидиған тәң янлиқ үчбулуңлуқ. Демәк, $\angle 1 = \angle 2$. 1 булуңи C булуңиниң бөлигини тәшкил қилиду. Шуниң үчүн, $\angle 1 < \angle C$. Башқа тәрипидин алғанда, 2 булуңи BCD үчбулуңлуғиниң ташқи булуңи болиду. Шуниң үчүн $\angle 2 > \angle B$. Ундақ болса, $\angle C > \angle 1 = \angle 2 > \angle B$, йәни $\angle C > \angle B$ ■.

Теорема. *Һәрқандақ үчбулуңлуқта һәрқандақ чоң булуңға қарши чоң тәрәп ятиду.*



12.4-сүрәт



12.5-сүрәт

Испатлаш. ABC үчбулуңлуғида C булуңи B булуңидин чоң болсун (12.4-сүрәт). AB вә AC тәрәплири тәң болмайду, сәвәви бу һаләттә ABC үчбулуңлуғи асаси BC болидиған тәң янлиқ үчбулуңлуқ болуп, C булуңи B булуңиға тәң болар еди. AB тәрипи AC тәрипидин кичик болмайду, сәвәви бу һаләттә испатлиғинимиз бойичә C булуңи B булуңидин кичик болар еди. AB тәрипи AC тәрипидин чоң болидиған һаләтла қалди ◪.

1. Үчбулуңлуқниң ташқи булуңи дәп қандақ булуңни ейтиду?
2. Үчбулуңлуқниң һәрбир чоққисида нәччә ташқи булуңи болиду?
3. Үчбулуңлуқниң ташқи булуңи үчүн қандақ тәңсизлик орунлиниду?
4. Үчбулуңлуқниң чоң тәрипигә қарши қандақ булуң ятиду?
5. Үчбулуңлуқниң чоң булуңиға қарши қандақ тәрипи ятиду?

Көнүкмиләр

A

12.1. Үчбулуңлуқниң ташқи булуңи униң: а) бир ички булуңидин; ә) икки ички булуңлиридин; б) үч ички булуңлиридин чоң боламду? Мисаллар кәлтүрүңлар.

12.2. Үчбулуңлуқниң ташқи булуңи униң: а) бир ички булуңиға тәң; ә) бир ички булуңидин кичик боламду?

12.3. Әгәр үчбулуңлуқниң бир ташқи булуңи тар болса, у чағда ташқи булуңлири қандақ болиду?

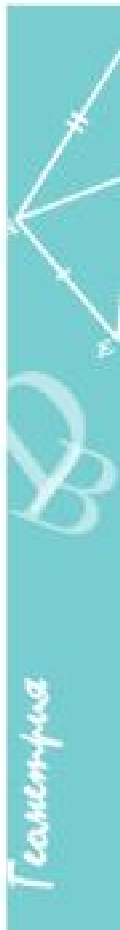
12.4. Үчбулуңлуқта икки: а) тар; ә) кәң; б) тик ташқи булуңлири булуң?

12.5. AB — ABC үчбулуңлуғиниң әң чоң тәрипи. C булуңи қандақ булуң?

12.6. Әгәр $AB = 7$ см, $BC = 10$ см вә $AC = 5$ см болса, ABC үчбулуңлуғиниң булуңлирини селиштуруңлар.

12.7. ABC үчбулуңлуғида $BC > AC > AB$. Келәси булуңларниң қайсиси чоң: а) B яки A; ә) C яки A; б) B яки C?

12.8. 12.5-сүрәттә $DE < DF$. 1 вә 2 булуңлирини селиштуруңлар.



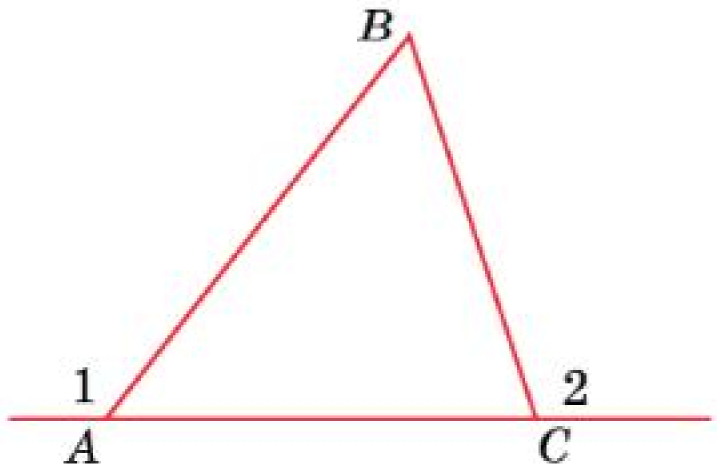
12.9. Әгәр: а) $\angle A > \angle B > \angle C$; ә) $\angle A > \angle B = \angle C$ болса, у чағда ABC үчбулуңлуғиниң тәрәплирини селиштуруңлар.

В

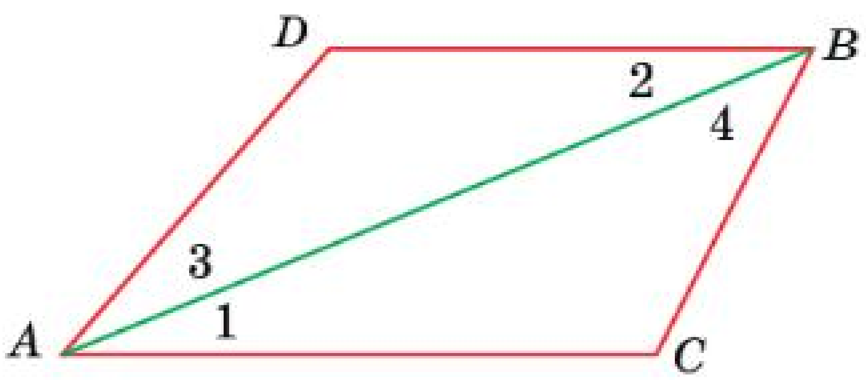
12.10. Үчбулуңлуқниң пәқәт бирла: а) тик булуңи; ә) кәң булуңи болидиғанлиғини испатлаңлар.

12.11. 12.6-сүрәттә $AB > BC$. 1 булуңи 2 булуңидин чоң болидиғанлиғинини испатлаңлар.

12.12. 12.7-сүрәттә 1 булуңи 2 булуңиға тәң вә $AC > BD$. 3 булуңи 4 булуңидин кичик болидиғанлиғини испатлаңлар.



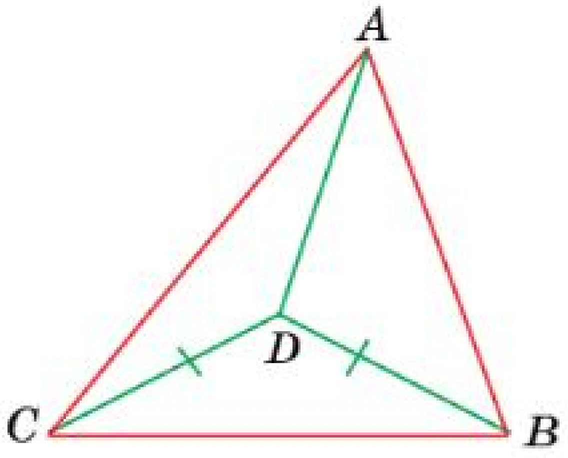
12.6-сүрәт



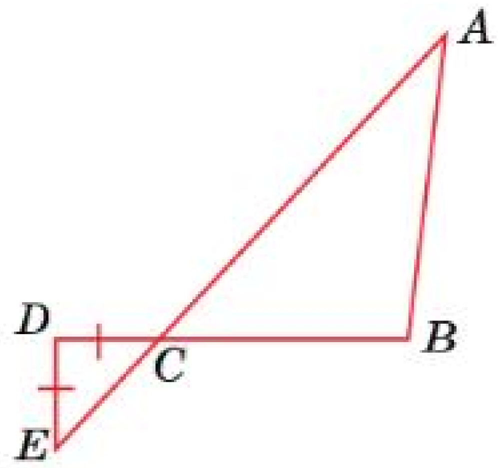
12.7-сүрәт

12.13. ABC үчбулуңлуғиниң чоққилири униң ичидә ятқан D чекити билән кесиндиләр арқилиқ қошулған вә $AC > AB$, $CD = BD$ (12.8-сүрәт). ACD булуңи ABD булуңидин кичик болидиғанлиғини испатлаңлар.

12.14. AE вә BD кесиндилири C чекитидә кийилишиду вә $AB > BC$, $CD = DE$ (12.9-сүрәт). BAC булуңи DEC булуңидин кичик болидиғанлиғини испатлаңлар.



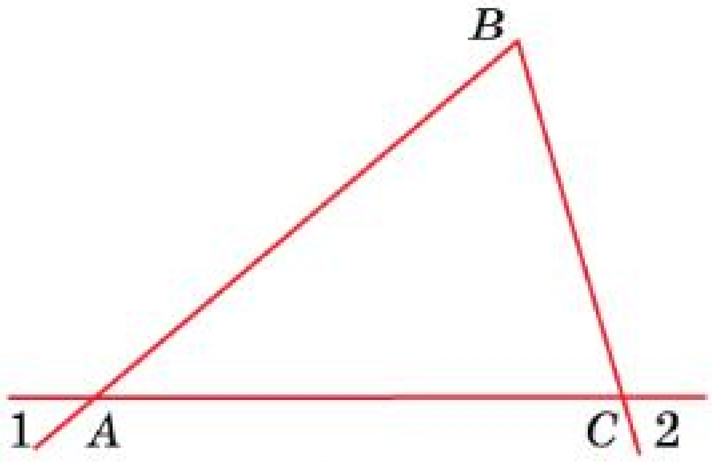
12.8-сүрәт



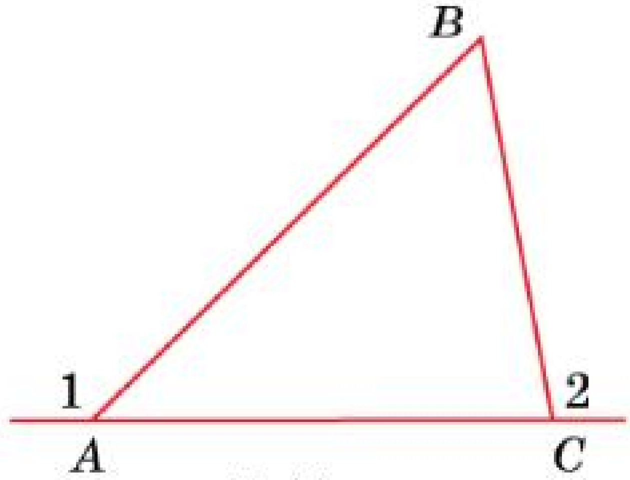
12.9-сүрәт

12.15. 12.10-сүрәттә 1 булуңи 2 булуңидин кичик. ABC үчбулуңлуғиниң AB вә BC тәрәплирини селиштуруңлар.

12.16. 12.11-сүрәттә 1 булуңи 2 булуңидин чоң. $AB > BC$ екәнлигини испатлаңлар.



12.10-сүрәт

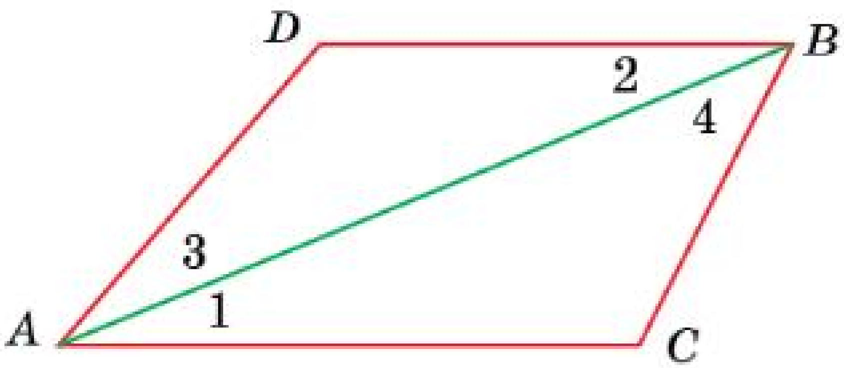


12.11-сүрәт

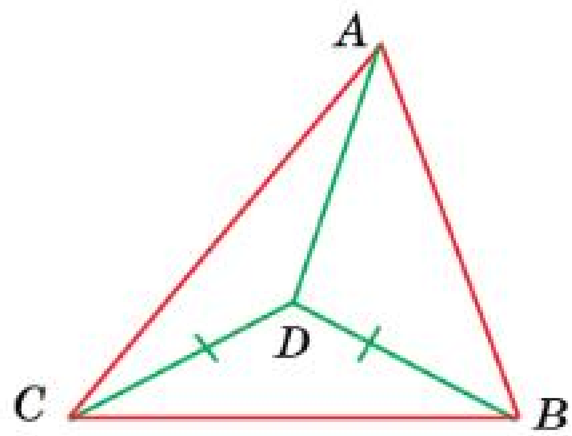
C

12.17. 12.12-сүрәттә 1 вә 2 булуңлири тәң, 3 булуңи 4 булуңидин кичик. $AC > BD$ екәнлигини испатлаңлар.

12.18. ABC үчбулуңлуғиниң чоққилири униң ичидә ятқан D чекити билән кесиндиләр арқилиқ қошулған вә $CD = BD$, ACD булуңи ABD булуңидин кичик (12.13-сүрәт). $AC > AB$ екәнлигини испатлаңлар.



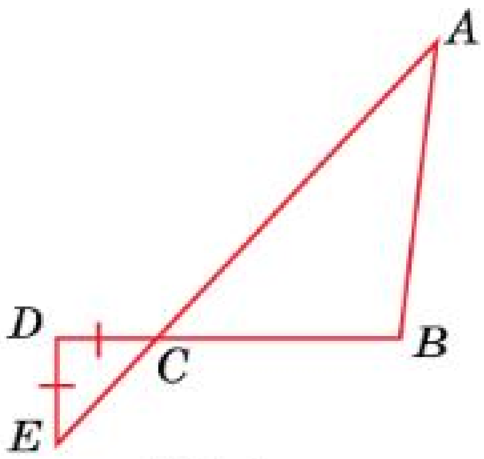
12.12-сүрәт



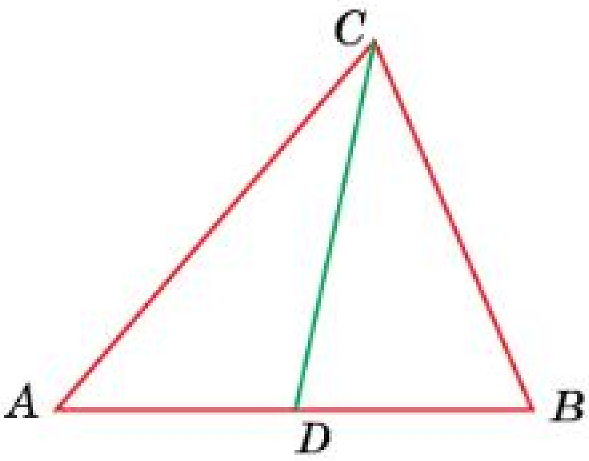
12.13-сүрәт

12.19. AE вә BD кесиндилири C чекитидә қийилишиду вә $CD = DE$, BAC булуңи DEC булуңидин кичик (12.14-сүрәт). $AB > BC$ екәнлигини испатлаңлар.

12.20. ABC үчбулуңлуғида $AC > BC$ тәңсизлиги орунлиниду, CD — медиана (12.15-сүрәт). BCD булуңи ACD булуңидин чоң болидиғанлиғини испатлаңлар.



12.14-сүрәт



12.15-сүрәт

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

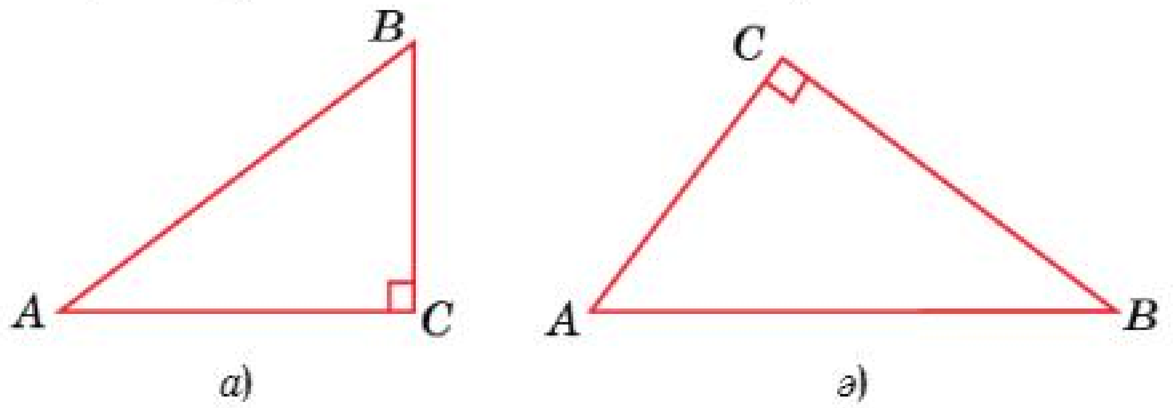
12.21. Икки тәрипи 3 см вә 4 см, уларниң арисидики булуң 90°-қа тәң болидиған үчбулуңлуқни тәсвирләңлар.

§ 13. ТИК БУЛУҢЛУҚ ҮЧБУЛУҢЛУҚЛАР

Әгәр үчбулуңлуқниң тик булуңи бар болса, у чағда үчбулуңлуқ *тик булуңлуқ* дәп атилидиғанлиғини әскә чүширәйли (13.1-сүрәт).

Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң тик булуңиға қарши ятқан тәрипи *гипотенузиси*, қалған икки тәрипи *катетлири* дәп атилиду.

13.1-сүрәттики ABC тик булуңлуқ үчбулуңлуғида $\angle C = 90^\circ$, AB — гипотенузиси, AC вә BC — катетлири.

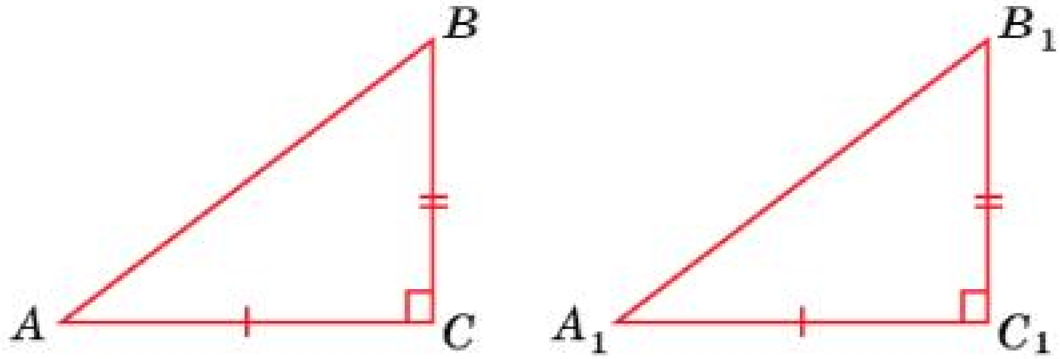


13.1-сүрәт

Үчбулуңлуқниң ташқи булуңи униң билән чәкдаш әмәс һәрбир ички булуңидин чоң болғанлиқтин, тик үчбулуңлуқниң бир булуңи тик, қалған икки булуңи тар болиду.

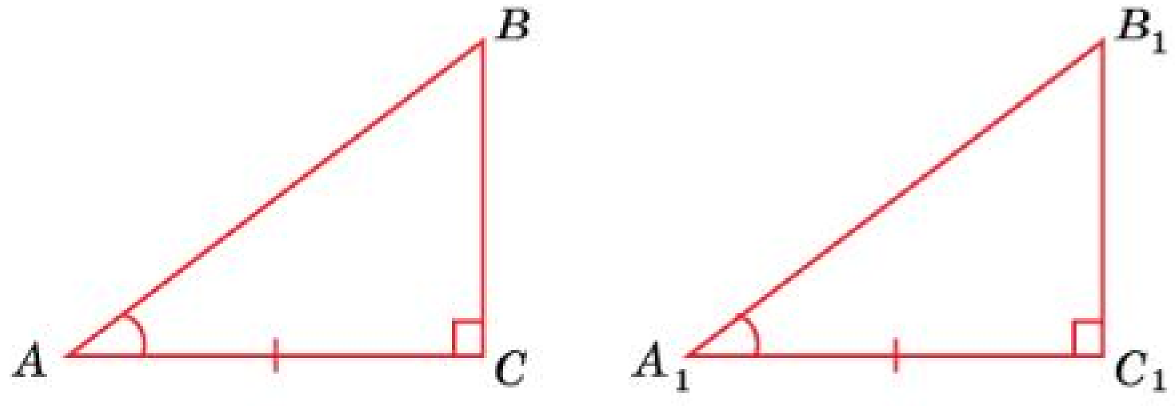
Үчбулуңлуқлар тәңлигиниң бәлгүлирини тик булуңлуқ үчбулуңлуқларға қоллинип, тик булуңлуқ үчбулуңлуқлар тәңлигиниң келәси бәлгүлирини елишқа болиду.

1-бәлгү. *Әгәр бир тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң катетлири иккинчи тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң катетлириға мувапиқ тәң болса, у чағда бу үчбулуңлуқлар тәң болиду* (13.2-сүрәт).



13.2-сүрәт

2-бәлгү. *Әгәр бир тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң катети вә униңға чәкдаш ятқан тар булуңи иккинчи тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң* *катети вә униңға яндаш ятқан тар булуңиға мувапиқ тәң болса, у чағда бу үчбулуңлуқлар тәң болиду* (13.3-сүрәт).



13.3-сүрәт

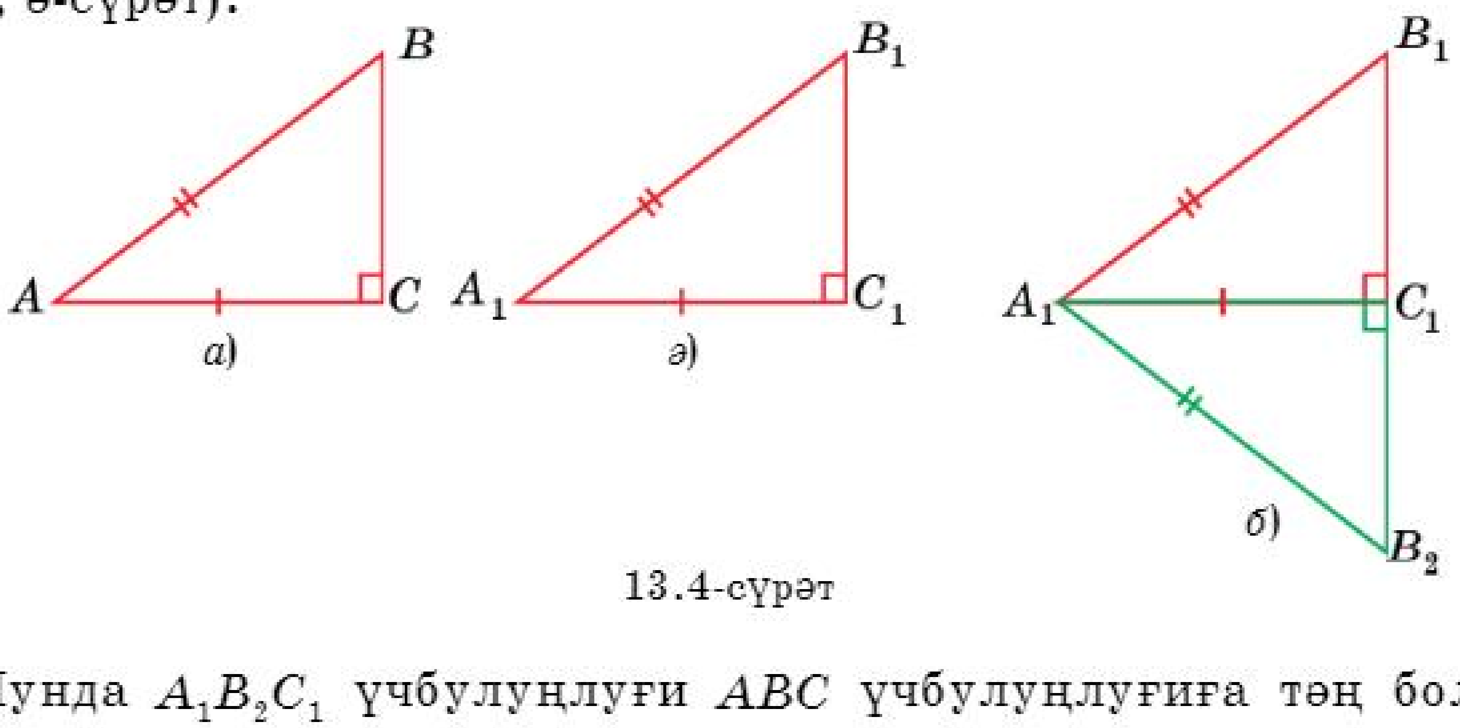
Мошу хуласиләнгән бәлгүләрни өзәңлар испатлаңлар.

Тик булуңлуқ үчбулуңлуқлар тәңлигиниң йәнә икки мурәккәп бәлгүлирини қараштурайли.

3-бәлгү. *Әгәр бир тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң гипотенузиси вә катети иккинчи тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң мувапиқ гипотенузиси вә катетиға тәң болса, у чағда бу үчбулуңлуқлар тәң болиду.*

Испатлаш. Испатлиниши үчбулуңлуқлар тәңлигиниң үчинчи бәлгүсиниң испатлинишиға охшаш болиду. ABC вә $A_1B_1C_1$ — тик булуңлуқ үчбулуңлуқлар, бу йәрдә C вә C_1 булуңлири тик, $AB = A_1B_1$ вә $AC = A_1C_1$ болсун (13.4, а-сүрәт).

A_1C_1 шолисидин A чоққиси A_1 чоққиси билән бәтлишидиғандәк, B чоққиси A_1C_1 түзигә нисбәтән B_1 чоққисиниң иккинчи тәрипидә ятидиған B_2 чекитигә көчидиғандәк ABC үчбулуңлуғини қуримиз (13.4, ә-сүрәт).



13.4-сүрәт

Шунда $A_1B_2C_1$ үчбулуңлуғи ABC үчбулуңлуғиға тәң болиду. $A_1C_1B_1$ вә $A_1C_1B_2$ булуңлири тик болғанлиқтин, C_1, B_1 вә B_2 чекитлири бир түзниң бойида ятиду. A_1B_1 вә A_1B_2 тәрәплириниң тәңлигидин $B_1A_1B_2$ үчбулуңлуғиниң тәң янлиқ екәнлиги чиқиду. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң асасиға чүширилгән егизлик биссектриса болидиғанлиғини пайдилинимиз. A_1C_1 — биссектриса, демәк, $C_1A_1B_1$

вә $C_1A_1B_2$ булуңлири тәң. Шундақ қилип, үчбулуңлуқлар тәңлигиниң биринчи бәлгүси бойичә $A_1B_1C_1$ вә $A_1B_2C_1$ үчбулуңлуқлири тәң. Мошуниңдин, ABC вә $A_1B_1C_1$ үчбулуңлуқлириму тәң болиду.

4-бәлгү. *Әгәр тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң гипотенузиси вә тар булуңи иккинчи тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң гипотенузиси вә тар булуңиға мувапиқ тәң болса, у чағда бу үчбулуңлуқлар тәң болиду.*

Бу бәлгүни испатлаш үчүн испатлинидиған хуласә дурус әмәс дәп елип, қаршилиққа елип келидиған "қарши жоруш" усулини қоллинимиз.

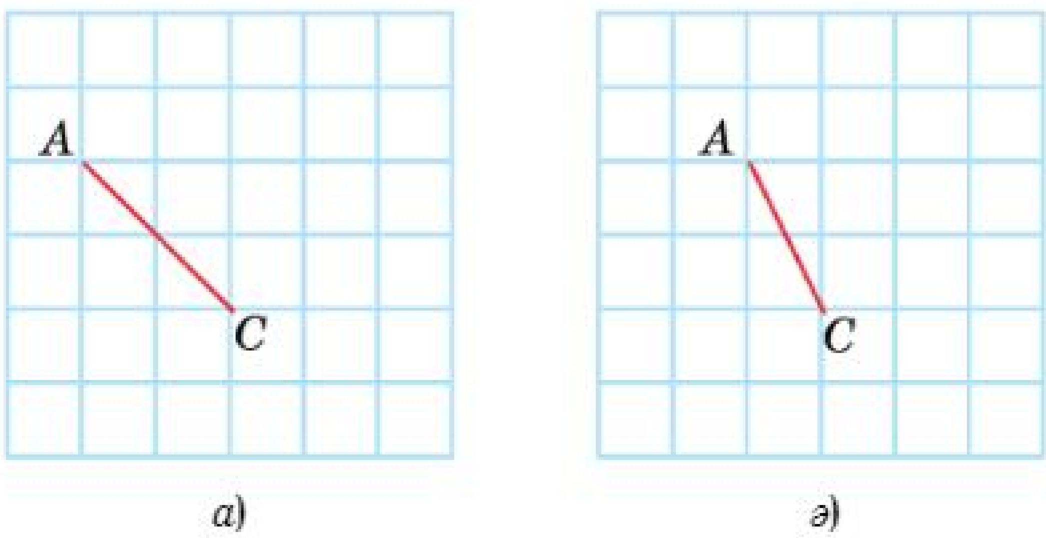
Испатлаш. ABC вә $A_1B_1C_1$ — тик булуңлуқ үчбулуңлуқлар, бу йәрдә C вә C_1 булуңлири тик, $AB = A_1B_1$ вә $\angle A = \angle A_1$ болсун (13.4, *а*-сүрәт). Мошу үчбулуңлуқларниң тәңлигини испатлаш үчүн AC вә A_1C_1 катетлириниң тәңлигини испатлаш йетәрлик, чүнки бу һаләттә үчбулуңлуқлар гипотенузиси вә катети бойичә тәң болиду. Қарши пәрәз қилайли, йәни AC вә A_1C_1 катетлири тәң әмәс болсун. AC шолисиға A_1C_1ға тәң AC_2 кесиндисини қуримиз. Биринчи бәлгү бойичә ABC_2 үчбулуңлуғи $A_1B_1C_1$ үчбулуңлуғиға тәң болиду. Андақ болса, BC_2A булуңи тик. Шунда, BCC_2 үчбулуңлуғида икки тик булуң бар, у мүмкин әмәс. Елинған қаршилиқ, AC вә A_1C_1 катетлириниң тәң әмәслиги тоғрилиқ пәрәз дурус әмәс екәнлигини көрситиду. Демәк, катетлар тәң вә берилгән үчбулуңлуқлар тәң өз ара.

1. Қандақ үчбулуңлуқ тик булуңлуқ дәп атилиду?
2. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң катети вә гипотенузиси дегинимиз немә?
3. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқлар тәңлигиниң бәлгүлирини хуласиләңлар.

Көнүкмиләр

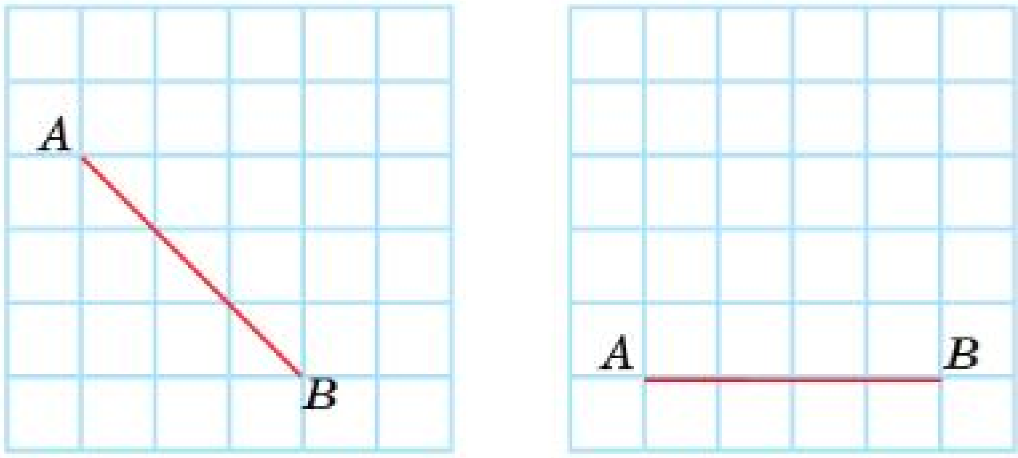
А

13.1. Чақмақ қәғәзгә AC кесиндиси катети болидиған, B чоққиси чақмақларниң бир түгүнидә орунлашқан тик булуңлуқ үчбулуңлуқларни тәсвирләңлар (13.5-сүрәт).



13.5-сүрәт

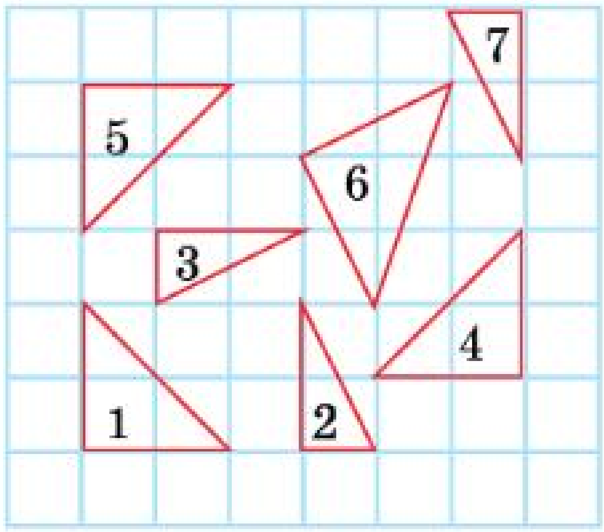
13.2. Чақмақ қәғәзгә AB кесиндиси гипотенузиси болидиған, C чоққиси чақмақларниң бир түгүнидә орунлашқан тик булуңлуқ үчбулуңлуқни тәсвирләңлар (13.6-сүрәт).



а) ә)

13.6-сүрәт

13.3. 13.7-сүрәттин тәң тик булуңлуқ үчбулуңлуқни көрситиңлар.



13.7-сүрәт

13.4. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқлар: а) тәң янлиқ; ә) тәң тәрәплик боламду?

13.5. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң тәрәплири 4, 5, 5 боламду?

13.6. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң катетлири 11 см вә 111 см боламду?

13.7. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң тәрәплири 3 см, 4 см, 5 см. Гипотенузиси немигә тәң?

В

13.8. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқта икки тар булуңи болидиғанлиғини испатлаңлар.

13.9. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң гипотенузиси униң катетлиридин чоң екәнлигини испатлаңлар.

13.10. ABC тәң янлиқ үчбулуңлуғида $AC = BC$ вә CD — егизлик. ACD вә BCD үчбулуңлуқлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

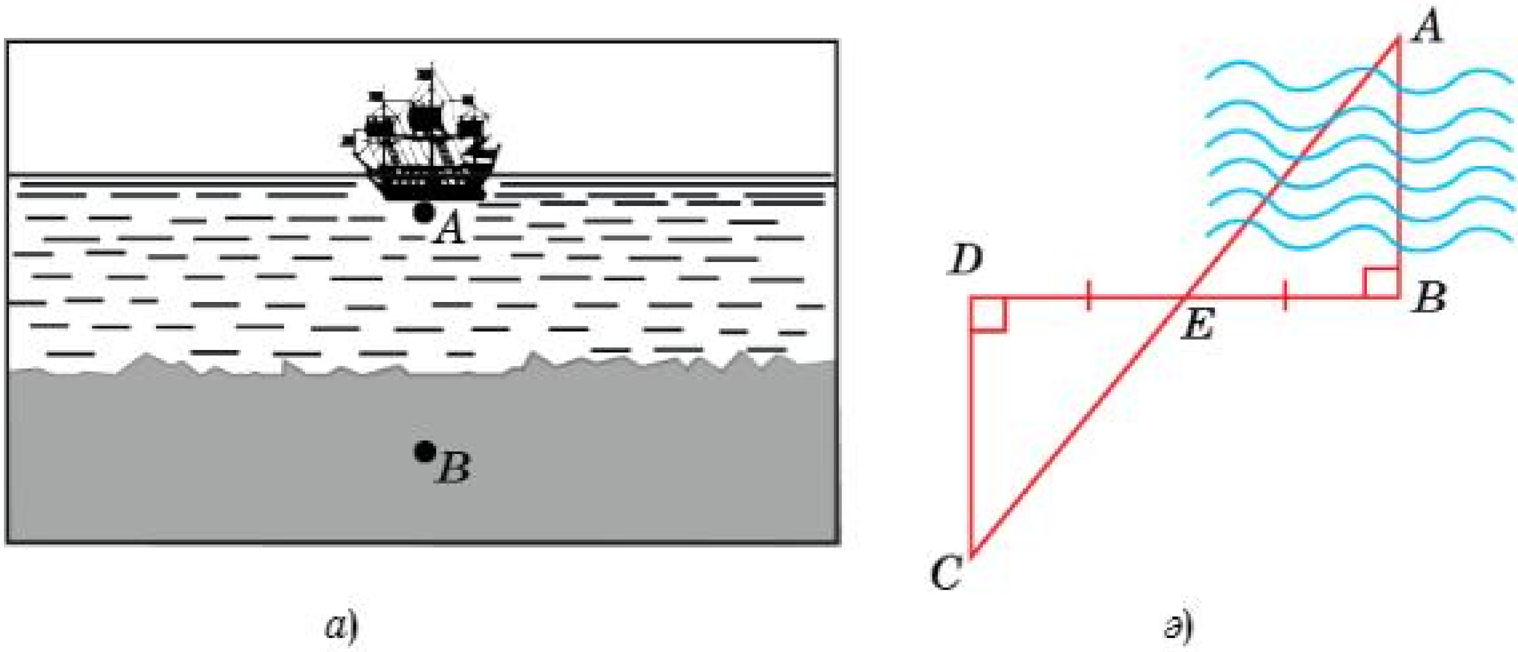
13.11. Әгәр үчбулуңлуқниң икки егизлиги тәң болса, у чағда бу үчбулуңлуқ тәң янлиқ болидиғанлиғини испатлаңлар.

C

13.12. Қарши җоруш усулини пайдилинип, бир тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң катети вә униңға қарши ятқан тар булуңи иккинчи тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң катети вә униңға қарши ятқан булуңиға мувапиқ тәң болса, у чағда бу үчбулуңлуқлар тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

13.13. Тәң үчбулуңлуқларда мувапиқ егизликлири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

13.14. Қирғақтики (қирғақтики бәлгүлүк чекиттин) деңиздики жирақ әмәс кемигичә ариliқни тепиш усулини көрситиңлар (13.8, а-сүрәт). 13.8, ә-сүрәтни пайдилиниңлар.



13.8-сүрәт

Хәвәрлимә тәйярлаңлар

13.15. Ахмес папирусидики тик булуңлуқ үчбулуңлуққа беғишланған һесаплар тоғрилиқ немә билисиләр?
Өз ара тәң тәрипи вә униңға яндаш ятқан икки булуңи бойичә икки үчбулуңлуқниң тәңлиги тоғрилиқ Фалес теоремиси тоғрилиқ хәвәрлимә тәйярлаңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

13.16. b түзини вә униңға тәәллуқ әмәс A чекитини тәсвирләңлар. A чекити арқилиқ b түзигә перпендикуляр a түзини жүргүзүңлар. Мошундақ нәччә түз жүргүзүшкә болиду?

ӨЗӘҢЛАРНИ ТӘКШҮРҮҢЛАР!

1. Қандақ үчбулуңлуқниң һәрқандақ егизлиги берилгән үчбулуңлуқни тәң икки үчбулуңлуққа бөлиду?

A) Тәң янлиқ. B) Һәрқандақ.
C) Тәң тәрәплик. D) Мундақ үчбулуңлуқ йоқ.

2. Үчбулуңлуқниң бир тәрипигә жүргүзүлгән медианиси тәрипигә перпендикуляр. Берилгән үчбулуңлуқниң түрини ениқлаңлар.

A) Тик булуңлуқ. B) Һәрхил тәрәплик.
C) Тәң янлиқ. D) Ениқлаш мүмкин әмәс.

3. $AB = BC = CA$ болидиған ABC үчбулуңлуғи берилгән. CD — биссектриса, $AD = 3$ см. ABC үчбулуңлуғиниң периметрини тепиңлар.

A) 3 см. B) 6 см. C) 9 см. D) 18 см.

4. Үчбулуңлуқниң бир тәрипигә жүргүзүлгән егизлик тәрипини қақ бөлиду. Үчбулуңлуқниң түрини ениңлаңлар.

A) Тик булуңлуқ. B) Һәрхил тәрәплик.
C) Тәң янлиқ. D) Ениқлаш мүмкин әмәс.

5. $AB = BC = CA$ болидиған ABC үчбулуңлуғи берилгән. BH — егизлик. Берилгән үчбулуңлуқниң периметри 42 см. AH узунлуғини тепиңлар.

A) 7 см. B) 14 см. C) 21 см. D) 35 см.

6. Үчбулуңлуқниң периметри 60 см. Униң тәрәплири 3:4:5 нисбитидәк. Тәрәплирини тепиңлар.

A) 9 см, 12 см, 15 см. B) 12 см, 16 см, 20 см.
C) 10 см, 20 см, 30 см. D) 15 см, 20 см, 25 см.

7. Үчбулуңлуқниң бир тәрипигә жүргүзүлгән биссектрисиси тәрипини қақ бөлиду. Үчбулуңлуқниң түрини ениқлаңлар.

A) Тик булуңлуқ. B) Һәрхил тәрәплик.
C) Тәң янлиқ. D) Ениқлаш мүмкин әмәс.

8. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң периметри 32 см. Асасиға қарши ятқан булуңниң биссектрисиси үчбулуңлуқни периметри 24 см болидиған икки үчбулуңлуққа бөлиду. Мошу биссектрисиниң узунлуғини тепиңлар.

A) 6 см. B) 8 см. C) 12 см. D) 16 см.

9. EF вә GH кесиндилири қийилишиш чекитидә қақ бөлүниду. Әгәр $EH = 10$ см болса, у чағда GF кесиндисиниң узунлуғини тепиңлар.

A) 5 см. B) 10 см. C) 15 см. D) 20 см.

10. Тәң тәрәплик үчбулуңлуқлар тәңлигини орнитиш үчүн уларниң қандақ элементлириниң тәңлигини тәкшүрүш йетәрлик?

A) Бир тәрипи. B) Бир булуңи.
C) Бир булуңи вә бир тәрипи. D) Икки тәрипи.

11. Икки тик булуңлуқ үчбулуңлуқларниң бир тар булуңлири тәң. Мошу үчбулуңлуқларниң тәңлигини орнитиш үчүн йәнә қандақ элементларниң тәңлигини тәкшүрүш йетәрлик?

A) Иккинчи тар булуңи.
B) Яндаш катети.
C) Гипотенуза вә иккинчи тар булуңи.
D) Катети вә иккинчи тар булуңи.

12. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң асаси 8 см. Асасидики бир чоққисиниң булуңи арқилиқ жүргүзүлгән медиана үчбулуңлуқниң периметрини бири иккинчисидин 2 см-ға чоң болидиғандәк икки бөләккә бөлиду. Үчбулуңлуқниң ян тәрипини тепиңлар.

A) 4 см. B) 8 см. C) 10 см. D) 12 см.

13. Үчбулуңлуқниң бир ташқи булуңи тик екәнлиги бәлгүлүк. Үчбулуңлуқниң түрини ениңлаңлар.

A) Тик булуңлуқ. B) Тар булуңлуқ.
C) Кәң булуңлуқ. D) Ениқлаш мүмкин әмәс.

14. Үчбулуңлуқниң бир ташқи булуңи тар екәнлиги бәлгүлүк. Үчбулуңлуқниң түрини ениқлаңлар.

A) Тик булуңлуқ. B) Тар булуңлуқ.
C) Кәң булуңлуқ. D) Ениқлаш мүмкин әмәс.

15. Әгәр үчбулуңлуқниң бир ташқи булуңи ички булуңиға тәң болса, у чағда үчбулуңлуқниң түрини ениқлаңлар.

A) Тәң тәрәплик. B) Кәң булуңлуқ.
C) Тик булуңлуқ. D) Тар булуңлуқ.

16. Әгәр $AB = 5$ см, $AC = 7$ см, $BC = 6$ см болса, у чағда ABC үчбулуңлуғиниң булуңлирини селиштуруңлар.

A) $\angle A > \angle B > \angle C$. B) $\angle A > \angle C > \angle B$.
C) $\angle C > \angle A > \angle B$. D) $\angle B > \angle A > \angle C$.

17. Әгәр $DE = DF = 12$ см, $EF = 5$ см болса, у чағда DEF үчбулуңлуғиниң булуңлирини селиштуруңлар.

A) $\angle D < \angle E = \angle F$. B) $\angle D > \angle E > \angle F$.
C) $\angle D > \angle E = \angle F$. D) $\angle D < \angle F < \angle E$.

18. ABC үчбулуңлуғиниң тәрәплирини селиштуруңлар, бу йәрдә $\angle A < \angle B < \angle C$.

A) $AB < AC < BC$. B) $AB < BC < AC$.
C) $AB > AC > BC$. D) $AB > BC > AC$.

19. DEF үчбулуңлуғиниң тәрәплирини селиштуруңлар, бу йәрдә $\angle D > \angle E > \angle F$.

A) $DE > DF > EF$. B) $DF > DE > EF$.
C) $DF > EF > DE$. D) $EF > DF > DE$.

20. ABC үчбулуңлуғиниң тәрәплирини селиштуруңлар, бу йәрдә $\angle A < \angle B = \angle C$.

A) $AB < AC = BC$. B) $BC < AB = AC$.
C) $AC > BC = AB$. D) $AB > BC = AC$.

3-БАП

ТҮЗЛӘРНИҢ ӨЗ АРА ОРУНЛИШИШИ

§ 14. ПЕРПЕНДИКУЛЯР ВӘ ЯНТУ

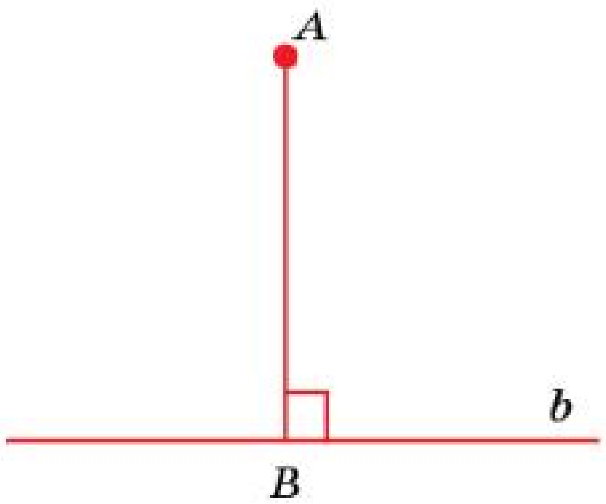
B түзини вә униңға тәәлуқ әмәс A чекитини қараштурайли. A чекити арқилиқ b түзигә перпендикуляр түз жүргүзимиз вә B чекити — мошу түзләрниң қийилишиш чекити болсун.

AB кесиндиси A чекитидин b түзигә чүширилгән *перпендикуляр*, B чекити *перпендикулярниң асаси* дәп атилиду (14.1-сүрәт). Перпендикулярниң узунлуғи A чекитидин b түзигичә *арилиқ* дәп атилиду.

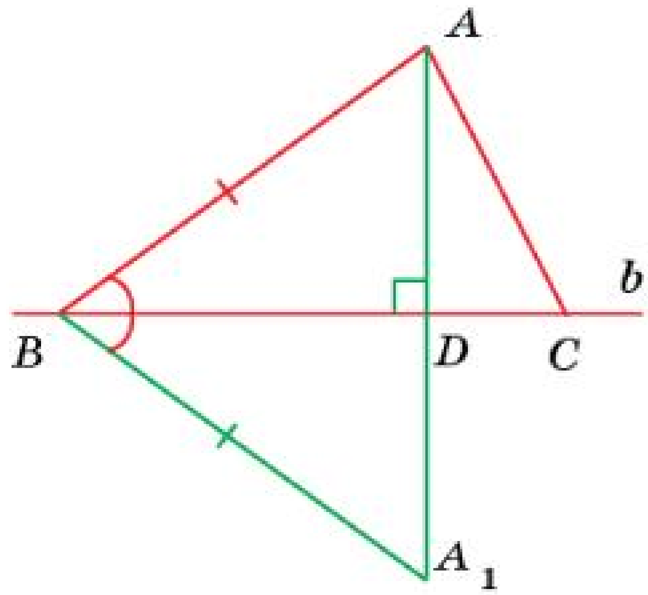
Теорема. ***Берилгән түздә ятмайдиған халиған чекит арқилиқ мошу түзгә перпендикуляр жүргүзүшкә болиду вә у пәқәт бирла болиду.***

Испатлаш. A чекити — b түзигә тәәллуқ әмәс чекит болсун (14.2-сүрәт).

Мошу түзниң бойидин қандақту бир B вә C чекитлирини алимиз. Әгәр ABC булуңи тик болса, у чағда AB издәлгән перпендикуляр болиду. Әксичә һаләттә, BC шолисидин A чекити ятмайдиған йерим тәкшиликтә ABC булуңиға тәң A_1BC булуңини салимиз вә AB билән A_1B кесиндилири тәң болидиғандәк A_1 чекитини таллап алимиз. A вә A_1 чекитлирини қошимиз. BC түзидә ABA_1 булуңиниң биссектрисиси ятиду. Мошу биссектриса билән AA_1 кесиндисиниң қийилишиш чекитини D дәп бәлгүләйли. Асаси AA_1 болидиған ABA_1 тәң янлиқ үчбулуңлуғида BD биссектрисиси егизлик болиду. Демәк, AD кесиндиси A чекитидин b түзигә чүширилгән издәлгән перпендикуляр болиду.



14.1-сүрәт



14.2-сүрәт

Геометрия

Мошу перпендикулярниң бирла екәнлигини испатлайли. Һәқиқәтән, әгәр AD_1 вә AD_2 икки перпендикуляр бар болса (14.3-сүрәт), у чағда AD_1D_2 үчбулуңлуғиниң икки тик булуңи болар еди, бу тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң хусусийити бойичә мүмкин әмәс ◼.

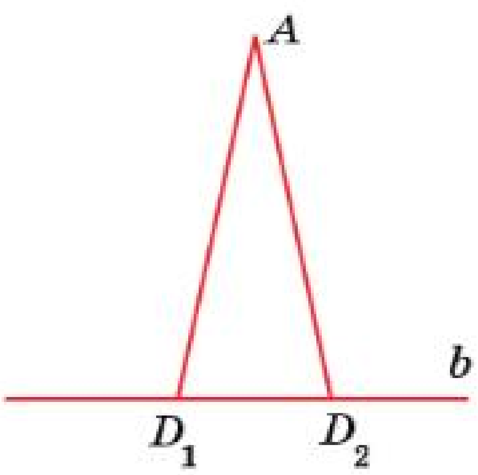
Берилгән түздә ятидиған чекит арқилиқ мошу түзгә перпендикуляр ялғуз түз жүргүзүшкә болидиғанлиғини чүшәндүрүңлар.

b түзидики B чекитидин өзгичә халиған C чекити үчүн AC кесиндиси A чекитидин b түзигә жүргүзүлгән ***янту***, C чекити янтуниң асаси, BC кесиндиси янтуниң b түзидики *проекцияси* дәп атилиду (14.4-сүрәт).

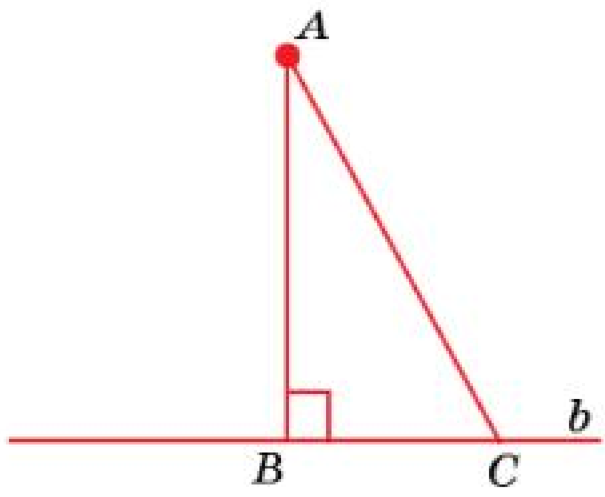
Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң тәрәплири арисидики нисбәттин төвәндики теоремини алимиз.

Теорема. ***Берилгән чекиттин берилгән түзгә чүширилгән перпендикуляр мошу чекиттин мошу түзгә жүргүзүлгән һәрқандақ янтудин қисқа болиду. Башқичә ейтқанда, чекиттин түзгичә болған арилиқ мошу чекиттин мошу түзниң чекитлиригичә болған арилиқларниң ичидин әң кичиги болиду.***

Испатлаш A чекити b түзигә тәәлуқ әмәс, AB — перпендикуляр, AC — янту (14.4-сүрәт). Шунда, ABC тик булуңлуқ үчбулуңлиғида AB — катети, AC — гипотенузиси болиду. Демәк, $AB < AC$ ◼.



14.3-сүрәт



14.4-сүрәт

1. Берилгән чекиттин берилгән түзгә чүширилгән перпендикуляр? Перпендикулярниң асаси дегинимиз немә?
2. Берилгән чекиттин берилгән түзгә жүргүзүлгән янту дегинимиз немә? Янтуниң: а) асаси; ә) проекцияси дегинимиз немә?
3. Чекиттин түзгичә болған арилиқ дегинимиз немә?
4. Бир чекиттин берилгән түзгә жүргүзүлгән перпендикуляр яки янтуниң қайсиси чоң?

Көнүкмиләр

A

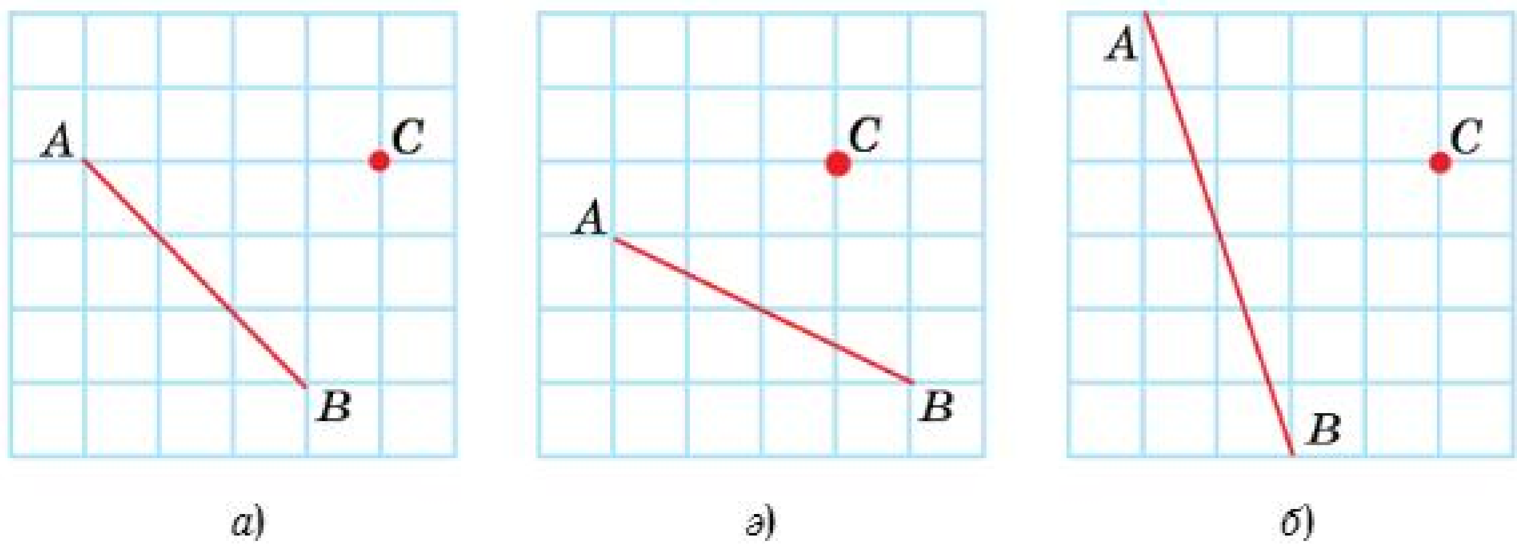
14.1. Берилгән чекиттин берилгән түзгә нәччә перпендикуляр жүргүзүшкә болиду?

14.2. Берилгән чекиттин берилгән түзгә узунлуғи бәлгүлүк нәччә янту жүргүзүшкә болиду?

14.3. Үчбулуңлуқниң медианиси шу чоққидин жүргүзүлгән егизлигидин чоң боламду?

14.4. Үчбулуңлуқниң биссектрисиси шу чоққидин жүргүзүлгән егизлигидин чоң боламду?

14.5. Чақмақ қәғәздә 14.5-сүрәттә көрситилгәндәк чекитләр билән түзләрни тәсвирләңлар. C чекитидин AB түзигә CD перпендикулярини чүшириңлар.



14.5-сүрәт

B

14.6. Тәрипи 1 болидиған тәң тәрәплик үчбулуңлуқниң бир тәрипиниң иккинчи тәрипи ятқан түздики проекцияси немигә тәң?

14.7. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң тәрәплири 6, 8, 8. Мошу үчбулуңлуқниң ян тәрипиниң униң асаси ятқан түздики проекцияси немигә тәң?

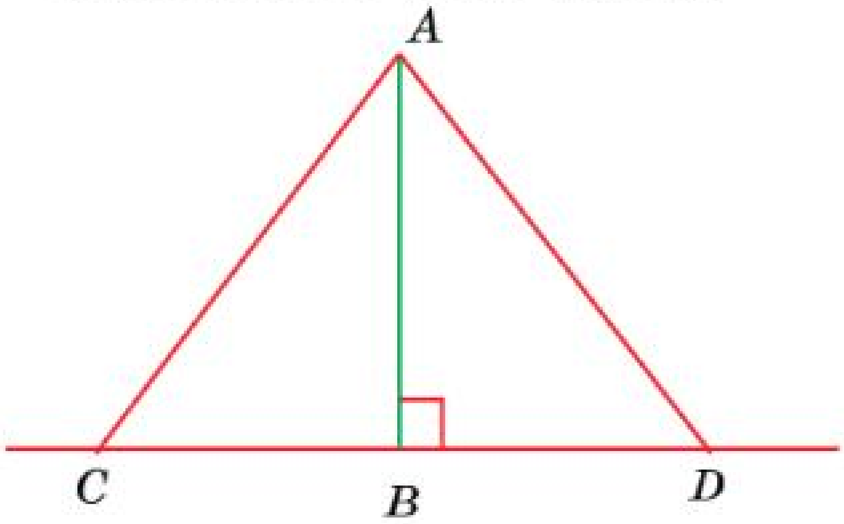
14.8. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң тәрәплири 3, 4, 5. Үчбулуңлуқниң гипотенузисиниң униң чоң катети ятқан түздики проекцияси немигә тәң?

14.9. A чекитидин b түзигә AB перпендикуляри вә AB_1, AB_2 янтулар жүргүзүлгән. Әгәр: а) B_1 чекити B вә B_2 арилиғида ятса; ә) B чекити B_1 вә B_2 арилиғида ятса вә $BB_1 < BB_2$ болса, у чағда икки янтуниң қайсиси кичик болиду?

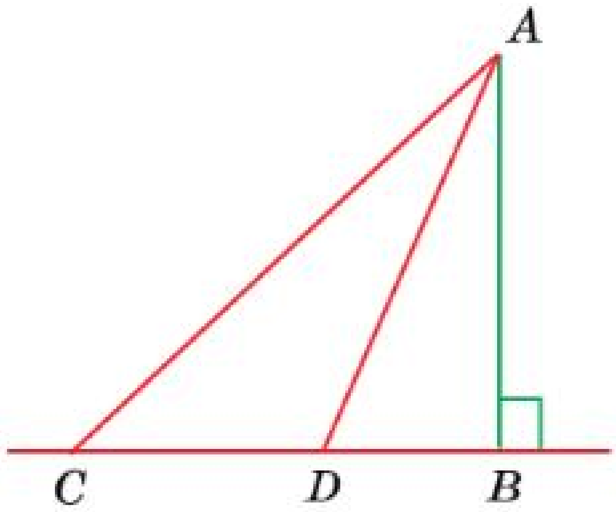
14.10. Берилгән чекиттин берилгән түзгә жүргүзүлгән өз ара тәң икки янтуниң проекциялириму тәң болидиғанлиғини испатлаңлар (14.6-сүрәт).

Геометрия

14.11. Берилгән чекиттин берилгән түзгә жүргүзүлгән икки янтуниң проекцияси тәң болса, янтуларниңму тәң болидиғанлиғини испатлаңлар (14.6-сүрәт).



14.6-сүрәт



14.7-сүрәт

C

14.12. Берилгән чекиттин берилгән түзгә жүргүзүлгән икки янтуниң қайсисиниң проекцияси чоң болса, шу янту чоң болидиғанлиғини испатлаңлар (14.7-сүрәт).

14.13. Берилгән чекиттин берилгән түзгә жүргүзүлгән икки янтуниң қайсиси чоң болса, шу янтуниң проекциясиму чоң болидиғанлиғини испатлаңлар.

14.14. Үчбулуңлуқниң биссектрисиси шу чоққидин жүргүзүлгән медианисидин артуқ әмәслигини испатлаңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

14.15. b түзини вә униңға тәәллуқ әмәс A чекитини тәсвирләңлар. A чекити арқилиқ b түзигә параллель a түзини жүргүзүңлар. Мошундақ нәччә түз жүргүзүшкә болиду?

§ 15. ТҮЗЛӘРНИҢ ПАРАЛЛЕЛЬЛИҒИ

Әгәр тәкшиликтики икки түз қийилишмиса, йәни умумий чекити болмиса, у чағда улар *параллель түзләр* дәп атилидиғанлиғини әскә чүширәйли.

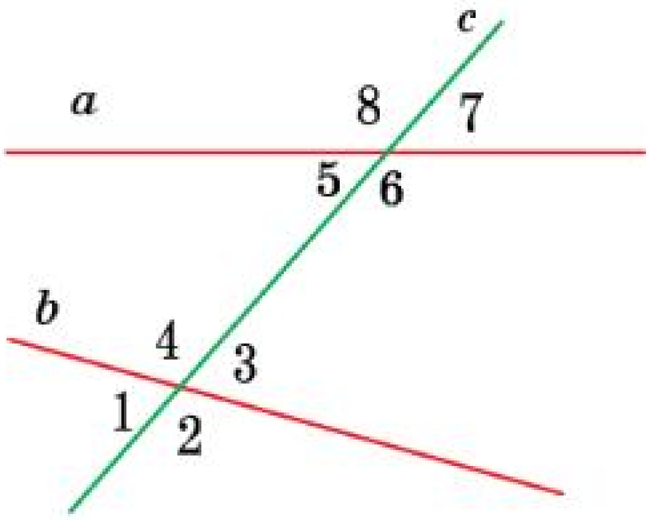
Түзләрниң параллельлиғи $\|$ бәлгүси билән бәлгүлиниду. Әгәр a вә b түзлири параллель болса, у чағда мундақ йезилиду: $a \| b$.

a вә b түзлири берилсун вә уларни *қийғучи* дәп атилидиған үчинчи c түзи қийип өтсун. Мошу түзләр билән қурулған булуңларни 15.1-сүрәттә көрситилгәндәк 1, ... , 8 рәқәмлири билән бәлгүләйли.

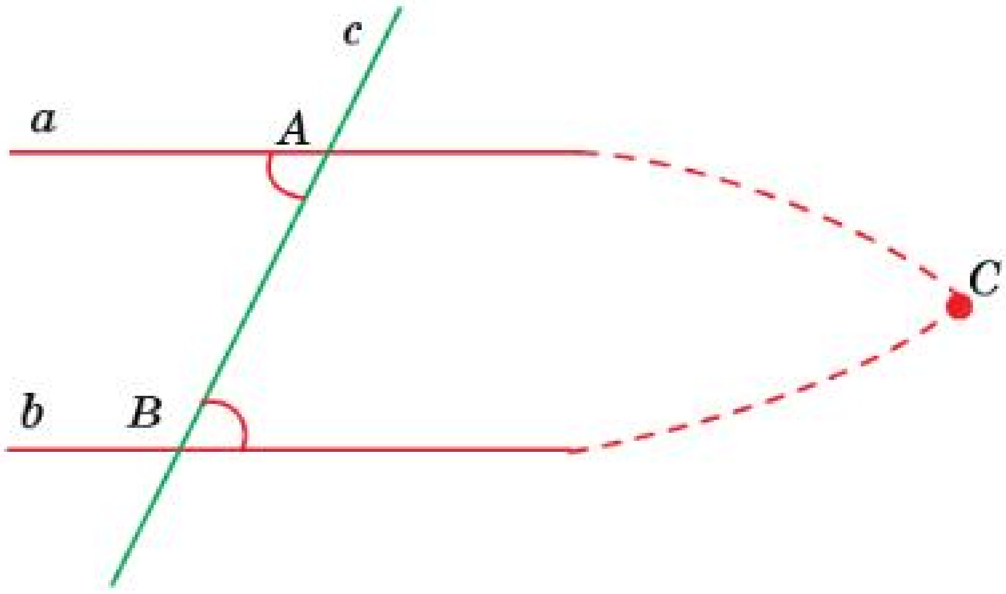
1 вә 5, 4 вә 8, 2 вә 6, 3 вә 7 булуңлири *мувапиқ булуңлар*;

3 вә 5, 4 вә 6 булуңлири *ички айқаш булуңлар*;

4 вә 5, 3 вә 6 булуңлири *ички бир яқлиқ булуңлар* дәп атилиду.



15.1-сүрәт



15.2-сүрәт

15.1-сүрәттики a вә b түзлири параллельму? Қандақ ойлайсиләр, түзләр параллель болуши үчүн ички айқаш булуңлар қандақ болуши керәк?

Мошу соалға җавапни төвәндики теорема бериду.

Теорема (икки түзниң параллельлиқ бәлгүси). ***Әгәр икки түзни үчинчи түз билән қийғанда ички айқаш булуңлири тәң болса, у чағда бу икки түз параллель болиду.***

Испатлаш. a вә b түзлири c түзи билән мувапиқ A вә B чекитлиридә қийилишип, өз ара тәң ички айқаш булуңлар тәшкил қилсун. Әгәр a вә b түзлири қандақту бир C чекитидә қийилишидиған болса (15.2-сүрәт), у чағда ABC үчбулуңлуғида A булуңиниң ташқи булуңи В булуңиниң ички булуңиға тәң болар еди.

Бу үчбулуңлуқниң ташқи булуңи униң билән чәкдаш әмәс һәрбир ички булуңидин чоң болиду дегән теоремиға қарши болиду. Демәк, a вә b түзлири қийлишмайду, йәни параллель болиду.

1-ақивәт. *Әгәр икки түзни үчинчи түз билән қийғанда мувапиқ булуңлири тәң болса, у чағда бу икки түз параллель болиду.*

2-ақивәт. *Әгәр икки түзни үчинчи түз билән қийғанда ички бир яқлиқ булуңларниң қошундиси* 180° *болса, у чағда бу икки түз параллель болиду.*

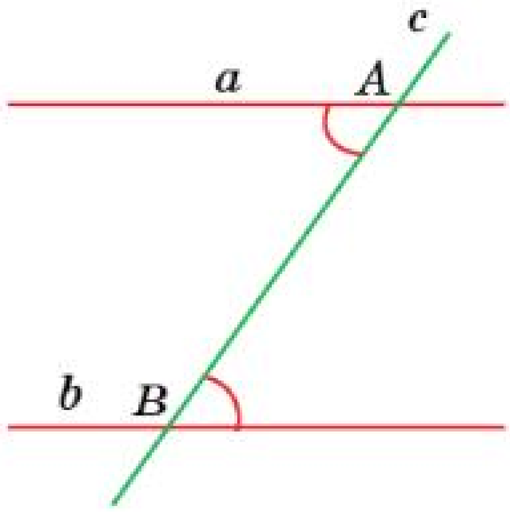
3-ақивәт. *Әгәр икки түз үчинчи түзгә перпендикуляр болса, у чағда бу икки түз параллель болиду.*

Һәқиқәтәнму, бу һаләттә ички айқаш булуңлири тәң болиду, шуниң үчүн түзләр параллель болиду.

Параллель түзләрниң асасий хусусийити (аксиомиси) мундақ хуласилиниду:

Берилгән түздә ятмайдиған чекит арқилиқ мошу түзгә параллель бирдин артуқ әмәс түз өтиду.

Геометрия



15.3-сүрәт

Мошуниңдин, берилгән түзгә тәәллуқ әмәс чекит арқилиқ мошу түзгә параллель ялғузла түз өтидиғини чиқиду. Шуниң үчүн, икки түзниң параллельлиқ бәлгүсигә әкси теорема дурус болиду.

Теорема. ***Әгәр икки параллель түзләр үчинчи түз билән қийилишса, у чағда уларниң ички айқаш булуңлири тәң болиду.***

Испатлаш a вә b түзлири — c түзи билән мувапиқ A вә B чекитлиридә қийилишқан параллель түзләр болсун (15.3-сүрәт).

A чекити арқилиқ a_1, b түзлири вә c қийғучиси билән қурулған ички айқаш булуңлири тәң болидиғандәк a_1 түзини жүргүзимиз. Шунда түзләрниң параллельлиқ бәлгүси бойичә a_1 вә b түзлири параллель болиду. A чекити арқилиқ b түзигә параллель ялғузла түз өтидиған болғанлиқтин, a түзи a_1 түзи билән бәтлишиду. Демәк, a, b түзлири вә c қийғучиси билән қурулған ички айқаш булуңлири тәң болиду ◪.

1-ақивәт. *Әгәр икки параллель түз үчинчи түз билән қийилишса, у чағда мувапиқ булуңлири тәң болиду.*

Һәқиқәтән, испатланған теорема бойичә, әгәр икки параллель түз үчинчи түз билән қийилишса, у чағда ички айқаш булуңлири тәң болиду. Мошуниңдин мувапиқ булуңлири тәң болидиғанлиғи чиқиду.

2-ақивәт. *Әгәр икки параллель түз үчинчи түз билән қийилишса, у чағда ички бир яқлиқ булуңлириниң қошундиси* 180°*-қа тәң болиду.*

Мошу ақивәтләрниң хуласисини өзәңлар асаслаңлар.

1. Берилгән икки түз үчүн қандақ түз қийғучи дәп атилиду?
2. Икки түзниң параллельлиқ бәлгүсини тәрипләңлар.
3. Параллель түзләрниң аксиомисини тәрипләңлар.
4. Тәкшиликтә берилгән чекит арқилиқ берилгән түзгә параллель нәччә түз жүргүзүшкә болиду?

Көнүкмиләр

A

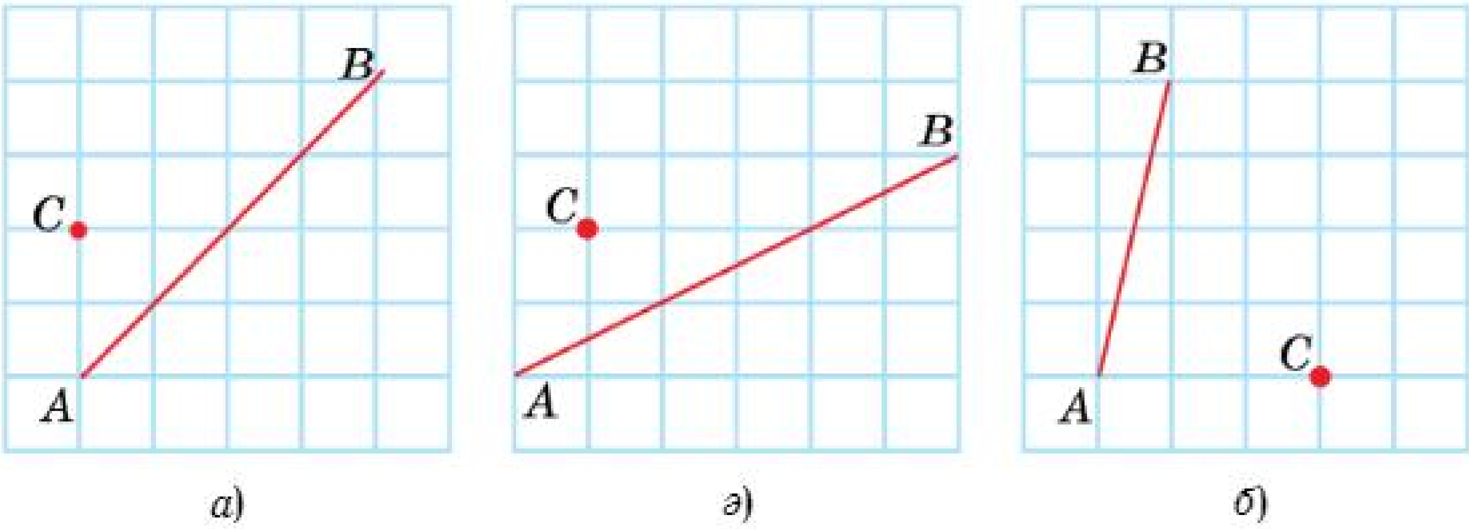
15.1. Икки түзни үчинчи түз билән қийғанда 8 булуң пәйда болди. Уларниң ичидә нәччиси кәң булуң?

15.2. Икки түзни үчинчи түз билән қийғанда ички бир яқлиқ булуңларниң иккилиси кәң болуши мумкинму?

15.3. Икки түзни үчинчи түз билән қийғанда ички бир яқлиқ булуңлири тәң болуши мүмкинму?

15.4. Икки түзни үчинчи түз билән қийғанда пәйда болған барлиқ булуңлири өз ара тәң болуши мүмкинму?

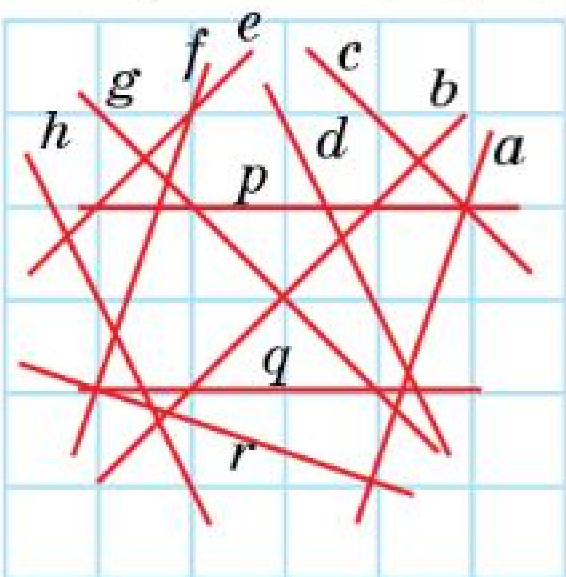
15.5. Чақмақ қәғәзгә C чекити арқилиқ AB түзигә параллель түз жүргүзүңлар (15.4-сүрәт).



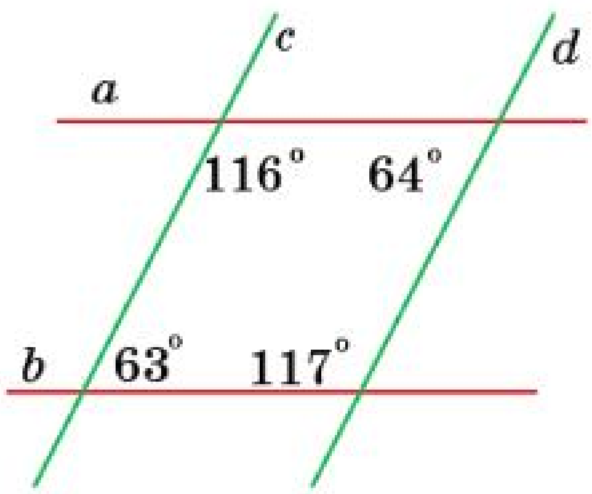
15.4-сүрәт

15.6. 15.5-сүрәттин параллель түзләрниң җүпини көрситиңлар.

15.7. 15.6-сүрәттики қандақ түзләр параллель болиду?



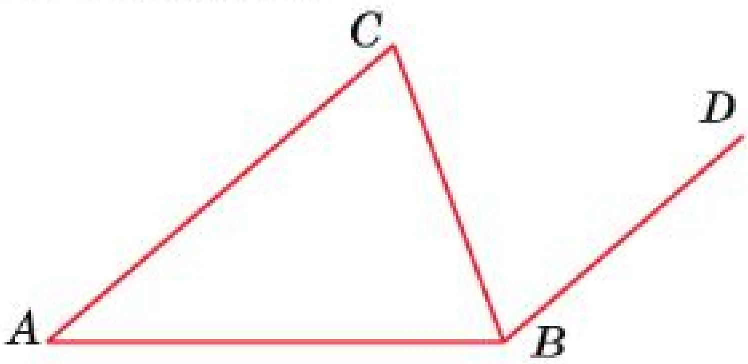
51.5-сүрәт



51.6-сүрәт

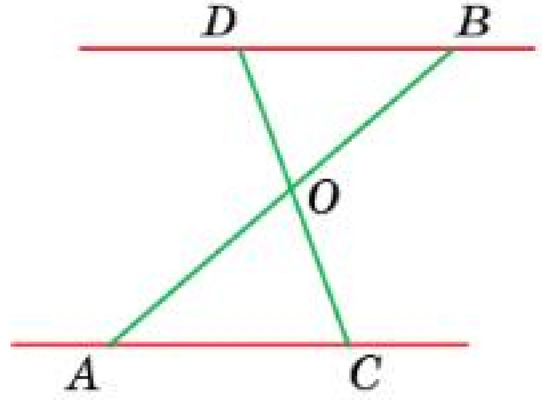
В

15.8. ABC үчбулуңлуғида $\angle A = 40^\circ$, $\angle B = 70^\circ$. B чоққиси арқилиқ BC шолиси ABD булуңиниң биссектрисиси болидиғандәк BD түзи жүргүзүлгән (15.7-сүрәт). AC вә BD түзлири параллель екәнлигини испатлаңлар.



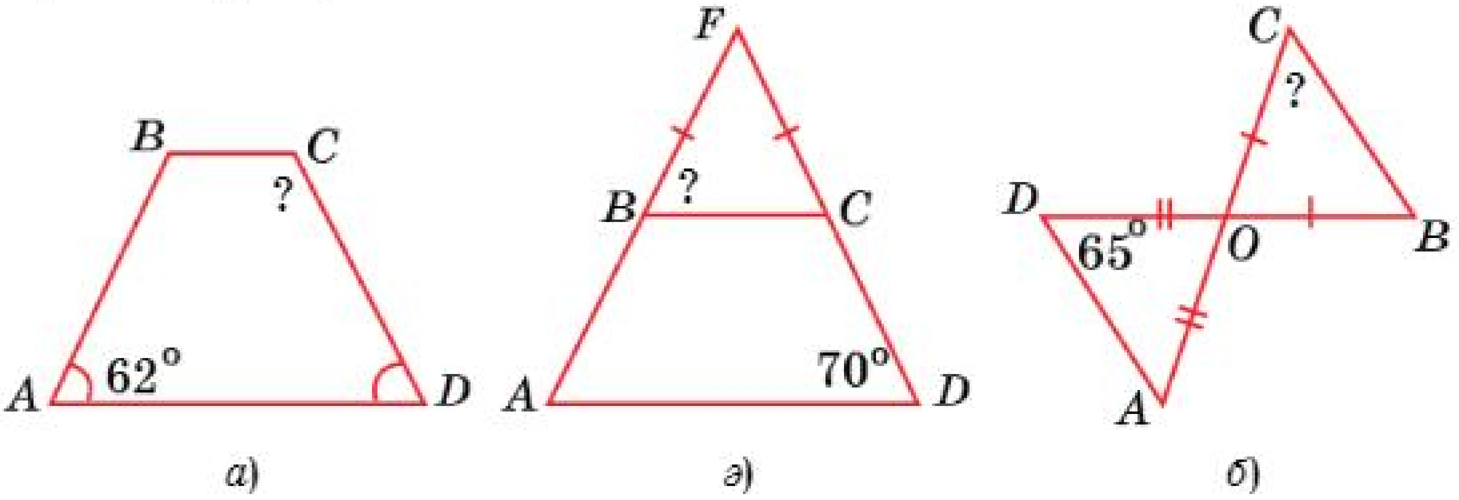
15.7-сүрәт

15.9. AB вә CD кесиндилири уларниң оттуриси O чекитидә қийилишиду (15.8-сүрәт). AC вә BD түзлириниң параллель екәнлигини испатлаңлар.



15.8-сүрәт

15.10. Әгәр $AD \parallel BC$ болса, у чағда бәлгүсиз булуңни тепиңлар (15.9-сүрәт).



15.9-сүрәт

15.11. Икки параллель түзләрниң қийилишиши билән һасил болған булуңларниң: а) бири 150°-қа тәң; ә) бири иккинчисидин 70°-қа чоң болса, мошу булуңларни тепиңлар.

15.12. Параллель түзләрниң қийғучи билән һасил болған икки ички айқаш булуңларниң қошундиси 150°-қа тәң. Мошу булуңларни тепиңлар.

15.13. Параллель түзләрниң қийғучи билән һасил болған икки айқаш булуңларниң айримиси 30°-қа тәң. Мошу булуңларни тепиңлар.

15.14. AB кесиндисиниң учлири a вә b параллель түзләрдә ятиду. Мошу кесиндиниң оттуриси O чекити арқилиқ өтидиған түз a вә b түзлирини C вә D чекитлиридә қийип өтиду. $CO = OD$ екәнлигини испатлаңлар.

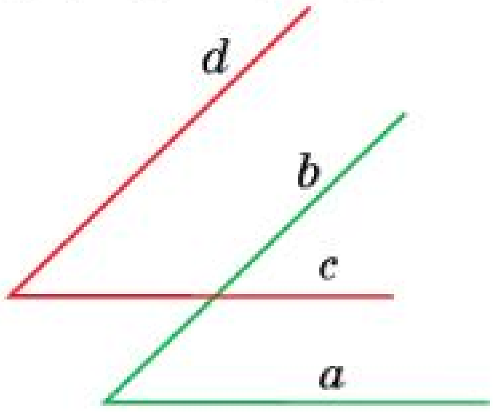
15.15. Икки параллель түзниң қийғучи билән һасил қилған ички айқаш булуңларниң биссектрисилири параллель, йәни параллель түзләрниң бойида ятидиғанлиғини испатлаңлар.

C

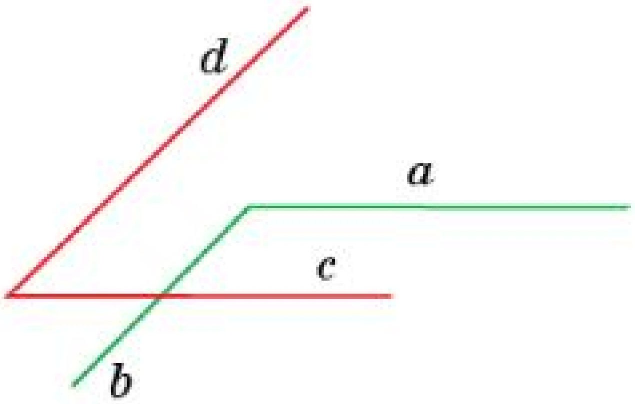
15.16. Әгәр қандақту бир түз икки параллель түзниң бирини қийип өтсә, у чағда у иккинчисиниму қийип өтидиғанлиғини испатлаңлар.

15.17. Үчинчи түзгә параллель икки түз өз ара параллель болидиғанлиғини испатлаңлар.

15.18. 15.10-сүрәттики бир булуңниң a вә b тәрәплири иккинчи булуңниң мувапиқ c вә d тәрәплиригә параллель. Мошу булуңларниң тәңлигини испатлаңлар.



51.10-сүрәт



51.11-сүрәт

15.19. 15.11-сүрәттики бир булуңниң a вә b тәрәплири иккинчи булуңниң мувапиқ c вә d тәрәплиригә параллель. Мошу булуңларниң қошундиси 180°-қа тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

15.20. Қандақту бир үчбулуңлуқ қуруңлар. Транспортирниң ярдимидә униң булуңлирини өлчәңлар вә уларниң қошундисини тепиңлар.

§ 16. ҮЧБУЛУҢЛУҚНИҢ БУЛУҢЛИРИНИҢ ҚОШУНДИСИ

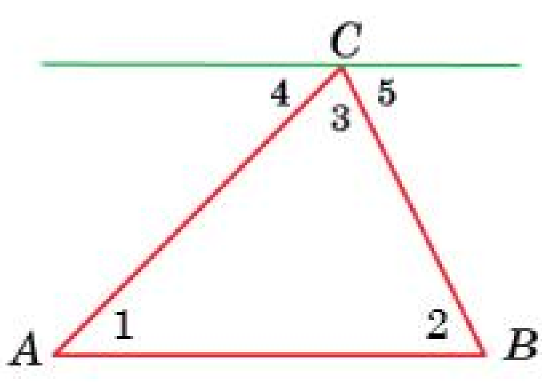
Қандақту бир үчбулуңлуқ қуруңлар. Транспортирниң ярдими билән униң булуңлирини өлчәңлар вә уларниң қошундисини тепиңлар.

? Қандақ ойлайсиләр, мошу қошунда тәхминән 180°-қа тәң боламду?

Төвәндики теорема орунлуқ болиду.

Теорема. ***Үчбулуңлуқниң булуңлириниң қошундиси*** 180°***-қа тәң болиду.***

Испатлаш. Халиған ABC үчбулуңлуғиниң C чоққиси арқилиқ AB тәрипигә параллель түз жүргүзимиз (16.1-сүрәт).



16.1-сүрәт

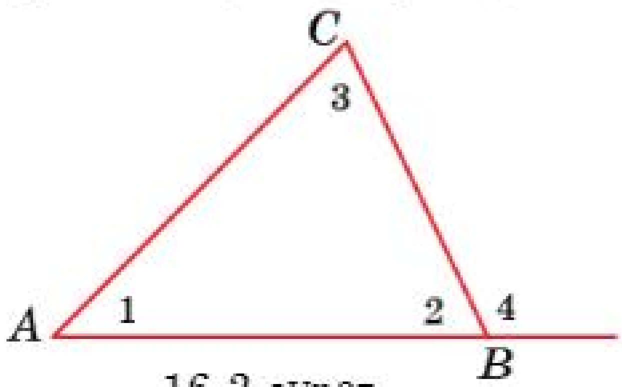
Ички айқаш булуңлири ретидә $\angle 1 = \angle 4$, $\angle 2 = \angle 5$ болиду. Демәк, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = \angle 4 + \angle 5 + \angle 3 = 180°$.

Ақивәт. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң тар булуңлириниң қошундиси 90°-қа тәң.

Мошу ақивәтләрни өзәңләр асаслаңлар.

Теорема. ***Үчбулуңлуқниң ташқи булуңи униң билән чәкдаш әмәс икки ички булуңиниң қошундисиға тәң болиду.***

Испатлаш. *ABC* үчбулуңлуғиниң ички булуңлирини 1, 2 вә 3 рәқәмлири билән бәлгүләйли (16.2-сүрәт).



16.2-сүрәт

4 булуңи — 1 вә 3 булуңлири билән чәкдаш әмәс ташқи булуңи болсун. Шунда, $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180°$ вә $\angle 4 = 180° - \angle 2 = \angle 1 + \angle 3$.

1. Үчбулуңлуқниң булуңлириниң қошундиси немигә тәң?
2. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң тар булуңлириниң қошундиси немигә тәң?
3. Үчбулуңлуқниң ташқи булуңи немигә тәң?

Көнүкмиләр

A

16.1. Тәң тәрәплик үчбулуңлуқниң булуңлири немигә тәң?

16.2. Тик булуңлуқ тәң янлиқ үчбулуңлуқниң тар булуңлири немигә тәң?

16.3. *ABC* үчбулуңлуғида *A* булуңи 30°-қа, *B* булуңи 90°-қа тәң. Униң *C* булуңини тепиңлар.

16.4. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң бир тар булуңи иккинчисидин 32°-қа чоң. Униң чоң тар булуңини тепиңлар.

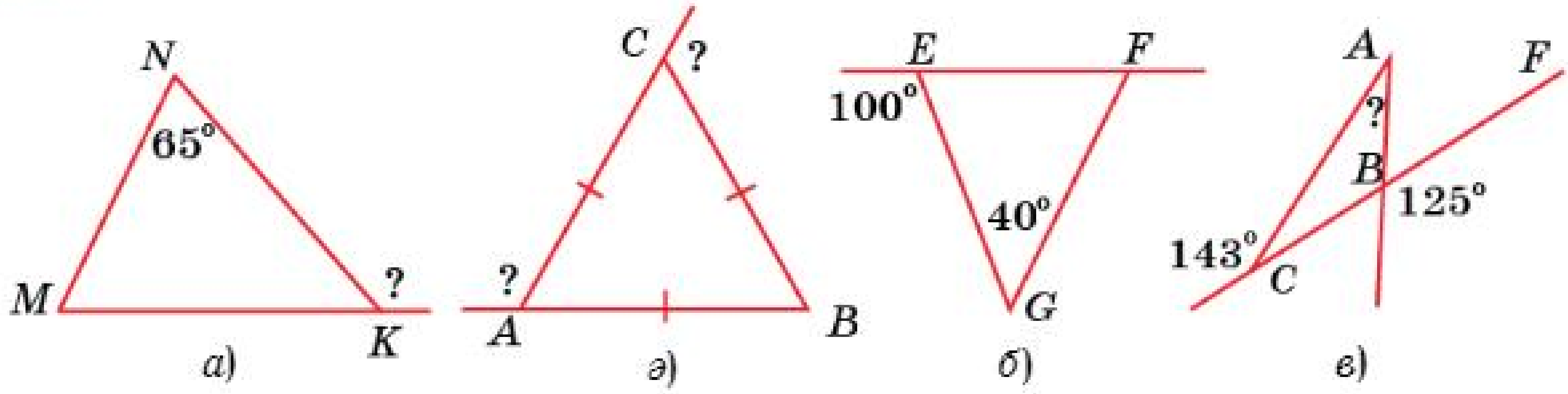
16.5. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң бир тар булуңи иккинчисидин икки һәссә чоң. Униң кичик тар булуңини тепиңлар.

16.6. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң икки тар булуңиниң нисбити 2:3. Униң чоң тар булуңини тепиңлар.

16.7. *ABC* үчбулуңлуғида *A* булуңи 40°, $AC = BC$. Униң *C* булуңини тепиңлар.

16.8. ABC үчбулуңлиғида C булуңи $120°$, $AC = BC$. Униң A булуңини тепиңлар.

16.9. 16.3-сүрәттики бәлгүсиз булуңларни тепиңлар.



16.3-сүрәт

B

16.10. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң бир булуңи $98°$. Униң башқа икки булуңини тепиңлар.

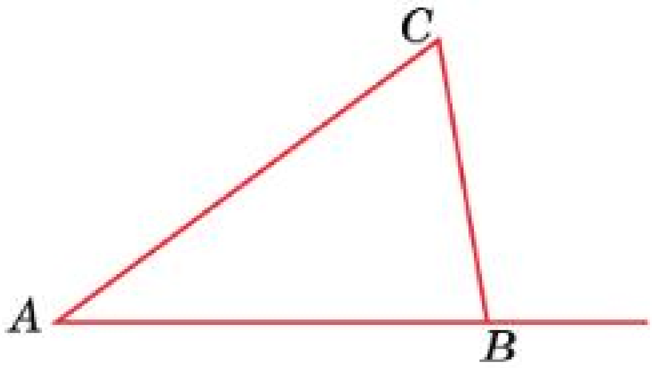
16.11. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң бир булуңи иккинчисидин $90°$-қа кичик. Униң чоң булуңини тепиңлар.

16.12. Үчбулуңлуқниң булуңлириниң нисбити 1:2:3. Униң кичик булуңини тепиңлар.

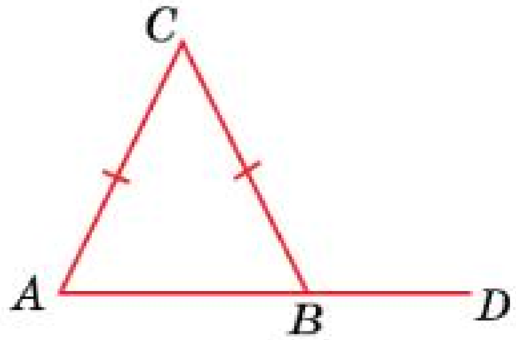
16.13. ABC үчбулуңлуғида C булуңи $64°$-қа, B чоққисидики ташқи булуңи $104°$-қа тәң (16.4-сүрәт). Униң A булуңини тепиңлар.

16.14. ABC үчбулуңлуғида $AC = BC$. B чоққисидики ташқи булуңи $122°$-қа тәң (16.5-сүрәт). Униң C булуңини тепиңлар.

16.15. ABC үчбулуңлиғида $AC = BC$, C булуңи $50°$-қа тәң (16.5-сүрәт). CBD ташқи булуңини тепиңлар.

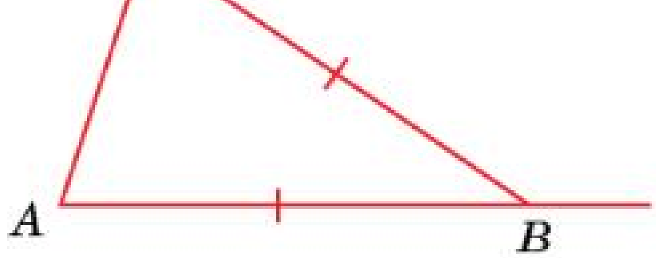


16.4-сүрәт



16.5-сүрәт

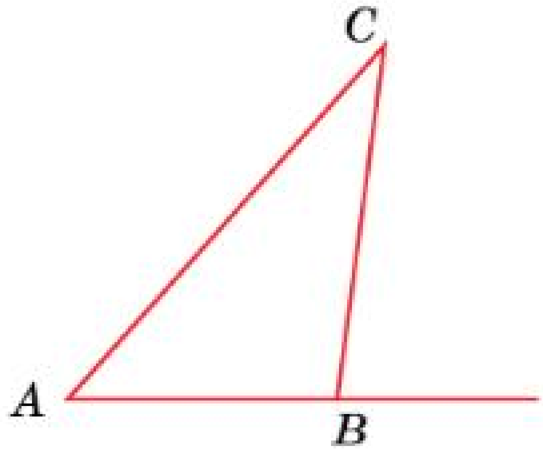
16.16. ABC үчбулуңлуғида $AB = BC$. B чоққисидики ташқи булуңи $138°$-қа тәң (16.6-сүрәт). Униң C булуңини тепиңлар.



16.6-сүрәт

16.17. ABC үчбулуңлуғида $AB = BC$. A булуңи 70°-қа тәң (16.6-сүрәт). B чоққисидики ташқи булуңини тепиңлар.

16.18. Үчбулуңлуқниң бир ташқи булуңи 85°-қа тәң. Мошу ташқи булуң билән чәкдаш әмәс булуңларниң нисбити 2:3 (16.7-сүрәт). Уларниң ичидики әң чоңини тепиңлар.



16.7-сүрәт

16.19. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң бир ташқи булуңи 120°-қа тәң. Мошу үчбулуңлуқниң тар булуңлирини тепиңлар.

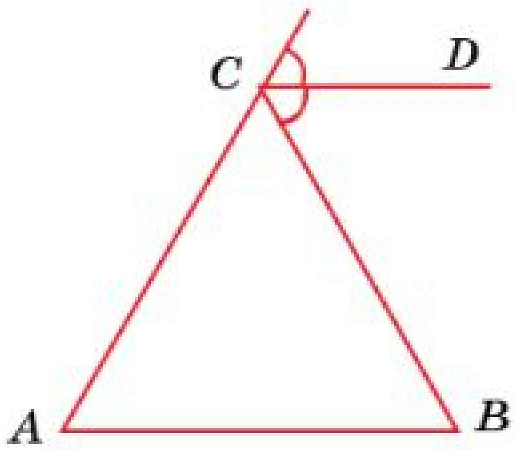
16.20. Үчбулуңлуқниң һәрбир чоққисидин елинған барлиқ ташқи булуңлириниң қошундисини тепиңлар.

C

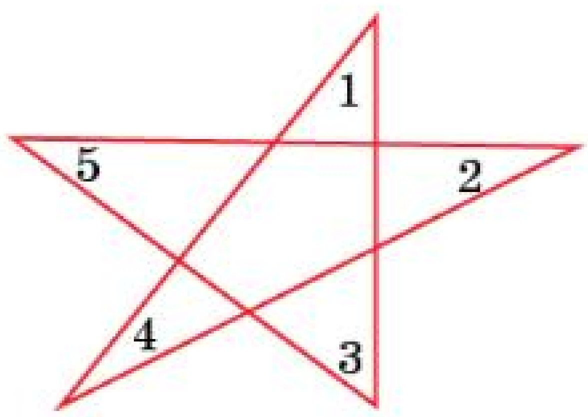
16.21. Әгәр тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң бир булуңи 30° болса, мошу булуңға қарши ятқан катет гипотенузисиниң йеримиға тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

16.22. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң асасиға қарши ятқан чоққисидики булуңниң биссектрисиси униңға параллель болидиғанлиғини испатлаңлар (16.8-сүрәт).

16.23. Халиған бәш булуңлуқ юлтузниң тар булуңлириниң қошундисини тепиңлар (16.9-сүрәт).

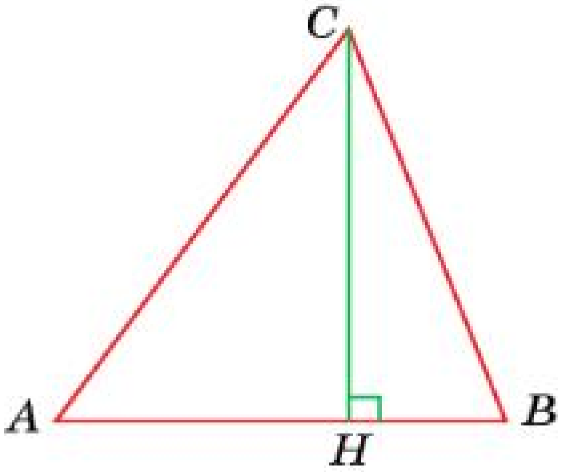


16.8-сүрәт

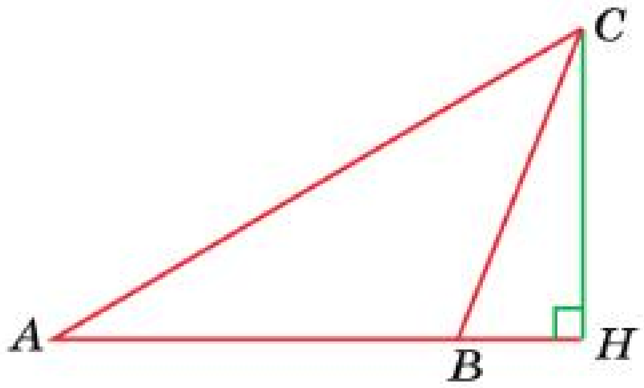


16.9-сүрәт

16.24. ABC үчбулуңлуғида A булуңи 60°, B булуңи 70°, CH — егизлиги (16.10-сүрәт). ACH вә BCH булуңлириниң айримисини тепиңлар.



16.10-сүрәт

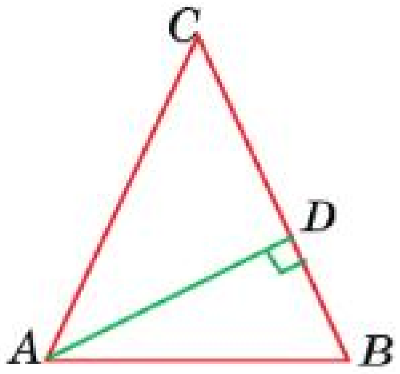


16.11-сүрәт

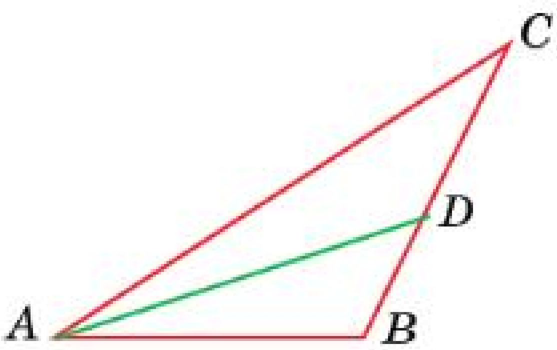
16.25. ABC үчбулуңлуғида B булуңи кәң, A булуңи 30°, CH — егизлиги, BCH булуңи 22° (16.11-сүрәт). ACB булуңини тепиңлар.

16.26. ABC үчбулуңлуғида $AC = BC$, AD — егизлиги, BAD булуңи 24° (16.12-сүрәт). C булуңини тепиңлар.

16.27. ABC үчбулуңлуғида AD — биссектрисиси, C булуңи 30°, BAD булуңи 22° (16.13-сүрәт). ADB булуңини тепиңлар.



16.12-сүрәт



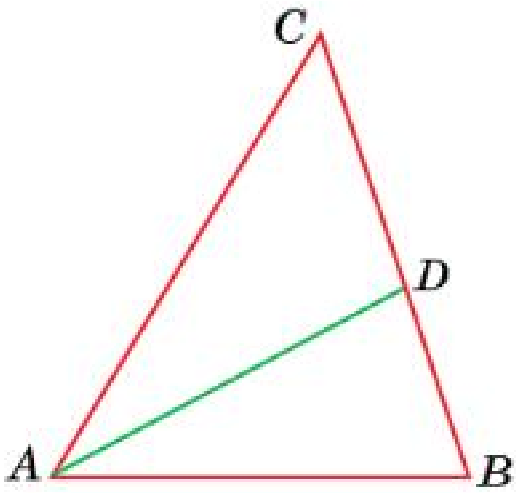
16.13-сүрәт

16.28. ABC үчбулуңлуғида AD — биссектрисиси, C булуңи 50°, CAD булуңи 28° (16.14-сүрәт). B булуңини тепиңлар.

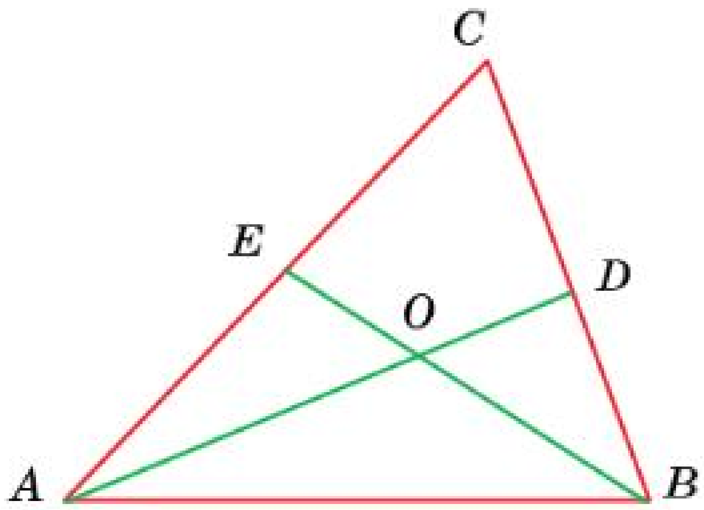
16.29. ABC үчбулуңлуғида AD — биссектрисиси, B булуңи 72°, CAD булуңи 30° (16.14-сүрәт). C булуңини тепиңлар.

16.30. ABC үчбулуңлуғида C булуңи 60°, AD вә BE кесиндилири — O чекитидә кийилишидиған биссектрисилири (16.15-сүрәт). AOB булуңини тепиңлар.

16.31. Тик булуңлук үчбулуңлуқниң тар булуңлири биссектрисилириниң арисидики тар булуңини тепиңлар.



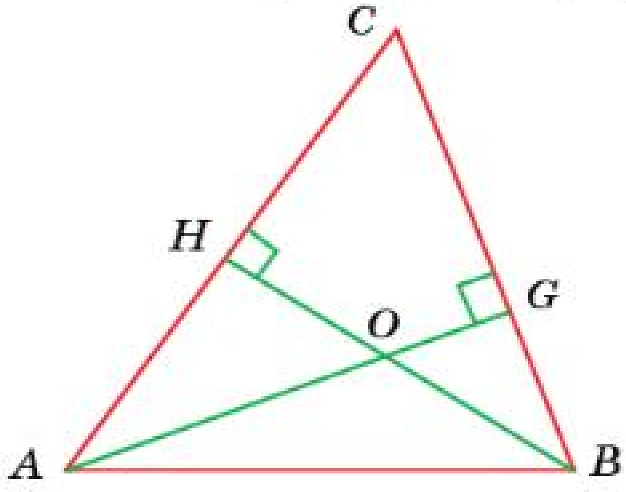
16.14-сүрәт



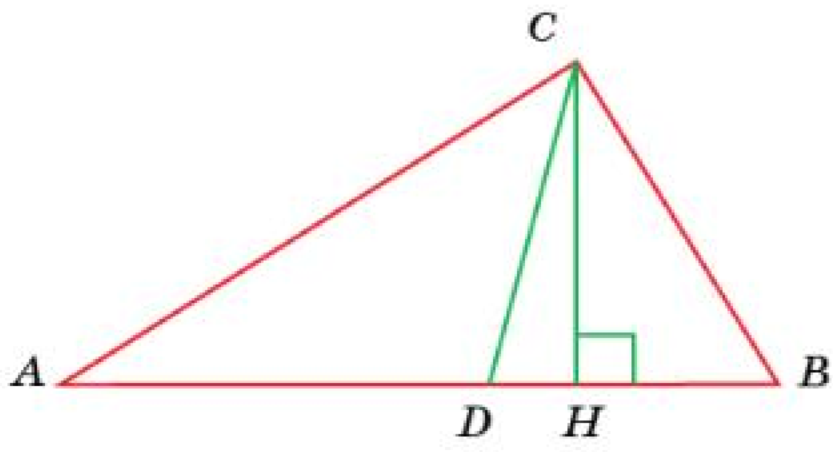
16.15-сүрәт

16.32. Үчбулуңлуқниң икки булуңи 54° вә 66°. Мошу булуңларниң чоққилиридин чүширилгән егизликлириниң арисидики тар булуңини тепиңлар (16.16-сүрәт).

16.33. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң бир тар булуңи 30°. Униң тик булуңи чоққисидин жүргүзүлгән егизлиги билән биссектрисиси арисидики булуңни тепиңлар (16.17-сүрәт).



16.16-сүрәт



16.17-сүрәт

16.34. ABC Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң A тар булуңи 30°-қа, AB гипотенузиси 12 см-ға тәң. BC катетиниң гипотенузидики проекциясини тепиңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

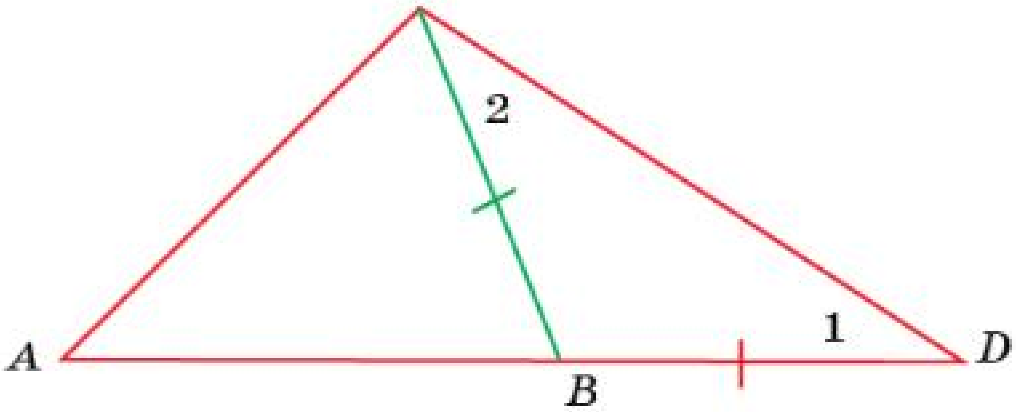
16.35. Қандақту бир үчбулуңлуқ қуруңлар. Сизғучниң ярдими билән униң тәрәплирини өлчәңлар. Үчбулуңлуқниң һәрбир тәрипи униң башқа икки тәрипиниң қошундисидин кичик вә айримисидин чоң болидиғини дурусму?

§ 17. ҮЧБУЛУҢЛУҚНИҢ ТӘҢСИЗЛИГИ

Үчбулуңлуқниң тәрәплири арисидики асасий нисбәтләрниң бири үчбулуңлуқниң тәңсизлиги болуп һесаплиниду.

Теорема. ***Үчбулуңлуқниң һәрбир тәрипи башқа икки тәрипиниң қошундисидин кичик болиду.***

Испатлаш ABC үчбулуңлуғини қараштурайли. AC тәрипи AB вә BC тәрәплири қошундисидин кичик екәнлигини испатлаймиз. AB тәрипиниң давамидин BC тәрипигә тәң болидиған BD кесиндисини алимиз (17.1-сүрәт).



17.1-сүрәт

BDC — асаси BD болидиған тәң янлиқ үчбулуңлуқ, шуниң үчүн $\angle 1 = \angle 2$. 2 булуңи ACD булуңиниң бөлигини тәшкил қилиду. Демәк, $\angle 2 < \angle ACD$. Шундақ қилип, ACD үчбулуңлуғида C булуңи D булуңидин чоң. Үчбулуңлуқниң чоң булуңиға қарши чоң тәрәп ятиду дегән хуласини пайдилинимиз. $AD > AC$ тәңсизлигини алимиз. Бирақ, $AD = AB + BD = AB + BC$. Мошуниңдин, үчбулуңлуқниң AC тәрипи башқа икки тәрипиниң қошундисидин кичик болидиғанлиғини билдүридиған тәңсизликни алимиз: $AB + BC > AC$ яки $AC < AB + BC$ ■.

$AB < AC + BC$, $BC < AB + AC$ болидиғанлиғини өзәңлар тәкшүрүңлар.

1-ақивәт. ***Үчбулуңлуқниң һәрбир тәрипи башқа икки тәрипиниң айримисидин чоң болиду.***

Испатлаш ABC үчбулуңлуғида AC тәрипи BC тәрипидин чоң болсун. Испатланған теорема бойичә $AB + BC > AC$ тәңсизлиги орунлиниду. Мошу тәңсизликниң икки қири бөлигидин BCни кемитип, үчбулуңлуқниң AB тәрипи AC вә BC тәрәплириниң айримисидин чоң болидиғанлиғини билдүридиған $AB > AC - BC$ тәңсизлигини алимиз ■.

$AC > AB - BC$ вә $BC > AC - AB$ болидиғанлиғини өзәңлар тәкшүрүңлар.

2-ақивәт. ***Әгәр $AC + CB = AB$ тәңлиги орунланса, у чағда C чекити AB кесиндисидә вә A вә B чекитлириниң арисида ятиду.***

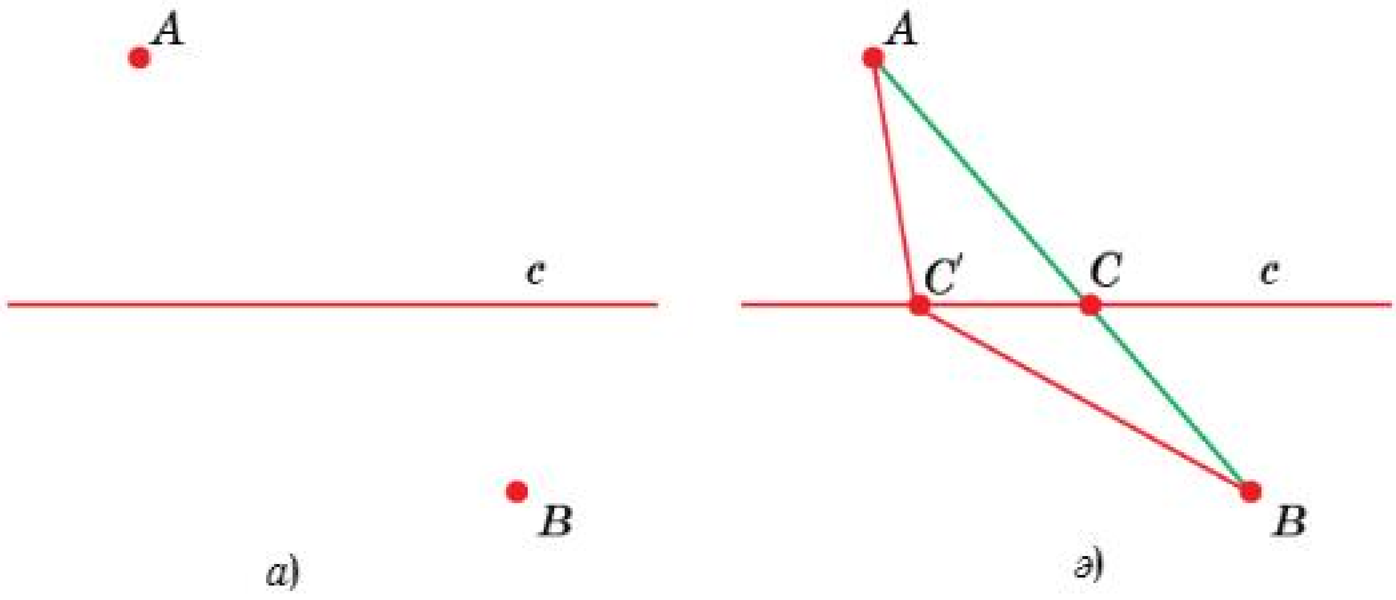
Испатлаш. Һәқиқәтән, әгәр C чекити AB түзигә тәәллуқ болмиса, у чағда $AC + CB > AB$ тәңсизлиги орунлиниду. Әгәр C чекити AB түзигә тәәлуқ болса вә AB кесиндисидин ташқири ятса, у чағда мошу тәңсизлик йәнә орунлиниду. Бирла мүмкинлик қалди, у — C чекити AB кесиндисидә A вә B чекитлириниң арисида ятиду ■.

Үчбулуңлуқниң тәңсизлигини бәзибир экстремаллиқ һесапларни — кесиндиләр узунлуқлириниң, булуңларниң миқдарлириниң вә ш.о. әң кичик яки әң чоң мәналирини тепиш һесаплирини йешиштә қоллинайли.

Дәсләпки экстремал һесапларниң бири тәкшиликтә әң қисқа йолни тепиш тоғрилиқ келәси классикилиқ һесап болуп тепилиду. Униң йешими Архимедқа (б.э.и. 287–212-жж.) бәлгүлүк болған.

Мәсилә. Тәкшиликтә c түзи вә икки A вә B чекитлири берилгән. $AC + CB$ тәкшиликлириниң қошундиси әң кичик болидиған мошу түзниң бойидин C чекитини тепиңлар.

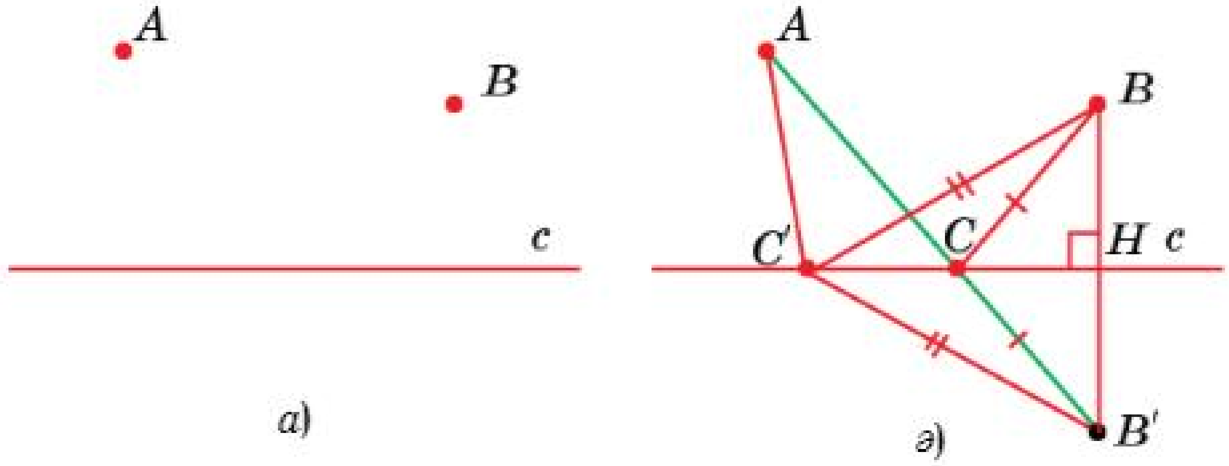
Йешими. Алди билән A вә B чекитлири c түзиниң һәр тәрипидә ятқан һаләтни қараштурайли (17.2, а-сүрәт).



17.2-сүрәт

Бу һаләттә, издәлгән C чекити AB кесиндисиниң c түзи билән қийилишиш чекити болидиғанлиғини көрситәйли. Һәқиқәтән, үчбулуңлуқлар тәңсизлигидин c түзиниң халиған C' чекити үчүн $AC' + C'B > AC + CB$ тәңсизлиги орунлиниду (17.2, ә-сүрәт). Демәк, $AC + CB$ қошундиси әң кичик болиду.

Әнди A вә B чекитлири c түзиниң бир тәрипидә ятсун дәйли (17.3, а-сүрәт).

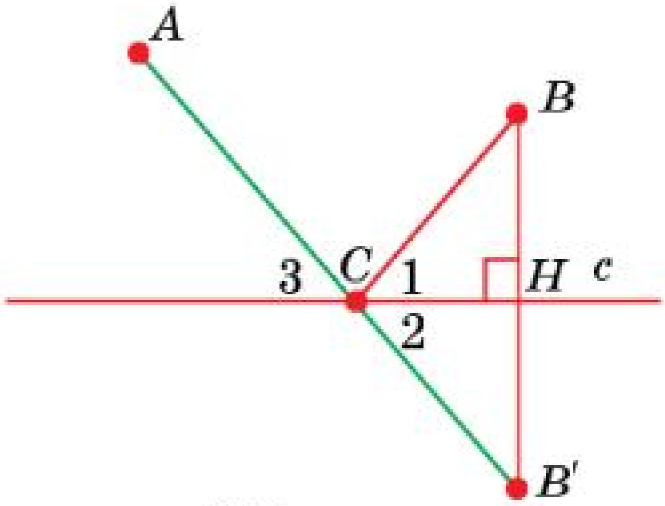


17.3-сүрәт

Издәлгән C чекитини тепиш идеяси B чекитини c түзиниң иккинчи тәрипидә ятқан B' чекити билән алмаштуруп, уни алдинқи һаләткә кәлтүрүш болиду.

B чекитидин c түзигә BH перпендикулярини чүширимиз вә BHқа тәң HB' кесиндисини алимиз (17.3, ә-сүрәт). C' чекити — c түзидики чекит болсун. BHC' вә $B'HC'$ тик булуңлуқ үчбулуңлуқлири тәң (икки катети бойичә), демәк, $C'B = C'B'$ тәңлиги орунлуқ. Шуңлашқа әгәр униңға тәң $AC' + C'B'$ қошундиси әң кичик болса, шунда пәқәт шу чағдила $AC' + C'B$ қошундиси әң кичик болиду. Әгәр A, B', C' чекитлири бир түзниң бойида ятса, $AC' + C'B'$ қошундиси әң кичик болидиғанлиғи бәлгүлүк, йәни издәлгән C чекити AB' кесиндисиниң c түзи билән қийилишиш чекити болиду ◪.

Елинған C чекитиниң төвәндики хусусийитини әскә чүширимиз: AC вә CB түзлириниң c түзи билән һасил болған булуңлири тәң болиду (17.4-сүрәт). Һәқиқәтән, $\angle 1 = \angle 2$ (BHC вә $B'HC$ үчбулуңлуқлири тәңлигидики мувапиқ булуңлар), $\angle 2 = \angle 3$ (вертикал булуңлар). Демәк, $\angle 1 = \angle 3$.



17.4-сүрәт

Мошу булуңларниң тәңлигидин йоруқниң қайтиш қануни чиқиду. Енирирақ ейтқанда, йоруқниң шолиси әң қисқа йол билән тарилиду. Шуниң үчүн, әгәр йоруқниң шолиси A чекитидин чиқип, с түзи билән қайтип, B чекитигә кәлсә, у чағда C чекити қайтиш чекити болиду. Шуниң билән, йоруқниң қайтиш қануни орунлуқ: йоруқ шолисиниң чүшүш булуңи қайтиш булуңиға тәң болиду.

1. Үчбулуңлуқниң тәңсизлигиниң мәнаси немидә?
2. Үчбулуңлуқниң икки тәрипиниң айримиси тоғрилиқ немә ейтишқа болиду?
3. $AC + CB = AB$ тәңлиги орунлинидиғандәк C чекити тоғрилиқ немә ейтишқа болиду?

Көнүкмиләр

А

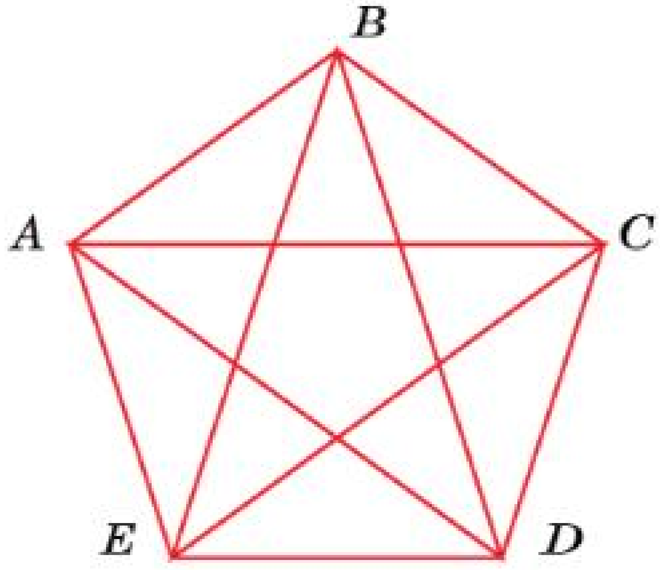
17.1. а) 13 см, 2 см, 8 см; ә) 1 м, 0,5 м, 0,5 м миқдарлири тәрәплири болидиған үчбулуңлуқ қурушқа боламду? .

17.2. Үчбулуңлуқниң тәрәплири а) 1 : 2 : 3; ә) 2 : 3 : 6; б) 1 : 1 : 2 нисбәттә боламду.

17.3. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң бир тәрипи 25 см, иккинчиси 10 см. Мошуларниң қайсиси асаси болиду?

17.4. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң икки тәрипи берилгән: а) 6 см вә 3 см; ә) 8 см вә 2 см. Униң үчинчи тәрипини тепиңлар.

17.5. Туристлиқ топ A пунктидин B пунктиға йетиши керәк (17.5-сүрәт). A пунктидин B пунктиға апиридиған бирнәччә йол бар. Халиған йолдики һәрикәт илдамлиғи бирдәк болса, уларниң қайсиси билән илдамирақ йетишкә болиду? Җававини чүшәндүрүңлар.



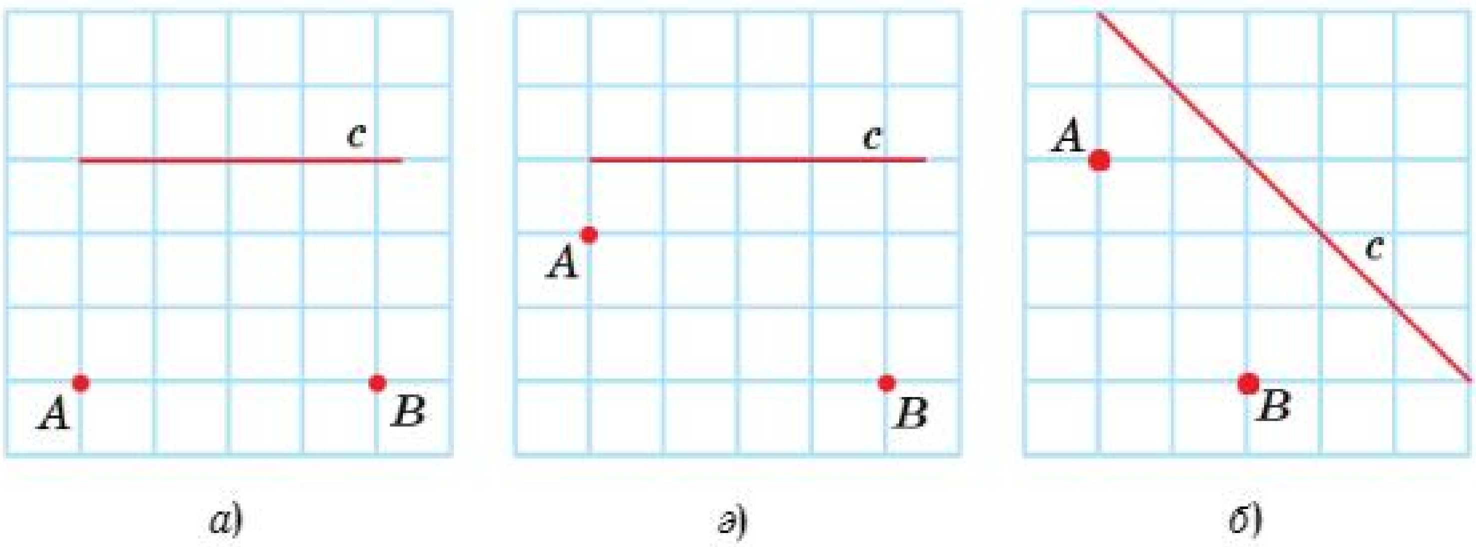
17.5-сүрәт

B

17.6. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң бир тәрипи 12 см, иккинчи тәрипи 5 см. Мошу үчбулуңлуқниң периметрини тепиңлар.

17.7. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң периметри 20 см. Бир тәрипи иккинчисидин икки һәссә чоң. Мошу үчбулуңлуқниң тәрәплирини тепиңлар.

17.8. c түзиниң бойидин $AC + CB$ арилиқлириниң қошундиси әң кичик болидиғандәк C чекитини көрситиңлар (17.6-сүрәт).



17.6-сүрәт

C

17.9. Үчбулуңлуқниң һәрбир тәрипи униң периметриниң йеримидин кичик болидиғанлиғини испатлаңлар.

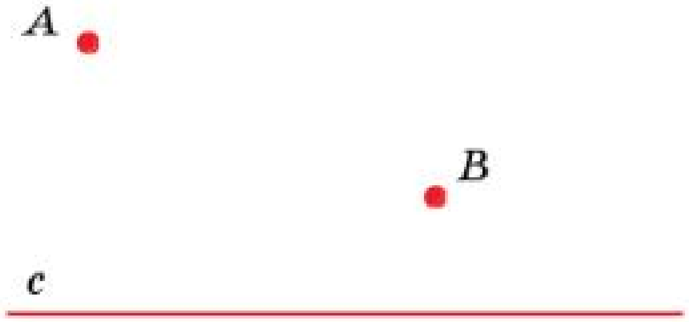
17.10. Үчбулуңлуқниң медианиси униң йерим периметридин кичик болидиғанлиғини испатлаңлар.

17.11. Үчбулуңлуқниң халиған ички чекитидин униң чоққилириғичә болған арилиқлириниң қошундиси униң йерим периметридин чоң болидиғанлиғини испатлаңлар.

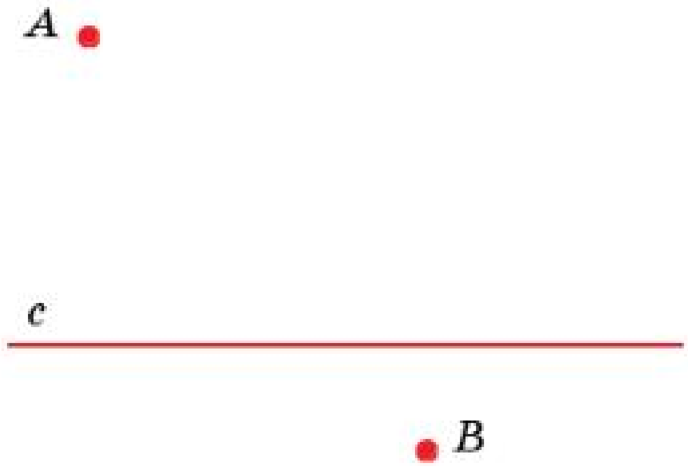
17.12. Үчбулуңлуқниң медианиси уни чәкләйдиған тәрәплириниң йерим қошундисидин кичик болидиғанлиғини испатлаңлар.

17.13. c түзи вә униң бир тәрипидә ятқан A вә B чекитлири берилгән (17.7-сүрәт). c түзидә $AC - CB$ ариліқлириниң айримиси әң чоң болидиған C чекитини қуруңлар.

17.14. c түзи вә униң һәр тәрипидә ятқан A вә B чекитлири берилгән (17.8-сүрәт). c түзидә $AC - CB$ ариліқлириниң айримиси әң чоң болидиған C чекитини қуруңлар.

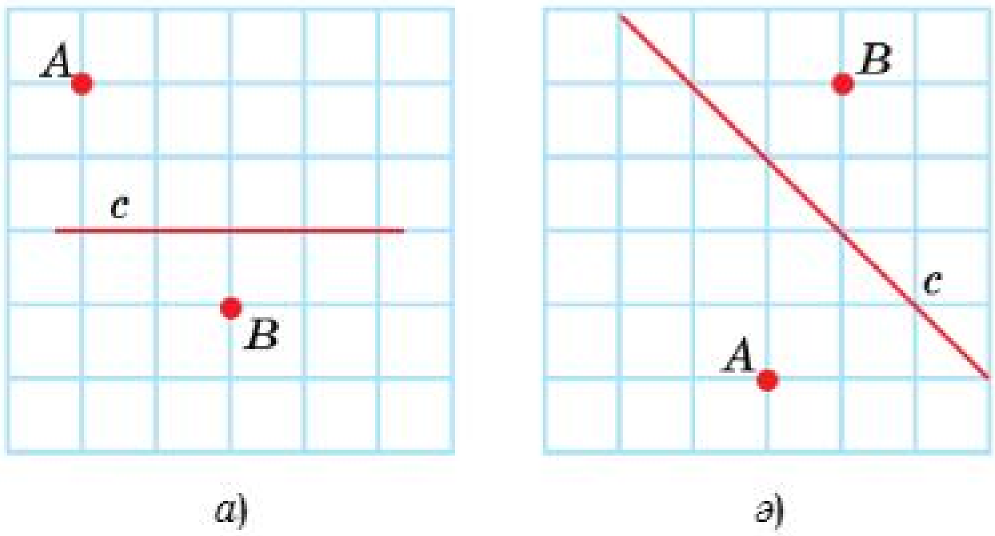


17.7-сүрәт



17.8-сүрәт

17.15. c түзидә $AC - CB$ ариліқлириниң айримиси әң чоң болидиған C чекитини қуруңлар (17.9-сүрәт).



17.9-сүрәт

17.16. Төрт аһалилиқ макан A, B, C, D чекитлиридә орунлашқан (17.10-сүрәт). Навайханидин барлиқ төрт аһалилиқ маканғичә ариліқлириниң қошундиси әң кичик болидиғандәк навайханини қайси җайға селиш керәк?

17.10-сүрәт

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

17.17. Циркульниң ярдими билән мәркизи O вә радиуси 2 см болидиған чәмбәр қуруңлар. Мошу чәмбәрниң: а) ичидә; ә) тешида орунлашқан чекитләр қандақ тәңсизликни қанаәтләндүриду?

ӨЗӘҢЛӘРНИ ТӘКШҮРҮҢЛАР!

1. Икки параллель түз үчинчи түз билән қийилишқанда нәччә булуң пәйда болиду?

A) 4. B) 6. C) 8. D) 12.

2. Икки параллель түз үчинчи түз билән қийилишқанда нәччә тар булуң пәйда болиду?

A) 2. B) 4. C) 6. D) 8.

3. Икки параллель түз үчинчи түз билән қийилишқанда нәччә кәң булуң пәйда болиду?

A) 2. B) 4. C) 87 D) 16.

4. Икки параллель түз үчинчи түз билән қийилишқанда нәччә тик булуң пайда болиду?

A) 0. B) 2. C) 4. D) 8.

5. Икки параллель түз үчинчи түз билән қийилишқанда пәйда болған булуңларниң бири 112°-қа тәң. Пәйда болған барлиқ булуңларниң ичидин кичигини тепиңлар.

A) Ениқлашқа болмайду. B) 34°.
C) 68°. D) 112°.

6. Икки параллель түз үчинчи түз билән қийилишқанда пәйда болған үч ички булуңларниң қошундиси 290°-қа тәң. Төртинчи ички булуңни тепиңлар.

A) 145°. B) 110°. C) 35°. D) 70°.

7. Икки параллель түзләр үчинчи түз билән қийилишқанда пәйда болған ички бир яқлиқ булуңларниң биссектрисилири ятидиған түзләр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиду?

A) Перпендикуляр.
B) Параллель.
C) 45°-қа булуң һасил қилип қийилишиду.
D) 60°-қа булуң һасил қилип қийилишиду.

8. Икки параллель түз үчинчи түз билән кийилишқанда пәйда болған ички айқаш булуңларниң биссектрисилири ятидиған түзләр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиду?

A) Перпендикуляр.
B) Параллель.
C) 45° булуң һасил қилип кийилишиду.
D) 60° булуң һасил қилип кийилишиду.

9. Үчбулуңлуқниң булуңлириниң нисбити 2:3:4. Мошу булуңларни тепиңлар.

A) 20°, 30°, 40°.
B) 40°, 60°, 80°.
C) 36°, 54°, 90°.
D) 18°, 27°, 36°.

10. Үчбулуңлуқниң булуңлириниң нисбити 1:2:3. Мошу үчбулуңлуқниң түрини ениқлаңлар.

A) Тәң янлиқ.
B) Тар булуңлуқ.
C) Тик булуңлуқ.
D) Кәң булуңлуқ.

11. Бир булуңи башқа икки булуңиниң қошундисидин чоң болидиған үчбулуңлуқниң түрини ениқлаңлар.

A) Тәң янлиқ.
B) Тар булуңлуқ.
C) Тик булуңлуқ.
D) Кәң булуңлуқ.

12. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң икки тар булуңлириниң нисбити 1:2. Униң чоң тар булуңини тепиңлар.

A) 40°. B) 50°. C) 60°. D) 80°.

13. ABC үчбулуңлуғида A булуңи 50°, $AC = BC$. C булуңини тепиңлар.

A) 40°. B) 50°. C) 60°. D) 80°.

14. ABC үчбулуңлуғида C булуңи 100°, $AC = BC$. A булуңини тепиңлар.

A) 40°. B) 50°. C) 60°. D) 80°.

15. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң бир булуңи 90°. Униң башқа икки булуңини тепиңлар.

A) 30°. B) 45°. C) 60°. D) 90°.

16. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң асасидики булуңи 70°. Униң ян тәрипигә жүргүзүлгән егизлиги вә иккинчи ян тәрипи арисидики булуңни тепиңлар.

A) 20°. B) 50°. C) 70°. D) 110°.

17. Дурус үчбулуңлуқниң икки биссектрисиси арисидики булуңни тепиңлар.

A) 30°. B) 45°. C) 60°. D) 90°.

18. Үчбулуңлуқниң икки булуңи 40° вә 60°. Мошу булуңларниң чоққилиридин жүргүзүлгән егизликлириниң арисидики тар булуңни тепиңлар.

A) 20°. B) 40°. C) 80°. D) 100°.

19. Тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң бир тар булуңи 40°. Үчбулуңлуқниң тик булуңиниң чоққисидин жүргүзүлгән егизлиги билән биссектрисиси арисидики булуңни тепиңлар.

A) 5°. B) 10°. C) 15°. D) 20°.

20. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң икки тәрипи 10 см вә 5 см. Униң үчинчи тәрипини тепиңлар.

A) 5 см. B) 10 см. C) 15 см. D) 20 см.

4-БАП

ЧӘМБӘР. ГЕОМЕТРИЯЛИК ҚУРУШЛАР

§ 18. ЧӘМБӘР ВӘ ДҮГЛӘК

18.1-сүрәттә чәмбәр көрситилгән. Чәмбәрләрни қуруш үчүн циркуль қоллинилиду. Циркульниң ярдими билән қандақту бир чәмбәр қуруңлар. Өзәңлар қандақ фигура чәмбәр дәп атилидиғанлиғини ениқлап көрүңлар.

Берилгән чекиттин бәлгүлүк ариliқта орунлашқан тәкшиликниң барлиқ чекитлиридин ибарәт геометриялик фигура *чәмбәр* дәп атилиду. Берилгән чекит *чәмбәрниң мәркизи*, берилгән арилиқ — *чәмбәрниң радиуси* дәп атилиду.

Чәмбәрниң чекитини униң мәркизи билән қошидиған халиған кесиндиму радиус дәп атилиду (18.1-сүрәт).

Шуниң билән, мәркизи O чекити вә радиуси R болидиған чәмбәр мошу O чекитидин арилиғи Rға тәң тәкшиликниң барлиқ чекитлиридин ибарәт геометриялик фигурини тәшкил қилиду.

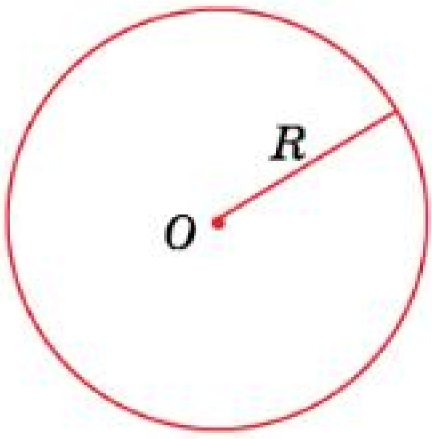
18.2-сүрәттә дүгләк көрситилгән. Өзәңлар қандақ фигура дүгләк дәп атилидиғанлиғини ениқлап көрүңлар.

Берилгән чекиттин берилгән арилиқтин артуқ әмәс тәкшиликниң барлиқ чекитлиридин ибарәт фигура *дүгләк* дәп атилиду (18.2-сүрәт).

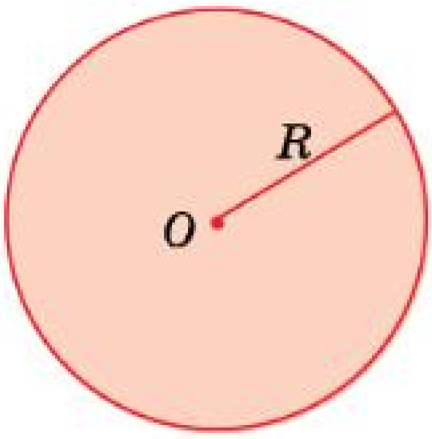
Берилгән чекит *дүгләкниң мәркизи*, берилгән арилиқ — *дүгләкниң радиуси* дәп атилиду.

Шундақ қилип, мәркизи O чекити вә радиуси R болидиған дүгләк мошу O чекитидин арилиғи Rдин артуқ әмәс тәкшиликниң барлиқ чекитлиридин ибарәт геометриялик фигурини тәшкил қилиду.

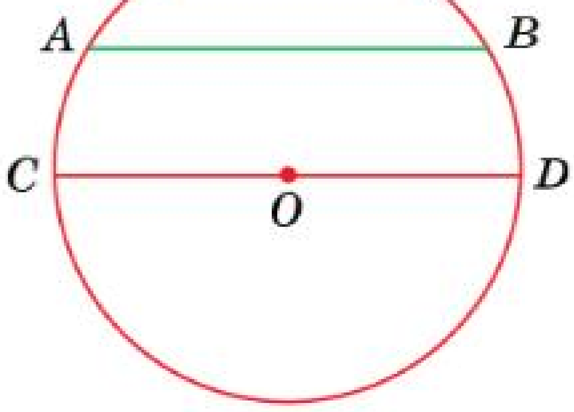
Дүгләкни чәмбәр билән чәкләнгән фигура ретидә көрситишкә болиду.



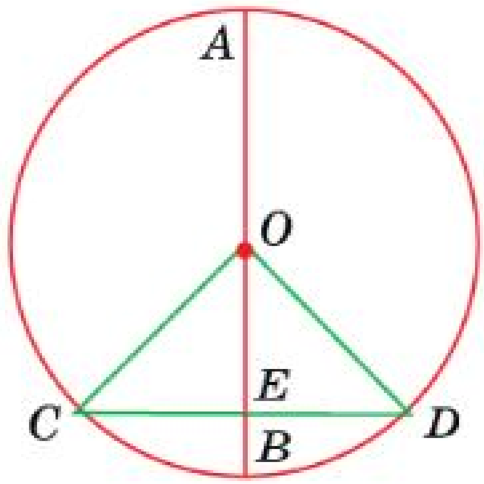
18.1-сүрәт



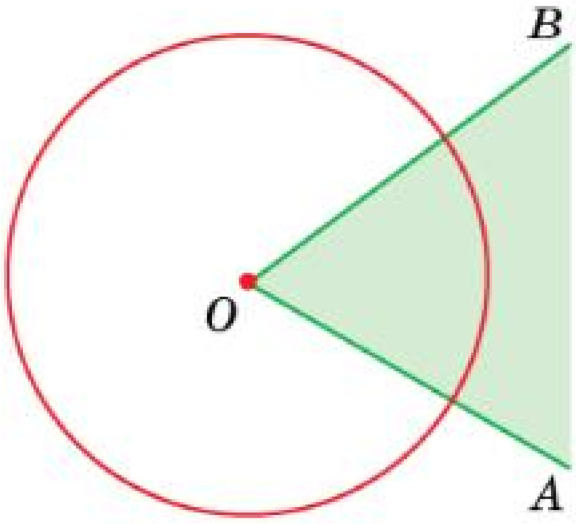
18.2-сүрәт



18.3-сүрәт



18.4-сүрәт



18.5-сүрәт

Чәмбәрниң халиған икки чекитини қошидиған кесиндә мошу чәмбәрниң *хордиси* дәп атилиду. Чәмбәрниң мәркизи арқилиқ өтидиған хорда мошу чәмбәрниң *диаметри* дәп атилиду (18.3-сүрәт).

Дүгләкниң *хордиси* вә *диаметри* дәп мошу дүгләкни чәкләйдиған чәмбәрниң мувапиқ хордиси билән диаметрини ейтиду.

Теорема. ***Чәмбәрниң хордисиға перпендикуляр диаметр мошу хордини қақ бөлиду.***

Испатлаш. Мәркизи O чекити болидиған чәмбәр берилсун вә AB диаметри CD хордисиға перпендикуляр болсун. Әгәр CD хордиси O мәркизи арқилиқ өтсә, у чағда у диаметр болуп, O чекитидә қақ бөлүниду. Әнди CD хордиси O мәркизи арқилиқ өтмәйдиған болсун. Униң AB диаметри билән кийилишиш чекитини E дәп бәлгүләйли (18.4 сүрәт).

OEC вә OED тик булуңлуқ үчбулуңлуқлири тәң (гипотенузиси вә катети бойичә). Демәк, $EC = ED$ ◪.

Чәмбәрниң *мәркәзлик булуңи* дәп чоққиси мошу чәмбәрниң мәркизидә ятидиған булуңни ейтиду (18.5-сүрәт).

Мәркизий булуңниң ичидә орунлашқан чәмбәрниң бөлиги *чәмбәрниң доғиси* дәп атилиду.

Мәркизий булуңниң ичидә орунлашқан дүгләкниң бөлиги *дүгләк сектор* дәп атилиду.

Дүгләк секторни өзәңлар тәсвирләңлар.

Чәмбәр доғисиниң градуслуқ миқдари дәп мәркизий булуңниң мувапиқ градуслуқ өлчимини ейтиду. Әгәр чәмбәрниң икки доғисиниң градуслуқ миқдарлири тәң болса, улар *тәң доғилар* дәп атилиду.

Дүгләк секторниң градуслуқ миқдари немә екәнлигинини өзәңлар ениқлаңлар.

?

1. Қандақ фигура чәмбәр дәп атилиду? а) чәмбәрниң мәркизи; ә) чәмбәрниң радиуси дегинимиз немә?
2. Қандақ фигура дүгләк дәп атилиду? а) дүгләкниң мәркизи; ә) дүгләкниң радиуси дегинимиз немә?
3. Чәмбәрниң: а) хордиси; ә) диаметри дегинимиз немә?
4. Чәмбәрниң радиуси вә диаметри өз ара қандақ бағлинишқан?
5. Чәмбәрниң әң чоң хордиси немә болиду?
6. Хордиға перпендикуляр диаметр уни қандақ нисбәттә бөлиду?
7. Чәмбәрниң мәркизий булуңи дәп қандақ булуңни ейтиду?
8. Чәмбәрниң доғиси дегинимиз немә?
9. Дүгләк сектор дегинимиз немә?
10. Чәмбәр доғисиниң градуслуқ миқдари дегинимиз немә?
11. Чәмбәрниң қандақ доғилири тәң дәп атилиду?
12. Дүгләк секторниң градуслуқ миқдари дегинимиз немә?

Көнүкмиләр

А

18.1. а) Мәркизи O чекити вә радиуси R болидиған дүгләктә; ә) мәркизи O чекити вә радиуси R болидиған дүгләкниң тешида ятқан A чекитлири қандақ тәңсизликни қанаәтләндүриду?

18.2. Берилгән чекит арқилиқ өтидиған, берилгән радиуслуқ чәмбәрләрниң мәркәзлири қандақ фигурини тәшкил қилиду?

18.3. Чәмбәрниң мәркизи арқилиқ нәччә диаметр жүргүзүшкә болиду?

18.4. Чәмбәрниң радиусидин 55 мм-ға чоң болидиған чәмбәрниң диаметрини тепиңлар.

18.5. Тавуз икки тәң бөләккә бөлүнди. Кесилгән бөләктики чәмбәрниң радиуси 15 см. Тавузниң диаметри қандақ болған еди?

18.6. Кигиз өй — көчмәнләрниң қедимдин келиватқан турғун өйи (18.6, а-сүрәт). Өлчәмлири бойичә өйләр һәр түрлүк болиду. Әгәр: а) диаметрлири 1 м; 1,2 м; 1,4 м; 2 м болса, чаңғириғиниң (18.6. ә-сүрәт); ә) диаметрлири 5 м; 6 м; 7 м; 10 м болидиған кигиз өйниң керегисиниң (18.6, б-сүрәт) тәшкил қилидиған радиусини тепиңлар.

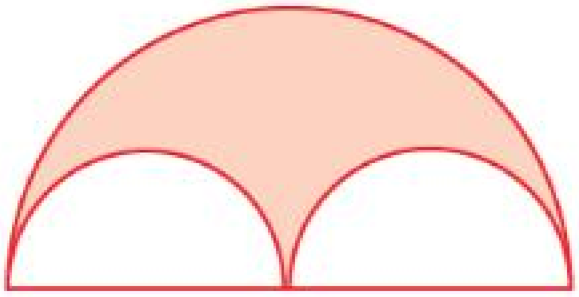

а)

ә)

б)

18.6-сүрәт

18.7. Кичик йерим чәмбәрләрниң һәрқайсисиниң диаметри (18.7, а-сүрәт) чоң йерим чәмбәрләрниң радиусиға тәң. Әгәр чоң йерим чәмбәрниң диаметри d болса, кичик йерим чәмбәрләрниң радиуси немигә тәң болиду? Мундақ фигурини Архимед *арбелос* дәп атиған — “αρβυλος” грек сөзи, мәнаси — өтүкчиниң пичиғи (18.7, ә-сүрәт) дегәнни билдүриду. Бу һесапта кичик дүгләкләрниң диаметрлири тәң болидиған арбелос (тәң янлиқ арбелос) қараштурулиду.



а)

ә)

18.7-сүрәт

18.8. Әгәр кигиз өйниң асасиниң радиуслири: а) 2,5 м; ә) 3 м; б) 3,5 м; в) 5 м болса, у чағда униң диаметрини тепиңлар (18.8-сүрәт).

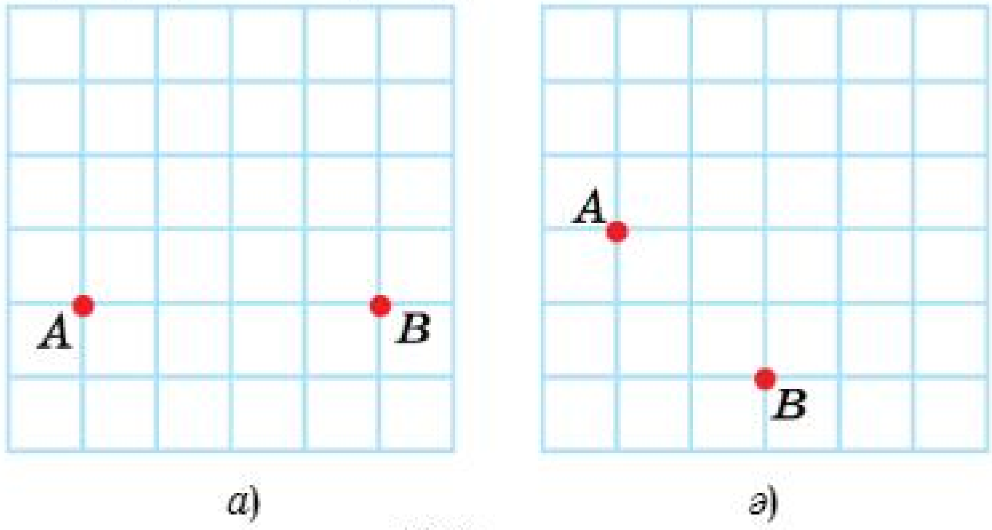
18.9. Градуслуқ миқдарлири: а) 90°; ә) 180° болидиған дүгләк секторни қуруңлар.

18.8-сүрәт

В

18.10. A вә B чекитлириниң арилиғи 2 см. Мошу чекитләр арқилиқ өтидиған чәмбәрниң мүмкин болидиған әң кичик радиусини тепиңлар.

18.11. Чақмақ қәғәзгә берилгән икки чекит арқилиқ өтидиған вә чақмақниң түгүнлиридә орунлашқан чәмбәрниң мәркәзлирини тәсвирләңлар (18.9-сүрәт).

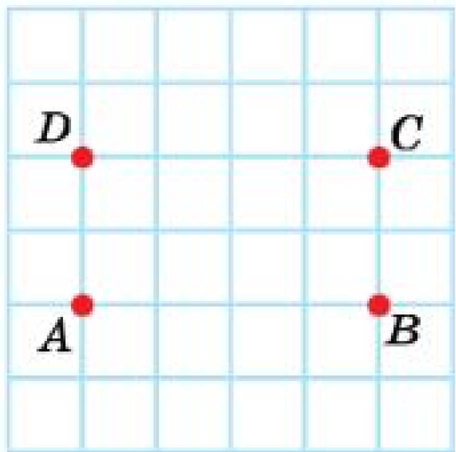


18.9-сүрәт

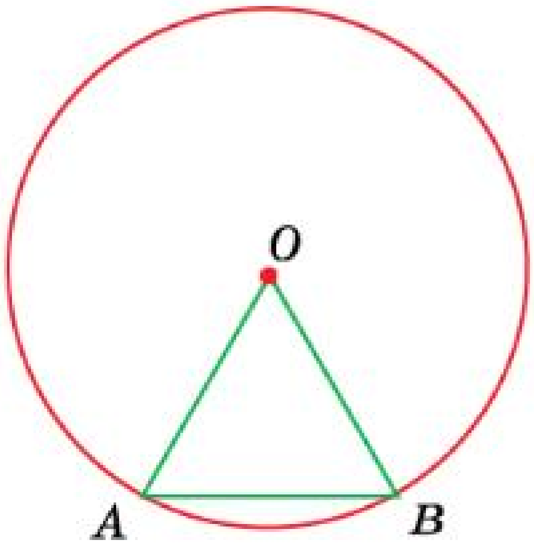
18.12. Берилгән икки чекит арқилиқ нәччә чәмбәр жүргүзүшкә болиду?

18.13. Чақмақ қәғәзгә берилгән A, B, C, D чекитлири арқилиқ өтидиған чәмбәрниң O мәркизини тәсвирләңлар (18.10-сүрәт).

18.14. Чәмбәрниң AB хордиси униң OA радиусиға тәң (18.11-сүрәт). AOB булуңи немигә тәң?

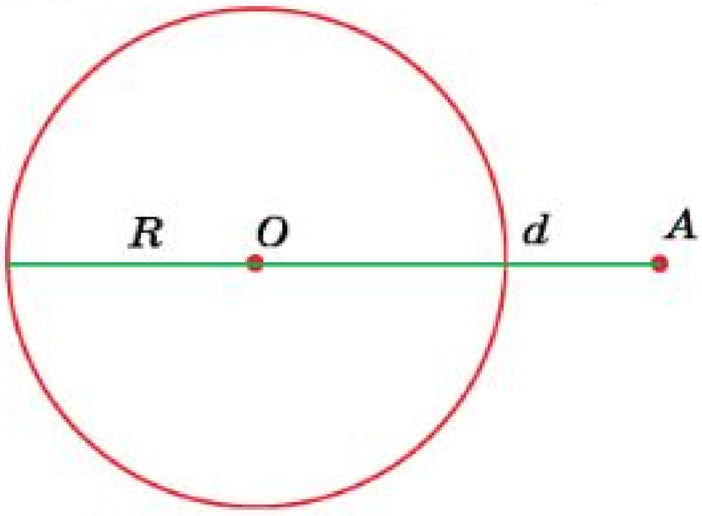


18.10-сүрәт



18.11-сүрәт

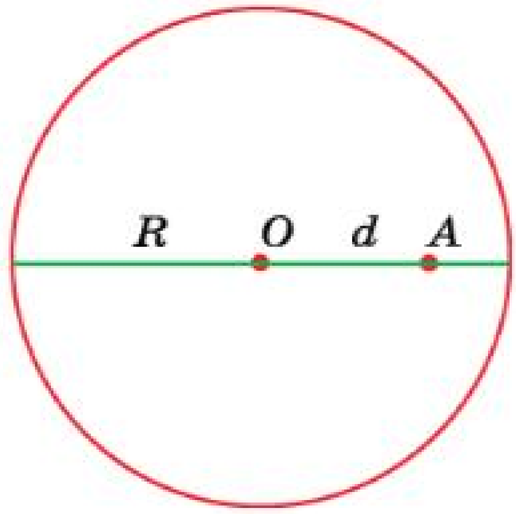
18.15. A чекити радиуси R болидиған чәмбәрниң тешида униң мәркизи O чекитидин d арилиқта орунлашқан (18.12-сүрәт). A чекитидин берилгән чәмбәрниң чекитлиригә болған әң кичик вә әң чоң ариліқлар немигә тәң?



18.12-сүрәт

18.16. Чәмбәрдин ташқири ятқан берилгән чекиттин чәмбәрниң чекитигичә болған әң чоң вә әң кичик ариliқлар мувапиқ 50 см вә 20 см. Мошу чәмбәрниң радиусини тепиңлар.

18.17. A чекити радиуси R болидиған чәмбәрниң ичидә униң мәркизи O чекитидин d ариliқта орунлашқан (18.13-сүрәт). A чекитидин берилгән чәмбәргичә болған әң кичик вә әң чоң ариliқлар немигә тәң?



18.13-сүрәт

18.18. Чәмбәрниң ичидә орунлашқан берилгән чекиттин чәмбәрниң чекитигичә болған әң чоң вә әң кичик ариliқлар мувапиқ 20 см вә 4 см. Мошу чәмбәрниң радиусини тепиңлар.

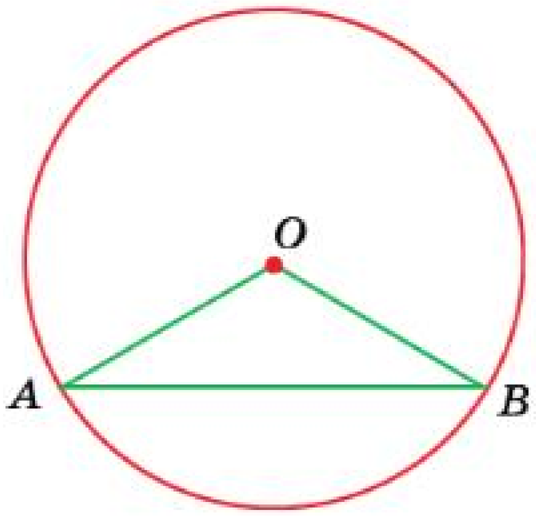
C

18.19. Хординиң оттуриси арқилиқ жүргүзүлгән диаметр мошу хордиға перпендикуляр болидиғанлиғини испатлаңлар.

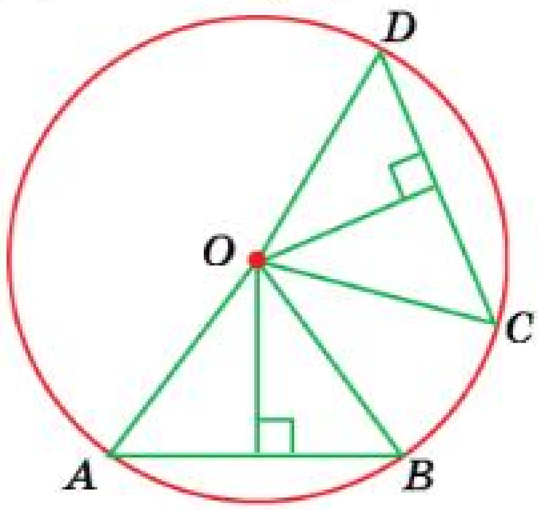
18.20. 18.14-сүрәтни пайдилинип, диаметр чәмбәрниң әң чоң хордиси болидиғанлиғини испатлаңлар.

18.21. Чәмбәрниң тәң хордилири униң мәркизидин бирдәк ариliқта болидиғанлиғини испатлаңлар (18.15-сүрәт).

18.22. Чәмбәр мәркизидин бирдәк ариliқта ятқан хордилар тәң болидиғанлиғини испатлаңлар (18.15-сүрәт).



18.14-сүрәт



18.15-сүрәт

Хәвәрлимә тәйярлаңлар

18.23. Чәмбәр — қедимдин қелиплашқан геометриялик фигуриларниң бири. Коперник, Галилей, Кеплерниң (XVII ә.) илимлири тоғрилиқ ейтиңлар.

18.24. Түз билән чәмбәрниң нәччә умумий чекитлири болуши мүмкин? Мүмкин һаләтләрни тәсвирләңлар.

§ 19. ТҮЗ БИЛӘН ЧӘМБӘРНИҢ ӨЗ АРА ОРУНЛИШИШИ

Түз билән чәмбәрниң өз ара орунлишиш һаләтлирини қараштурайли. Түз вә чәмбәрниң умумий чекити болмаслиғи мүмкин (19.1, а-сүрәт), бирла умумий чекити (19.1, ә-сүрәт) яки икки умумий чекити (19.1, б-сүрәт) болуши мүмкин.

Әгәр түзниң чәмбәр билән бирла умумий чекити болса, у чағда *түз чәмбәргә яндишиду* дәйду вә түзниң өзини чәмбәргә *яндашма* дәп атайду (19.1, ә-сүрәт).

Шундақ қилип, ***чәмбәргә яндашма*** — *чәмбәр билән бир умумий чекити болидиған түз*. Умумий чекит *яндишиш чекити* дәп атилиду.

Әгәр түз билән чәмбәрниң икки умумий чекити болса, у чағда түз билән чәмбәр *қийилишиду* дәйду (19.1, б-сүрәт).

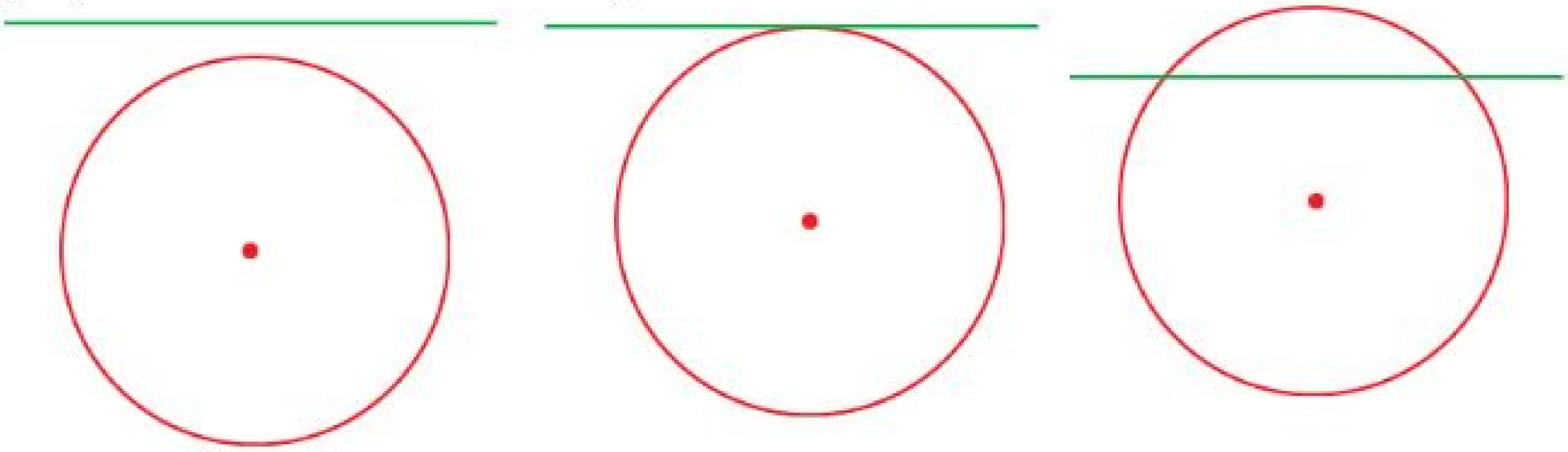
Түз билән чәмбәрниң өз ара орунлишиши чәмбәрниң мәркизи билән берилгән түзниң арилиғиға бағлинишлиқ.

Түз қуруңлар вә мошу түздин 4 см арилиқта орунлашқан O чекитини бәлгүләңлар. Циркульниң ярдими билән мәркизи O чекити вә радиуси 3 см болидиған чәмбәр жүргүзүңлар.

Мошу түз билән чәмбәр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиду?

Мошу соалға җавапни төвәндики теорема бериду.

Теорема. ***Әгәр чәмбәрниң мәркизидин түзгичә болған арилиқ чәмбәрниң радиусидин чоң болса, у чағда бу түз билән чәмбәрниң умумий чекити болмайду.***



а) ә) б)

19.1-сүрәт

Испатлаш. Чәмбәрниң O мәркизидин түзгичә болған a арилиғи чәмбәрниң R радиусидин чоң болсун (19.2-сүрәт).

Мошу түзгә O мәркизидин OA перпендикулярини чүширәйли. Шунда $OA > R$. a түзиниң халиған башқа B чекитидин селинған OB янтуси OA перпендикуляридин чоң болиду, демәк, R радиустинму чоң. Шундақ қилип, a түзиниң халиған чекитидин O мәркизигичә болған арилиқ R дин чоң. Демәк, a түзи билән чәмбәрниң умумий чекитлири болмайду.

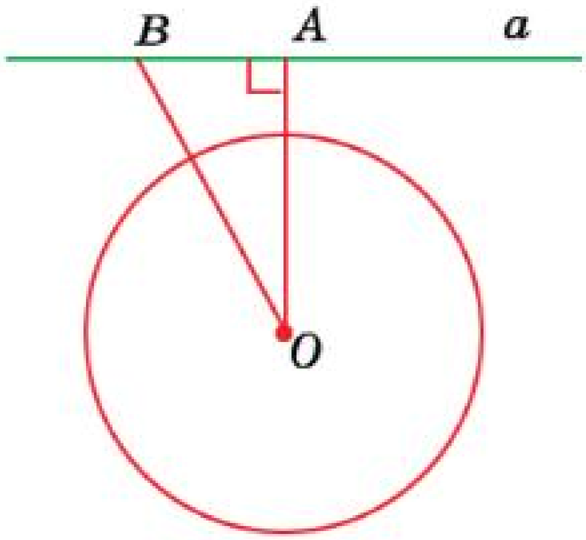
Түз қуруңлар вә мошу түздин 4 см арилиқта орунлашқан O чекитини бәлгүләңлар. Циркульниң ярдими билән мәркизи O чекити вә радиуси 4 см болидиған чәмбәр жүргүзүңлар.

Мошу түз билән чәмбәр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиду?

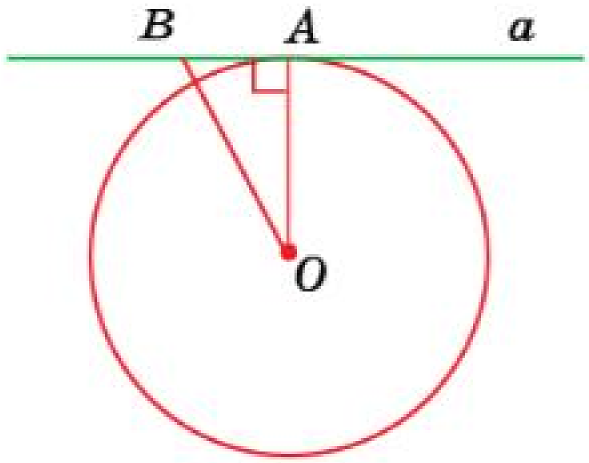
Мошу соалға жавапни төвәндики теорема бериду.

Теорема. Әгәр чәмбәрниң мәркизидин түзгичә болған арилиқ чәмбәрниң радиусиға тәң болса, у чағда мошу түз чәмбәргә яндашма болиду.

Испатлаш. Чәмбәрниң O мәркизидин a түзигичә болған арилиқ чәмбәрниң R радиусиға тәң болсун (19.3-сүрәт).



19.2-сүрәт



19.3-сүрәт

Чәмбәрниң O мәркизидин мошу түзгә OA перпендикулярини чүширәйли. Шунда $OA = R$. a түзиниң халиған башқа B чекитидин қурулған OB янтуси OA перпендикуляридин чоң болиду, демәк, R радиустинму чоң. Шуниң билән, a түзиниң A чекитидин башқа халиған чекитидин O мәркизигичә болған арилиқ R радиустин чоң. Демәк, a түзи билән чәмбәрниң бирла умумий A чекити болиду, йәни түз чәмбәргә яндишиду.

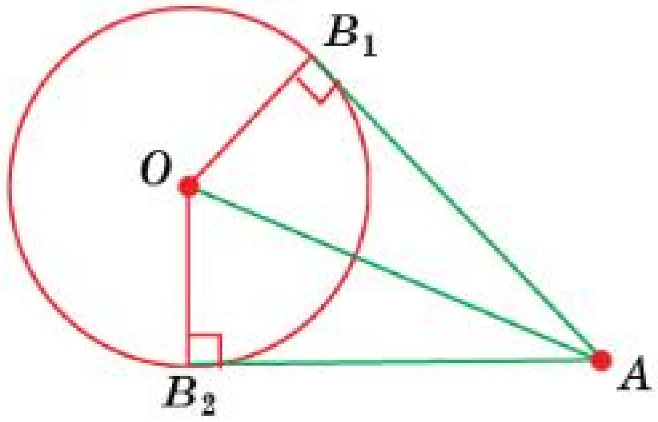
Әнди чәмбәрниң мәркизидин түзгичә болған арилиқ чәмбәрниң радиусидин кичик болидиған һаләтни караштурушла қалди.

Түз қуруңлар вә мошу түздин 4 см арилиқта орунлашқан O чекитини бәлгүләңлар. Циркульниң ярдими билән мәркизи O чекити вә радиуси 5 см болидиған чәмбәр жүргүзүңлар.

Мошу түз билән чәмбәр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиду?

Әгәр чәмбәр мәркизидин түзгичә болған арилиқ чәмбәрниң радиусидин кичик болса, у чағда түз билән чәмбәр қийилишидиғанлиғини испатсиз қобул қилайли.

Түз билән чәмбәрниң өз ара орунлишишиниң қараштурулған һаләтлиридин яндашминиң төвәндики хусусийити чиқиду.



19.4-сүрәт

Теорема. ***Чәмбәргә яндашма мошу чәмбәрниң яндишиш чекитигә жүргүзүлгән радиусиға перпендикуляр болиду.***

Испатлаш. Һәқиқәтән, әгәр түз чәмбәргә яндашса, у чағда чәмбәр мәркизидин түзгичә болған арилиқ униң радиусидин чоң яки кичик болуши мүмкин әмәс, демәк, у радиусқа тәң болиду. Шуниң үчүн, яндашмиға чүширилгән OA перпендикуляри чәмбәрниң радиуси болиду, демәк, чәмбәргә яндашма мошу радиусқа перпендикуляр ■.

Чәмбәрни вә мошу чәмбәргә яндашма түзни қуруңлар.

Теорема. Чәмбәрдин ташқири ятқан чекиттин мошу чәмбәргә жүргүзүлгән яндашмиларниң кесиндилири тәң болиду.

Испатлаш. AB_1 вә AB_2 — мәркизи O чекити болидиған чәмбәргә жүргүзүлгән яндашмиларниң кесиндилири болсун (19.4-сүрәт). AOB_1 вә AOB_2 тик булуңлуқ үчбулуңлуқлири катети билән гипотенузиси бойичә тәң ($OB_1 = OB_2$, AO гипотенузиси умумий). Демәк, AB_1 вә AB_2 кесиндилири тәң болиду ■.

1. Түз билән чәмбәр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиду?
2. Қандақ түз: а) чәмбәргә яндашма; ә) чәмбәрни кийғучи дәп атилиду?
3. Қандақ һаләттә түз билән чәмбәрниң умумий чекити болмайду?
4. Қандақ һаләттә түз чәмбәргә яндишиду?
5. Қандақ һаләттә түз билән чәмбәр кийилишиду?

Көнүкмиләр

А

19.1. Түз чәмбәрни кийиду. Берилгән чәмбәр билән чәкләнгән, түз вә дүгләкниң кийилишишидин (умумий бөлиги) чиққан фигура қандақ атилиду?

19.2. а) Чәмбәрниң ичидә; ә) чәмбәрдин ташқири; б) чәмбәрниң бойида ятқан чекит арқилиқ берилгән чәмбәргә нәччә яндашма жүргүзүшкә болиду?

19.3. Берилгән түзни берилгән чекиттә яндишидиған нәччә чәмбәр жүргүзүшкә болиду?

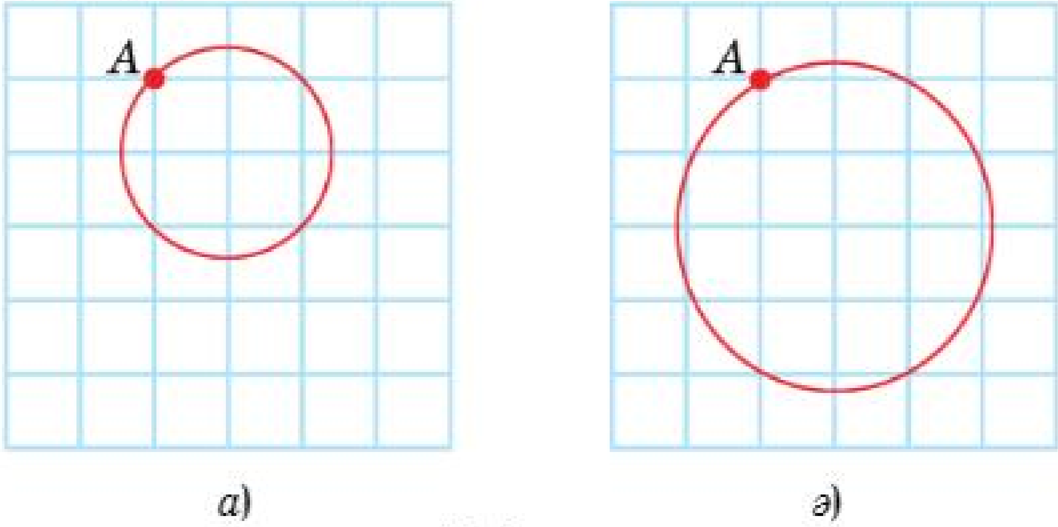
19.4. Берилгән түзни берилгән чекиттә яндишидиған берилгән радиус билән нәччә чәмбәр жүргүзүшкә болиду?

19.5. Әгәр чәмбәргә яндашма вә яндишиш чекитидин жүргүзүлгән радиус қандақ булуң һасил қилиду?

В

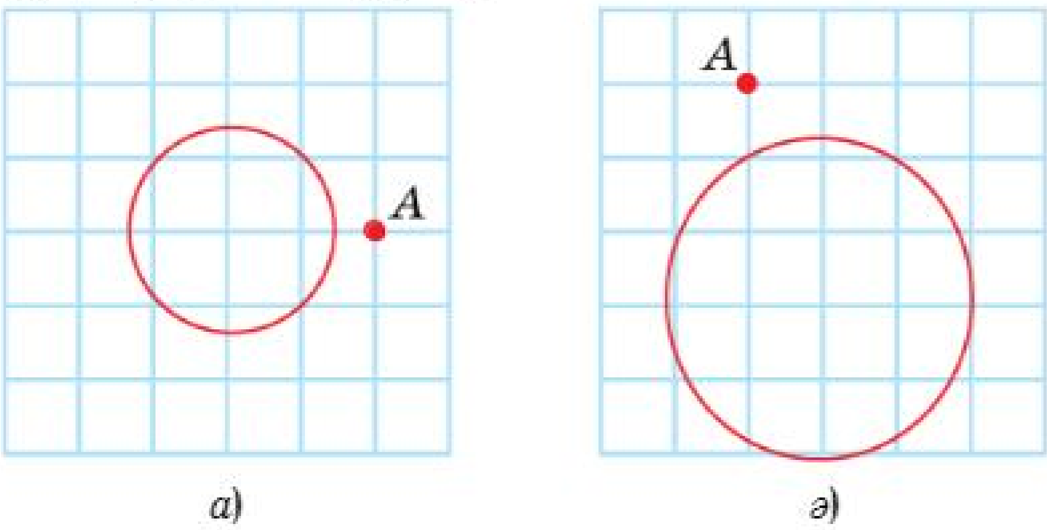
19.6. Әгәр чәмбәрниң радиуси 3 см вә чәмбәрниң мәркизидин түзгичә болған арилиқ: а) 2 см; ә) 3 см; б) 4 см болса, түз билән чәмбәрниң өз ара орунлишиши қандақ?

19.7. Чақмақ қәғәзгә A чекити арқилиқ берилгән чәмбәргә яндашма жүргүзүңлар (19.5-сүрәт).



19.5-сүрәт

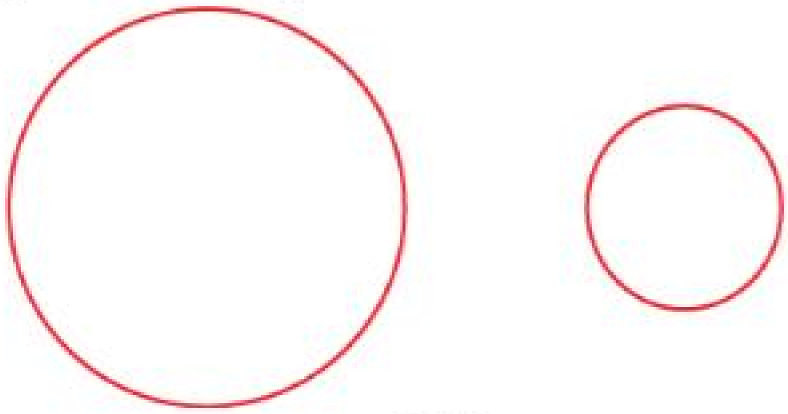
19.8. Чақмақ қәғәзгә A чекити арқилиқ берилгән чәмбәргә яндашма жүргүзүңлар (19.6-сүрәт).



19.6-сүрәт

19.9. Икки түз чәмбәрниң қариму-қарши диаметрлиқ чекитлиридә яндишиду. Мошу түзләрниң өз ара орунлишиши қандақ?

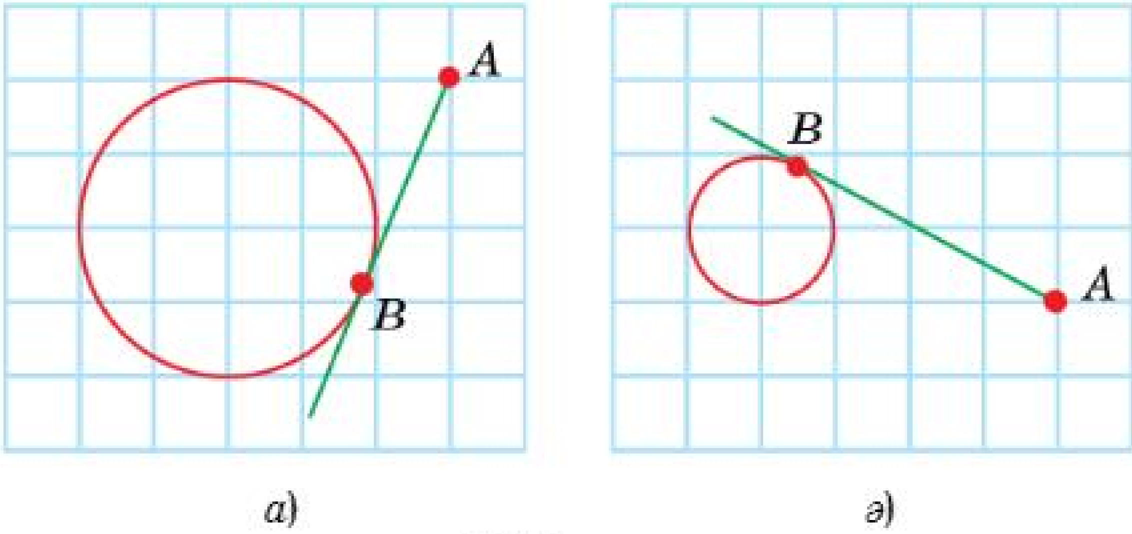
19.10. 19.7-сүрәттә тәсвирләнгән икки чәмбәргә яндишидиған қанчә түз жүргүзүшкә болиду?



19.7-сүрәт

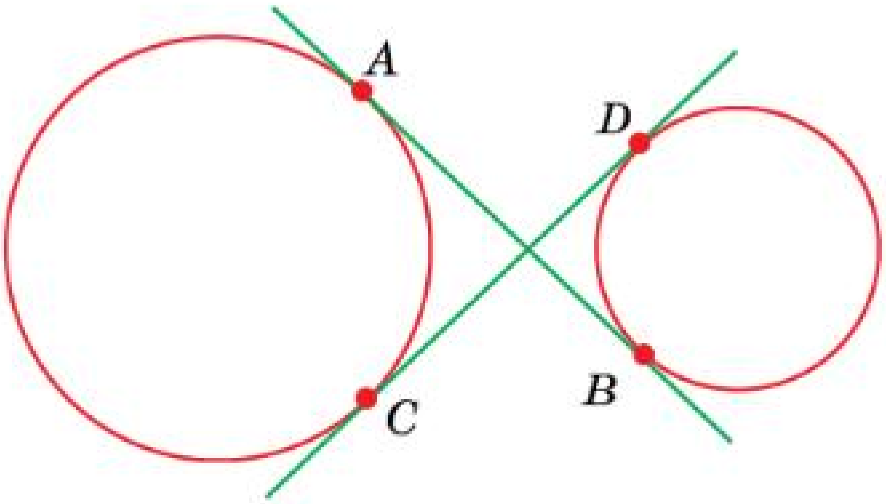
C

19.11. AB яндашма кесиндисиниң узунлуғини тепиңлар (19.8-сүрәт). Чақмақ тәрипи 1гә тәң.



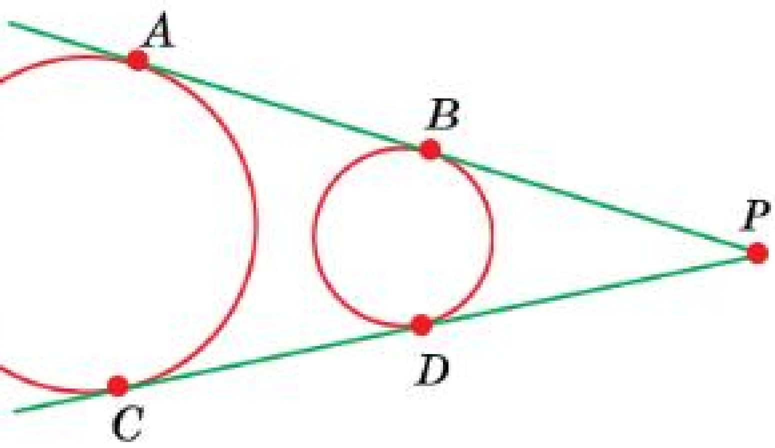
19.8-сүрәт

19.12. Икки чәмбәргә умумий ички яндашмиларниң AB вә CD кесиндилири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар (19.9-сүрәт).



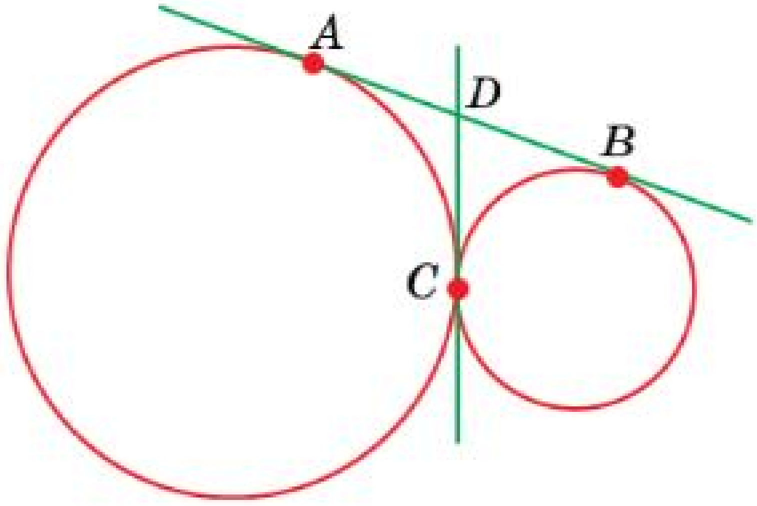
19.9-сүрәт

19.13. Икки чәмбәргә умумий ташқи яндашмилириниң AB вә CD кесиндилири тәң болидиғанлиғини испатлаңлар (19.10-сүрәт).

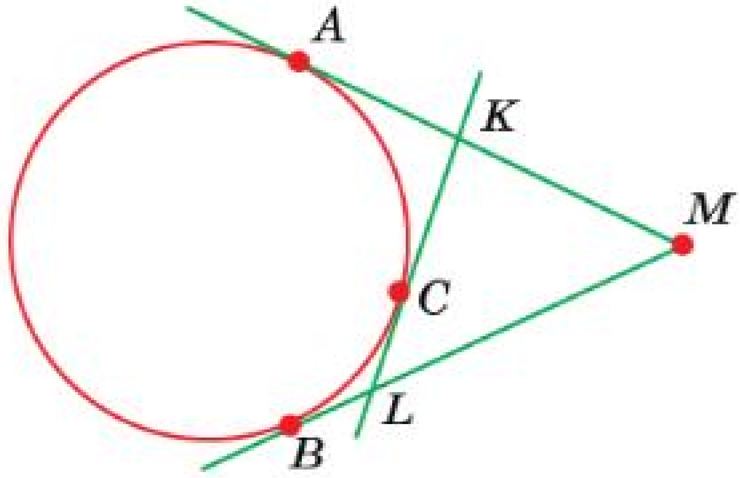


19.10-сүрәт

19.14. 19.11-сүрәттә DA, DB, DC — яндашмилири. D чекити AB кесиндисини қандақ нисбәттә бөлиду?



19.11-сүрәт



19.12-сүрәт

19.15. Чәмбәрдин ташқири ятқан M чекити арқилиқ MA вә MB яндашмилири жүргүзүлгән. Чәмбәрниң C чекити арқилиқ MA вә MB кесиндилирини мувапиқ K вә L чекитлиридә қийип өтидиғандәк яндашма жүргүзүлгән (19.12-сүрәт). KLM үчбулуңлуғиниң периметри C чекитиниң орунлишишиға бағлинишлиқ болмайдиғанлиғини испатлаңлар.

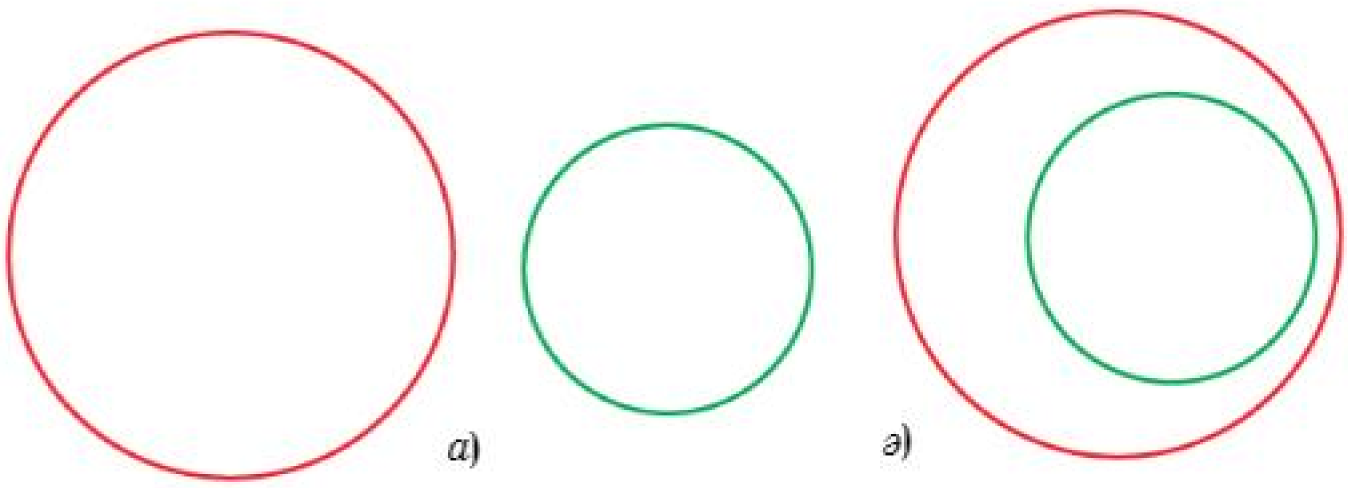
Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

19.16. Икки чәмбәрниң нәччә умумий чекитлири болуши мүмкин? Мүмкин һаләтләрни тәсвирләңлар.

§ 20. ИККИ ЧӘМБӘРНИҢ ӨЗ АРА ОРУНЛИШИШИ

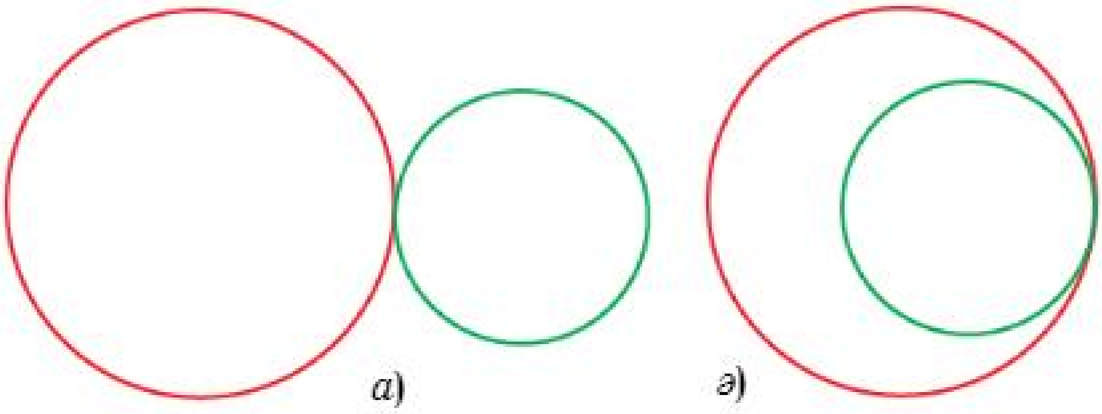
Икки чәмбәрниң өз ара орунлишиш һаләтлирини қараштурайли.

1) Икки чәмбәрниң умумий чекитлири болмаслиғи мүмкин. Бу һаләттә улар бир-биридин ташқири йетиши (20.1, а-сүрәт) яки бири иккинчисиниң ичидә орунлишиши мүмкин (20.1, ә-сүрәт).



20.1-сүрәт

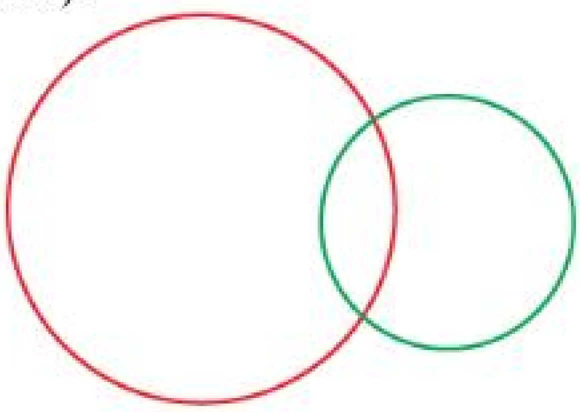
2) Икки чәмбәрниң умумий бир чекити болуши мүмкин. Бу һаләттә чәмбәр *яндишиду*. Чәмбәргә тешидин (20.2, а-сүрәт) яки ичидин яндишиши мүмкин (20.2, ә-сүрәт).

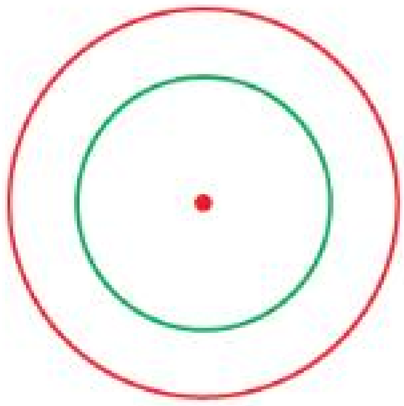

а) ә)

20.2-сүрәт

3) Икки чәмбәрниң икки умумий чекити болуши мүмкин (20.3-сүрәт). Бу һаләттә чәмбәрләр *қийилишиду* дәп атайду.

Мәркәзлири умумий чәмбәрләр *мәркәздаш* чәмбәрләр дәп атилиду (20.4-сүрәт).


20.3-сүрәт


20.4-сүрәт

Икки чәмбәрниң өз ара орунлишиши уларниң радиуслири билән мәркәзлириниң арилиғиға бағлинишлиқ болиду.

Бир-биридин 6 см арилиқта орунлашқан O_1 вә O_2 чекитлирини тәсвирләңлар. Циркульниң ярдими билән мәркизи O_1 чекити вә радиуси 3 см болидиған чәмбәр жүргүзүңлар. Мәркизи O_2 чекити вә радиуси 2 см болидиған чәмбәр жүргүзүңлар.

Мошу чәмбәрләр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиду?

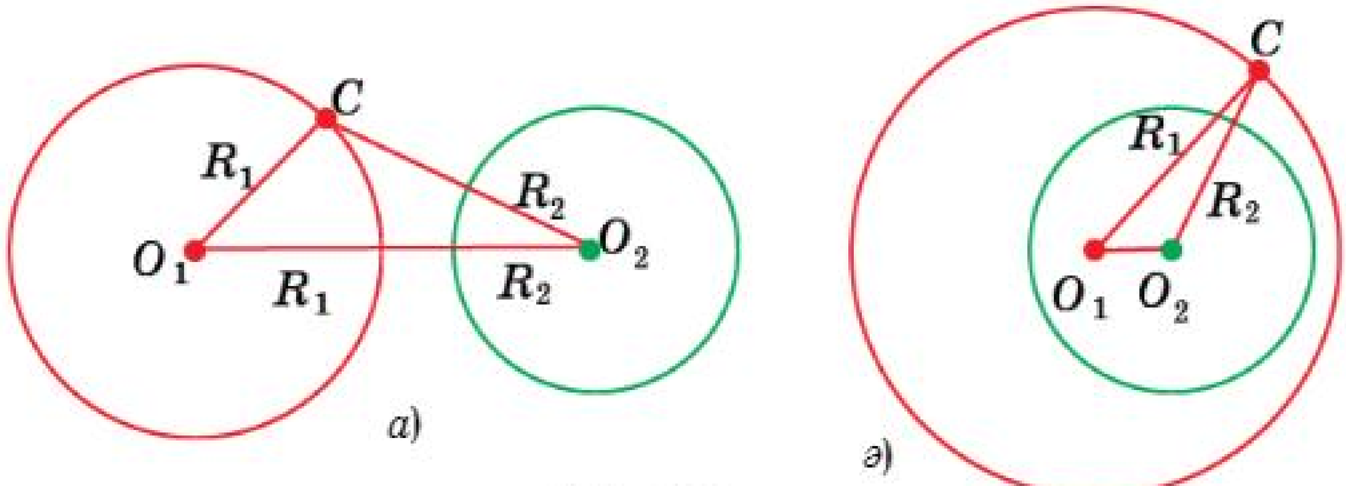
Бир-биридин 1 см арилиқта орунлашқан O_1 вә O_2 чекитлирини тәсвирләңлар. Циркульниң ярдими билән мәркизи O_1 чекити вә радиуси 4 см болидиған чәмбәр жүргүзүңлар. Мәркизи O_2 чекити вә радиуси 2 см болидиған чәмбәр жүргүзүңлар.

Мошу чәмбәрләр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиду?

Мошу соалларға жавапни төвәндики теорема бериду.

Теорема. ***Әгәр икки чәмбәрниң мәркәзлириниң арилиғи уларниң радиуслириниң қошундисидин чоң яки айримисидин кичик болса, у чағда бу чәмбәрләрниң умумий чекитлири болмайду.***

Испатлаш. Мәркәзлири O_1, O_2 чекитлиридә вә радиуслири мувапиқ R_1, R_2, $O_1O_2 > R_1 + R_2$ болидиған икки чәмбәр берилсун (20.5, а-сүрәт).



20.5-сүрәт

Биринчи чәмбәрдики C чекитини қараштурайли, $O_1C = R_1$. Шунда $O_2C \geqslant O_1O_2 - O_1C > R_1 + R_2 - R_1 = R_2$, демәк, C чекити иккинчи чәмбәргә тәәллуқ әмәс. Ундақ болса, чәмбәрләрниң умумий чекити йоқ вә уларниң бири иккинчисидин ташқири ятиду.

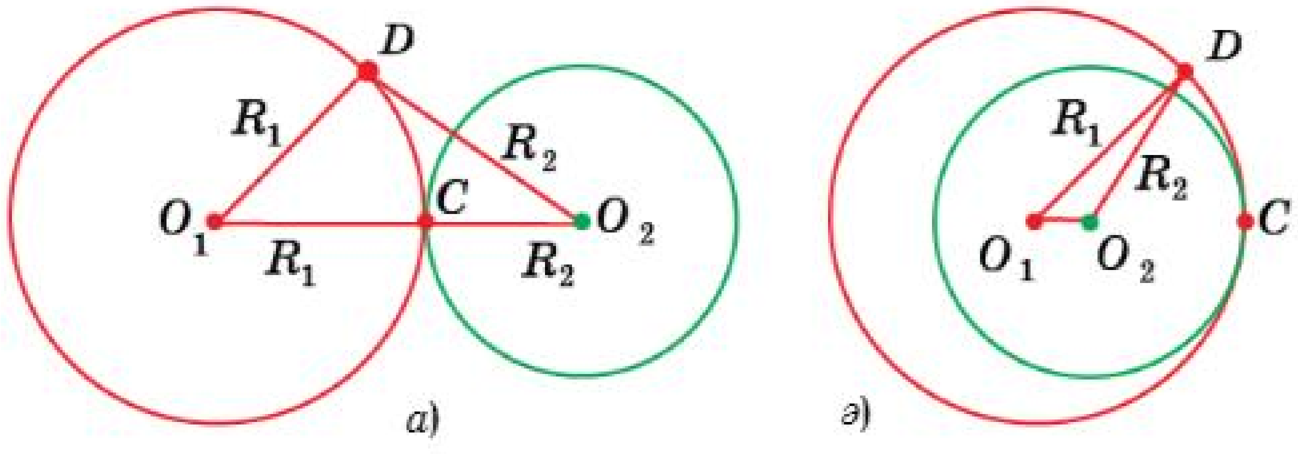
Әнди $O_1O_2 < R_1 - R_2$ $(R_1 > R_2)$ болсун дәйли (20.5, ә-сүрәт). Биринчи чәмбәрдики C чекитини қараштурайли, $O_1C = R_1$. Шунда $O_2C \geqslant O_1C - O_1O_2 = R_1 - O_1O_2 > R_2$, демәк, C чекити иккинчи чәмбәргә тәәллуқ әмәс. Ундақ болса, бу чәмбәрләрниң умумий чекити йоқ вә уларниң бири иккинчисиниң ичидә ятиду ◪.

Өзәңлар бир-бири билән яндишидиған чәмбәрләрниң радиуслири билән уларниң мәркәзлириниң арилиғи арисидики нисбәтни орнитип көрүңлар (20.2-сүрәт).

Мошуниңға жавап ретидә келәси теорема орунлуқ болиду.

Теорема. ***Әгәр икки чәмбәрниң мәркәзлириниң арилиғи уларниң радиуслириниң қошундисиға яки айримисиға тәң болса, у чағда бу чәмбәрләр яндишиду.***

Испатлаш. Мәркәзлири O_1, O_2 чекитлири вә радиуслири мувапиқ R_1, R_2, $O_1O_2 = R_1 + R_2$ болидиған икки чәмбәр берилсун (20.6, а-сүрәт).



20.6-сүрәт

O_1O_2 кесиндисидики C чекитини қараштурайли, $O_1C = R_1$. Шунда $O_2C = R_2$. Демәк, C чекити берилгән чәмбәрләрниң умумий чекити болиду. Әгәр D чекити биринчи чәмбәрдики C чекитидин өзгичә чекит болса, у чағда үчбулуңлуқниң тәңсизлигидин $O_2D > O_1O_2 - O_1D = R_1 + R_2 - R_1 = R_2$ чиқиду. Ундақ болса, D чекити иккинчи чәмбәргә тәәллуқ әмәс. Демәк, берилгән чәмбәрләрниң умумий бир чекити болиду, йәни чәмбәрләр тешидин яндишиду.

Әнди $O_1O_2 = R_1 - R_2$ ($R_1 > R_2$) дәп пәрәз қилайли (20.6, ә-сүрәт). O_1O_2 шолисидики C чекитини қараштурайли, $O_1C = R_1$. Шунда, $O_2C = R_2$. Демәк, C чекити берилгән чәмбәрләрниң умумий чекити болиду. D чекити биринчи чәмбәрдики C чекитидин өзгичә чекит болса, у чағда үчбулуңлуқниң тәңсизлигидин $O_2D > O_1D - O_1O_2 = R_1 - O_1O_2 = R_2$ чиқиду. Ундақ болса, D чекити иккинчи чәмбәргә тәәллуқ әмәс. Демәк, берилгән чәмбәрләрниң умумий бир чекити болиду, йәни чәмбәрләр ичидин яндишиду ■.

Тешидин вә ичидин яндишидиған чәмбәрләрни тәсвирләңлар.

Икки чәмбәрниң орунлишишиниң ахирқи һаләтлирини қараштурайли.

Бир-биридин 6 см арилиқта орунлашқан O_1 вә O_2 чекитлирини тәсвирләңлар. Циркульниң ярдими билән мәркизи O_1 чекити вә радиуси 4 см болидиған чәмбәр жүргүзүңлар. Мәркизи O_2 чекити вә радиуси 3 см болидиған чәмбәр жүргүзүңлар.

Мошу чәмбәрләр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиду?

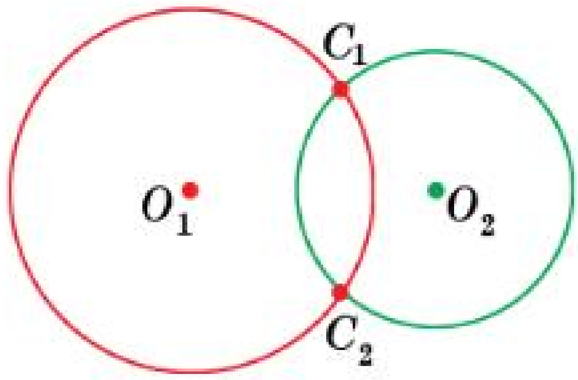
Бир-биридин 2 см арилиқта орунлашқан O_1 вә O_2 чекитлирини тәсвирләңлар. Циркульниң ярдими билән мәркизи O_1 чекити вә радиуси 3 см болидиған чәмбәр жүргүзүңлар. Мәркизи O_2 чекити вә радиуси 2 см болидиған чәмбәр жүргүзүңлар.

Мошу чәмбәрләр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиду?

Мошу соалларға жавапни келәси теорема бериду.

Теорема. ***Әгәр икки чәмбәрниң мәркәзлириниң арилиғи уларниң радиуслириниң қошундисидин кичик вә айримисидин чоң болса, у чағда бу чәмбәрләр кесилишиду*** (20.7-сүрәт).

Теоремини испатлимисиз қобул қилимиз.



20.7-сүрәт

1. Икки чәмбәр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиши мүмкин?
2. Икки чәмбәрниң нәччә умумий чекити болуши мүмкин?
3. Қандақ икки чәмбәрни: а) яндишидиған; ә) кесилишидиған дәп атайду?
4. Қандақ чәмбәрләр мәркәздаш дәп атилиду?
5. Қандақ һаләттә бир чәмбәр: а) иккинчисидин ташқири; ә) иккинчисиниң ичидә ятиду?
6. Қандақ һаләттә икки чәмбәр: а) тешидин; ә) ичидин яндишиду?
7. Қандақ һаләттә икки чәмбәр кесилишиду?

Геометрия

Көнүкмиләр

A

20.1. а) Умумий чекити йоқ; ә) мәркәздаш; б) тешидин яндишидиған; в) ичидин яндишидиған; г) қийилишидиған икки чәмбәрни қуруңлар.

20.2. Радиуси 3 см-ға тәң чәмбәр вә униң мәркизидин 5 см арилиқта ятқан A чекити берилгән. Мәркизи A чекити болидиған вә берилгән чәмбәр билән: а) тешидин; ә) ичидин яндишидиған иккинчи чәмбәрниң радиусини тепиңлар.

20.3. Икки чәмбәрниң мәркәзлириниң арилиғи 5 см-ға тәң. Әгәр уларниң радиуслири: а) 2 см вә 3 см; ә) 2 см вә 2 см болса, улар бир-биригә нисбәтән қандақ орунлашқан?

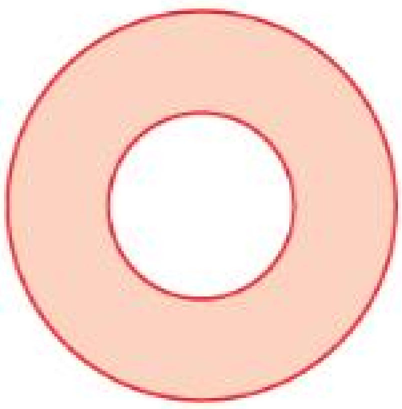
20.4. Икки чәмбәрниң мәркәзлириниң арилиғи 2 см. Әгәр уларниң радиуслири: а) 3 см вә 5 см; ә) 2 см вә 5 см болса, улар бир-биригә нисбәтән қандақ орунлашқан?

20.5. Радиуслири 4 см вә 6 см болидиған чәмбәрләр: а) тешидин; ә) ичидин яндишидиған болса, уларниң мәркәзлириниң арилиғи немигә тәң?

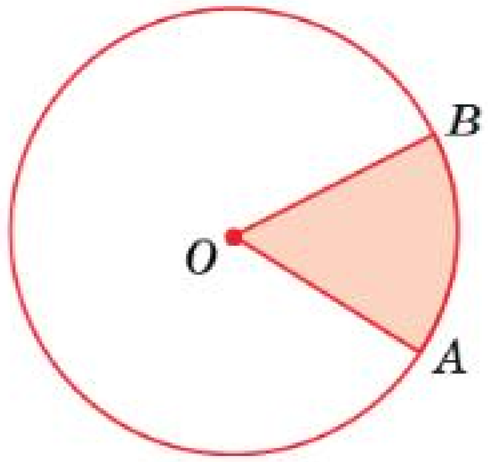
B

20.6. 20.8-сүрәттә *тәңгә* дәп атилидиған фигура тәсвирләнгән. Мошу фигуриниң ениқлимисини тәрипләңлар.

20.7. 20.9-сүрәттә *сектор* дәп атилидиған фигура тәсвирләнгән. Мошу фигуриниң ениқлимисини тәрипләңлар.



20.8-сүрәт



20.9-сүрәт

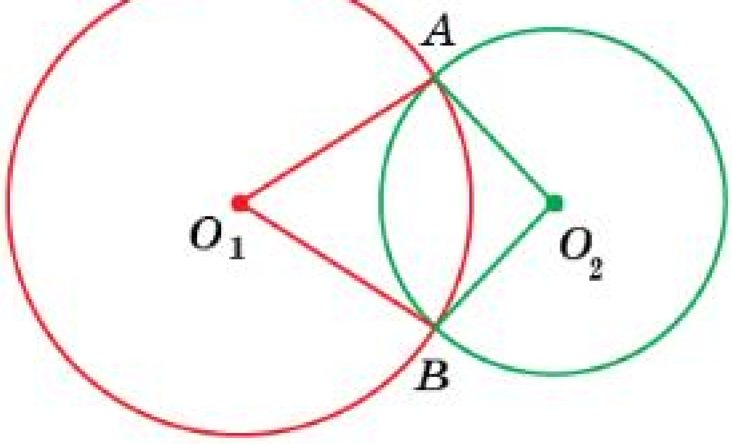
20.8. Икки чәмбәрниң мәркәзлириниң арилиғи d вә у R_1 билән R_2 радиуслириниң қошундисидин чоң. Мошу чәмбәрләрдә ятқан чекитләрниң әң кичик вә әң чоң арилиқлирини тепиңлар.

20.9. Икки чәмбәрниң мәркәзлириниң арилиғи d вә у R_1 вә R_2 радиуслириниң айримисидин кичик $R_1 - R_2$ ($R_1 > R_2$). Мошу чәмбәрләрдә ятқан чекитләрниң әң кичик вә әң чоң арилиқлирини тепиңлар.

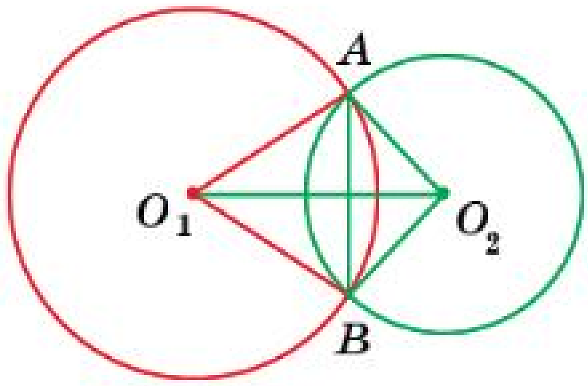
20.10. Әгәр бир маҗан ташниң радиуси 5 мм болса, узунлуғи 50 см болған мончақ тәйярлаш үчүн нәччә маҗан теши керәк болиду?

C

20.11. Мәркәзлири O_1, O_2 чекитлири болидиған икки чәмбәр A вә B чекитлиридә қийилишиду. $\angle O_1AO_2 = \angle O_1BO_2$ болидиғанлиғини испатлаңлар (20.10-сүрәт).



20.10-сүрәт



20.11-сүрәт

20.12. Мәркәзлири O_1, O_2 чекитлири болидиған икки чәмбәр A вә B чекитлиридә қийилишиду (20.11-сүрәт). O_1O_2 түзи AB түзигә перпендикуляр болидиғанлиғини испатлаңлар.

20.13. Радиуслири бирдәк үч чәмбәр бир-бири билән жүп-жүпләп яндишиду. Уларниң мәркәзлири дурус үчбулуңлуқниң чоққилири болидиғанлиғини испатлаңлар.

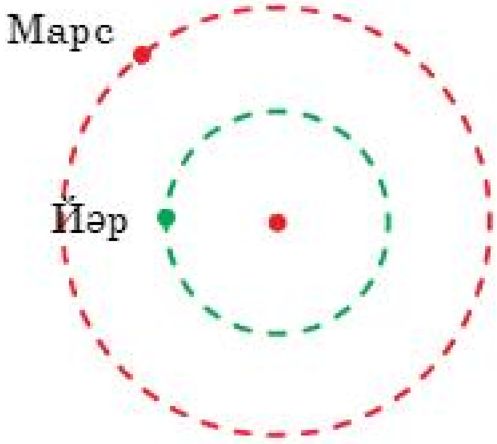
20.14. а) үч чәмбәр; ә) төрт чәмбәр; б) бәш чәмбәр бир-бири билән жүп-жүптин яндишамду?

20.15. Радиуслири бирдәк төрт чәмбәр бир-бири билән жүп-жүптин яндишамду?

20.16. а) Икки чәмбәр; ә) үч чәмбәр; б) төрт чәмбәр; в) n чәмбәр жүп-жүптин қийилишқанда әң көп дегәндә нәччә чекити болиду? Мувапиқ чәмбәрләрни қуруңлар.

20.17. а) Икки чәмбәр; ә) үч чәмбәр; б) төрт чәмбәр тәкшиликни әң көп нәччә бөләккә бөлиду? Мувапиқ бөләкләрни қуруңлар.

20.18. Йәр билән Марс Күнни һәрхил булуңлуқ илдамлиқлар билән радиуслири 150 вә 228 миллион километр болидиған дүгләк (тәхминән) орбитилар бойи билән айлиниду (20.12-сүрәт). Йәр вә Марсниң арисидики әң чоң вә әң кичик ариliқларни тепиңлар.



20.12-сүрәт

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

20.19. A вә B чекитлирини тәсвирләңлар. A вә B чекитлиригичә арилиқлири тәң болидиған чекитләрни көрситиңлар.

§ 21. ЧЕКИТЛӘРНИҢ ГЕОМЕТРИЯЛИК ОРНИ

Тәкшиликтә фигуриниң берилишиниң асасий усуллириниң бири — мошу фигуриниң чекитлири қанаәтләндүридиған хусусийәтләрни көрситиш болиду.

Чәмбәрниң ениқлимисини әскә чүширәйли. *Берилгән чекиттин бәлгүлүк арилиқта орунлашқан тәкшиликниң барлиқ чекитлиридин ибарәт геометриялик фигура чәмбәр дәп аталиду*. Бу хусусийәт: берилгән чекиттин бәлгүлүк арилиққа жирақлишиши болиду.

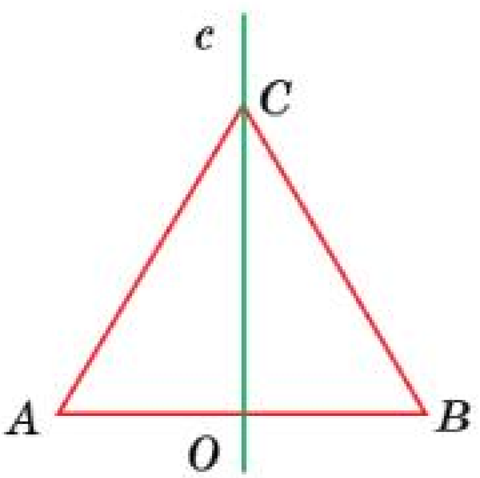
Берилгән хусусийәтни қанаәтләндүридиған барлиқ чекитләрдин ибарәт фигурилар "чекитләрниң геометриялик орни" дегән алаһидә намға егә болиду. Шундақ қилип, берилгән хусусийәтни яки бирнәччә хусусийәтни қанаәтләндүридиған барлиқ чекитләрдин ибарәт фигура *чекитләрниң геометриялик орни* дәп атилиду.

Бу ениқлимидики "берилгән хусусийәтни қанаәтләндүридиған барлиқ чекитләр" дегән сөзиниң маһийитини чүшәндүрәйли. Униң мәнаси, фигуриға тәәллуқ барлиқ чекитләр берилгән хусусийәтни қанаәтләндүриду вә әксичә, берилгән хусусийәтни қанаәтләндүридиған барлиқ чекитләр фигуриға тәәллуқ болиду. Башқичә ейтқанда, әгәр берилгән хусусийәт орунланса, шунда пәқәт шундила чекит фигуриға тәәллуқ болиду.

Шуниң билән, чәмбәр берилгән чекиттин бәлгүлүк арилиқта ятқан тәкшиликтики чекитләрниң геометриялик орни болиду.

Йәнә бирнәччә чекитләрниң геометриялик орнини қараштурайли.

Берилгән кесиндиниң *оттура перпендикуляри* дәп мошу кесиндигә перпендикуляр вә униң оттуриси арқилиқ өтидиған түзни ейтиду.



21.1-сүрәт

Оттура перпендикуляр қандақ чекитләрниң геометриялик орни екәнлигини ениқлайли.

Теорема. ***Кесиндиниң оттура перпендикуляри мошу кесиндиниң учлиридин бирдәк арилиқтики чекитләрниң геометриялик орни болиду.***

Испатлаш. AB кесиндиси вә униң оттуриси O чекити берилсун. A вә B чекитлиридин бирдәк арилиқтики чекитләрниң геометриялик орни AB кесиндисиниң оттура перпендикуляри c болидиғанлиғини көрситәйли (21.1-сүрәт).

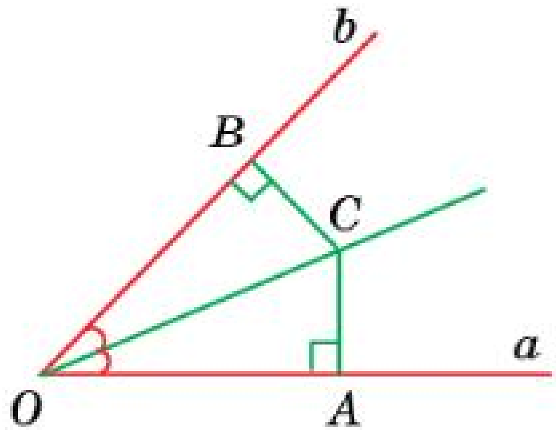
Һәқиқәтән, O чекити A, B чекитлиридин бирдәк ариliқта ятиду вә умумий перпендикулярға тәллуқ болиду. Әгәр C чекити A вә B чекитлиридин бирдәк ариliқта йетип, O чекити билән бәтләшмисә, у чағда ABC учбулуңлуғи тәң янлиқ вә CO — униң медианиси. Тәң янлиқ үчбулуңлуқниң хусусийити бойичә, униң медианисиму, егизлигиму болиду. Демәк, C чекити оттура перпендикулярға тәәллуқ.

Әксичә, C чекити оттура перпендикулярға тәәллуқ вә O чекити билән бәтләшмәйдиған болсун. Шунда, AOC вә BOC тик булуңлуқ үчбулуңлуқлири тәң (катетлири бойичә). Демәк, $AC = BC$ ■.

Кесиндини вә униң оттура перпендикулярини қуруңлар.

Теорема. ***Булуңниң биссектрисиси мошу булуңниң ичидә ятидиған вә униң тәрәплиридин бирдәк ариliқта ятидиған чекитләрниң геометриялик орни болиду.***

Испатлаш. Чоққиси O чекитидә, тәрәплири a, b болидиған булуңни қараштурайли. C чекити берилгән булуңниң ичидә ятсун. Мошу чекиттин a вә b тәрәплиригә мувапиқ CA вә CB перпендикулярлирини чүширәйли (21.2-сүрәт).



21.2-сүрәт

Әгәр $CA = CB$ болса, у чағда AOC вә BOC тик булуңлуқ үчбулуңлуқлири тәң болиду (гипотенузиси вә катети бойичә). Мошуниңдин, AOC вә BOC булуңлири тәң болиду. Демәк, C чекити булуңниң биссектрисисиға тәәллуқ.

Әксичә, әгәр C чекити булуңниң биссектрисисиға тәәллуқ болса, у чағда AOC вә BOC тик булуңлуқ үчбулуңлуқлири тәң болиду (гипотенузиси вә тар булуңи бойичә). Мошуниңдин, $AC = BC$. Демәк, C чекити берилгән булуңниң тәрәплиридин бирдәк ариliқта ятиду ■.

Булуңни вә мошу булуңниң биссектрисисини қуруңлар.

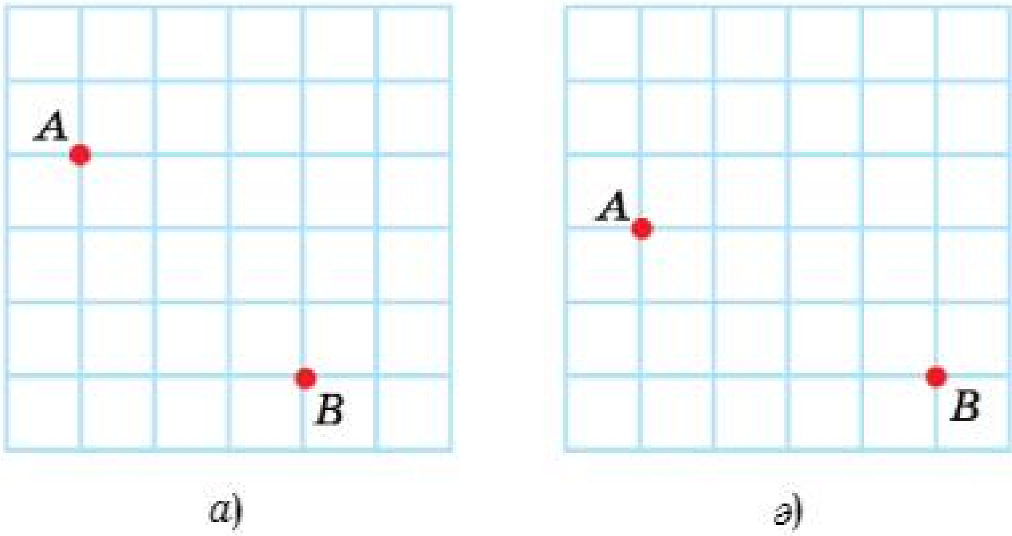
1. Чекитләрниң геометриялик орни дегинимиз немә?
2. Чекитләрниң геометриялик орни чүшәнчиси билән чәмбәрни ениқлаңлар.
3. Қандақ түз кесиндиниң оттура перпендикуляри дәп атилиду?
4. а) Кесиндиниң оттура перпендикуляри; ә) булуңниң биссектрисиси қандақ чекитләрниң геометриялик орни болиду?

Көнүкмиләр

А

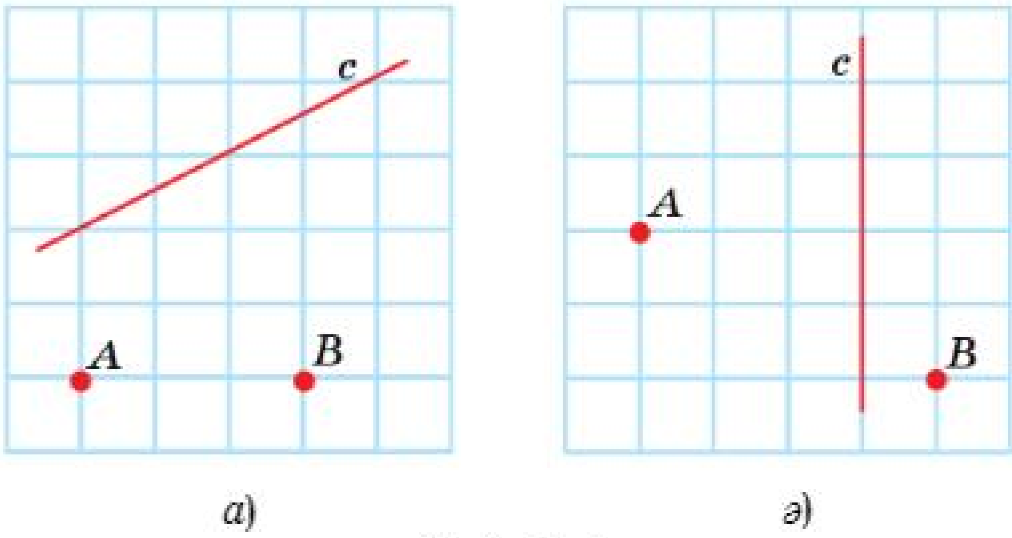
21.1. а) Кесиндә; ә) шола; б) мәркизи O вә радиуси R болидиған дүгләк; в) мәркизи O вә радиуслири R_1, R_2 ($R_1 < R_2$) болидиған төңгә қандақ чекитләрниң геометриялик орни болиду?

21.2. Чақмақ қәғәзгә A вә B чекитлиридин бирдәк ариликта ятқан чекитләрниң геометриялик орнини (ЧГО) тәсвирләңлар (21.3-сүрәт).



21.3-сүрәт

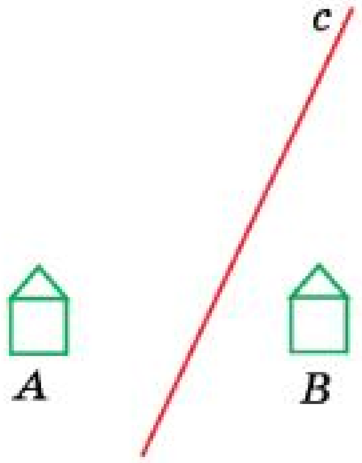
21.3. c түзидә A вә B чекитлиридин бирдәк ариликта ятқан C чекитини тәсвирләңлар (21.4-сүрәт).



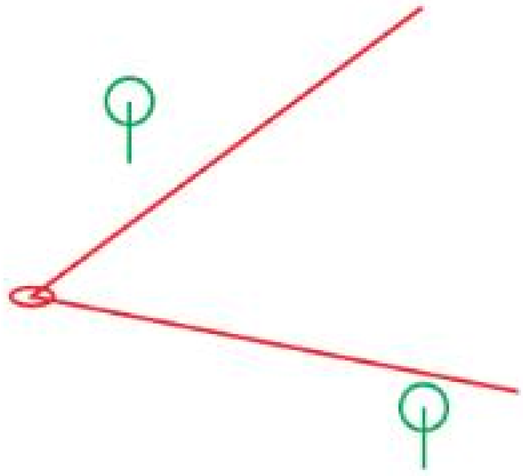
21.4-сүрәт

21.4. A, B, C, D аһалилиқ маканлири, бу йәрдә A йезиси D йезисидин җәнупқа қарап бирнәччә километр ариликта, B вә C йезилири болса A йезисидин ғәрип билән шәриққә қарап (мувапиқ) бирдәк ариликта болидиғандәк орунлашқан. B вә C йезилири D йезисидин бирдәк ариликта орунлашқини дурусму?

21.5. Икки өй йолниң һәр тәрипидә орунлашқан (21.5-сүрәт). Мошу икки өйдин бирдәк ариликта орунлишидиған автобус бекитини қайси орунға қуруш керәк?



21.5-сүрәт

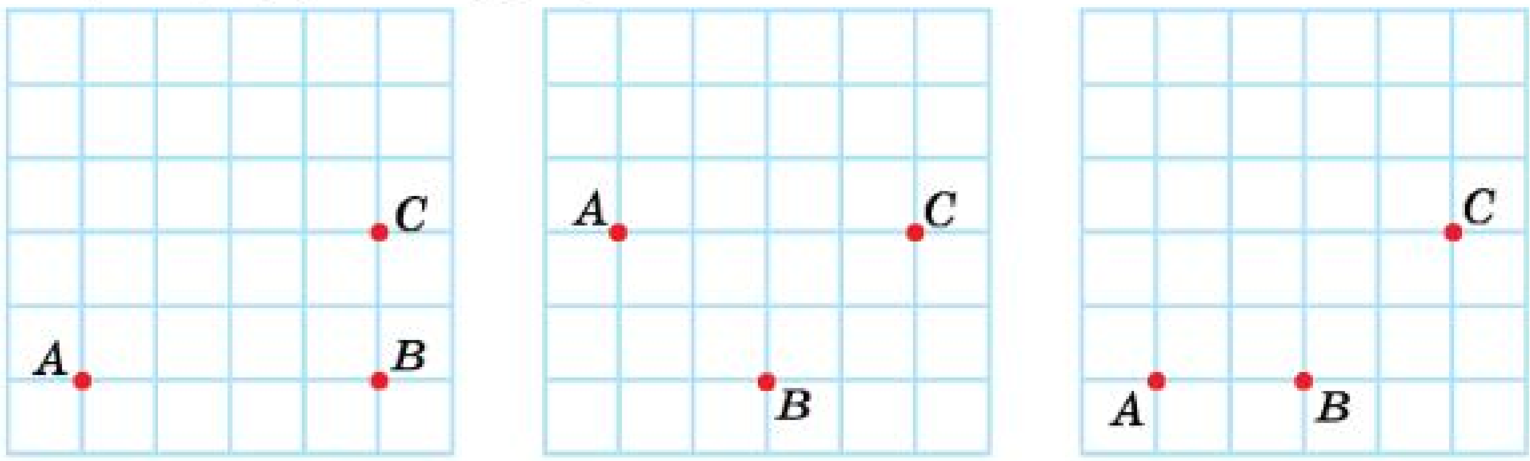


21.6-сүрәт

21.6. Алдиңларда қарақчилар ғәзнә йошурған арал хәритисиниң бөлиги көрситилгән (21.6-сүрәт). Әпсуски ғәзниниң қайси йәрдә йошурулғини бәлгүләнмигән, бирақ сақланған көрсәткүчләр (йол тармиғидики таш билән дәрәқ) арқилиқ уни ениқлашқа болиду. Ғәзнә икки йолдин вә икки дәрәқтин бирдәк арилиқта йошурулғини бәлгүлүк. Ғәзнини тапаламсиләр?

В

21.7. A, B вә C чекитлиридин бирдәк арилиқта ятқан чекитни бәлгүләңлар (21.7-сүрәт).

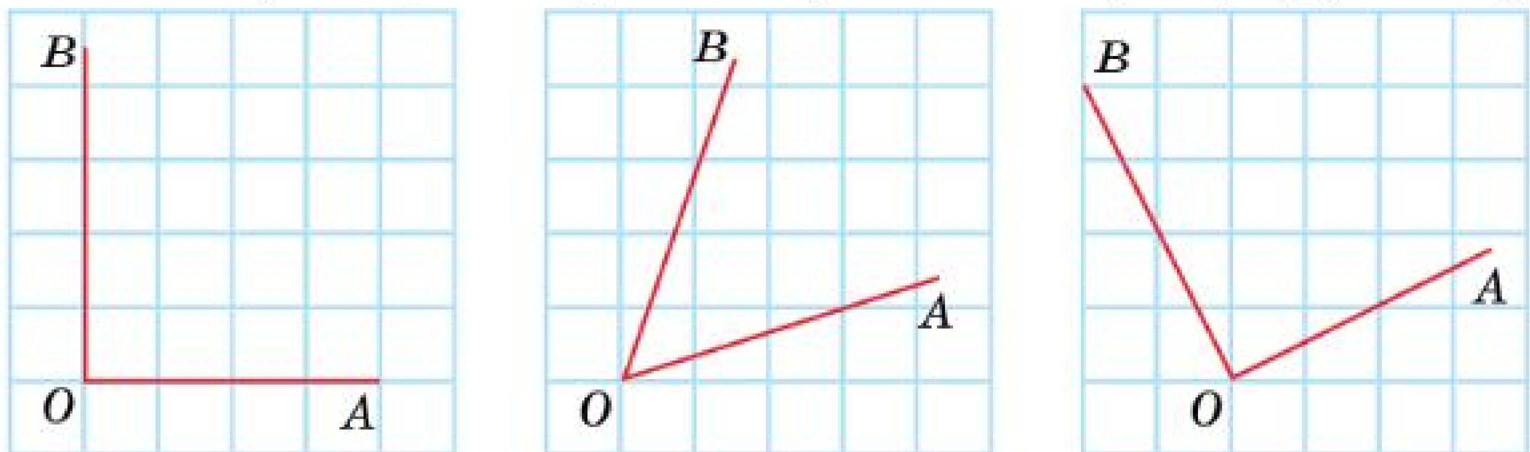


а) ә) б)

21.7-сүрәт

21.8. A вә B — тәкшиликниң чекитлири болсун. а) $AC > BC$; ә) $AC < AB$ үчүн C чекитлириниң геометриялик орнини көрситиңлар.

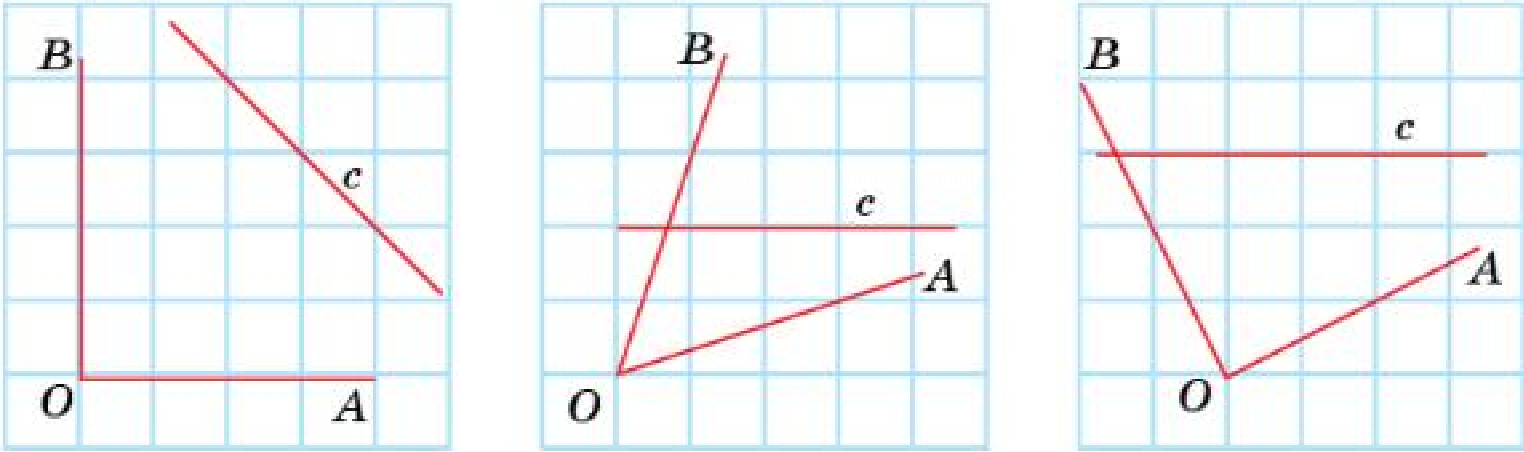
21.9. AOB булуңиниң тәрәплиридин бирдәк арилиқта ятқан ички чекитлириниң геометриялик орнини тәсвирләңлар (21.8-сүрәт).



а) ә) б)

21.8-сүрәт

21.10. *AOB* булуңиниң тәрәплиридин бирдәк ариликта ятқан *c* түзидин *C* чекитини бәлгүләңлар (21.9-сүрәт).



а) ә) б)

21.9-сүрәт

C

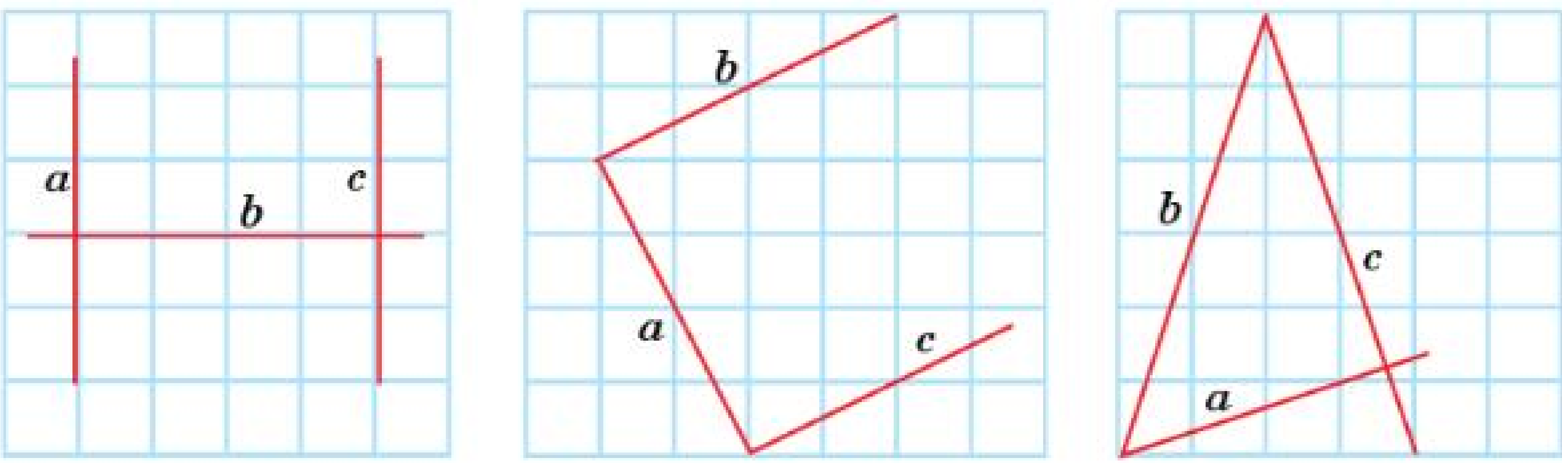
21.11. *M*, *N*, *K* аһалилиқ маканлири бир түзниң бойида орунлашмиған (21.10-сүрәт). *N* шәһири арқилиқ *M* вә *K* шәһәрлиридин бирдәк ариликта ятидиған түз сизиқлиқ йолни қандақ селишқа болиду?

21.10-сүрәт

21.12. Берилгән *A* вә *B* чекитлири арқилиқ өтидиған чәмбәрләрниң мәркәзлириниң геометриялик орнини тепиңлар.

21.13. Асаси *AB* болидиған тәң янлиқ үчбулуңлуқларниң *C* чоққилиринининң геометриялик орнини тепиңлар.

21.14. 21.11-сүрәттә тәсвирләнгән *a*, *b*, *c* үч түзидин бирдәк ариликта ятқан чекитләрни көрситиңлар.



а) ә) б)

21.11-сүрәт

21.15. Берилгән икки қийилишидиған a вә b түзлирини яндишидиған чәмбәрләрниң мәркәзлириниң геометриялик орнини тепиңлар.

21.16. Радиуси R чәмбәр берилгән. Мошу чәмбәргә яндишидиған иккинчи чәмбәрниңму радиуси R. Мошу чәмбәрләрниң мәркәзлириниң геометриялик орнини тепиңлар.

21.17. Радиуси R_1 чәмбәр берилгән. Мошу чәмбәрни радиуси Rға тәң ($R \neq R_1$) чәмбәр яндишиду. Мошу чәмбәрләр мәркәзлириниң геометриялик орнини тепиңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

21.18. Чәмбәрни вә чоққилири мошу чәмбәрниң бойида ятқан үчбулуңлуқни тәсвирләңлар.

21.19. Чәмбәрни вә тәрәплири мошу чәмбәргә яндишидиған үчбулуңлуқни тәсвирләңлар.

§ 22. ҮЧБУЛУҢЛУҚҚА ТЕШИДИН СИЗИЛҒАН ЧӘМБӘР. ҮЧБУЛУҢЛУҚҚА ИЧИДИН СИЗИЛҒАН ЧӘМБӘР

Әгәр үчбулуңлуқниң барлиқ чоққилири чәмбәрниң бойида ятса, у чағда чәмбәр үчбулуңлуққа *тешидин сизилған* яки үчбулуңлуқ чәмбәргә *ичидин қурулған* дәп атилиду (22.1-сүрәт).

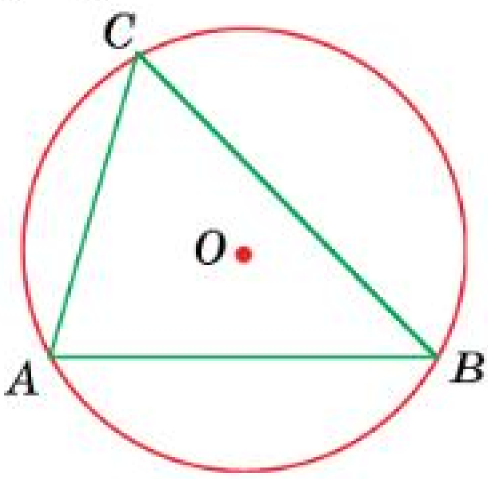
Қандақту бир үчбулуңлуқ қуруңлар. Униңға тешидин чәмбәр сизип көрүңлар.

Қандақ ойлайсиләр, халиған үчбулуңлуққа тешидин чәмбәр сизишқа боламду?

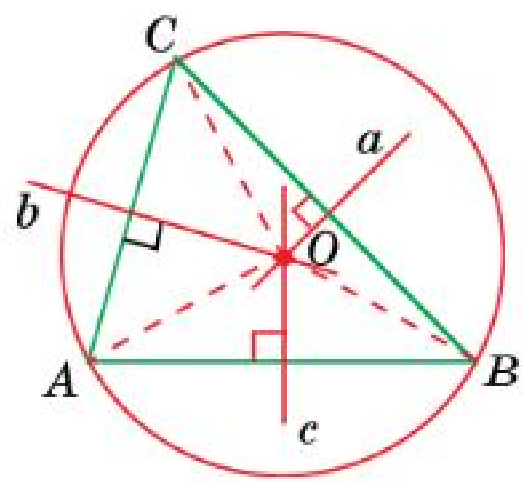
Мошу соалға жавапни төвәндики теорема бериду.

Теорема. ***Һәрқандақ үчбулуңлуққа тешидин чәмбәр сизишқа болиду. Униң мәркизи үчбулуңлуқниң тәрәплиригә чүширилгән оттура перпендикулярлириниң қийилишиш чекити болиду.***

Испатлаш. ABC үчбулуңлуғини қараштурайли. AB вә AC тәрәплиригә мувапиқ c вә b оттура перпендикулярлирини жүргүзимиз (22.2-сүрәт).



22.1-сүрәт



22.2-сүрәт

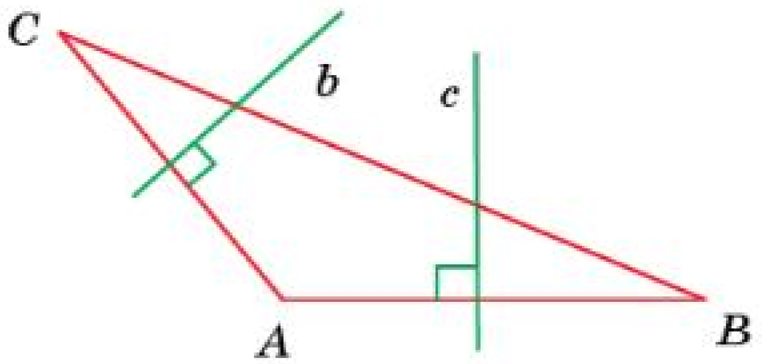
Уларниң кийилишиш O чекити тешидин сизилған чәмбәрниң мәркизи болидиғанлиғини испатлайли. Униң үчүн $OA = OB = OC$ тәңлигиниң орунлинишини тәкшүрсәк йетәрлик. Һәқиқәтән, O чекити AB кесиндисигә чүширилгән c оттура перпендикуляриға тәәллуқ болғанлиқтин, A вә B чоққилиридин бирдәк арилиқта ятиду, йәни $OA = OB$. O чекити AC кесиндисигә чүширилгән b оттура перпендикуляриға тәәллуқ болғанлиқтин, у A вә C чоққилиридин бирдәк арилиқта ятиду, йәни $OA = OC$. Демәк, O чекити ABC үчбулуңлуғиниң A, B, C чоққилиридин бирдәк арилиқта орунлашқан, йәни $OA = OB = OC$. Әнди $OB = OC$ тәңлигидин O чекити BC кесиндисигә чүширилгән A оттура перпендикуляриға тәәллуқ екәнлигини байқаймиз. Шуниң билән, барлиқ үч оттура перпендикулярлар бир O чекитидә кийилишиду. Мәркизи мошу чекиттә вә радиуси $R = OA = OB = OC$ болидиған чәмбәр, издәлгән тешидин сизилған чәмбәр болуп һесаплиниду.

Параллельлиқ аксиомини вә қарши җоруш усулини пайдилинип, үчбулуңлуқниң икки тәрипигә чүширилгән оттура перпендикулярлар кийилишидиғанлиғини испатлайли. ABC — үчбулуңлуқ, c вә b — мувапиқ AB вә AC тәрәплиригә чүширилгән оттура перпендикулярлири болсун (22.3-сүрәт).

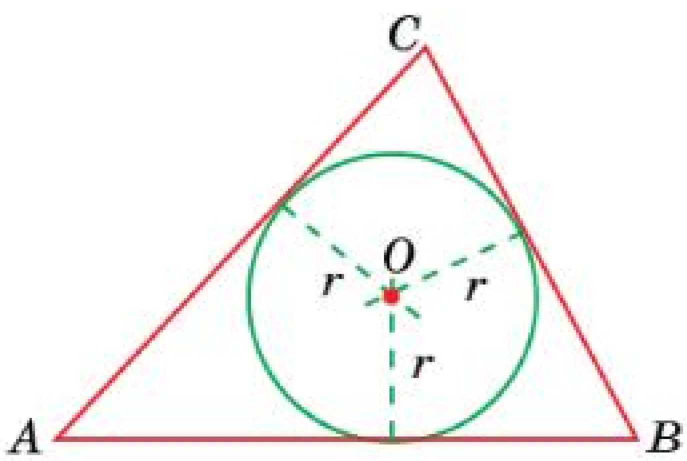
b вә c түзлири кийилишмайду дәйли, демәк, улар параллель. AB түзи c түзигә перпендикуляр. AC түзи b түзигә перпендикуляр, демәк, униңға c түзиму параллель. Шундақ қилип, AB вә AC түзлири бир c түзигә перпендикуляр болиду. Бирақ чекиттин түзгә җүргүзүлгән перпендикулярниң ялғузлуғи тоғрилиқ теорема бойичә, улар бәтлишиши керәк. Лекин, бу түзләр кийилишиду. Мошуниңдин, b вә c түзлири параллель дегинимиз дурус әмәс. Демәк, улар кийилишиду ◪.

Тар булуңлуқ вә кәң булуңлуқ үчбулуңлуқларға тешидин сизилған чәмбәрләрни қуруңлар.

Әгәр үчбулуңлуқниң барлиқ тәрәплири чәмбәргә яндишидиған болса, у чағда чәмбәр үчбулуңлуққа *ичидин сизилған* яки үчбулуңлуқ чәмбәргә *тешидин сизилған* дәп атилиду (22.4-сүрәт).



22.3-сүрәт



22.4-сүрәт

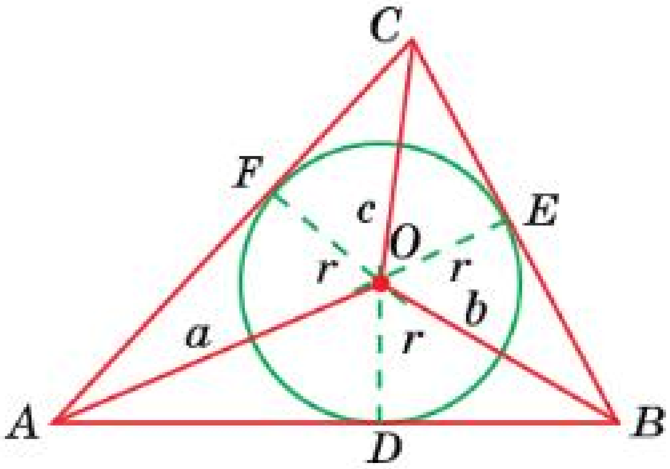
Қандақту бир үчбулуңлуқ қуруңлар. Униңға ичидин чәмбәр сизип көрүңлар.

Қандақ ойлайсиләр, һәрқандақ үчбулуңлуққа ичидин чәмбәр сизишқа боламду?

Мошу соалға җавапни төвәндики теорема бериду.

Теорема. ***Һәрқандақ үчбулуңлуққа ичидин чәмбәр сизишқа болиду. Униң мәркизи үчбулуңлуқниң биссектрисилириниң қийилишиш чекити болиду.***

Испатлаш. ABC учбулуңлуғини қараштурайли вә униң A вә B чоққилиридин мувапиқ a вә b биссектрисилирини жүргүзәйли (22.5-сүрәт).



22.5-сүрәт

Биссектрисилириниң қийилишиш O чекити ичидин сизилған чәмбәрниң мәркизи болидиғанлиғини испатлайли. Униң үчүн O чекитидин ABC үчбулуңлуғиниң тәрәплиригә чүширилгән OD, OE вә OF перпендикуляриниң тәңлигини яки O чекити ABC учбулуңлуғиниң тәрәплиридин бирдәк арилиқта ятидиғанлиғини тәкшүрсәк йетәрлик. Һәқиқәтән, O чекити a биссектрисисиға тәәллуқ болғанлиқтин, у AB вә AC тәрәплиридин бирдәк арилиқта ятиду. O чекити b биссектрисисиға тәәллуқ болғанлиқтин, у AB вә BC тәрәплиридин бирдәк арилиқта ятиду. Демәк, O чекити ABC үчбулуңлуғиниң барлиқ тәрәплиридин бирдәк арилиқта орунлашқан. O чекити BC вә AC тәрәплиридин бирдәк арилиқта болғанлиқтин, C булуңиниң c биссектрисисида ятидиғанлиғи чиқиду, йәни үч биссектриса бир O чекитидә қийилишиду. Мәркизи мошу чекит вә радиуси $r = OD = OE = OF$ болидиған чәмбәр издәлгән ичидин сизилған чәмбәр болуп һесаплиниду.

Тар булуңлуқ вә кәң булуңлуқ үчбулуңлуқларға ичидин сизилған чәмбәрләрни қуруңлар.

1. Қандақ чәмбәр үчбулуңлуққа тешидин сизилған дәп атилиду?
2. Қандақ үчбулуңлуқ чәмбәргә ичидин сизилған дәп атилиду?
3. Қандақ чәмбәр үчбулуңлуққа ичидин сизилған дәп атилиду?
4. Қандақ үчбулуңлуқ чәмбәргә тешидин сизилған дәп атилиду?
5. Қандақ чекит үчбулуңлуққа тешидин сизилған чәмбәрниң мәркизи болиду?
6. Қандақ чекит үчбулуңлуққа ичидин сизилған чәмбәрниң мәркизи болиду?

Көнүкмиләр

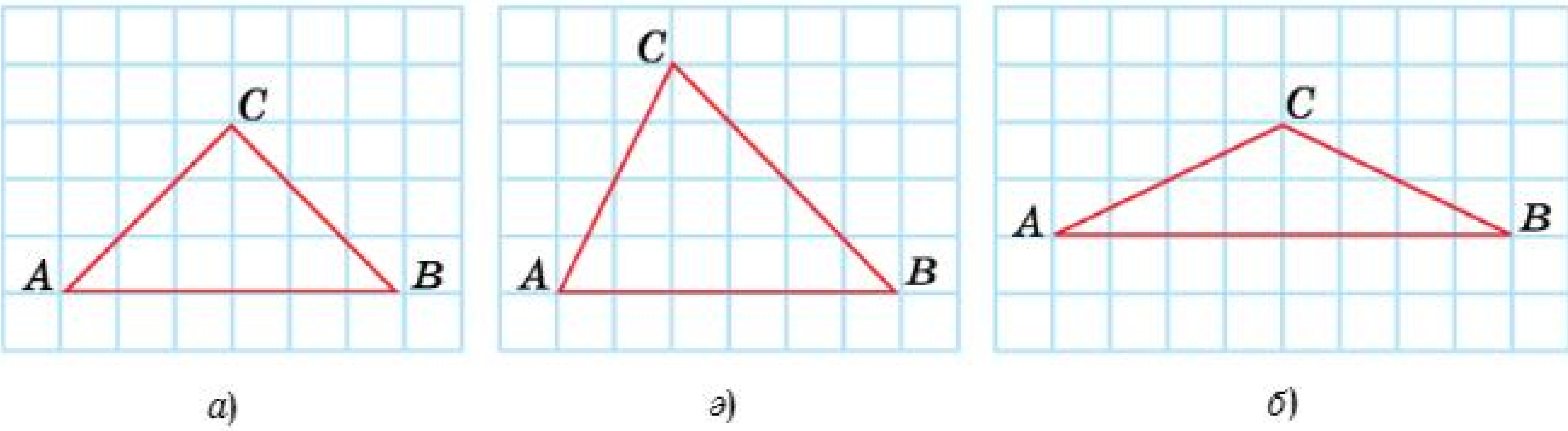
A

22.1. Үчбулуңлуққа ичидин сизилған чәмбәрниң мәркизи мошу үчбулуңлуқтин ташқири йетиши мүмкинму?

22.2. Үчбулуңлуққа тешидин сизилған чәмбәрниң мәркизи:
а) үчбулуңлуқниң ичидә;
ә) үчбулуңлуқниң тәрипидә;
б) үчбулуңлуқтин ташқири йетиши мүмкинму? Мисал кәлтүрүңлар.

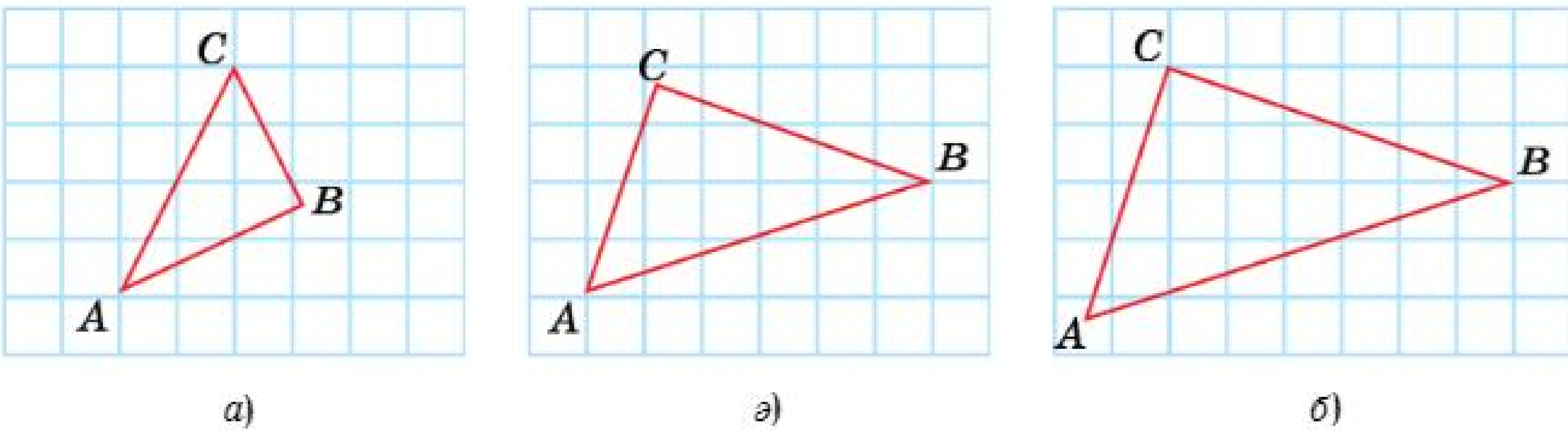
B

22.3. 22.6-сүрәттә тәсвирләнгән үчбулуңлуқларға тешидин сизилған чәмбәрләрниң мәркәзлирини қуруңлар.



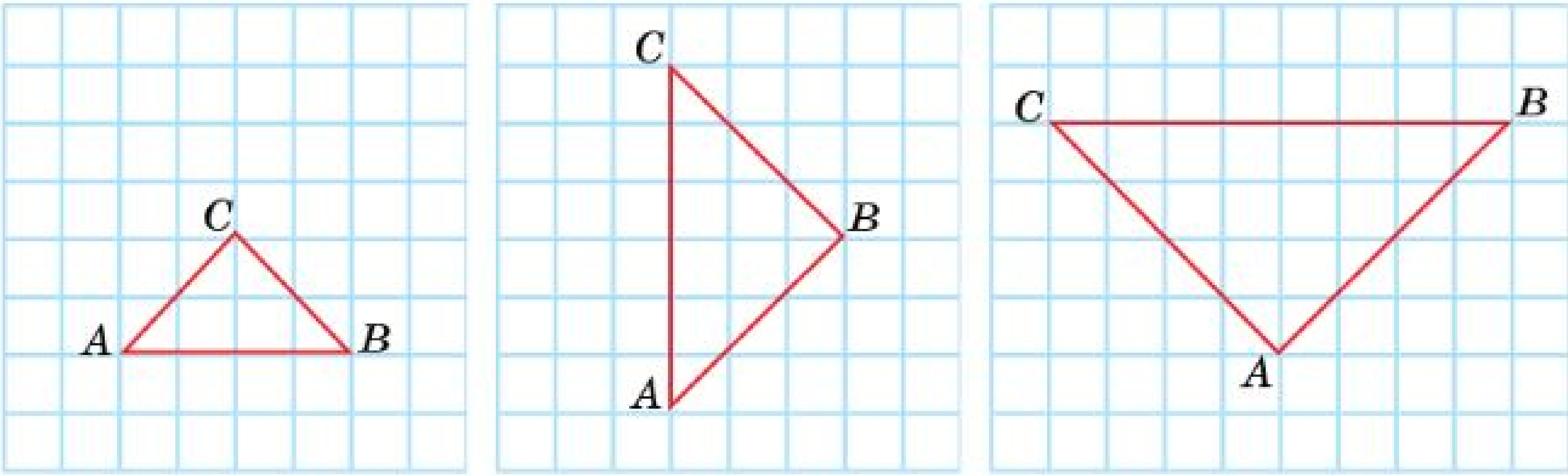
22.6-сүрәт

22.4. 22.7-сүрәттә тәсвирләнгән үчбулуңлуқларға ичидин сизилған чәмбәрләрниң мәркизини қуруңлар.



22.7-сүрәт

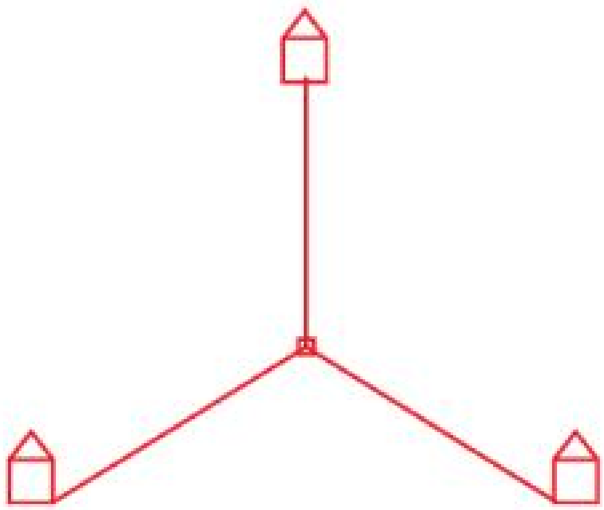
22.5. 22.8-сүрәттә тәсвирләнгән үчбулуңлуққа тешидин сизилған чәмбәрниң радиусини тепиңлар (чақмақниң тәрипи 1гә тәң).



а) ә) б)

22.8-сүрәт

22.6. Тик булуңлуқ тәң янлиқ үчбулуңлуқниң чоққилирида орунлашқан A, B вә C үч өйниң турғунлири һәр өйдин бирдәк ариliқта болидиғандәк умумий қудуқ қазмақчи (22.9-сүрәт). Улар қудуқни қәйәрдин қезиши керәк?



22.9-сүрәт

C

22.7. Тәң янлиқ үчбулуңлуққа ичидин сизилған чәмбәрниң мәркизи, мошу үчбулуңлуқниң асасиға қарши ятқан чоққисидин чүширилгән егизликкә тәәллуқ екәнлигини испатлаңлар.

22.8. Тәң янлиқ үчбулуңлуққа тешидин сизилған чәмбәрниң мәркизи, мошу үчбулуңлуқниң асасиға қарши ятқан булуңниң биссектрисисиға тәәллуқ екәнлигини испатлаңлар.

22.9. Әгәр үчбулуңлуққа тешидин сизилған чәмбәрниң мәркизи үчбулуңлуқниң бир медианисиға тәәллуқ болса, у чағда үчбулуңлуқниң түрини ениқлаңлар.

22.10. Әгәр үчбулуңлуққа ичидин сизилған чәмбәрниң мәркизи үчбулуңлуқниң бир егизлигигә тәәллуқ болса, у чағда үчбулуңлуқниң түрини ениқлаңлар.

22.11. Әгәр үчбулуңлуққа ичидин вә тешидин сизилған чәмбәрниң мәркәзлири бәтләшсә, у чағда үчбулуңлуқниң түрини ениқлаңлар.

Геометрия

22.12. Тәң янлиқ үчбулуңлуққа ичидин сизилған чәмбәр униң бир ян тәрипини яндишиш чекитидә асасидин башлап санифанда узунлуқлири 5 см вә 4 см болидиған икки кесиндигә бөлиду. Үчбулуңлуқниң периметрини тепиңлар.

22.13. Гипотенузиси 10 см болидиған тик булуңлуқ тәң янлиқ үчбулуңлуққа тешидин сизилған чәмбәрниң радиусини тепиңлар.

22.14. Ян тәрәплири 4 см, уларниң арисидики булуң 120° болидиған тәң янлиқ үчбулуңлуққа тешидин сизилған чәмбәрниң радиусини тепиңлар.

22.15. Тәрәплири 3 см, 4 см, 5 см болидиған тик булуңлуқ үчбулуңлуққа ичидин сизилған чәмбәрниң радиусини тепиңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

22.16. *AB* кесиндисини қуруңлар. Мәркизи *A* чекити вә радиуси *AB* болидиған чәмбәрни тәсвирләңлар. Мәркизи *B* чекити вә радиуси *BA* болидиған чәмбәрни тәсвирләңлар. Мошу чәмбәрләрниң кийилишиш чекитлири арқилиқ түз жүргүзүңлар. Мошу түз тоғрилиқ немә ейтишқа болиду?

§ 23. ҚУРУШҺЕСАПЛИРИ

Сизғуч билән циркуль геометриялик қурушлар үчүн асасий сизиш қураллири болуп һесаплиниду.

Сизғучниң ярдими билән берилгән икки чекит арқилиқ түз жүргүзүлиду. Циркульниң ярдими билән берилгән мәркизи вә радиуси бойичә чәмбәр селиниду. Айрим һаләттә, циркульниң ярдими билән шолида униң башлинишидин берилгән кесиндигә тәң кесиндини қурушқа болиду.

Қуруш һесаплирини йешиш, қаидә бойичә төрт басқучтин ибарәт:

1. Һесапниң шәртини ***тәһлил қилиш,*** издәлгән фигурини қурушқа мүмкинчилик беридиған бағлинишларни тепиштин ибарәт.

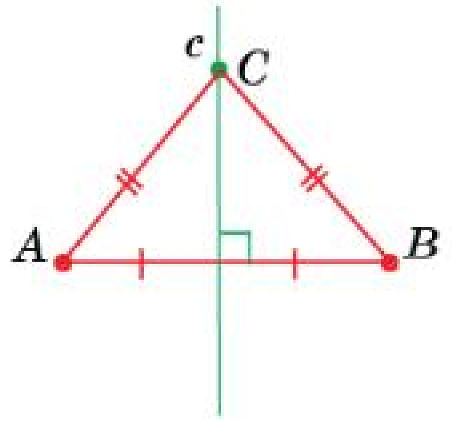
2. ***Қуруш.*** У издәлгән фигурини қуруш үчүн орунлашқа йетәрлик асасий қурушларниң бир қелиплиқлиғини көрситиштин ибарәт.

3. ***Испатлаш*** қурулған фигуриниң һесапниң барлиқ шәртлирини қанаәтләндүридиғанлиғини ениқлаштин ибарәт.

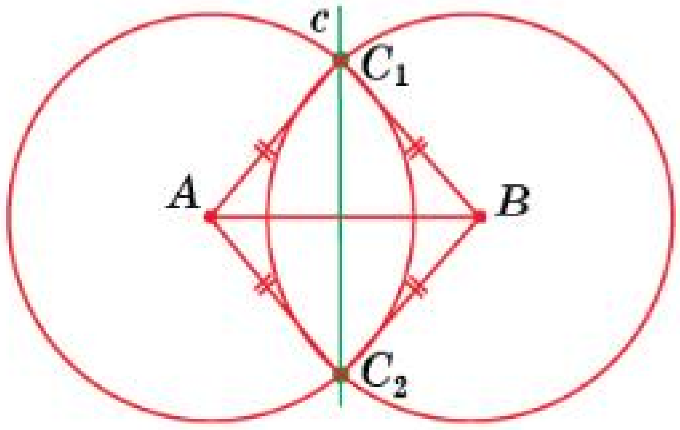
4. ***Тәһлил қилиш*** қурушни һәрқачанла тәһлил қилип елинған усул билән орунлашқа болидиғини вә һесапниң нәччә йешими болидиғини ениқлиниду.

Сизғуч вә циркульниң ярдими билән бәзибир геометриялик қуруш һесаплирини қараштурайли.

1-һесап. Берилгән кесиндиниң оттура перпендикулярини селиңлар.



23.1-сүрәт



23.2-сүрәт

Йешими. *Тәһлил қилиш.* AB — берилгән кесиндә болсун. c оттура перпендикуляри қурулди дәп һесаплайли (23.1-сүрәт).

У мошу кесиндиниң A вә B учлиридин бирдәк арилиқта ятқан C чекитлириниң геометриялик орни болиду. Демәк, мәркәзлири A вә B чекитлири болидиған радиуслири бирдәк вә қийилишидиған икки чәмбәр жүргүзсәк, уларниң қийилишиш чекитлири издәлгән оттура перпендикулярға тәәллуқ болиду.

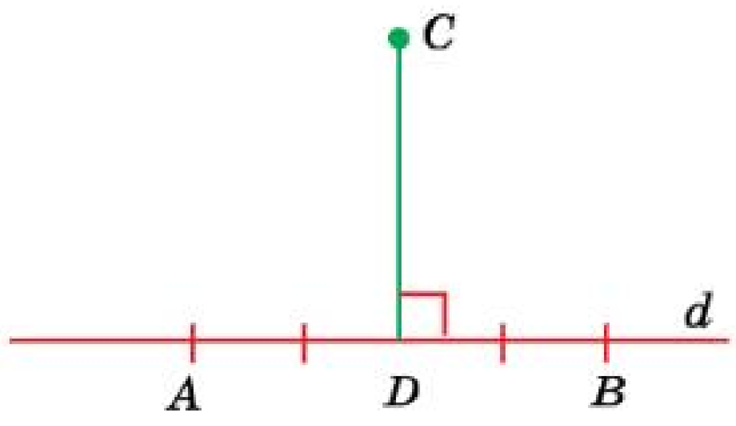
Қуруш. Мәркәзлири A, B чекитлири вә радиуси ABниң йеримидин чоң болидиған чәмбәрләрни қурайли (23.2-сүрәт).

AB түзиниң һәр тәрипидә ятқан чәмбәрләрниң қийилишиш чекитлирини C_1 вә C_2 арқилиқ бәлгүләйли. C_1C_2 түзини жүргүзимиз. У издәлгән AB кесиндисиниң оттура перпендикуляри болиду.

Испатлаш. Селинған C_1 вә C_2 чекитлири AB кесиндисиниң учлиридин бирдәк арилиқта болиду. Ундақ болса, улар оттура перпендикулярға тәәллуқ, демәк, C_1C_2 түзи, һәқиқәтән, издәлгән оттура перпендикуляр болуп һесаплиниду.

Тәһлил қилиш. Чәмбәрниң мәркәзлириниң арисидики арилиқ мошу чәмбәрләрниң радиуслириниң қошундисидин кичик вә уларниң айримисидин чоң болғанлиқтин, бу чәмбәрләр қийилишиду, йәни умумий икки чекити бар болиду. Демәк, қуруш ялғуз.

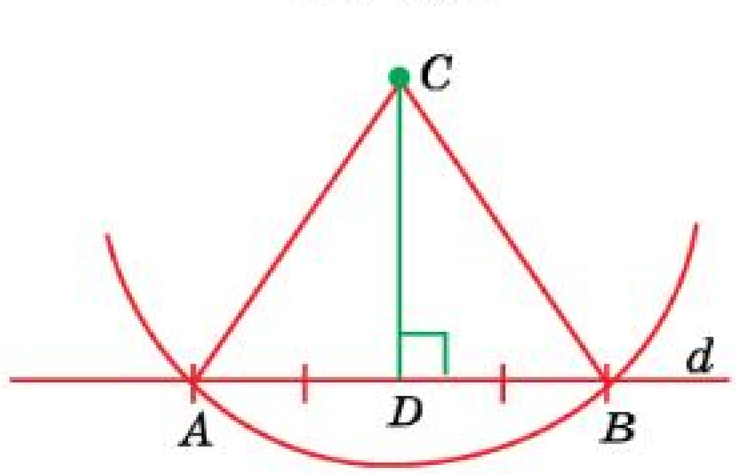
2-һесап. Берилгән түздә ятмайдиған берилгән чекиттин мошу түзгә перпендикуляр чүшириңлар.



23.3-сүрәт

Йешими. *Тәһлил қилиш.* C — берилгән чекит, d — берилгән түз болсун. CD перпендикуляри қурулди дәп пәрәз қилайли (23.3-сүрәт). Әгәр d түзигә тәәллуқ A вә B чекитлири D чекитидин бирдәк арилиқта ятса, у чағда CD түзи AB кесиндисиниң оттура перпендикуляри болиду.

Қуруш. A вә B чекитлирини қуруш үчүн мәркизи C чекити вә радиуси C чекитидин d түзигичә арилиқтин чоң болидиған чәмбәр қуримиз (23.4-сүрәт).



23.4-сүрәт

Бу һаләттә чәмбәр d түзини икки чекиттә қийип өтиду. Уларни A вә B дәп бәлгүләйли. 1-мәсилә бойичә, AB кесиндисиниң оттура перпендикулярини қурайли. C чекити A вә B чекитлиридин бирдәк арилиқта болғанлиқтин, у мошу оттура перпендикулярға тәәллуқ болиду. Оттура перпендикулярниң d түзи билән қийилишиш чекитини D дәп бәлгүләйли. CD кесиндиси издәлгән C чекитидин d түзигә чүширилгән перпендикуляр болуп һесаплиниду.

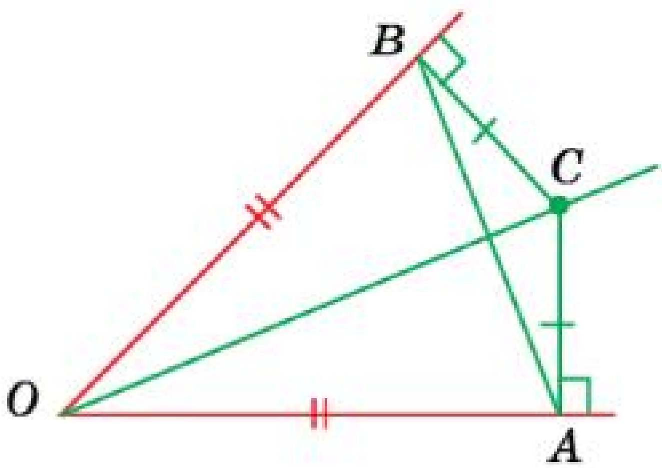
Испатлаш вә тәһлил қилишни өзәңлар жүргүзүңлар.

3-һесап. Берилгән булуңниң биссектрисисини қуруңлар.

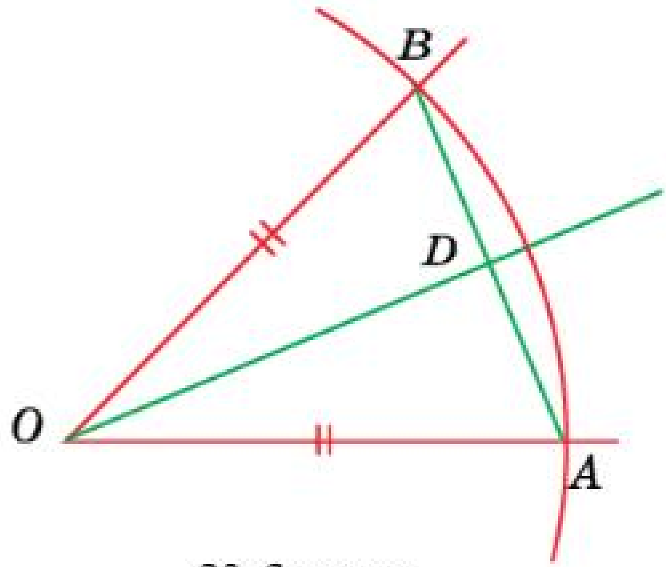
Йешими. *Тәһлил қилиш.* O булуңи берилсун. Униң биссектрисиси селинди дәп пәрәз қилайли. У мошу булуңниң тәрәплиридин бирдәк ариլиқта ятқан С ички чекитлириниң геометриялик орни болиду (23.5-сүрәт), йәни C чекитидин булуңниң тәрәплиригә чүширилгән CA вә CB перпендикулярлири тәң болиду.

OAC вә OBC тик булуңлуқ үчбулуңлуқларниң тәңлигидин (гипотенузиси вә катети бойичә), $OA = OB$ екәнлиги чиқиду. Асаси AB болидиған OAB тәң янлиқ үчбулуңлуқта O чоққисидин жүргүзүлгән биссектриса медианиси вә егизлиги болиду. Демәк, биссектриса AB кесиндисиниң оттура перпендикулярида ятиду.

Қуруш. Мәркизи берилгән булуңниң O чоққисида болидиған булуңниң тәрәплирини A вә B чекитлиридә қийидиған чәмбәр қурайли (23.6-сүрәт). AB кесиндисиниң оттура перпендикулярини жүргүзәйли. Берилгән булуңниң ичидә ятқан униң бөлиги издәлгән биссектриса болуп һесаплиниду.



23.5-сүрәт



23.6-сүрәт

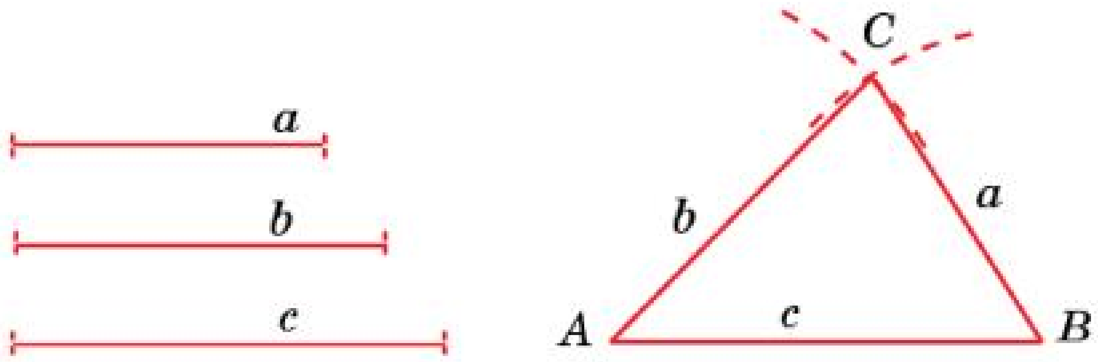
Испатлаш вә тәһлил қилишни өзәңлар жүргүзүңлар.

4-һесап. Берилгән $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$ тәрәплири бойичә ABC үчбулуңлуғини қуруңлар.

Йешими. *Тәһлил қилиш.* Әгәр үч кесиндиниң һәрқайсиси қалған иккисиниң қошундисидин кичик вә айримисидин чоң болса, у чағда бу кесиндиләр үчбулуңлуқниң тәрәплири болидиғанлиғини әскә чүширәйли.

Қуруш. Мошу шәртләрни қанаәтләндүридиған a, b вә c кесиндилири берилсун. Түз жүргүзүп, униң бойидин A чекитини бәлгүләйли. Мошу түзниң бойидин циркульниң ачиси билән өлчәп c кесиндисигә тәң AB кесиндисини қуримиз. Андин кейин циркульниң мәркизи A чекити болидиған, радиуси b кесиндисигә тәң чәмбәр қуримиз. Циркульниң ачиси билән өлчәп a кесиндисигә тәң радиус билән мәркизи B чекити болидиған чәмбәр қуримиз. Мошу чәмбәрләрниң қийилишиш чекитини C арқилиқ бәлгүләйли вә A, B чекитлирини кесиндиләр билән қошайли. ABC издәлгән үчбулуңлуқ болиду (23.7-сүрәт).

Испатлаш вә тәһлил қилишини өзәңлар жүргүзүңлар.



23.7-сүрәт

1. Геометриялик фигуриларни қуруш үчүн қандақ қураллар қоллинилиду?
2. Қандақ қурушлар: а) сизғучниң; ә) циркульниң ярдими билән орунлиниду?
3. Кесиндиниң оттура перпендикулярини қандақ қурушқа болиду?
4. Берилгән чекиттин берилгән түзгә перпендикулярни қандақ чүширишкә болиду?
5. Булуңниң биссектрисисини қандақ қурушқа болиду?
6. Үч тәрипи бойичә үчбулуңлуқни қандақ қурушқа болиду?

Көнүкмиләр

A

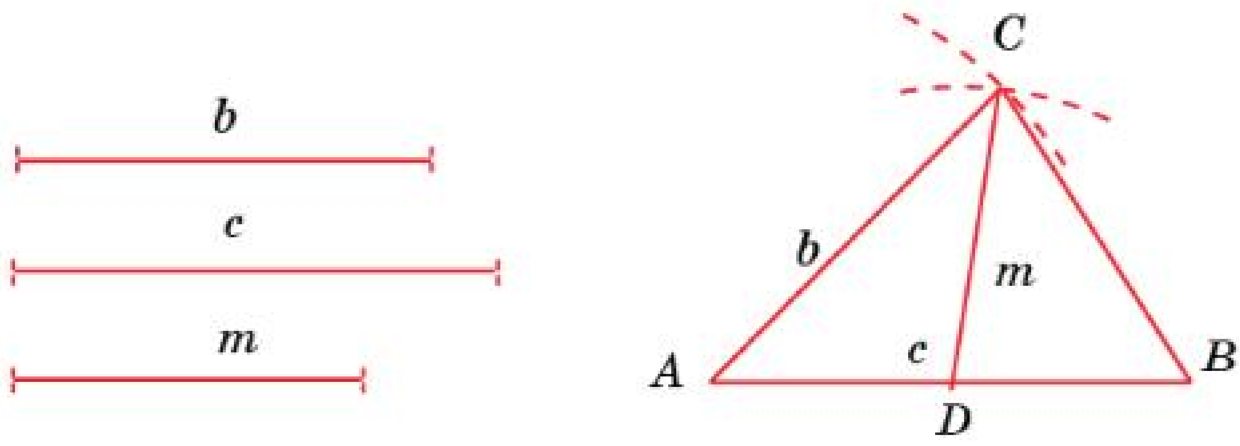
23.1. Берилгән кесиндигә тәң кесиндини қуруңлар.
23.2. Берилгән кесиндиниң оттурисини қуруңлар.

B

23.3. Берилгән түзгә тәәллуқ берилгән чекит арқилиқ мошу түзгә перпендикуляр түз жүргүзүңлар.
23.4. Берилгән икки тәрипи вә уларниң арисидики булуңи бойичә ABC үчбулуңлуғини қуруңлар.
23.5. Берилгән бир тәрипи вә униңға яндаш ятқан икки булуңи бойичә ABC үчбулуңлуғини қуруңлар.
23.6. Берилгән булуңға тәң булуңни қуруңлар.

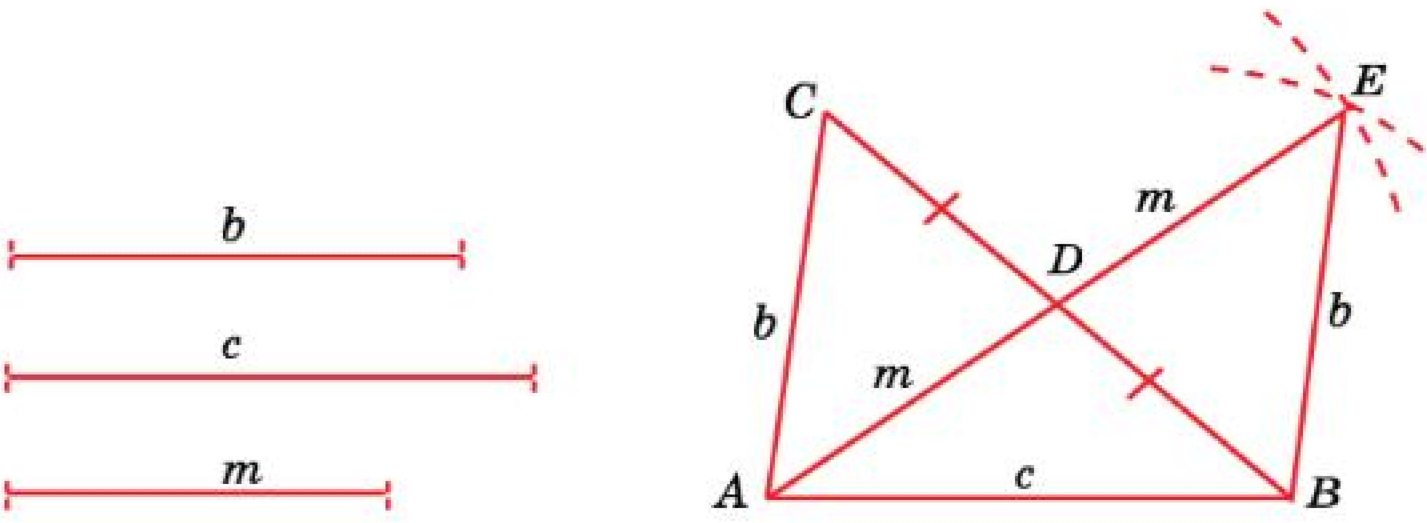
C

23.7. 23.8-сүрәттә берилгән $AB = c$, $AC = b$ икки тәрипи вә $CD = m$ медианиси бойичә ABC үчбулуңлуғини қандақ қурушқа болидиғанлиғини чүшәндүрүңлар.



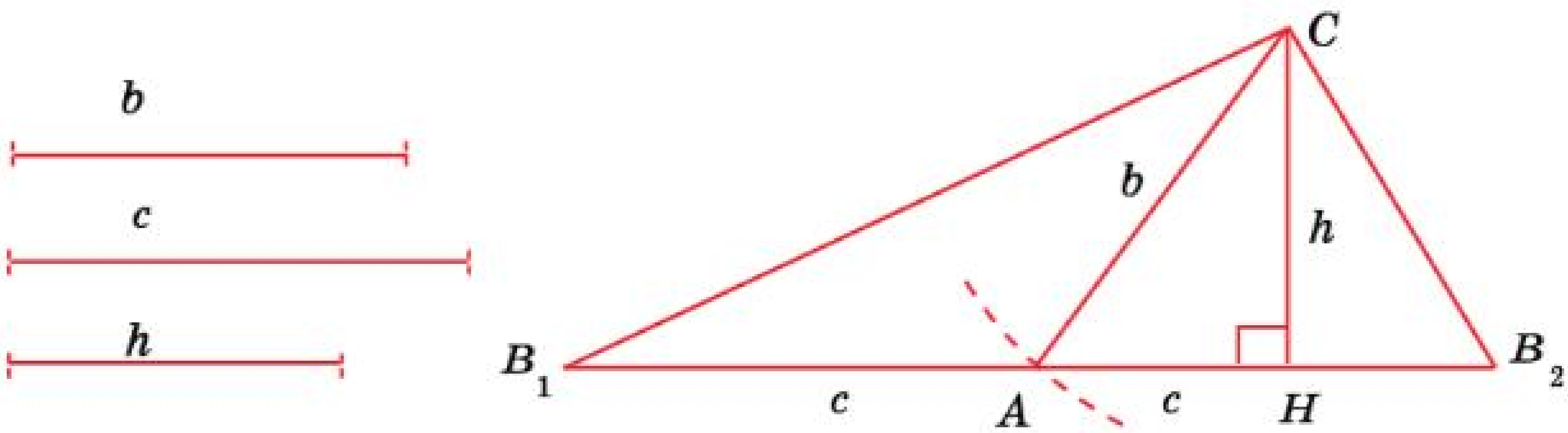
23.8-сүрәт

23.8. 23.9-сүрәттә берилгән $AB = c$, $AC = b$ икки тәрипи вә $AD = m$ медианиси бойичә ABC үчбулуңлуғини қандақ қурушқа болидиғанлиғини чүшәндүрүңлар.



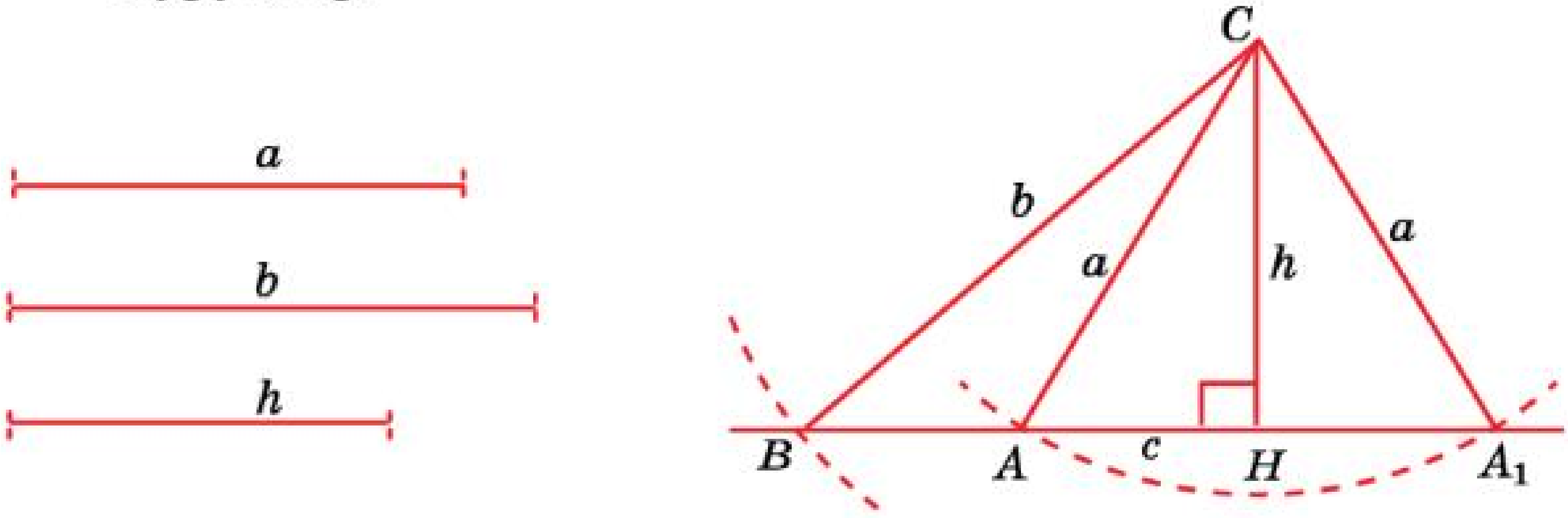
23.9-сүрәт

23.9. 23.10-сүрәттә берилгән $AB = c$, $AC = b$ икки тәрипи вә $CH = h$ егизлиги бойичә ABC үчбулуңлуғини қандақ қурушқа болидиғанлиғини чүшәндүрүңлар.



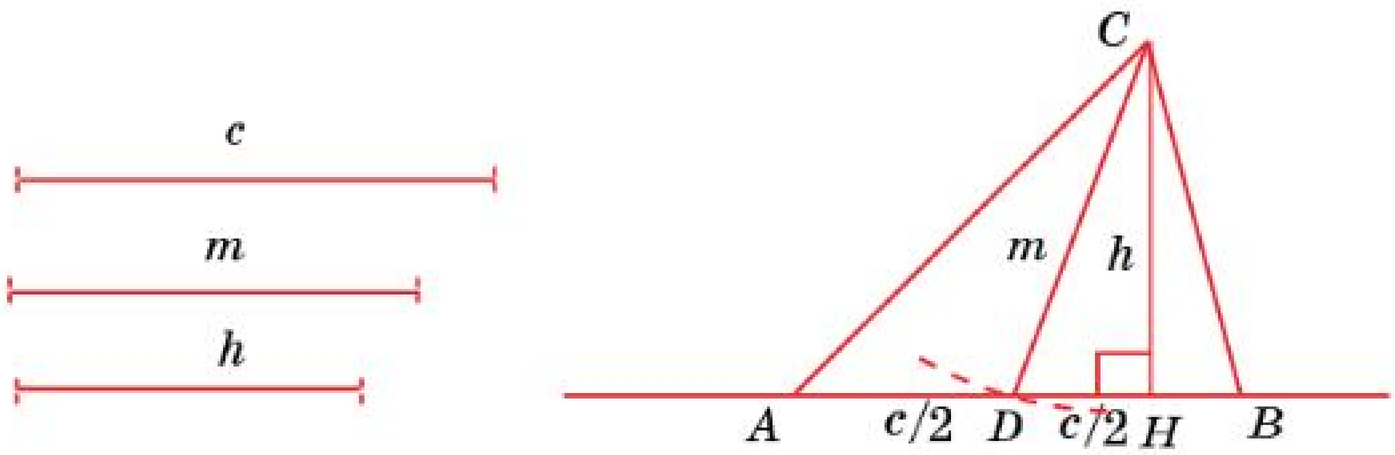
23.10-сүрәт

23.10. 23.11-сүрәтни пайдилинип, берилгән $AC = a$, $BC = b$ икки тәрипи вә $CH = h$ егизлиги бойичә ABC үчбулуңлуғини қуруңлар.



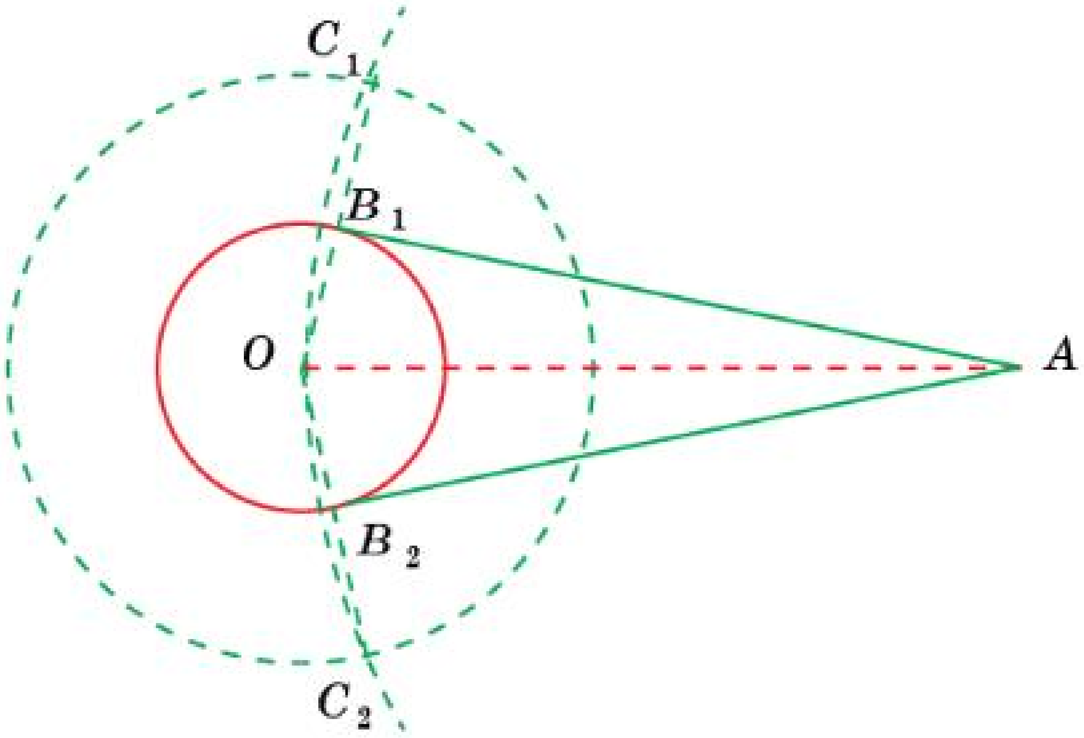
23.11-сүрәт

23.11. 23.12-сүрәтни пайдилинип, берилгән $AB = c$ тәрипи, $CD = m$ медианиси, $CH = h$ егизлиги бойичә ABC үчбулуңлуғини қуруңлар.



23.12-сүрәт

23.12. 23.13-сүрәтни пайдилинип, берилгән чәмбәрдин ташқири ятқан берилгән чекит арқилиқ өтидиған мошу чәмбәргә яндашма қуруңлар.



23.13-сүрәт

Хәвәрлимә тәйярлаңлар

23.13. Миладидин авалқи V ә. циркуль вә сизғучниң ярдими билән қурушқа беғишланған һәммигә тонуш һесап "кубни икки һәссиләш һесави" — Делослуқ һесап.

23.14. а) Парабола дегинимиз немә? Параболиниң оптикилиқ хусусийити.

ә) Эллипс дегинимиз немә? Эллипсниң оптикилиқ хусусийити.

б) Гипербола дегинимиз немә? Гиперболиниң оптикилиқ хусусийити.

ӨЗӘҢЛАРНИ ТӘКШҮРҮҢЛАР!

1. Мәркизи берилгән чекиттә нәччә чәмбәр болиду?

A) Һечқандақ. B) Бир. C) Икки. D) Чәксиз көп.

2. Бир чекит арқилиқ нәччә чәмбәр жүргүзүшкә болиду?

A) Бир. B) Икки. C) Үч. D) Чәксиз көп.

3. Икки чекит арқилиқ нәччә чәмбәр жүргүзүшкә болиду?

A) Һечқандақ. B) Бир. C) Икки. D) Чәксиз көп.

4 Мәркизи O чекити вә радиуси R болидиған дүгләктин ташқири ятидиған М чекити қандақ нисбәтни қанаәтләндүриду?

A) $OM \geqslant R$. B) $OM > R$. C) $OM \leqslant R$. D) $OM < R$.

5. Мәркизи O чекити вә радиуси R болидиған дүгләкниң ичидә ятидиған К чекити қандақ нисбәтни қанаәтләндүриду?

A) $OK \leqslant R$. B) $OK \geqslant R$. C) $OK < R$. D) $OK > R$.

6. Чәмбәрниң диаметри 10 см. Чәмбәрниң мәркизидин 3 см арилиқта болидиған түз мошу чәмбәргә нисбәтән қандақ орунлишиду?

A) Кийилишмайду. B) Кийилишиду.
C) Яндишиду. D) Ениқлаш мүмкин әмәс.

7. Чәмбәрниң диаметри 8 см. Чәмбәрниң мәркизидин 4 см арилиқта болидиған түз мошу чәмбәргә нисбәтән қандақ орунлишиду?

A) Кийилишмайду. B) Кийилишиду.
C) Яндишиду. D) Ениқлаш мүмкин әмәс.

8. Чәмбәрниң диаметри 6 см. Чәмбәрниң мәркизидин 5 см арилиқта болидиған түз мошу чәмбәргә нисбәтән қандақ орунлишиду?

A) Чәмбәр билән умумий чекити болмайду.
B) Кийилишиду.
C) Яндишиду.
D) Ениқлаш мүмкин әмәс.

9. Икки чәмбәрниң радиуслири 10 см вә 15 см. Уларниң мәркәзлириниң арилиғи 20 см. Мошу чәмбәрләр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиду?

A) Чәмбәр билән умумий чекити болмайду.
B) Қийилишиду.
C) Ичидин яндишиду.
D) Тешидин яндишиду.

10. Икки чәмбәрниң радиуслири 6 см вә 8 см. Уларниң мәркәзлириниң арилиғи 14 см. Мошу чәмбәрләр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиду?

A) Чәмбәр билән умумий чекити болмайду.
B) Қийилишиду.
C) Ичидин яндишиду.
D) Тешидин яндишиду.

11. Икки чәмбәрниң радиуслири 10 см вә 20 см. Уларниң мәркәзлириниң арилиғи 10 см. Мошу чәмбәрләр бир-биригә нисбәтән қандақ орунлишиду?

A) Чәмбәр билән умумий чекити болмайду.
B) Қийилишиду.
C) Ичидин яндишиду.
D) Тешидин яндишиду.

12. Мувапиқ мәркәзлири O_1, O_2 вә радиуслири R_1, R_2 болидиған икки чәмбәр ичидин яндишиду. Улар үчүн қандақ нисбәт орунлиниду?

A) $O_1O_2 < R_1 + R_2$.
B) $O_1O_2 = R_1 + R_2$.
C) $O_1O_2 > R_1 + R_2$.
D) $O_1O_2 = |R_1 - R_2|$.

13. Мувапиқ мәркәзлири O_1, O_2 вә радиуслири R_1, R_2 болидиған икки чәмбәр ичидин яндишиду. Улар үчүн қандақ нисбәт орунлиниду?

A) $O_1O_2 = |R_1 - R_2|$.
B) $O_1O_2 > |R_1 - R_2|$.
C) $O_1O_2 < |R_1 - R_2|$.
D) $O_1O_2 = R_1 + R_2$.

14. Мәркәзлири умумий икки чәмбәрниң радиуслириниң нисбити 2:3. Улардин түзүлгән тәңгиниң ени 5 см болса, диаметрлирини тепиңлар.

A) 2 см вә 3 см.
B) 15 см вә 20 см.
C) 10 см вә 15 см.
D) 30 см вә 20 см.

15. Чәмбәрдин ташқири ятқан чекиттин униңға икки яндашма жүргүзүлгән. Мошу чекитләрдин чәмбәргичә әң қисқа арилиқ чәмбәрниң радиусиға тәң. Яндашмиларниң арисидики булуңни тепиңлар.

A) 30°.
B) 45°.
C) 60°.
D) 120°.

16. Чәмбәрдики чекиттин икки хорда жүргүзүлгән, уларниң һәр-қайсиси чәмбәрниң радиусиға тәң. Хордиларниң арисидики булуңни тепиңлар.

A) 30°. B) 45°. C) 90°. D) 120°.

17. Чәмбәрдин ташқири ятқан чекиттин чәмбәрниң чекитлиригичә болған әң узун вә әң қисқа ариliқлар мувапиқ 50 см вә 30 см. Мошу чәмбәрниң радиусини тепиңлар.

A) 10 см. B) 20 см. C) 30 см. D) 40 см.

18. Чәмбәрниң ичидә ятқан чекиттин чәмбәрниң чекитлиригичә әң узун вә әң қисқа ариliқлар мувапиқ 50 см вә 30 см. Мошу чәмбәрниң радиусини тепиңлар.

A) 30 см. B) 40 см. C) 50 см. D) 80 см.

19. Берилгән чекиттин радиуси 8 см-ға тәң чәмбәргә жүргүзүлгән яндашмилар өз ара тик булуң һасил қилиду. Мошу яндашмиларниң кесиндилирини (берилгән чекит билән яндишиш чекитлири арисида чәкләнгән) тепиңлар.

A) 4 см. B) 8 см. C) 12 см. D) 16 см.

20. Берилгән чекиттин чәмбәргә жүргүзүлгән яндашмилар өз ара 60° булуң һасил қилиду. Берилгән чекит вә чәмбәрниң мәркизигичә болған арилиқ 24 см. Чәмбәрниң радиусини тепиңлар.

A) 6 см. B) 8 см. C) 12 см. D) 24 см.

ГЛОССАРИЙ

Аксиома — һәқиқәтлиги испатлимисиз қобул қилинидиған җүмлә.

Асасий чүшәнчиләр — ениқлимисиз қобул қилинидиған чүшәнчиләр.

Бирлик кесиндә — узунлуғи таллап елинған өлчәм бирлигигә тәң болидиған кесиндә.

Булуң — бир чекиттин чиқидиған икки шола билән чәкләнгән тәкшиликниң бөлиги.

Булуңниң биссектрисиси — булуңниң чоққисидин чиқип, уни қақ бөлидиған шола.

Булуңниң тәрәплири — булуңни тәшкил қилидиған шолилар.

Булуңниң чоққиси — булуңни тәшкил қилидиған шолиларниң баш чекити.

Вертикал булуңлар — бир булуңниң тәрәплири иккинчи булуңниң тәрәплириниң давами болуп келидиған икки булуң.

Гипотенуза — тикбулуңлуқ үчбулуңлуқниң тик булуңиға қарши ятқан тәрипи.

Дурус үчбулуңлуқ — тәң тәрәплик үчбулуңлуқ.

Дүгләк — берилгән чекиттин бәлгүлүк ариliқтин ашмайдиған тәкшиликниң барлиқ чекитлиридин ибарәт фигура.

Дүгләкниң диаметри — дүгләкни чәкләйдиған чәмбәрниң диаметри.

Дүгләкниң сектори — мәркәзлик булуңниң ичидә орунлашқан дүгләкниң бөлиги.

Дүгләкниң хордиси — дүгләкни чәкләйдиған чәмбәрниң хордиси.

Ениқлима — йеңи чүшәнчиләрниң маһийитини бурундин мәлум уқумлар арқилиқ чүшәндүридиған җүмлә.

Испатлаш — берилгән тәриплимини рети билән таллаш арқилиқ һәқиқәтлигигә көз йәткүзүш.

Йейиқ булуң — тәрәплири түз тәшкил қилидиған яки тәрәплири толуқлиғучи шолилар болидиған булуң.

Йерим тәкшилик — түзниң бир тәрипидә ятидиған вә шу түз билән чекитләрдин түзүлгән тәкшиликниң бөлиги.

Йерим түз — түзниң берилгән чекитиниң бир тәрипидә ятқан барлиқ чекитләрдин ибарәт бөлиги.

Йерим чәмбәр — диаметрға керилидиған доға.

Катет — тик булуңлуқ үчбулуңлуқниң тик булуң ясап турған тәрәплири.

Кәң булуң — тик булуңдин чоң, йейиқ булуңдин кичик булуң.

Кәң булуңлуқ үчбулуңлуқ — бир булуңи кәң болидиған үчблуңлуқ.

Кесиндә — түзниң берилгән икки чекити вә уларниң арисида ятқан барлиқ чекитлиридин ибарәт бөлиги.

Кесиндиниң оттура перпендикуляри — кесиндигә перпендикуляр вә униң оттуриси арқилиқ өтидиған түз.

Кесиндиниң оттуриси — кесиндини тәң икки бөләккә бөлидиған чекит.

Кесиндиниң узунлуғи — бирлик кесиндини берилгән кесиндиниң бойидин нәччә қетим орунлаштурушқа болидиғанлиғини көрситидиған иҗабий сан.

Мәркәздаш чәмбәрләр — мәркәзлири умумий чәмбәрләр.

Мәркәзлик булуң — чәмбәрниң икки радиусиниң арисидики булуң.

Параллель түзләр — бир тәкшиликтә ятқан вә умумий чекити болмайдиған түзләр.

Перпендикуляр — берилгән чекиттин берилгән түзгә чүширилгән кесиндә.

Перпендикуляр түзләр — тик булуң һасил қилип қийилишидиған икки түз.

Тар булуң — тик булуңдин кичик булуң.

Тар булуң — тик булуңдин кичик булуң.

Тар булуңлуқ үчбулуңлуқ — барлиқ булуңлири тар болидиған үчбулуңлуқ.

Тар булуңлуқ үчбулуңлуқ — барлиқ булуңлири тар болидиған үчбулуңлуқ.

Тәң булуңлар — икки булуңни бәтләштүргәндә мувапиқ тәрәплири вә чоққилири дәл келидиған булуңлар.

Тәң кесиндиләр — бәтләштүргәндә учлири дәл келидиған кесиндиләр.

Тәң тәрәплик үчбулуңлуқ — барлиқ тәрәплири өз ара тәң болидиған үчбулуңлуқ.

Тәң үчбулуңлуқлар — мувапиқ тәрәплири билән булуңлири тәң болидиған үчбулуңлуқлар.

Тәң фигурилар — мувапиқ чекитлири бәтлишидиған икки фигура.

Тәң янлиқ үчбулуңлуқ — икки тәрипи тәң болидиған үчбулуңлуқ.

Теорема — һәқиқәтлиги испатлинидиған җүмлә.

Тик булуң — йейиқ булуңниң йерими яки өзиниң чәкдаш булуңиға тәң болидиған булуң.

Тик булуңлуқ үчбулуңлуқ — бир булуңи тик болидиған үчбулуңлуқ.

Транспортир — булуңларни өлчәш үчүн мәхсус әсвап.

Үчбулуңлуқ — бир түзниң бойида ятмайдиған үч чекиттин вә мошу чекитләрни җүп-җүптин қошидиған үч кесиндидин ибарәт фигура.

Үчбулуңлуққа ичидин сизилған чәмбәр — үчбулуңлуқниң барлиқ тәриплири билән яндишидиған чәмбәр.

Үчбулуңлуққа тешидан сизилған чәмбәр — үчбулуңлуқниң барлиқ чоққилири арқилиқ өтидиған чәмбәр.

Үчбулуңлуқниң биссектрисиси — үчбулуңлуқ булуңи биссектрисиниң чоққиси вә униңға қарши ятқан тәрипини қошидиған кесиндә.

Үчбулуңлуқниң булуңи — чоққиси үчбулуңлуқниң чоққиси, тәрәплири болса, үчбулуңлуқниң тәрәплири болидиған булуң.

Үчбулуңлуқниң егизлиги — үчбулуңлуқниң чоққисидин униңға қарши ятқан тәрәпни қамрайдиған түзгә чүширилгән перпендикуляр кесиндә.

Үчбулуңлуқниң медианиси — үчбулуңлуқниң чоққиси вә униңға қарши ятқан тәрипиниң оттурисини қошидиған кесиндә.

Үчбулуңлуқниң оттура сизиғи — үчбулуңлуқниң икки тәрипиниң оттурисини қошидиған кесиндә.

Үчбулуңлуқниң периметри — үчбулуңлуқниң барлиқ тәрәплири узунлуқлириниң қошундиси.

Үчбулуңлуқниң ташқи булуңи — үчбулуңлуқниң ички булуңи билән чәкдаш булуң.

Һәр түрлүк тәрәплик үчбулуңлуқ — тәрәплириниң узунлуқлири һәр түрлүк үчбулуңлуқ.

Циркуль — чәмбәр сизишқа беғишланған әсвап.

Чәкдаш булуңлар — бир тәрипи умумий, башқа икки тәрипи бир түзниң бойида ятидиған икки булуң.

Чәмбәр — берилгән чекиттин бирдәк арилиқта ятқан тәкшиликниң барлиқ чекитлиридин ибарәт фигура.

Чәмбәргә яндашма — чәмбәр билән бирла умумий чекити болидиған түз.

Чәмбәрни кийғучи — чәмбәр билән умумий икки чекити бар түз.

Чәмбәрниң диаметри — чәмбәрниң мәркизи арқилиқ өтидиған хорда.

Чәмбәрниң доғиси — мәркәзлик булуңниң ичидә орунлашқан чәмбәрниң бөлиги.

Чәмбәрниң радиуси — чәмбәрниң мәркизи вә униң бойидики һәрқандақ чекитни қошидиған кесиндә.

Чәмбәрниң хордиси — чәмбәрниң һәрқандақ икки чекитини қошидиған кесиндә.

Чекитләрниң геометриялик орни — берилгән хусусийәтни яки бир нәччә хусусийәтни қанаәтләндүридиған барлиқ чекитләрдин ибарәт фигура.

Чекиттин түзгичә арилиқ — перпендикулярниң узунлуғи.

Шола — йерим түз.

Яндишиш чекити — чәмбәр вә яндашминиң умумий чекити.

Янту — берилгән чекиттин берилгән түзгә жүргүзүлгән кесиндә.

ЖАВАПЛИРИ

1-бап. ГЕОМЕТРИЯНИҢ ДӘСЛӘПКИ ЧҮШӘНЧИЛИРИ

1.2. A, B, C, D чекитлири бир түзниң бойида ятиду. **1.3.** Үч. **1.4.** а) 6; ә) 10; б) 15. **1.5.** а) 5 түз, 10 чекит; ә) 7 түз, 21 чекит. **1.7.** b, c, d, e, g, h, p, q, r. **1.8.** A, b, c, d түзлири бир чекиттә кийилишиду. **1.9.** Бириму әмәс, бир чекит, икки чекит, үч чекит. **1.13.** Айим, Сәнәм, Бәхтияр, Данияр. **1.14.** а) 3; ә) 6; б) 10; в) $\frac{n(n-1)}{2}$.**1.15.** а) 3; ә) 6; б) 10; в) $\frac{n(n-1)}{2}$. **2.1.** Чәксиз көп. **2.2.** Икки. **2.3.** AB вә AC, BA вә BC. **2.6.** а) вә г), ә) вә д), б) вә в) . **2.7.** C вә D чекитлири A чекитиниң бир тәрипидә ятиду. **2.10.** 5, 4, 1, 6, 3, 2. **2.13.** а) 6; ә) 8; б) 10; в)*$2n$. **2.14.** а) 3; ә) 6; б) 10; в) *$\frac{n(n-1)}{2}$. **2.15.** AB вә CD кесиндилири тәң. **3.3.** 6 см. **3.4.** 6 см. **3.5.** а) 5 см; ә) 7 дм; б) 17 м. **3.6.** а) 8 см; ә) 20,5 см; б) 4,5 см; в) 12,5 см. **3.7.** B чекити A вә C чекитлириниң оттурисида ятиду. **3.8.** Як. **3.9.** Як. **3.10.** Як. **3.11.** а) 15 см; ә) 5 см. **3.12.** $AB = 2CD$. **3.13.** 2 см вә 4 см. **3.14.** а) 9 см вә 6 см; ә) 10 см вә 5 см; б) 6 см вә 9 см. **3.15.** 8,5 см. **3.16.** а) 40 мм; ә) 80 мм; б) 20 мм. **3.17.** 3 км яки 7 км. **3.18.** Лентини оттурисидин пүкләймиз, кейин йәнә оттурисидин пүкләймиз. Елинған лентиниң төрттин бир бөлигини кесиш керәк. Қалған бөлиги 150 см болиду. **3.19.** 14 см. **4.2.** а), ә), б), в), г) як, ғ) һә-ә. **4.3.** 4. **4.4.** 6. **4.5.** 8. **4.7.** A чекити булуңниң тәрипидә ятиду; D чекити булуңниң ичидә ятиду. **4.8.** 12. **4.9.** 2. **4.10.** 1. **4.11.** а) 6; ә) 4. **4.12.** 7. **4.13.** 11. **4.14.** 6. **4.15.** AOB вә BOD, AOB вә AOE, AOF вә AOC, AOF вә FOD, BOC вә BOF, BOC вә COE. **4.16.** AOB вә EOD, AOF вә DOC, BOC вә EOF, BOF вә COE. **4.17.** $2n$. **5. 4.18.** а) 2; ә) 3; б) 4; в)*n. **4.19.** а) 2; б) 3; в) 4; г)*n. **4.20.** $\frac{n(n+1)}{2} + 1$. **5.1.** а), г) вә з); ә), в) вә ж); б), ғ) вә д). **5.2.** PQR булуңи. **5.3.** 3, 2, 5, 6, 1, 4. **5.5.** ә) һә-ә; ә) як. **5.6.** 30, 150°, 150°. **5.7.** 6. **5.8.** а) 3; ә) 2; б) 1. **5.9.** а), б) як; ә) һә-ә. **5.14.** 70°. **5.17.** а) e; ә) f; б) g; в) h. **5.18.** Шәриқ яки Ғәрип. **5.19.** а) як; ә) һә-ә, көрситилгән булуңларниң қошундиси 180° болуши керәк. **5.22.** 80° вә 100°. **5.23.** 36° вә 144°. **5.24.** 126°. **5.25.** Як. **6.1.** а) 90°; ә) 45°; б) 135°; в) 180°; г) 90°; ғ) 45°; д) 135°. **6.2.** 40°, 70°, 160°, 30°, 120°, 90°. **6.5.** 135°. **6.7.** 45°. **6.8.** 30°. **6.9.** 45°. **6.10.** 90°. **6.11.** 142°. **6.12.** 120° вә 60°. **6.13.** а)105° вә 75°; ә) 110 вә 70; б) 36 вә 144; в) 90 вә 90. **6.14.** а) 72 вә 108; ә) 54 вә 126; б) 55 яки 125; в) 88 вә 92. **6.15.** 120°. **6.16.** 180°. **6.17.** 40°, 120°, 140°, 80°, 100°, 20°. **6.18.** а) 36°; ә) 30°. **6.19.** а) 20°; ә) 18°. **6.20.** 5°. **6.21.** 3 айлиниш. **6.22.** а) 90°; ә) 180°; б) 150°. **6.23.** а) 120°; ә) 0°; б) 300°. **6.24.** а) 30°; ә) 15°; б) 10°. **6.25.** 120°. **6.26.** 6 с. **6.27.** 0,5°.

2-бап. ҮЧБУЛУҢЛУҚЛАР

7.1. ABC, ADC, BDC, BDE, CDE. **7.2.** а), б), г) вә е); ә) вә ғ). **7.3.** а), ә), б) Як. **7.4.** а), ә), б) 3. **7.5.** а), ә) Як; б) Һә-ә. **7.7.** EF = 5 см, FG = 6 см, EG = 7 см. **7.8.** E = 40°, F = 60, G = 80. **7.9.** $PQ = XY$ = 5 см, $BC = YZ$ = 6 см, $AC = PR$ = 7 см. **7.14.** 75 см. **7.15.**20 см вә 10 см. **7.16.** 12 см, 18 см вә 24 см. **7.17.** 30. **7.18.** 35. **8.1.** Һә-ә. **8.2.** Һә-ә. **8.3.** 3 см. **8.4.** Һә-ә. **8.5.** 5 см. **8.6.** ABD вә CBE. **8.7.** Һә-ә, EPH

вә FPG, EPG вә FPH, EGH вә FHG, EFH вә FEG. **8.9.** 4 см. **8.14.** Арилиқлири тәң. **8.18.** Яқ. **9.1.** Һә-ә. **9.2.** а) $AB = CD$, $BC = AD$; ә) $AB = AD$, $CB = CD$. **9.3.** а) ABC вә ADC; ә) ABD вә CDB; б) ABD вә CBE; в) AOD вә BOC, ACD вә BDC; г) ACD вә BCE, ABE вә BAD; AOE вә BOD; ғ) AOD вә BOC, ABD вә BAC. **9.11.** AHB вә CPD, ABC вә CDA, BHC вә DPA. **9.12.** AB = 11 см, BC = 19 см. **9.15.** 13 см. **9.16.** 4 см. **9.17.** 40°. **10.1.** а) ABC, AOB, AOC, BOC; ә) MPN, PNQ, NQK, MNK. **10.5.** а) Икки үчбулуңлуқ, $AO = AB$, $A_1O = A_1B_1$; ә) икки үчбулуңлуқ, $HG = HF$, $EG = EF$; б) үч үчбулуңлуқ, LMP, KLM, NLM. **10.11.** а) 3,2 м, 6, 2 м, 6,2 м; ә) 7,2 м, 4,2 м, 4,2 м. **10.12.** 6 см, 16 см, 16 см. **10.13.** Һә-ә. **10.14.** а), ә), б) Һә-ә. **10.24.** 15 м. **11.1.** а) ADC вә BDC; ә) EFH вә GFH; б) KLN вә MNL; в) POR вә QOR, POS вә QOS, PRS вә QRS; г) AOD вә BOC, ABD вә BAC, ACD вә BDC; ғ) KLS вә NMS, KMS вә NLS; д) AOB, BOC, COD, AOD; ABD, BCD, ADC, DAB. **11.3.** 31°. **11.4.** 59°. **12.1.** а), ә), б) һә-ә. **12.2.** а), ә) һә-ә. **12.3.** Кәң. **12.4.** а), б) яқ; ә) һә-ә. **12.5.** Тар, тик, кәң. **12.6.** >. **12.7.** а) A; ә) A; б) B. **12.8.** 1 булуңи 2 булуңидин чоң. **12.9.** а) $BC > AC > AB$; ә) $BC > AC = AB$. **12.15.** $AB > BC$. **13.3.** 1, 4, 5 вә 2, 3, 7. **13.4.** а) Һә-ә; ә) яқ. **13.5.** Яқ. **13.6.** Һә-ә. **13.7.** 5 см.

3-бап. ТҮЗЛӘРНИҢ ӨЗ АРА ОРУНЛИШИШИ

14.1. Бир. **14.2.** Икки. **14.3.** Яқ. **14.4.** Яқ. **14.6.** 0,5. **14.7.** 3. **14.8.** 4. **14.9.** а), ә) AB_1. **15.1.** 4. **15.2.** Яқ. **15.3.** Һә-ә. **15.4.** Һә-ә. **15.6.** A вә f, b вә e, c вә g, d вә h, p вә q. **15.7.** c вә d. **15.10.** а) 118°; ә) 70°; б) 65°. **15.11.** а) 150°, 30; ә) 55, 125. **15.12.** 75°. **15.12.** 75° вә 105°. **16.1.** 60°. **16.2.** 45°. **16.3.** 60°. **16.4.** 61°. **16.5.** 30°. **16.6.** 54°. **16.7.** 100°. **16.8.** 30°. **16.9.** а) 130°; ә) 120°; б) 120°; в) 18°. **16.10.** 41° вә 41°. **16.11.** 120°. **16.12.** 30°. **16.13.** 40°. **16.14.** 64°. **16.15.** 115°. **16.16.** 69°. **16.17.** 140°. **16.18.** 51°. **16.19.** 60° вә 30°. **16.20.** 360°. **16.23.** 180°. **16.24.** 10°. **16.25.** 38°. **16.26.** 48°. **16.27.** 52°. **16.28.** 74°. **16.29.** 48°. **16.30.** 120°. **16.31.** 45°. **16.32.** 60°. **16.33.** 15°. **16.34.** 3 см. **17.1.** а), ә) яқ. **17.2.** а), ә), б) яқ. **17.3.** 10 см. **17.4.** а) 6 см; ә) 8 см. **17.5.** AB кесиндиси әң қисқа йол болиду. **17.6.** 29 см. **17.7.** 4 см, 8 см, 8 см. **17.16.** AC вә BD кесиндилириниң қийилишиш чекитидә.

4-бап. ЧӘМБӘР. ГЕОМЕТРИЯЛИК ҚУРУШЛАР

18.1. а) ; ә) $OA > R$. **18.2.** Чәмбәр. **18.3.** Чәксиз көп. **18.4.** 110 мм. **18.5.** 30 см. **18.6.** а) 0,5 м, 0,6 м, 0,7 м, 1 м; ә) 2,5 м, 3 м, 3,5 м, 5 м. **18.8.** а) 5 м; ә) 6 м; б) 7 м; в) 10 м. **18.10.** 1 см. **18.12.** Чәксиз көп. **18.14.** 60°. **18.15.** $d - R$, $d + R$. **18.16.** 15 см. **18.17.** $R - d$, $R + d$. **18.18.** 12 см. **19.1.** Хорда. **19.2.** а) Бириму әмәс; ә) Икки; б) Бир. **19.3.** Чәксиз көп. **19.4.** Икки. **19.5.** 90°. **19.6.** а) Қийилишиду; ә) яндишиду; б) умумий чекитлири йоқ. **19.9.** Параллель. **19.10.** 4. **19.11.** а) 3; ә) 4. **19.14.** Икки тәң бөләкләргә. **20.2.** а) 2 см; ә) 8 см. **20.3.** а) Тешидин яндишиду; ә) умумий чекитлири йоқ, бири иккинчисиниң ичидә ятиду. **20.4.** а) Ичидин яндишиду; ә) умумий чекитлири йоқ, бири иккинчисиниң ичидә ятиду. **20.5.** а) 10 см; ә) 2 см. **20.8.** $d - R_1 - R_2$, $d + R_1 + R_2$. **20.9.** $R_1 - d - R_2$, $R_1 + d + R_2$, **20.10.** 50. **20.14.** а), ә), б) һә-ә. **20.15.** Яқ. **20.16.** а) 2; ә) 6; б) 12; в) $n(n - 1)$. **20.17.** а) 4; ә) 8; б) 14. **20.18.** 378 млн км вә 78 млн км. **21.4.** Һә-ә. **21.6.** Йоллар билән һасил болған булуңниң биссектрисисиниң икки дәрәқни қошидиған кесиндисиниң от-