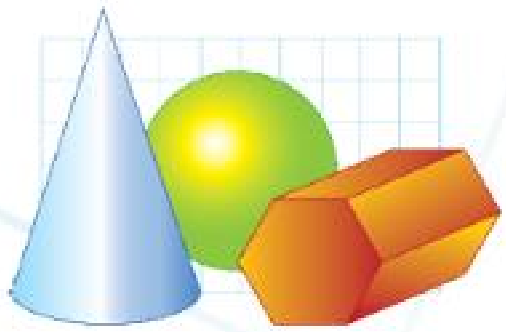
АЛГЕБРА

7

Умумий билим беридиған мәктәпләрниң
7-синиплири үчүн дәрислик

*Қазақстан Жумһурийити Билим вә
пән министрлиги тәстиқлиған*



Алмута «Мектеп» 2017

УДК 373.167.1
ББК 22.1я72
А15

Муәллипләр:

**А.Е. Әбилқасымова, Т.П. Кучер,
В.Е. Корчевский, З.Ә. Жумағулова**

Тәрҗиман **К. Мәңсүров**

Шәртлик бәлгүләр:

— ениқлимилар, хусусийәтләр, қаидиләр

— йеңи билимни егиләш җәриянида йешилидиған мәсилә

— тәһлил қилишқа беғишланған соаллар

— пишиқдаш (тәкрарлаш) соаллари

— нәзәрийәвий материални мустәқил өзләштүрүшкә беғишланған тапшуруқлар

— теореминиң яки хусусийәтниң испатлинишиниң ахири

A — барлиқ оқуғучиларниң орунлиши миннәтлик көнүкмиләр

B — оттура дәриҗилик көнүкмиләр

C — жуқури дәриҗилик көнүкмиләр

Алгебра. Умумий билим беридиған мәптәпләрниң 7-синипи үчүн дәрислик
А15 / А. Е. Әбилқасымова, Т. П. Кучер, В. Е. Корчевский, З.Ә. Жумағулова. — Алмута: "Мектеп", 2017. — 272 бәт.

ISBN 978—601—07—0919—5

$А\frac{4306020503-123}{404(05)-17}35-17$

УДК 373.167.1
ББК 22.1я72

ISBN 978—601—07—0919—5

МУНДӘРИҖӘ

4-бап. СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТЛИРИ

5-бап. ҚИСҚИЧӘ КӨПӘЙТИШ ФОРМУЛИЛИРИ

6-бап. АЛГЕБРИЛИҚ КӘСИРЛӘР ВӘ УЛАРҒА ӘМӘЛЛӘР ҚОЛЛИНИШ

КИРИШМӘ

Һөрмәтлик оқуғучилар!

Алгебра — математикиниң бир қисми. Төвәнки синиплардан башлап силәр тәңлимиләр қурдуңлар, санлардин вә һәрипләрдин тәркип тапқан ипадиләр билән тонуштуңлар. Уларни алгебра қараштуриду. Мәктәп курсидики алгебра тәңлимиләрни, тәңлимиләр системилирини пайдилинип мәтин билән берилгән һесапларни йешишни, һәр хил тәңлимиләрни, тәңсизликләр вә уларниң системилирини йешиш усулирини, өзгәрмә миқдарлар (мәсилән, илдамлиқ, вақит давамида жүрүлгән йол, баһа, мөлчәр вә нәриқ вә ш.о.) арисидики мунасивәтләрни қараштуриду. Мундақ мунасивәтләрниң бәзилирини функционаллиқ мунасивәт (беқиндилиқ) яки функция дәп атайду.

Алгебраниң алаһидилиги — санниң мәнасини ипадиләйдиған һәрипләрни қоллиништин ибарәт.Уни һәрипләр арқилиқ бәлгүләш қоллинилди дәйду. Һәрипләрниң ярдими билән силәр қошуш вә көпәйтиш әмәллириниң орун авуштуруш, топлаш вә тәхсимлиниш хусусийәтлирини, шуниң билән қатар мәхрәжлири бирдәк аддий кәсирләрни қошуш вә азайтишниң хусусийәтлирини яздиңлар. Һәрипләрни, мәсилән, вақит билән илдамлиқ мәлум болғанда, бесип өтүлгән йолниң узунлуғини тепиш формулисини, үчбулуңлуқниң периметрини тепиш формулисини вә ш.о. язғанда пайдиландиңлар. Һәрипләр қаидиләр билән хусусийәтләрни хатиридә сақлашқа қолайлиқ вә көрнәклик түрдә йезишқа ярдәмлишиду.

Ипадиләрни ихчамлашқа (аддийлаштурушқа) болидиғанлиғини билисиләр. Демәк, һәриплик ипадиләрму ихчамлиниду. Ундақ ихчамлашниң бәзлирини тәңму-тәң түрләндүрүшләр дәп атайду.

Алгебра курсида силәр ипадә, тәңлик, тәңлимә, тәңсизлик вә ш.о. сөзләрни қолландиңлар. Улар терминлар қатариға ятиду. 7-синиптики алгебрани өзләштүрүш давамида силәр тәңму-тәңлик, өзгәрмә, бирәзалиқ, көпәзалиқ, функция, аргумент, алгебрилиқ кәсир вә ш.о. терминлар билән тонуштуңлар.

Статистика — статистикилиқ (санлиқ яки сүпәтлик) дерәкләрни топлаш, өлчәш вә тәһлил қилиш мәсилилирини қараштуридиған; җәмийәт һаятиниң санлар билән тәсвирлинидиған йөнилишлирини санлиқ сүпәттә тәтқиқ қилидиған билим саһасидур. Дәрисликтики материал һәқиқий тәсадипи һадисиләрниң хусусийәтлирини, тәриплимилирини вә мунасивәтлирини көрситидиған математикилиқ модельларни қуруш вә таһлил қилиш бойичә оқуғучиларниң билимини, салаһийитини вә маһаритини шәкилләндүрүшкә қаритилған.

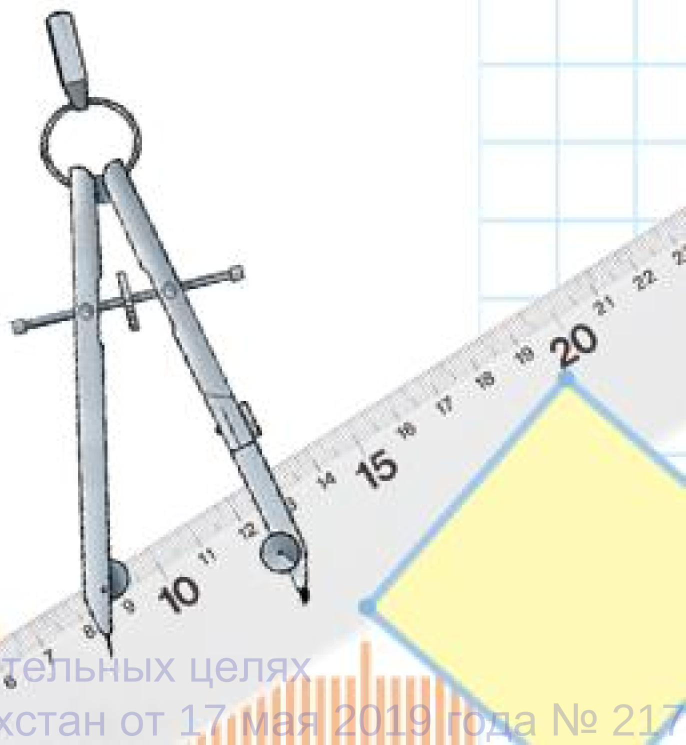
Дәрисликниң барлиқ материали бапларға вә параграфларға бөлүнгән. Улар нәзәрийәвий материалдин, мустәқил ишләшкә беғишланған тапшурмилардин, тәкрарлашқа беғишланған соаллардин, мурәккәплиги һәр хил дәрижидики һесаплардин вә ш.о. материаллардин тәркип тапқан.

Һесаплар мурәккәплик дәрижисигә қарап A, B вә C дәп бөлүнгән. A дәрижисидики һесаплар — мурәккәпликниң дәсләпки басқучи вә уни орунлаш асасий материалниң өзләштүрүлишини ениқлайду. B дәрижисидики һесаплар базилиқ (асаслиқ) болуп һесаплиниду вә уни орунлаш оқуш материалиниң өзләштүрүлгәнлигини көрситиду. C дәрижисидә мурәккәплиги жуқури һесаплар берилгән.

Һәр бир бапниң ахирида оқуған материални өзләштүрүлгәнлигини тәкшүрүшкә беғишланған тест соаллири тәклип қилинған.

Көнүкмиләр жаваплириниң дурус йешимини тәкшүрүш үчүн дәрисликниң ахирида һесапларниң жаваплири берилгән.

Оқушуңларда утуқлар тиләймиз!



5-6-СИНИПЛАРДИКИ МАТЕМАТИКА КУРСИНИ ТӘКРАРЛАШҚА БЕҒИШЛАНҒАН КӨНҮКМИЛӘР

Әмәлләрни орунлаңлар **(1—3)**:

1. 1) $3\frac{1}{9} : 2\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6}$; 2) $1\frac{5}{7} - 4\frac{3}{13} : 1\frac{19}{26}$;

3) $10\frac{16}{17} : 8\frac{5}{11} + 1\frac{2}{3}$; 4) $\frac{47}{48} : 3\frac{13}{27} - \frac{13}{16}$.

2. 1) $24,892 : 5,08 + 33,6 \cdot 6,5 - 230$;
2) $6,22 \cdot 4,7 - 4,8076 : 4,04 + 1,956$;
3) $68,16 : 3,55 + 51,4 \cdot 0,16 - 28,004$;
4) $7,06 \cdot 1,02 - 69,531 : 9,03 - 0,5012$.

3. 1) $7,8 \cdot \frac{4}{13} - 61,5 : 13\frac{2}{3} + 198,8$;

2) $19,25 \cdot \frac{5}{11} + 5,76 \cdot \frac{5}{12} - 13,009$;

3) $4,625 \cdot 2\frac{2}{15} : 2,96 - 2\frac{4}{7}$;

4) $30,25 : 4\frac{5}{7} : 1,05 - 2\frac{1}{6}$.

Ипадиниң мәнасини тепиңлар **(4-5)**:

4. 1) $|-7| \cdot |-2,1| + 5,6$; 2) $-40 + |-10| \cdot |-3,8| + 5,6$;
3) $|-11| \cdot |-9| - 3,02$; 4) $-2,05 + |-25| : |-16|$.

5. 1) $|-8,8| : 11 + 264 : |-2,4|$; 2) $|-91,3 - 89,7| \cdot 0,5 - 104$;
3) $54,2 + 6,7 \cdot |-41,2 + 32,8|$; 4) $|-92,5| \cdot |-2,2| - 210,1$.

6. Әмәлләрни орунлаңлар:

1) $\left(5\frac{5}{6} + 8\frac{2}{9}\right) : 25,3 - 3\frac{1}{9} + 1,5 : \frac{27}{28}$;

2) $117,5 \cdot \frac{4}{47} - 11\frac{2}{3} + \left(10\frac{2}{25} - 8\frac{7}{15}\right) : \frac{11}{45}$;

3) $89,8 : 59\frac{13}{15} + \frac{3}{7} - \left(42 - 41\frac{36}{49}\right) \cdot 3,5$;

4) $\left(73,6 - 72\frac{5}{9}\right) : 6\frac{4}{15} + \frac{7}{13} \cdot \left(20\frac{2}{3} - 19\frac{3}{7}\right)$;

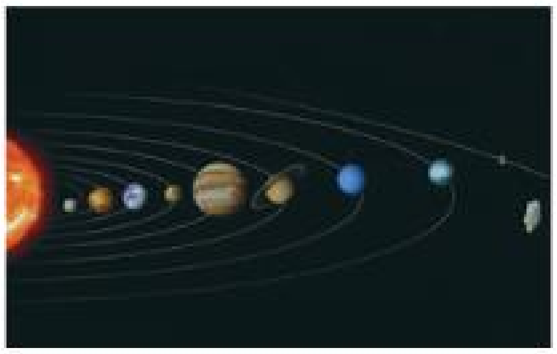
5) $\left(17\frac{5}{14} - 29\frac{4}{21}\right) \cdot (32,098 + 5,902) : \left(49\frac{1}{7} - 30\frac{10}{21}\right)$;

6) $\left(81\frac{2}{15} - 79{,}3\right) \cdot (24{,}04 - 22{,}68) : \left(1\frac{2}{3} + 1\frac{1}{9}\right)$;

7) $\left(52{,}25 - 49\frac{1}{7}\right) \cdot (40{,}01 - 36{,}81) : \left(6\frac{1}{6} - 2\frac{1}{42}\right)$;

8) $(28{,}24 - 29{,}1) \cdot \left(11{,}75 + 30\frac{5}{6}\right) : \left(40{,}4 - 6\frac{1}{3}\right)$.

7. Әгәр Күндин Чолпанғичә арилиқ 108200600 км, Йәргичә — 149600000км, Марсқичә арилиқ 227940000 км, Юпитерғичә арилиқ 778330000 км, Сатурнғичә арилиқ 1429400000 км, Уранғичә арилиқ 2870990000 км, Нептунғичә арилиқ 4504300000 км болса, у чағда оттура арилиқни миллион километрларда ипадиләңлар.



Астрономиялик жисим

8. $2^4 \cdot 5^3 \cdot 29 + 2 \cdot 13^2$ ипадисиниң мәнасини һесаплиғанда космос кораблиниң Йәр бетидин үчүш пәйтидики әң чоң иҗабий илдамлиғини билисиләр.

Космос корабли

9. Берилгән ипадиләрниң мәналири Ақмола вилайитидики бәзи бир көлләрниң квадрат километр билән елинған мәйданлирини бериду.

1) $(1 - 0{,}67) \cdot 10^3$ ипадисиниң мәнаси Қорғалжын көлиниң;

2) $0{,}46 \cdot 10^2 + 0{,}54 \cdot 10^2 + 0{,}59 \cdot 10^2$ ипадисиниң мәнаси Теңиз көлиниң;

3) $(199 + 12 \cdot 29) : 10$ ипадисиниң мәнаси Қыпшақ көлиниң мәйданиға тәң.

10. Ақ ейиқ Йәр бетидики әң зор сүт әмгүчи җаниварларниң бири. Мону ипадиләрниң мәналири ақ ейиқ тоғрилиқ мәлуматлар бериду.

1) Ақ ейиқниң оттура массиси $\left(1\frac{1}{5} + 2{,}8\right) \cdot 10^2$ кг-дин $(400 \cdot 50 + 5 \cdot 8000) : 10^2$ кг-ғичә;

2) $3\,(2^3 \cdot 5^2 + 10^2)$ ипадисиниң мәнаси әң зор ақ ейиқниң массисини;

Ақ ейиқ

3) $\frac{1}{2}\left(2\frac{5}{7} + 4\frac{2}{7}\right)$ ипадисиниң мәнаси әң зор ақ ейиқниң узунлуғини;

4) $3 \cdot 2^3 : 10$ м билән $2^2 \cdot 5 \cdot 13 \cdot 0,01$ м арилиғи ақ ейиқниң оттура узунлуғини;

5) $2^4 \cdot 3 \cdot 625$ ипадисиниң мәнаси ақ ейиқниң километрларда елинған айрим өмүр сүрүш аймиғини;

6) $0,001 \cdot 2^5 \cdot 3125$ ипадисиниң мәнаси ақ ейиқниң нәччә километр үзүп өтидиғанлиғини;

7) $2^5 \cdot 5^3 \cdot 17 : 1000$ ипадисиниң мәнаси зор ақ ейиқниң қанчә килограмм озуқ истимал қилидиғанлиғини;

8) $5^3 \cdot 2^2$ ипадисиниң мәнаси ақ ейиқ тутқан белиқларниң килограмм билән елинған салмиғини;

9) $2^3 \cdot 3 \cdot 5^2$ ипадисиниң мәнаси ақ ейиқ тутқан китниң килограмм билән елинған салмиғини бериду.

Ипадиниң мәнасини тепиңлар **(11-12)**:

11. 1) $6\frac{3}{7}a - 8\frac{5}{8}b - \frac{2}{3}c$, бу йәрдә $a = \frac{14}{15}$; $b = 2\frac{18}{23}$; $c = -6,75$;

2) $2\frac{4}{11}a - 19,25b + \frac{4}{9}c$, бу йәрдә $a = 13,2$; $b = 2\frac{10}{11}$; $c = -10\frac{1}{8}$;

3) $36\frac{2}{3}a - 4,84b + 7\frac{5}{7}c$, бу йәрдә $a = 0,9$; $b = 3\frac{9}{22}$; $c = 3,5$;

4) $53\frac{7}{9}a - 8,2b + 4\frac{17}{38}c$, бу йәрдә $a = 3\frac{15}{22}$; $b = -\frac{25}{82}$; $c = -4\frac{5}{13}$.

12. 1) $7\frac{2}{3}a - 1,5b - \frac{5}{6}c$, бу йәрдә $a = \frac{5}{46}$; $b = -\frac{4}{9}$; $c = \frac{14}{15}$;

2) $-\frac{20}{27}a + 1\frac{2}{25}b - \frac{8}{39}c$, бу йәрдә $a = -0,9$; $b = \frac{5}{9}$; $c = 3,25$;

3) $4\frac{2}{9}a + 8\frac{1}{6}b + \frac{14}{81}c$, бу йәрдә $a = \frac{3}{19}$; $b = -3\frac{3}{7}$; $c = 1\frac{13}{14}$;

4) $1,4\,a - \frac{51}{92}b + \frac{11}{25}c$, бу йәрдә $a = \frac{25}{42}$; $b = 1\frac{6}{17}$; $c = -1\frac{17}{33}$.

Ипадиләрниң мәналирини селиштуруңлар **(13-14)**:

13. 1) $0,5 - \frac{4}{7} \cdot 2,1$ вә $\left(1 - \frac{3}{18}\right) \cdot 0,6$;

2) $26 - \frac{5}{14} \cdot 0,7$ вә $(0,86 + 0,17) \cdot 25$;

3) $(10,5 - 11,8) \cdot 20$ вә $\frac{40}{49} \cdot 9,4 - 34$;

4) $7,4 \cdot \frac{15}{37} + 19$ вә $(-2,97 + 3,07) \cdot 20$.

14. 1) $|-30| \cdot 2 - |-15| \cdot |-4|$ вә $0,15 \cdot |-60| - 8,9$;

2) $\left|-\frac{5}{18}\right| \cdot \left|-\frac{3}{10}\right| + \frac{7}{12}$ вә $\left|-\frac{25}{26}\right| \cdot \left|-\frac{26}{75}\right| \cdot |-1|$;

3) $|-3,5| + \left|-\frac{7}{8}\right| \cdot 1,6$ вә $|-8,1 + 32| \cdot 0,01$;

4) $|49,2 - 50| : |-0,4|$ вә $|201 - 401| \cdot 0,1$.

Ипадини ихчамлаңлар **(15-16)**:

15. 1) $40,3a - 51,2a + 12,19a - a$;

2) $-81,4b + 90b - 7,15b + 0,45b$;

3) $13\frac{2}{15}c - 15\frac{1}{3}c + 3,5c - \frac{4}{5}c$;

4) $59\frac{3}{16}t + 4\frac{1}{8}t - 64,25t + \frac{3}{4}t$.

16. 1) $213,25x - 49\frac{5}{7}y - 215\frac{5}{6}x + 50y$;

2) $-95\frac{7}{18}a + 79b + 93,2a - 80\frac{4}{11}b$;

3) $-59,5c + 44\frac{5}{6}d - 46\frac{2}{9}d + 57\frac{2}{7}c$;

4) $200,75t - 81\frac{5}{14}k + 80\frac{2}{21}k - 199\frac{1}{3}t$.

17. Ипадини ихчамлап, мәнасини тепиңлар:

1) $81,5y - 63\frac{4}{7}z - 99,4y + 64\frac{2}{3}z$, бу йәрдә $y = 10$; $z = -1\frac{19}{23}$;

2) $-177\frac{5}{11}t + 100,1k + 176\frac{4}{9}t$, бу йәрдә $t = -19,8$, $k = 50$;

3) $33,6n - 76\frac{3}{8}m + 78\frac{1}{9}m - 35n$, бу йәрдә $m = \frac{24}{25}$; $n = 10$;

4) $29\frac{4}{13}s + 409\frac{1}{9}t - 30,5s - 407,2t$, бу йәрдә $s = -2,6$; $t = \frac{9}{43}$.

b санининң a %-ни тепиңлар **(18-19)**:

18. 1) $b = 35 + 4{,}5 \cdot 0{,}6$ вә $a = 20$;

2) $b = 140 + 1{,}5 \cdot 0{,}8$ вә $a = 25$;

3) $b = 7\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{23} - 0{,}03$ вә $a = 50$;

4) $b = \frac{4}{7} + 10\frac{3}{7} : 7\frac{3}{10}$ вә $a = 110$.

19. 1) $b = 0{,}02 \cdot 300 - 6\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{19}$ вә $a = 144$;

2) $b = 40\frac{1}{2} : 81 + 1{,}5$ вә $a = 120$;

3) $b = 505{,}2 - 9\frac{1}{5} : 92$ вә $a = 260$;

4) $b = 341\frac{1}{3} : 170\frac{2}{3} + 75$ вә $a = 2300$.

20. Ақмола вилайитининң даирисидә 4000 көл бар. Бетининң мәйдани 1) 1 км^2-тин артуқ әмәс; 2) 1,1-дин 5 км^2-ғичә; 3) 5,1 км^2-тин 10 км^2-қичә; 4) 10,1 км^2-тин 50 км^2-қа йетидиған; 5) 50 км^2-тин артуқ көлләрнинң Ақмола вилайитидики умумий көлләр мәйданининң мувапиқ 92,5%; 5,4%; 1%; 0,9%; 0,2%-ни тәшкил қилиду. Мошу көлләрнинң санини тепиңлар.

21. 1) 9 кг туридиған кашалотнинң мейиси — әң еғир мейә. У адәм мейиси массисидин 6 һәссә ошуқ вә кит массисининң 0,02%-ни тәшкил қилиду. Адәм мейисини вә кит бәдининиң массисини тепиңлар.

Кашалот

2) Көк кит әң узун тумшуққа егә. Униң узунлуғи 5 м-ға йетиду вә бәдән узунлуғининң 33%-ни тәшкил қилиду. Көк кит бәдининиң умумий узунлуғини тепиңлар.

3) Әң узун кәсләнчук — алачипар кәсләнчук. Униң узунлуғи 4,75 м-ғичә йетиду вә буниң 75%-ти ала чипар кәсләнчүкнинң қуйруғининң узунлуғини бериду. Ала чипар кәсләнчүкнинң қуйруғининң узунлуғи қандақ?

Кәсләнчүк

4) Үчбулуңлуқниң периметри 12 см. Униң бир тәрипиниң узунлуғи периметрниң 25%-ни, иккинчи тәрипиниң узунлуғи $\frac{1}{3}$ ни тәшкил қилиду. Үчбулуңлиқниң үчинчи тәрипиниң узунлуғи периметрниң қандақ қисмини тәшкил қилиду?

22. Берилгән тәңлимиләрни йешип, бәзи бир тарихий вәқиәләр тоғрилиқ мәлуматлар алисиләр.

1) $(x - 54) : 25 = 76$, x — норуз ейида тиң йәрләрни өзләштүрүш башланған жилға мувапиқ келиду;

2) $(2x + 46) : 100 = 1$, x — тиң йәрләрни өзләштүрүшниң дәсләпки жилиниң баһар айлирида қурулған совхозларниң сани;

3) $\left(\frac{1}{5}x + 90\right) \cdot 0{,}1 = 10$, x — тиң йәрләрни өзләштүрүшниң дәсләпки жилиниң күз пәслидә Ақмола вилайитидә қурулған совхозларниң сани.

23. $17x - 121 - 3x = 19 - (x + 5)$ тәңлимисини йешип, шималий америкилиқ қундузниң бир жилда қанчә ай ухлайдиғанини билисиләр.

24. 1) $2 \cdot 700 \cdot 50 - 0{,}1\,x = 200^2$ тәңлимисидики x ниң мәнаси чақмақ чаққан пәйтиниң дәсләпки секундида қизиған һаваниң температурисиға °С билән мувапиқ келиду;

2) $3\,(109y - 200) = 9\,(3y + 100)$ тәңлимисидики y ниң мәнаси чақмақ чеқилишидин қизиған һава температурисиниң күн шолисидин қизиған һава температурисидин нәччә һәссә артуқ болидиғинини көрситиду.

25. Пропорцияниң бәлгүсиз әзасини тепиңлар:

1) $\frac{x}{3} = \frac{9{,}6}{14{,}4}$; 2) $\frac{x}{4} = \frac{49{,}5}{66}$; 3) $\frac{6{,}5}{x} = \frac{104}{144}$;

4) $\frac{16{,}1}{25{,}3} = \frac{x}{16{,}5}$; 5) $\frac{3\frac{3}{7}}{\left|-7\frac{3}{7}\right|} = \frac{y}{13}$; 6) $\frac{9}{y} = \frac{\left|-4\frac{1}{11}\right|}{\left|-7\frac{3}{11}\right|}$;

7) $\frac{|23|}{y} = \frac{\left|-3\frac{37}{49}\right|}{4\frac{4}{49}}$; 8) $\frac{y}{16} = \frac{|76{,}25|}{\left|-1\frac{5}{56}\right|}$.

26. Пропорциядин бәлгүсиз y ни тепиңлар:

1) $\frac{40 - y}{30} = \frac{5}{6}$; 2) $\frac{4}{7} = \frac{21 - y}{28}$; 3) $\frac{220}{y - 49} = \frac{11}{13}$;

4) $\frac{21}{53} = \frac{220}{y + 300}$; 5) $\frac{29}{30} = \frac{78}{3y - 2}$; 6) $\frac{52}{4y + 2} = \frac{14}{27}$;

7) $\frac{13}{17} = \frac{7 + 2y}{85}$; 8) $\frac{55}{90} = \frac{6 - 5y}{18}$.

Тәңлиминиң томурини тепиңлар **(27—29)**:

27. 1) $2(2{,}6x - 4) = -30 + 5{,}09x$; 2) $20{,}1x - 1{,}1 = 4(10 - 5{,}25x)$;
3) $3(17 - 22{,}1x) = -7 - 63{,}4x$; 4) $19x - 0{,}4 = 2(32x - 5) + 0{,}6$.

28. 1) $6\frac{1}{3}y + 6{,}5 = 2{,}5 - \frac{2}{3}y$;

2) $3\frac{4}{9}y - 6{,}73 = 4\frac{4}{9}y + 9{,}27$;

3) $\frac{1}{5} - \left(\frac{1}{3}x + 4{,}63\right) = \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} + 1{,}37$;

4) $\frac{4}{9}x + 1{,}64 - \frac{6}{11} = 1 - \left(0{,}36 + \frac{5}{9}x\right)$.

29. 1) $20(x - 4) - 17(3 - 2x) = 58 + 27x$;
2) $-4{,}5(3x + 2) + 1{,}6(5 - 4x) = 3{,}1x + 1{,}3$;
3) $\frac{5}{21}(7 - 3x) - \frac{4}{35}(5x + 7) = \frac{2}{15} - \frac{2}{7}$;
4) $\frac{9}{16}(32 + x) + \frac{7}{12}(36 - x) = \frac{5}{16}x - 7$.

30. 1-җәдвәлни толтуруңлар:

1-җәдвәл

Катерниң хас илдамлиғи (км/с)	30		35	40		
Дәрия еқиминиң илдамлиғи (км/с)	3				3	4
Катерниң дәрия еқими бойичә үзгәндики илдамлиғи (км/с)		39	39		45	
Катериниң дәрия еқимиға қарши үзгәндики илдамлиғи (км/с)		29		38		34

Мәтинлик һесапни чиқириңлар, униңға әкси һесап қураштуруңлар вә уни йешиңлар **(31-32)**:

31. Биринчи чевәрхана тапшурмини 6 с-та, иккинчиси болса бу тапшурмини 4 с-та орунлайду. Әгәр улар бирикип ишлисә тапшурмини қанчә вақитта орунлайду?

32. Мәлум арилиқни бесип өтүш үчүн жүк машинисиға 7 с, йеник машиниға болса 3 с һаҗәт. Әгәр жүк вә йеник машинилар бир пәйттә қариму-қарши йөнилиштә чиқса, улар қанчә вақиттин кейин учришиду?

33. Квадратниң периметри тәрәплириниң узунлуғи 36 см; 2 см; 0,2 см; 0,5 см; $\frac{1}{6}$ см; $\frac{2}{3}$ см болған алтәбулуңлуқниң периметриға тәң. Квадратниң мәйданини тепиңлар.

34. Һәҗими өлчәмлири 1) 4 см, 6 см вә 9 см; 2) 4 см; 10 см вә 25 см; 3) 5 см; 8 см; 25 см; 4) 27 см; 8 см; 125 см; 5) 6,4 см; 2,7 см; 34,3 см; 6) 0,7 см; 4,9 см; 0,8 см болған тик параллелепипедниң һәҗимигә тәң кубниң тәрипиниң узунлуғини тепиңлар.

35. Дүгләк Уларниң биринчи булуңи үчинчисидин икки һәссә, иккинчисидин болса үч һәссә артуқ болидиған үч секторға бөлүнгән. Һәр секторниң булуңлирини тепиңлар.

36. Ойлиған санни 2,6 ға көпәйтип, чиққан көпәйтиндиниң 25%-ға 0,35 ни қошса, у чағда 1 сани чиқиду. Ойлиған санни тепиңлар.

37. Хас илдамлиғи 14 км/с болған моторлуқ қолвақ дәрия еқими бойичә төвән жүрди. Қолвақ чиққан пункттин 1 с өткәндә хас илдамлиғи 31 км/с катер чиқти. Әгәр дәрия еқиминиң илдамлиғи 3 км/с болса, у чағда катер моторлуқ қолвақ билән қанчә вақит-тин кейин учришиду?

38. Хас илдамлиғи 15 км/с-қа тәң моторлуқ қолвақ дәрия еқими бойичә төвән жүрди. 1 с-тин кейин униңға қарши йөнилиштә хас илдамлиғи 33 км/с катер чиқти. Әгәр дәрия еқиминиң илдамлиғи 3 км/с болса, у чағда қанчә саattин кейин катер билән моторлуқ қолвақниң арилиғи 114 км болиду?

39. Иш күниниң ахирида a кг алма сетилмай қалди вә йәнә һәр қайсиси b кг-дин 5 ящик алма кәлтүрүлди. Нәтиҗидә барлиғи нәччә килограмм алма болди?
Һесапни йешиш формулисини йезип, $a = 5,75$ вә $b = 4,25$ болған һаләттә һесапниң җававини тепиңлар.

40. $y = x + 37^2$ формулисиға:
1) $x = 25^2 - 101$ санини қойғанда y ниң мәнаси җәмийәт әрбаби, шаир Мағжан Жумабаевниң туғулған жилини;
2) $x = 24^2 - 10^2$ санини қойғанда y ниң мәнаси қазақниң язма әдәбиятиниң асасини салған, мәрипәтчи Абай Қунанбаевниң туғулған жилини;

3) $x = 22^2 - 2 \cdot 3^2$ санини қойғанда y ниң мәнаси мәрипәтчи, саяһәтчи, Оттура Азия, Қазақстан вә Шәрқий Түркстан хәлиқлириниң тарихи билән мәдәнийитини тәтқиқ қилған Шоқан Вәлихановниң туғулған жилини;

4) $x = 21^2 + 2^2 \cdot 3^2$ санини қойғанда y ниң мәнаси шаир, айтысларниң маһир иштракчиси Жамбыл Жабаевниң туғулған жилини бериду.


М. Жумабаев


А. Қунанбаев


Ш. Валиханов

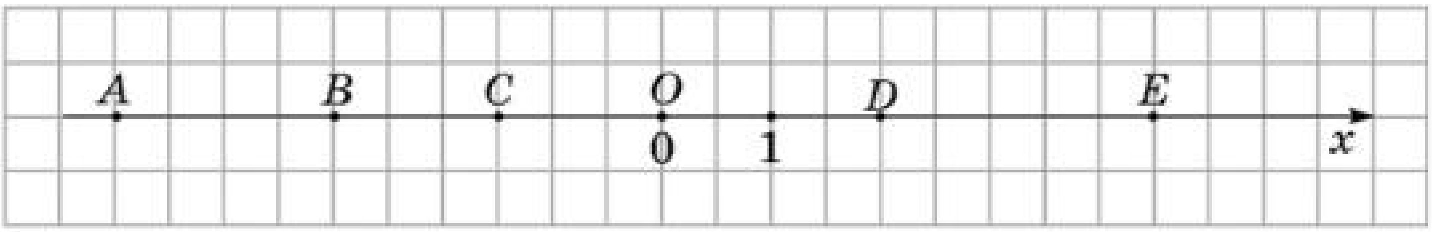

Ж. Жабаев

41. 1-сүрәттә тәсвирләнгән чекитләрниң координатилирини тепиңлар: 1-сүрәтни қоллинип, келәси соалларға жавап бериңлар:

1) координатилар бешидан сол якта;

2) координатилар бешидан оң якта жайлашқан чекитләрни атаңлар;

3) қайси чекит координатилар бешиға әң йеқин жайлашқан?

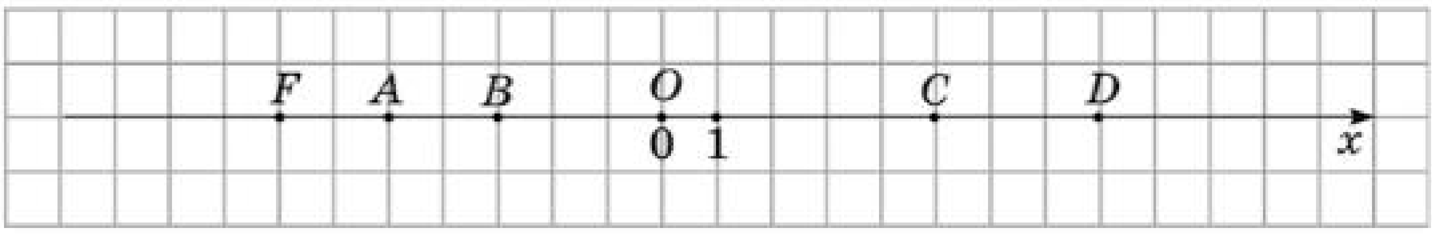


1-сүрәт

42. 2-сүрәттә көрситилгән чекитләрниң координатилирини тепиңлар. Координатилар түзидә:

1) координатилири берилгән чекитләрниң координатилириға қариму-қарши болидиған чекитләрни бәлгүләңләр;

2) C вә D арисида жайлашқан икки чекитни бәлгүләп, уларниң координатилирини йезиңлар;



2-сүрәт

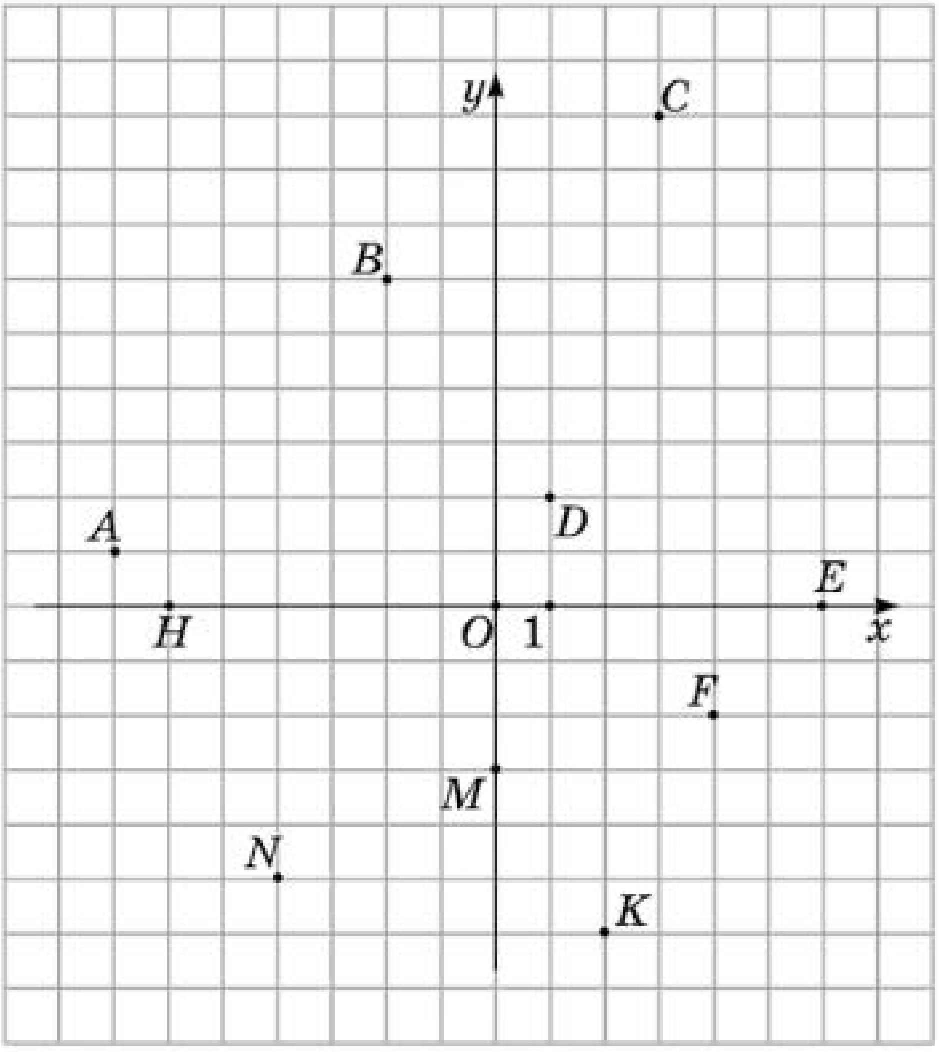
3) берилгән чекитләрниң һәр қайсисиниң сол тәрипидә (оң тәрипидә) җайлашқан чекитни бәлгүләңләр вә униң координатисини йезиңлар.

43. Координатилар түзидә:

1. а) -4 вә 3; ә) $-3,5$ вә 0; б) $-7,3$ вә -2; в) $-0,99$ вә 2,1 санлириниң арилиғида қандақ пүтүн санлар җайлашқан?

2. а) 4,7; ә) $-3,2$; б) 0,6; в) $-9,99$ сани қандақ пүтүн санларниң арилиғида җайлашқан?

44. Координатилар тәкшилигидә көрситилгән чекитләрниң координатилирини йезиңлар (3-сүрәт). Бу чекитләрниң қайсилири: 1) Ox оқида; 2) Oy оқида; 3) I чарәктә; 4) II чарәктә; 5) III чарәктә; 6) IV чарәктә җайлашқан?



3-сүрәт

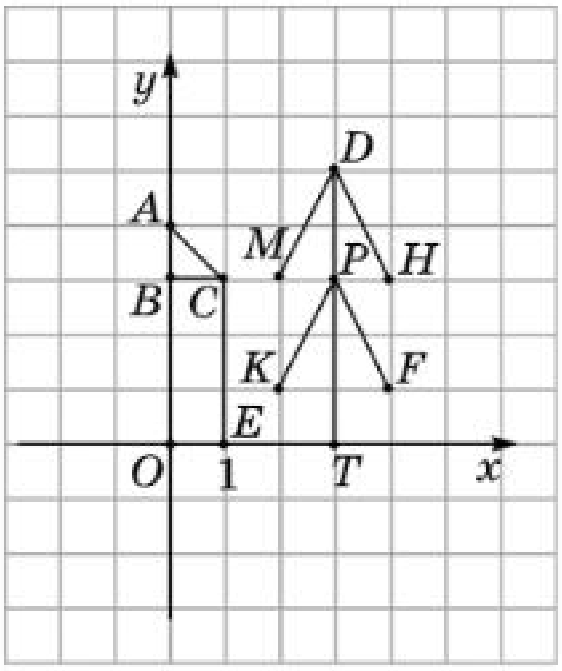
45. Координатилар тәкшилигидә A (− 3; 2); B (0, −2); C (1,5; −1); D (−4; 0); E (2,5; −3,5) чекитлирини бәлгүләңләр. Улар қайси координатилар чарәклиридә җайлашқан? Башқа координатилар чарәклиридә чекитләрни селип, уларниң координатилирини йезиңлар.

46. A (5; 6); B (−3; 0); C (0; 8) чекитлирини координатиләр тәкшилигигә салмай туруп, уларға мувапиқ 1) абсцисса оқиға; 2) ордината оқиға; 3) координатилар башлинишиға нисбәтән симметриялик M, H, K чекитлириниң координатилирини йезиңлар.

47. 4-сүрәттә көрситилгән A, B, C, E, D, M, H, K, F, T, P чекитлиринин координатилирини йезиңлар:

1) мувапиқ ордината оқиға нисбәтән $A, B, C, E, D, M, H, K, F, T, P$ чекитлиригә симметриялик A_1, B_1, C_1, E_1, D_1, M_1, H_1, K_1, F_1, T_1, P_1 чекитлиринин координатилирини йезиңлар;

2) A_1, B_1, C_1, E_1, D_1, M_1, H_1, K_1, F_1, T_1, P_1 чекитлирини селиңлар вә AC_1, BC_1, C_1E_1, D_1M_1, D_1H_1, P_1K_1, P_1F_1, D_1T_1 кесиндилирини жүргүзүңлар.



4-сүрәт

48. A (0; 1,5) вә B (2; 6) чекитлирини селиңлар;

1) AB вә BO кесиндилирини жүргүзүп, уларнин узунлуқлирини 1 мм-ғичә дәллик билән өлчәңлар;

2) ордината оқиға нисбәтән B чекитигә симметриялик F чекитинин координатилирини вә абсцисса оқиға мувапиқ F, A вә B чекитлиригә симметриялик E, D, C чекитлиринин координатилирини тепиңлар;

3) $ABOCDEFA$ сунуқ сизиғини жүргүзүп, униң 1 мм дәлликкичә болған узунлуғини тепиңлар.

49. A (3; 4) чекитини вә абсциссиси A чекитиниң абсциссисиға тәң, ординатиси болса A чекитиниң ординатисиниң 50 %-ни тәшкил қилидиған B чекитини селиңлар. Ординатиси B чекитиниң ординатисиға тәң, абсциссиси B чекитиниң абсциссисидин 2 һәссә артуқ болидиған C чекитини селиңлар. Ординатиси нөлгә тәң, абсциссиси болса C чекитиниң абсциссисиға тәң T чекитини селиңлар. Ордината оқиға нисбәтән мувапиқ A, B, C, T чекитлиригә симметриялик D, M, K, F чекитлирини селиңлар. Әгәр бирлик кесиндиниң узунлуғи 5 мм болса, $ABCTFKMDA$ фигурисиниң периметрини вә мәйданини тепиңлар.

Тәңлимини йешиңлар **(50-51)**:

50. 1) $40 + 2x = 3x - 15$; 2) $16x - 33 = 1 + 13x$;

3) $23{,}8y - 80 - 24{,}3y = 2$; 4) $95y - 4{,}9 = 98y - 1$;

5) $8\frac{1}{15}z - 27 = 9z - 13$; 6) $\frac{41}{45}t + \frac{2}{9} = 1\frac{2}{9}t - \frac{7}{9}$.

51. 1) $16{,}05x + 1{,}8x = 3{,}63 - 0{,}3x$; 2) $1{,}09 + 5{,}8y = 38{,}29 + 15{,}1y$;

3) $\frac{5}{7}x + 2\frac{1}{7} = 3\frac{3}{28} - \frac{4}{7}x$; 4) $5\frac{1}{6} + \frac{4}{15}t = -\frac{2}{5}t - \frac{2}{3}$;

5) $19t - \frac{3}{8} = \frac{5}{7} - 42t$; 6) $\frac{6}{11} - 31{,}28k = -\frac{2}{3} + 8{,}72k$.

Тәңлиминиң томурини тепиңлар **(52-53)**:

52. 1) $17x - 2{,}6 = 3(0{,}8 + 3x)$; 2) $8 + 5{,}1x = 49(1 + 0{,}1x)$;

3) $38(0{,}1x + 1) = 40 - 3{,}2x$; 4) $63x - 13{,}7 = 13(0{,}1 + 5x)$;

5) $23(x - 0{,}1) = 17x + 2{,}7$; 6) $33(0{,}1x + 1) = 4 - 6{,}7x$.

53. 1) $3(2x - 4) + 15 = 16 - 5(2 - x)$;

2) $4{,}5(6 - z) - 0{,}5z = 1 + 0{,}5(z + 3)$;

3) $\frac{23}{40}(8t + 5) - t = 2{,}6t - (3t - \frac{3}{4})$;

4) $10\frac{2}{3}(9 - k) + 81 = 107 - \frac{1}{3}(k - 60)$.

Марқакөл қоруғи

54. Берилгән тәңлимиләрниң томурлири Шәрқий Қазақстан вилайитидики Марқакөл қоруғи һәққидә мәлуматлар бериду:

1) $x + 0{,}24 = 20 + 0{,}99x$, x – қоруқниң қурулған жили;

2) $3y - 2(169{,}9 + y) = 150 - (y + 339{,}8)$, y — қоруқниң мәйдани (миң гектар);

3) $50z + (z + 6{,}2) = 200$, z — қоруқтики орманниң мәйдани (миң гектар).

55. Берилгән тәңлимиләрни йәшкәндә һәр хил егизликкә мувапиқ һава температурисиниң мәнасини алисиләр:

1) $3x + (x + 2) = 2(3x + 12)$ тәңлимисиниң томури 4000 м егизликтики һаваниң температурисини (x°C);

2) $-3(2{,}5 - y) = 28{,}5 + 4{,}5y$ тәңлимисиниң томури 6000 м егизликтики һаваниң температурисини (y°C);

3) $25{,}8z - 4{,}3(6z + 300) = 25{,}8z$ тәңлимисиниң томури 10 000 м егизликтики һаваниң температурисини (z°C) бериду.

56. Берилгән тәңлимиләрни йәшкәндә бәзи бир жаниварларниң оттура өмүр сүрүш вақтиға мувапиқ санни таписиләр:

1) $12,5 - (16x - 28,3) = -71,2$ тәңлимисиниң томури чүмүлиниң әң узақ өмүр сүрүш вақтини;

2) $31,8 - \left(\frac{1}{7} + \frac{4}{7}y\right) = 1\frac{2}{3}y + 4,8$ тәңлимисиниң томури кәсләнчүкниң әң узақ өмүр сүрүш вақтини;

3) $\frac{13}{15}z - \left(\frac{7}{9} + \frac{1}{3}z\right) = 7\frac{2}{9}$ тәңлимисиниң томури тийинниң әң узақ өмүр сүрүш вақтини бериду.

Тәңлиминиң томурлирини тепиңлар **(57-58)**:

57. 1) $|x| + 20,9 = 22$; 2) $315 - |x| = 288$;

3) $|x| - 74,6 = 9,4$; 4) $15\frac{2}{15} - |x| = 7\frac{1}{12}$;

5) $|x| - 21,9 = 6\frac{2}{3}$; 6) $100,3 + |x| = 101\frac{8}{9}$.

58. 1) $|x| + 5|x| - 40 = 4|x|$; 2) $100 - |x| = -49|x| + 124$;

3) $6|x| - 2|x| = 35 - 16|x|$; 4) $29|x| - |x| - 13 = -22|x|$.

59. Өзгәрминиң қандақ мәналирида тәңлик тоғра болиду:

1) $|x + 1| = x + 1$; 2) $|2 - x| = 2 - x$?

60. a ниң қандақ мәнасида $|10 - x| = a$ тәңлимисиниң 1) йешими болиду; 2) йешими болмайду; 3) томури нөлгә тәң болиду; 4) томури 10 ға тәң болиду?

61. Бир координата түзидә 1) санлар интервали билән санлиқ шола; 2) санлиқ кесиндә вә санлиқ шола селиңлар. Мүмкин болған һаләтләрни қараштуруп, һәр һаләт үчүн сан арилиқлириниң бирикишини вә қийилишишини тепиңлар.

62. 1) $(1; 8)$ вә $(-5; 7]$; 2) $[-2; 3]$ вә $(-1; 5)$;

3) $(-\infty; 6]$ вә $[4; +\infty)$; 4) $(-10; -2]$ вә $[-7; 1)$

сан арилиқлириниң қийилишишиға тәәллуқ болидиған натурал санларни тепиңлар.

63. 1) $(-10; 6)$ вә $(1; +\infty)$; 2) $[5; 29]$ вә $[20; +\infty)$;

3) $(-3; 13]$ вә $[-4; +\infty)$; 4) $(21; +\infty)$ вә $(-20; 21]$ сан ариқлириниң қийилишишиға тәәллуқ болидиған әң чоң (әң кичик) натурал санни тепиңлар.

64. 1) $[3,5; 7,1]$ вә $(1; +4,9)$; 2) $\left(-\infty; \frac{3}{7}\right]$ вә $\left[-\frac{8}{9}; +\infty\right)$;

3) $(-\infty; +\infty)$ вә $\left[-7\frac{1}{3}; \ 8\frac{1}{3}\right]$; 4) $(-5,1; 9,1)$ вә $(-\infty; +\infty)$ сан арилиқлириниң қийилишишиға тәәллуқ болидиған әң чоң (әң кичик) пүтүн санни тепиңлар.

65. Берилгән тәңсизликниң йешилиши болидиған әң кичик натурал санни тепиңлар:

1) $10 + 7x > 24$; 2) $19 - 6x < -5$;
3) $43x + 2 \leqslant 45$; 4) $60 - 17x > -19$;
5) $83 + x < 84x$; 6) $-7 - 30x \leqslant 5x$.

66. Берилгән тәңсизликниң йешилиши болидиған әң чоң пүтүн санни тепиңлар **(66—68)**:

1) $0,5x + 41,5 \leqslant 42$; 2) $90 - \frac{1}{3}x > 91$;
3) $\frac{2}{3}x - 15 < 20$; 4) $18\frac{1}{9} \geqslant 0,2x + 18$;
5) $31 - 4\frac{1}{7}x > 2$; 6) $30,08 < -\frac{8}{9}x - 1,92$.

67. 1) $4y + 10 \geqslant 2(1-y) + 24$; 2) $49 - 3(3-2z) \leqslant 1 - 4z$;
3) $7(6 - 5t) - 5 < 1-41t$; 4) $-0,5(8x + 9) - 0,9 > 4x-3$.

68. 1) $\frac{3x-4}{2} > \frac{6-2x}{3}$; 2) $\frac{10-x}{6} \geqslant \frac{x+7}{5}$;
3) $\frac{3+2x}{12} \leqslant \frac{3x-2}{15}$; 4) $\frac{y-5}{18} > \frac{6-y}{24}$.

Тәңсизликни йешиңлар **(69—71)**:

69. 1) $3,3x - 0,4(4 - 3x) \leqslant 9,3 + 5(0,7 - x)$;
2) $9(0,5y + 1) - 3,1(1 - y) > 5,9 + 7,2y$;
3) $0,6(a - 2) - 0,2 \geqslant 0,8(a + 2) + 3,5$;
4) $-1,4 + 0,5(11b - 2) < -5,5b + 1,6$.

70. 1) $5\frac{2}{3} + \frac{7}{3}(14x - 3) > \frac{4}{9}(18x - 2)$; 2) $\frac{5}{6}(7 + 9y) \leqslant 7\frac{1}{2} - \frac{7}{8}(5y - 8)$;
3) $30 - \frac{4}{5}(2 - 15z) \geqslant \frac{2}{3}(15z + 1)$; 4) $\frac{3}{4}(8t + 1) < \frac{5}{6}(16t - 3) - 12\frac{1}{2}$.

71. Тәңсизликни йешиңлар:

1) $\frac{x-3}{14}-\frac{x-7}{35}+\frac{2x+3}{5}\geqslant 0,1;$

2) $\frac{5-3y}{11}+\frac{y-4}{10}-\frac{2+3y}{22}<\frac{2}{11};$

3) $\frac{8x-1}{8}+\frac{7-4x}{5}-\frac{x+3}{20}>\frac{3}{40}.$

Тәңсизликләр системисини йешиңлар **(72—74)**.

72. 1) $\begin{cases}20x+40\leqslant 0,\\ \frac{2}{9}-\frac{4}{27}x>0;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}3\frac{1}{3}-10x<0,\\ 1,6-4,8x<0;\end{cases}$

3) $\begin{cases}10+5x>-20,\\ \frac{5}{11}-\frac{20}{33}x\geqslant 0;\end{cases}$ 4) $\begin{cases}7\frac{2}{7}-51x\leqslant 0,\\ 3x+40\leqslant 52.\end{cases}$

73. 1) $\begin{cases}2(x+5)<2-2x,\\ 3(2-x)\geqslant 3-x;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}3(x+8)>9-2x,\\ 3(x+4)\geqslant x+5;\end{cases}$

3) $\begin{cases}4(x+1)\leqslant 9-2x,\\ 2(x+5)\leqslant 1-x;\end{cases}$ 4) $\begin{cases}4(3-x)\geqslant 2-2x,\\ 3(x-2)\geqslant 2-x.\end{cases}$

74. 1) $\begin{cases}3x+5(x-2)\leqslant 3-2x,\\ 4(5x-1)-21x\geqslant 1-3x;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}7-11x<9x-2(5x+7),\\ 6-x\geqslant 2(1-4x)-3(1-3x).\end{cases}$

3) $\begin{cases}5(6x-5)<3(4x+3)+2,\\ 2(6x-1)-12+9x>5(8x+1);\end{cases}$ 4) $\begin{cases}3(2x+13)-2(x+2)>10x-4,\\ 3(4x+9)-2(x-1)<16x+2.\end{cases}$

75. Тәңсизликләр системисиниң йешилиши болидиған барлиқ пүтүн санларни тепиңлар:

1) $\begin{cases}x-1>\frac{2x-0,5}{3},\\ \frac{7x+12}{8}\geqslant x+1;\end{cases}$ 2) $\begin{cases}\frac{9x-13}{8}>x-2,\\ 1+x>\frac{10x+6}{9}.\end{cases}$

76. Тәңсизликләр системисиниң йешилиши болидиған барлиқ натурал санларни тепиңлар:

1) $\begin{cases}\frac{7,4x+23}{21}\leqslant 1+0,4x,\\ 3x-5\leqslant\frac{20x-31}{7};\end{cases}$ 2) $\begin{cases}1-2x\leqslant\frac{28-53x}{27},\\ 0,1x+3<\frac{13-0,7x}{3}.\end{cases}$

77. 1) Әгәр икки һәссиләнгән пүтүн санға униң йеримини қошса, 17 дин артуқ сан, әгәр пүтүн санниң 3 һәссиләнгән көпәйтиндисидин униң йеримини еливәтсә, 18 дин кам сан чиқиду. Берилгән пүтүн санни тепиңлар.

2) Әгәр пүтүн санниң $\frac{3}{10}$ гә 0,25 ни қошса, 5 тин кичик, әгәр шу пүтүн санниң $\frac{7}{9}$ дин $\frac{1}{3}$ ни еливәтсә, 11 дин чоң сан чиқиду. Берилгән пүтүн санни тепиңлар.

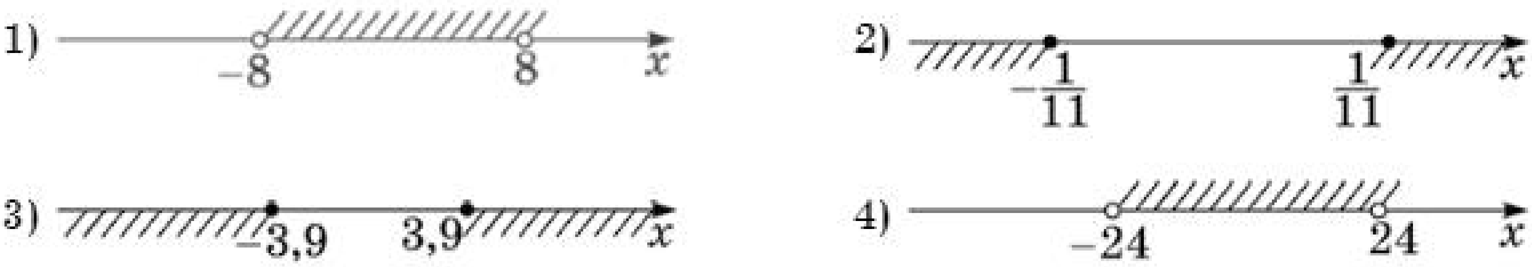
78. 1) Әгәр пүтүн санға униң 40% ни қоса, у чағда 47 дин артуқ, мошу пүтүн сандин униң 65% ни еливәтсә, 12 дин кичик сан чиқиду. Дәсләпки пүтүн санни тепиңлар.
2) Әгәр пүтүн сандин униң 11% ни еливәтсә, 88 дин чоң, әгәр шу пүтүн санға униң 121% ни қошса, 221 дин кичик сан чиқиду. Дәсләпки пүтүн санни тепиңлар.

79. Тәңсизликләр системисини йешиңлар:

1) $\begin{cases} 4x+7{,}8>45x-4{,}2, \\ 18+1{,}1x\leqslant 4{,}1x+13{,}5, \\ 5{,}5-3{,}4x<40{,}5-8{,}4x; \end{cases}$

2) $\begin{cases} 17{,}3-29x\geqslant -35x-6{,}7, \\ 1{,}5x+13{,}1<\frac{1}{2}x-18{,}1, \\ 6\frac{1}{3}x-27{,}8\leqslant 21{,}2-\frac{2}{3}x. \end{cases}$

80. 5-сүрәттә тәсвирләнгән сан арилиқлирини модули бар тәңсизлик түридә йезиңлар:



5-сүрәт

81. Тәңсизликләрниң йешилишини координатилиқ түздә тәсвирләңлар:

1) $|x| \leqslant 5{,}6$;
2) $|x| < 17$;
3) $|x| > 4\frac{3}{16}$;
4) $|x| \geqslant 9$;
5) $|x| > 10$;
6) $|x| \leqslant 8{,}14$;
7) $|x| < 3\frac{5}{6}$;
8) $|x| \geqslant 20$.

82. Тәңсизликләрни йешиңлар:

1) $|1 + 2x| < 9;$ 2) $|3 + 2x| \leqslant 5;$
3) $|1 - 2x| \geqslant 7;$ 4) $|2 - 5x| > 22;$
5) $|3x + 5| \geqslant 20;$ 6) $|7 - 4x| \leqslant 11;$
7) $|4 + 3x| \leqslant 5;$ 8) $|6x - 5| \geqslant 1;$
9) $|1 - 2x| < 4;$ 10) $\left|0{,}8 - \frac{1}{3}x\right| > 0{,}2;$
11) $|2{,}5x + 1| < 1{,}5;$ 12) $\left|-4x + \frac{1}{9}\right| \leqslant \frac{5}{9}.$

83. Тәңсизликләр системисини йешиңлар:

1) $\begin{cases} 147 - 3x \geqslant 51, \\ |x| \geqslant 11, \\ 11 + 0{,}5x > 0{,}5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} |x| \leqslant 1{,}5, \\ 60x + 8 < 9x + 9, \\ |x| < 9{,}7. \end{cases}$

84. 1) $\begin{cases} |x| < 4, \\ |x| \geqslant 1, \\ x > -3; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} |x| \leqslant 10, \\ x > -7, \\ x \leqslant 2; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} |x| > 3, \\ x \leqslant 4, \\ |x| \leqslant 5 \end{cases}$

тәңсизликләр системиси тоғра болидиған барлиқ пүтүн санларниң қошундисиниң мәнасини тепиңлар.

85. Тәңсизликләр системисиниң йешими, шамалниң илдамлиқлири һәққидә мәлумат бериду.

Деңиз борини

1) $\begin{cases} \frac{1}{5}y \geqslant 4, \\ \frac{1}{7}y \leqslant 4; \end{cases}$ y км/с — аддий шамалниң илдамлиғи;

2) $\begin{cases} 10y - 390 \geqslant 0, \\ 0{,}1y \geqslant -5; \end{cases}$ y км/с — күчлүк шамалниң илдамлиғи;

3) $\begin{cases} 15(5 - z) \leqslant -14z, \\ 29(z - 3) \leqslant 28z; \end{cases}$ z км/с — деңиз боринининң илдамлиғи;

4) $\begin{cases} 50 - 0{,}5z \leqslant -9, \\ 9 - \frac{1}{3}z \leqslant -1; \end{cases}$ z км/с — қуюнлуқ боран мәзгилидики шамалниң илдамлиғи.

Тәңлимиләр системисини йешиңлар **(86-87)**:

86. 1) $\begin{cases} 4x + 3y = -7, \\ 2x - y = 9; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 5x+6y=3, \\ x-2y=-9; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 6x+y=-1, \\ 12x-7y=61; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x-4y=-42, \\ 9x+8y=62. \end{cases}$

87. 1) $\begin{cases} 8x + 15y = -56, \\ 4x - 7y = 30; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 6x-9y=88{,}5, \\ 5x+3y=47{,}5; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 11x + 10y = 73{,}5, \\ 6x - 5y = -54; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x+13y=-69, \\ 14x+11y=-3. \end{cases}$

88. $\begin{cases} x+y=300, \\ \frac{1}{2}x - 0{,}5y = 30 \end{cases}$

тәңлимиләр системисини йешип, қуруқлуқтики әң зор җаниварлар қатариға ятидиған бегемот (су калиси) һәққидә мәлуматлар алисиләр. x ниң мәнаси бегемот ағзиниң қанчә градусқа ечилидиғанлиғини; y ниң мәнаси бегемот иңәклириниң қанчә сантиметрға ечилидиғанлиғини бериду.


Бегемот

89. Тәңлимиләр системисини йешип, Қостанай вилайитидики Наурызым қориғи һәққидә мәлуматлар алисиләр.

1) $\begin{cases} x+y=3897, \\ x-y=35; \end{cases}$

x ниң мәнаси Наурызым қоруғиниң қайта қурулған жили; y ниң мәнаси Наурызым қоруғиниң қурулған жили;


Наурызым қориғи

2) $\begin{cases} x+10y=1197, \\ 20y-x=1434; \end{cases}$

x ниң мәнаси Наурызым қоруғиниң дәсләпки мәйданиға (миң га); y ниң мәнаси Наурызым қоруғиниң қайта қурулғандин кейинки мәйданиға (миң га) мувапиқ келиду;

3) $\begin{cases} 0{,}1x + 0{,}01y = 32, \\ 2x + y = 1200; \end{cases}$

x ниң мәнаси Наурызым қоруғидики қушлар түрлириниң санини; y ниң мәнаси Наурызым қоруғидики өсүмлүкләр түрлириниң санини бериду;

4) $\begin{cases} 1{,}5x+2{,}5y = 75, \\ \frac{1}{20}x + \frac{1}{6}y = 3; \end{cases}$

x ниң мәнаси Наурызым қоруғидики сүт әмгүчиләр түрлириниң санини; y ниң мәнаси Наурызым қоруғидики белиқлар түрлириниң санини бериду.

Тәңлимиләр системисини йешиңлар **(90—94)**:

90. 1) $\begin{cases} x = -7 + y, \\ 2x - 3y = -16; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y = x - 5, \\ 4x + y = 10; \end{cases}$

3) $\begin{cases} -x = 3 - 2y, \\ x - 5y = -6; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y = 4-5x, \\ y-7x=-8. \end{cases}$

91. 1) $\begin{cases} x + 2y = 0{,}3, \\ x = -y + 0{,}5; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y-8x = 83{,}1, \\ y = -x-6{,}9; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 21x + y = -15{,}1, \\ y = 0{,}9 - x; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} -2{,}5y+x=-12{,}8, \\ x=1{,}2-y. \end{cases}$

92. 1) $\begin{cases} x - y = -\frac{5}{7}, \\ 4x + 3y = -4\frac{6}{7}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 10x - 3y = \frac{94}{9}, \\ x + y = -\frac{14}{9}; \end{cases}$

3) $\begin{cases} 9x + 2y = -\frac{19}{7}, \\ y - x = \frac{10}{21}; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 7x - 6y = \frac{10}{3}, \\ y + x = -\frac{11}{3}. \end{cases}$

93. 1) $\begin{cases} 3(x-2) - 2(y+1) = -16, \\ 5(x+3) - 8(y-2) = 13; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} -6(4-x)+(y+5)=2, \\ 11(1+x)-9(7-y)=-36. \end{cases}$

94. 1) $\begin{cases} \frac{4x-3}{2} + \frac{5y+1}{3} = 12{,}5, \\ 1{,}5x-0{,}7y=-3{,}4; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2{,}3x-1{,}9y=0{,}8, \\ \frac{4-3y}{4}+\frac{-5x-2}{3}=-4{,}5. \end{cases}$

95. 2-җәдвәлдә оюнчуқларниң баһалири көрситилгән:

2-җәдвәл

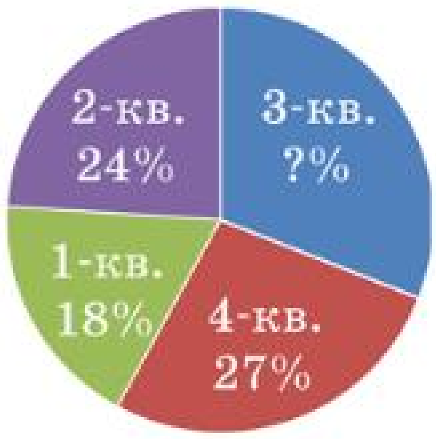
Оюнчуқ түри	A	B	C	D	E	F	G	H	K	L
Баһаси (тәңгә билән)	430	500	630	520	320	610	440	710	360	736

1) Баһаси 500 тәңгидин ошуқ әмәс оюнчуқларниң нәччә түри бар?
2) Атиси 1000 тәңгә сәрип қилип, балисиға икки түрлүк оюнчуқни қанчә усул билән сетип елип берәләйду?
3) Үч оюнчуқ сетип алған херидарға 15% йеникчилик берилиду. 1000 тәңгидин кам ахчиға қандақ үч оюнчуқ сетивелишқа болиду?

96. 1) Рәңлири һәр хил кийим үлгилириниң топлимиси (дәстиси) 1-диаграммида көрситилгән. Әгәр топлимида 80 үлгә болса, қизил рәңлик үлгиләрниң сани қанчә?
2) Карханиниң жил давамида алған киримлири тәһлил қилиш нәтиҗилири 2-диаграммида көрситилгән. Әгәр жиллиқ кирим 2400 000 тәңгини тәшкил қилған болса, 3-кварталда қандақ кирим чүшкән?

1-диаграмма

2-диаграмма



1-БАП

ПҮТҮН КӨРСӘТКҮЧЛҮК ДӘРИЖӘ

§ 1. НАТУРАЛ КӨРСӘТКҮЧЛҮК ДӘРИЖӘ

Натурал көрсәткүчлүк дәрижини немә үчүн билиш керәк?

Чүшәндүрүңлар

Бир нәччә бирдәк көпәйткүчләрниң көпәйтиндиси немә сәвәптин дәрижә билән алмаштурулиду. $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^6$; $\frac{8}{9} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{8}{9} = \left(\frac{8}{9}\right)^3$; $\underbrace{(-1{,}1) \cdot (-1{,}1) \cdot \ldots \cdot (-1{,}1)}_{21 \text{ қетим}} = (-1{,}1)^{21}$.

Әгәр қандақту бир санни a һәрипи, көпәйткүчләр санини n һәрипи арқилиқ бәлгүлисәк, у чағда

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ қетим}} = a^n.$$

a^n ипадисидики a **сани** (тәкрарлинидиған көпәйткүч) **дәрижиниң асаси,** n **сани** (көпәйткүчниң қанчә қетим тәкрарлинидиғанлиғини көрситидиған сан) **дәрижиниң көрсәткүчи,** a^n — **дәрижә** дәп атилиду.

Дәрижини оқуғанда алди билән униң асасини, алдин кейин көрсәткүчини оқуйду.

a^n ипадисиниң оқулуши:
- a санииниң n көрсәткүчлүк дәрижиси;
- n-чи дәрижилик a.

Ениқлима. Көрсәткүчи 1дин чоң a санииниң n натурал көрсәткүчлүк дәрижиси дәп һәр бир көпәйткүчи a ға тәң n көпәйткүчниң көпәйтиндиси атилиду:

$$\underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ қетим}} = a^n.$$

Һәр қандақ санниң биринчи дәрижиси шу санниң өзигә тәң:
$$a^1 = a.$$

Әскә чүшириңлар!

1. a^2 вә a^3 дәрижилири қандақ атилиду?
2. $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$; $(-0,6)^2 = 0,36$; $(-3)^3 = -27$ тәңлигини чүшәндүрүңлар.
3. Қандақ һаләттә натурал көрсәткүчлүк дәриҗә a^n иҗабий, қандақ һаләттә сәлбий сан болиду?

Натурал көрсәткүчлүк дәрижиниң хусусийәтлири

Әгәр $a > 0$ вә n натурал сан болса, у чағда $a^n > 0$, йәни һәр қандақ иҗабий санниң натурал көрсәткүчлүк дәрижиси иҗабий сан болиду.

Әгәр $a < 0$ вә n җүп сан болса, у чағда $a^n > 0$, йәни сәлбий санниң җүп дәрижиси иҗабий сан; әгәр $a < 0$ вә n тақ сан болса, у чағда $a^n < 0$, йәни сәлбий санниң тақ дәриҗиси сәлбий сан болиду.

Мәсилән: $8^3 = 8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$; $\left(\frac{6}{7}\right)^4 = \frac{6}{7} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{6}{7} = \frac{1296}{2401}$;
$(-0,3)^5 = (-0,3) \cdot (-0,3) \cdot (-0,3) \cdot (-0,3) \cdot (-0,3) = -0,00243$;
$x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x \cdot x = x^8$.

Натурал көрсәткүчлүк дәрижиниң асаси қандақ сан (натурал, кәсир иҗабий яки сәлбий вә ш.о.) болуши мүмкин?

Дәрижиниң асаси һәр қандақ рационал сан (натурал санлар, нөл, иҗабий яки сәлбий кәсирләр), сәлбий пүтүн санлар вә халиған өзгәрмә болуши мүмкин?

Дәрижигә чиқириш үчинчи басқучниң әмәли. Силәргә биринчи басқучниң (қошуш вә елиш) әмәллири вә иккинчи басқучниң (көпәйтиш вә бөлүш) әмәллири мәлум еди. Шундақла силәр скобкилири йоқ санлиқ ипадиниң мәнасини тепиш үчүн алди билән иккинчи басқучниң, андин кейин биринчи басқучниң әмәллири орунлинидиғанлиғини билисиләр.

Ипадидә үчинчи басқучниң әмәллири болғанда мону қаидә қоллинилиду.

Әгәр санлиқ ипадидә скобка болмиса, у чағда алди билән үчинчи, андин кейин иккинчи, ахирида биринчи басқучниң әмәллири орунлиниду.

Мәсилән, $6 : \frac{1}{8} - \frac{5}{9} \cdot (-3)^4 + 0{,}1 \cdot 10^2 = 6 : \frac{1}{8} - \frac{5}{9} \cdot 81 + 0{,}1 \cdot 100 =$ $= 48 - 45 + 10 = 13.$

Санни дәриҗә түридә йезиш көплигән һаләтләрдә, натурал санлиқ қошулғучларниң ханиси билән онлуқ шәкилдә йезилишини қоллиниду:

$82\,345 = 8 \cdot 10000 + 2 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 4 \cdot 10 + 5 = 8 \cdot 10^4 + 2 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10 + 5.$

10 санининң дәриҗилирини наһайити чоң санларни йезиш үчүн қоллиниду. Мәсилән, Йәрниң Күндин бир жилда алидиған энергиясиниң мөлчәри 10^{25} Дж, боранниң энергияси 10^{15} Дж, адәмниң қан айлиниш системисиниң узунлуғи 10^5 км-ға тәң.

1. Натурал көрсәткүчлүк дәриҗиниң мәнаси сәлбий сан, нөл болуши мүмкинму?
2. $81 \cdot 4 - 243 : 3^5 + 240$ ипадисидики әмәлләрниң орунлиниш ретини ейтиңлар.

Көнүкмиләр

A

1.1. Көпәйтиндини дәриҗә түридә йезиңлар:
1) $9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9$;
2) $(-1{,}2) \cdot (-1{,}2) \cdot (-1{,}2) \cdot (-1{,}2) \cdot (-1{,}2)$;
3) $\frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{7}$;
4) $b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$;
5) $(t + k) \cdot (t + k) \cdot (t + k) \cdot (t + k)$;
6) $\frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y} \cdot \frac{x}{y}$.

Көпәйтиндини дәриҗә түридә йезишни қоллинип, ипадини аддийлаштуруңлар **(1.2-1.3)**:

1.2. 1) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 11$; 2) $\frac{4}{9} \cdot \frac{4}{9} \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13 \cdot 13$;
3) $1{,}7 \cdot 1{,}7 \cdot 1{,}7 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6}$; 4) $\left(-\frac{5}{11}\right) \cdot \left(-\frac{5}{11}\right) \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 4$.

1.3. 1) $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot c \cdot c \cdot c$; 2) $0,6 \cdot 0,6 \cdot d \cdot d \cdot d \cdot d \cdot d$;

3) $k \cdot k \cdot k \cdot k \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s$; 4) $\frac{t}{m} \cdot \frac{t}{m} \cdot \frac{t}{m} \cdot n \cdot n \cdot n \cdot n$;

5) $(2 - b) \cdot (2 - b) \cdot (2 - b) \cdot (2 - b) \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y \cdot y$.

Берилгән ипадини бирдәк көпәйткүчләрниң көпәйтиндиси түридә йезиңлар **(1.4–1.5)**:

1.4. 1) 23^5; 2) $\left(-\frac{9}{17}\right)^6$; 3) $7,3^4$; 4) $(-0,1)^7$.

1.5. 1) $(3c)^5$; 2) $\left(t - \frac{5}{14}\right)^3$; 3) $(8s + 1)^4$; 4) $\left(\frac{2}{7}ab\right)^4$;

5) $(n + m)^6$; 6) $(0,9kst)^3$.

Һесаплаңлар **(1.6—1.8)**:

1.6. 1) 6^3; 2) $1,4^3$; 3) $(-8)^4$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$; 5) $(-0,2)^5$.

1.7. 1) 10^4; 2) $(-0,7)^3$; 3) $\left(-\frac{3}{4}\right)^4$; 4) $\left(1\frac{4}{5}\right)^3$.

1.8. 1) $(-2,8)^3$; 2) $\left(2\frac{1}{2}\right)^5$; 3) 7^4; 4) $1,1^3$; 5) $\left(-\frac{3}{5}\right)^5$.

B

Әмәлләрни орунлаңлар **(1.9—1.11)**:

1.9. 1) $5^2 - 200$; 2) $13 - 3^3$; 3) $20 + 2^6$; 4) $2^4 - 3^2$.

1.10. 1) $\left(\frac{1}{2}\right)^5 + \frac{29}{32}$; 2) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 + \frac{22}{27}$; 3) $\left(\frac{2}{5}\right)^2 + \frac{11}{25}$;

4) $(1,2)^2 + 2,06$; 5) $(0,4)^4 - 1$; 6) $20 - (1,4)^2$.

1.11. 1) $3^5 - 2^6 : 40$; 2) $4^4 : 1000 - 0,3$;

3) $7^2 \cdot 2^3 + 608$; 4) $8^2 \cdot 3^3 - 728$.

1.12. Көпәйтиндини дәриҗә арқилиқ йезип, ипадини аддийлаштуруңлар:

1) $\underbrace{15 \cdot 15 \cdot ... \cdot 15}_{15 \text{ қетим}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot ... \cdot a}_{22 \text{ қетим}}$; 2) $\underbrace{2,8 \cdot 2,8 \cdot ... \cdot 2,8}_{10 \text{ қетим}} \cdot \underbrace{c \cdot c \cdot ... \cdot c}_{37 \text{ қетим}}$;

3) $\underbrace{\frac{10}{19} \cdot \frac{10}{19} \cdot ... \cdot \frac{10}{19}}_{18 \text{ қетим}} \cdot \underbrace{y \cdot y \cdot ... \cdot y}_{11 \text{ қетим}}$; 4) $\underbrace{(-7) \cdot (-7) \cdot ... \cdot (-7)}_{27 \text{ қетим}} \cdot \underbrace{z \cdot z \cdot ... \cdot z}_{40 \text{ қетим}}$;

5) $\underbrace{24 \cdot 24 \cdot ... \cdot 24}_{20 \text{ қетим}} \cdot \underbrace{(x+3)(x+3) \cdot ... \cdot (x+3)}_{43 \text{ қетим}}$; 6) $\underbrace{\frac{d}{4} \cdot \frac{d}{4} \cdot ... \cdot \frac{d}{4}}_{19 \text{ қетим}} \cdot \underbrace{t \cdot t \cdot ... \cdot t}_{50 \text{ қетим}}$.

1.13. Ипадини аддийлаштуруңлар:

1) $x \cdot x \cdot x \cdot x + b \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b$; 2) $y \cdot y \cdot y - s \cdot s \cdot s \cdot s \cdot s$;

3) $(5a) \cdot (5a) \cdot (5a) \cdot (5a) - \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n} \cdot \frac{1}{n}$; 4) $\frac{a}{5} \cdot \frac{a}{5} \cdot \frac{a}{5} \cdot \frac{a}{5} + z \cdot z$.

C

1.14. Әмәлләрни орунлаңлар:

1) $10^3 - 5^2 : 8 + \left(\frac{2}{3}\right)^5 \cdot 81$; 2) $2{,}43 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 + 6^2(2^5 - 28)$;

3) $9^3 - 15^2 : 16 + \left(\frac{3}{4}\right)^3 : \frac{27}{32}$; 4) $(7^2 - 51)^3 \cdot \frac{5}{9} + 3{,}6 : 9^2$.

1.15. 1) $x = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot 4^3 \cdot 3^4$; 2) $x = 3^3 \cdot 2^4 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2$;

3) $x = \left(\frac{5}{6}\right)^2 \cdot 24 \cdot \left(\frac{4}{5}\right)^2$; 4) $x = \left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot 27 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2$

болса, x санининң 25% тини тепиңлар.

1.16. Ипадиләрниң мәнасини тепиңлар:

1) $8^3 - 600$ вә $17^2 - 4^4$;

2) $-10^4 + 9^4$ вә $(-15)^3$;

3) $0{,}4^3 + 1{,}6 \cdot 1{,}1$ вә $1{,}5^3 - 11 \cdot 0{,}5^3$;

4) $(-2{,}2)^3 + 0{,}603 \cdot 2^4$ вә $368 - 2^3 \cdot 6^4$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

1.17. Һесаплаңлар вә нәтижисини дәрижә түридә йезиңлар:

1) $2^3 \cdot 2^4$; 2) $3^2 \cdot 3^3$;

3) $\left(\frac{1}{2}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2$; 4) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2$.

1.18. Ипадиләрниң мәналирини селиштуруңлар:

1) $5^3 \cdot 5^4$ вә 5^{12}; 2) $6^2 \cdot 6^6$ вә 6^8;

3) $(-3)^2 \cdot (-3)^4$ вә $(-3)^8$; 4) $4^4 \cdot 4^5$ вә 4^9.

1.19. Тоғра тәңликни тепиңлар вә уларни терип йезиңлар:

1) $7^2 \cdot 7^6 = 7^8$;

2) $(-6)^7 \cdot (-6)^2 = (-6)^{14}$;

3 $(0{,}5)^5 \cdot (0{,}5)^2 = (0{,}5)^7$;

4) $(-1{,}25)^3 \cdot (-1{,}25)^2 = (-1{,}25)^6$.

§ 2. АСАСЛИРИ БИРДӘК ДӘРИҖИЛӘРНИ КӨПӘЙТИШ

Асаслири бирдәк дәриҗиләрни көпәйтиш қандақ орунлиниду?

Асаслири бирдәк икки дәриҗиниң көпәйтиндисини қараштурайли: $a^6 \cdot a^2$. Көпәйтишни орунлаш үчүн натурал көрсәткүчлүк дәриҗиниң ениқлимисини әскә елип, $a^6 \cdot a^2$ ипадини асаси a болған дәриҗә түридә язайли:

$$a^6 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a; \ a^2 = a \cdot a.$$

Чүшәндүрүңлар

1. $a^6 \cdot a^2 = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{6 \text{ қетим}} \cdot \underbrace{a \cdot a}_{2 \text{ қетим}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a}_{(6+2) \text{ қетим}} = a^8$

2. a^6 вә a^2 дәриҗилириниң көрсәткүчлири a^8 дәриҗиси көрсәткүчи билән қандақ бағлинишқан?

Асаслири бирдәк икки дәриҗини көпәйткәндә асаси өзгиришсиз қелип, дәриҗә көрсәткүчлириниң қошулғинини байқаймиз.

Бу хусусийәт һәр қандақ асаслири бирдәк дәриҗиләр үчүн орунлиниду. Бу хусусийәтниң дурuслуғини испатлайли.

Әгәр a һәр қандақ рационал сан вә m, n һәр қандақ натурал санлар болса, у чағда

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}.$$

Һәқиқәтән, $a^m \cdot a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ қетим}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{n \text{ қетим}} = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}_{m+n \text{ қетим}} = a^{m+n}$.

Шуниң билән натурал көрсәткүчлүк дәриҗиниң хусусийитини испатлидуқ.

Асаслири бирдәк икки дәриҗиниң көпәйтиндисиниң мәнаси асаси өзгиришсиз қалидиған, дәриҗә көрсәткүчи берилгән дәриҗиләрниң көрсәткүчлириниң қошундисини беридиған дәриҗигә тәң.

Асаслири бирдәк натурал көрсәткүчлүк икки дәриҗиниң көпәйтиндисиниң мәнасини тепиш үчүн мону қаидә қоллинилиду.

Асаслири бирдәк дәриҗиләрни көпәйтиш үчүн асасини өзгиришсиз қалдуруп, көрсәткүчлирини қошуш керәк.

Бу қаидини асаслири бирдәк, натурал көрсәткүчлүк үч вә униңдинму көп дәрижиләр үчүн қоллинишқа болиду.

Чүшәндүрүңлар

Немә үчүн $d^3d^7dd^{11} = d^{3+7+1+11} = d^{22}$?

1. Дәрижә көрсәткүчлири йоқ вә асаслири бирдәк сәлбий болидиған икки дәрижини көпәйткәндә қандақ сан (сәлбий яки иҗабий) чиқиду?
2. Асаслири бирдәк дәрижиләрни көпәйтиш қаидисини қоллиниш үчүн дәрижиләрниң асаслири қандақ сан болуши мүмкин?

Көнүкмиләр

А

Ипадини дәрижә түридә йезиңлар **(2.1-2.2)**:

2.1. 1) x^5x^{12}; 2) y^4y^{11}; 3) $z^{20}z^6$;

4) $40^{20} \cdot 40^3$; 5) $(0,3)^7 \cdot (0,3)^{29}$; 6) $(8,4)^3 \cdot (8,4)^{15}$;

7) $\left(\frac{2}{7}\right)^{31} \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^6$; 8) $\left(\frac{15}{19}\right)^3 \cdot \left(\frac{15}{19}\right)^{19}$; 9) $\left(4\frac{4}{9}\right)^{14} \cdot \left(4\frac{4}{9}\right)^{28}$;

10) $(-5)^4 \cdot (-5)^{11}$; 11) $\left(-\frac{1}{3}\right)^4 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^8$; 12) $(-6,2)^6 \cdot (-6,2)^7$;

13) $(-c)^{10} \cdot (-c)^{51}$; 14) $\left(-\frac{d}{2}\right)^9 \cdot \left(-\frac{d}{2}\right)^9$; 15) $(-1,4k)^5 \cdot (-1,4k)^{20}$.

2.2. 1) $(3-a)^4 \cdot (3-a)^{10}$; 2) $(x+y)^3 \cdot (x+y)^{15}$;

3) $(2b-3)^6 \cdot (2b-3)^{23}$; 4) $\left(\frac{1}{2}c+2\right)^{21} \cdot \left(\frac{1}{2}c+2\right)^{14}$;

5) $\left(4-\frac{2}{3}t\right)^{19} \cdot \left(4-\frac{2}{3}t\right)^2$; 6) $(9,2-k)^{15} \cdot (9,2-k)^{34}$.

Дәрижини асаслири бирдәк икки дәрижиниң көпәйтиндиси түридә йезиңлар **(2.3-2.4)**:

2.3. 1) 9^{10}; 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^8$; 3) $(81,4)^6$; 4) $\left(-\frac{4}{11}\right)^{15}$;

5) $(-20)^7$; 6) $\left(5\frac{1}{9}\right)^{40}$; 7) $(-0,09)^{13}$; 8) $\left(2\frac{5}{13}\right)^{28}$.

2.4. 1) y^{11}; 2) $(-d)^{41}$; 3) $(8,5c)^{14}$; 4) $\left(-3\frac{2}{3}x\right)^{13}$.

Тәңлик тоғра болидиған қилип юлтузчиниң орниға сан қоюңлар **(2.5-2.6)**:

2.5. 1) $a^{31} = a^{19} \cdot a^*$; 2) $b^{24} = b^* \cdot b^{16}$;

3) $(-d)^{52} = (-d)^{34} \cdot (-d)^*$; 4) $(xy)^9 = (xy)^3 \cdot (xy)^*$;

5) $\left(\frac{k}{3}\right)^{20} = \left(\frac{k}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{k}{3}\right)^*$; 6) $(1,3t)^* : (1,3t)^8 = (1,3t)^{13}$.

2.6. 1) $x^{40} = x^9 \cdot x^* \cdot x^{23}$; 2) $a^* \cdot a^5 \cdot a^{23} = a^{41}$;

3) $(ab)^* \cdot (ab) \cdot (ab)^9 = a^{14}$; 4) $\left(\frac{c}{4}\right)^{20} \cdot \left(\frac{c}{4}\right)^* = \left(\frac{c}{4}\right) \cdot \left(\frac{c}{4}\right)^{25}$;

5) $(-k)^5 \cdot (-k)^* \cdot (-k)^5 = (-k)^{15}$; 6) $\left(\frac{2}{5}y\right)^6 \cdot \left(\frac{2}{5}y\right)^* = \left(\frac{2}{5}y\right) \cdot \left(\frac{2}{5}y\right)^8$.

B

Ипадини аддийлаштуруңлар **(2.7-2.8)**:

2.7. 1) $5^k \cdot 5^4$; 2) $6^m \cdot 6^{10}$; 3) $1,7^7 \cdot 1,7^c$;

4) $(-4)^3 \cdot (-4)^d$; 5) $\left(\frac{6}{13}\right)^c \cdot \left(\frac{6}{13}\right)^6$; 6) $(-5,2)^9 \cdot (-5,2)^n$.

2.8. 1) $8^{4n} \cdot 8^n$; 2) $(-3)^{3k} \cdot (-3)^{8k}$; 3) $\left(\frac{8}{9}\right)^{11t} \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{6t}$;

4) $\left(6\frac{2}{3}\right)^{9m} \cdot \left(6\frac{2}{3}\right)^{9m}$; 5) $(-4,1)^{9t} \cdot (-4,1)^{9t}$; 6) $3,7^{8n} \cdot 3,7^{8n}$.

Дәрижини асаслири бирдәк үч дәрижиниң көпәйтиндиси түридә йезиңлар **(2.9-2.10)**:

2.9. 1) 15^{13n}; 2) $(-42)^{8m}$; 3) $\left(\frac{9}{16}\right)^{20t}$; 4) $(-1,1)^{11k}$.

2.10. 1) $(-100)^{6k}$; 2) 99^{7k}; 3) $\left(8\frac{3}{5}\right)^{17t}$; 4) $7{,}7^{3k}$.

2.11. Дәрижини асаслири бирдәк дәрижиләрниң көпәйтиндиси түридә йезиңлар. Һәр түрлүк һаләтләрни караштуруңлар:

1) a^3; 2) $(-6)^4$; 3) $\left(\frac{5}{18}\right)^5$; 4) $(x+y)^4$.

C

Тәңлик дурус болидиған қилип юлтузчиниң орниға ипадә қоюңлар **(2.12-2.13)**:

2.12. 1) $a^k \cdot a^* = a^{k+n}$; 2) $b^* \cdot b^{3n} = b^{m+3n}$;
3) $(cd)^* = (cd)^{2t} \cdot (cd)^5$; 4) $(5z)^6 \cdot (5z)^* = (5z)^{6+3k}$.

2.13. 1) $c^k \cdot c^* = c^{2k+1}$; 2) $d^{5k} \cdot d^* = d^{8k+2}$;
3) $z^{6k} \cdot z^* = z^{10k+10}$; 4) $m^* \cdot m^{13k} = m^{16k+13}$.

2.14. Берилгән тәңликниң тоғра тәңлик болидиғинини испатлаңлар:

1) $x^{k+4n-9} \cdot x^{7-3k} \cdot x^{6+2k-4n} = x^4$;

2) $x^{5m+11} \cdot x^{20-4m+2n} \cdot x^{m-2n-30} = x^{2m+1}$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

2.15. Дәрижиләрни көпәйтиндә түридә йезиңлар вә кәсирни қисқартиңлар:

1) $\frac{3^5}{3^4}$; 2) $\frac{4^4}{4^5}$; 3) $\frac{(2{,}3)^4}{(2{,}3)^3}$; 4) $\frac{(-0{,}8)^3}{(-0{,}8)^2}$.

2.16. Тоғра тәңликләрни көчирип йезиңлар:

1) $\frac{2^9}{2^3} = 2^3$; 2) $\frac{7^8}{7^4} = 7^4$; 3) $\frac{(0{,}25)^{12}}{(0{,}25)^4} = (0{,}25)^8$.

§ 3. АСАСЛИРИ БИРДӘК ДӘРИҖИЛӘРНИ БӨЛҮШ. КӨРСӘТКҮЧИ НӨЛГӘ ТӘҢ ДӘРИҖӘ

Асаслири бирдәк дәриҗиләрни көпәйтиш қандақ орунлиниду? Көрсәткүчи нөлгә тәң дәриҗә дегинимиз немә?

Натурал көрсәткүчлүк асаслири бирдәк икки дәриҗиниң бөлүндисини, мәсилән, $b^{15} : b^9$ қараштуруңлар.

Ойлинайли

1. $b^{15} : b^9$ ипадисини берилгән асас бойичә дәриҗә түридә қандақ йезишқа болиду?
2. Бөлүш қандақ орунланған: $b^{15} : b^9 = \frac{b^{15}}{b^9} = \frac{b^9 \cdot b^6}{b^9} = b^6$?
3. b^{15} вә b^9 дәриҗилириниң көрсәткүчлири b^6 дәриҗисиниң көрсәткүчи билән қандақ бағлинишқан?

Асаслири бирдәк дәриҗиләрни бөлгәндә асас өзгиришсиз қалғанлиғини, көрсәткүчи сүрити билән мәхриҗидики дәриҗиләрниң көрсәткүчлириниң айримисиниң мәнасиға тәң екәнлигини көримиз.

Мону хусусийәтниң дурус екәнлигигә көз йәткүзәйли.

Әгәр b — нөлге тәң әмәс һәр қандақ рационал сан, m вә n санлири $m > n$ болидиған халиған натурал санлар болса, у чағда $\frac{b^m}{b^n} = b^{m-n}$.

Испатлаш. $\frac{b^m}{b^n} = \frac{b^n \cdot b^{m-n}}{b^n} = b^{m-n}$, йәни $b^m : b^n = b^{m-n}$, $m > n$ вә $b \neq 0$.

Испатланған хусусийәтни йәкүнләйли:

нөлгә тәң әмәс асаслири бирдәк натурал көрсәткүчлүк икки дәриҗиниң бөлүндисиниң мәнаси асаси өзгиришсиз қалидиған, көрсәткүчи, бөлүнгүч билән бөлгүчниң дәриҗә көрсәткүчлириниң айримиси болидиған дәриҗигә тәң.

Нөлгә тәң әмәс асаслири бирдәк икки дәриҗиниң бөлүндисиниң мәнасини тепиш үчүн мону қаидини қоллинишқа болиду:

асаслири бирдәк икки дәриҗиниң бөлүндисиниң мәнасини тепиш үчүн асасини өзгиришсиз қалдуруп, бөлүнгүчниң көрсәткүчидин бөлгүчниң көрсәткүчини елиш керәк.

Чүшәндүрүңлар

Асаслири бирдәк дәрижиләрни бөлүш қандақ орунланған:

$$\frac{t^{41}}{t^{29}} = t^{41-29} = t^{12}?$$

Асаслири бирдәк дәрижиләрни бөлүш қаидисини көрсәткүчләр бирдәк болған һаләттә қараштурайли. Униң үчүн қандақла болмисун бир дәрижини өзини өзигә бөләйли. Мәсилән, a^n дәрижисини a^n дәрижисигә бөләйли. Нөлгә бөлүшкә болмайдиғанлиқтин, $a \neq 0$.

У чағда $\dfrac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$, шундақла $\dfrac{a^n}{a^n} = 1$ болғанлиқтин $a^0 = 1$.

Демәк, һәр қандақ $a \neq 0$ сани үчүн $a^0 = 1$.

Мәсилән: $10^0 = 1$; $5^0 = 1$; $28^0 = 1$; $(-16)^0 = 1$.

1. Асаслири бирдәк дәрижиләрни бөлүш қаидисини қоллиниш үчүн дәрижиниң асаси билән көрсәткүчи қандақ болуши керәк?
2. Көрсәткүчи нөлгә тәң дәрижиниң мәнасини тапқанда немә сәвәптин дәрижиниң асаси нөлгә тәң болмиши керәк?
3. a ниң қандақ мәналирида a^0 дәрижисиниң мәнаси 1 гә тәң болиду?

Көнүкмиләр

А

Ипадини дәрижә түридә йезиңлар (3.1—3.3):

3.1. 1) $x^{10} : x^7$; 2) $y^{13} : y^8$; 3) $z^{41} : z^{19}$;
4) $35^{21} : 35^9$; 5) $(1,8)^{14} : (1,8)^9$; 6) $(0,8)^{50} : (0,8)^{31}$;
7) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{28} : \left(-\frac{1}{2}\right)^{20}$; 8) $\left(-\frac{17}{20}\right)^{43} : \left(-\frac{17}{20}\right)^{26}$; 9) $\left(-5\frac{4}{18}\right)^{17} : \left(-5\frac{4}{13}\right)^{8}$.

3.2. 1) $(-8)^{50} : (-8)^{30}$; 2) $\left(\frac{3}{14}\right)^3 : \left(\frac{3}{14}\right)^2$; 3) $(4,1)^{81} : (4,1)^{72}$;
4) $\left(\frac{a}{3}\right)^{31} : \left(\frac{a}{3}\right)^{21}$; 5) $(-k)^{38} : (-k)^{37}$; 6) $(-6,8)^{43} : (-6,8)^{42}$.

3.3. 1) $(9+x)^6:(9+x)^4$; 2) $(m-n)^9:(m-n)^5$;

3) $(2x-1)^7:(2x-1)^4$; 4) $\left(\frac{a}{5}-3\right)^{25}:\left(\frac{a}{5}-3\right)^{23}$;

5) $\left(4+\frac{b}{6}\right)^{10}:\left(4+\frac{b}{6}\right)$; 6) $(8,8-c)^{44}:(8,8-c)^{34}$.

Дәрижини асаслири бирдәк икки дәрижиниң бөлүндиси түридә йезиңлар **(3.4-3.5)**:

3.4. 1) 50^{22}; 2) $\left(\frac{7}{3}\right)^{10}$; 3) $(-7,2)^{34}$; 4) $\left(-\frac{8}{9}\right)^{41}$.

3.5. 1) y^{12}; 2) $(-z)^{16}$; 3) $(-1,8d)^{51}$; 4) $\left(\frac{2}{11}c\right)^{77}$.

Тәңлик тоғра болидиғандәк қилип, юлтузчиниң орниға сан йезиңлар **(3.6-3.7)**:

3.6. 1) $200^{10}=200^{21}:200^{*}$; 2) $4,45^{39}:4,45^{*}=4,45^{30}$;

3) $(-5ab)^{*}:(-5ab)=(-5ab)^{11}$; 4) $\left(\frac{5}{16}t\right)^{*}:\left(\frac{5}{16}t\right)^{2}=\left(\frac{5}{16}t\right)^{22}$.

3.7. 1) $x^{60}=x^{40}:x^{15}:x^{*}$; 2) $a^{*}:a^{4}:a=a^{7}$;

3) $\left(-\frac{8}{15}k\right)^{38}=\left(-\frac{8}{15}k\right)^{36}:\left(-\frac{8}{15}k\right)^{*}:\left(-\frac{8}{15}\right)$;

4) $(1,1t)^{8}:(1,1t):(1,1t)^{*}=1,1t$.

3.8. $4,5^{\circ}$; $\left(-\frac{4}{5}\right)^{\circ}$; x°; $(-2x+y)^{\circ}$; $(8,6a)^{\circ}$; $(-9,1bc)^{\circ}$ ипадини һесаплаңлар.

3.9. Ипадини аддийлаштуруңлар:

1) $a^{100}:a^{89}\cdot a^{2}$; 2) $b^{98}:b^{88}\cdot b^{15}$;

3) $(ax)^{41}\cdot(ax)^{12}:(ax)^{33}$; 4) $(3z)^{56}:(3z)^{51}\cdot(3z)$;

5) $\left(\frac{c}{5}\right)^{66}:\left(\frac{c}{5}\right)^{62}\cdot\left(\frac{c}{5}\right)^{3}$; 6) $(-kt)^{49}:(-kt)^{39}\cdot(-kt)^{10}$.

3.10. Һесаплаңлар:

1) $3^{25}:3^{22}\cdot 3^{2}$; 2) $6^{20}\cdot 6^{18}:6^{35}$;

3) $\left(\frac{5}{9}\right)^{40}:\left(\frac{5}{9}\right)^{36}\cdot\left(\frac{5}{9}\right)^{2}$; 4) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{50}:\left(-\frac{1}{2}\right)^{49}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{4}$;

5) $(1,1)^{17}\cdot(1,1):(1,1)^{16}$; 6) $(-1,3)^{29}:(-1,3)^{28}\cdot(-1,3)$.

B

3.11. 1) $a = 5; -\frac{3}{11}; 2{,}8; -40$ болса, у чағда $\frac{a^{20} \cdot a^{20}}{a^{17} \cdot a^{19}}$;

2) $b = 8; -1{,}3; \frac{5}{3}; -6$ болса, у чағда $\frac{b^{40} \cdot b^{10} \cdot b^{38}}{b^{37} \cdot b^{49}}$ ипадисиниң мәнасини тепиңлар.

3.12. x өзгәрмисиниң қандақ мәнасида

1) $100^{34} : 100^{32} : 100^{x}$; 2) $(-40)^{50} : (-40)^{x} : (-40)^{21}$;

3) $\left(\frac{1}{6}\right)^{42} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{9} : \left(\frac{1}{6}\right)^{x}$; 4) $(-9{,}3)^{x} : (-9{,}3)^{24} \cdot (-9{,}3)^{48}$

ипадиниң мәнаси 1 гә тәң болиду?

3.13. Ипадиләрниң мәналирини селиштуруңлар:

1) $4^5 : 4^3$ вә $2^8 : 2^6$;

2) $(-9)^{10} : (-9)^9$ вә $(-8)^9 : (-8)^8$;

3) $10^{20} : 10^{19} \cdot 10^2$ вә $2^{40} : 2^{35} \cdot 2^5$;

4) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{60} : \left(-\frac{1}{3}\right)^{58}$ вә $\left(-\frac{1}{2}\right)^{40} : \left(-\frac{1}{2}\right)^{36}$.

Ипадини аддийлаштуруңлар **(3.14-3.15)**:

3.14. 1) $9^n : 9^5$; 2) $(-10)^6 : (-10)^m$; 3) $3{,}7^k : 3{,}7^{11}$;

4) $\left(\frac{3}{16}\right)^{6} : \left(\frac{3}{16}\right)^{d}$; 5) $\left(8\frac{1}{4}\right) : \left(8\frac{1}{4}\right)^{c}$; 6) $(-2{,}4)^t : (-2{,}4)^1$.

3.15. 1) $11^k : 11^4 \cdot 11^{k+1}$; 2) $20^{10} : 20^t \cdot 20^{3+t}$;

3) $\left(\frac{1}{4}\right)^{3k} : \left(\frac{1}{4}\right)^{k} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{2k+3}$; 4) $(-9)^{20t} : (-9)^{t+5} : (-9)$;

5) $\left(-\frac{1}{9}\right)^{5t-2} : \left(-\frac{1}{9}\right) \cdot \left(-\frac{1}{9}\right)^{5t}$; 6) $2{,}1^{k+3} \cdot 2{,}1^{6t} : 2{,}1^{4t-3}$.

C

3.16. Һесаплаңлар:

1) $(2^{30} : 2^{15} : 2^{10}) \cdot (5^{27} : 5^{26} \cdot 5)$; 2) $(3^{13} : 3^{12} \cdot 3^3) : (7^{17} : 7^{15} : 7^2)$;

3) $(4^{10} : 4^8) \cdot (6^8 : 6^6) : (24^{37} : 24^{34})$; 4) $(9^{22} : 9^{20}) \cdot (8^5 : 8^3) : (6^{18} : 6^{15})$.

3.17. Дәрижини асаслири бирдәк икки дәрижиниң бөлүндиси түридә йезиңлар:

1) a^{k+5}; 2) d^{k+m}; 3) b^{2k+1}; 4) c^{4+5k}.

3.18. Һесаплаңлар:

1) $\frac{(-5)^6 \cdot (-5)^7 \cdot (-5)^8}{(-5)^{14} \cdot (-5)^4}$; 2) $\frac{1{,}2^{40} \cdot 1{,}2^{25} \cdot 1{,}2^4}{1{,}2^{59} \cdot 1{,}2^8}$;

3) $\dfrac{\left(\frac{1}{3}\right)^{10} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{20} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{30}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{34} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{23}}$; 4) $\dfrac{\left(-\frac{1}{6}\right)^{25} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{19} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{16}}{\left(-\frac{1}{6}\right)^{8} \cdot \left(-\frac{1}{6}\right)^{49}}$.

3.19. Ипадиниң мәнасини тепиңлар:

1) $\dfrac{(-6)^{19} \cdot (-6)^{33}}{3{,}2^{24} \cdot 3{,}2^{6}} \cdot \dfrac{3{,}2^{96} \cdot 3{,}2^{12}}{(-6)^{28} \cdot (-6)^{29}} \cdot \dfrac{(-6)^{6}}{3{,}2^{77}}$;

2) $\dfrac{1{,}7^{40} \cdot 1{,}7^{12} \cdot 20^{30}}{1{,}7^{39} \cdot 20^{6} \cdot 20^{7}} \cdot \dfrac{20^{7} \cdot 20^{8}}{1{,}7^{13} \cdot 1{,}7^{9}} \cdot \dfrac{1{,}7^{10}}{20^{31}}$.

3.20. Тәңликниң дуруслуғини тәкшүрүңлар:

1) $\dfrac{x^{100} \cdot x^{20} \cdot x^{60}}{x^{89} \cdot x^{72}} = \dfrac{x^{55} \cdot x^{36}}{x^{41} \cdot x^{13} \cdot x^{18}}$;

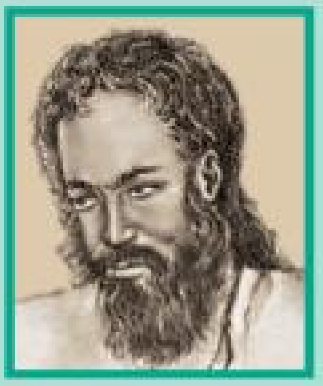
2) $\dfrac{x^{33} \cdot x \cdot x^{69}}{x^{47} \cdot x^{49}} = \dfrac{x^{53} \cdot x^{56} \cdot x^{60}}{x^{81} \cdot x^{2} \cdot x^{79}}$;

3) $\dfrac{a^{17} \cdot a^{47} \cdot a^{56}}{a^{81} \cdot a^{39}} = \dfrac{a^{80} \cdot a^{5} \cdot a^{37}}{a^{59} \cdot a^{63}}$;

4) $\dfrac{a^{31} \cdot a^{18} \cdot a^{27} \cdot a^{19}}{a^{22} \cdot a^{54} \cdot a^{16}} = \dfrac{a^{39} \cdot a^{23}}{a^{59}}$?

Хәвәрлимә тәйярлаңлар

3.21. Әл-Каши — XV әсирниң бешида $a^0 = 1$ тәңлигини (бу йәрдә $a \neq 0$) дәсләп өз әмгәклиридә қолланған сәмәрқәнтлик алим.



Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

3.22. Ипадини дәриҗә түридә йезиңлар:

1) $(2^3)^4$; 2) $(4^2)^3$; 3) $(-2)^3)^2$; 4) $(5^2)^3$.

3.23. Тоғра тәңликләрни терип йезиңлар:

1) $(7^2)^3 = 7^5$; 2) $(8^4)^2 = 8^8$; 3) $(3^3)^2 = 3^9$.

§ 4. ДӘРИЖИНИ ДӘРИЖИГӘ ЧИҚИРИШ

Дәрижини дәрижигә чиқириш қандақ орунлиниду?

$(a^7)^5$ ипадиси асаси a^7 вә көрсәткүчи 5 кә тәң дәрижә түридә берилгән.

Чүшәндүрүңлар

$(a^7)^5 = a^{35}$ тәңлигиниң орунлинидиғанлиғини натурал көрсәткүчлүк дәрижиниң ениқлимисини қоллинип көз йәткүзүңлар.

$(x^4)^3$ вә $(2^5)^6$ ипадилирини асаслири мувапиқ x вә 2 болған дәрижә түридә язайли:

$$(x^4)^3 = x^4 \cdot x^4 \cdot x^4 \cdot = x^{4 \cdot 3} = x^{12};$$
$$(2^5)^6 = 2^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 \cdot 2^5 = 2^{5 \cdot 6} = 2^{30}.$$

Дәрижини дәрижигә чиқарғанда дәрижиниң асаси өзгиришсиз қелип, дәрижә көрсәткүчлириниң көпәйтилгәнлигини көрүмиз. Әнди мону хусусийәтниң дуруслуғини испатлайли:

әгәр a — һәр қандақ сан вә m билән n — пүтүн сәлбий әмәс санлар болса, у чағда

$$(a^m)^n = a^{mn}.$$

Һәқиқәтән натурал көрсәткүчлүк дәрижиниң ениқлимиси бойичә $(a^m)^n = \underbrace{a^m \cdot a^m \cdot ... \cdot a^m}_{n \text{ қетим}}$. Асаслири бирдәк дәрижиләрни көпәйтиш қаидисини қоллансақ, $\underbrace{a^m \cdot a^m \cdot ... \cdot a^m}_{n \text{ қетим}} = a^{\overbrace{m+m+...+m}^{n \text{ қетим}}}$.

Бирдәк қошулғучларниң қошундисини, йәни $\underbrace{m+m+...+m}_{n \text{ қетим}}$ ни көпәйтиндә билән алмаштурайли: $a^{\overbrace{m+m+...+m}^{n \text{ қетим}}} = a^{mn}$. Демәк, дәрижини дәрижигә чиқарғанда мону қаидини қоллинишқа болиду.

Дәрижини дәрижигә чиқириш үчүн асасини өзгәришсиз қалдуруп, дәрижә көрсәткүчлирини көпәйтиш керәк.

1. Дәрижини дәрижигә чиқириш қаидисини қоллиниш үчүн дәрижиниң асаси билән көрсәткүчи қандақ болуши керәк?
2. Дәрижини дәрижигә чиқириш әмәлини халиған һаләттә орунлашқа боламду?

Көнүкмиләр

A

Асаси b болидиған дәриҗә түридә йезиңлар **(4.1-4.2)**:

4.1. 1) $(b^2)^3$; 2) $(b^3)^2$; 3) $(b^4)^3$; 4) $(b^2)^4$.

4.2. 1) $(b^5)^2 \cdot b^3$; 2) $b \cdot (b^3)^4$; 3) $b^8 \cdot (b^{10})^3$;
4) $b^6 \cdot (b^4)^8$; 5) $(b^7)^5 \cdot b$; 6) $(b^{11})^4 \cdot b^{10}$;
7) $(b^5)^{10} : b^{31}$; 8) $b^{43} : (b^9)^4$; 9) $(b^6)^{12} \cdot b^{59}$;
10) $b^{100} : (b^5)^4$; 11) $(b^{17})^5 : b^{81}$; 12) $b^{79} : (b^{13})^6$.

Аддийлаштуруңлар **(4.3-4.4)**:

4.3. 1) $(a^4)^2 \cdot (a^3)^4$; 2) $(b^4 b)^6$; 3) $(c^5)^8 : (c^6)^6$;
4) $(d^8 d^2)^3$; 5) $(c^9)^5 : (c^4)^{10}$; 6) $(kk^{11})^7$.

4.4. 1) $(b^4)^6 \cdot (b^5)^4$; 2) $(b^{16})^4 : (b^3)^{20}$; 3) $(b^9)^{12} : (b^{10})^{10}$;
4) $(b^{30})^3 : (b^4)^{20}$; 5) $(b^3)^7 \cdot (b^5)^5$; 6) $(b^7)^6 : (b^8)^5$.

4.5. Ипадини дәриҗиниң квадрати түридә йезиңлар:
1) a^6; 2) x^{20}; 3) y^{22}; 4) z^{48}.

4.6. Ипадини дәриҗиниң куби түридә йезиңлар:
1) a^6; 2) x^{21}; 3) y^{30}; 4) z^{72}.

4.7. Һесаплаңлар:
1) $(5^2)^2 - 600$; 2) $(3^3)^2 + 271$; 3) $1000 - 5 \cdot (2^3)^2$;
4) $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^4\right)^2 \cdot 320$; 5) $(2^4)^2 - 200$; 6) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3 \cdot \frac{3645}{32}$.

B

4.8. Ипадиниң мәнасини тепиңлар:
1) $(b^5)^3 \cdot (b^2)^7 : (b^6)^4$, бу йәрдә $b = -2$;
1) $(a^2)^5 \cdot (a^{10})^2 : (a^{14})^2$, бу йәрдә $a = -\frac{3}{7}$.

4.9. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:
1) $(a^2)^4 \cdot (a^3)^5 : (a^3b^2)^7 = a^2$; 2) $(x^3)^6 \cdot (x^2)^5 = x^{28}$.

4.10. Аддийлаштуруңлар:

1) $\frac{(125b^2)^3}{25b^4}$; 2) $\frac{45x^{14}y^9}{-27x^{12}(-y^3)^3}$; 3) $\frac{-32c^{15}(d^4)^5}{24c^{13}d^{17}}$.

C

4.11. Һесаплаңлар:

1) $\dfrac{(13^5)^{11} \cdot (13^4)^{10}}{(13^{47})^2}$;
2) $\dfrac{(7^5)^6 \cdot 7^{27}}{(7^{14})^4}$;
3) $\dfrac{(6^8)^9 \cdot (6^4)^5}{(6^{24})^3 \cdot (6^3)^6}$;
4) $\dfrac{(19^{11})^7 \cdot (19^7)^2}{(19^{20})^3 \cdot 19^{29}}$;
5) $\dfrac{(3^{15})^5 \cdot (3^{12})^2}{(3^2)^{25} \cdot (3^3)^{16}}$;
6) $\dfrac{(2^{40})^3 \cdot (2^{12})^5}{(2^{45})^2 \cdot (2^{11})^4}$.

4.12. Ипадиниң мәнасини тепиңлар:
1) $(y^4)^5 : (y^9)^2 \cdot y^3$, бу йәрдә $y = -1$;
2) $(z^3)^9 : (z^4)^6 \cdot z$, бу йәрдә $z = -2$.

4.13. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:
1) $(a^{2k})^5 : (2a^{3k}) - 1{,}5a^{7k} = -\,a^{7k}$;
2) $(y^{2n})^6 : (5y^{5n})^2 + 0{,}96y^{2n} = y^{2n}$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

4.14. Тоғра тәңликләрни терип йезиңлар:
1) $(ab)^2 = a^2b^2$;
2) $(7^2 \cdot 4^3)^2 = 7^2 \cdot 4^9$;
3) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^2 = \dfrac{a^2}{b^2}$;
4) $\left(\dfrac{4}{7}\right)^3 = \dfrac{4^3}{7^3}$.

4.15. Ипадиләрниң мәналирини селиштуруңлар:
1) $(2^3b^2)^3$ вә 2^9b^6;
2) $(m^2c^3)^4$ вә m^8c^7;
3) $\left(\dfrac{3}{11}\right)^2$ вә $\dfrac{3^2}{11^2}$;
4) $\left(\dfrac{2}{9}\right)^3$ вә $\dfrac{2^3}{9^3}$.

4.16. $3x - 7| \leqslant 3$ тәңсизлиги һәқиқий болидиған әң кичик натурал санни тепиңлар.

§ 5. КӨПӘЙТИНДИНИ ВӘ БӨЛҮНДИНИ ДӘРИЖИГӘ ЧИҚИРИШ

Көпәйтиндини вә бөлиндини дәрижигә чиқиришниң қандақ хусусийити бар?

$(3 \cdot 8)^4$ дәрижисини 3^4 вә 8^4 дәрижилириниң көпәйтиндиси түридә қандақ йезишқа болиду?

Чүшәндүрүңлар

$(3 \cdot 8)^4 = (3 \cdot 8) \cdot (3 \cdot 8) \cdot (3 \cdot 8) \cdot (3 \cdot 8) = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 = 3^4 \cdot 8^4$ тәңлигини пайдилинип, $(3 \cdot 8)^4$ дәрижисини $3^4 \cdot 8^4$ түридә йезишқа болидиғанлиғини чүшәндүрүңлар.

Көпәйтиндини дәрижигә чиқарғанда һәр көпәйткүч шу дәрижигә чиқирилип, чиққан дәрижиләрниң көпәйтилидиғинини көрүп туримиз. Әнди мону хусусийәтниң дуруслуғиға көз йәткүзәйли.

Әгәр a вә b — һәр қандақ рационал санлар, m — натурал сан болса, у чағда $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$.

Һәқиқәтән, $(a \cdot b)^m = \underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdot \ldots \cdot (ab)}_{m \text{ қетим}}$.

Көпәйткүчләрниң орнини алмаштурушқа болидиғанлиқтин,

$$\underbrace{(ab) \cdot (ab) \cdot \ldots \cdot (ab)}_{m \text{ қетим}} = \underbrace{aa \cdot \ldots \cdot a}_{m \text{ қетим}} \cdot \underbrace{bb \cdot \ldots \cdot b}_{m \text{ қетим}} = a^m \cdot b^m.$$

Көпәйтиндини дәрижигә чиқарғанда мону қаидини қоллинишқа болиду:

көпәйтиндини дәрижигә чиқириш үчүн һәр көпәйткүчни шу дәрижигә чиқирип, чиққан дәрижиләрни көпәйтиш керәк.

Мәсилән, $(2 \cdot 10)^4 = 2^4 \cdot 10^4 = 16 \cdot 10000 = 160\,000$.

$\left(\frac{2}{3}\right)^4$ мисалиға асаслинип, бөлүндини дәрижигә чиқиришни қараштурайли. Натурал көрсәткүчлүк дәрижиниң ениқлимисигә мувапиқ $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$. Кәсирләрни көпәйтиш қаидисигә мувапиқ $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}$. Бирдәк көпәйткүчләрниң көпәйтиндисини дәрижә алмаштурайли: $\frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2^4}{3^4}$. Демәк, $\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4}$.

Кәсирни дәрижигә чиқириш үчүн униң сүрити билән мәхрижини айрим-айрим дәрижигә чиқириш керәклигини көриватимиз.

Әнди мону хусусийәтниң дурuслуғини испатлайли.

Әгәр a — пүтүн сан, b вә n — натурал санлар болса, у чағда

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Һәқиқәтән натурал көрсәткүчлүк дәрижиниң ениқлимисиға мувапиқ

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b} \cdot \ldots \cdot \frac{a}{b}}_{n \text{ қетим}} = \frac{\overbrace{aa \ldots a}^{n \text{ қетим}}}{\underbrace{bb \ldots b}_{n \text{ қетим}}} = \frac{a^n}{b^n}.$$

Кәсирни дәрижигә чиқарғанда мону қаидини қоллинишқа болиду.

Кәсирни дәрижигә чиқириш үчүн униң сүрити билән мәхрижини шу дәрижигә чиқириш керәк.

Мәсилән, $\left(-\frac{2}{k}\right)^6 = \left(\frac{2}{k}\right)^6 = \frac{2^6}{k^6} = \frac{64}{k^6}$.

1. 1) Көпәйтиндини; 2) кәсирни дәрижигә чиқириш қаидисини қоллиниш үчүн дәрижиниң асаси билән көрсәткүчи қандақ болуши керәк?
2. Көпәйтиндини яки кәсирни натурал дәрижигә чиқарғанда сәлбий сан яки нөл чиқиши мүмкинму?

Көнүкмиләр

A

Дәрижини дәрижиләрниң көпәйтиндиси түридә йезиңлар **(5.1-5.2)**:

5.1. 1) $(ax)^7$; 2) $(yz)^{10}$; 3) $(nm)^{15}$; 4) $(cd)^{20}$.

5.2. 1) $(2a)^{20}$; 2) $(1{,}5b)^5$; 3) $(\frac{2}{17}c)^7$; 4) $(-4d)^{12}$.

Дәрижини дәрижиләрниң бөлүндиси түридә йезиңлар **(5.3-5.4)**:

5.3. 1) $\left(\frac{a}{y}\right)^3$; 2) $\left(\frac{n}{m}\right)^{10}$; 3) $\left(\frac{k}{c}\right)^{19}$; 4) $\left(\frac{d}{x}\right)^{31}$.

5.4. 1) $\left(\frac{2}{b}\right)^5$; 2) $\left(\frac{d}{7}\right)^4$; 3) $\left(\frac{5}{a}\right)^{11}$; 4) $\left(-\frac{6}{n}\right)^8$.

5.5. Ипадини көпәйтиндиниң дәрижиси түридә йезиңлар:

1) $2^8 \cdot a^8$; 2) $5^5 \cdot b^5$; 3) $\left(\frac{1}{3}\right)^7 c^7$; 4) $\left(\frac{2}{15}\right)^{10} d^{10}$.

5) $4^6a^6b^6$; 6) $8^9c^9d^9$; 7) $\left(\frac{4}{11}\right)^{11} n^{11}m^{11}$; 4) $x^{13}y^{13}z^{13}$.

5.6. Ипадини кәсирниң дәрижиси түридә йезиңлар:

1) $\frac{4^{10}}{x^{10}}$; 2) $\frac{7^{13}}{y^{13}}$; 3) $\frac{z^{21}}{6^{21}}$; 4) $\frac{t^{39}}{9^{39}}$.

Аддийлаштуруңлар **(5.7-5.8)**:

5.7. 1) $\frac{(a \cdot b)^3}{b^2}$; 2) $\left(\frac{x}{y}\right)^5 \cdot y^7$; 3) $\frac{(d \cdot t)^9}{d^7}$;

4) $\frac{(x \cdot y)^6}{x^5}$; 5) $\frac{(a \cdot c)^{10}}{c^8}$; 6) $m^{12} \cdot \left(\frac{n}{m}\right)^{10}$.

5.8. 1) $\frac{\left(x^5y^6\right)^4}{x^{20}y^{22}}$; 2) $\left(\frac{a^4}{b^3}\right)^5 \cdot b^{17}$; 3) $\frac{\left(x^8y^4\right)^3}{x^{23}y^{12}}$;

4) $\frac{a^{21}b^{34}}{\left(a^{10}b^{17}\right)^2}$; 5) $y^{20} \cdot \left(\frac{z^2}{y^5}\right)^4$; 6) $\frac{z^{19}t^{41}}{\left(z^6t^{13}\right)^3}$.

B

5.9. Ипадиниң мәнасини тепиңлар:

1) $(a^4b^5)^2 : (a^2b^2)^3$, бу йәрдә $a = -0{,}5$, $b = 2$;

2) $(x^7y^4)^3 : (x^{10}y^5)^2$, бу йәрдә $x = -3$, $y = \dfrac{2}{3}$;

3) $(-2a^6b^3)^3 : (5a^8b^4)^2$, бу йәрдә $a = \dfrac{7}{8}$, $b = -\dfrac{3}{25}$;

4) $(3a^9b^3)^2 : (-4a^4b)^4$, бу йәрдә $a = -\dfrac{5}{9}$, $b = -16$.

5.10. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:

1) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^5 \cdot (2^5)^3 \cdot 3^7 : (2^{10} \cdot 3)^2 = 1$;

2) $(7^2)^8 \cdot (6^3)^4 : (7^4 \cdot 6^3)^4 = 1$;

3) $\left(\dfrac{4}{5}\right)^6 \cdot (4^3)^3 \cdot 5^8 : (4^7 \cdot 5)^2 = 4$;

4) $(9^4 \cdot 8^3)^5 : (9^{10})^2 : (8^2)^7 = 8$.

Ипадини аддийлаштуруңлар **(5.11-5.12)**:

5.11. 1) $(2x^5y^7)^3 : (x^{14}y^{20}) - (3xy^5)^3 : (x^2y^{14})$;

2) $(-3a^4b^5)^2 \cdot (-2a^2b^3)^3 : (-72a^6b^9)^2 + a^2b$;

3) $(5x^6y^2)^3 \cdot (-x^8y^7)^2 : (-0{,}2x^{15}y^{10})^2 - 10x^4$;

4) $(-2a^{10}b^{20})^2 : (-a^2b^3)^3 : (-2a^5b^{24})^2$.

5.12. 1) $(x^{11}y^{12}z^{13})^2 : (x^2yz^2)^9 \cdot (xyz^5)^2$;

2) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^5 \cdot \left(\dfrac{x^4}{y^3}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{x^8}{y^{10}}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{x}{y}\right)^5$.

C

5.13. 1) $a = -2$, $b = -\dfrac{1}{2}$ болса, у чағда $(a^3b^5)^5 : (a^7b^{12})^2 \cdot (ab)^3$;

2) $a = -\dfrac{1}{3}$, $b = -3$ болса, у чағда $\left(\dfrac{a^4}{b^5}\right)^2 \cdot \left(\dfrac{b^6}{a^3}\right)^2 : (ab)$

ипадисиниң мәнасини тепиңлар.

5.14. Ипадини аддийлаштуруңлар:

1) $(4^k3^n)^2 : (4^{k-1}3^{n-1})^2$;
2) $(7^m9^n)^3 : (7^{m-2}9^n)^3$;
3) $(11^k5^t)^4 : (11^k5^{t-1})^4$;
4) $(13^m6^k)^3 : (13^m6^{k-1})^3$.

5.15. Һесаплаңлар:

1) $(100^{10} \cdot 9^{3})^{7} \cdot (100^{20} \cdot 9^{6})^{2} : (100^{109} \cdot 9^{33})$;

2) $(0{,}15^{16} \cdot 3^{7})^{5} \cdot (3^{3} \cdot 0{,}15^{10})^{3} : (3^{20} \cdot 0{,}15^{55})^{2}$;

3) $\left(\left(\dfrac{3}{4}\right)^{3} \cdot \left(\dfrac{4}{5}\right)^{6}\right)^{10} : \left(\left(\dfrac{4}{5}\right)^{12} \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^{6}\right)^{5}$;

4) $\left(\left(\dfrac{5}{6}\right)^{7} \cdot \left(\dfrac{6}{7}\right)^{3}\right)^{8} : \left(\left(\dfrac{6}{7}\right)^{11} \cdot \left(\dfrac{5}{6}\right)^{27}\right)^{2}$.

5.16. 1) $((a^{2})^{3})^{5} \cdot (a^{15}b)^{2} : a^{60} - b^{2}$;

2) $(x^{5}y)^{3} \cdot ((y^{4})^{3})^{4} : y^{51} - x^{15}$ ипадисиниң мәнаси нөлгә тәң болидиғанлиғини испатлаңлар.

5.17. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:

1) $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{8} \cdot \left(\dfrac{3}{5}\right)^{9} \cdot \left(\dfrac{5}{2}\right)^{10} = 3{,}75$; 2) $(4 \cdot 7)^{10} \cdot \left(\dfrac{3}{4}\right)^{10} : (7^{5} \cdot 3^{4})^{2} = 9$.

5.18. 64; 729 санлирини а) асаси сәлбий; ә) көрсәткүчи тақ сан дәрижә түридә йезиңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

5.19. 3 санининң дәрижилиридин тәркип тапқан 3; 3^{2}; 3^{3}; 3^{4}; 3^{5}; 3^{6}; ... тизмисиниң мәналирини тепиңлар.

1) Алдинқи дәрижиниң мәнаси билән селиштурғанда һәр бир келәси дәрижиниң мәнаси һәққидә қандақ хуласә чиқиришқа болиду?

2) Келәси дәрижиниң мәнаси билән селиштурғанда һәр бир алдинқи дәрижиниң мәнаси һәққидә қандақ хуласә чиқиришқа болиду?

5.20. Кәсирләрдин туридиған санлар тизмисини дәрижиләрдин туридиған тизма түридә йезиңлар:

1) $\dfrac{1}{3}$; $\dfrac{1}{9}$; $\dfrac{1}{27}$; $\dfrac{1}{81}$; ...;

2) $\dfrac{2}{7}$; $\dfrac{4}{49}$; $\dfrac{8}{343}$; $\dfrac{16}{2401}$; ...

§ 6. ПҮТҮН КӨРСӘТКҮЧЛҮК ДӘРИҖӘ

Йәрниң массиси $5,976 \cdot 10^{27}$ г. Бу наһайити чоң миқдар. Маддиларни тәшкил қилидиған молекулиниң массиси болса, наһайити кичик миқдар. Наһайити кичик миқдарларни қандақ йезишқа болиду?

Орунлап көрүңлар

6.1-җәдвәлгә диққәт қоюп бош орунларни толтуруңлар.

6.1-җәдвәл

Дәриҗә	Көпәйтиндә	Дәриҗиниң мәнаси
10^2	$10 \cdot 10$	100
10^3		
10^4		
10^5		
10^9		

Тапшурмини орунлаш нәтиҗисидә 10 санниниң дәриҗә көрсәткүчи 1 гә ашурулса, у чағда дәриҗиниң мәнаси 10 һәссә көпийидиғанлиғини вә әксичә, дәриҗә көрсәткүчи 1 гә кемитилсә, у чағда дәриҗә мәнаси 10 һәссә кемийдиғанлиғини көримиз.

Мошу қанунийәтни қоллинип 6.2-җәдвәлни толтуруңлар.

6.2-җәдвәл

Дәриҗә	Дәриҗиниң мәнаси
10^3	1000
10^2	100
10^1	10
10^0	1
10^{-1}	$\frac{1}{10}$
10^{-2}	$\frac{1}{100}$
10^{-3}	
10^{-4}	
10^{-5}	

Толтурулған җәдвәлни қоллинип 10 санниниң натурал дәриҗиси 10 санниниң пүтүн сәлбий көрсәткүчи немини билдүридиғанлиғини ениқлаңлар.

Ениқлима. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, бу йәрдә $a \neq 0$ вә n — натурал сан.

Мисал, $12^{-2} = \frac{1}{12^2} = \frac{1}{144}$; $(-7)^{-3} = \frac{1}{(-7)^3} = \frac{1}{-343} = -\frac{1}{343}$;

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{3}\right)^4} = \frac{1}{\frac{1}{81}} = 81.$$

Чүшәндүрүңлар

Немә сәвәптин 2^{-1}; 3^{-2} ипадисини һесаплашқа болиду, 0^0; 0^{-1} ипадилирини болса, һесаплашқа болмайду?

Әстә сақла!

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $(a \neq 0)$ йезилишини пүтүн сәлбий көрсәткүчлүк дәрижини кәсиргә алмаштуруш дәп атайду.

1. 3 санининң дәрижә көрсәткүчини 1 гә кемитсә; 2 гә ашурса; 2 гә кемитсә, бу дәрижининң мәнаси қандақ өзгириду?
2. Сәлбий көрсәткүчлүк дәрижининң асаси қандақ болуши мүмкин?
3. Немә сәвәптин 0 сани натурал көрсәткүчлүк дәрижининң асаси болиду, пүтүн көрсәткүчлүк дәрижининң асаси болалмайду?

Көнүкмиләр

A

6.1. Пүтүн сәлбий көрсәткүчлүк дәрижини кәсир билән алмаштуруңлар:
1) 7^{-3}; 2) 13^{-2}; 3) 11^{-1}; 4) 12^{-3}; 5) 16^{-3}; 6) 25^{-4}.

6.2. 1) $\frac{1}{81}$; 2) $\frac{1}{64}$; 3) $\frac{1}{121}$; 4) $\frac{1}{625}$; 5) $\frac{1}{841}$; 6) $\frac{1}{256}$ кәсирни пүтүн көрсәткүчлүк дәрижигә алмаштуруңлар.

6.3. 5; 25; 125; 625; $\frac{1}{5}$; $\frac{1}{25}$; $\frac{1}{125}$; $\frac{1}{625}$ санлирини асаси 1) 5; 2) $\frac{1}{5}$ болидиған дәрижә түридә йезиңлар.

6.4. Һесапланлар:

1) 2^{-3}; 2) $(-3)^{-3}$; 3) $(-1)^{-22}$; 4) $\left(\frac{2}{5}\right)^{3}$;

5) $0{,}02^{-3}$; 6) $1{,}25^{-2}$; 7) -4^{-3}; 8) $(-0{,}3)^{-2}$;

9) $\left(-2\frac{1}{2}\right)^{-3}$; 10) $(2{,}25)^{-1}$; 11) $-(-2{,}3)^{-1}$; 12) $-\left(-2\frac{1}{3}\right)^{-2}$.

B

6.5. Пүтүн сәлбий көрсәткүчлүк дәриҗини кәсир билән алмаштуруңлар:

1) 25^{-1}; 2) $0{,}125^{-2}$; 3) $(-2{,}5)^{-2}$; 4) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$; 5) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-3}$; 6) $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-2}$.

6.6. Һесапланлар:

1) $3 \cdot 12^{-2}$; 2) $2^{-3} + 6^{-1}$; 3) $3^{-2} - (-3)^{-1}$;

4) $-2 \cdot 4^{-3}$; 5) $3 \cdot 4^{-2} + 2^{-3}$; 6) $0{,}4^{0} - (-0{,}25)^{-3}$;

7) $-(-2{,}5)^{-2} + \left(-\frac{2}{5}\right)^{-2}$; 8) $(-3)^{-3} - 3{,}5^{-1}$; 9) $-4^{-3} + \left(-\frac{4}{5}\right)^{-2}$;

10) $-3{,}5^{-1} + (-2{,}5)^{-2}$; 11) $3 \cdot (-4)^{-2} + 5^{-1}$; 12) $(-2{,}7)^{0} + \left(\frac{1}{7}\right)^{-1}$.

C

6.7. 1) $a^{-1} + b^{-1}$; 2) $ab^{-1} - a^{-1}b$; 3) $(x + y^{-1})(x^{-1} + y)$
ипадилирини кәсир түридә йезиңлар.

6.8. Кәсирни пүтүн көрсәткүчлүк дәриҗә түридә йезиңлар:

1) $\frac{2ab^2}{c^2x^3}$; 2) $\frac{54x^3y^2}{2a^5b^4}$; 3) $\frac{4}{(x+y)^3}$; 4) $\frac{(a-b)^3}{(a+b)^5}$.

Хәвәрлимә тәйярлаңлар

6.9. Француз математиги Николе Шюке — 1484-жили “Санлар тоғрилиқ илим” трактатиға сәлбий көрсәткүчни вә көрсәткүчи нөлгә тәң санларни киргүзгән алим.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

6.10. 1) $(5^3 \cdot 5^2)^4 : 5^{15}$; 2) $(3^3)^4 \cdot 9^2 : 3^{10}$; 3) $3^2 \cdot (-3)^4 - 3^6$;
4) $25^3 : 5^2$; 5) $3^4 \cdot 9^1$; 6) $4^2 \cdot (-4)^1$
ипадисини аддийлаштуруңлар.

§ 7. ПҮТҮН КӨРСӘТКҮЧЛҮК ДӘРИЖИНИҢ ХУСУСИЙӘТЛИРИ

Пүтүн көрсәткүчлүк дәрижиниң қандақ хусусийәтлири бар?

Натурал көрсәткүчлүк дәрижиниң хусусийәтлири бәлгүлүк. Һәр қандақ $a \neq 0$, $b \neq 0$ вә n билән m натурал санлири үчүн

$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$; $a^n : a^m = a^{n-m}$, бу йәрдә $n \geqslant m$; $(a^m)^n = a^{mn}$; $(ab)^n = a^n b^n$, $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$ тәңликлири дурус.

Әнди мошу хусусийәтләрниң дәрижә көрсәткүчи һәр қандақ пүтүн сан болғандиму орунлинидиғанлиғини испатлайли.

Һәр қандақ m билән n вә $a \neq 0$ санлири үчүн мону тәңликләр дурус:

1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$; 2) $a^n : a^m = a^{n-m}$; 3) $(a^m)^n = a^{mn}$;

4) $(ab)^n = a^n b^n$; 5) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \dfrac{a^n}{b^n}$, $b \neq 0$.

Испатлаш. 1) $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$ тәңлигини испатлайли.

а) Бир дәрижә көрсәткүчи иҗабий сан, йәни $m > 0$, иккинчиси сәлбий, йәни $n < 0$ болған һаләтни караштурайли.

Натурал көрсәткүчлүк дәрижә үчүн дәрижиниң хусусийәтлири испатланғанлиқтин, m вә n санлирини натурал санлар арқилиқ ипадиләймиз. $m = k$, $n = -p$ (бу йәрдә k, p — натурал санлар) дәп бәлгүләйли. Әнди мошу бәлгүләшләрни қоллансақ, $a^m \cdot a^n = a^k \cdot a^{-p}$ ни алимиз.

Иккинчи көпәйткүчни пүтүн сәлбий көрсәткүчлүк дәрижиниң ениқлимиси бойичә түрләндүрсәк, $a^k \cdot a^{-p} = a^k \cdot \dfrac{1}{a^p}$.

Кәсирләрни көпәйтиш қаидисини қоллансақ,

$$a^k \cdot \frac{1}{a^p} = \frac{a^k}{a^p}.$$

Бу йәрдә $k > p$, $k < p$ вә $k = p$ болуши мүмкин.

Әгәр $k > p$ болса, у чағда $\dfrac{a^k}{a^p} = a^{k-p}$, йәни натурал көрсәткүчлүк дәрижиниң хусусийитигә мувапиқ $a^n : a^m = a^{n-m}$ $(n > m)$.

Әгәр $k < p$ болса, у чағда $\dfrac{a^k}{a^p} = \dfrac{1}{a^{p-k}}$, йәни кәсирни a^k ортақ көпәйткүчкә қисқартимиз.

Демәк, пүтүн сәлбий көрсәткүчлүк дәрижиниң ениқлимисиға мувапиқ

$$\frac{1}{a^{p-k}} = a^{k-p}.$$

Әгәр $k = p$ болса, у чағда $\frac{a^k}{a^p} = 1 = a^0 = a^{k-p}$, чүнки $a \neq 0$ вә $a^k = a^p$, $a^0 = 1$.

Дәрижә көрсәткүчидики ипадини алгебрилиқ қошунда түридә язайли:

$$a^{k-p} = a^{k+(-p)}.$$

Киргүзүлгән бәлгүләшләрни қоллинип ($m = k$, $n = -p$),

$$a^{k+(-p)} = a^{m+n}$$

екәнлигини алимиз. Жуқуридики барлиқ түрләндүрүшләрни мундақ йезишқа болиду:

$$a^m \cdot a^n = a^k \cdot a^{-p} = a^k \cdot \frac{1}{a^p} = \frac{a^k}{a^p} = a^{k-p} = a^{k+(-p)} = a^{m+n}.$$

ә) Дәрижә көрсәткүчләрниң иккилиси сәлбий сан, йәни $m < 0$, $n < 0$ болған һаләтни қараштурайли.

Натурал көрсәткүчлүк дәрижә үчүн дәрижиниң хусусийәтлири испатланғанлиқтин, m вә n санлирини натурал санлар арқилиқ тәсвирләймиз. $m = -k$, $n = -p$, (бу йәрдики k билән p — натурал санлар, бәлгүләшлирини киргүзәйли. Бу бәлгүләшләрни қолансақ,

$$a^m \cdot a^n = a^{-k} \cdot a^{-p},\ m = -k,\ n = -p.$$

Әнди пүтүн сәлбий көрсәткүчлүк дәрижиниң ениқлимисиға мувапиқ

$$a^{-k} \cdot a^{-p} = \frac{1}{a^k} \cdot \frac{1}{a^p}.$$

Кәсирләрни көпәйтиш қаидиси бойичә

$$\frac{1}{a^k} \cdot \frac{1}{a^p} = \frac{1}{a^k \cdot a^p}.$$

Натурал көрсәткүчлүк дәрижиниң хусусийитигә мувапиқ

$$\frac{1}{a^k \cdot a^p} = \frac{1}{a^{k+p}}.$$

Демәк, пүтүн сәлбий көрсәткүчлүк дәрижиниң ениқлимиси бойичә

$$\frac{1}{a^{k+p}} = a^{-(k+p)}.$$

"–" тамғисини нәзәргә елип, скобкини ачқанда

$$a^{-(k+p)} = a^{-k-p}$$

чиқиду. Көрсәткүчи бар дәрижилик ипадини алгебрилиқ қошунда түридә язсақ,

$$a^{-k-p} = a^{-k+(-p)}.$$

Қобул қилинған бәлгүләшләрни ($m = -k$, $n = -p$) қоллансақ,

$$a^{-k+(-p)} = a^{m+n}.$$

Жуқуридики барлиқ түрләндүрүшләрни бириктүрүп йезишқа болиду:

$$a^m \cdot a^n = a^{-k} \cdot a^{-p} = \frac{1}{a^k} \cdot \frac{1}{a^p} = \frac{1}{a^{k+p}} = a^{-(k+p)} = a^{-k-p} =$$

$$= a^{-k+(-p)} = a^{m+n}. \blacksquare$$

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$, бу йәрдә $m = 0$ яки $n = 0$.

Асаслири бирдәк (нөлдин пәриқләнгән) пүтүн көрсәткүчлүк дәрижиләрни көпәйткәндә уларниң асасини өзгәртмәй қалдуруп, дәрижә көрсәткүчлирини қошуш керәк.

55-бәттики 2) — 5) хусусийәтләрни испатлап көрүңлар.

Пүтүн көрсәткүчлүк дәрижиләргә әмәлләр қоллиниш натурал көрсәткүчлүк дәрижиләргә әмәлләр қоллиниш қаидилири билән орунлиниду.

1-мисал. $b^{19} \cdot b^{-13}$ ($b \neq 0$) көпәйтиндисини аддийлаштурайли.

Йешими. Асаслири бирдәк дәрижиләрни көпәйткәндә, асасини өзгәртмәй, дәрижә көрсәткүчлирини қошиду: $b^{19} \cdot b^{-13} = b^{19+(-13)}$. Әнди скобкини ачайли:

$$b^{19+(-13)} = b^{19-13}.$$

$$b^{19-13} = b^6.$$

Жавави: b^6

2-мисал. $c^7 : c^{11}$ ($c \neq 0$) бөлүндисини аддийлаштурайли.

Йешими. Асаслири бирдәк дәрижиләрни бөлгәндә асасини өзгәртмәй, дәрижә көрсәткүчлирини азайтиду:

$$c^7 : c^{11} = c^{7-11} = c^{-4}.$$

Жавави: c^{-4}.

3-мисал. $(-3x^{-4}y^2)^{-5}$ ипадисини аддийлаштурайли.

Йешими. Көпәйтиндини дәрижигә чиқириш үчүн көпәйткүчләрниң һәр қайсисини шу дәрижигә чиқирип, нәтижилирини көпәйтиду:

$$(-3x^{-4}y^2)^{-5} = (-3)^{-5}(x^{-4})^{-5}(y^2)^{-5}.$$

Дәрижини дәрижигә чиқарғанда, асасини өзгәртмәй, дәрижә көрсәткүчлирини көпәйтиду:

$$(-3)^{-5}(x^{-4})^{-5}(y^2)^{-5} = -\frac{1}{243}x^{20}y^{-10}.$$

Җавави: $-\frac{1}{243}x^{20}y^{-10}$.

1. Немә сәвәптин пүтүн көрсәткүчлүк дәрижиләрниң хусусийәтлирини қолланғанда дәрижиләрниң асаслири нөлгә тәң болмаслиғи керәк?
2. Асаслири бирдәк дәрижиләрни бөлгәндә нәтижиси 0 гә тәң болуши мүмкинму?

Көнүкмиләр

А

7.1. Пүтүн көрсәткүчлүк дәрижиниң хусусийәтлирини қоллинип ипадилирини аддийлаштуруңлар:

1) $2a^{-2}\cdot 3a^4$;
2) $24a^5 : (6a^{-3})$;
3) $(2c^{-3})^2$;
4) $2(3^{-3}b^3)^2 3b^{-4}$.

7.2. 1) $125\cdot 5^{-4}$;
2) $27\cdot\frac{1}{9}\cdot 3^{-4} : 3^{-2}$;
3) $\frac{1}{32}\cdot 2^7 : 64$;
4) $100^2\cdot 10^{-3}$

ипадиләрни пүтүн көрсәткүчлүк түридә көрситиңлар.

7.3. Һесаплаңлар:

1) $64^{-1}\cdot 32^2$;
2) $(6^3)^2 : 36^5$;
3) $\frac{4^{-3}\cdot 2^5}{8^{-4}}$;
4) $\frac{(3^{-3})^3\cdot 3^7}{27^2}$.

7.4. 1) $10^{-3}\cdot 0{,}001$;
2) $13^0\cdot(13^{-2}) : 13^{-4}$;
3) $\frac{(3^{-2})^{-2}\cdot 9^{-1}}{27}$;
4) $\frac{25^{-2}\cdot 125}{5^3}$

ипадилириниң мәналирини тепиңлар.

7.5. Берилгән ипадини дәриҗә түригә кәлтүрүп, мәналирини тепиңлар:

1) $5(5a^{-3})^{-2}\ a^{-2}$, бу йәрдики $a = (0,2)^{-1}$;
2) $(0,5a^{-2})^{-2} : (32a^{5})^{3}$, бу йәрдики $a = (0,5)^{-4}$;
3) $(2^{3}a^{-3})^{-1} \cdot 64a^{-4}$, бу йәрдики $a = -0,125$;
4) $27(-3^{2}a^{3}) : (3^{5}a^{-1})^{3}$, бу йәрдики $a = -0,1$.

7.6. Тәңлимини йешиңлар:

1) $2^{-2} + 3^{-1}x = 0,25$;
2) $3^{-1}x + 3^{-2}x = 9^{-2} + x$;
3) $2,25x = 5,125 - 4^{-1}x$;
4) $4^{-1}x - 2^{-2}x = 8^{2} + x$.

B

7.7. Тәңсизликни йешиңлар:

1) $7^{-1}x - 2^{-2}x \geqslant 2\frac{4}{7}$;
2) $3,125 + x \leqslant 5,125 - 4^{-1}x$;
3) $7,25 + 2x > 5,125 - 5^{-1}x$;
4) $12,5x - 5,125 < 2^{-3} - 4^{-1}x$.

7.8. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:

1) $27^{-1}81^{2}(3^{-3})^{3} : 81^{-3} = 9^{4}$;
2) $7^{-2}\,21^{2}\,(6^{-3})^{2} : 14^{-3} : 343 = 2^{-3}9^{-2}$;
3) $4^{-1}8^{2}(a^{-3})^{3} : (8a^{-3})^{2} = 0,25a^{-3}$;
4) $a^{-1}(ab)^{2}(b^{-3})^{3} : b^{-3} = ab^{-4}$.

Берилгән ипадиләрниң мәналирини селиштуруңлар **(7.9-7.10)**:

7.9. 1) $128^{-2} \cdot 32^{3}$ вә $(6^{3})^{2} : 36^{5}$;

2) $\frac{8^{-3} \cdot 2^{5}}{16^{-4}}$ вә $\frac{(3^{-3})^{3} \cdot 9^{7} \cdot 2^{-2}}{81^{2}}$.

7.10. 1) $13^{0} \cdot 3^{-3} : 2^{3}$ вә $10^{2} \cdot 5^{-2} : 2^{3}$;

2) $\frac{14^{0} \cdot 3^{2} : 4^{-2}}{2 \cdot 3^{3}}$ вә $\frac{21^{3} \cdot 9^{-2}}{7^{3}}$.

7.11. Берилгән ипадиләрни дәриҗә түригә кәлтүрүп, мәналирини тепиңлар:

1) $125(5a^{-3}b^{3})^{-2}\ a^{-2}b^{4}$, бу йәрдә $a = 0,2$, $b = 0,5$;
2) $(0,5a^{-2})^{-2} : (32a^{5}b^{2})^{3}$, бу йәрдә $a = (0,5)^{-4}$, $b = 0,25$;
3) $(2^{3}a^{-3}b)^{-1} \cdot 64a^{-4} : a^{-5}$, бу йәрдә $a = -0,125$, $b = 0,5$;
4) $27(-3^{2}a^{3}) : (3^{5}a^{-1}b^{-2})^{3}$, бу йәрдә $a = -0,1$, $b = 0,1$.

C

7.12. Тәңлимини йешиңлар:

1) $7^{-2}x = 21 + 3^{-1}$;
2) $0,01 \cdot 10^{3}x + 5^{2} - x = 2 \cdot 5^{2}$;

3) $\dfrac{3 \cdot 3^{-2}}{6^{-2}} x = 2^2 \cdot 3$; 4) $\dfrac{5^3 \cdot 3^3}{12^0 \cdot 15^3 \cdot 2} x = 10^{-1}$.

7.13. 1) $8^{-2}x \geqslant 24,75 + 4^{-1}$; 2) $6^2 - x \geqslant -4^2 \cdot x + 5^{-1}$;
3) $3^{-1}x \geqslant 15^{-1} - 2x$ тәңсизликлирини қанаәтләндүридиған әң кичик пүтүн санни тепиңлар.

7.14. 1) $4^{-2}x \leqslant 12,75 - 4^{-1}$; 2) $12^2 + 3^4x \leqslant 8^2 \cdot x + 6^{-1}$;
3) $4^{-1}x \leqslant 13^0 - 12^{-1} - 3x$ тәңсизликлирини қанаәтләндүридиған әң чоң пүтүн санни тепиңлар.

Тәңму-тәңликни испатлаңлар **(7.15-7.16)**:

7.15. 1) $(0,25a^{-2})^2 \cdot 4^3a^3 = 2^2 a^{-1}$; 2) $\dfrac{2^3 : 4}{14^0 \cdot a^{-2}} \cdot a = \dfrac{2}{a^{-3}}$;

3) $\dfrac{2^3 : 8}{24^0 \cdot a^{-2}} \cdot a^2 = a^4$.

7.16. 1) $\left(\dfrac{8x^{-2}}{y^{-3}}\right)^3 \cdot \left(\dfrac{2^{-4}}{x^{-2}y^2}\right)^3 = 0,125y^3$; 2) $\dfrac{3^3 : 27}{17^0 \cdot a^{-2}} \cdot a^3 = \dfrac{a^2}{a^{-3}}$;

3) $\dfrac{5^3 : 75}{19^0 \cdot b^{-2}} \cdot b = \dfrac{5}{3b^{-3}}$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

7.17. Әмәлләрни орунлаңлар:
1) $15248 : 10^4$; 2) $0,0174 \cdot 10^2$;
3) $7124 : 10^3$; 4) $0,00824 \cdot 10^3$.

7.18. 1) $7200 : 10^3$ вә 7,2; 2) $0,058 \cdot 10^2$ вә 5,8;
3) $193000 : 10^5$ вә 1,93; 4) $0,0002 \cdot 10^3$ вә 2
ипадилириниң мәналирини селиштуруңлар.

7.19. 243,478; 4076,237; 15023,4083 санлирини 1) онлуқ үлүшкичә; 2) йүзлүк үлүшкичә; 3) онлуққичә; 4) йүзлүккичә дүгләкләңлар.

§ 8. САННИҢ СТАНДАРТЛИҚ ТҮРИ. ЧОҢ ВӘ КИЧИК МИҚДАРЛАРҒА БЕРИЛГӘН МӘТИН МӘСИЛИЛӘРНИ ЙЕШИШ

Санниң стандартлиқ түри дегинимиз немә? Стандартлиқ түрдә йезилған санларни қандақ селиштурушқа вә уларға қандақ әмәлләрни қоллинишқа болиду?

Наһайити чоң вә наһайити кичик санларни оқуш, йезиш вә уларға қандақту бир әмәлләрни қоллиниш үчүн санниң стандартлиқ түрдә йезилиши аддий онлуқ түрдә йезилишиға қариғанда қолайлиқ.

Наһайити чоң санларни, мәсилән, Йәрдин Күнгичә ариliқни вә наһайити кичик санларни, мәсилән, водород атоминиң массисини, уран ядросиниң парчилиниш энергиясиниң мөлчәрини вә ш.о. санларни оқушқа, йезишқа вә әмәлләр қоллинишқа қолайлиқ болуши үчүн қандақ йезишқа болиду?

Ениқлима. ***Санниң стандартлиқ түри*** *дәп* $a \cdot 10^n$ *түридә йезилишини ейтиду, бу йәрдики* $1 \leqslant a < 10$ *вә* n *— пүтүн сан.* n *санниң рети дәп атилиду.*

Мәсилән, Күндин Йәргичә болған арилиқ тәхминән $1{,}5 \cdot 10^8$ км, күчлүк йәр тәвринишниң энергияси $6 \cdot 10^{18}$ Дж, космос кемисиниң учуш энергиясиниң стандартлиқ түрдә йезилиши $9 \cdot 10^{11}$ Дж, ДНК молекулисиниң диаметри $2 \cdot 10^{-9}$ м. Мошу йезилишларда джоуль арқилиқ ипадиләнгән космос (каинат) кемисиниң учуш энергиясиниң мөлчәрини көрситидиған санниң рети 11 гә, ДНК молекулисиниң метр билән өлчәнгән диаметрға тәң санниң рети 9 ға тәң.

Санниң рети униң қанчилик чоң яки кичик екәнлиги һәққидә чүшиник бериду. Мәсилән, әгәр a санниниң рети 3 кә тәң болса, у чағда $1000 \leqslant a < 10\,000$ болиду. Әгәр a санниниң рети -2 гә тәң болса, у чағда $0{,}01 \leqslant a < 0{,}1$ болиду.

Санниң чоң иҗабий рети, униң мөлчәриниң наһайити чоң екәнлигини көрситиду. Санниң модули бойичә чоң сәлбий рети, униң мөлчәриниң наһайити кичик екәнлигини көрситиду.

1-мисал. 1 300 000 км-ға тәң Күнниң диаметрини санниң стандартлиқ түрини пайдилинип язайли.

Йешими. 1 300 000 саниға пүтүн қисмида бир рәқәм қалидиғандәк қилип пәш бәлгүсини қоюмиз: 1, 300 000. Әнди онлуқ кәсирниң хусусийитини пайдилинимиз: 1,300 000 = 1,3. У чағда 1 300 000 =

$= 1,3 \cdot 10^6$, чүнки 1 300 000 санида 6 ханини солға силҗитип, пәш қойдуқ. Демәк, сан 10^6 һәссә кичиклиди, йәни 1 300 000 сани 1,3 санидин 10^6 һәссә чоң.

Җавави: $1,3 \cdot 10^6$ км.

2-мисал. Санниң стандартлиқ түрини пайдилинип, 0,000000 000 000 005 м-гә тәң атом ядроси диаметриниң узунлуғини язайли.

Йешими. 0,000 000 000 000 005 санидики пәш бөлүсини пүтүн бөлигидә нөлдин башқа бир рәқәм қалдуруп йөткәймиз, у чағда 5,000 000 000 000 000 чиқиду, йәни онлуқ кәсирниң хусусийити бойичә 5,000 000 000 000 000 болиду. Әнди пәшни 15 ханиға оңға силҗитсақ, 0,000 000 000 000 005 сани 10^{15} һәссә өсиду, йәни 0,000 000 000 000 005 сани 5 санидан 10^{15} һәссә кичик, ундақ болса

$$0,000\ 000\ 000\ 000\ 005 = 5 : 10^{15} = 5 \cdot \frac{1}{10^{15}} = 5 \cdot 10^{-15}.$$

Демәк, $0,000\ 000\ 000\ 000\ 005 = 5 \cdot 10^{-15}$.

Җавави: $5 \cdot 10^{-15}$ м.

? Миқдарниң йеқинлашқан мәналирини қандақ тепишқа вә уларни стандарт түрдә қандақ йезишқа болиду?

? Миқдарларниң йеқинлашқан мәналириниң абсолют вә селиштурма хаталиқлирини қандақ һесаплашқа болиду?

Адәм өзиниң күндилик иш-һәрикәтлиридә миқдарларниң дәл мәналирини әмәс, уларниң йеқинлашқан мәналирини көп қоллиниду. Мәсилән, бөлминиң (йол, йәр) узунлуғини миллиметрғичә дәллик билән өлчимәйду; һәр хил товарларниң (кәмпүт, ун, қәнт вә ш.о.) массисини миллиграммғичә дәллик билән өлчимәйду (1 мг $= 10^{-3}$ г).

Мәсилән, әгәр өлчәш нәтиҗисидә йәр өлчүгиниң узунлуғи 300 м 1 см-гә, кәңлиги 199 м 99 см-ға тәң болса, у чағда узунлуқниң йеқинлашқан мәнасини 300 м, кәңлигини болса 200 м дәп алиду. Қараштурулған мисалларда дәл вә йеқинлашқан мәналарниң айримчилиғи 1 см-ни тәшкил қилиду: биринчи һаләттә бу айримичилиқ 300 м 1 см − 300 м = 1 см иҗабий миқдар, иккинчи һаләттә 199 м 99 см − − 200 м = −1 см сәлбий миқдар билән ипадилиниду.

Әмәлиятта дәл вә йеқинлашқан мәналарниң айримисиниң кемиши яки өсүши әмәс, мошу айриминиң санлиқ мәнаси әһмийәткә егә. Шу сәвәптин бу миқдарниң айримисини әмәс, мошу айриминиң модулини қараштуриду.

Ениқлима. *Миқдарларниң дәл вә йеқинлашқан мәналири айримисиниң модули* ***йеқинлашқан мәнаниң абсолют хаталиғи*** *дәп атилиду.*

x сани берилсун, униң йеқинлашқан мәнасини x_1 дәп бәлгүләйли.

Ениқлима. *x миқдари (сани) билән униң x_1 йеқинлашқан мәнасиниң айриминиң модули (абсолют мәнаси)* ***йеқинлашқан x_1 мәнасиниң хаталиғи*** *дәп атилиду.*

Йеқинлашқан мәнаниң абсолют хаталиғини Δ (*дельта*) символи билән бәлгүләймиз: $\Delta = |x - x_1|$.

1-мисал. Һесаплаш җәриянида $\frac{3}{7}$ кәсирини 0,42 онлуқ кәсири билән авуштурсақ, йеқинлашқан мәнаниң абсолют хаталиғи қандақ болиду?

Йешими.

0,42 онлуқ кәсирни $\frac{42}{100}$ аддий кәсир түридә язайли: $\Delta = \left|\frac{3}{7} - 0{,}42\right| =$

$= \left|\frac{3}{7} - \frac{42}{100}\right|$. Әнди $\frac{42}{100}$ кәсирини 2 гә қисқартимиз: $\left|\frac{3}{7} - \frac{42}{100}\right| = \left|\frac{3}{7} - \frac{21}{50}\right|$.

Бу кәсирни умумий мәхрәҗгә кәлтүрүмиз: $\left|\frac{3}{7} - \frac{21}{50}\right| = \left|\frac{150-147}{350}\right|$.

Ахирқи кәсирниң сүритиниң мәнасини тепип, модуль бәлгүсини ечивәтсәк, $\left|\frac{150-147}{350}\right| = \left|\frac{3}{350}\right| = \frac{3}{350}$.

Җавави: $\frac{3}{350}$.

Умумән, *x саниниң йеқинлашқан мәнаси x_1 гә тәң* вә бу йеқинлашқан мәнаниң абсолют хаталиғи бирәр h санидин артуқ әмәс (кам яки тәң) дәп һесаплиниду.

Ениқлима. *Әгәр $|x - x_1| \leqslant h$ болса, у чағда x_1 сани h қичә дәллик билән елинған* ***x саниниң йеқинлашқан мәнаси*** *дәп атилиду.*

Әгәр x_1 сани h қичә дәллик билән елинған *x саниниң йеқинлашқан мәнаси* болса, у чағда $x = x_1 \pm h$ дәп язиду. $|x - x_1| \leqslant h$ тәңсизлигидин төвәндики қош тәңсизлиги чиқиду:

$$-h \leqslant x - x_1 \leqslant h.$$

Мәсилән, әгәр $x = 1{,}4 \pm 0{,}05$ болса, у чағда x саниниң артуғи вә кеми билән елинған йеқинлашқан мәналирини тапайли.

Йешими. 1,4 ниң 0,05 кичә дәллик билән елинған x санининң йеқинлашқан мәнаси $x = 1,4 \pm 0,05$ кә тәң. Шу сәвәптин

$$1,4 - 0,05 \leqslant x \leqslant 1,4 + 0,05 \text{ яки } 1,35 \leqslant x \leqslant 1,45.$$

Ундақ болса 1,35 вә 1,45 санлири x санининң кеми вә артуғи билән елинған йеқинлашқан мәналиридур.

Җавави: 1,35 вә 1,45.

Көплигән математикилиқ, физикилиқ, техникилиқ мәсилиләрни йешиш җәриянида һәр қандақ йеқинлашқан мәналар билән әмәлләр орунлиғанда санларни дүгләкләш қоллинилиду. Мәсилән, чәмбәр узунлуғининң униң диаметриға нисбитини көрситидиған турақлиқ сан $\pi = 3,141592652...$ екәнлиги мәлум. Адәттә бу санни йүзлүк үлүшләргичә дәллик билән дүгләкләйду, йәни $\pi \approx 3,14$.

Бу йезиқ 3,14 сани π ниң йеқинлашқан мәнаси екәнлигини көрситиду. Мундақ дүгләкләшләр әмәлий һесаплашларда қоллинилиду.

а сани х миқдариниң йеқинлашқан мәнаси болуп тепилиду, уни $x \approx a$ дәп язиду вә *х миқдари а ға тәхминән тәң дәп оқуйду.*

Мәсилән, 5,748 санини йүзлүк үлүшкичә дүгләкләйли.

Кеми билән дүгләклигәндә 5,74, артуғи билән дүгләклигәндә 5,75 болиду.

Әнди кеми билән вә артуғи билән дүгләкләшниң абсолют хаталиғини тапайли. Униңға мувапиқ

$|5,748 - 5,74| = |0,008| = 0,008$ вә

$|5,748 - 5,75| = |- 0,002| = 0,002$ болиду.

0,008 кеми билән елинған дүгләкләшниң хаталиғи 0,002 артуғи билән елинған дүгләкләшниң хаталиғидин чоң. Демәк, артуғи билән дүгләкләшниң дәллиги жуқури.

Ундақ болса, иҗабий санларни дүгләклигәндә йеқинлашниң абсолют хаталиғи аз болуши үчүн мону қаидини қоллиниш керәк.

Әгәр елип ташлинидиған биринчи рәқәм 5 тин кичик болса, у чағда дүгләкләштә йеқинлаштурулған мәна кеми билән елиниду, әгәр биринчи елип ташлинидиған рәқәм 5 кә тәң яки 5 тин ошуқ болса, у чағда дүгләкләштә йеқинлашқан мәна артуғи билән елиниду.

Мәсилән 89,621 вә 6,784 санлирини 0,1 дәллик билән дүгләклигәндә 89,621; ≈ 89,6; 6,784 ≈ 6,8 елиниду. Йүзлүк үлүшләргичә дүгләклигәндә 89,621 ≈ 89,62; 6,784 ≈ 6,78 елиниду.

Санларни дүгләклигәндә абсолют хаталиқ йеқинлашқан мәнаниң әң кичик ханисиниң (разрядиниң) бирлигидин ашмайду вә униң барлиқ *рәқәмлириниң мәнаси дурус* болиду.

Мәсилән, $\frac{4}{7}$ кәсирини онлуқ кәсир түридә 0,571428... дәп йезип, уни а) 0,01 гичә; ә) 0,00001 гичә дәллик билән дүгләклисәк,

а) 0,571428... ≈ 0,57, ә) 0,571428... ≈ 0,57143 болиду.

0,57 вә 0,57143 йеқинлашқан мәналарниң абсолют хаталиғи мувапиқ 0,01; 0,00001 — униң әң кичик ханисиниң бирлигидин ашмайду (кам яки тәң). Йеқинлашқан мәналириниң барлиқ 0,57 вә 0,57143 рәқәмлири дурус болиду.

Санни $a \cdot 10^n$ стандартлиқ түрдә язғанда a саниниң барлиқ рәқәмлири дурус болиду.

Мәсилән, йоруқлуқ жилиниң мөлчәри $9{,}46 \cdot 10^{12}$ км-ға тәң. Бу 9,46 саниниң барлиқ рәқәмлири дурус екәнлигини билдүриду.

У чағда $9{,}46 \cdot 10^{12} = (9{,}46 \pm 0{,}01) \cdot 10^{12}$ км ≈ $9{,}46 \cdot 10^{12}$ км $\pm 10^{10}$ км, йәни йоруқлуқ жили 10^{10} км-ғичә дәллик билән елинған.

Һәр хил икки нәрсиниң узунлуғини өлчигәндә $x = (0{,}2 \pm 0{,}1)$ см вә $y = (200{,}0 \pm 0{,}1)$ см алдуқ дәйли. Һәр икки һаләттә нәтижиләр 0,1 см-ғичә дәллик билән елинған. Мошу өлчәшләрниң дәллиги бирдәк дәп хуласә чиқиришқа боламду? Немә сәвәптин y узунлуғини өлчәш дәллиги x узунлуғини өлчәш дәллиги билән селиштурғанда хелә дәлирәк?

Өлчәш дәллигини баһалаш үчүн абсолют хаталик билән қатар *селиштурма хаталиқни* қоллиниду.

Ениқлима. ***Йеқинлашқан мәнаниң селиштурма хаталиғи*** *дәп абсолют хаталиқниң йеқинлашқан мәнаниң модулиға нисбитини ейтиду.*

Селиштурма хаталиқни ε (*эпсилон*) һәрипи билән бәлгүләйду.

У чағда $\varepsilon = \frac{|x - x_1|}{|x_1|}$, бу йәрдә x_1 миқдари — x ниң йеқинлашқан мәнаси.

Ениқлимиға мувапиқ $|x - x_1| \leqslant h$, бу йәрдики h йеқинлаштуруш дәллиги болса, у чағда селиштурма хаталиқ $\varepsilon \leqslant \frac{h}{|x_1|}$.

Мәсилән, $x = (0{,}2 \pm 0{,}1)$ см дегинимиз x миқдарини өлчәш нәтижисидә $h = 0{,}1$ дәллиги билән $x_1 = 0{,}2$ йеқинлашқан мәнани тапқинимизни билдүриду. Ундақ болса, селиштурма хаталиқ $\varepsilon \leqslant \frac{0{,}1}{0{,}2}$ яки $\varepsilon \leqslant 0{,}5$.

$y = (200{,}0 \pm 0{,}1)$ см дегинимиз — y миқдарини өлчәш нәтижисидә $h = 0{,}1$ дәллиги билән $y_1 = 200{,}0$ йеқинлашқан мәнани алғинимизни билдүриду. Ундақ болса, селиштурма хаталиқ $\varepsilon \leqslant \frac{0{,}1}{200{,}0}$ яки $\varepsilon \leqslant 0{,}0005$.

Селиштурма хаталиқни көпинчә паиз (процент) билән ипадиләйду.

Бөлүндини паиз арқилиқ ипадиләш үчүн бөлүндини 100 гә көпәйтип, көпәйтиндиниң чиққан мәнасиға паиз тамғиси қошулуп йезилиду: $\varepsilon \leqslant \frac{|x - x_1|}{|x_1|} \cdot 100\%$.

1-мисал. Жуқурида қараштурулған x вә y узунлуқ өлчәмлириниң селиштурма хаталиғини һесаплайли.

Йешими. x узунлуғини өлчигәндики селиштурма хаталиқ $\varepsilon_1 \leqslant \frac{0{,}1}{0{,}2} \cdot 100\% = \frac{1}{2} \cdot 100\% = 0{,}5 \cdot 100\% = 50\%$ болиду.

y узунлуғини өлчигәндики селиштурма хаталиқ:

$$\varepsilon_2 \leqslant \frac{0{,}1}{200} \cdot 100\% = \frac{1}{2000} \cdot 100\% = 0{,}0005 \cdot 100\% = 0{,}05\%.$$

Җавави: 50%, 0,05%.

2-мисал. $x = 7{,}45 \cdot 10^{22}$ саниниң абсолют вә селиштурма хаталиғини тапайли.

Йешими. 7,45 санида барлиқ рәқәмлири дурус вә йүзлүк рәқими ахирқи рәқәм болса, у чағда $x = (7{,}45 \pm 0{,}01) \cdot 10^{22}$. Әнди скобкиларни ачсақ, $x = 7{,}45 \cdot 10^{22} \pm 0{,}01 \cdot 10^{22}$ яки $x = 7{,}45 \cdot 10^{22} \pm 10^{20}$ болиду. Бу йезиқ x саниниң абсолют хаталиғи 10^{20} санидин кам яки тәң екәнлигини вә $x = 7{,}45 \cdot 10^{22}$ саниниң абсолют хаталиғини билдүриду. Демәк, x саниниң селиштурма хаталиғини формула бойичә һесаплисақ,

$$\varepsilon \leqslant \frac{|x - x_1|}{|x_1|} \cdot 100\% = \frac{10^{20}}{7{,}45 \cdot 10^{22}} \cdot 100\% = \frac{1}{7{,}45}\,\% = 0{,}134\%.$$

Җавави: 10^{20} вә 0,134%.

1. Өлчәш җәриянида қандақ миқдарларниң учришиши мүмкин?
2. Санниң яки миқдарниң йеқинлашқан мәнасиниң абсолют хаталиғи немини билдириду?
3. Қандақ санларға санниң стандарт түрдә йезилиши қоллинилиду?
4. Халиған санни стандартлиқ түрдә йезишқа боламду?

5. $1,5 \cdot 10^3$; $0,5 \cdot 10^9$; $50 \cdot 10^4$; $2,3 \cdot 10^2$ санлиринин қайсилири стандартлиқ түрдә йезилған?
6. Абсолют вә селиштурма хаталиқларниң қайсиси өлчәш дәллигиниң сүпитини яхши тәсвирләйду?
7. Абсолют вә селиштурма хаталиқлар қандақ бағлинишқан?

Көнүкмиләр

А

8.1. Стандарт түрдә берилгән санларниң ретини атаңлар:
1) $4,3 \cdot 10^5$; 2) $2,34 \cdot 10^{-3}$; 3) $8,3 \cdot 10^{-13}$;
4) $9,123 \cdot 10^{-1}$; 5) $5,31 \cdot 10^{12}$; 6) $7,1 \cdot 10^{-32}$.

8.2. 1) 23 000 000 000; 2) 3 043 000 000;
3) 153 000 000; 4) 0,00 00 012;
5) $600,32 \cdot 10^5$; 6) 0,00 000 203 санлирини стандартлиқ түрдә көрситиңлар.

8.3. 1) 1 000; 2) 10 000 000; 3) 0,00 001; 4) 0,00 000 001 санлирини 10 санининң дәрижиси түридә көрситиңлар.

8.4. Төвәндики жүмлиләрдә учришидиған санларни стандартлиқ түрдә йезиңлар:
1) булавкиниң диаметри 0,001 м;
2) водород атоминиң диаметри 0,000 000 000 03 м;
3) дуния йүзилик океанниң Йәр бетидә егиләп турған мәйдани 361 000 000 км^2;
4) Балқаш көлиниң Йәр бетидә егиләп турған мәйдани 22 000 км^2;
5) Каспий деңизиниң Йәр бетидә егиләп турған мәйдани 370 000 км^2;
6) компьютерниң пәдисини басқанда 0,1 Дж энергия сәрип болиду;
7) һәриниң қанат қеқишиға сәрип болидиған энергия 0,0009 Дж.

8.5. Мәтиндә учришидиған санларни стандартлиқ түрдә йезиңлар: “Қазақстан Йериниң мәйдани 2 724 900 км^2. Ғәрип, шималий-шәриқ вә шималида Россия Федерацияси билән (чегара узунлуғи 6467 км), җәнубида Оттура Азия җумһурийәтлирі билән, шу җүмлидин Өзбәкстан билән (2300 км), Қирғизстан билән (980 км) вә Түрүкмәнстан билән (380 км), җәнубий-шәрқидә болса Хитай Хәлиқ Җумһурийити билән (1460 км) чегаридаш. Қазақстан чегарисиниң умумий узунлуғи 12200 км, униң ичидә ғәриптә 600 км Каспий деңизи арқилиқ өтиду.

Төмүр йолларниң умумий узунлуғи 14,5 миң км, автомобиль йоллири — 87,4 миң км.

8.6. Төвәндики йезиқларни чүшәндүрүңлар:

1) $a = 4,7 \pm 0,2$; 2) $a = 43,74 \pm 0,05$;

3) $a = -2\frac{3}{4} \pm \frac{3}{5}$; 4) $a = -3\frac{3}{5} \pm \frac{1}{10}$;

5) $a = 7,90 \pm 0,12$; 6) $a = -3,45 \pm 0,15$;

7) $a = -47 \pm 2$; 8) $a = 0,97 \pm 0,01$.

8.7. Берилгән тәңликләрни қош тәңсизлик түридә йезиңлар:

1) $x = 43,32 \pm 0,05$; 2) $y = -513,2 \pm 0,05$;

3) $n = 433 \pm 0,1$; 4) $x = 43,2 \pm 0,25$.

8.8. Барлиқ рәқәмлири дурус x санининң йеқинлашқан мәнасининң дәллигини тепиңлар:

1) $x \approx 2,74$; 2) $x \approx 35,274$; 3) $x \approx -4,004$;

4) $x \approx 0,740$; 5) $x \approx -8,7040$; 6) $x \approx 0,07$.

8.9. Водород атомининң массиси 0,000 000 000 000 000 000000167 г, Йәрниң массиси 6 000 000 000 000 000 000 000 кг. Водород атомининң вә Йәрниң массисини стандартлиқ түрдә йезиңлар.

8.10. Санни

1) 12,4 бирликкичә; 2) 5,65 онлуққичә;

3) 876 онғичә; 4) 7,3346 йүзлүккичә

дүгләкләш нәтижисидә чиққан йеқинлашқан мәнаниң абсолют вә селиштурма хаталиқлирини тепиңлар.

8.11. Төвәндики санларни онлуқ үлүшләргичә дүгләкләп, селиштурма хаталиғини тепиңлар:

1) 0,879; 2) 20,456; 3) 133,507;

4) 0,058; 5) 0,987; 6) 10,509.

8.12. $x = a \cdot 10^n$ түридә йезилған x йеқинлашқан мәнасининң селиштурма хаталиғини тепиңлар:

1) $x \approx 34,58 \cdot 10^8$; 2) $x \approx 5,93 \cdot 10^7$; 3) $x \approx 2,75 \cdot 10^{-5}$;

4) $x \approx 11,55 \cdot 10^0$; 5) $x \approx 25,18 \cdot 10^{-9}$; 6) $x \approx 0,086 \cdot 10^{-8}$.

8.13. Электронниң массиси $0,91 \cdot 10^{-27}$ кг. Бу йеқинлашқан мәнаниң селиштурма хаталиғини тепиңлар.

В

8.14. 1) Массиларни стандартлиқ түрдә тонна билән йезиңлар: муһитларниң массиси 1450000000000000000000 кг; Йәрниң массиси 5980000000000000000000000 кг; 2) мәйданларни гектар билән стандартлиқ түрдә йезиңлар: Күндин Йәр бетигичә арилиқ 149500000 км; Күн бетиниң мәйдани 6000000000000 км^2; Йәр бетиниң мәйдани 510200000 км^2; Ай бетиниң мәйдани 38000000 км^2.

8.15. Йәр диаметриниң узунлуғи $1{,}2756 \cdot 10^7$ м, атом ядроси диаметриниң узунлуғи $5 \cdot 10^{-15}$ м. Йәр диаметриниң узунлуғи атом ядроси диаметриниң узунлуғидин нәччә һәссә чоң екәнлигини тепиңлар.

8.16. Төвәндики миқдарларни көрситилгән өлчәмләрдә ипадиләңлар:
1) $2{,}7 \cdot 10^4$ т-ни граммларда;
2) $8{,}321 \cdot 10^5$ кг-ни тонналарда;
3) $1{,}3 \cdot 10^{-3}$ т-ни килограммларда;
4) $5{,}36 \cdot 10^{13}$ г-ни миллиграммларда;
5) $5{,}23 \cdot 10^{12}$ дм-ни километрларда;
6) $4{,}31 \cdot 10^5$ см-ни метрларда;
7) $1{,}32 \cdot 10^5$ км-ни метрларда;
8) $2{,}51 \cdot 10^7$ мм-ни сантиметрларда.

C

8.17. Йәрниң массиси $5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг, Юпитерниң массиси $1{,}90 \cdot 10^{27}$ кг. Йәрниң массиси билән Юпитерниң массисиниң қайсиси чоң вә нәччә һәссә чоң?

8.18. Ипадиләрниң мәнасини стандартлиқ түрдә йезиңлар:
1) $(7{,}5 \cdot 10^4) \cdot (2{,}4 \cdot 10^{-1})$; 2) $(4{,}3 \cdot 10^4) \cdot (3{,}7 \cdot 10^{-3})$;
2) $(3{,}4 \cdot 10^4) \cdot (5{,}4 \cdot 10^{-2})^2$; 4) $(5{,}5 \cdot 10^{-3}) \cdot (2{,}4 \cdot 10^2)^3$

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

8.19. Һесапләңлар:

1) $183^0 \cdot 5^3 : 3^2 + \frac{2}{9}$; 2) $100^2 \cdot 5^2 : 2^3$; 3) $\frac{155^0 \cdot 3^2 \cdot 4^2}{8 \cdot 3^3}$.

8.20. Ипадиниң мәнаси x өзгәрмисиниң мәнасиға беқинда әмәслигини испатлаңлар:

1) $2 \cdot \frac{x^4}{x^4} + x^0$; 2) $\frac{x^5}{x^4} - x + 3$.

§ 9. ДӘРИҖИЛИРИ БАР ИПАДИЛӘРНИ ТҮРЛӘНДҮРҮШ. ТӘРКИВИДӘ ДӘРИҖИЛИРИ БАР САНЛИҚ ТИЗМИЛАР

Ипадиләрни аддийлаштурғанда дәрижиниң хусусийәтлирини қандақ қоллинишқа болиду?

Тәркивидә дәриҗиләр бар ипадиләрни түрләндүрүшни мисаллар арқилиқ караштурайли.

1-мисал. Йоруқниң илдамлиғи $3 \cdot 10^8$ м/сек-қа тәң. Күндин Йәргичә арилиқ $1,5 \cdot 10^{11}$ м. Йоруқ мошу арилиқни қанчә вақитта бесип өтиду?

Йешими. Бесип өтүлгән арилиқни $s = v \cdot t$ (бу йәрдики v — һәрикәт илдамлиғи, t — һәрикәт вақти) формулиси арқилиқ тепишқа болиду: $1,5 \cdot 10^{11} = 3 \cdot 10^8 \cdot t$, буниңдин $t = \dfrac{1,5 \cdot 10^{11}}{3 \cdot 10^8} = 0,5 \cdot 10^{11-8} = 0,5 \cdot 10^3 =$ $= 0,5 \cdot 1000 = 500.$

Җаваби: 500 сек яки 8 мин 20 сек.

2-мисал. 1) Ипадиләрниң мәналирини һесаплаңлар: $\dfrac{\left(2^3\right)^3 \cdot 32}{64^2}$;

2) $\dfrac{25^5 \cdot 36^4}{(30)^7}$.

Йешими. 1) $\dfrac{\left(2^3\right)^3 \cdot 32}{64^2} = \dfrac{2^9 \cdot 2^5}{\left(2^6\right)^2} = \dfrac{2^{14}}{2^{12}} = 2^{14-12} = 2^2 = 4;$

2) $\dfrac{25^5 \cdot 36^4}{(30)^7} = \dfrac{\left(5^2\right)^5 \cdot \left(6^2\right)^4}{(5 \cdot 6)^7} = \dfrac{5^{10} \cdot 6^8}{5^7 \cdot 6^7} = 5^{10-7} \cdot 6^{8-7} = 5^3 \cdot 6 = 125 \cdot 6 = 750.$

Җаваби: 1) 4; 2) 750.

3-мисал. Ипадиләрниң мәналирини тепиңлар:

$$\frac{13^4 \cdot 11^7 \cdot 5^9}{13 \cdot 11^6} : \frac{13^6 \cdot 11^4 \cdot 5^8}{13^4 \cdot 11^3}.$$

Йешими. $\dfrac{13^4 \cdot 11^7 \cdot 5^9}{13 \cdot 11^6} : \dfrac{13^6 \cdot 11^4 \cdot 5^8}{13^4 \cdot 11^3} = (13^{4-1} \cdot 11^{7-6} \cdot 5^9) : (13^{6-4} \cdot 11^{4-3} \cdot$ $\cdot 5^8) = 13^3 \cdot 11 \cdot 5^9 : (13^2 \cdot 11 \cdot 5^8) = 13^{3-2} \cdot 11^{1-1} \cdot 5^{9-8} =$ $= 13 \cdot 11^0 \cdot 5 = 65.$

Җаваби: 65.

Натурал көрсәткүчлүк дәрижиләрни селиштурғанда улар бирдәк асасқа яки бирдәк көрсәткүчкә кәлтүрүлди. Биринчи һаләттә дәрижә көрсәткүчи чоң дәрижә чоң, иккинчи һәләттә асаси чоң дәрижә чоң болиду.

4-мисал. $3^{40} \cdot 2^{40}$ вә 33^{20} ипадилириниң мәналирини селиштурайли.

Йешими. $3^{40} \cdot 2^{40}$ ипадисини дәрижә түридә язайли: $3^{40} \cdot 2^{40} = (3 \cdot 2)^{40} = 6^{40}$. Әнди 6^{40} дәрижисиниң көрсәткүчини 20 гә кәлтүрәйли: $6^{40} = (6^2)^{20}$ яки 36^{20}.

Әнди $36^{20} > 33^{20}$ болғанлиқтан, $3^{40} \cdot 2^{40} > 33^{20}$.

5-мисал. $\dfrac{4^{-2} \cdot 8^{-6}}{2^{-22}}$ кәсириниң мәнасини тапайли.

Йешими. Алди билән көпәйткүчләрни 2 саниниң дәрижилири түригә кәлтүрүмиз: $\dfrac{4^{-2} \cdot 8^{-6}}{2^{-22}} = \dfrac{(2^2)^{-2} \cdot (2^3)^{-6}}{2^{-22}}$. Кәсирниң сүритигә "дәрижини дәрижигә чиқарғанда дәрижә көрсәткүчлири көпәйтилиду" дегән хусусийәтни қоллансақ, $\dfrac{(2^2)^{-2} \cdot (2^3)^{-6}}{2^{-22}} = \dfrac{2^{-4} \cdot 2^{-18}}{2^{-22}}$. Әнди йәнә кәсирниң сүритигә дәрижиниң "асаслири бирдәк дәрижиләрни көпәйткәндә асаси өзгәрмәй, дәрижә көрсәткүчлири қошулиду" дегән хусусийәтни қоллинимиз: $\dfrac{2^{-4} \cdot 2^{-18}}{2^{-22}} = \dfrac{2^{-22}}{2^{-22}}$. Бөлүш әмәлини орунлисақ, $\dfrac{2^{-22}}{2^{-22}} = 1$.

Җавави: 1.

6-мисал. $\left(-\frac{1}{3}x^6y^{-7}\right)^{-2} \cdot 9^{-1}x^{13}y^{-13}$ ипадисини аддийлаштурайли.

Йешими. Дәрижиниң "көпәйтиндини дәрижигә чиқириш үчүн һәр бир көпәйткүчни шу дәрижигә чиқирип, нәтижилирини көпәйтиш керәк" дегән хусусийитидин пайдилинимиз:

$$\left(-\frac{1}{3}x^6y^{-7}\right)^{-2} \cdot 9^{-1}x^{13}y^{-13} = \left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot (x^6)^{-2} \cdot (y^{-7})^{-2} \cdot 9^{-1}x^{13}y^{-13}.$$

Әнди сәлбий көрсәткүчлүк дәрижиниң ениқлимиси билән дәрижиниң "дәрижини дәрижигә чиқириш үчүн дәрижә көрсәткүчлирини көпәйтиш керәк" дегән хусусийитини пайдилансақ,

$$\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} \cdot (x^6)^{-2} \cdot (y^{-7})^{-2} \cdot 9^{-1}x^{13}y^{-13} = (-3)^2 \cdot x^{-12} \cdot y^{14} \cdot 9^{-1}x^{13}y^{-13}.$$

Шуниң билән қатар -3 санини квадратқа кәлтүрүп, дәрижиниң "асаслири бирдәк дәриҗиләрни көпәйткәндә, асаси өзгәрмәй, дәриҗә көрсәткүчлири қошулиду" дегән хусусийәтни қоллинимиз:

$$(-3)^2 \cdot x^{-12} \cdot y^{14} \cdot 9^{-1} x^{13} y^{-13} = 9 \cdot x \cdot y \cdot 9^{-1}.$$

Ундақ болса, асаслири бирдәк дәриҗиләрни көпәйткәндә $9 \cdot x \cdot y \cdot 9^{-1} = xy$ болиду.

Җавави: xy.

7-мисал. $y = \frac{1}{5}$ болғанда $\frac{5}{6^2} x^7 y^4 \cdot 36 x^{-7} y^{-5}$ ипадисиниң мәнасини тапайли.

Йешими. Алди билән $\frac{5}{6^2} x^7 y^4 \cdot 36 x^{-7} y^{-5}$ ипадисини аддийлаштурайли.

Униң үчүн санни дәриҗә түридә көрситәйли:

$$\frac{5}{6^2} x^7 y^4 \cdot 36 x^{-7} y^{-5} = 5 \cdot 6^{-2} x^7 y^4 \cdot 6^2 x^{-7} y^{-5}.$$

Әнди асаслири бирдәк дәриҗиләрни көпәйтимиз:

$$5 \cdot 6^{-2} x^7 y^4 \cdot 6^2 x^{-7} y^{-5} = 5 \cdot 6^0 x^0 y^{-1}.$$

Көрсәткүчи нөлгә тәң дәриҗиниң ениқлимисиға мувапиқ,

$$5 \cdot 6^0 x^0 y^{-1} = 5y^{-1}.$$

y ниң орниға $\frac{1}{5}$ санини қоюмиз: $5y^{-1} = 5\left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$.

У чағда $5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 5 \cdot 5 = 25.$

Җавави: 25.

8-мисал. $\left(-\frac{1}{2} a^{-1} b^2\right)^2 \cdot 4a^3 b^{-3} = ab$ тәңму-тәңлигини испатлайли.

Испатлаш. Тәңликниң сол тәрипини аддийлаштурсақ, униң оң тәрипи чиқиду: $\left(-\frac{1}{2} a^{-1} b^2\right)^2 \cdot 4a^3 b^{-3} = \frac{1}{4} a^{-2} b^4 \cdot 4a^3 b^{-3} = ab$. Берилгән тәңму-тәңлик испатланди.

9-мисал. $\frac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{25^{-n} \cdot 49^{-1} \cdot 3^{-3}}$ ипадисиниң мәнаси n ға бeқинишлиқ әмәс екәнлигини испатлайли.

Испатлаш. $\dfrac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{25^{-n} \cdot 49^{-1} \cdot 3^{-3}}$ ипадисини аддийлаштуруп, 25 билән 49 санлирини дәриҗә түридә көрсәтсәк, $\dfrac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{25^{-n} \cdot 49^{-1} \cdot 3^{-3}} =$ $= \dfrac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{(5^2)^{-n} \cdot (7^2)^{-1} \cdot 3^{-3}}$. Әнди кәсирниң мәхриҗидики дәриҗини дәриҗигә чиқарсақ, $\dfrac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{(5^2)^{-n} \cdot (7^2)^{-1} \cdot 3^{-3}} = \dfrac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{5^{-2n} \cdot 7^{-2} \cdot 3^{-3}}$. Келип чиққан кәсирни қисқартип, сәлбий көрсәткүчлүк дәриҗиниң ениқлимиси билән натурал санни кәсиргә бөлүш қаидисини қоллинимиз:

$$\frac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{5^{-2n} \cdot 7^{-2} \cdot 3^{-3}} = \frac{1}{3^{-3}} = 1 : 3^{-3} = 1 : \frac{1}{3^3} = 3^3 = 27.$$

Шуниң билән, $\dfrac{5^{-2n} \cdot 7^{-2}}{25^{-n} \cdot 49^{-1} \cdot 3^{-3}}$ ипадисиниң мәнаси 27 гә тәң болғанлиқтин, у n ға беқинишлиқ әмәс.

1. 4-мисалдики тәңму-тәңликни испатлиғанда дәриҗиниң қандақ хусусийәтлири қоллинилди?
2. 5-мисалдики $\dfrac{2^{-22}}{2^{-22}} = 1$ тәңлигиниң қандақ чиққинини чүшәндүрүңлар.

Көнүкмиләр

А

Ипадини аддийлаштуруңлар (9.1-9.2):

9.1. 1) $(a^5)^2 : a^9 \cdot a^3$; 2) $a^{21} \cdot (a^4)^3 : (a^3)^{10}$;
3) $b^{40} : (b^2)^{11} : (b^4)^2$; 4) $(b^6)^4 : (b^7)^3 \cdot (b^2)^3$.

9.2. 1) $(x^2y)^6 : (x^5y^3)^2 \cdot xy$; 2) $(xy^3)^7 \cdot (x^6y^4)^3 : (x^{24}y^{32})$;
3) $\left(\dfrac{x}{y}\right)^8 : \left(\dfrac{x^2}{y}\right)^4 \cdot xy^5$; 4) $x^5y^8 \cdot (xy)^5 : (x^5y^3)^2$.

Ипадини аддийлаштуруп, мәнасини тепиңлар (9.3-9.4):

9.3. 1) $(n^5)^2 : (n^3)^3 \cdot n^{10} : n^8$, бу йәрдә $n = -0,3$;
2) $a^{20} \cdot (a^8)^4 : (a^{10})^5$, бу йәрдә $a = 5,5$;

3) $(b^{17})^3 : b^{40} : (b^4)^2$, бу йәрдә $b = -\frac{2}{7}$;

4) $((a^4)^4 \cdot a^{31}) : ((a^{20})^2 \cdot a^3)$, бу йәрдә $a = 4$.

9.4. 1) $a^{10}b^{17} : (a^4b^8)^2$, бу йәрдә $a = 3\frac{1}{2}$ вә $b = \frac{4}{7}$;

2) $(x^{14})^2 \cdot (y^{20})^3 : (x^9y^{19})^3$, бу йәрдә $x = \frac{6}{11}$ вә $y = -11$;

3) $(m^6)^4 \cdot (n^8)^2 : (m^{11}n^7)^2$, бу йәрдә $m = -\frac{8}{9}$ вә $n = 0{,}81$;

4) $(c^{10}d^6)^3 : (c^9)^3 : (d^2)^8$, бу йәрдә $c = -0{,}25$ вә $d = \frac{4}{5}$.

9.5. m өзгәрмисиниң қандақ мәнасида тәңлик дурус болиду:

1) $303 - 7^3 + (2^4)^3 = m^3$;
2) $(-3)^5 + (-5)^2 + 282 = m^3$;
3) $-16{,}31 - (-1{,}3)^2 + (-19)^2 = m^3$;
4) $49\frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{2}\right)^3 + (-24)^2 = m^2$?

9.6. Тәңлик дурус болидиғандәк етип юлтузчиниң орниға сан қоюңлар:

1) $10^4 - 9375 = 5^*$; 2) $-2015 + 14^3 = 9^*$;
3) $3^9 - 11683 = (20)^*$; 4) $1199 + 7^4 = (60)^*$.

9.7. Өзгәрминиң һәр қандақ мәнасида ипадиниң мәнаси 1 гә тәң болидиғанлиғини испатлаңлар:

1) $(a^5)^6 \cdot (a^4b^2)^7 : (a^{29}b^7)^2$; 2) $(a^4b^5)^3 \cdot (a^8b^9) : (a^{10}b^{12})^2$;
3) $(c^8)^6 \cdot (d^{18})^3 : (c^8d^9)^6$; 4) $(x^{11}y^2)^4 \cdot (y^5)^2 : (x^{22}y^9)^2$.

9.8. Ипадиләрниң мәнаси өзгәрминиң мәнасиға бeқинда әмәслигини испатлаңлар:

1) $((n^3)^2)^4 : (n^7)^2 - 5 - n^{10}$; 2) $m^{30} : ((m^3)^2)^3 + 17 - (m^6)^2$;
3) $((a^2)^2)^2 \cdot a^4 + 19 - (a^4)^3$; 4) $-23 - b^{40} + ((b^5)^4)^2$.

9.9. Ипадиләрни аддийлаштуруңлар:

1) $(0{,}25a^{-4}x^3) \cdot (5^2a^3 \cdot x^{-4})$; 2) $(2{,}25b^{-4}x^3) \cdot (5^2b^3 \cdot x^{-6})$;
3) $(5a^{-5}x^6) \cdot (5^2a^3 : x^7)$; 4) $(1{,}25a^{-4}x^7) : (5^2a^8 \cdot x^{-4})$.

9.10. Берилгән ипадиләрниң мәнасини тепиңлар:

1) $\frac{17^2 \cdot 17^{-4}}{17^{-3}}$; 2) $\frac{0{,}7^7 \cdot 0{,}7^{-3}}{0{,}7^3} \cdot 3$;

3) $\frac{0{,}5^4 \cdot 2^5}{4^2} : 8^2$; 4) $1{,}33^{-5} \cdot 1{,}33^6 : \pi^0$.

9.11. 1) 1) $\left(\frac{a^3}{a^2}-a^2\right) : a^2$; 2) $x^5 : (x^{-1})^3 + p^0$; 3) $(b^4 - b^3) : b^3$
ипадилирини аддийлаштуруңлар.

9.12. 1) $2^5 \cdot 2^{-2} \cdot * = 2^7$; 2) $4^5 \cdot 8^{-2} \cdot * = 4^7$; 3) $5^5 \cdot 5^{-2} \cdot * = 5^7$
тәңликләрни дурус тәңликкә айландуридиған қилип юлтузчиләрниң орниға сан йезиңлар.

9.13. 3^{-1}; 3^3; 9^2; 27^{-2}; 81^0; -3^2; -9^{-1} санларни өсүш рети билән жайлаштуруңлар.

9.14. 5^{-1}; 5^3; 25^2; 27^{-2}; 521^0; -8^2; -4^{-2} санларни кемиш рети билән жайлаштуруңлар.

9.15. 1) $\frac{(-3)^3 \cdot 9^{-2}}{(-81)^2}$; 2) $\frac{(-4)^4 \cdot 9^{-2}}{-11^2}$; 3) $\frac{(-3)^3 \cdot (-9^{-2})}{-8^2}$
ипадиләрниң мәнаси сәлбий сан болидиғанлиғини испатлаңлар.

9.16. 1) $21^0 - 3^{-2} - 4^{-2}$; 2) $2^{-3} + 3^{-1} + (-4)^2$; 3) $9^{-1} - \frac{(-3)^2}{(-5^2)}$ ипадиләрниң мәнаси иҗабий сан болидиғанлиғини испатлаңлар.

B

9.17. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:
1) $x^3 : (x^{-1})^3 + \pi^0 = 1 + x^6$; 2) $(b^4 - b^3) : b^2 = b^2 - b$;
3) $\frac{2^4 : 4}{14^0 \cdot a^{-2}} a^2 = \frac{4}{a^{-4}}$.

Ипадини аддийлаштуруңлар (**9.18-9.19**):

9.18. 1) $\frac{(b^5)^3 \cdot (b^7)^7}{b^{19} \cdot b^{38}}$; 2) $\frac{c^{50} \cdot c^{11}}{(c^{20})^2 \cdot (c^2)^5}$;
3) $\frac{(a^9)^3 \cdot (a^3)^4 \cdot a^{23}}{a^{40} \cdot a^{18}}$; 4) $\frac{d^{13} \cdot (d^8)^3 \cdot (d^7)^2}{(d^3)^{10} \cdot (d^6)^2}$.

9.19. 1) $(ab)^{10} : (a^9 \cdot b^8) \cdot a^2$; 2) $((x^5y^2)^3)^4 : ((x^{29})^2 \cdot (y^{12})^2)$;
3) $((k^6)^7) \cdot (t^3)^9 : ((k^7 \cdot t^4)^3)^2$; 3) $((c^8d^{11})^5)^2 : ((c^{20}d^{25})^2)^2$.

9.20. 1) $\frac{8^3 : 4}{14^0 \cdot a^{-2}} \cdot a^3$; 2) $\frac{(x^3 \cdot x)^2}{(-x^2)^3}$; 3) $\frac{(a^3 \cdot x^4)^2}{(a^2)^2 \cdot x^7}$; 4) $\frac{(b^3 \cdot x^4)^3}{(-2b^2)^2 \cdot x^{14}}$
ипадилирини аддийлаштуруңлар.

9.21. 1) $\frac{\left(\frac{1}{9}\right)^{-3} \cdot \frac{1}{9}}{3^3}$; 2) $45 \cdot \frac{5^{-2}}{9^2}$; 3) $\frac{34^3}{17^2 \cdot 2^4} \cdot 8^2$ ипадилириниң мәналирини тепиңлар.

C

Тəңликниң дурuслуғини тəкшүрүңлар (9.22-9.23):

9.22. 1) $\dfrac{\left(2^4\right)^6 \cdot 4^5}{16^3 \cdot 8^7} = 2;$ 2) $\dfrac{\left(17^8\right)^2 \cdot \left(17^3\right)^3 \cdot 16^5}{17^{22} \cdot 289 \cdot 8^6} = 68.$

9.23. 1) $\dfrac{\left(a^5\right)^6 \cdot \left(b^9\right)^4 \cdot \left(a^2b^2\right)^3}{\left(b^4\right)^{10} \cdot \left(a^7\right)^5} = ab^2;$ 2) $\dfrac{\left(c^8 \cdot d^5\right)^{11} \cdot \left(c^7\right)^3 \cdot \left(d^4\right)^2}{\left(d^{31}\right)^2 \cdot \left(c^{25}\right)^4} = c^5d.$

9.24. $a = 1$, $b = -1$ болғанда ипадиниң мəналири тəң екəнлигини испатлаңлар:

1) $(a^5 \cdot b^6)^7 : (a^{33} \cdot b^{40}) + 1$ вə $(a^8b^2)^2 : (a^5b)^3 + 3;$

2) $\dfrac{\left(a^4\right)^3 \cdot \left(b^{10}\right)^2}{a^8 \cdot \left(b^5\right)^3} - 4$ вə $\dfrac{\left(a^7\right)^4 \cdot \left(b^9\right)^2}{\left(a^5\right)^5 \cdot b^{16}} - 6.$

9.25. Əмəллəрни орунлаңлар вə чиққан ипадилəрни көрсəткүчи сəлбий əмəс дəрижə түригə кəлтүрүңлар:

1) $\dfrac{(a^{-3} \cdot x^4)^2}{(a^{-2})^2 \cdot x^{-7}} \cdot 2^{-2};$ 2) $\dfrac{(b^3 \cdot y^{-3})^2}{(b^2)^2 \cdot y^7} \cdot y^{-1};$ 3) $\dfrac{(3^3 \cdot x^4)^{-2}}{(3^2)^2 \cdot x^{-7}} + \dfrac{2}{x^{-3}}.$

9.26. 1) $x = 0{,}5$ вə $b = \dfrac{1}{3}$ болғанда, $\dfrac{(3^3 \cdot x)^2}{(x^2)^3 \cdot b^2};$

2) $a = 0{,}1$ вə $x = 2$ болғанда, $\dfrac{(a^3 \cdot x^4)^2}{(a^2)^2 \cdot x^7}$

ипадилириниң мəнаси натурал сан боламду?

9.27. 1) $\dfrac{2^{-2n} \cdot 3^{-2}}{4^{-n} \cdot 3^{-1}};$ 2) $\dfrac{5^{-3n} \cdot 34^{-2}}{125^{-n} \cdot 17^{-1}};$ 3) $\dfrac{0{,}2^{-2n} \cdot 13^{-2}}{0{,}04^{-n} \cdot 23^{-1}}$

ипадилириниң мəнаси n ға беқинда əмəслигини испатлаңлар.

Йеңи билимни өзлəштүрүшкə тəйярлиниңлар

9.28. Дурус жавапниң номерини көрситиңлар. Ипадə болидиған йезиқ:

1. 728 + 327;
2. 728 + 327; $7a + 2b$;
3. 728 + 327; $7a + 2b$, 126;
4. 728 + 327; $7a + 2b$, 126, $152 < 200$.

9.29. Ипадиниң мəнасини һесаплаңлар:

$(327 \cdot 14 - 4577) \cdot 11^0;$ 2) $(32 \cdot 74 - 4552) : 14(-13)^0.$

ӨЗӘҢЛАРНИ ТӘКШҮРҮҢЛАР!

1. $2^{10} \cdot 2^{12} : 2^{21}$ ипадисиниң мәнасини һесаплаңлар.

A. 4; B. 2; C. 1; D. 8.

2. $a^{35} \cdot a^{19} : (a^{52} \cdot a^2)$ ипадисини аддийлаштуруңлар.

A. a; B. a^4; C. 1; D. a^2.

3. $\dfrac{x^{10} y^8}{x^9 y^6}$ ипадисини аддийлаштуруп, $x = 2$, $y = 3$ болғандики мәнасини тепиңлар.

A. 24; B. 12; C. 6; D. 18.

4. $0{,}2 \cdot (-5)^2 - 3^3$ ипадисиниң мәнасини һесаплаңлар.

A. -32; B. -22; C. -2; D. 52.

5. $\dfrac{(m^3)^5 \cdot (n^4)^3}{(m^3)^4 \cdot (n^5)^2}$ ипадисини аддийлаштуруңлар.

A. $m^{23}n^{22}$; B. m^7n^{22}; C. m^3n^2; D. m^7n^2.

6. $\dfrac{x^4}{y^6}$ ипадисини дәрижиләрниң көпәйтиндиси түридә йезиңлар.

A. x^4y^6; B. $x^{-4}y^6$; C. $x^{-4}y^{-6}$; D. x^4y^{-6}.

7. $5^{-3} \cdot 25^2$ ипадисиниң мәнасини һесаплаңлар.

A. 5; B. $\dfrac{1}{5}$; C. 25; D. $\dfrac{1}{25}$.

8. $\dfrac{a^2}{b^3 c^{-4}}$ ипадисини дәрижиләрниң көпәйтиндиси түридә йезиңлар.

A. $a^2b^3c^{-4}$; B. $a^2b^{-3}c^4$; C. $a^{-2}b^{-3}c^{-4}$; D. $a^{-2}b^{-3}c^4$.

9. $\dfrac{5a^9 - 3a^7}{4a^8}$ ипадини аддийлаштуруп, $a = -1$ болғандики мәнасини тепиңлар.

A. $\dfrac{1}{2}$; B. $-\dfrac{1}{2}$; C. 2; D. -2.

10. Куби $-\dfrac{1}{8}$ гә тәң санниң бәшинчи дәрижисини тепиңлар.

A. $\dfrac{1}{32}$; B. $-0{,}5$; C. $-\dfrac{1}{32}$; D. -32.

2-БАП

КӨПӘЗАЛИҚ ВӘ УЛАРҒА ӘМӘЛЛӘР ҚОЛЛИНИШ

§ 10. БИРӘЗАЛИҚ. БИРӘЗАЛИҚНИҢ СТАНДАРТЛИҚ ТҮРИ

Бирәзалиқ, униң дәрижиси вә стандартлиқ түри дегән немә? Бирәзалиқларни қандақ көпәйтимиз?

Ениқлима. Санлиқ вә һәриплик көпәйткүчләр билән уларниң дәрижилириниң көпәйтиндиси бирәзалиқ дәп атилиду.

3^3xy; $15ab^3$; $-\frac{8}{9}nm^4$; $\left(1\frac{4}{7}\right)^5$ көпәйтиндилирини қараштурайли.

Уларниң тәркивигә рәқәмләр арқилиқ йезилған көпәйткүчләр *өзгәрмиләр* вә уларниң дәрижилири арқилиқ йезилған көпәйткүчләр кириду.

Жуқурида көрситилгән көпәйтиндиләр немә сәвәптин бирәзалиқлар дәп атилиду?

Һәр қандақ санни шу сан билән 1 ниң көпәйтиндиси түридә йезишқа болиду вә 1 санини нөлгә тәң әмәс һәр қандақ a саниниң нөлинчи дәрижиси дәп алалаймиз. Демәк, 7; b; 0,09; $-\frac{5}{6}$ түридики ипадиләрму бирәзалиқ дәп һесаплиниду.

1-мисал. $a = -1$, $b = 2$, $c = 13$ болғанда $25a^4b \cdot (0,4ab^2) \cdot 3bc$ бирәзалиғиниң мәнасини қандақ тепишқа болиду?

Йешими. **Биринчи усул.** Һәриплpoints (өзгәрмиләрниң) берилгән мәналирини бирәзалиққа қоюп, көпәйтиндиниң мәнасини һесаплайли. У чағда $25 \cdot (-1)^4 \cdot 2 \cdot 0,4(-1) \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 13 = -6240$.

Иккинчи усул. Һесаплашни утуқлуқ йол билән орунлашқа болиду. Униң үчүн көпәйтиндиниң орун алмаштуруш вә топлаш хусусийәтлирини қоллинип, берилгән бирәзалиқни аддийлаштуруш керәк.

$$25a^4b \cdot (0,4ab^2) \cdot 3bc = (25 \cdot 0,4 \cdot 3) \cdot (a^4 \cdot a) \cdot (b \cdot b^2 \cdot b) \cdot c = 30a^5b^4c.$$

Әнди һәрипләрниң (өзгәрмиләрниң) берилгән мәналириға мувапиқ $30a^5b^4c$ бирәзалиғиниң мәнасини тапимиз: $30 \cdot (-1)^5 \cdot 2^4 \cdot 13 = -6240$.

Җавави: -6240.

Иккинчи һаләттә берилгән бирәзалиқ $30a^5b^4c$ түридә йезилди. Буниңда санлиқ көпәйткүч билән һәр хил асаслиқ дәрижиләр бар. Мундақ бирәзалиқларни *стандартлиқ түрдики бирәзалиқ* дәп атайду.

Һәр қандақ бирәзалиқни стандартлиқ түргә кәлтүрүшкә болиду.

Стандартлиқ түрдә йезилған бирәзалиқтики санни *бирәзалиқниң коэффициенти* дәп атайду. Мәсилән, $\frac{4}{9}x$ бирәзалиғиниң коэффициенти $\frac{4}{9}$, $-7x^2$ бирәзалиғиниң коэффициенти -7 гә тәң.

2-мисал. $-0{,}6d^4 \cdot \left(\frac{5}{6}d^2\right)$ бирәзалиғини стандартлиқ түргә қандақ кәлтүрүшкә болиду?

Йешими. Көпәйтишниң орун алмаштуруш вә топлаш хусусийәтлирини, асаслири бирдәк дәрижиләрни көпәйтишниң хусусийитини қоллинимиз: $-0{,}6d^4 \cdot \left(\frac{5}{6}d^2\right) = \left(-0{,}6 \cdot \frac{5}{6}\right)(d^4 \cdot d^2) = -0{,}5d^6$.

Җавави: $-0{,}5d^6$.

Адәттә, 1 гә тәң коэффициент йезилмайду, чүнки 1 гә көпәйткәндин ипадиниң мәнаси өзгәрмәйду. Мәсилән, $1 \cdot a^4b^3c = a^4b^3c$, йәни a^4b^3c бирәзалиғиниң коэффициенти 1 гә тәң. Әгәр коэффициент -1 гә тәң болса, у чағда бирәзалиқниң алдиға “минус” тамғиси қоюлиду. Мәсилән, $(-1) \cdot mn^7t^3 = -mn^7t^3$, шу сәвәптин $-mn^7t^3$ бирәзалиғиниң коэффициенти -1 гә тәң.

$3a^4b^3c$ бирәзалиғидики өзгәрмиләрниң дәрижә көрсәткүчлириниң қошундиси 8 гә тәң. 8 санини $3a^4b^3c$ бирәзалиғиниң дәрижиси дәп атайду.

Бирәзалиқтики барлиқ өзгәрмиләрниң дәрижә көрсәткүчлириниң қошундиси **бирәзалиқниң дәрижиси** дәп атилиду.

Мәсилән, $-0{,}9x^5yz^2$ бирәзалиғиниң дәрижиси 8 гә $(5 + 1 + 2 = 8)$ тәң, $\frac{4}{11}a^8b$ бирәзалиғи тоққузинчи дәрижилик бирәзалиқ. 125 бирәзалиғиниң дәрижиси нөлгә тәң, сәвәви $125 = 125 \cdot a^0$ яки $125 \cdot x^0 \cdot y^0$.

Бәзи бир бирәзалиқлирниң һәриплик қисми бирдәк болиду.

Е н и қ л и м а. Бирдәк бирәзалиқлар вә коэффициенттлири билән пәриқлинидиған һәриплик қисимлири умумий бирәзалиқлар *охшаш бирәзалиқлар* дәп атилиду.

Мәсилән, $7xy^3t$; $-8{,}9xy^3t$ вә $1\frac{5}{11}xy^3t$ бирәзаликлири охшаш бирәзаликлар.

Бирәзаликларни көпәйтишни вә дәрижигә чиқиришни караштурайли. Әгәр икки бирәзаликниң арисиға көпәйтиш тамғиси қоюлса, у чағда берилгән көпәзаликларниң көпәйтиндиси дәп атилидиған бирәзалик чиқиду. Мәсилән, $9n^3m$ вә $-1{,}1nm^4$ бирәзаликлириниң көпәйтиндиси $(9n^3m)\cdot(-1{,}1nm^4)$ ипадиси болиду. Көпәйтишниң топлаш вә орун авуштурушлуқ хусусийәтлирини қоллинип, көпәйтиндини $9\cdot(-1{,}1)\cdot n^3nmm^4$ түригә кәлтүримиз. Андин кейин дәрижиниң хусусийәтлирини қоллансақ, $-9{,}9n^4m^5$ чиқиду.

3-мисал. $4\frac{1}{3}x^4y$; $-0{,}3xz^5$; $10xy^4z^2$ бирәзаликлириниң көпәйтиндисини қандақ тепишқа вә стандарт түргә кәлтүрүшкә болиду?

Йешими. Бирәзаликларниң көпәйтиндиси $\left(4\frac{1}{3}x^4y\right)\cdot(-0{,}3xz^5)\cdot$ $\cdot\,(10xy^4z^2)$ ипадиси болиду. Әнди көпәйтишниң топлаш вә орун алмаштуруш хусусийәтлирини қоллинип, көпәйтиндини түрләндүрүмиз:

$$\left(4\frac{1}{3}x^4y\right)\cdot(-0{,}3xz^5)\cdot(10xy^4z^2)=\frac{13}{3}\cdot(-0{,}3)\cdot10\cdot x^4y\cdot xz^5\cdot xy^4z^2=$$
$$=-13x^6y^5z^7.$$

Җаваби: $-13x^6y^5z^7$.

Бирәзаликни натурал дәрижигә чиқарғанда бирәзалик чиқиду.

Бирәзаликни дәрижигә чиқириш үчүн униң һәр бир көпәйткүчини (санлиқ, һәриплик) берилгән дәрижигә чиқириш керәк.

Мәсилән, $\left(\frac{1}{5}tk^4\right)^3=\left(\frac{1}{5}\right)^3\cdot t^3\cdot(k^4)^3=\frac{1}{125}t^3k^{12}$.

4-мисал. $-0{,}125x^9y^3$ бирәзалиғини иккинчи бирәзаликниң куби түридә язайли.

Йешими. $-0{,}125x^9y^3=(-0{,}5)^3\cdot(x^3)^3\cdot y^3=(-0{,}5x^3y)^3$.

Җаваби: $(-0{,}5x^3y)^3$.

5-мисал. n ниң қандақ мәнисида $\left(2\frac{1}{3}m^5\right)^n\cdot\left(\frac{9}{49}m^{11}\right)=29\frac{52}{81}m^{41}$ тәңлиги дурус болиду?

Йешими: Әгәр $m = 0$ болса, у чағда тәңлик дурус. Әгәр $m \neq 0$ болса, у чағда тәңликнiң икки йеқидики қисмини $\frac{9}{49} m^{11}$ гә бөләйли: У чағда

$$\left(2\frac{1}{3}m^5\right)^n = 29\frac{52}{81}m^{41} : \frac{9}{49}m^{11} \text{ яки } \left(2\frac{1}{3}m^5\right)^n = \frac{2401}{81}\cdot\frac{49}{9}\cdot m^{41-11}.$$

Дәрижининң хусусийәтлирини қоллинип, тәңликни икки тәрипидики қисимлирини аддийлаштуримиз: $\frac{2401}{81}\cdot\frac{49}{9}\cdot m^{41-11} = \left(\frac{7}{3}\right)^6 \cdot m^{30}$. Әнди нәтижини асаси $\frac{7}{3}m^5$ болидиған дәрижигә кәлтүрәйли: $\left(\frac{7}{3}m^5\right)^6$ яки $\left(2\frac{1}{3}m^5\right)^6$.

Демәк, $\left(2\frac{1}{3}m^5\right)^n = \left(2\frac{1}{3}m^5\right)^6$. Буниңдин $n = 6$.

Җаваби: $m = 0$ болғанда n — қандақ сан,
$m \neq 0$ болғанда $n = 6$.

1. Бирәзалиқни сан билән натурал көрсәткүчлүк дәрижиниң көпәйтиндисидин тәркип тапқан ипадә түридә йезишқа боламду? Җававини чүшәндүрүңлар.
2. Рети билән орунланған ахирқи әмәл қошушму, елишму болмайдиған ипадини бирәзалиқ дәп атаймиз дегән ениқлима дурусму? Җававини чүшәндүрүңлар.
3. 1) Һәр қандақ бирәзалиқ ипадә болиду; 2) Һәр қандақ ипадә бирәзалиқ болиду дегән хуласә дурусму?

Көнүкмиләр

A

10.1. $8a$; $-0{,}5bc$; $\frac{2}{3}x^2yz$; $\frac{x-2}{3}$; $\frac{y+1}{z}$; $10\frac{a}{5}$; $\frac{4}{b}$ ипадилириниң қайсилири бирәзалиқ болиду?

10.2. 41, $9a^2c$; $-\frac{8}{17}x^5$; $6a^4ba$; $107x^2yzy^2$; $-26a^2nm^{10}$; $3ab\cdot\frac{5}{9}b$; $0{,}24x^3y\frac{7}{3}x^7y$ бирәзалиқлириниң арисидин стандартлиқ түрдә йезилған бирәзалиқларни көрситиңлар.

Бирәзаликни стандартлиқ түрдә йезиңлар **(10.3-10.4)**:

10.3. 1) $8x^5x$; 2) $-b^4b^4b$; 3) xyx^4;

4) $-a^5(-a^8)$; 5) $7nm^4(-8n^3)$; 6) $\frac{5}{24}k^5t\left(-\frac{3}{10}t^6\right)$.

10.4. 1) $1{,}8a^5b^7a^{10}$; 2) $\frac{14}{5}cd^5\left(-\frac{8}{7}c^4\right)$; 3) $2{,}8xt^5(-0{,}5x^2t)$;

4) $-b^5(-b^8)(-b)$; 5) $1{,}4a^6t\left(-\frac{3}{2}at^8\right)$; 6) $20bc^8(-0{,}05b^{10})$.

10.5. 10.3-10.4-көнүкмилиридики бирәзалиқларниң дәрижисини тепиңлар .

Бирәзаликни стандартлиқ түрдә йезиңлар **(10.6—10.8)**:

10.6. 1) $5a^3(-3)ab^5$; 2) $7m^2 \cdot 6c^3m$; 3) $-6m^8 \cdot 9am^3$;
4) $-8ac^5(-2a^4)$; 5) $3m^2np \cdot (-5mn^24)$; 6) $ab \cdot 9a \cdot 4b$.

10.7. 1) $\left(-\frac{1}{2}m^3\right) \cdot (16m^2)$; 3) $\left(-\frac{3}{5}a^2xy^3\right) \cdot \left(\frac{2}{3}ax^2y\right)$;

2) $\left(\frac{3}{4}x^2y^3z\right) \cdot \left(\frac{2}{3}x^3y^2z^2\right)$; 4) $\left(10\frac{1}{3}ab^2c^4\right) \cdot \left(1\frac{5}{31}a^7bc^2\right)$.

10.8. 1) $\left(\frac{4pc^2}{15}\right) \cdot \left(\frac{9ca^3}{2}\right)$; 2) $\left(-\frac{4}{5}m^4np\right) \cdot \left(-\frac{1}{4}m^2n^3p^2\right)$;

3) $\left(-4\frac{3}{4}mn^2\right) \cdot \left(-\frac{17}{38}amn\right)$; 4) $\left(6\frac{1}{2}x^3yz^2\right) \cdot \left(2\frac{2}{13}x^6yz^3\right)$.

10.9. Бирәзалиқниң дәрижисини тепиңлар:

1) $\left(\frac{2}{3}ab^2\right)^3$; 2) $\left(\frac{3}{4}a^2b^3\right)^4$; 3) $\left(\frac{4}{3}m^5n^2\right)^5$;

4) $\left(\frac{2}{9}m^{10}n^{13}\right)^3$; 5) $(-0{,}6a^3b^4)^4$; 6) $(-1{,}3x^{10}y^4)^3$;

7) $(0{,}02m^3n^3)^2$; 8) $(0{,}5x^3y^5)^3$.

B

10.10. Бирәзалиқларни көпәйтиңлар вә чиққан ипадиниң мәнасини тепиңлар:

1) $\frac{3}{4}a^2 \cdot \frac{4}{5}b^2$, бу йәрдики $a = 2$, $b = \frac{3}{5}$;

2) $0,4\ ab \cdot 8b^2$, бу йәрдики $a = 0,5$, $b = 3$;
3) $0,5ab^3 \cdot 16a^2b$, бу йәрдики $a = -0,5$, $b = -2$;
4) $\frac{5}{18}a^3b^4 \cdot 3\frac{3}{5}a^4b^4$, бу йәрдики $a = -0,2$, $b = -5$.

10.11. Ипадиниң мәнасини тепиңлар:

1) $\frac{1}{2}a^2b^4x \cdot \frac{3}{4}$, бу йәрдики $a = 2$, $b = 1$, $x = \frac{1}{2}$;
2) $-4a^2b^2c^2 \cdot 6a^4c^3$, бу йәрдики $a = 1$, $b = \frac{1}{4}$, $c = 2$;
3) $\frac{2}{5}x^3y^2z \cdot 7,5xz^4$, бу йәрдики $x = -2$, $y = -1$, $z = -0,5$;
4) $-25n^2m^2 \cdot 0,16n^5m^7$, бу йәрдики $n = -0,1$, $m = 10$.

10.12. Бирәзалиқни иккинчи бирәзалиқниң квадрати түридә йезиңлар:

1) $16a^6$; 2) $100m^8n^4$; 3) $\frac{25}{81}x^6y^{12}$;
4) $\frac{169}{225}a^{10}b^2$; 5) $3,24m^4p^{14}$; 6) $0,0289\frac{x^{20}}{y^{18}}$.

10.13. Ипадиләрниң арисидин бирәзалиқниң квадрати вә бирәзалиқниң куби түридә йезишқа болидиған ипадиләрни терип йезиңлар:

1) $a^{13}b^{30}$; 2) $n^6m^{18}k^9$; 3) $x^{24}y^{16}z^{20}$;
4) $0,16a^2b^6$; 5) $216a^6b^6$; 6) $7,296a^{15}c^9$.

C

10.14. Әгәр $5x^2y^3 = 8$ болса, у чағда
1) $45x^2y^3$; 2) $3x^2y^3$; 3) $-5,5x^2y^3$;
4) $25x^4y^6$; 5) $125x^6y^9$; 6) $\frac{625}{128}x^8y^{12}$ ипадисиниң мәнасини тепиңлар.

10.15. $(a^5b^3)^6 \cdot (a^7b^4)^5 : (a^{21}b^{12})^3$ ипадисини аддийлаштуруп, $a = -\frac{5}{11}$ вә $b = 3\frac{2}{3}$ болғандики мәнасини һесаплаңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

10.16. 1) $2a^2b - 13ab^3$ айримисини бирәзалиқларниң қошундиси;
2) $11x^2y + (-xy^3)$ қошундисини бирәзалиқларниң айримиси түрида йезиңлар.

10.17. $17a^3$, $-5ya^4$; $8a^2n^3$; $12xy^5$ бирәзалиқларниң арисидики дәрижиси әң чоң бирәзалиқни көрситиңлар.

§ 11. КӨПӘЗАЛИҚ. КӨПӘЗАЛИҚНИҢ СТАНДАРТЛИҚ ТҮРИ. КӨПӘЗАЛИҚНИҢ ДӘРИЖИСИ

Көпәзалиқ, униң дәрижиси вә стандартлиқ түри дегән немә?

$a - b$ айримисини $a + (-b)$ қошундиси билән алмаштурушқа болидиғинини билисиләр.

$a - b$ вә $a + (-b)$ ипадилирини *алгебрилиқ қошунда* дәп атайду.

Ениқлима. Бир нәччә бирәзалиқларниң алгебрилиқ қошундиси *көпәзалиқ* дәп атилиду.

Немә сәвәптин $3 + a$; $a^2 - b^2$; $8c + 0,7d^2$; $\frac{2}{9}xy^2 + z - 3$ ипадилири көпәзалиқларға ятиду?

Ениқлима. Көпәзалиқни тәшкил қилидиған бирәзалиқлар *көпәзалиқниң әзалири* дәп атилиду.

Немә сәвәптин $25a + \frac{7}{9}xy^2 - 1,11n^4 + 10$ көпәзалиғиниң әзалири $25a$; $\frac{7}{9}xy^2$; $-1,11n^4$; 10 бирәзалиқлар болиду?

Барлиқ көпәзалиқларниң арисидин иккиәзалиқ билән үчәзалиқ айрим көрситилиду.

Ениқлима. Икки әзадин тәркип тапқан көпәзалиқ *икки әзалиқ* дәп атилиду.

Немә сәвәптин $\frac{8}{11} + 6c$; $y^5 - 7,3$ ипадилири иккиәзалиқлар болиду?

Ениқлима. Үч әзадин тәркип тапқан көпәзалиқ *үчәзалиқ* дәп атилиду.

Чүшәндүрүңлар

1. Немә сәвәптин $a^2 - ab + 2$; $-\frac{5}{7}s + s^3 - k$ йезиқлири ипадә болиду?

2. $8xy^2 - 1,2mx + 8,3 + 0,7mx - 9 + mx$ ипадиси қандақ ихчамланған: $8xy^2 - \underline{\underline{1,2mx}} + \underline{8,3} + \underline{\underline{0,7mx}} - \underline{9} + \underline{\underline{mx}} = 8xy^2 + (-1,2mx + 0,7mx + mx) + (8,3 - 9) = 8xy^2 + (-1,2 + 0,7 + 1)mx + (-0,7) = 8xy^2 + 0,5mx - 0,7$?

Еникл имa. Охшаш бирәзалиқларниң қошундисини бирәзалиққа алмаштуруш көпәзалиқниң *охшаш әзалирини бириктүрүш* дәп атилиду.

$8xy^2 + 0,5mx - 0,7$ көпәзалиғида һәр бир әза стандартлиқ түрдә йезилған вә уларниң арисида охшаш бир әзалар йоқ. Көпәзалиқниң мундақ түри *көпәзалиқниң стандартлиқ түри* дәп атилиду.

Көпәзалиқни стандартлиқ түргә кәлтүрүш үчүн униң һәр бир әзасини стандартлиқ түрдә йезип, андин кейин охшаш әзалирини бириктүрүш керәк.

Көпәзалиқниң стандартлиқ түридики бирәзалиқларниң әң чоң дәрижиси *көпәзалиқниң дәрижиси* дәп атилиду.

Немә сәвәптин $8xy^2 + 0,5mx - 0,7$ көпәзалиғи үчинчи дәрижилик көпәзалиқ болиду?

1. Көпәзалиқтики бирәзалиқларниң әң кичик сани қанчә?
2. Икки бирәзалиқниң, үч бирәзалиқниң, бәш бирәзалиқниң қошундиси қандақ атилиду?
3. Көпәзалиқниң дәрижиси нөлгә; биргә тәң болуши мүмкинму?
4. Иккинчи дәрижилик көпәзалиққа мисал кәлтүрүңлар.

Көнүкмиләр

A

11.1. Бирәзалиқларни көп әзалиқ түридә йезиңлар:

1) a^2; a вә 5; 2) $9x^3$; x вә -7; 3) $0,8y$; $-2y$ вә y^7;

4) -4; $7b^3$ вә d^4; 5) $\frac{4}{15}t^3$; $-k$ вә 10; 6) $\frac{19}{5}k^4$; $-6,3k^3$ вә k.

11.2. Көпәзалиқниң һәр бир әзасини стандарт түргә кәлтүрүп, дәрижисини тепиңлар:

1) $8xy^4x^3 - 9x^3yy^7 + 10zz^5$; 2) $0,2a^5bb^6 - 1,1xyx^7 + k^8t^2k$;

3) $\frac{1}{3}8ac^5a - 3,8t^8s^9s - b^6c^8b^{10}$; 4) $nm^{10}n^2 + \frac{2}{5}c^8dd^7 - t^4t^5t$.

11.3. Көпәзалиқниң әзалирини атаңлар:

1) $5x^4 - 6a^2c + 0,8y^5$; 2) $-40a^{10} + 3,8cd^5 - nm^3$;

3) $\frac{8}{3}ab^3 + \frac{10}{17}d^{10} - 1,2z$; 4) $5c^5 - \frac{15}{26}xy^3 + 100$.

Көпәзалиқниң охшаш әзалирини бириктүрүңлар **(11.4-11.5)**:

11.4. 1) $13a - 2bc + 19bc$; 2) $10nm + 9x - 20nm$;

3) $0,7b^2 + 20a + 2,0b^2$; 4) $5xy - 34xy + 3,3a$;

5) $9,3c + 4,5d^3 - 5,1d^3$; 6) $0,8t^4 + 2,4c - 2,1t^4$.

11.5. 1) $x^4 + a^2 - 6x^4 + 7a^2$; 2) $3y^3 - ab + 8y^3 + 9ab$;
3) $2ab^2 - nm - 5ab^2 + 6nm$; 4) $12c^2d - 7kt^2 + 8kt^2 - 10c^2d$;
5) $a^8c + 13a^8c - a^2d$; 6) $4x^3y - 6an + 2{,}1an - 7x^3y$.

11.6. 1) $8\frac{2}{3}x^3 - 16ay^2 + 9ay^2 - 9x^3$; 2) $27a^2z - 24{,}89a^2z + 3\frac{1}{5}y^2 - 15y^2$;

3) $3{,}12ab + 7\frac{5}{6}m^3 - 4\frac{1}{6}m^3 + 16{,}82ab$; 4) $19{,}2x^2 - 30\frac{1}{9}kt + 31kt - 20x^2$.

B

Көпәзалиқни стандартлиқ түргә кәлтүрүп, дәрижисини атаңлар **(11.7—11.9)**:

11.7. 1) $22a^2 - 40a^3 + 18a^2 + 29a^3 + a^4$;
2) $-7b^5 - 13b^6 + 15 - 9b^5 + 34b^6$;
3) $41c^2 + 62c^3 - 99 - 42c^2 + 38c^3$;
4) $-52k + k^4 - 18k^4 + 52 - k$.

11.8. 1) $7{,}8x + 9{,}1y^2 - x + 1{,}9y^2 - 8{,}7y^2$;
2) $0{,}246z^3 - 15{,}2t + 16t - z^3 - 0{,}94$;
3) $-29{,}1c^2 + 0{,}17d^3 - d^3 + 30c^2 - 1{,}1d^3$;
4) $40{,}4a^3 - b^4 + 2{,}6a^3 - 44a^3 + 0{,}73b^4$.

11.9. 1) $1\frac{3}{7}b^2 - 10a^3 - \frac{2}{3}b^2 - \frac{3}{7}b^2 + 9a^3$;

2) $-8{,}5c^4 + 17b + 6\frac{2}{3}c^4 + \frac{5}{6}c^4 - 19b$;

3) $2\frac{2}{3}t^5 + 40a^2 - 3\frac{4}{9}t^5 - 41a^2 + 1\frac{1}{3}t^5$;

4) $-\frac{6}{7}k^6 - 8{,}8d^4 + 2\frac{6}{11}k^6 + 9d^4 - \frac{9}{11}k^6$.

Көпәзалиқниң мәнасини тепиңлар **(11.10-11.11)**:

11.10. 1) $5x^3 - 8x^5 + 44 - 10x^3 + 7x^5 - 60$, бу йәрдики $x = -2$;
2) $-7y^2 + 13y^6 - 71 + 3y^2 + 59 - 11y^6$, бу йәрдики $y = 3$;
3) $37 + 12a^4 - a^3 - 40 + 4a^3 + 10a^4$, бу йәрдики $a = -3$;
4) $-100 - 29b^3 + 51b^6 - 52b^6 + 27b^3 + 200$, бу йәрдики $b = 2$.

11.11. 1) $\frac{1}{3}x^4 + \frac{7}{9}x^3 - 2{,}5 - x^3 - x^4 + 6$, бу йәрдики $x = 1$;

2) $72 - \frac{4}{5}a^5 + \frac{3}{4}a^3 + \frac{2}{5}a^5 - a^3 - 69$, бу йәрдики $a = -1$;

3) $80{,}3 + \frac{3}{8}y^2 - 79{,}4 - y^2 - \frac{5}{6}y^3 + y^3$, бу йәрдики $y = -1$;

4) $-\frac{11}{17}b^5 + 99{,}1 + \frac{8}{13}b + b^5 - \frac{5}{13}b - 100$, бу йәрдики $b = 1$.

11.12. Ипадиниң мәнасини тепиңлар:

1) $0{,}7ab - 49 + a - 1{,}2ab + 47$, бу йәрдики $a = \frac{2}{3}$; $b = \frac{9}{16}$;

2) $53 - 5{,}3xy - y + 4{,}8xy - 6y$, бу йәрдики $x = \frac{4}{13}$; $y = \frac{13}{7}$;

3) $mn + 8m + 9{,}2n - 9mn - 10n$, бу йәрдики $m = \frac{3}{4}$; $n = \frac{5}{8}$;

4) $13{,}2c + d - cd - 10d - 8cd$, бу йәрдики $c = \frac{5}{3}$; $d = \frac{14}{3}$.

C

11.13. Көпәзаликниң бирәзалиқлирини дәрижилириниң өсүш рети билән җайлаштуруңлар:

1) $x^2 - 3x^4 + 5x^5 + x$;
2) $-1{,}7y^5 + 2{,}8y^4 + y - y^6$;
3) $11a + 11 - a^5 + 1{,}9a^4$;
4) $4{,}8b^6 - b^8 - 10b + b^2$.

11.14. Көпәзаликниң бирәзалиқлирини дәрижиләрниң кемиш рети билән җайлаштуруңлар:

1) $6x^8 - 7x^7 + 9x^{11} + x^{10}$;
2) $-1{,}7y^5 + 2{,}8y^4 + y - y^6$;
3) $-10 + b^2 - 4b^3 - 5b + b^5$;
4) $2x^3 - 3x^2 - 8x^9 - 7x^8$.

11.15. Көпәзалиқларниң мәналирини селиштуруңлар:

1) $2{,}25x^3 - 16x^2$ вә $-2{,}5x^4 + 3x^3$, бу йәрдики $x = -2$;
2) $3{,}6x^3 - 1{,}875x^4$ вә $0{,}125x^5 - x^9$, бу йәрдики $x = 2$;
3) $1{,}9b^7 - b^6 - 2b^7$ вә $-2{,}4b^4 + b^5 + 2{,}3b^4$, бу йәрдики $b = -1$;
4) $\frac{1}{3}a^{10} + \frac{2}{7}a^7 - \frac{2}{3}a^{10}$ вә $\frac{6}{7}a^9 - a^8 - \frac{2}{7}a^9$, бу йәрдики $a = -1$.

11.16. Өзгәрмиләрниң берилгән мәналирида көпәзалиқларниң мәналириниң тәң болидиғанлиғини испатлаңлар:

1) $11\frac{1}{9}ab^2 - 18\frac{2}{3}ab^2 + 5\frac{1}{6}ab^2 + \frac{8}{9}ab^2 + 26{,}6$ вә $47{,}8a^2b - 6{,}3a^2b - 40{,}5a^2b - \frac{6}{7}a^2b$, бу йәрдики $a = 0{,}7$, $b = 5$;

2) $2{,}2c^3d^2 - 2\frac{1}{3}c^3d^2 + \frac{7}{15}c^3d^2$ вә $2\frac{2}{9}c^4d - 2{,}5c^4d + \frac{1}{18}c^4d$, бу йәрдики $c = 3$, $d = -2$.

Йеңи билим өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

11.17. $17ya^3, -8ya^3; 3a^2n^3; 4; 12xy^5; a^2n^3; -5xy^5$ бирәзалиқлири берилгән. Коэффициентлири билән пәриқлинидиған бирәзалиқларни атаңлар.

11.18. Көпәзаликқа қариму-қарши көпәзани йезиңлар:
1) $x^2 - 3x + 5a$; 2) $y - 2x + 3$; 3) $-y^2 - 3a^3 - 5$; 4) $8a^4 - 3a + 5$.

§ 12. КӨПӘЗАЛИҚЛАРНИ ҚОШУШ ВӘ ЕЛИШ

Көпәзалиқларни қошуш вә елишни қандақ орунлашқа болиду?

Көпәзалиқларға арифметикилиқ әмәлләр қоллинишқа болиду.

Көпәзалиқларға әмәлләр қоллиниш ипадиләрни аддийлаш үчүн орунлиниду. Әмәлләрни орунлаш җәриянида: скобкиларни ечиш, охшаш әзаларни бириктүрүш, бирәзалиқларни көпәйтиш охшаш түрләндүрүшләр қоллинилиду.

Көпәзалиқларни қошқанда қошуш қаидиси қоллинилиду.

Көпәзалиқларни қошуш қаидиси: көпәзалиқларни қошуш үчүн барлиқ әзаларни тамғилирини сақлап пәйдин-пәй йезип, андин кейин көпәзалиқниң охшаш әзалирини бириктүрүш керәк.

Чүшәндүрүңлар

$30x^5 - 8,8yz^2 - 3\frac{1}{9}$ вә $4 + 9,1yz^2 - 53x^5$ көпәзалиқ лириниң қошундиси қандақ тепилған:

$$(30x^5 - 8,8yz^2 - 3\frac{1}{9}) + (4 + 9,1yz^2 - 53x^5) =$$

$$= 30x^5 - 8,8yz^2 - 3\frac{1}{9} + 4 + 9,1yz^2 - 53x^5 = -23x^5 + 0,3yz^2 + \frac{8}{9}?$$

Көпәзалиқларниң айримиси рационал санларниң айримиси охшаш тепилиду.

Көпәзалиқларни елиш қаидиси: биринчи көпәзалиқтин иккинчи көпәзалиқни елиш үчүн азайғуч көпәзалиққа азайтқуч көпәзалиққа қариму-қарши көпәзалиқни қошуш керәк.

$(21,8y^4 - 17x^2 + 9\frac{1}{7}z - 50)$ вә $(22y^4 - 31x^2 + 7\frac{2}{7}z - 49)$ көпәзалиқлириниң айримисини қандақ тепишқа болиду?

Униң үчүн көпәзалиқларни елиш әмәлини қоллинимиз:

$$\left(21,8y^4 - 17x^2 + 9\frac{1}{7} - 50\right) - \left(22y^4 - 31x^2 + 7\frac{2}{7}z - 49\right) =$$

$$= (21{,}8y^4 - 17x^2 + 9\frac{1}{7}z - 50) + (-22y^4 + 31x^2 - 7\frac{2}{7}z + 49) =$$

$$= 21{,}8y^4 - 17x^2 + 9\frac{1}{7}z - 50 - 22y^4 + 31x^2 - 7\frac{2}{7}z + 49 =$$

$$= -0{,}2y^4 + 14x^2 + 1\frac{6}{7}z - 1.$$

1. Көпәзалиқларни қошуш вә елиш жәриянида қандақ түрләндүрүшләр қоллинилиду?
2. Көпәзалиқларни қошуш яки елиш нәтижисидә 1) сан; 2) бирәзалиқ чиқиши мүмкүнму? Әгәр мүмкин болса, мисал кәлтүрүңлар.
3. $2x^2 - 7xy + y^2$ көпәзалиғиға қариму-қарши көпәзалиқни атаңлар.

Көнүкмиләр

A

12.1. Көпәзалиқларниң қошундисини йезиңлар:
1) $x^2 + 5$ вә $x^2 - 4$;
2) $y - 2x$ вә $4x + 6$;
3) $2ab - 1$ вә $ab + 10$;
4) $1{,}8a^2 - y^3$ вә $22a^2 + 2y^3$.

12.2. Көпәзалиқларниң айримисини йезиңлар:
1) $20 + a^3$ вә $90a^3 + 21$;
2) $4b - c^2$ вә $-17b + 8c^2$;
3) $77 - mn$ вә $-30mn + 8$;
4) $4{,}9kt - 3z$ вә $-8{,}3kt + 5{,}2z$.

Көпәзалиқларниң алгебрилиқ қошундисини аддийлаштуруңлар **(12.3-12.4)**:

12.3. 1) $(4x + 8y) + (23x + 5y)$;
2) $(83a - 91b) - (89a - 100b)$;
3) $(1{,}5m - 4{,}2n) - (2m + 3n)$;
4) $(5k + 6t) + (2{,}8t - 3{,}1k)$;
5) $\left(\frac{3}{16}a - 20b\right) + \left(11b - \frac{1}{16}a\right)$;
6) $\left(\frac{7}{15}a + 53d\right) + \left(60d - \frac{13}{15}c\right)$.

12.4. 1) $(5 + 4a^3) + (a + 2a^3)$;
2) $(y - 7x^4) - (2{,}3 - 9x^4)$;
3) $(9b + 7c^2) - (14b - 10c^2)$;
4) $(39n^2 - 2m) + (5m - 44n^2)$.

12.5. 12.1-жәдвәлни толтуруңлар:

12.1-жәдвәл

A	B	A + B	A − B
$8{,}1 - 7x^3$	$9{,}2x^3 - 10$		
$-15{,}1 + 6y^2$	$23{,}4 - 11y^2$		

12.6. Әгәр $A = \frac{2}{3}a^2 - 4,5$ вә $B = 2\frac{1}{9}a^2 + 3,09$ болса, у чағда 12.2-җәдвәлни толтуруңлар:

12.2-җәдвәл

A + B	B – A	A – B

12.7. Тәңликниң дуруслуғини тәкшүрүңлар:
1) $(18,9 - x^2) - (5x^2 - 21) + (7x^2 - 39,9) = x^2$;
2) $(60b^3 + 51,3) + (70 - 62,8b^3) - (-2,8b^3 + 121) = 0,3$;
3) $\left(\frac{7}{9}y^4 - 10,1\right) - \left(17 - \frac{2}{3}y^4\right) + \left(27,1 - \frac{4}{9}y^4\right) = y^4$;
4) $\left(4,7c^2 - 6\frac{5}{7}\right) + \left(3\frac{4}{9} - 5c^2\right) - \left(0,7c^2 - 3\frac{5}{21}\right) + \frac{2}{63} = -c^2$.

12.8. Ипадини аддийлаштуруп, мәнасини тепиңлар:
1) $(20a^7 + 7a^3) - (57 + 20a^7)$, бу йәрдики $a = 2$;
2) $(17,3x^5 - 62) + (3x^2 - 17,3x^5)$, бу йәрдики $x = -5$;
3) $\left(8\frac{3}{4}b^4 + 9,1\right) - \left(2,7b^3 + 8,75b^4\right)$, бу йәрдики $b = \frac{1}{3}$;
4) $\left(1\frac{44}{49} - 11,3y^4\right) + (6y^2 + 11,3y^4)$, бу йәрдики $y = -\frac{3}{7}$.

12.9. a өзгәрмисиниң қандақ мәнасида ипадиниң мәнаси нөлгә тәң болиду:
1) $(90 - 24,1a) - (15,9a + 86)$; 2) $(4,5 - 0,23a) + (-2,9 + 0,13a)$;
3) $\left(1,6a + \frac{1}{12}\right) - \left(0,5a - \frac{5}{6}\right)$; 4) $(18,7a - 3) + \left(2\frac{2}{7} - 13,7a\right)$?

Көпәзалиқларниң қошундиси билән айримисини тепиңлар **(12.10-12.11)**:

12.10. 1) $5x^2 - 0,18y^3$ вә $6,2x^2 + 7y^3$;
2) $-10,9b^3 + 43c$ вә $60c + 11,1b^3$;
3) $76n^4 - 27,2t^2$ вә $30t^2 - 80n^4$;
4) $88,1x - 64m^2$ вә $41m^2 - 8,8x$.

12.11. 1) $9\frac{1}{5}y + 81z^3$ вә $39z^3 - 10y$;
2) $-51k^4 + 10\frac{3}{7}c^2$ вә $12\frac{3}{7}c^2 + 19k^4$;

3) $29m^3 - 3{,}8t$ вә $2{,}8t - 21\frac{11}{19}m^3$;

4) $100s^5 + 31\frac{5}{12}k$ вә $40k - 92{,}8s^5$.

B

12.12. Ипадиниң мәнаси өзгәрмиләрниң мәнасиға бағлинишлиқ болмайдиғанлиғини испатлаңлар:

1) $(50 - 120x + 76y) + (88x - 74y) - (2y - 32x)$;
2) $(8{,}7a - 5{,}1b + 13) - (2{,}9a - 4{,}2b) + (0{,}9b - 5{,}8a)$.

12.13. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:

1) $(11a + 12b) - (20a - 34b) + (10a - 45b) = a + b$;
2) $(22{,}4x + 31{,}3y) + (4{,}9y - 30x) - (35{,}2y - 6{,}6x) = y - x$.

Ипадини аддийлаштуруңлар **(12.14—12.16)**:

12.14. 1) $(a^3 - a^2 + 6) - (4a^3 + 8a^2 - 11)$;
2) $(11x^4 + 21x^3 - 43) + (60 - 19x^3 - 7x^4)$;
3) $(30b^5 - 15b + 16) - (17 + 17b + 44b^5)$;
4) $(-73 + 17x + 19x^3) + (-18x^3 - 39x + 50)$.

12.15. 1) $(5a^2 - 4x + 25) + (-31 + 9a^2 - 3x)$;
2) $(17y + 8b^2 - 11) - (70 - 9b^2 + 18y)$;
3) $(2{,}3c - 9{,}1z^3 - 4) - (10z^3 - 3c + 5{,}9)$;
4) $(0{,}8t^2 - 20m + 5) - (41 - 3m - 2{,}4t^2)$.

12.16. 1) $(xy + 6a) + (6a - z) - (8z + 10xy)$;
2) $(4b - 3cd) - (11b + 20k) + (23k - 19cd)$;
3) $(2t - mn) + (8nm - 9k) - (10k + 15t)$;
4) $(1{,}8a - bc) + (7{,}7bc - d) - (10{,}1d - a)$.

C

12.17. Әгәр $A = 1{,}8a^2b^3 - 25a^3b^3$; $B = 20a^3b^2 - 0{,}7a^2b^3$ вә $C = 1{,}9a^2b^3 + 23a^3b^2$ болса, 12.3-жәдвәлни толтуруңлар:

12.3-жәдвәл

$A + B + C$	$A - B + C$	$A - B - C$	$C - A - B$

12.18. 12.17-көнүкмидики берилгәнләрни қоллинип,
1) $B - A + C$; 2) $C - A + B$; 3) $B - A - C$ айримисини тепиңлар.

12.19. Тәңликниң дуруслуғини тәкшүрүңлар:

1) $(a^2b^2z^4 - 0{,}3a^4b^3c^2) - (a^2b^2z^4 - 9{,}3a^4b^3c^2) = 9a^4b^3c^2$;

2) $(7x^3y^2z - 8{,}1xy^2z^3) + (7{,}1xy^2z^3 - 7x^3y^2z) = -xy^2z^3$.

12.20. Өзгәрмиләрниң қандақ мәнасида

1) $(47{,}5x^4y - 28{,}9xy^4) - (19{,}6x^4y - 28{,}9xy^4) + (2{,}7x - 27{,}9x^4y)$;

2) $\left(8\frac{3}{16}a^2b^2 - 18\frac{8}{15}a^2b^2\right) + \left(20{,}6a^2b^2 - 8\frac{3}{16}a^2b^2\right) - \left(2\frac{1}{15}a^2b^2 - 3{,}1a\right)$ алгебрилиқ қошундиниң мәнаси 1 гә тәң болиду?

12.21. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:

1) $(-9k^4t^2 + 11k^3t) - (19k^3t - 8k^4t^2) + (10k^4t^2 + 8k^3t) = 9k^4t^2$;

2) $(5n^3m^2 - n^3m^3) - (7n^3m^3 + 10n^3m^2) + (6n^3m^2 + 8n^3m^3) = n^3m^2$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

12.22. Әмәлләрни орунлаңлар:

$$\left(11\frac{5}{8} : 15{,}5 + 4{,}25 - 3\frac{7}{9}\right) \cdot \frac{9}{22} - 0{,}59.$$

12.23. Автомобильниң 90 км/с илдамлиқ билән b с-та бесип өткән йолини ипадиләйдиған формулини йезиңлар. Әгәр $b = 3\frac{1}{3}$ с болса, у чағда бесип өтүлгән йолниң узунлуғини тепиңлар.

§ 13. КӨПӘЗАЛИҚЛАРНИ КӨПӘЙТИШ

Көпәзалиқларни көпәйтиш қандақ орунлиниду?

Алди билән көпәзалиқни бирәзалиққа көпәйтишни қараштурайли. $30a-7b$ иккиәзалиғи билән $0{,}4x$ бирәзалиғиниң көпәйтиндиси

$$(30a-7b)\cdot 0{,}4x$$

ипадиси болиду. Бу ипадини $(30a+(-7b))\cdot 0{,}4x$ түридә язайли. Көпәйтишниң тәхсимлиниш хусусийитини қоллинип,

$$30a\cdot 0{,}4x\cdot(-7b)\cdot 0{,}4x \text{ яки } 12ax-2{,}8bx$$

ипадисини алимиз.

Көпәзалиқни бирәзалиққа көпәйтиш үчүн мону қаидини қоллинимиз:

> көпәзалиқни бирәзалиққа көпәйтиш үчүн бирәзалиқни көпәзалиқниң һәр бир әзасиға көпәйтип, чиққан көпәйтиндиләрни қошуш керәк.

Чүшәндүрүңлар

$\frac{2}{3}nm-0{,}5m^2+7n^2$ көпәзалиғи $-0{,}3nm$ бирәзалиғиға қандақ көпәйтилгән:

$$\left(\frac{2}{3}nm-0{,}5m^2+7n^2\right)\cdot(-0{,}3nm)=\frac{2}{3}nm\cdot(-0{,}3nm)+(-0{,}5m^2)\cdot$$

$$\cdot(-0{,}3nm)+7n^2\cdot(-0{,}3nm)=-0{,}2n^2m^2+0{,}15nm^3-2{,}1n^3m?$$

$a+c$ вә a^2-c^3+5 икки көпәзалиқни көпәйтиш керәк болсун. Уларниң көпәйтиндиси $(a+c)\cdot(a^2-c^3+5)$ ипадиси болиду.

$a+c$ икки көпәзалиғиниң мәнаси сан болғанлиқтин, уни x һәрипи арқилиқ ипадиләп,

$$(a+c)(a^2-c^3+5)=x\cdot(a^2-c^3+5)=x\cdot a^2-x\cdot c^3+5\cdot x=$$
$$=(a+c)\cdot a^2+(a+c)\cdot(-c^3)+(a+c)\cdot 5$$

түригә кәлтүримиз. Көпәзалиқни бирәзалиққа көпәйтиш қаидисини йәнә бир қетим қоллансақ,

$$a^3+a^2c-ac^3-c^4+5a+5c.$$

Ундақ болса,

$$(a + c)(a^2 - c^3 + 5) = a^3 + a^2c - ac^3 - c^4 + 5a + 5c.$$

Көпəзалиқларни көпəйтиш нəтижисидə бир көпəзалиқниң һəр бир əзаси иккинчи көпəзалиқниң һəр бир əзасиға көпəйтилип, көпəйтиндилəрниң қошундисиға тəң көпəзалиқ чиқти.

Көпəзалиқларни көпəйтиш үчүн мону қаидə қоллинилиду.

Көпəзалиқни көпəзалиққа көпəйтиш үчүн бир көпəзалиқниң һəр бир əзасини иккинчи көпəзалиқниң һəр бир əзасиға көпəйтип, чиққан көпəйтиндилəрни қошуш керəк.

Чүшəндүрүңлар

$1,5t^2 - 3kt + 2k^2$ вə $\left(\frac{1}{6}k - 4t\right)$ көпəзалиқлири қандақ көпəйтилгəн?

$$(1,5t^2 - 3kt + 2k^2) \cdot \left(\frac{1}{6}k - 4t\right) = 0,25kt^2 - 0,5k^2t + \frac{1}{3}k^3 - 6t^3 +$$

$$+ 12kt^2 - 8k^2t = \frac{1}{3}k^3 - 8,5k^2t + 12,25kt^2 - 6t^3?$$

1. Көпəзалиқни бирəзалиққа көпəйтиш қандақ орунлиниду?
2. Иккиəзалиқни иккиəзалиққа көпəйтишни қандақ орунлашқа болиду?
3. Үчəзалиқни иккиəзалиққа көпəйтиш қандақ орунлиниду?

Көнүкмилəр

A

Көпəйтиндини көпəзалиқ түридə йезиңлар **(13.1—13.6)**:

13.1. 1) $a(a - c + 1)$; 2) $-c(m + n - 3)$; 3) $5x(x + y^2 - 5)$; 4) $4y(y + x^2 - 6)$; 5) $-xy(3y^2 + 2x)$; 6) $mn(7 - m + 8n^2)$; 7) $2^2xy(4x - 3y + 5xy)$; 8) $-3a^2b(2a + 5b - 7ab)$.

13.2. 1) $(x - a)(x + y)$; 2) $(a + z)(n - m)$; 3) $(t + s)(b + k)$; 4) $(c - d)(x - y)$; 5) $(a + 2)(b - 3)$; 6) $(4 - b)(5 + c)$; 7) $(d - 4)(t + 5)$; 8) $(k - 6)(7 - d)$.

13.3. 1) $(x-7)(x+8)$; 2) $(9-y)(y+5)$; 3) $(a+6)(4-a)$; 4) $(2-b)(b+3)$; 5) $(10-c)(9-c)$; 6) $(d+3)(d+11)$.

13.4. 1) $(b+3)(b^2-b-7)$; 2) $(2-a)(16-a+a^2)$; 3) $(a+4)(a^2+a-2)$; 4) $(5-b)(4-b-b^2)$; 5) $(3xy-4)(6+xy)$; 6) $(4nm+3)(nm-8)$.

13.5. 1) $(a^3-2a-4)(-a+5)$; 2) $(7b-20)(2-b+4b^2)$; 3) $(-3c^2+c-9)(5c+6)$; 4) $(4-3d+2d^2)(1-7d)$.

13.6. 1) $(ab+7)(8-ab)$; 2) $(xy+11)(xy-12)$; 3) $(1{,}5-6nm)(8nm+2{,}5)$; 4) $(9st-1{,}6)(10+1{,}8st)$.

Ипадини аддийлаштуруңлар **(13.7-13.8)**:

13.7. 1) $8(3n-2m)-5(2n-m)$;
2) $-11(4x+3y)-9(2y-3x)$;
3) $-1{,}2(5x-6y)+1{,}4(5y-3x)$.

13.8. 1) $(x-4a)(5a+8x)-(6a-7x)(3x-2a)$;
2) $(6c+d)(8c-9d)+(-10d+2c)(11c-4d)$;
3) $(\frac{2}{3}b-5k)(6k-0{,}3b)-(3k+\frac{5}{6}b)(6b-1{,}8k)$;
4) $(\frac{1}{7}x-\frac{1}{8}y)(7y-8x)+(\frac{1}{7}y-\frac{1}{8}x)(7x-8y)$.

13.9. Ипадиниң мәнасини тепиңлар:
1) $8a^2(a-5)-4a(a^2-7)$, бу йәрдики $a=3$;
2) $b(-9b^2+1)+3b(3b^2+b)$, бу йәрдики $b=-2$;
3) $(3x-4)(8x+2)-24x^2-2$, бу йәрдики $x=2$;
4) $(c^2+3)(c-9)-c^2(c-6)$, бу йәрдики $c=-5$.

13.10. Тәңлимини йешиңлар:
1) $3x(x^2-8)-3x^3=12$; 2) $(x+8)(5x-6)-20=5x^2$;
3) $18y^3-2y(1+9y^2)=17$; 4) $53-8y(1-3y)=24y^2$.

B

13.11. Тәңсизликни йешиңлар:
1) $0{,}8x(5x-0{,}8)+0{,}04x\leqslant 4x^2-12$;
2) $9x^2-11\geqslant 9x(x-2)-3$;
3) $(4x-5)(6-3x)-4<(1-2x)(7+6x)$;
4) $(1{,}8x+1)(5x-1)-2{,}2x>9x^2-4$.

13.12. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:
1) $(7x-3)(4-8x)+2x(28x-26)=-12$;
2) $1{,}1x^2(x^2-10)-x(1{,}1x^3-9x)=-2x^2$;
3) $(-y^3+5y)2y-10y^2(1+0{,}2y^2)=-4y^4$;
4) $(2{,}5a+b^2)(-4a)+2a(5a-b^2)=-6ab^2$.

13.13. Ипадиниң мәнасини тепиңлар:

1) $(x-4)(x^2+2x-5)-x^3$, бу йәрдики $x=-\frac{4}{5}$;

2) $(a^2-a+9)(2a+1)-2a^3$, бу йәрдики $a=-\frac{3}{8}$;

3) $24y^3-3(8y^2-1)(y+6)$, бу йәрдики $y=-\frac{2}{3}$;

4) $40m^3-(5m^2+m-2)(8m+3)$, бу йәрдики $m=\frac{7}{10}$.

Тәңлимини йешиңлар **(13.14-13.15)**:

13.14. 1) $(x^2+1)(x-2)-x^3=-2x^2$; 2) $(3-y)(1-y^2)+3y^2=y^3$;
3) $(z-6)(z+5)-(z-2)z=0$; 4) $3a(a-3)+a(2-3a)=-100{,}59$.

C

13.15. 1) $(x+10)(x-9)-(x-8)^2=0$;
2) $(x+11)(x+9)-(x-3)(x+40)=0$;
3) $(x-6)(7+x)+(3-x)(3+x)=0$;
4) $(x-4)(4+x)-(1-x)(9-x)=0$.

13.16. Тәңлимини йешиңлар:
1) $(a+6)(a-5)-a^2\leqslant 0$; 2) $a^2-(a-2)(a+4)>0$;
3) $(2a-1)(a-4)-2a^2\geqslant 0$; 4) $3a^2+(2-a)(4+3a)<0$.

13.17. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:
1) $b(b-4)+(b-8)(b+9)-2(b-3)^2=9b-90$;
2) $(c+2)^2-(c-4)(3-c)-0{,}5(4c^2-1)=16{,}5+3c$;
3) $(d-4)(d^2+d+1)-d(d^2-3)=-3d^2-4$;
4) $(k+7)(k-6)-2(k-2)^2+(k-3)^2=3k-41$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

13.18. Әмәлләрни орунлимай, ипадиләрниң мәналирини селиштуруңлар:
1) $(12{,}4+13{,}5):3$ вә $12{,}4:3+13{,}5$;
2) $(5{,}1-0{,}34):1{,}7$ вә $5{,}1-0{,}34:1{,}7$;
3) $(400-120):40$ вә $400:40-120:40$.

13.19. Аддийлаштуруңлар:

1) $\frac{25a^5b}{5a^2}$; 2) $\frac{0,16xy^4}{2xy}$; 3) $\frac{8a^{-2}b^3}{2^2ab^3}$.

13.20. Әгәр $a=\frac{3,9\cdot 11,5-45,05}{44,52:10,6-4,225}$ болса, у чағда a санниң 45%-ни тепиңлар.

§ 14. БИРӘЗАЛИҚ БИЛӘН КӨПӘЗАЛИҚНИ БИРӘЗАЛИҚҚА БӨЛҮШ

Бирәзалиқни вә көпәзалиқни бирәзалиққа қандақ бөлүшкә болиду?

Бирәзалиқни бирәзалиққа бөлүшни мисал арқилиқ қараштурайли.

1-мисал. $40xy^3$ бирәзалиғини $0,5y^2$ бирәзалиғиға бөләйли. Униң үчүн $40xy^3 : (0,5y^2)$ бөлүндисини $\frac{40xy^3}{0,5y^2}$ кәсири түридә язайли. Кәсирни 0,5 вә y^2-қа қисқартип, $80xy$ ипадисини алимиз.

Җавави: $80xy$.

Демәк,

> бирәзалиқни бир әзалиққа бөлүш үчүн бөлүндини кәсир түридә йезип, қисқартишни орунлаш керәк.

Көпәзалиқни бирәзалиққа бөлүшни мисал арқилиқ қараштурайли.

$-3,6a^2b^2 + 3a^2b + 44a^4b^4$ көпәзалиғини $-4a^2b$ бирәзалиғиға бөләйли. Қошундини санға бөлүш қаидисини $(a+b) : c = a : c + b : c$ қоллинайли: қошундини санға бөлүш үчүн шу санға һәр бир қошулғучни бөлүп, нәтиҗилирини қошуш керәк.

Һәр қандақ бирәзалиқниң мәнаси сан болғанлиқтин, һәр бир қошулғучни (көпәзалиқниң әзасини) санға (бирәзалиққа) бөлүшни орунлайли:

$$(-3,6a^2b^2 + 3a^2b + 44a^4b^4) : (-4a^2b) = -3,6a^2b^2 : (-4a^2b) +$$
$$+ 3a^2b : (-4a^2b) + 44a^4b^4 : (-4a^2b) = \frac{-3,6a^2b^2}{-4a^2b} + \frac{3,6a^2b}{-4a^2b} + \frac{44a^4b^4}{-4a^2b} =$$
$$= 0,9b - 0,75 - 11a^2b^3.$$

Җавави: $0,9b - 0,75 - 11a^2b^3$.

Демәк,

> көпәзалиқни бирәзалиққа бөлүш үчүн көпәзалиқниң һәр бир әзасини берилгән бирәзалиққа бөлүп, нәтиҗилирин қошуш керәк.

Әскәртиш.

1. Әгәр көпәзалиқни бирәзалиққа бөлгәндә көпәзалиқ чиқса, *көпәзалиқ бирәзалиққа пүтүн бөлүниду* дәп ейтиду. Лекин бу һәр вақитта боливәрмәйду.

$mn + mp - np$ көпәзалиғи mn бирәзалиғиға пүтүн бөлүнмәйду.

2. Көпәзаликни бирәзаликқа бөлгәндә өзгәрмиләр бөлгүчниң мәнаси нөлгә тәң болмайдиған мәналарни қобул қилиду.

1. Бирәзаликни бирәзаликқа бөлгәндә қандақ түрләндүрүш қоллинилиду?
2. Көпәзаликни бирәзаликқа бөлүшни қандақ орунлайду?

Көнүкмиләр

A

Бөлүшни орунлаңлар **(14.1-14.2)**:

14.1. 1) $46a^2b : (2a)$; 2) $50xy^2 : (-5y)$; 3) $14x^2y^3 : (-7xy)$;

4) $72cd^3 : (9cd^2)$; 5) $\frac{5}{6}a^2c^2 : \left(\frac{3}{5}ac\right)$; 6) $0{,}24k^4t : \left(\frac{4}{9}k^3t\right)$.

14.2. 1) $(-20a+12ab+18ac):(-2a)$;
2) $(4{,}8b-0{,}6bc-1{,}5bd):(0{,}3b)$;

3) $\left(\frac{14}{15}x^2 - \frac{32}{25}xy + \frac{54}{5}xz\right) : \left(\frac{2}{5}x\right)$;

4) $\left(-\frac{100}{63}nm + \frac{50}{77}nk - \frac{20}{21}nt\right) : \left(-\frac{20}{7}n\right)$.

Ипадини аддийлаштуруңлар **(14.3-14.4)**:

14.3. 1) $40x^2y : (8x) - 6xy$; 2) $2{,}8ab^2 : (0{,}7b) + 1{,}3ab$;

3) $\frac{4}{9}s^2t^2 : \left(\frac{2}{3}st\right) + \frac{1}{3}st$; 4) $8\frac{1}{3}n^3m^3 : \left(1\frac{3}{5}n^2m^2\right) - 1{,}9n$.

14.4. 1) $8a^2b : (4ab) + 15ac^2 : (5c^2)$;
2) $7{,}5x^2y^2 : (3x^2y) - 3{,}9my : (12m)$;

3) $2{,}1ab^2 : \left(\frac{4}{3}b^2\right) - 2{,}7at^3 : \left(\frac{8}{9}t^3\right)$;

4) $6\frac{1}{4}c^2d : 2\frac{1}{2}cd + 8\frac{1}{4}c^2t^2 : 5\frac{1}{2}ct^2$.

14.5. Ипадиниң мәнасини тепиңлар:

1) $100b^4 : (4b^3) - 5b$, бу йәрдики $b = 0{,}2$;

2) $99c + 2c^5 : (0{,}2c^4)$, бу йәрдики $c = -\frac{1}{5}$;

3) $68t^3 : (3{,}4t^2) - t$, бу йәрдики $t = -\frac{4}{7}$;

4) $-21{,}4y + 7y^5 : (5y^4)$, бу йәрдики $y = -0{,}03$.

B

14.6. Ипадиләрниң мәналирини селиштуруңлар:

1) $76a^2b^2 : (38ab)$ вә $3ab$, бу йәрдики $a = -2$, $b = 3$;

2) $-5xy$ вә $105x^3y^2 : (-21x^2y)$, бу йәрдики $x = 0{,}2$, $y = 7$;

3) $a^5b^4 : a^3b^3$ вә $a^7b^9 : (a^6b^8)$, бу йәрдики $a = -2$, $b = -2$;

4) $33c^4d^2 : (1{,}1c^3d)$ вә $20cd$, бу йәрдики $c = 0{,}5$, $d = -0{,}1$.

14.7. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:

1) $(200x^4y^3 - 55x^3y^2) : (5x^3y^2) + 11 = 40xy$;

2) $1{,}1a - (12{,}1a^3b^2 - 44a^2b^2) : (11a^2b^2) = 4$;

3) $1{,}6s^4t : (0{,}04s^3t) - 41{,}22s = -1{,}22s$;

4) $(8{,}47n^5m^4 + 77n^4m^3) : (7{,}7n^4m^3) - 10 = 1{,}1nm$.

14.8. Ипадини аддийлаштуруңлар:

1) $(\frac{1}{2}a^7b^9 + 0{,}3a^8b^6) : (\frac{1}{6}a^5b^6)$; 2) $(15{,}2x^4y^{11} - 5{,}2x^3y^8) : (0{,}2x^2y^7)$.

C

14.9. Ипадиниң мәнасини тепиңлар:

1) $90a^2b^2 : (18a^2b) + 0{,}14a^2b : (7ab)$, бу йәрдики $a = -5$, $b = 2$;

2) $4{,}95x^3y^4 : (2{,}2x^3y^2) - 77x^5y^4 : (0{,}11x^4y^4)$, бу йәрдики $x = \frac{3}{7}$, $y = -\frac{14}{15}$.

14.10. Ипадиләрниң мәналирини селиштуруңлар:

1) $6a^2b : 0{,}5ab$ вә $8ab^2 : 0{,}2ab$, бу йәрдики $a = 2$, $b = 3$;

2) $3{,}5n^3m : 7nm$ вә $5{,}7nm^4 : 19m^3$, бу йәрдики $n = -1$, $m = 1$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

14.11. $9yax^3$, $-8yx$; $3xy^2n^3$; $4xy$; $5xcy^5$; $-3xy$; $-9xay^5$ бирәзалиқлири берилгән. Мошу бирәзалиқларниң тәркивидики умумий көпәйткүчни тепиңлар.

14.12. Көпәйтишниң тәхсимлиниш қанунини қоллинип, умумий көпәйткүчни скобкиниң сиртиға чиқириңлар:

1) $2a + 2b$; 2) $xy + xz$;

3) $8c - 10d$; 4) $abc - abd$.

§ 15. КӨПӘЗАЛИҚНИ КӨПӘЙТКҮЧЛӘРГӘ УМУМИЙ КӨПӘЙТКҮЧНИ СКОБКИНИҢ СИРТИҒА ЧИҚИРИШ УСУЛИ БИЛӘН АЖРИТИШ

Көпәзалиқни көпәйткүчләргә қандақ ажритишқа болиду?

Алдинқи параграфта силәр көпәзалиқни бирәзалиққа яки көпәзалиққа бөлгәндә көпәзалиқ чиқидиғанлиғини билдиңлар. Бәзидә мошуниңға әкси һесап чиқирилиду, йәни берилгән көпәзалиқни бир нәччә бирәзалиқларниң вә көпәзалиқларниң көпәйтиндиси түридә йезиш керәк болиду. Шунда *берилгән көпәзалиқни көпәйткүчләргә ажритиш* орунлиниду. Көпәзалиқни көпәйткүчләргә ажритишни мисал арқилиқ қараштурайли.

1-мисал. $8xy - \frac{2}{3}xz + 1{,}7x$ көпәзалиғини көпәйткүчләргә ажритишқа болиду, чүнки берилгән көпәзалиқниң барлиқ әзалириниң умумий x көпәйткүчи бар. Шу сәвәптин көпәйтишниң тәхсимлиниш хусусийитини қоллинип, умумий көпәйткүчни скобкиниң сиртиға чиқиримиз:

$$x(8y - \frac{2}{3}z + 1{,}7).$$

Жавави: $x(8y - \frac{2}{3}z + 1{,}7)$.

2-мисал. $14mn^2 - 49mn^3 - 35mn^4$ көпәзалиғини көпәйткүчләргә ажритайли. Берилгән көпәзалиқниң умумий көпәйткүчини тепиш үчүн, алди билән коэффициентларниң әң чоң умумий бөлгүчини тапимиз. Андин кейин униң һәриплик қисмини қараштуримиз. У дәрижиләрниң көпәйтиндисидур. Асаслири бирдәк дәрижиләрниң арисидин көрсәткүчи әң кичигини тапимиз. Шунда $14mn^2 - 49mn^3 - 35mn^4$ көпәзалиғида 14, 49, 35 санлириниң әң чоң умумий бөлгүчи 7 сани, көрсәткүчлири әң кичик дәрижиләр m вә n^2 болиду. Шу сәвәптин умумий көпәйткүч $7mn^2$ болидиған бирәзалиқ. Мошу умумий көпәйткүчни скобиниң сиртиға чиқиримиз:

$$14mn^2 - 49mn^3 - 35mn^4 = 7mn^2(2 - 7n - 5n^2).$$

Жавави: $7mn^2(2 - 7n - 5n^2)$.

Көпәзалиқни көпәйткүчләргә ажритишниң дуруслуғини скобкилар ичидики көпәзалиқни умумий көпәйткүчкә көпәйтиш арқилиқ тәкшүрүшкә болиду.

Бәзи һаләтләрдә умумий көпәйткүч бир әзалиқ әмәс, көпәзалиқ болуши мүмкин.

Мәсилән, $19(3t + 2k) - a(3t + 2k) + 3b(3t + 2k)$ көпәзалиғиниң умумий көпәйткүчи $(3t + 2k)$ иккиәзалиғидур. Шуниң үчүн

$$19(3t + 2k) - a(3t + 2k) + 3b(3t + 2k) = (3t + 2k)(19 - a + 3b).$$

Умумий көпәйткүчни тапқанда бәзи һаләтләрдә $a - b = -(b - a)$ тәңлиги қоллинилиду.

Мәсилән, $(9 - c^3)d + (c^3 - 9)m$ икки әзалиғида бирдәк көпәйткүч йоқ, лекин $(c^3 - 9)$ ипадисини $-(9 - c^3)$ ипадиси билән алмаштурсақ, у чағда һәр бир әзасида $9 - c^3$ умумий көпәйткүчи бар көпәзалиқни алимиз.

Мошу умумий көпәйткүчни скобка алдиға чиқиримиз:

$$(9 - c^3)d + (c^3 - 9)m = (9 - c^3)d - (9 - c^3)m = (9 - c^3)(d - m).$$

3-мисал. 1) $11(x - 1) - x(x - 1) + y(1 - x)$; 2) $120yz^2(2z - y) - 80z(y - 2z)$ көпәзалиғини көпәйткүчләргә ажритайли.

Йешими. 1) $11(x - 1) - x(x - 1) + y(1 - x) = 11(x - 1) - x(x - 1) - y(x - 1) = (x - 1)(11 - x - y)$;

2) $120yz^2(2z - y) - 80z(y - 2z) = 120yz^2(2z - y) + 80z(2z - y) = 40z(2z - y)(3yz + 2)$.

Җавави: 1) $(x - 1)(11 - x - y)$; 2) $40z(2z - y)(3yz + 2)$.

4-мисал. 1) $0,41x + x^2 = 0$; 2) $y^2\left(\frac{2}{3} - y\right) - 5y\left(y - \frac{2}{3}\right) = 0$ тәңлимисини йешәйли.

Йешими 1) $0,41x + x^2 = 0$ тәңлимисиниң сол қисми — һәр бир әзасида бирдәк (умумий) x көпәйткүчи бар икки әзалиқ. Бу умумий көпәйткүчни скобкиниң сиртиға чиқиримиз. У чағда берилгән тәңлимә $x(0,41 + x) = 0$ түригә келиду. Көпәйткүчләрниң бири нөлгә тәң болғандила көпәйтиндиниң мәнаси нөлгә тәң болидиғинлиғи мәлум. Шу сәвәптин $x = 0$ яки $x = -0,41$. Демәк, тәңлиминиң 0 вә $-0,41$ болған икки томури бар. Йезилиши: $\{0; -0,41\}$.

2) $y^2\left(\frac{2}{3} - y\right) - 5y\left(y - \frac{2}{3}\right) = 0$ тәңлимисиниң сол қисмини $y^2\left(\frac{2}{3} - y\right) + 5y\left(\frac{2}{3} - y\right)$ түригә кәлтүримиз. Андин кейин $y\left(\frac{2}{3} - y\right)$ умумий көпәйткүчини скобкиниң алдиға чиқарсақ, $y\left(\frac{2}{3} - y\right)(y + 5) = 0$ тәңлимисини алимиз. Бу тәңлиминиң томурлири: 0; $\frac{2}{3}$; -5 санлири болиду. Йезилиши: $\left\{0; \frac{2}{3}; -5\right\}$.

Җавави: 1) $\{0; -0,41\}$; 2) $\left\{0; \frac{2}{3}; -5\right\}$.

1. Көпәзаликни көпәйткүчләргә ажритиш дегән немини билдүриду?
2. Көпәзаликниң умумий көпәйткүчи қандақ (пәқәт сан; бирәзалиқ вә ш.о.) ипадә болуши мүмкин?

Көнүкмиләр

A

Көпәзаликни көпәйткүчләргә ажритиңлар **(15.1—15.7)**:

15.1. 1) $15ab - 8ac + \frac{2}{7}ad$; 2) $-\frac{3}{8}xy + 0{,}9xz - 15x$;

3) $0{,}1mn + 2mk - 4m$; 4) $12tk - 8tx - 7t$;

5) $\frac{3}{4}at + 0{,}17ax - 5a$; 6) $-\frac{6}{5}dx + \frac{3}{11}dy - 21d$.

15.2. 1) $3ab + 9ac + 27ad$; 2) $4xy + 8xz - 16x$;

3) $0{,}2mn - 0{,}8mk + 1{,}6m$; 4) $9tk - 18tx + 27t$;

5) $0{,}75at + \frac{3}{4}ax - \frac{9}{16}a$; 6) $-\frac{2}{3}dx + \frac{4}{9}dy - \frac{8}{9}d$.

15.3. 1) $16a^2b^3 - 32ab^2 + 64abc$; 2) $9x^3y^4 - 27x^2yz + 54xy^2$;

3) $\frac{3}{16}a^4bc + \frac{7}{32}a^3bc - \frac{9}{64}a^4b^2c$; 4) $\frac{5}{9}x^8y^2z^3 + \frac{11}{27}x^6y^3z^2 - \frac{11}{54}x^7y^4z$.

15.4. 1) $0{,}125m^2n^3 - 0{,}25mn + 0{,}625m^2n$;

2) $328t^2k^3 + 82t^2k^2$;

3) $0{,}09m^6n^5 + 0{,}27m^3n^8 - 0{,}09m^3n^5$;

4) $1{,}6t^{11}k^4 - 3{,}2t^{10}k + 0{,}8t^9k$;

5) $14m^4 - 49m^2nk + 7m^2n$;

6) $-8t^8k^3y + 64t^3k^8 - 4t^3k^3$.

15.5. 1) $12(a + b) - c \cdot (a + b) + 5d(a + b)$;

2) $14(m - n) + x(m - n)$;

3) $-1{,}5(x + y) + x(x + y) - y(x + y) + (x + y)$;

4) $(t + k) - 8x(t + k)$;

5) $(c + d)x - (c + d)y + 5(c + d) + 5xy(c + d)$.

15.6. 1) $5a(3a - 8) - 3b(3a - 8) + 9ab(3a - 8) - (3a - 8)$;

2) $7y(7x - y) + x(7x - y) - 7xy(7x - y) + (7x - y)$;

3) $(a + b)^2(x + y) - x(a + b)^2 - y(a + b)^2 + (a + b)^2$;

4) $m(m + n^3) - n^3(m + n^3) + n(m + n^3) - m^3(m + n^3)$.

B

15.7. 1) $4b(7-8a)+a(8a-7)-(14-16a)+(7a-8)ab$;
2) $3x(5y-4)-y(4-5y)+(15y-12)-3xy(4-5y)$;
3) $mn(m-3n)-m(m-3n)-n(m-3n)+8(6n-2m)$;
4) $(-\frac{2}{3}+k)x-(k-\frac{2}{3})y+(3k-2t)xy-(-2t+3k)$.

Тәңлимини йешиңлар **(15.8-15.9)**:

15.8. 1) $x^2+6x=0$; 2) $x^2-5x=0$;
3) $\frac{7}{8}x+x^2=0$; 4) $\frac{12}{13}x-x^2=0$;
5) $x+\frac{2}{3}x^2=0$; 6) $x-\frac{7}{9}x^2=0$;
7) $\frac{1}{25}x+\frac{1}{125}x^2=0$; 8) $\frac{1}{49}x-\frac{1}{343}x^2=0$.

15.9. 1) $z(2z-5)+5(2z-5)=0$; 2) $3(4-z)-7z(z-4)=0$;
3) $z(0,5z+5)-6(5+0,5z)=0$; 4) $z(8-z)+z-8=0$.

Көпәзаликни көпәйткүчләргә ажритиңлар **(15.10-15.11)**:

15.10. 1) $(0,16a+0,32b)a-(0,64b+1,28a)b$;
2) $(0,09a-0,81b)b-(0,81b-7,29a)a$;
3) $(4,9x-3,43y)\cdot xy-(3,43y-4,9x)\cdot 4$;
4) $\left(\frac{7}{9}ab-k\right)\cdot a-\left(k-\frac{7}{9}ab\right)\cdot k-\left(k-\frac{7}{9}ab\right)\cdot b$.
5) $(2,5xy+1,25m)+(1,25m+2,5xy)y-(1,25m+2,5xy)x$.

15.11. 1) $\left(\frac{2}{3}xy-1\right)xy-\left(1-\frac{2}{3}xy\right)$;
2) $\left(\frac{4}{9}x-1\right)\frac{4}{9}-y\left(y-\frac{4}{9}x\right)$;
3) $\left(\frac{25}{49}x^2+1\right)y+\left(1+\frac{25}{49}x^2\right)$;
4) $\left(\frac{8}{19}y^2+15x^2\right)x+y\left(15x^2+1\frac{8}{19}y^2\right)$.

C

15.12. Көпәзаликни көпәйткүчләргә ажритиңлар:
1) $\left(\frac{121}{144}mnx+\frac{22}{24}mx\right)-n\left(\frac{11}{12}n+2\right)+\left(4+1\frac{5}{6}n\right)\cdot\frac{1}{2}$;

2) $(169abc - 196cbax) + (13^2y - 14^2yx) - (14^2x - 13^2)$;
3) $(225x^2yz^3 - 289yz) - (15^2x^2z^2 - 17^2) + (17^2 - 225x^2z^2)$;
4) $(450tk^4 - 225k^2) + t(8t^2b - 4t) - 2 \cdot (\frac{1}{2} - tk)$.

Тәңлимини йешиңлар **(15.13-15.14)**:

15.13. 1) $(7x - 5)x = 1{,}5 - 2{,}1x$;
2) $(1 - 8x)x = 11{,}2x - 1{,}4$;
3) $\left(1{,}7x - \frac{1}{3}\right)x = (3 - 15{,}3x) \cdot \frac{1}{2}$;
4) $\left(\frac{x}{7} - 1\frac{6}{7}\right)x = (3{,}9 - 0{,}3x) \cdot \frac{1}{35}$.

15.14. 1) $(14x^2 - 49x)x - (2x - 7) \cdot 8x = 0$;
2) $(125x - 25x^2) \cdot 9x - (15x - 3x^2) \cdot x = 0$;
3) $(0{,}81y^2 - 0{,}9y) \cdot 0{,}9y = (0{,}1 - 0{,}09y) \cdot 10y$;
4) $\left(\frac{3}{4}y^2 - \frac{9}{16}y\right) \cdot 8y = \frac{1}{7}y^2 - \frac{3}{28}y$.

Йеңи билим өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

15.15. Аддийлаштуруңлар:
1) $(5 + a) \cdot (5 - a)$;
2) $(a + 4)(a - 4)$;
3) $(c + 7)(c - 7)$;
4) $(d + 8)(8 - d)$;
5) $(m + n)(m - 4)$;
6) $(k + t)(k - t)$.

15.16. Ипадидики умумий көпәйткүчни скобкиниң сиртиға чиқириңлар:
1) $4x^2y - 6y$;
2) $6x^2y - xy + 5y^3$;
3) $6a^2n - 2ayn + 5an^2y^3$.

§ 16. КӨПӘЗАЛИҚНИ ТОПЛАШ УСУЛИ БИЛӘН КӨПӘЙТКҮЧЛӘРГӘ АЖРИТИШ

Барлиқ әзалириниң умумий көпәйткүчи болмайдиған көпәзалиқларму учришиду. Мундақ һаләттә көпәзалиқни көпәйткүчләргә қандақ ажритишқа болиду?

Умумий көпәйткүчи йоқ көпәзалиқларни көпәйткүчләргә ажратқанда көпәзалиқниң әзалирини һәр қайсисида умумий көпәйткүч болидиған қилип топлайду.

$20a - 4ab + 5c - bc$ көпәзалиғиниң көпәйткүчләргә ажритилиши:

$$20a - 4ab + 5c - bc = (20a + 5c) + (-4ab - bc) =$$
$$= 5(4a + c) - b(4a + c) = (4a + c)(5 - b).$$

Җавави: $(4a + c)(5 - b)$.

Орунланған түрләндүрүшләр қошуш вә көпәйтиш әмәллириниң орун алмаштуруш, топлаш вә тәхсимлиниш хусусийәтлири асасида орунланди. Көпәзалиқниң әзалирини топлашни һәр хил усуллар билән орунлашқа болиду.

Мәсилән, алтә әзаси бар $nt - mt - 4t + 5n - 5m - 20$ көпәзалиғини көпәйткүчләргә ажритайли.

Берилгән көпәзалиқниң әзалирини икки усул билән топлашқа болиду:

1) $nt - mt - 4t + 5n - 5m - 20 = (nt + 5n) - (mt + 5m) - (4t + 20) =$
$= n(t + 5) - m(t + 5) - 4(t + 5) = (t + 5)(n - m - 4).$

2) $nt - mt - 4t + 5n - 5m - 20 = (nt - mt - 4t) + (5n - 5m - 20) =$
$= t(n - m - 4) + 5(n - m - 4) = (t + 5)(n - m - 4).$

Җавави: $(t + 5)(n - m - 4)$.

Шуниң билән,

1) көпәзалиқниң әзалирини умумий көпәйткүчи болидиғандәк қилип қошулғучларға топлаш;

2) һәр топниң умумий көпәйткүчини скобкиниң сиртиға чиқириш;

3) чиққан алгебрилиқ қошундиниң умумий көпәйткүчини скобка сиртиға чиқириш.

Көпәзалиқни көпәйткүчләргә ажритишниң башқа усуллири қисқичә көпәйтиш формулилириға бағлинишлиқ. У формулилар бәшинчи бапта қараштурулиду.

Бәзи һаләтләрдә көпәзалиқни топлаш усули билән көпәйткүчләргә ажритиш үчүн қошулғучлар йәткүлүксиз болиду. Мундақ һаләттә бәзи қошулғучларни қошунда билән алмаштуриду.

Мәсилән, $z^2 + 14z + 33$ көпәзалиғини көпәйткүчләргә ажритайли. Көпәзалиқни қошулғучлар сани бирдәк болидиғандәк топлаш мүмкин әмәс. Шу сәвәптин қошулғучларниң бирини, йәни $14z$ қошулғучини $3z + 11z$ қошундиси түридә язайли. У чағда топлаш усулини қоллинишқа болиду. Һәқиқәтән, $z^2 + 14z + 33 = z^2 + 11z + 3z + 33 = z(z + 11) + 3(z + 11) = (z + 11)(z + 3)$.

Көпәзалиқни көпәйткүчләргә ажритиш тәңлимиләрни йәшкәндиму қоллинилиду.

Мәсилән, $y^2 + 2y - 63 = 0$ тәңлимисини йешиш үчүн униң сол тәрәптики қисмини көпәйткүчләргә ажритайли: $y^2 + 2y - 63 = y^2 - 7y + 9y - 63 = y(y - 7) + 9(y - 7) = (y - 7)(y + 9)$. Әнди $(y + 9) \cdot (y - 7) = 0$ тәңлимисини йешимиз. Көпәйткүчләрниң бири нөлгә тәң болса, у чағда көпәйтиндә нөлгә тәң болиду. Шу сәвәптин $y - 7 = 0$ яки $y + 9 = 0$ тәңлимилирини алимиз. $y - 7 = 0$ яки $x = 7$, $y + 9 = 0$ яки $x = -9$ чиқиду. Демәк, берилгән тәңлиминиң 7 гә 9 ға тәң икки томури бар.

1. Қандақ һаләттә көпәзалиқни көпәйткүчләргә ажритиш үчүн топлаш усули қоллинилиду?
2. Көпәзалиқни топлаш усули билән көпәйткүчләргә ажритиш үчүн қандақ алгоритм қоллинилиду?

Көнүкмиләр

A

Топлаш усулини қоллинип, көпәзалиқни көпәйткүчләргә ажритиңлар: **(16.1–16.8)**:

16.1. 1) $x + xy + a + ay$; 2) $4 + 2m + 2n + mn$;
3) $kt + t - 2k - 2$; 4) $ab + ac + 7b + 7c$;
5) $am + an + 4m + 4n$; 6) $xz + yz - 3x - 3y$.

16.2. 1) $9x + xy + 8y + 72$; 2) $bx - 4b + ax - 4a$;
3) $4a - ay - by + 4b$; 4) $7ax - ay + 7bx - by$;
5) $11ay - by - 77a + 7b$; 6) $13x - ax + 13y - ay$.

16.3. 1) $0{,}5xt + yt + 0{,}5xk + yk$; 2) $xk + 0{,}5yk + xt + 0{,}5yt$;
3) $0{,}7ax - bx + 0{,}7ay - by$; 4) $\frac{2}{3}by - ay + \frac{2}{3}bx - ax$;
5) $\frac{5}{6}a - ax + \frac{5}{6}b - bx$; 6) $\frac{7}{8}ax - a + \frac{7}{8}bx - b$.

16.4. 1) $2ax + 3bx + 10a + 15b$; 2) $3my - 2ny - 9m + 6n$;
3) $7ax + 8ay - 28x - 32y$; 4) $48m + 56n - 6am - 7an$;

5) $12,1y - 4,4z + 8yz - 22y^2$; 6) $0,09t - 0,07k + 27at - 21ak$.

16.5. 1) $a - 0,25b + 4ax - bx$; 2) $0,6b - 3,5x + 1,2by - 7xy$;

3) $\frac{1}{7}ax + \frac{1}{3}bx + 3a + 7b$; 4) $\frac{3}{8}by - \frac{2}{7}xy - 21b + 16x$;

5) $4x - 5b - \frac{x^2}{5} + \frac{xb}{4}$; 6) $3by - 4nx + \frac{aby}{4} - \frac{anx}{3}$.

16.6. 1) $20xy - 21ab + \frac{5}{6}xyc - \frac{7}{8}abc$; 2) $x - 6a + \frac{xb}{3} - 2ay$;

3) $\frac{abx}{9} + \frac{cax}{27} - 3b - c$; 4) $\frac{abm}{3} + \frac{abn}{4} - 4m - 3n$;

5) $\frac{kxy}{5} - \frac{txy}{3} + 3k - 5t$; 6) $4tx + 7kx + \frac{ty}{7} + \frac{ky}{4}$.

B

16.7. 1) $am + an + ak + bm + bn + bk$;
2) $ax + bx + cx + ay + by + cy$;
3) $mx + my + mz - nx - ny - nz$;
4) $ta + tb + tc - ak - bk - ck$;
5) $am - an - ak - bm + bn + bk$;
6) $ax - bx - cx - ay + by + cy$.

16.8. 1) $a^2 + 2a - 15$; 2) $b^2 + 3b - 28$;
3) $x^2 + 15x + 54$; 4) $y^2 - 5y + 6$;
5) $m^2 + 15m + 56$; 6) $n^2 - n - 110$;
7) $k^2 - 18k + 72$; 8) $t^2 - 2t - 63$.

16.9. Тәңлиминиң сол тәрәптики қисмиға топлаш усулини қоллинип, тәңлимини йешиңлар:
1) $x^2 - 5x + 6 = 0$; 2) $x^2 + 5x + 6 = 0$;
3) $x^2 + x - 6 = 0$; 4) $x^2 - x - 6 = 0$;
5) $x^2 - 5x + 4 = 0$; 6) $x^2 + 5x + 4 = 0$.

C

16.10. Топлаш усулини қоллинип, көпәзаликни көпәйткүчләргә ажритиңлар:
1) $2am - 2bm + 2cm + 3an - 3bn + 3cn$;
2) $3mx + 3nx + 3kx - 2my - 2ny - 2ky$;
3) $7tx + 7ty + 7tz + 4kx + 4ky + 4kz$;
4) $11at + 11ak + 11ap - 9bt - 9bk - 9pb$.

16.11. Скобкиларға елинған ипадиләрни топлаш арқилиқ көпәйткүчләргә ажритиңлар:

1) $(x^2 - 3x + 2)(x^2 - 7x + 12) = 0;$
2) $(2 + 3x + x^2)(12 + 7x + x^2) = 0;$
3) $(1 - 2x^2 + x) \cdot (5 - 10,5x + x^2) = 0;$
4) $(12 - 7x + x^2)(5x - 1 - 6x^2) = 0.$

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

16.12. 1 кг алича 800 тг туриду. 1) 300 г; 2) 500 г; 3) 1 кг 250 г; 4) 2 кг; 5) 2,5 кг; 6) $2\frac{3}{4}$ кг аличиниң нәрқи қандақ? 22.1-җәдвәлни толтуруңлар.

22.1-*җәдвәл*

Аличиниң массиси (кг)						
Аличиниң нәрқи (тг)						

Аличиниң массиси өскәндә униң нәрқи қандақ өзгириду. Әгәр 2 һәссә, 3 һәссә артуқ алича сетип елинса, нәрқи қанчә һәссә өсиду?

16.13. Тәрипи a см квадраттин вә узунлуғи a см, кәңлиги b см — икки тиктөртбулуқтин тәшкил болған фигуриниң мәйданини һесаплайдиған формулини йезиңлар.

§ 17. ИПАДИЛӘРНИ ТӘҢМУ-ТӘҢ ТҮРЛӘНДҮРҮШ

Ипадиләрни қандақ түрләндүрүшкә болиду?

Көпәзалиқни тәңму-тәң түрләндүрүшни мисаллар арқилиқ қараштурайли.

1-мисал. $(5x - 2)(3x^2 + 2x - 9) - 7\left(\frac{4}{7}x^2 - 7x\right) - 16x^3$ ипадисини аддийлаштурайли.

Йешими. Берилгән ипадини аддийлаштуруш үчүн көпәзалиқни бирәзалиққа вә көпәзалиқларни көпәйтиш қаидилирини қолланғандин кейин, охшаш қошулғучларни бириктүримиз:

$$(5x - 2)(3x^2 + 2x - 9) - 7\left(\frac{4}{7}x^2 - 7x\right) - 16x^3 = 15x^3 + 10x^2 - \underline{45x} -$$

$$- 6x^2 - \underline{4x} + 18 - 4x^2 + \underline{49x} - 16x^3 = 18 - x^3.$$

Жавави: $18 - x^3$.

2-мисал. $7a^2b - 6ab - 21ab^3 + 18b^3$ алгебрилиқ қошундисини көпәйтиндә түридә язайли.

Йешими. Берилгән алгебрилиқ қошундини көпәйтиндә түридә йезиш үчүн, алди билән умумий көпәйткүчни скобка сиртиға чиқирип, андин кейин топлаш усулини қоллинимиз:

$$7a^2b - 6ab - 21ab^3 + 18b^3 = b(7a^2 - 6a - 21ab^2 + 18b^2) =$$
$$= b((7a^2 - 21ab^2) + (18b^2 - 6a)) = b(7a(a - 3b^2) + 6(3b^2 - a)) =$$
$$= b(a - 3b^2)(7a - 6).$$

Жавави: $b(a - 3b^2)(7a - 6)$.

3-мисал. $(4x - 1)(5 + 6x) - 3x \leqslant (2 + 3x)(8x - 1)$ тәңсизлиги тоғра болидиған әң кичик пүтүн санни тапайли.

Йешими. Көпәзалиқни көпәзалиққа көпәйтиш қаидисини вә бир өзгәрмиси бар тәңсизликләрниң мәнадашлиғини беридиған қаидиләрни қоллинимиз:

$$20x - 5 + 24x^2 - 6x - 3x \leqslant 16x + 24x^2 - 3x - 2,$$
$$11x - 5 + 24x^2 \leqslant 13x + 24x^2 - 2,$$
$$11x + 24x^2 - 13x - 24x^2 \leqslant - 2 + 5,$$
$$- 2x \leqslant 3,$$
$$x \geqslant -1{,}5.$$

$x \geqslant -1{,}5$ тәңсизлигиниң йешими $-1{,}5$ санидин чоң яки тәң болидиған барлиқ санлар, йәни $[-1{,}5; +\infty)$ санлиқ шолисиниң барлиқ санлири болиду (17.1-сүрәт).

17.1-сүрәт

-1 сани — берилгән тәңсизликни тоғра тәңсизликкә айналдуридиған әң кичик пүтүн сан.

Җавави: -1.

Көнүкмиләр

A

Ипадиләрни аддийлаштуруңлар **(17.1-17.2)**:

17.1. 1) $(x^8 - 2)(x^4 - 1) - x^{12} + 2x^4$;
2) $a^9 - 9a^5 - (a^4 - 9)(a^5 + 3)$;
3) $(x^{15} + 5)(x^3 + 2) - 10 - x^{18}$;
4) $a^{42} - 14a^7 - (a^6 - 14)(a^7 - 1)$.

17.2. 1) $0,5a^2c^4(a^4 - c^2 + 6) - 0,5a^6c^4 - 0,5a^2c^6$;
2) $4,8x^8y^7 - (12x^6y^6 - 6) - 2,4x^6y^5(2x^2y^2 - 5y + 3)$;
3) $2,5t^8s^{10}(4t^2 - 6c^2 - 3) + 15t^8c^2s^{10} - 10t^{10}s^{10}$;
4) $9a^{20}b^{16} - 1,8a^{10}b^{18} - 0,9a^5b^9(10a^{15}b^7 + 2a5b^9)$.

Ипадиләрниң мәнасини тепиңлар **(17.3-17.4)**:

17.3. 1) $15x^{17} : x^{13} - 16x^4$, бу йәрдики $x = -1$;
2) $-33y^6 : y^4 + 37y^2$, бу йәрдики $y = 0,5$;
3) $15z^9 : z^6 - 160z^3$, бу йәрдики $z = -0,5$;
4) $250t^8 : t^5 + 6t^3$, бу йәрдики $t = -4t$.

17.4. 1) $0,07a^8b^4 : a^7 + 0,03a^2b^6 : (ab^2)$, бу йәрдики $a = 7$, $b = -2$;
2) $2,5x^4y : x^5 - 2,6x^{10}y : x$, бу йәрдики $x = -1$, $y = 10$;
3) $47,3t^6z^2 : (t^5z) + 2,7t^9z^3 : (t^8z^2)$, бу йәрдики $z = 0,2$, $t = -3$;
4) $-9,4a^{25}b^9 : a^8 - 0,6a^{10} \cdot (a^7b^9)$, бу йәрдики $a = 1$, $b = -1$.

Қошундини көпәйтиндә түридә йезиңлар **(17.5—17.7)**:

17.5. 1) $x^2 + bx - ax - ab$; 2) $x^2 - cx + bx - bc$;
3) $z^2 + zx - zk - xk$; 4) $y^2 + my - km - ky$.

17.6. 1) $x^4y^2 + 3x^4 - 2y^2 - 6$; 2) $x^3y^3 - 2x^3 + 5y^3 - 10$;
3) $-x^5y^2 + 7y^2 + x^5 - 7$; 4) $27 - 9x^2 - x^2y^6 + 3y^6$.

17.7. 1) $3a + ax - 3b + 3c - bx + cx$;
2) $4x + 6b + 4y - by - 24 - bx$;
3) $ak - 18a - bk + 7k + 18b - 126$;
4) $nx - 4x - 5mx - 100m + 20n - 80$.

Тәңлимини йешиңлар **(17.8-17.9)**:

17.8. 1) $x(x - 8) - 20 = -15 - x(1 - x)$;
2) $47 - x(11 - x) = 19x + x^2$;
3) $33x - x^2 = (35 - x)x - 17$;
4) $59x + 4x^2 = -4x(1 - x) + 21$.

17.9. 1) $(x + 4{,}5)(6x - 1) - (3x + 1{,}6)(2x - 1) = -3{,}8x$;
2) $(3{,}5 - x)(7x + 2) + (3{,}5x - 1)(7 + 2x) = -450$;
3) $(8x + 3)(1 - 0{,}9x) + 7{,}4 = (4x - 5)(1 - 1{,}8x)$;
4) $498 + (2{,}7 - 5x)(6x - 7) = (9 - 0{,}5x)(60x + 1)$.

17.10. Тәңсизликни йешиңлар:
1) $x(x^3 - 4) - x^4 \leqslant 18 - x$; 2) $x^3 + x(20 - x^2) \mathrm{l}\ 24x - 3$;
3) $x(31 + x^4) - x^5 > 37x - 68$; 4) $x^9 - x\,(47 + x^8) > 19 - 45x$.

В

17.11. Әгәр $A = 5x^6 + x^4 - 9$ вә $B = 10x^6 - 5x^4 + 1{,}8$ болса, у чағда
1) $A + 5B = 55x^6 - 24x^4$;
2) $-2A + B = -7x^4 + 19{,}8$;
3) $10A + 2B = 70x^6 - 86{,}4$;
4) $-3A - 1{,}5B = -30x^6 + 4{,}5x^4 + 24{,}3$ болидиғанлиғини испатлаңлар.

17.12. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:
1) $(x^2 - 8x + 7)(x + 5) + 3x(x + 11) = x^3 + 35$;
2) $(y + 9)(10 - 3y + y^2) - 0{,}5y\,(12y - 34) = 90 + y^3$;
3) $(2a^2 - a + 11)(8a - 3) + 7a\,(-13 + 2a) = -33 + 16a^3$;
4) $(13x + 6)(4x^2 - x - 9) - 5x\,(2{,}2x - 24{,}6) = -54 + 52x^3$.

17.13. Ипадиниң мәнасини тепиңлар:
1) $(8a^3b - c^4) \cdot (15a^5b^4) : (3a^4b^3) - 40a^4b^2$, бу йәрдики $a = 0{,}2$, $b = 0{,}5$, $c = -2$;
2) $0{,}9x^{10}y^7 \cdot (10x^8y^3z^6 - 9) : (20x^9y^6) + 0{,}40xy$, бу йәрдики $x = -1$ $y = 5$, $z = 1$.

17.14. Тәңлиминиң томурини тепиңлар:
1) $(x^4 - 3)(x + 5) = 29 - 2x + x^4(x + 5)$;
2) $(10 - x^6) \cdot (7 + x) = 11x - 63 - x^6(x + 7)$;
3) $(2 + x)x^5 - 15x + 41 = (x^5 - 13)(2 + x)$;
4) $99 - 23x + x^8(x - 9) = -(17 - x^8)(x - 9)$.

17.15. Тәңсизликни йешиңлар:

1) $(x^3 - 2)(x + 1) \leqslant x^4 + x^3 - 23$;

2) $-x^8 + 49 \leqslant (10 - x^7)(5 + x) + 5x^7$;

3) $(x^2 - 4x + 8) \cdot 5 < 2x(2,5x - 1)$;

4) $3x(1,1x + 2) > 0,1x(33x + 10) - 6$.

C

17.16. 1) $(x^2 - 3x + 5)(x + 3) \leqslant x^3 + 7x - 1$;

2) $(y^2 - y + 8)(4 - y) + 2,4 \geqslant 5y^2 - y^3 - 6y$;

3) $z^3 + 2,8z - 2,2 > (9 - z - z^2)(1,2 - z) + 0,2z^2 + 11,5$;

4) $-2,2x - 7,15 - 0,5x^2 < (1,7 + x + x^2)(0,5 - x) + x^3$

тәңсизлигиниң йешими болидиған әң кичик пүтүн санни тепиңлар.

17.17. 1) $(x^5 - 6) \cdot x + 7x^4 \geqslant x^4(7 + x^2) - 1,8$;

2) $(x^9 + 11) \cdot 6x - 15x^5 \leqslant -33 + 3x^5(2x^5 - 5)$;

3) $7x^3(6x^5 - 3) + 44 > 2x(21x^7 + 1,1) - 21x^3$;

4) $9x^2(10x^7 - 3) + 135 < 4,5x(20x^8 - 3) - 27x^2$

тәңсизлигиниң йешими болидиған әң чоң пүтүн санни тепиңлар.

Йеңи билим өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

17.18. Әгәр тиктөртбулуңлукниң узунлуғини 5 һәссә ашуруп, кәңлигини өзгиришсиз қалдурса, у чағда униң мәйдани қандақ өзгириду?

17.19. Товарниң баһаси 200 тг-гә өзгәрди. 7 кг товарниң нәрқи қанчә тәңгигә өзгәргән?

ӨЗӘҢЛАРНИ ТӘКШҮРҮҢЛАР!

1. $(3x^2y)^3 \cdot 5y^7$ бирәзалиғини стандартлиқ түрдә йезиңлар.
A. $135x^6y^8$; B. $45x^7y^{10}$;
C. $135x^5y^8$; D. $135x^6y^{10}$.

2. $(2ab^5)^4 \cdot (5a^7b^2)^2$ ипадисини аддийлаштуруңлар.
A. $80a^{13}b^{24}$; B. $400a^{18}b^{24}$;
C. $250a^{18}b^{13}$; D. $400a^{13}b^{24}$.

3. $2{,}5a^3b \cdot \frac{4}{25}a^2b^4$ ипадисини аддийлаштуруп, $a = -1$, $b = -1$ болғандики мәнасини тепиңлар.
A. $-0{,}4$; B. $-2{,}5$; C. $0{,}4$; D. $2{,}5$.

4. $(24m^5n^3)^2 : (12m^3n)^3$ бөлүш әмәлини орунлаңлар.
A. $\frac{1}{3}m^2n^2$; B. $3mn^2$; C. $3m^2n^3$; D. $\frac{1}{3}mn^3$.

5. x ниң қандақ мәнисида $x^2 - 6x - 1$ вә $6 + x^2 + x$ ипадилири тәң болиду?
A. 1; B. -1; C. 0; D. 6.

6. $8x^6y^3 - 12x^3y^3$ ипадисиниң умумий көпәйткүчини тепиңлар.
A. x^3y^3; B. $2x^3y^3$; C. $2x^3 - 4$; D. $4x^3y^3$.

7. $4n^3m^2 + 8n^3m^3 - 12n^2m^3$ ипадисидики умумий көпәйткүчни скобкиниң сиртиға чиқириңлар.
A. $4nm(n^2m + 2n^2m^2 - 3nm^2)$;
B. $n^2m^2(4n + 8nm - 12m)$;
C. $4n^2m^2(n + 2nm - 3m)$;
D. $4n^2m(nm + 2nm - 3nm^2)$.

8. $(x^2 + 5x) - x(x - 5) = 0$ тәңлимисини йешиңлар.
A. 0; B. 1; 5; C. 0; 5; D. Томури йоқ.

9. $3m^5 + 7m^3 - 18 - 3m^5 + 7m^3 - 18$ көпәзалиғиниң дәрижисини ениқлаңлар.
A. 6; B. 5; C. 0; D. 3.

10. $6a^3 + 9ab - 5b^2 - 8ab - 4b^2$ көпәзалиғини стандартлиқ түрдә йезиңлар.
A. $6a^3 + 17ab - 9b^2$; B. $6a^3 + ab + 9b^2$;
C. $6a^3 + ab - 9b^2$; D. $6a^3 - ab + 9b^2$.

11. $3b^2 + a^2b + 5ab^2 + 4a^2b - 5ab^2 - 3b^2$ көпәзалиғини стандартлиқ түргә кәлтүрүп, $a = 1$, $b = -1$ болғандики мәнасини тепиңлар.
A. 5; B. -5; C. -10; D. 10.

12. $\frac{(2m^5n^4)^7 \cdot (4m^3n^5)^2}{(2m^4n^4)^{10}}$ ипадисини аддийлаштуруңлар.
A. $\frac{2m}{n^2}$; B. $\frac{m^2}{2n}$; C. $\frac{m}{n^2}$; D. $\frac{2m^2}{n}$.

13. $(t^2 + 8t - 9) - (t^2 - 11t + 10) = 18t - 20$ тәңлимисини йешиңлар.
A. $-0{,}5$; B. 2; C. -1; D. 1.

14. $-0{,}8c \cdot (c + 5) - 0{,}7(10c + 5) + 0{,}8c^2 + 10c - 4$ ипадисини аддийлаштуруңлар.
A. $1{,}6c^2 - c - 7{,}5$; B. $-c - 7{,}5$;
C. $-c - 0{,}5$; D. $-19c - 7{,}5$.

15. $81m^9n^3 : (24m^3n^5)$ ипадисини аддийлаштуруп, $m=32$, $n = -\frac{1}{3}$ болғандики мәнасини тепиңлар.
A. -12; B. 12; C. 4; D. -4.

16. Әгәр $2(a + 1)(b + 1) = (a + b)(a + b + 2)$ болса, у чағда $a^2 + b^2$ ипадисиниң мәнасини тепиңлар.
A. 1; B. 3; C. 4; D. 2.

17. $(125a^3 - 25a^3) : (5a^2) - (25a^2 - 2a^2) : a$ ипадисиниң $a = 5$ болғандики мәнасини тепиңлар.
A. 5; B. -5; C. 10; D. -15.

18. $(n^2 - n - 1)(n^2 - n + 1)$ көпәйтиндисини стандартлиқ түрдики көпәзаликқа кәлтүрүңлар.
A. $2n^2 - n$; B. $n^4 - 2n^2 - 1$;
C. $n^2 + 2n^2 + n + 1$; D. $n^4 - 2n^3 + n^2 - 1$.

19. $3x(x - 2) - (3x - 1)(x + 4)$ □ $8(2 - x)$ тәңсизлигини қанаәтләндүридиған әң кичик пүтүн санни тепиңлар.
A. 0; B. -1; C. 1; D. -2.

20. $3a + 3a^2 - b - ab$ көпәзалиғини көпәйткүчләргә ажритиңлар.
A. $(3a - b)(1 - a)$; C. $(a - 3b)(1 + a)$;
B. $(3a - b)(1 + a)$; D. $(3a + b)(a - 1)$.

3-БАП

ФУНКЦИЯ. ФУНКЦИЯНИҢ ГРАФИГИ

§ 18. ФУНКЦИЯ

Функция вә униң графиги дегән немә? Функцияниң ениқлиниш саһаси билән мәналар жиғиндисини қандақ тапиду?

Икки миқдар — баһа билән нәрқни қараштурайли. Бу миқдарлар өзара беқинда миқдарлар. Баһаниң өсүши нәрқниң өсүшигә елип келиду. Мошуниңға охшаш башқа миқдарлар һәққидиму ейтишқа болиду. Мәсилән, һәрикәт вақти билән илдамлиғи. Илдамлиқ өсүши билән йолни бесип өтүшкә сәрип қилинидиған вақит азийиду.

C нәрқиниң m баһасиға беқиндилиғини $C = k \cdot m$, (бу йәрдики k — товарниң мөлчәри) формулиси арқилиқ ипадиләшкә болиду. Баһаниң һәр бир мәнасиға нәрқниң пәқәт бир мәнаси мувапиқ келиду. Мәсилән,

$k = 3$ мәнисида $m = 5$ тг/данә болғанда, $C = 15$ тг;
$m = 10$ тг/данә болғанда, $C = 30$ тг;
$m = 20$ тг/данә болғанда, $C = 60$ тг.

t һәрикәт вақтиниң v илдамлиғиға беқиндилиғи, $t = \frac{s}{v}$ (бу йәрдә s — бесип өтүлгән йол) формулиси арқилиқ ипадилиниду. Илдамлиқниң һәр бир мәнасиға вақитниң пәқәт бир мәнаси мувапиқ келиду. Мәсилән, $s = 120$ мәнасида

$v = 40$ км/с болғанда, $t = 3$ саат;
$v = 60$ км/с болғанда, $t = 2$ саат;
$v = 12$ км/с болғанда, $t = 10$ саат.

Қараштурулған мисалларда бир өзгәрмә миқдарниң һәр бир мәнасиға иккинчи өзгәрмә миқдарниң пәқәт бир мәнаси мувапиқ кәлди. Мундақ беқиндилиқни *функционаллиқ беқиндилиқ* яки *функция* дәп атайду.

Қараштурулған мисаллардики өзгәрмиләр жүпиниң бири беқинда өзгәрмә болиду, уни *функцияниң мәнаси* яки *функция* дәп атайду вә адәттә, y һәрипи билән бәлгүләйду. Өзгәрмә миқдарлар жүпиниң иккинчиси мустәқил өзгәрмә болиду, уни *аргумент* дәп атайду вә адәттә, x һәрипи билән бәлгүләйду.

Жуқурида қараштурулған мисалларда товарниң умумий нәрқи билән һәрикәт давамлашқан вақти — *бекинда өзгәрмиләр,* баһа билән һәрикәт илдамлиғи *мустәқил өзгәрмиләр.*

Ениқлима. x өзгәрмисиниң һәр бир мәнасиға y өзгәрмисиниң пәқәт бир мәнаси мувапиқ болғанда, y өзгәрмисиниң x өзгәрмисигә бекиндилиғи *функция* дәп атилиду.

Мустәқил өзгәрмә қобул қилидиған барлиқ мәналар *функцияниң ениқлиниш саһасини* тәшкил қилиду.

C нәрқниң m баһаға бекиндилиғи қараштурулған мисалда m мустәқил өзгәрмиси 5, 10, 20 мәналирини қобул қилди. Мошундақ мәналарниң барлиғи C функциясиниң ениқлиниш саһасини тәшкил қилиду.

C бекинда өзгәрмиси 15, 30, 60 мәналирини қобул қилди. Бу мәналар функцияниң мәналар жиғиндисини тәшкил қилиду.

t һәрикәт вақтиниң v илдамлиғиға бекиндилиғи қараштурулған мисалда v мустәқил өзгәрмиси 40, 60, 12 мәналирини қобул қилди. Бу мәналарниң барлиғи t функциясиниң ениқлиниш саһасини тәшкил қилиду.

t бекинда өзгәрмиси 3, 2, 10 мәналирини қобул қилди. Бу мәналар функцияниң мәналар жиғиндисини тәшкил қилиду.

Әгәр функцияни қараштурғанда мустәқил өзгәрминиң мәналири ениқ көрситилмигән болса, у чағда функцияниң ениқлиниш саһаси ретидә мустәқил өзгәрминиң барлиқ мүмкин болған мәналири елиниду.

Мәсилән, $y = 30x$ функцияси үчүн өзгәрминиң мүмкин мәналар жиғиндиси, һәр қандақ сан, шуниң үчүн униң ениқлиниш саһаси $(-\infty; +\infty)$ сан арилиғи болиду; $y = \frac{120}{x}$ функцияси үчүн өзгәрминиң мүмкин болидиған мәналириниң жиғиндиси нөл санидин башқа барлиқ санлар (сәвәви нөлгә бөлүшкә болмайду), шуниң үчүн ениқлиниш саһаси — $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ сан арилиғи болиду.

Ениқлима. D жиғисидисидики аргументниң чоң (кичик) мәнасиға функцияниң чоң (кичик) мәнаси мувапиқ болғандила функция мошу жиғиндида *өсидиған функция* дәп атилиду.

Ениқлима. D жиғиндисидики аргументниң чоң (кичик) мәнасиға функцияниң кичик (чоң) мәнаси мувапиқ болғандила функция мошу жиғиндида *кемийдиған функция* дәп атилиду.

Мәсилән, баһа нәрққә беқиндилиқ функцияси өсидиған функция, чүнки баһа өссә нәрқму өсиду, вақитниң илдамлиққа беқиндилиқ фунцияси кемийдиған функция, чүнки һәрикәт илдамлиғиниң өсүшигә мувапиқ һәрикәткә сәрип қилинидиған вақит кемийду.

Функция өсидиғанму әмәс, кемийдиғанму әмәс болуши мүмкин. Мәсилән, әгәр оқуғучи биринчи күни китапниң 15 бетини оқуп, иккинчи, үчинчи вә төртинчи күнлири оқимай, бәшинчи күни 20 бәт, қалған 30 бәтни болса, алтинчи күни оқиған болса, у чағда k күндә китапниң оқулған бәтлириниң санини ипадиләйдиған функция өсидиған функция болмайду. Сәвәви бир күндә 15 бәт, икки күндә 15 бәт, үч күндә 15 бәт, төрт күндә 15 бәт вә ш.о. йәни күнләр саниниң өсүшигә бағлиқ китапниң оқулған бәтлириниң сани өсмәйду.

1. Бир миқдар һәм беқинда, һәм мустәқил миқдар болаламду? Мисал кәлтүрүңлар.
2. Нәрқниң баһаға беқиндилиқ функциясиниң ениқлиниш саһаси сәлбий сән, нөл, арилаш иҗибий сан болуши мүмкинму?
3. Бир функция ениқлиниш саһасида өсидиған вә кемийдиған болуши мүмкинму?
4. Өсидиғанму әмәс, кемийдиғанму әмәс болуши мүмкинму?

Көнүкмиләр

А

18.1. 1) Квадратниң периметри; 2) квадратниң мәйдани; 3) һәрикәт илдамлиғи; 4) товарниң баһаси; 5) тиктөртбулуңниң периметри; 6) тиктөртбулуңниң мәйдани; 7) кубниң һәҗими; 8) тик булуңлуқ параллелепипедниң һәҗими беқинда өзгәрмә болса, у чағда мустәқил өзгәрмини тепиңлар.

18.2. 1) Сетип елинған товарниң мөлчәри; 2) һәрикәт вақти; 3) һәрикәт илдамлиғи; 4) квадратниң периметри мустәқил өзгәрмә болса, у чағда беқинда өзгәрмини тепиңлар.

18.3. 1) Әмгәк үнүмдарлиғи билән бөлгүлүк бир вақит давамида орунланған иш; 2) бөлгүлүк бир вақит давамида орунланған иш билән әмгәк үнүмдарлиғи; 3) x өзгәрмиси билән униң модули; 4) x өзгәрмисиниң модули билән x өзгәрмиси арисидики беқиндилиқ функция боламду?

В

18.4. 1) Барлиқ тәрәплири тәң бәшбулуңлуқ периметриниң тәрәпниң узунлуғиға; 2) йәл-йемиш қачиланған бирдәк бәш ящик массисиниң бир ящиккә қачиланған йемишниң массисиға;

3) Бирдәк 10 қериндаш нәрқиниң бир қериндаш баһасиға; 4) дәрисликләр санининиң оқуғучилар саниға бекиндилиғи функция боламду?

18.5. 1) Тәрәплири тәң көпбулуңлуқ периметриниң униң узунлуғиға бекиндилик функциясиниң; 2) су һалитиниң температуриға бекиндилик функциясиниң ениқлиниш саһасини тепиңлар.

C

18.6. 1) Квадрат тәрипи узунлуғиниң униң мәйданиға бекиндилиғини; 2) ишни орунлашқа сәрип қилинған вақитниң әмгәк үнүмдарлиғиға бекиндилиғини беридиған функция өсидиған функцияму яки кемийдиғанму?

18.7. Квадрат тәрипиниң узунлуғи 2 см $\leqslant a \leqslant$ 5 см мәналирини қобул қилиду. Квадратниң 1) P периметри; 2) S мәйдани қандақ мәналарни қобил қилиду?

18.8. 1) $a \leqslant$ 4 см; 3) $a \leqslant$ 2,5 см; 5) 3 см $\leqslant a \leqslant$ 5 см; 2) $a \geqslant$ 3 см; 4) $a \geqslant$ 17,5 см; 6) 1,25 см $\leqslant a \leqslant$ 1,75 см болса, у чағда тәрипи a см квадратниң периметри һәққидә немә ейтишқа болиду?

18.9. Автомобиль, мотоцикл, поезд вә моторлуқ кейиқ йолда 2 с болди. Әгәр уларниң илдамлиқлири мувапиқ 80 км/с, 30 км/с, 65 км/с, 12 км/с болса, у чағда һәр қайсисиниң бесип өткән йолини тепиңлар. Бесип өтүлгән йол узунлуғиниң һәрикәт илдамлиғиға бекиндилиғини беридиған формулини йезиңлар.

Хәвәрлимә тәйярлаңлар

18.10. Функция чүшәнчиси XVII әсирдә пәйда болған. Функция терминини киргүзгән немис математиги **Готфрид Лейбниц** һәққидә хәвәрлимә тәйярлаңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

18.11. $P = 4a$ формулисини қоллинип 1) a = 2,5; $15\frac{1}{8}$ болғанда P ниң мәнасини; 2) P = 8; 1,6; $\frac{1}{4}$ болғанда a ниң мәнасини тепиңлар.

18.12. $y = 3x - 9$ формулисини қоллинип 1) $y = 0$ болғанда x ниң; 2) $x = 0$ болғанда y ниң мәнасини тепиңлар.

§ 19. ФУНКЦИЯНИ ФОРМУЛА АРҚИЛИҚ БЕРИШ

"Функцияни бериш" дегинимиз немә? Функцияни қандақ беришкә болиду?

Функция һәр түрлүк усуллар билән берилиши мүмкин.

Функцияни бериш— берилгән аргументниң мәналириға мувапиқ функцияниң мәналирини тепишни көрситиш.

Функцияни формула арқилиқ беришкә болиду.

Функцияни формула арқилиқ бериш функцияни аналитикилиқ усул билән бериш дәп атилиду.

Мәсилән, қандақту бир илдамлиқ билән 2 с-та бесип өтүлгән йолниң формулисини қараштурайли.

Әгәр илдамлиқ өзгәрсә, у чағда бәлгүлүк бир вақит давамида (мәсилән, 2 с-та) бесип өтүлгән йолниң узунлуғи өзгириду. Демәк, бу мисалда илдамлиқ мустәқил өзгәрмә, уни x арқилиқ бәлгүләйли, бесип өтилгән йолниң узунлуғи болса бекинда өзгәрмә, уни y арқилиқ бәлгүләйли.

Һәрикәт вақти өзгиришсиз келиватиду, у 2 с-қа тәң. Ундақ болса, бесип өтүлгән йолниң узунлуғиниң һәрикәт илдамлиғиға бекиндилиғини $y = 2x$ формулиси билән йезишқа болиду.

Формулиға мувапиқ x (илдамлиқ) аргументиниң һәр бир мәнасиға y (бесип өтүлгән йол) функциясиниң пәқәт бир мәнаси мувапиқ келидиғанлиғини көрүмиз.

Шу сәвәптин $y = 2x$ формулиси функцияни бериду. Мошу формулиға x аргументиниң берилгән мәнаси арқилиқ y функциясиниң мувапиқ мәнасини тепишқа болиду.

Мәсилән, x аргументи 40 км/с; 45 км/с; 50 км/с; 60 км/с мәналирини қобул қилса, у чағда $y = 2x$ функциясиниң мувапиқ мәналири 80 км; 90 км; 100 км; 120 км болиду. Уларни тепиш үчүн $y = 2x$ формулисидики x ниң орниға 40; 45; 50; 60 санлирини қойдуқ.

Әкси һаләттә $y = 2x$ формулисиға мувапиқ y функциясиниң берилгән мәнаси бойичә x аргументиниң мувапиқ мәналирини тепишқа болиду.

Әгәр y функциясы 86 км; 94 км; 98 км мәналирини қобул қилса, у чағда x аргументиниң мувапиқ мәналири 43 км/с; 47 км/с; 49 км/с болиду. Бу мәналарни тепиш үчүн 86; 94; 98 санлирини $y = 2x$ формулисиға қойдуқ.

Һәр қандақ формула функция боливәрмәйду. Мәсилән, $|y|=x$ формулиси y функциясини бәрмәйду, чүнки аргу ментниң бир мәнасиға функцияниң икки мәнаси мувапиқ келиду. Мәсилән, $x = 2$ болса, у чағда y ниң мәналири 2 вә −2 санлири болиду.

Формулиниң ярдими билән функцияниң өсидиған яки кемийдиған екәнлигини ениқлашқа болиду. Мәсилән, $y = 3x - 5$ функциясиниң өсидиған функция екәнлигини испатлайли. Ениқлимиға мувапиқ аргументниң чоң мәнасиға функцияниң чоң мәнаси мувапиқ болса, у чағда функция өсидиған болиду. $x_1 > x_2$ болсун. y_1 вә y_2 ни тапайли. Бунинда $y_1 = 3x_1 - 5$ вә $y_2 = 3x_2 - 5$ чиқиду. $y_1 - y_2$ айримисини қараштурайли. Униң үчүн $y_1 - y_2$ ипадисидики y_1 ниң орниға $3x_1 - 5$, y_2 ниң орниға $3x_2 - 5$ ипадисини қоюмиз. У чағда $y_1 - y_2 = 3x_1 - 5 - (3x_2 - 5)$.

Скобкиларни ечип, охшаш қошулғучларни бириктүрүп, ортақ көпәйткүчни скобкиниң сиртиға чиқиримиз: $3x_1 - 5 - (3x_2 - 5) = 3x_1 - 5 - 3x_2 + 5 = 3x_1 - 3x_2 = 3(x_1 - x_2)$. $x_1 > x_2$ болғанлиқтин, $x_1 - x_2$ ипадисиниң мәнаси иҗабий болиду. Шу сәвәптин $y_1 - y_2 > 0$, демәк, $y_1 > y_2$, йәни $y = 3x - 5$ өсидиған функция.

Формула бойичә функцияниң графиги абсцисса оқини қандақ чекиттә қийип өтидиғанлиғини тепишқа болиду. Мәсилән, $y = 3x - 5$ функцияси графигиниң абсцисса оқи билән қийилишиш чекитиниң координатилирин тапайли. Абсцисса оқиға тәәллуқ чекитниң ординатиси нөлгә тәң болғанлиқтин, $y = 3x - 5$ формулисидики y өзгәрмисиниң орниға 0 санини қоюмиз. У чағда $3x - 5 = 0$ тәңлимиси чиқиду, буниңдин x өзгәрмисиниң мәнасини тапимиз. $3x = 5$ яки $x = 1\frac{2}{3}$. Демәк, $y = 3x - 5$ функциясиниң графиги абсцисса оқини координатилири $(1\frac{2}{3}; 0)$ чекитидә қийип өтиду.

Формулиниң ярдими билән аргументниң қандақ мәнасида функцияниң мәнаси иҗабий яки сәлбий болидиғанлиғини ениқлашқа болиду.

Мәсилән, x аргументиниң қандақ мәналирида $y = 3x - 5$ функциясиниң мәнаси сәлбий болидиғанлиғини ениқлайли. Униң үчүн $3x - 5 < 0$ тәңсизлигини йешимиз. У чағда $3x < 5$ яки $x < 1\frac{2}{3}$. Демәк, $(-\infty; 1\frac{2}{3})$ сан арилиғиға тәәллуқ барлиқ x лар үчүн $y = 3x - 5$ функциясиниң мәналири сәлбий болиду.

1. Немә үчүн функцияни формула арқилиқ беришкә болиду?
2. Қандақ һаләттә формула функцияни бериду?
3. Қандақ һаләттә формула функцияни бәрмәйду?
4. Формулиниң ярдими билән функцияниң ениқлиниш саһасини тепишқа боламду?
5. Функцияниң берилгән мәнаси бойичә аргументниң мувапиқ мәнасини қандақ тепишқа болиду?

Көнүкмиләр

A

19.1. Берилгән формулиларниң қайсиси x кә беқинда y функциясини бериду:

1) $y = -3x + 4$; 2) $y^2 = x$; 3) $x + 8 - 6y = 0$.

19.2. Функцияниң ениқлиниш саһасини тепиңлар:

1) $y = \frac{1}{3}x$; 2) $y = \frac{x}{2}$; 3) $y = \frac{x}{2} + 5$;

4) $y = 5 \cdot (x + 2)$; 5) $y = \frac{3}{x+2}$; 6) $y = \frac{x(x-2)}{2}$.

19.3. 1) $x = 1782;\ 1101;\ \frac{2}{3};\ 0,3$ болса, у чағда $y = \frac{1}{3}x + 8$;

2) $x = 25;\ 250;\ 2,5$ болса, у чағда $y = 0,01x - 2,5$;

3) $x = 40;\ 100;\ \frac{1}{2};\ 8$ болса, у чағда $y = \frac{1}{8} + 25\%\ x$ функциясиниң мәнасини тепиңлар.

19.4. 1) $y = \frac{1}{3};\ 0,3;\ 8;\ 30$ болса, у чағда $y = \frac{1}{3}x + 8$;

2) $y = 2,5;\ 0,01;\ \frac{1}{25}$ болса, у чағда $y = 0,01x - 2,5$;

3) $y = \frac{1}{4};\ 0,5;\ 10$, болса у чағда $y = \frac{1}{8} + 25\%\ x$ функцияси үчүн x аргументиниң мәнасини тепиңлар.

B

19.5. x ниң қандақ мәнасида функцияниң мәнаси нөлгә тәң:

1) $y = 12x + 18$; 2) $y = 12x + 3$; 3) $y = 3x + 8$;
4) $y = 5x + 1$; 5) $y = -12x + 18$; 6) $y = 4x - 8$;
7) $y = -2x - 8$; 8) $y = -10x + 2$?

19.6. x ниң қандақ мәнасида функцияниң мәнаси иҗабий болиду:

1) $y = 2x + 8$; 2) $y = -2x + 8$;
3) $y = -2x - 8$; 4) $y = 2x - 8$;
5) $y = 0,1x + 10$; 6) $y = -0,1x + 10$;
7) $y = -0,1x - 10$; 8) $y = 0,1x - 10$?

19.7. x ниң қандақ мәнасида функцияниң мәнаси сәлбий болиду:
1) $y = 100x + 4$; 2) $y = 4x + 100$; 3) $y = 20x + 80$;
4) $y = 5x + 80$; 5) $y = -2x + 8$; 6) $y = 2x - 8$;
7) $y = -2x - 8$; 8) $y = 2x + 8$?

C

19.8. 1) $y = -3{,}5x + 4\frac{2}{3}$; 2) $y = \frac{5}{9}x - 14\frac{7}{18}$;
3) $y = -\frac{7}{8}x + 4\frac{4}{7}$; 4) $y = -1\frac{2}{3}x - 12{,}5$

функциясиниң мәнаси x аргументиниң қандақ мәналиридә сәлбий әмәс?

19.9. 1) $y = \frac{x+6}{5-x}$; 2) $y = \frac{x+3}{8{,}9+2x}$;
3) $y = \frac{x(x-4)}{x-4}$; 4) $y = \frac{x^2}{x^2-7x}$

функциясиниң ениқлиниш саһасини тепиңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

19.10. Әгәр $y = 2{,}2x$ болса, у чағда төвәндики 19.1-җәдвәлни толтуруңлар:

19.1-җәдвәл

x	5	-3	27	$-1\frac{1}{3}$
y				

19.11. 19.2-җәдвәлни толтуруңлар:

19.2-җәдвәл

x		$\frac{1}{3}$	$1\frac{1}{6}$		
$y = 3x - 2$	4			2,5	-5

§ 20. ФУНКЦИЯНИ ЖӘДВӘЛ БИЛӘН БЕРИШ УСУЛИ

Функцияни жәдвәл арқилиқ қандақ беришкә болиду? Немә сәвәптин жәдвәл арқилиқ функцияни беришкә болиду?

Жәдвәл бойичә аргументниң берилгән мәнаси арқилиқ функцияниң мувапиқ мәнасини тепишқа болғанлиқтин, функцияни жәдвәл арқилиқ беришкә болиду.

Қандақту бир функцияни беридиған жәдвәл бойичә функцияниң ениқлиниш саһасини тепишқа боламду?

Жәдвәлниң жуқарқи йолида x аргументиниң мәналири йезилиду. Мәсилән: 15, 18, 20, 21, 30, 40 (20.1-жәдвәл).

20.1-жәдвәл

x	15	18	20	21	30	40
y	30	36	40	42	60	120

Жәдвәлниң төвәнки қурида y функциясиниң мувапиқ мәналири йезилиду.

Аргументниң бу мәналири *функцияниң ениқлиниш саһасини* тәшкил қилиду. 15; 18; 20; 21; 30; 40 санлар жиғиндисини функцияниң ениқлиниш саһаси дәп атап, {15; 18; 20; 21; 30; 40} түридә язиду.

Жәдвәл бойичә y функциясиниң қандақ мәнасиға x аргументиниң қандақ мәнаси мувапиқ екәнлигини тепишқа болиду. Мәсилән, аргументниң 30 ға тәң мәнасиға функцияниң 60 қа тәң мәнаси мувапиқ келиду (20.1-жәдвәл). Әксичә x аргументиниң мәнасиға у функциясиниң қандақ мәнаси мувапиқ екәнлигини тепишқа болиду. Мәсилән, функцияниң 36 мәнасиға аргументниң 18 мәнаси мувапиқ.

Қандақту бир функцияни беридиған жәдвәл бойичә функцияниң өсидиған яки кемийдиған екәнлигини ениқлашқа боламду?

Жәдвәл бойичә функцияниң өсидиған яки кемийдиған, өсидиғанму әмәс, кемийдиғанму әмәс функция екәнлигини ейтишқа болиду. Униң үчүн аргумент мәналирини өсидиған яки кемийдиған рети билән елип, уларға мувапиқ функцияниң мәналири қандақ өзгиридиғанлиғиға диққәт селиш керәк. Берилгән жәдвәлдә аргументниң мәналири 15; 18; ... өсүш рети билән вә уларға мувапиқ функцияниң мәналириму 30; 36; ... өсүш рети билән жайлашқан. Шуниң үчүн жәдвәл билән берилгән бу функция өсидиған функция.

Һәр қандақ жәдвәл функцияни бәрмәйду. Мәсилән 20.2-жәдвили функцияни бәрмәйду. Чүнки x аргументиниң бир мәнасиға (1 гә) функцияниң икки мәнаси (4 вә 5) мувапиқ. Шу сәвәптин бу жәдвәл функцияни бәрмәйду.

20.2-җәдвәл

x	0	1	1	2
y	3	4	5	6

1. Җәдвәлниң функцияни беридиғанлиғини қандақ ениқлашқа болиду?
2. Җәдвәлдә аргументниң мәналирини өсүш яки кемиш рети билән бериш миннәтликму?

Көнүкмиләр

A

20.1. 20.3-җәдвәл функцияни берәмду?

20.3-җәдвәл

1)

x	1	2	3
y	0,5	1	1,5

2)

x	−1	−2	1	2
y	1	2	1	2

3)

x	1	2	1
y	−1	−2	1

4)

x	4	2	1
y	0	0	0

20.2. 20.4-җәдвәл билән берилгән у функциясиниң ениқлиниш саһасини тепиңлар.

20.4-җәдвәл

1)

x	1	2	3	4
y	1	4	9	16

2)

x	1	4	2	9
y	−1	−2	1	3

20.3. 20.5-җәдвәл билән берилгән функция өсидиғанму яки кемийдиғанму?

20.5-җәдвәл

1)

x	7	8	9	12
y	1	2	3	4

2)

x	44	30	15	6
y	40	20	10	1

3)

x	10	20	30	40
y	5	15	10	20

4)

x	11	12	13	14
y	15	14	13	12

5)

x	90	80	70	60
y	6	12	18	24

6)

x	1	3	5	4
y	10	30	50	40

7)

x	4	5	6	7
y	0	5	4	6

8)

x	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$
y	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{5}$

20.4. 20.6-җәдвәл билән берилгән функцияни формула арқилиқ йезиңлар.

20.6-җәдвәл

1)

x	1	2	3	4
y	3	6	9	12

2)

x	1	2	3	4
y	4	7	10	13

3)

x	1	2	3	4
y	2	5	8	11

4)

x	1	2	3	4
y	−3	−6	−9	−12

5)

x	1	2	3	4
y	−2	−5	−8	−11

6)

x	1	2	3	4
y	−4	−7	−10	−13

Функцияниң ениқлиниш саһаси қандақ санлардин тәшкил тапқан? Функцияләрниң қайсиси өсидиған, қайсиси кемийдиған функцияләр?

B

20.5. 20.7-җәдвәл бойичә функцияниң ениқлиниш саһасини тепиңлар вә функцияниң өсидиған яки кемийдиғанлиғини ениқлаңлар.

20.7-җәдвәл

1)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	1	2	4	8	16	32	64

2)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$

3)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	1	3	9	27	81	243	729

4)

x	0	1	2	3	4	5	6
y	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$	$\frac{1}{81}$	$\frac{1}{243}$	$\frac{1}{729}$

5)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	16	9	4	1	0	1	4	9	16	25

6)

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
y	$\frac{1}{25}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{4}$	1	1	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{25}$

7)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-27	-8	-1	0	1	8	27

8)

x	-3	-2	-1	1	2	3
y	$-\frac{1}{27}$	$-\frac{1}{8}$	-1	1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{27}$

C

20.6. 20.5-көнүкмисидики җәдвәлләрниң берилгәнлирини пайдилинип, функцияни формула арқилиқ бериңлар.

20.7. Әгәр $y = x^2$ формулиси билән берилгән функцияниң ениқлиниш саһаси:

1) $-3; -2; -1; 0; 1; 2; 3;$ 2) $-30; -20; -10; 0; 10; 20; 30;$

3) $-8; -7; -6; -5: -4;$ 4) $-0,3; -0,2; -0,1; 0; 0,1; 0,2; 0,3;$

5) $-\frac{1}{100}; -\frac{1}{10}; \frac{1}{10}; \frac{1}{100};$ 6) $-\frac{1}{5}; -\frac{1}{4}; -\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{1}{4}; \frac{1}{5}$

санлиридин қуралған болса, у чағда функцияни җәдвәл арқилиқ бериңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

20.8. Координатилар тәкшилигидә мону чекитләрни бәлгүләңлар: $A(-3; 4)$, $B(5; 6)$, $C(2; -3)$, $D(-1,5; -2)$, $M(0; -2)$, $N(3; 0)$.

20.9. 1) Абсцисса оқиға тәәллуқ бир нәччә чекит, ордината оқиға тәәллуқ бир нәччә чекит селиңлар. Бу чекитләрниң координатилириниң қандақ алаһидилиги бар?

2) Абсцисса оқидин жуқури жайлашқан бир нәччә чекит вә абсцисса оқидин төвән жайлашқан бир нәччә чекит селиңлар. Бу чекитләр координатилириниң қандақ алаһидилиги бар?

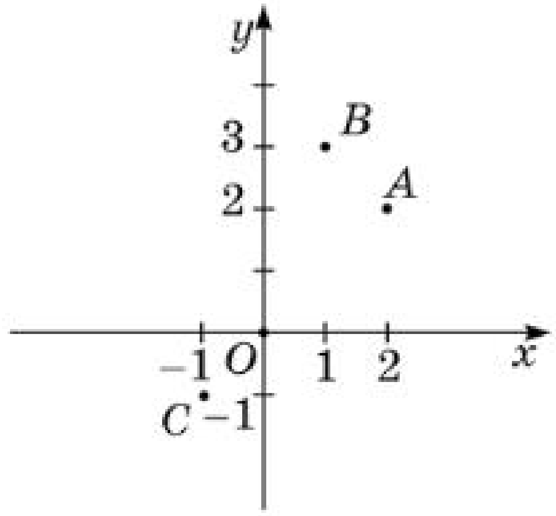
3) Ордината оқиниң сол тәрәп қисмиға жайлашқан бир нәччә чекит вә ордината оқиниң оң тәрәп қисмиға жайлашқан бир нәччә чекит селиңлар. Бу чекитләр координатилириниң қандақ алаһидилиги бар?

§ 21. ФУНКЦИЯНИ ГРАФИК УСУЛИ БИЛӘН БЕРИШ

Функцияни график арқилиқ қандақ беришкә болиду?

Функцияни график арқилиқ, йәни координатилар тәкшилигидики чекитләрниң жиғиндиси арқилиқ беришкә болиду. Бу жиғинда чәксиз вә чәкләнгән, йәни бир нәччә чекиттин тәшкил болған болуши мүмкин.

Бу чекитләрниң абсциссилири мустәқил өзгәрмигә (x аргументиға), ординатилири беқинда өзгәрмигә (y функциясиниң мәнасиға) тәң.



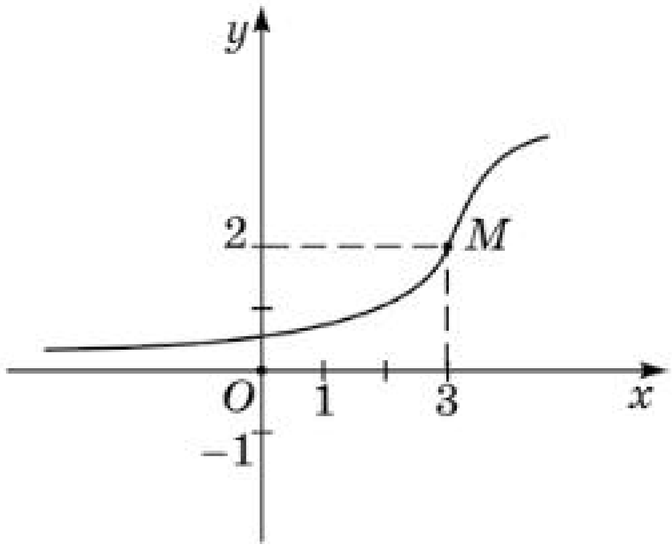
27.1-сүрәт

Функцияни график арқилиқ бериштики мәхсәт немидә?

Мәсилән, графиги үч чекиттин туридиған функцияниң $x = 2$ аргументиға функцияниң $y = 2$ мәнаси мувапиқ, чүнки бу мәналар $A(2; 2)$ чекитиниң координатилиридур (21.1-сүрәт).

$x = 1$ аргументиға функцияниң $y = 3$ мәнаси мувапиқ, чүнки улар $B(1; 3)$ чекитиниң координатилиридур (21.1-сүрәт).

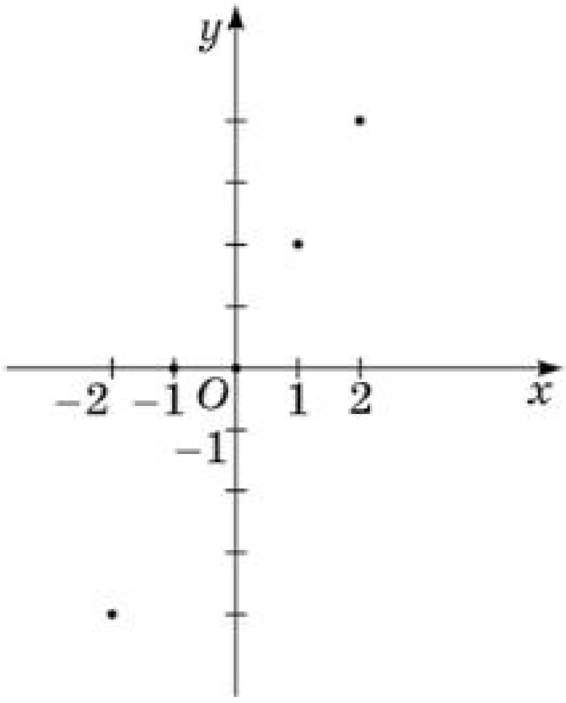
$x = -1$ аргументиға функцияниң $y = -1$ мәнаси мувапиқ, чүнки улар $C(-1; -1)$ чекитиниң координатилири.



27.2-сүрәт

Әгәр функцияниң графиги түз сизиқ болса, у чағда аргумент билән функцияниң мувапиқ мәналири мундақ ениқлиниду. График бойичә аргументи 3 кә тәң функцияниң мувапиқ мәнасини тепиш үчүн абсциссиси 3 саниға тәң чекит арқилиқ Ox оқиға перпендикуляр жүргүзүлиду (21.2-сүрәт). Андин кейин мошу перпендикулярниң функция графиги билән кийилишиш чекити тепилиду. Қараштуруливатқан мисалда бу M чекити. Әнди мошу чекитниң ординатиси ениқлиниду. Униң үчүн M чекитидин Oy оқиға перпендикуляр жүргүзүлиду. Демәк, аргументниң 3 кә тәң мәнасиға функцияниң 2 гә тәң мәнаси мувапиқ келиду.

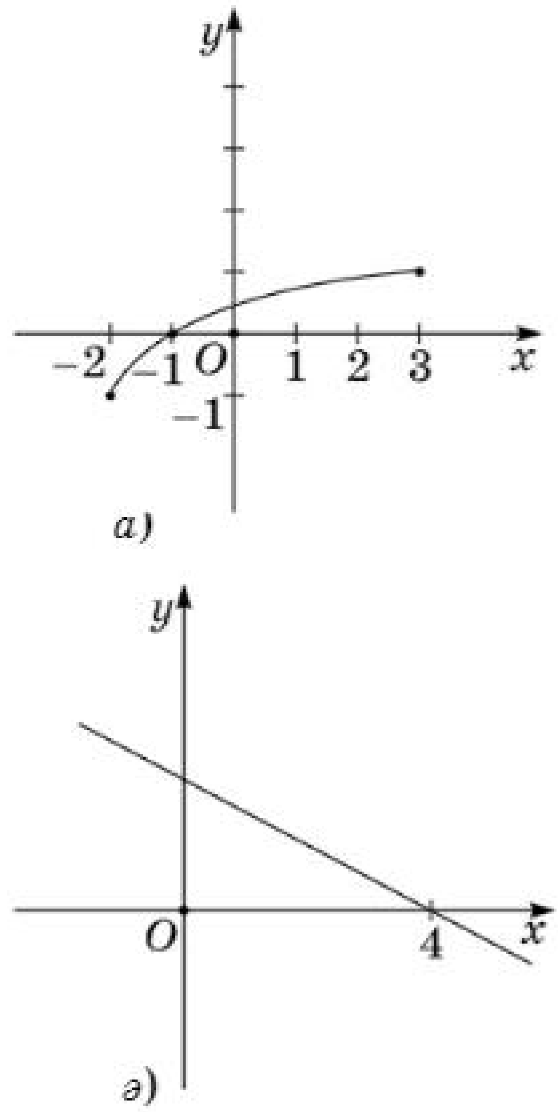
Графикниң функцияни беридиғанлиғини қандақ ениқлашқа болиду?



27.3-сүрәт

График бойичә функцияниң ениқлиниш саһасини оңай тепишқа болиду. Униң үчүн графикниң барлиқ чекитлириниң абсциссилирини тепиш керәк. Мәсилән, 21.3-сүрәттә берилгән функцияниң ениқлиниш саһаси −2, −1, 0, 1, 2 санлиридин туриду. 21.4, а-сүрәттики функцияниң ениқлиниш саһаси [−2; 3] санлар арилиғи, 21.4, ә-сүрәттики функцияниң ениқлиниш саһаси (−∞; +∞) санлар арилиғи болиду.

График бойичә функцияниң ениқлиниш саһасини қандақ тапиду?



27.4-сүрәт

График бойичә функцияниң өсүши яки кемиши оңай ениқлиниду.

Мәсилән,

1) 21.3-сүрәттики функция өсидиғанму әмәс, кемийдиғанму әмәс функция. Чүнки x аргументиниң мәнаси −1 дин 0 гичә өскәндә функцияниң мәнаси өзгәрмәй нөлгә тәң болуп қалиду;

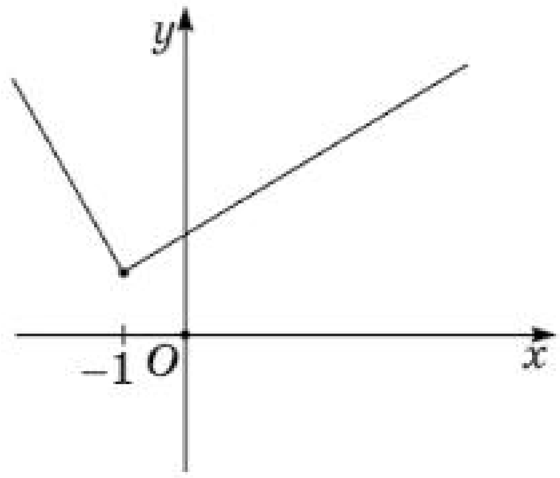
2) 21.4, а-сүрәттики функция өсидиған функция, чүнки график солдин оңға қарап жуқурилайду;

3) 21.4, ә-сүрәттики функция кемийдиған функция, йәни график солдин оңға қарап төвәнләйду.

21.5-сүрәттә тәсвирләнгән функцияниң графигини қараштурайли.

21.5-сүрәттин функцияниң ениқлиниш саһасида, йәни (−∞; +∞) арилиғида өсидиғанму әмәс, кемийдиғанму әмәс екәнлигини көрүмиз. Лекин графикниң бир қисми солдин оңға қарап төвәнләйду, иккинчи қисми жуқури көтирилиду.

Мундақ һаләттә (−∞; −1] арилиғида функция кемийду, [−1; +∞) арилиғида болса өсиду дәп ейтилиду.



27.5-сүрәт

График бойичә функцияниң өсидиғанлиғини яки кемидиғанлиғини қандақ ениқлашқа болиду?

График бойичә аргументниң қандақ мәналирида функцияниң мәнаси нөлгә тәң, нөлдин чоң, яки нөлдин кичик екәнлигини ениқлашқа болиду.

Мәсилән,

1) 21.3-сүрәттики функцияниң мәнаси x ниң -1 вә 0 мәналирида нөлгә тәң;

x ниң 1 вә 2 мәналиридә нөлдин чоң; x ниң -2 мәнасида нөлдин кичик;

2) 21.4, а-сүрәттә көрситилгән функцияниң мәнаси x ниң -1 мәнасида нөлгә тәң; $(-1; 3]$ арилиғида нөлдин чоң, чүнки аргументниң бу мәналирида функцияниң графиги абсцисса оқидин жуқури җайлашқан;

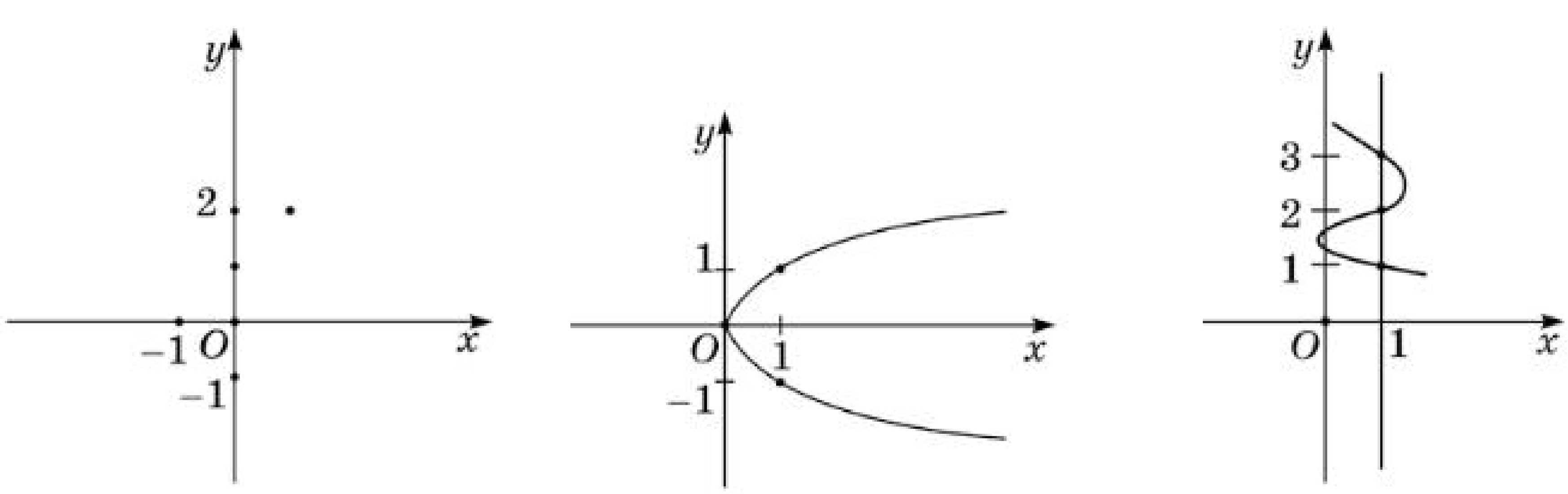
$[-2; -1)$ сан арилиғида нөлдин кичик, чүнки аргументниң бу мәналирида функция графиги абсцисса оқидин төвән җайлашқан;

3) 21.4, ә-сүрәттики функцияниң мәнаси x ниң 4 кә тәң мәнасида нөлгә тәң; $(-\infty; 4]$ санлар арилиғида нөлдин чоң, чүнки аргументниң бу мәналирида функцияниң графиги абсцисса оқидин жуқури җайлашқан; $(4; +\infty)$ санлар арилиғида нөлдин кичик, чүнки аргументниң бу мәналирида функция графиги абсцисса оқидин төвән җайлашқан.

Һәр қандақ график функцияни бәрмәйду. Мәсилән, 21.6, а, ә, б-сүрәтлиридики графиклар функцияни ипадилимәйду.

Аргументниң қандақ мәналирида функцияниң мәналири иҗабий яки сәлбий болидиғинини көрситидиған графикниң чекитлири қайси җайда орнилашқан?

Сүрәтләр бойичә x өзгәрмисиниң бир мәнасиға y өзгәрмисиниң бир нәччә мәнаси мувапиқ келидиғанлиғини көрүмиз. Мәсилән, 21.6, а-сүрәттә $x = 0$ мәнасиға y өзгәрмисиниң -1; 0; 1; 2 болған төрт мәнаси мувапиқ; 21.6, ә-сүрәттә $x = 1$ мәнасиға y өзгәрмисиниң



а) *ә)* *б)*

27.6-сүрәт

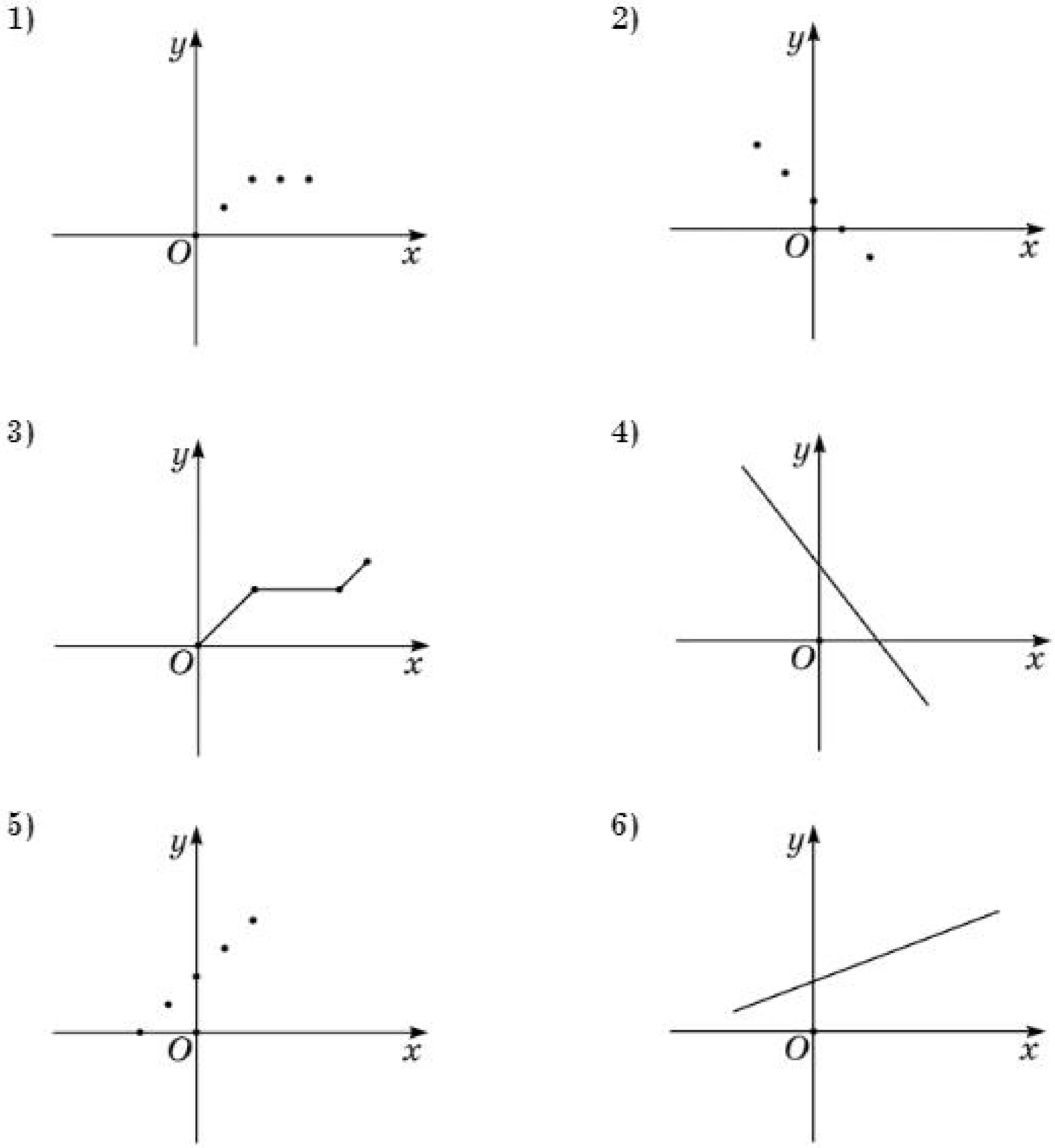
1 вә -1 болған икки мәнаси мувапиқ; 21.6, б-сүрәттә $x = 1$ мәнасиға y өзгәрмисиниң 1; 2; 3 болған үч мәнаси мувапиқ кәлгән.

1. Координатилиқ тәкшиликниң үч чекити функцияниң графиги боламду?
2. Һәр қандақ график функцияни берәмду?

Көнүкмиләр

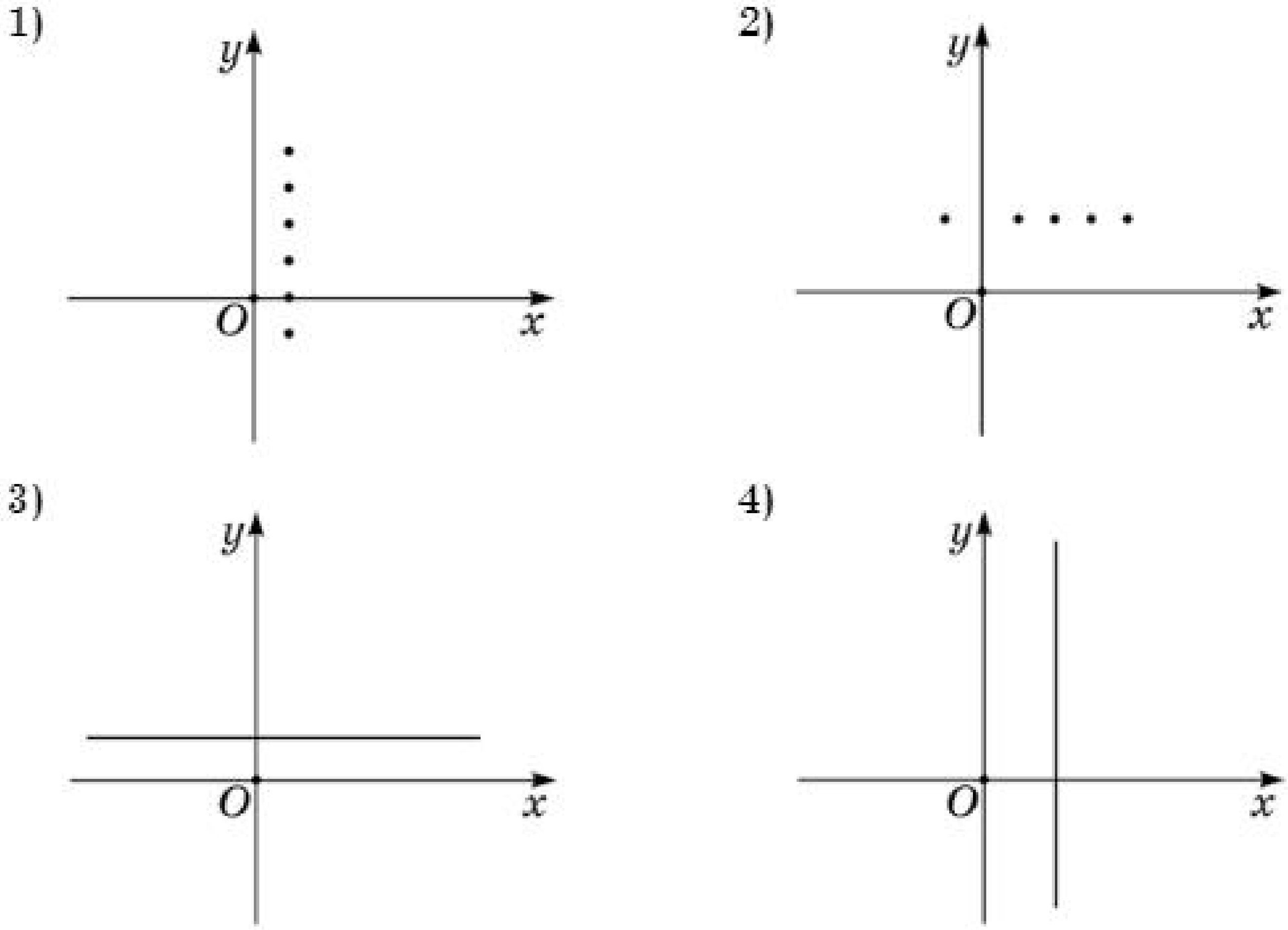
А

21.1. 21.7-сүрәттә тәсвирләнгән график функцияни берәмду?



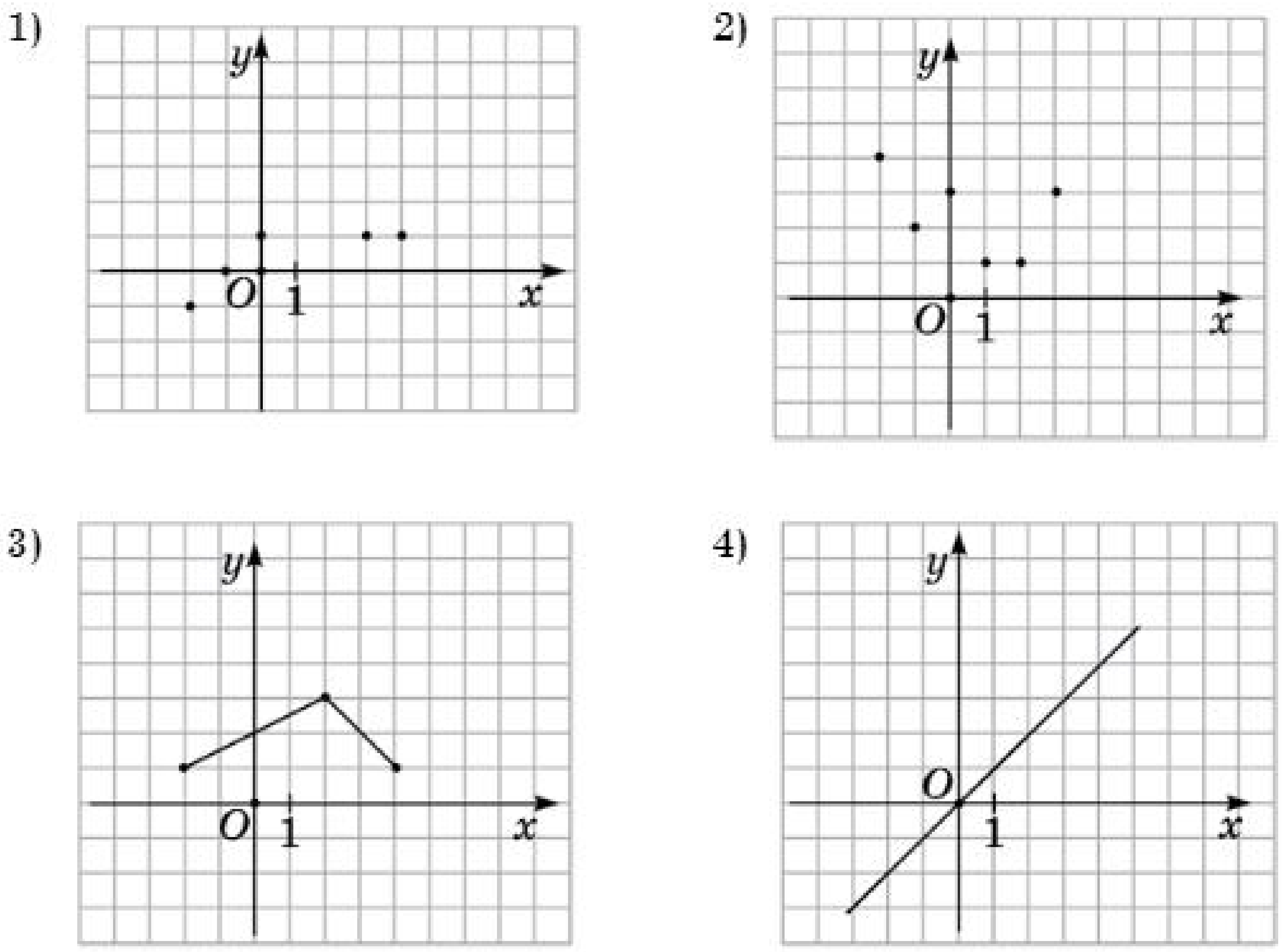
27.7-сүрәт

21.2. 21.8-сүрәттә тәсвирләнгән график функцияни берәмду?



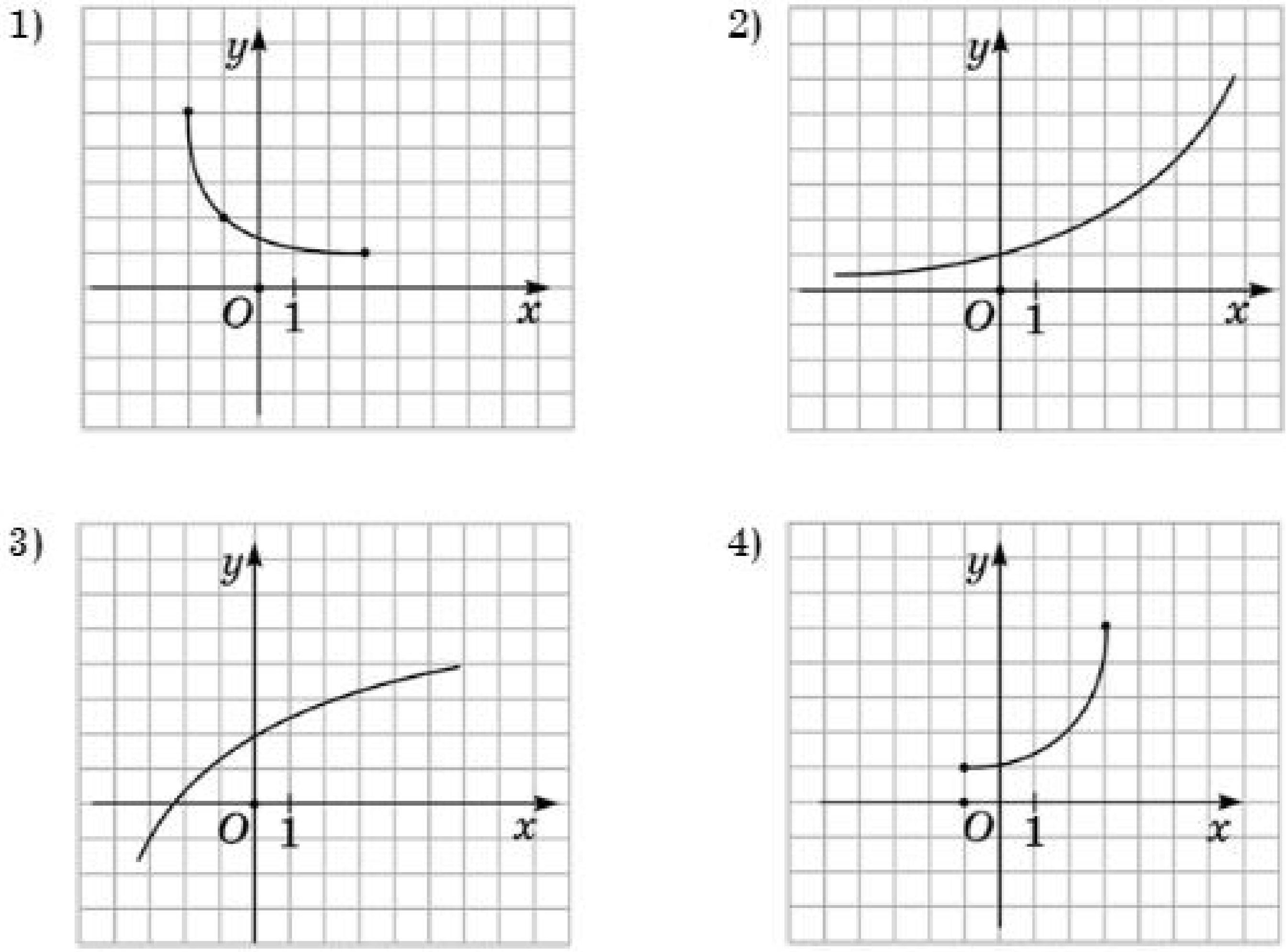
21.8-сүрәт

21.3. 21.9-сүрәттә берилгән график бойичә функцияниң ениқлиниш саһасини тепиңлар:



27.9-сүрәт

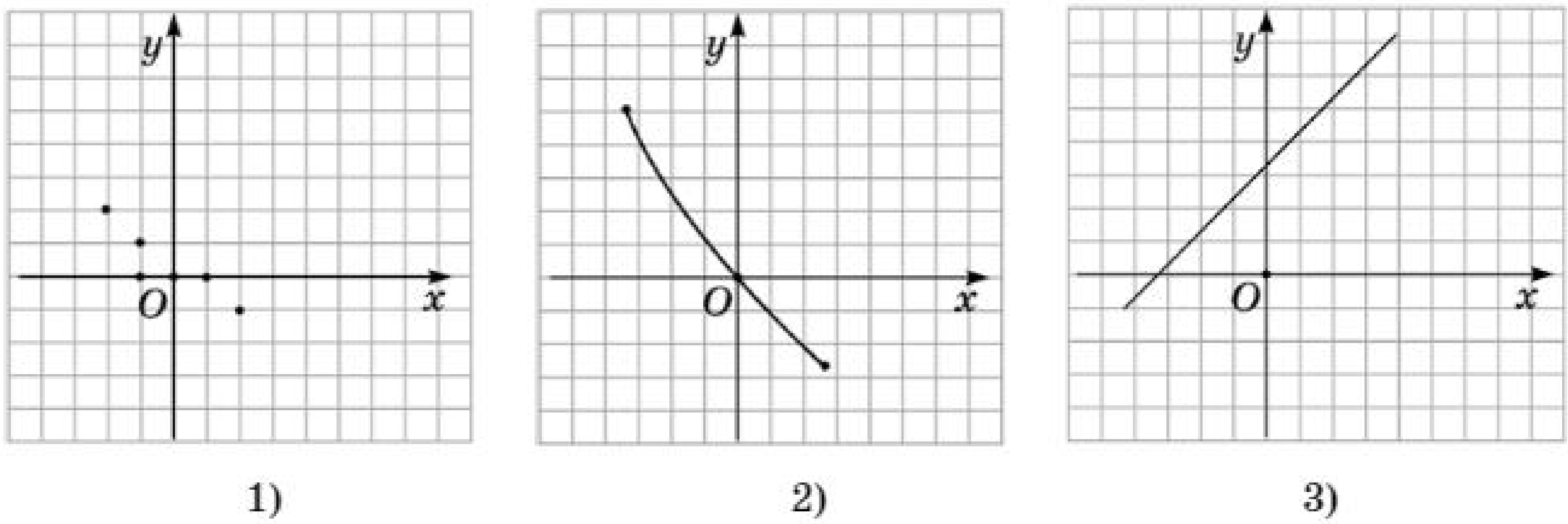
21.4. 21.10-сүрəттə берилгəн график бойичə функцияниң ениқлиниш саһасини тепиңлар.



21.10-сүрəт

21.5. 21.10-сүрəттə тəсвирлəнгəн графиклар бойичə өсидиған функциялəрни, кемийдиған функциялəрни көрситиңлар.

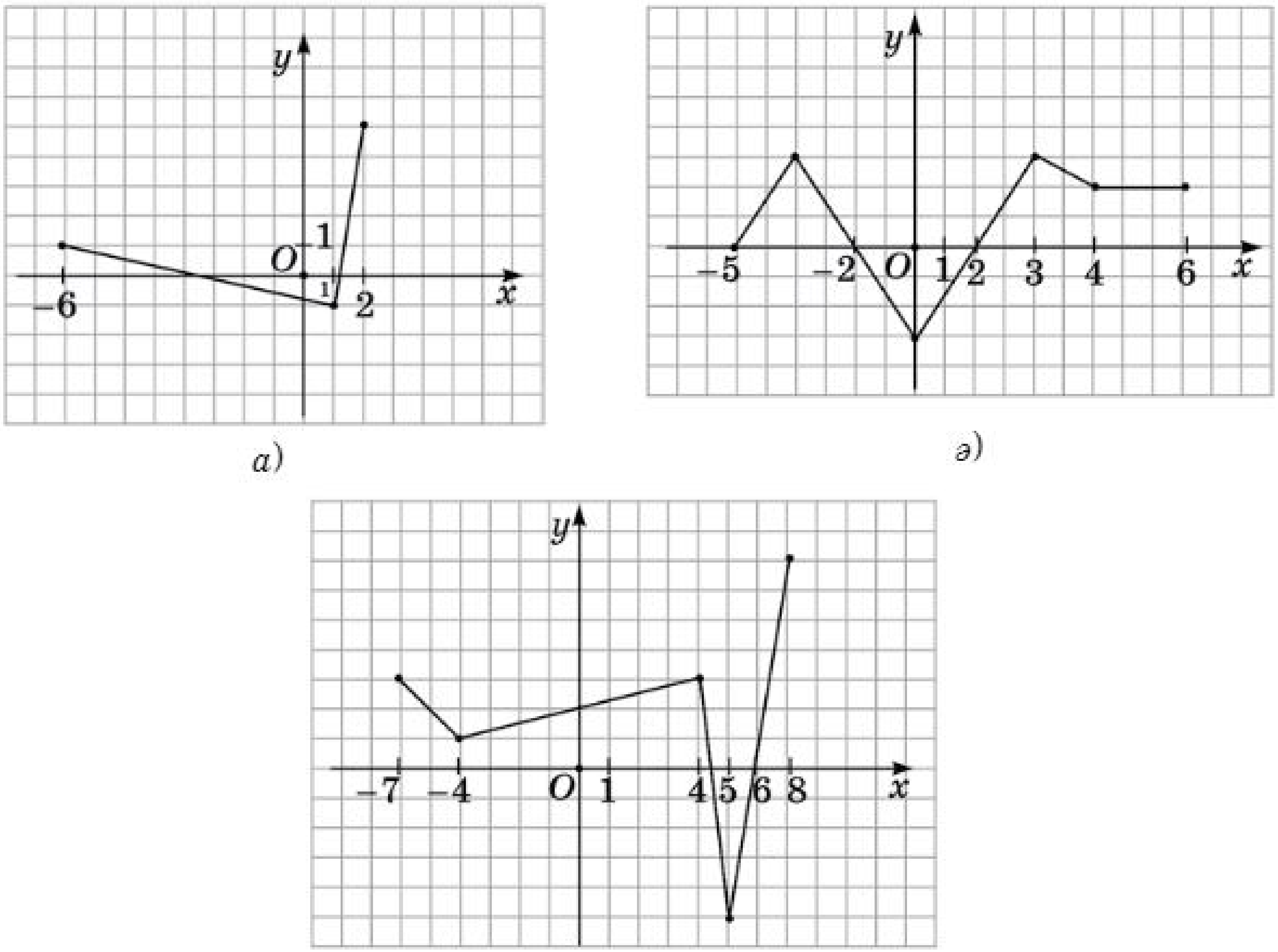
21.6. 21.11-сүрəттə тəсвирлəнгəн график бойичə функцияниң
1) ениқлиниш саһасини;
2) аргументниң қандақ мəналирида функцияниң нөлгə тəң болидиғанлиғини;
3) а) өсидиған; ə) кемийдиған санлиқ ариліқларни тепиңлар.



21.11-сүрет

B

21.7. 21.12-сүрәттики график бойичә функцияниң
1) ениқлиниш саһасини;
2) аргументниң қандақ мәналирида функцияниң нөлгә тәң болидиғанлиғини;
3) а) өсидиған; ә) кемийдиған санлиқ ариқлирини;
4) функцияниң а) иҗабий; ә) сәлбий болидиған санлиқ арилиқлирини тепиңлар.



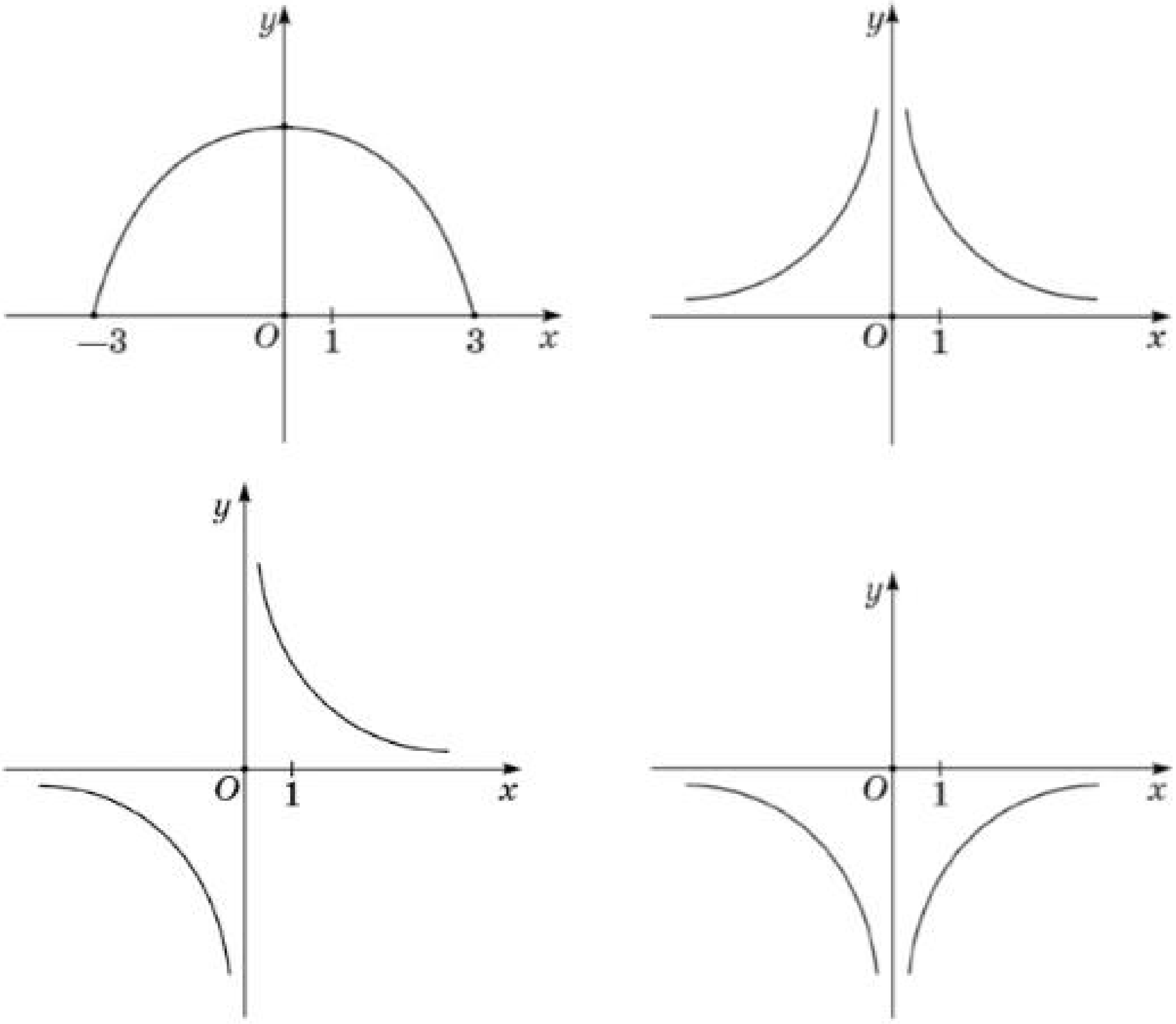
а) ә) б)

21.12-сүрәт

21.8. Әгәр $y = 5x - 3$ функциясиниң ениқлиниш саһаси -1; 0; $0{,}5$; 1; $1{,}5$ санлири болса, у чағда функцияни җәдвәл арқилиқ бериңлар вә графигини селиңлар.

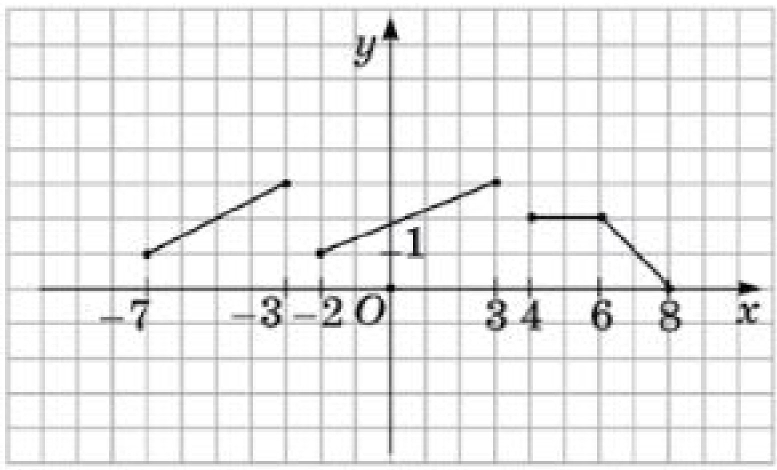
C

21.9. 21.13-сүрәттә тәсвирләнгән график бойичә функцияниң
1) ениқлиниш саһасини;
2) аргументниң қандақ мәналирида функцияниң нөлгә тәң болидиғанлиғини;
3) а) өсидиған; ә) кемийдиған санлиқ арилиқлирини тепиңлар.



21.13-сүрәт

21.10. 21.14-сүрәттәтәсвирләнгән график бойичә функцияниң
1) ениқлиниш саһасини;
2) аргументниң қандақ мәналирида функцияниң нөлгә тәң болидиғанлиғини;
3) а) өсидиған; ә) кемийдиған санлиқ ариліқлирни тепиңлар.



21.14-сүрәт

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

21.11. Әгәр $y = \frac{1}{3}x$ болса, 21.1-җәдвәлни толтуруңлар:

21.1-*җәдвәл*

x	-9	-6	-3	0	3	6	9
y							

21.12. 21.11-көнүкмидә $(x; y)$ координатилири билән берилгән чекитләрни координатилиқ тәкшиликтә селиңлар.

§ 22. СИЗИҚЛИҚ ФУНКЦИЯ ВӘ УНИҢ ГРАФИГИ

$y = kx + b$ формулисиниң графигини қандақ селишқа болиду? Графикниң жайлишиши k вә b мәналириға қандақ бағлинишлиқ болиду?

Ениқлима. $y = kx + b$ формулиси билән (бу йәрдики x — мустәқил өзгәрмә, k вә b — қандақту бир санлар) беришкә болидиған функцияни *сизиқлиқ функция* дәп атайду.

Мәсилән, $y = \frac{1}{2}x + 7$; $y = -2x + 3{,}4$; $y = 7$; $y = 12x$; $y = 0$ — сизиқл иқ функцияләр.

$y = -3x + 2$ сизиқлиқ функциясини караштуруп, графигини салайли. График координатилири аргументниң вә функцияниң мәналири болған чекитләрдин тәшкил болидиғанлиқтин, алди билән аргументниң қандақ мәналарни қобул қилидиғанлиғини ениқлайли. Йәни, $y = -3x + 2$ функциясиниң ениқлиниш саһасини тапимиз. x ниң орниға халиған санни қоюшқа болиду. Чүнки x ниң һәр қандақ мәнасида $-3x$ көпәйтиндисиниң мәнасини һесаплап, нәтижигә 2 санини қошушқа болиду. Шу сәвәптин ениқлиниш саһаси барлиқ санлардин тәшкил болиду.

22.1-җәдвәлини қурумиз:

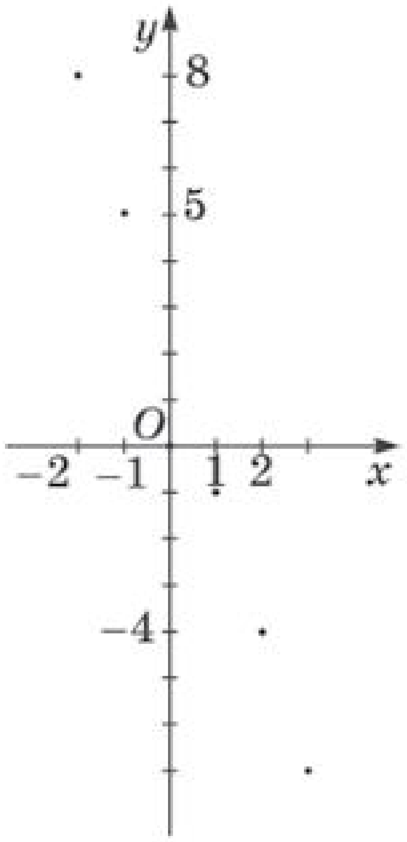
22.1-җәдвәл

x	-2	-1	0	1	2	3
y	8	5	2	-1	-4	-7

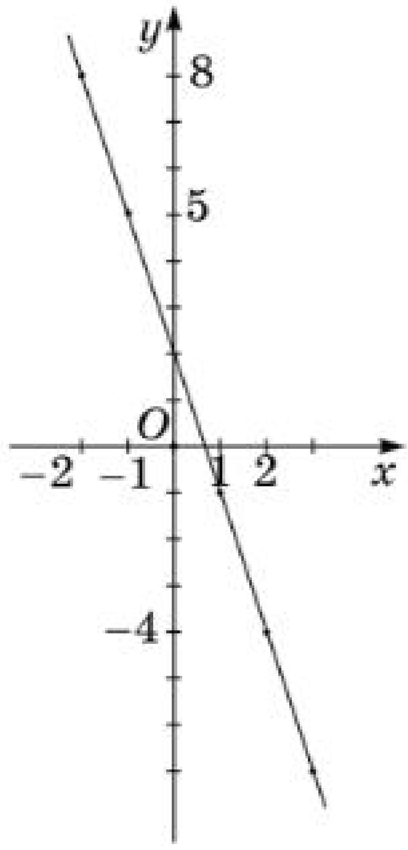
Координатилири $(-2; 8)$; $(-1; 5)$; $(0; 2)$; $(1; -1)$, $(2; -4)$; $(3; -7)$ жүплири болидиған чекитләрни салайли (22.1-сүрәт).

Бу чекитләр $y = -3x + 2$ функцияси графигиниң барлиқ чекитлири әмәс, сәвәви униң ениқлиниш саһаси $-2; -1; 0; 1; 2; 3$ болған алтә чекитла әмәс, барлиқ чекитләрдин тәшкил тапқан. Әгәр $y = -3x + 2$ функциясиниң графигиға тәәллуқ башқа чекитләрни салсақ, у чағда уларниң селинған чекитләр арқилиқ өтидиған бир түздә ятидиғанлиғини көрситәләймиз. Бу түз $y = -3x + 2$ функциясиниң графиги болиду (22.2-сүрәт).

$y = kx + b$ (бу йәрдики k вә b — санлар) сизиқлиқ функциясиниң графиги түз сизиқ болиду.



22.1-сүрәт



22.2-сүрәт

Сизиқлиқ функцияниң графигини селиш үчүн қанчә чекит йетәрлик?

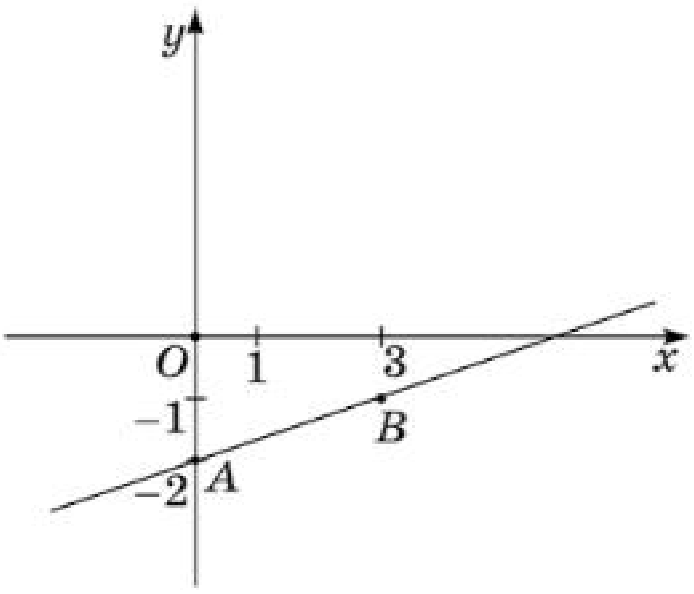
Сизиқлиқ функцияниң графигини селиш үчүн икки чекитни бәлгүләп, улар арқилиқ түз жүргүзүш керәк.

Мәсилән, $y = \frac{1}{3}x - 2$ функциясиниң графигини салайли. Униң үчүн 22.2-жәдвәлни қурумиз:

Андин координатилири $A(0; -2)$ вә $B(3; -1)$ чекитлирини бәлгүләп, түз жүргүзүмиз (22.3-сүрәт).

22.2-жәдвәл

x	y
0	−2
3	−1



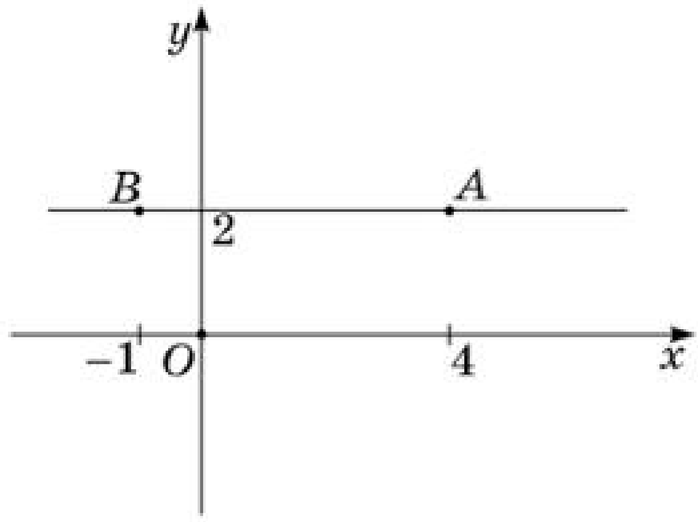
22.3-сүрәт

$y = kx + b$ сизиқлиқ функциясиниң k яки b нөлгә тәң болғандики графиклирини қараштурайли. Әгәр $k = 0$ болса, у чағда функция $y = 0 \cdot x + b$ яки $y = b$ түригә келиду. Мәсилән, $y = 2$ функциясиниң графигини салайли. Униң үчүн икки чекитни бәлгүләймиз. Аргументниң 4 вә -1 мәналирини елип,

$y = 0 \cdot x + 2$ формулисиға қоюмиз: $x = 4$ болғанда $y = 2$; $x = -1$ болғанда $y = 2$(22.3-җәдвәл).

22.3-җәдвәл

x	y
4	2
-1	2



22.4-сүрәт

$A(4;\ 2)$ вә $B(-1;\ 2)$ чекитлирини бәлгүләп, түз сизиқ жүргүзүмиз (22.4-сүрәт). Бу түз Ox оқиға параллель болиду вә Oy оқини ординатиси 2 гә тәң чекиттә кийиду. Шу сәвәптин

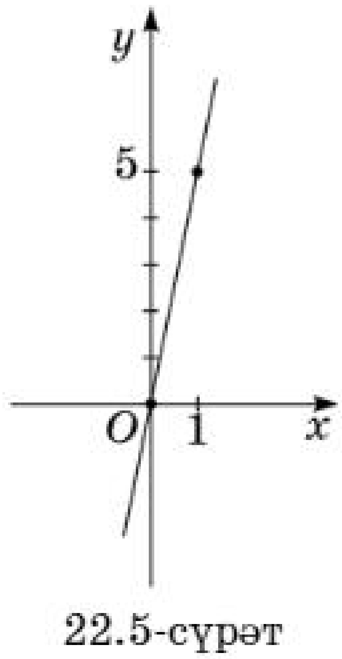
Демәк, $y = -2$ функциясиниң графигини селиш үчүн Ox оқиға параллель вә ординатаси -2 гә тәң чекит арқилиқ өтидиған түзни жүргүзүш керәк.

$y = b$ функциясиниң графиги Ox оқиға параллель вә ординатиси b саниға тәң болидиған чекит арқилиқ өтиду.

Әгәр $k = 0$ вә $b = 0$ болса, у чағда $y = 0$ функциясиниң графиги Ox оқи билән бәтлишиду.

$y = kx + b$ сизиқлиқ функциясиниң $b = 0$ болған һаләттики графигини селишни қараштурайли. Бу һаләттә функция $y = kx$ түригә келиду. Бу функцияниң графигини k ниң һәр қандақ мәнасида координатиларниң башлиниши, йәни $O(0;\ 0)$ чекити арқилиқ өтиду. Һәқиқәтән, $x = 0$ болғанда, $y = kx$ нөлгә тәң.

Қандақ һаләттә сизиқлиқ функцияниң графигини селиш үчүн пәқәт бир чекитни бәлгүләш йетәрлик?



22.5-сүрәт

$y = kx$ функциясиниң графигини селиш үчүн $O\ (0;\ 0)$ чекитидин башқа йәнә бир чекитниң координатисини тепиш керәк.

Мәсилән, $y = 5x$ функциясиниң графигини салайли. Әгәр $x = 1$ болса, $y = 5$. Демәк, $y = 5x$ функциясиниң графиги болидиған түз $O(0;\ 0)$ вә $A(1;\ 5)$ чекитлири арқилиқ өтиду (22.5-сүрәт).

1. Қандақ функция сизиқлиқ функция дәп атилиду?
2. Сизиқлиқ функцияләргә мисаллар кәлтүрүңлар.
3. Сизиқлиқ функцияниң графиги қандақ сизиқ болиду?
4. Сизиқлиқ функцияниң графиги қандақ һаләттә:
   1) абсцисса оқиға параллель; 2) ордината оқиға параллель болиду?
5. Сизиқлиқ функция графигиниң координатилар оқлири билән қийилишиш чекитлирини қандақ тепишқа болиду?
6. $y = kx + b$ сизиқлиқ функциясиниң графиги бойичә k вә b ниң тамғилирини қандақ ениқлашқа болиду?
7. $y = kx$ функциясиниң графиги қандақ сизилиду? Графикниң жайлишиши k ға қандақ бағлинишлиқ?

Көнүкмиләр

А

22.1. Төвәндикиләр сизиқлиқ функция боламду:
1) $y = x + 1{,}9$; 2) $y = 13 - x$; 3) $y = x^2 - 5$;
4) $y = 5\frac{1}{3}$; 5) $y = 0{,}5x - 3$; 6) $y = -\frac{x}{11} + 3$?

22.2. 1) $y = 4x - 3$; 2) $y = 5 + 2x$;
3) $y = 7 - \frac{2}{3}x$; 4) $y = \frac{5}{6}x + 2$
сизиқлиқ функцияләр берилгән. Әгәр $x = 0$; $x = -3$; $x = 9$; $x = 1{,}5$ болса, y ни тепиңлар.

22.3. 1) $y = 7{,}2 - 2{,}4x$; 2) $y = \frac{2}{3} + 6x$;
3) $y = -\frac{3}{8}x + 7{,}5$; 4) $y = -4{,}6x - 1\frac{1}{3}$ сизиқлиқ функциялири берилгән.
Әгәр $y = 1$; $y = -1$; $y = -\frac{2}{3}$; $y = 5$ болса, у чағда x ни тепиңлар.

22.4. Функцияниң графигини селиңлар:
1) $y = x + 4$; 2) $y = x - 2$; 3) $y = 7 - x$;
4) $y = -3 - x$; 5) $y = 0{,}6x - 1$; 6) $y = 3 + 2{,}5x$;
7) $y = \frac{1}{3}x + 9$; 8) $y = 6 - \frac{5}{6}x$.

22.5. $y = 3x - 6$ формулиси билән берилгән функцияниң графигини селиңлар. График бойичә:
1) x ниң -2; -1; 0; $1{,}5$; 3; 4 мәналириға мувапиқ y ниң мәналирини;
2) x ниң қандақ мәналирида y ниң мәналири 6; $1{,}5$; 0; $-1{,}5$; -3 болидиғанлиғини тепиңлар.

B

22.6. $y = -1 - 3x$ формулиси билән берилгән функцияниң графигини селиңлар. График бойичә
1) x ниң $-3; -1; 0; 1{,}5; 2$ мәналириға мувапиқ y ниң мәналирини;
2) x ниң қандақ мәнасида y ниң мувапиқ мәнаси $-4; -2{,}5; -1; 3{,}5; 5$ болидиғанлиғини тепиңлар.

22.7. $A(-2;-2)$; $B(-1;-1)$; $C(1; 2)$; $D(2; 4)$ чекитлири $y = 1{,}5x + 1$ функциясиниң графигиға тәллуқму?

22.8. $A\left(1;\dfrac{29}{14}\right)$; $B\left(0;\dfrac{4}{7}\right)$; $C\left(1;\dfrac{13}{14}\right)$; $D\left(-2;\ -\dfrac{17}{7}\right)$; $E\left(\dfrac{2}{7};\ -\dfrac{1}{7}\right)$ чекитлириниң қайсиси $y = -\dfrac{4}{7} + 1{,}5x$ функциясиниң графигиға тәллуқ?

22.9. Функция графигиниинң координатилар оқлири билән қийилишиш чекитлириниң координатилирини тепип, графигини селиңлар:
1) $y = 5x - 5$; 2) $y = 3{,}8 - 0{,}2x$; 3) $y = -10 + 2{,}5x$;
4) $y = -\dfrac{2}{7}x + 1$; 5) $y = 1\dfrac{5}{6}x - 2{,}2$; 6) $y = \dfrac{x-8}{5}$.

C

22.10. $y = -1{,}2x + b$ функциясиниң графиги 1) $A(0; 2{,}4)$; 2) $B(5;-9{,}6)$ чекити арқилиқ өтсә, b ни тепиңлар.

22.11. $y = \dfrac{1}{3}x + b$ функциясиниң графиги 1) $C(3; -4)$; 2) $D(-6; 9)$ чекити арқилиқ өтсә, b ни тепиңлар.

22.12. $y = kx + \dfrac{6}{7}$ функциясиниң графиги 1) $E(-1; 1)$; 2) $F(7; -2)$ чекити арқилиқ өтсә, k ни тепиңлар;

22.13. $y = kx + 3\dfrac{1}{3}$ функциясиниң графиги 1) $N(1; 4)$; 2) $M(1; -4)$ чекити арқилиқ өтсә, k ни тепиңлар.

22.14. 1) $y = 6x - 1$; 2) $y = 3 - 8x$; 3) $y = -4$; 4) $y = 3{,}8$ функциясиниң графигини селиңлар. Функцияниң қобул қилидиған а) иҗабий; ә) сәлбий мәналириға мувапиқ аргументниң барлиқ мәналирини көрситиңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

22.15. 1) $y = 3x$; $y = 3x - 2$; $y = 3x + 1{,}5$; 2) $y = 2x - 1$, $y = -2x - 1$; $y = x - 1$; $y = 5x - 1$ функциялириниң графиклирини бир координатилиқ тәкшиликтә селиңлар.

22.16. Координатилиқ тәкшиликтә икки түз өз ара қандақ җайлишиши мүмкин?

§ 23. СИЗИҚЛИҚ ФУНКЦИЯЛӘР ГРАФИКЛИРИНИҢ ӨЗ АРА ҖАЙЛИШИШИ

Сизиқлиқ функцияниң графиги — түз сизиқ, демәк, сизиқлиқ функцияләрниң графиклири бир чекиттә қийилишиду яки параллель болиду яки бир-бири билән бәтлишиду.

k вә b коэффициентлири бойичә $y = kx + b$ сизиқлиқ функциясилириниң жайлишишини қандақ ениқлашқа болиду?

Бир координатиләр тәкшилигидә мону функцияләрниң графиклирини салайли (23.1-сүрәт):

1) $y = -\frac{2}{3}x + 3$ вә $y = 2x - 5$;

2) $y = 1{,}5x + 2$; $y = \frac{1}{4}x + 2$; $y = x + 2$;

3) $y = -\frac{2}{3}x$; $y = -\frac{2}{3}x - 2$; $y = -\frac{2}{3}x + 2$.

1) $y = -\frac{2}{3}x + 3$; $y = 2x - 5$ функциялириниң графиклирини салайли:

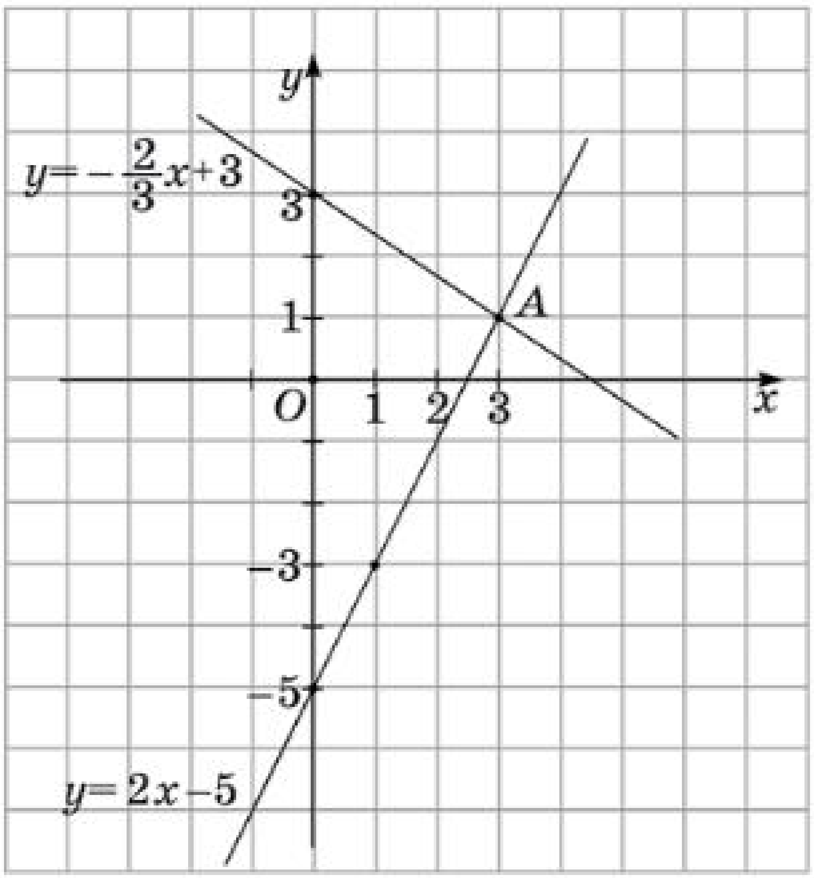
$y = -\frac{2}{3}x + 3$

x	y
0	3
3	1

$y = 2x - 5$

x	y
0	–5
1	–3

Графиклар $A(3;\ 1)$ чекитидә қийилишиду (23.1-сүрәт).



23.1-сүрәт

2) $y = 1,5x + 2$; $y = \frac{1}{4}x + 2$; $y = x + 2$ функциялириниң графиклирини салайли.

$y = 1,5x + 2$

x	y
0	2
-2	-1

$y = \frac{1}{4}x + 2$

x	y
0	2
4	3

$y = x + 2$

x	y
0	2
2	4

Бу функцияләрдә $b = 2$. Графикларниң (0; 2) чекити арқилиқ өтидиғанлиғини көрүмиз (23.2-сүрәт).

3) $y = -\frac{1}{3}x$; $y = -\frac{1}{3}x - 2$; $y = -\frac{1}{3}x + 2$ функциялириниң графиклирини салайли. Униң үчүн җәдвәлләр қурумиз:

$y = -\frac{1}{3}x$

x	y
0	0
3	-1

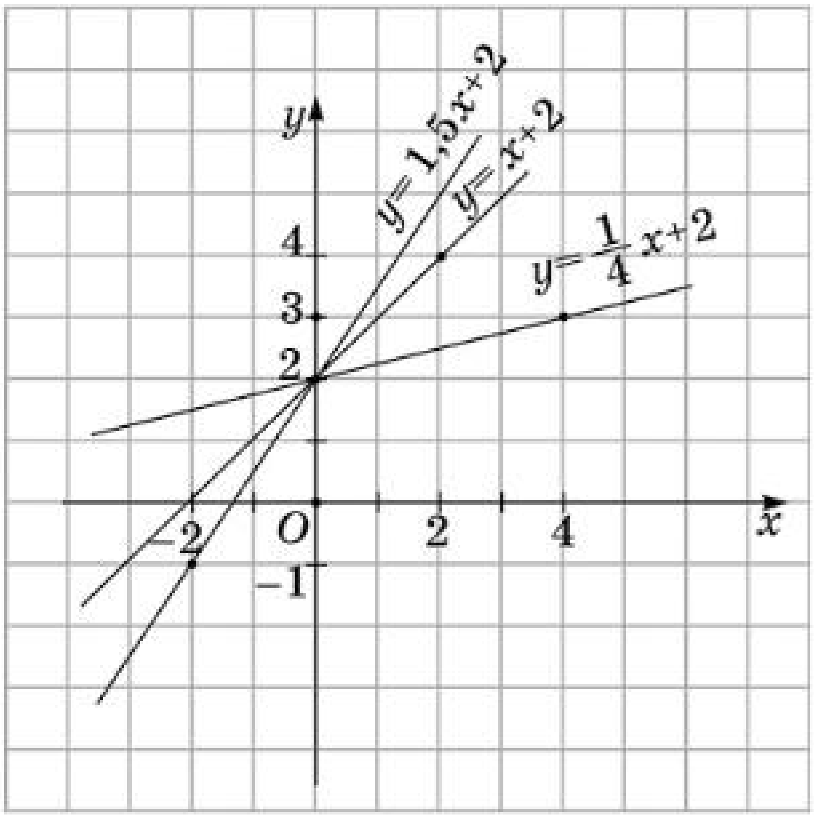
$y = -\frac{1}{3}x - 2$

x	y
0	-2
3	-3

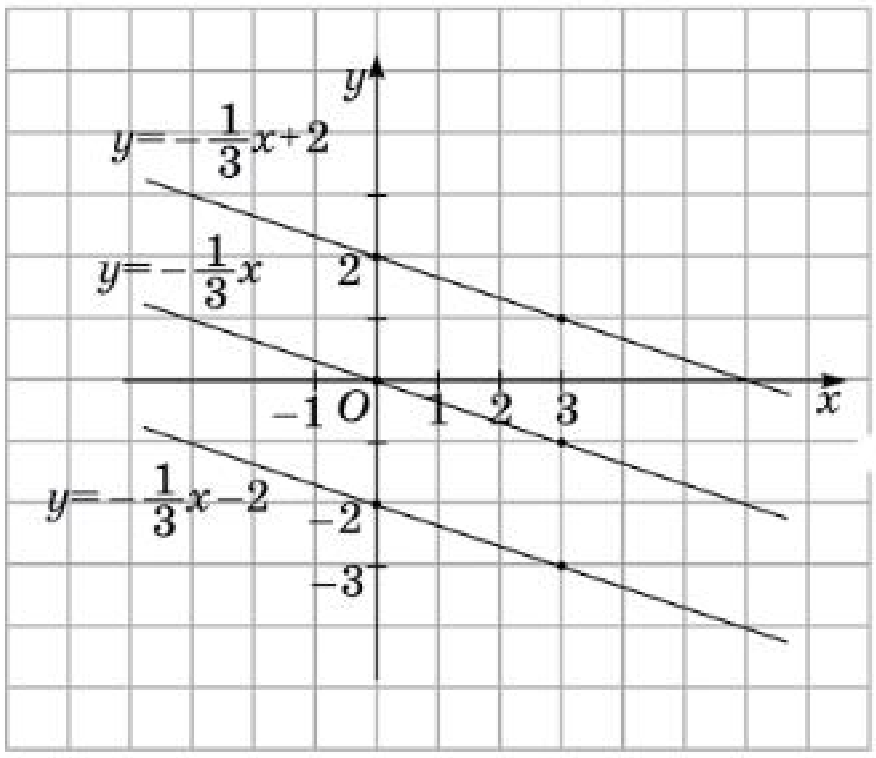
$y = -\frac{1}{3}x + 2$

x	y
0	2
3	1

Бу функцияләрниң барлиғида $k = -\frac{1}{3}$. 23.3-сүрәттин уларниң графиклириниң параллель екәнлигини көрүмиз.



23.2-сүрәт



23.3-сүрәт

Мошу кәлтүрүлгән мисалларни умумий түрдә караштурайли.

$y = k_1x + b_1$ вә $y = k_2x + b_2$ сизиқлиқ функциялири берилсун (бу йәрдики x — өзгәрмә, k_1, k_2, b_1 вә b_2 — қандақту бир санлар). Жуқуридики функцияләрниң оң қисимлирини тәңләштүрсәк $k_1x + b_1 = k_2x + b_2$ болиду. Бу тәңликтә өзгәрмиләр бар, демәк, у тәңлимә дегән сөз. Бу тәңлимини йешәйли. Униң үчүн x өзгәрмиси бар қошулғучларниң тәңликниң сол қисмиға, санларни оң қисмиға көчирәйли: $k_1x - k_2x = b_2 - b_1$. x умумий көпәйткүчни скобкиниң сиртиға чиқиримиз: $(k_1 - k_2)x = b_2 - b_1$.

Әгәр $k_1 \neq k_2$ болса, у чағда $k_1 - k_2 \neq 0$, шуниң үчүн $x = \frac{b_2 - b_1}{k_1 - k_2}$ — ялғуз сан. Бу санни $y = k_1x + b_1$ яки $y = k_2x + b_2$ формулилириниң биригә қоюп, y ниң мәнасини тапсақ, $(x; y)$ жүпини ениқлаймиз. Шу сәвәптин графиклар бир чекиттә қийилишиду.

Әгәр $k_1 = k_2$ болса, у чағда $(k_1 - k_2)x = b_2 - b_1$ тәңлимиси $0 \cdot x = b_2 - b_1$ түригә келиду.

Әгәр $b_2 = b_1$ болса, у чағда коэффициентлири бирдәк $y = k_1x - b_1$ вә $y = k_2x - b_2$ тәңлимилирини алимиз, шу сәвәптин уларниң графиклирини салсақ, бир түзни алимиз.

Әгәр $b_2 \neq b_1$ болса, у чағда $0 \cdot x = b_2 - b_1$ тәңлимисиниң йешилиши йоқ. Бу болса, $y = k_1x + b_1$ вә $y = k_2x + b_2$ функциялириниң иккилисигә тәәллуқ бир чекитниң болмайдиғинини көрситиду. Демәк, $k_1 = k_2$ вә $b_2 \neq b_1$ болғанда, функцияләрниң графиклири қийилишмайду, йәни параллель болиду.

Хуласә:

$y = kx + b$ формулиси билән берилгән сизиқлиқ функцияләрниң графиклири x ниң коэффициентлири һәр түрлүк болғанда қийилишиду; x коэффициентлири бирдәк болғанда параллель; x ниң коэффициентлири тәң вә b санлири бирдәк болғанда бәтлишиду.

$y = kx + b$ формулисидин $x = 0$ болғанда $y = b$ болиду.

Демәк, һәр қандақ $y = kx + b$ сизиқлиқ функциялириниң графиклири координатилири $(0; b)$ болған чекит арқилиқ өтиду.

1. Икки сизиқлиқ функцияниң графиклириниң:
   1) бир умумий чекити;
   2) икки умумий чекити;
   3) умумий чекитлири йоқ;
   4) барлиқ чекитлири умумий болуши мүмкинму?

2. $y = kx + b$ вә $y = tx + m$ сизиқлиқ функциялириниң графиклири қандақ һаләттә 1) қийилишиду; 2) параллель болиду; 3) бәтлишиду?
3. Графиклири 1) қийилишидиған; 2) параллель болидиған; 3) бәтлишидиған икки сизиқлиқ функциягә мисал кәлтүрүңлар.

Көнүкмиләр

A

23.1. 1) $y = 2x - 10$ вә $y = 2x + 9$; 2) $y = -3x + 9$ вә $y = -3x + 9$; 3) $y = -5x + 6$ вә $y = -5x$; 4) $y = 1{,}5 + 4x$ вә $y = -4x + 3$; 5) $y = 7 + 2{,}3x$ вә $y = 3{,}2 - 1$; 6) $y = 10x$ вә $y = 1 - 10x$ функциялириниң графиклири өз ара қандақ җайлашқан?

23.2. 1) $y = 8x - 1$; 2) $y = 3 - 4x$; 3) $y = -2 + 2x$ сизиқлиқ функцияси үчүн а) функцияниң графигиға параллель; ә) график билән қийилишидиған; б) график билән бәтлишидиған сизиқлиқ функцияниң формулисини йезиңлар.

23.3. 1) $y = 2x - 7x$, $y = 1{,}4 + 3x$, $y = x + 3{,}5$, $y = x + 3{,}5$, $y = -10{,}5 + 3x$, $y = 3x - 7$ сизиқлиқ функциясиниң
1) графигиға параллель; 2) графиги билән қийилишидиған;
3) графиги билән бәтлишидиған сизиқлиқ функцияниң формулисини йезиңлар.

23.4. Графиклири а) қийилишидиған; ә) параллель; б) бәтлишидиған икки сизиқлиқ функцияниң формулилирини йезиңлар.

23.5. Функция графиклириниң қийилишидиған чекитлириниң координатилирини тепиңлар:
1) $y = -6x + 1$ вә $y = 5x + 9$;
2) $y = -17 + 3{,}4x$ вә $y = -1{,}2x + 69$;
3) $y = 21 - 9x$ вә $y = -2{,}5x + 8$;
4) $y = 16{,}2 + 8x$ вә $y = -0{,}8x + 7{,}4$;
5) $y = 1 - 3x$ вә $y = -x - 1$;
6) $y = 1 + 7x$ вә $y = 6{,}5x$.

B

23.6. Функция графиклириниң қийилишидиғанлиғини испатлаңлар:
1) $y = 9 + x$ вә $y = 5x + 6$; 2) $y = -0{,}5x + 13$ вә $y = 8 + x$.
3) $y = 6x - 5{,}1$ вә $y = 9x - 6$.

23.7. 1) $y = 1{,}4x + 2$ вә $y = x + 2$; 2) $y = -x + 1{,}5$ вә $y = 2x - 3$;
3) $y = 7 + 9x$ вә $y = -9x - 0{,}9$; 4) $y = -\frac{5}{11}x + 2$ вә $y = x - 14$
сизиқлиқ функциялириниң графиклирини селип, уларниң өз ара җайлишишини ениқлаңлар.

23.8. 1) $y = -4$; 2) $y = \frac{8}{9}$; 3) $y = 0$ функциясиниң графигиға параллель болидиған бир нәччә сизиқлиқ функцияниң формулисини йезиңлар.

23.9. 1) $b = -3$; 5 болғанда $y = 0,5x + b$; 2) $k = 4$; $-\frac{1}{4}$ болғанда $y = kx-2$ формулиси билән берилгән функцияләрниң графиклирини бир координатилиқ тәкшиликтә селиңлар.

23.10. Ордината оқини 1) $A(0;\ -3,5)$; 2) $B(0;\ -2\frac{1}{2})$; 3) $C(0;\ \frac{5}{6})$; 4) $D(0;-4,8)$ чекитидә қийидиған вә а) $y = 4x - 7$; ә) $y = 10 - 2,5x$ функцияси графигиға параллель болидиған сизиқлиқ функцияниң формулисини йезиңлар.

C

23.11. Әгәр $y = 3x + b$, $y = 4x + b$, $y = -x + b$, $y = 2,2x + b$ сизиқлиқ функциялириниң графиклири 1) $y = x + 7,2$; 2) $y = -5x + 9$; 3) $y = 3,4x - 8$; 4) $y = -\frac{3}{8}x - \frac{1}{4}$ сизиқлиқ функцияләр графиклири билән бир чекиттә қийилишидиған болса, b санини тепиңлар.

23.12. Графиги координатиларниң баш чекити арқилиқ өтидиған вә 1) $y = 7x + 5$; 2) $y = 3,2x - 4$; 3) $y = -\frac{6}{7}x + 3$; 4) $y = -4,5x - 8$ функциясиниң графигиға параллель болидиған $y = kx + b$ функциясиниң графиги қайси чарәкләрдә жайлашқан?

23.13. Графиги $A\,(-1;\ 3)$ чекити арқилиқ өтидиған вә ордината оқини ординатиси 1) 4,8; 2) −6,05; 3) 8,6; 4) $9\frac{1}{3}$ болидиған чекиттә қийидиған сизиқлиқ функцияниң формулисини йезиңлар.

23.14. Графиги $y = 3x + 5$ функциясиниң графигиға параллель вә 1) $A(-4;\ 1)$; 2) $B(1;\ 15)$; 3) $C(\frac{1}{3};\ \frac{1}{16})$; 4) $M(0,15;\ -1)$ чекити арқилиқ өтидиған сизиқлиқ функцияниң формулисини йезиңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

23.15. $\begin{cases} x+4y=5, \\ 3x-y=2 \end{cases}$ тәңлимиләр ситемисини қошуш усули билән йешиңлар.

23.16. $\begin{cases} 5x-y=6, \\ x-6y=7 \end{cases}$ тәңлимиләр системисини алмаштуруш усули билән йешиңлар.

§ 24. ИККИ ӨЗГӘРМӘСИ БАР СИЗИҚЛИҚ ТӘҢЛИМИЛӘР СИСТЕМИСИНИ ГРАФИКЛИК УСУЛ БИЛӘН ЙЕШИШ

Икки өзгәрмәси бар сизиқлиқ тәңлимиләр системисини графиклиқ усул билән қандақ чиқиришқа болиду?

Алтинчи синипта икки өзгәрмиси бар тәңлимиләр системисини қошуш вә алмаштуруш усули билән йешиш қараштурулған еди. Бу параграфта икки өзгәрмиси бар тәңлимиләр системисини графиклиқ усул билән йешишни қараштуримиз.

Икки өзгәрмиси бар тәңлимиләр системисини графиклиқ усул билән йәшкәндә мундақ алгоритм қоллинилиду:

— бир координатилиқ тәкшиликтә һәр бир тәңлиминиң графигини селиш;

— тәңлимиләр графиклириниң қийилишиш чекитлириниң (әгәр қийилишидиған болса) координатилирини тепиш;

— системиниң йешиминиң жававини өзгәрмиләр мәналириниң жүпи түридә йезиш.

Икки өзгәрмиси бар сизиқлиқ тәңлимиләр системисини графиклиқ усул билән йешишни қараштурайли.

1-мисал. $\begin{cases} y-2x=0, \\ 2x+y-4=0 \end{cases}$ тәңлимиләр системисини йешәйли.

Һәр бир тәңлимидики y ни x арқилиқ ипадиләйли,

$\begin{cases} y=2x, \\ y=-2x+4 \end{cases}$ тәңлимиләр системисида һәр қайсиси $y = kx + b$ сизиқлиқ функцияни беридиған тәңлик алимиз.

$y = 2x$ вә $y = -2x + 4$ сизиқлиқ функциялириниң графиклири түз сизиқ болуп, биринчи график координатилар баш чекити арқилиқ өтидиғанлиқтин, уни селиш үчүн бир чекитниң, иккинчи график үчүн икки чекитниң координатилирини ениқлаймиз. 24.1-жәдвәлни қурумиз.

24.1-жәдвәл

$y = 2x$

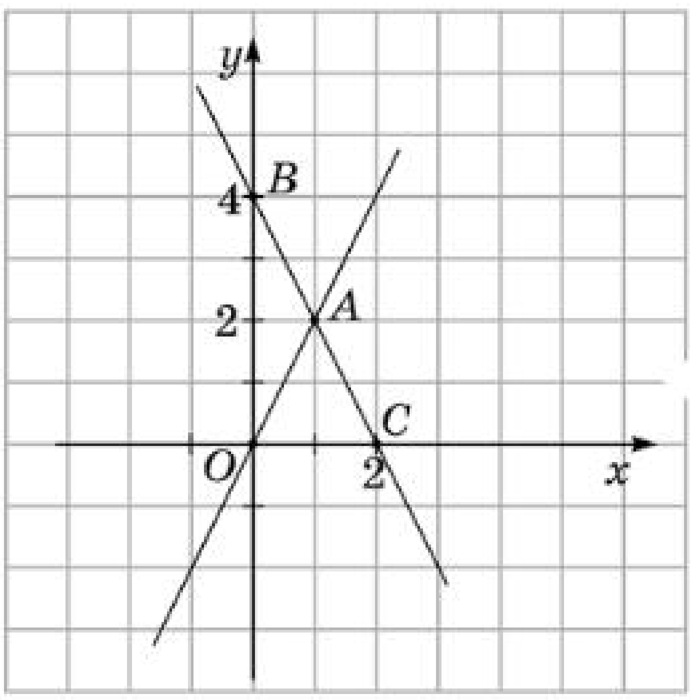
1)

x	y
1	2

$y = -2x + 4$

2)

x	y
0	4
2	0



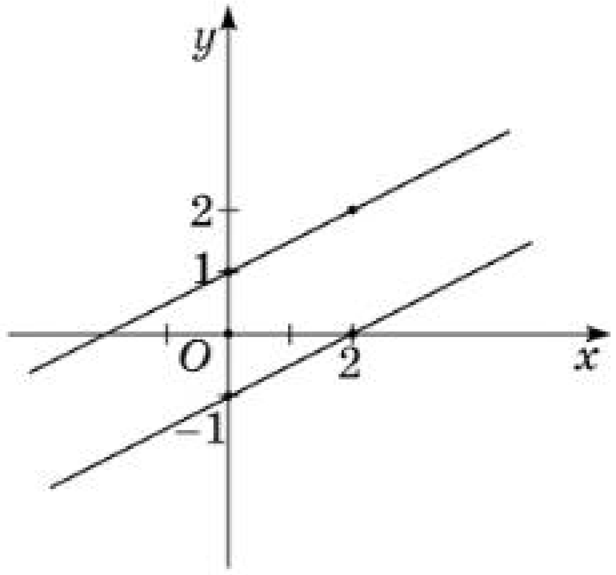
24.1-сүрәт

$O(0;\ 0)$ вә $A(1;\ 2)$ чекитлирини селип, OA түзини жүргүзимиз. Буниң билән

$y = 2x$ нинң, йәни $y - 2x = 0$ тәңлимисининң графигини салимиз. $B(0;\ 4)$ вә $C(2;0)$ чекитлирини селип, BC түзини жүргүзсәк, $y = -2x+4$ функциясининң яки $2x+y-4 = 0$ тәңлимисининң графигини салимиз (24.1-сүрәт).

Графиклар $A(1;\ 2)$ чекитидә қийилишиду. Демәк, берилгән тәңлимиләрнинң системисининң ялғуз бир йешими бар.

Жавави: (1; 2).



24.2-сүрәт

2-мисал. $\begin{cases} 2y-x-2=0, \\ y=0{,}5x-1 \end{cases}$ тәңлимиләр системисини графиклиқ усул билән йешәйли. Алди билән һәр тәңлимидики y ни x арқилиқ ипадилисәк, $y = kx + b$ сизиқлиқ функциясини беридиған $y = 0{,}5x + 1$ вә $y = 0{,}5x - 1$ тәңликлирини алимиз. $y = 0{,}5x - 1$ вә $y = 0{,}5x + 1$ функциялирининң графиклирини салайли. Унинң үчүн алди билән жәдвәл толтуримиз (24.2-жәдвәл).

Графиклар қийилишмайду, улар өз ара параллель жайлашқан. Демәк, тәңлимиләр системисининң йешими йоқ (30.2-сүрәт).

Жавави: йешиши йоқ.

24.2-жәдвәл

$y = 0{,}5x - 1$

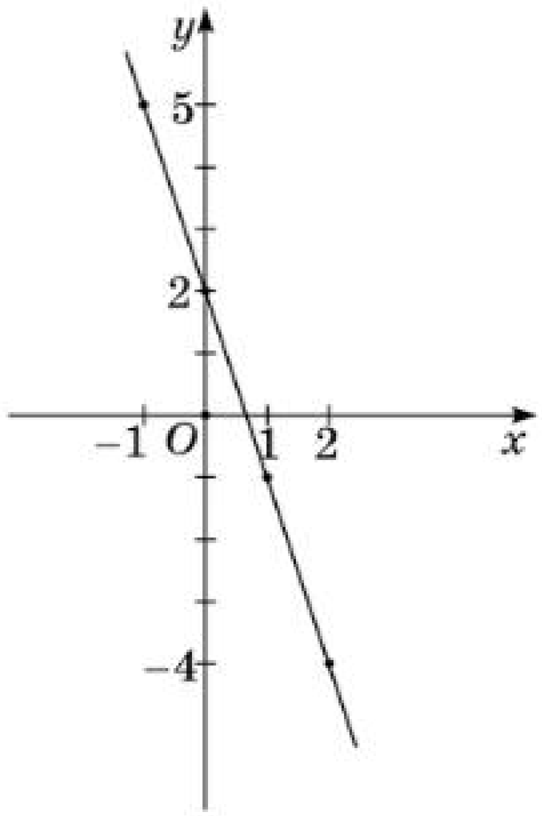
1)

x	y
0	–1
2	0

$y = 0{,}5x + 1$

2)

x	y
0	1
2	2



24.3-сүрәт

3-мисал. $\begin{cases} y+3x-2=0, \\ 2y=4-6x \end{cases}$ тәңлимиләр системисининң нәччә йешими бар? Соалға жавап бериш үчүн $y = 2 - 3x$ вә $2y = 4 - 6x$ функциялирининң графиклирини салимиз. Унинң үчүн алди билән 24.3-жәдвәлни толтурайли.

24.3-жәдвәл

$y = 2 - 3x$

1)

x	y
0	2
1	–1

$2y = 4 - 6x.$

2)

x	y
–1	5
2	–4

$A(0;\ 2)$ вә $B(1;\ -1)$ чекитлирини селип, AB түзини жүргүзсәк, $y + 3x - 2 = 0$ тәңлимисининң графигини, $C(-1; 5)$ вә $D(2; -4)$ чекитлирини селип, CD түзини жүргүзсек, $2y = 4 - 6x$ тәңлимисиниң графигини алимиз (24.3-сүрәт). Графиклар бәтлишиду. Шу сәвәптин тәңлимиләр системисиниң йешими $y = 2 - 3x$ түзигә тәәллуқ чекитләр координатилири болидиған санлар жүплири. Ундақ чекитләрниң сани чәксиз, чүнки түз сизиқ чәксиз.

Җавави: чәксиз көп.

Шундақ қилип, икки өзгәрмиси бар сизиқлиқ тәңлимиләрни графиклиқ усул билән йешиш арқилиқ системиниң ялғуз бир йешими (әгәр түзләр кийилишса), чәксиз көп йешими (әгәр түзләр бәтләшсә), йешиминиң йоқ болуши һаләтлирини ениқлидуқ. Башқа йешимлири болмайду, чүнки икки түз кийилишиду яки параллель болиду, яки бәтлишиду.

1. Немә сәвәптин икки өзгәрмиси бар сизиқлиқ тәңлимиләр системисини йешиш усуллириниң бирини графиклиқ усул дәп атайду?
2. Икки өзгәрмиси бар сизиқлиқ тәңлимиләр системисини йешиш үчүн нәччә түз селиш керәк?
3. Икки өзгәрмиси бар сизиқлиқ тәңлимиләр системисиниң немә сәвәптин ялғуз бир йешими болиду яки болмайду, яки чәксиз көп йешими бар?

Көнүкмиләр

A

24.1. Тәңлимә графигиниң Ox оқи билән кийилишиш чекитиниң координатилирини тепиңлар:

1) $x + y = 8$; 2) $y - x = 7$; 3) $5x - y = 2$;
4) $6x - 2y = 1$; 5) $x + 4y - 5 = 0$; 6) $2x + 3y + 1 = 0$.

24.2. Тәңлимә графигиниң Oy оқи билән кийилишиш чекитиниң координатилирини тепиңлар:

1) $x + y = 13$; 2) $x - y = 1{,}7$; 3) $x + 8y = 11{,}2$;
4) $5x - y = 3$; 5) $8y - 7x = 14$; 6) $9x + 1{,}6y = 3$.

24.3. Тәңлиминиң графигини селиңлар:

1) $y = x + 5$; 2) $y = x - 4$; 3) $y = 7 - 2x$;
4) $x - y = 6$; 5) $3x + 2y = 1$; 6) $x + 4y = 9$;
7) $3y - 18 = 0$; 8) $16 + 8x = 0$; 9) $4 - x - y = 0$.

24.4. Функцияниң графиклирини селип, уларниң кийилишиш чекитлириниң координатилирини тепиңлар:

1) $y = x + 4$ вә $y = 6 - x$; 2) $y = 7x + 9$ вә $y = 3 + x$;
3) $x + y = 3$ вә $x - y = 1$; 4) $3x - 2y = -2$ вә $7x - 5y = -4$.

B

Тәңлимиләр системисини йешиңлар (24.5—24.7):

24.5. 1) $\begin{cases} y=2x, \\ y=2+x; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y=-2x, \\ y=x-3; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y-5x=0, \\ y=x-4; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y-3x=0, \\ y=-6+x. \end{cases}$

24.6. 1) $\begin{cases} x+y=9, \\ x-y=1; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x+y=1, \\ x+y=5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} y-6x=-25, \\ y-x=-5; \end{cases}$ 4) $\begin{cases} y+7x=-18, \\ y+x=0. \end{cases}$

24.7. Тәңлимиләр системисини графиклиқ усул билән йешиңлар:

1) $\begin{cases} x+20y=37, \\ 5y+x=7; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y-8x=-33, \\ 7x-y=29; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 17x+y=90, \\ y-23x=-110. \end{cases}$

24.8. Тәңлимиләр системисиниң қанчә йешими бар:

1) $\begin{cases} 6x+y=0, \\ -4x+y=2; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} y+x=7, \\ y=-x-5; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x-y=2, \\ 3x-3y-6=0? \end{cases}$

C

24.9. Әгәр $A(x_0; y_0)$ чекити

1) $\begin{cases} 7x-3y=-1, \\ 14x-2y=\frac{2}{3}; \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 12y+7x=-4, \\ x+24y=-2\frac{5}{7}; \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 8y-7x=-5{,}6, \\ 35x+2y=7; \end{cases}$

4) $\begin{cases} 10x+12y=7{,}5, \\ 24y-5x=-5 \end{cases}$ тәңлимиләр системисинииң йешими болса,

у чағда $7x_0 + 3y_0$ ипадисиниң мәнасини тепиңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

24.10. 24.4-җәдвәлни қоллинип сизиқлиқ функцияниң графигини селиңлар.

24.4-җәдвәл

x	-1	0
y	-5	-3

24.11. $y = -2x + 4$ сизиқлиқ функциясиниң графигини селиңлар. Графикни қоллинип, x ниң қандақ мәнасида функция сәлбий әмәс мәналарни қобул қилидиғанлиғини ениқлаңлар.

§ 25. $y = ax^2$ ФУНКЦИЯСИ, УНИҢ ХУСУСИЙӘТЛИРИ ВӘ ГРАФИГИ

$y = ax^2$ ($a \neq 0$) функциясиниң қандақ хусусийәтлири бар? Униң графигини қандақ селишқа болиду?

Функцияни тәһлил қилғанда, униң ениқлиниш саһасини, мәналириниң жиғиндисини, функцияниң иҗабий вә сәлбий яки нөл (функцияниң нөллири) мәналарни қобул қилидиған аргументиниң мәналирини, функцияниң өсидиған яки кемийдиған (функцияниң өсүш вә кемиш) арилиқлири тепилидиғанлиғини билисиләр.

$y = ax^2$ ($a \neq 0$) функциясиниң хусусийәтлирини қараштуруңлар.

1) Немә сәвәптин $y = ax^2$ функциясиниң ениқлиниш саһаси санлар оқиниң санлар жиғиндиси болиду?

Символикилиқ түрдә уларни мундақ бәлгүләйду:

$D(y) = (-\infty; +\infty)$ яки $D(ax^2) = (-\infty; +\infty)$, $D(y) = R$, яки $D(ax^2) = R$.

2) Функцияниң мәналириниң жиғиндиси a саниниң тамғисиға бекиңда болиду. 1. Әгәр a иҗабий сан ($a > 0$) болса, у чағда $y = ax^2$ функциясиниң мүмкин мәналириниң жиғиндиси $[0; +\infty)$ шолиси болиду.

Символикилиқ бәлгүлиниши: $E(y) = [0; +\infty)$ яки $E(ax^2) = [0; +\infty)$.

Немә сәвәптин x өзгәрмисиниң һәр қандақ мәнасида $a > 0$ болғанда $ax^2 \geqslant 0$ орунлинидиғанлиғини чүшәндүрүңлар.

2. Әгәр a сәлбий сан ($a < 0$) болса, у чағда $y = ax^2$ функциясиниң мәналириниң жиғиндиси $(-\infty; 0]$ шолиси болиду.

Униң символикилиқ бәлгүлиниши: $E(y) = (-\infty; 0]$ яки
$E(ax^2) = (-\infty; 0]$.

Немә сәвәптин x өзгәрмисиниң һәр қандақ мәнасида $a < 0$ болғанда $ax^2 \leqslant 0$ орунлинидиғанлиғини чүшәндүрүңлар.

$y = ax^2$ функциясиниң биринчи вә иккинчи хусусийәтлиридин төвәндикиләр чиқиду:

- $a > 0$ болғанда функцияниң графиги I вә II координатилиқ чарәкләрдә (абсцисса оқидин жуқурқи тәрәптә);
- $a < 0$ болғанда III вә IV координатилиқ чарәкләрдә (абсцисса оқинидин төвән тәрәптә) җайлишиду.

3) Функция тамғисиниң турақлиқ болидиған арилиқлирини тапимиз.

$y = ax^2$ функциясиниң биринчи вә иккинчи хусусийәтлиридин монулар келип чиқиду:

- x ниң $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ арилиғида $a > 0$ болғанда функция иҗабий мәналар, $a < 0$ болғанда сәлбий мәналар қобул қилиду.

4) Функцияниң нөллирини тапимиз. $x = 0$ болғанда, $y = ax^2$ функциясиниң мәнаси нөлгә тәң болиду.

Һәқиқәтән, $y = 0$ болса, $ax^2 = 0$ болиду. $a \neq 0$ болғанлиқтин, $x^2 = 0$ яки $x \cdot x = 0$. Әң болмиғанда бир көпәйткүчи нөлгә тәң болидиған көпәйтиндә нөлгә тәң. Андақ болса, $x = 0$.

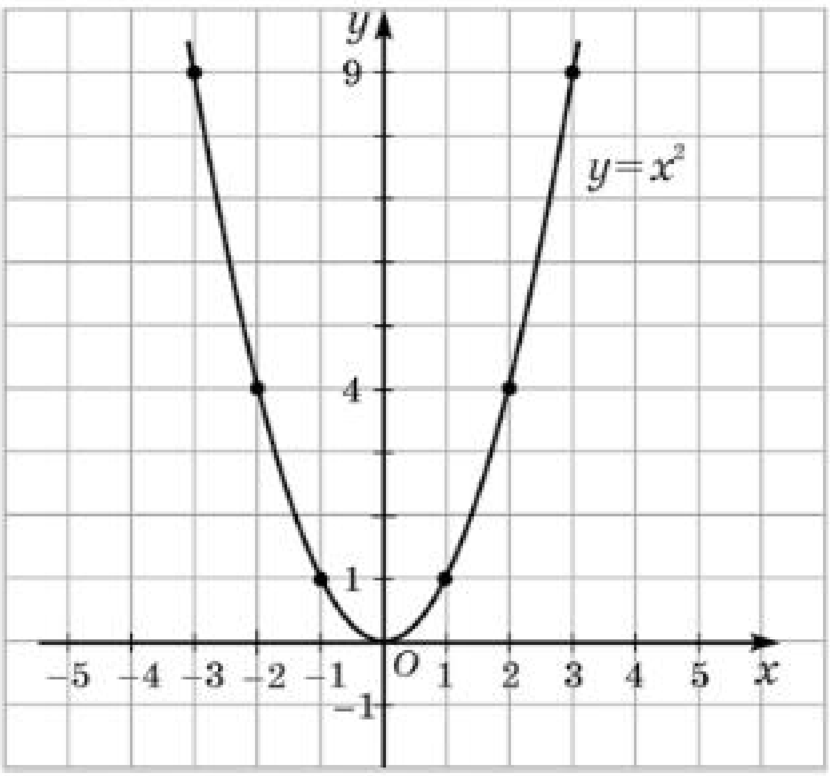
$y = x^2$ вә $y = -x^2$ функциялириниң графиклирини селиш үчүн төвәндики 25.1-җәдвәлни қуримиз:

25.1-*җәдвәл*

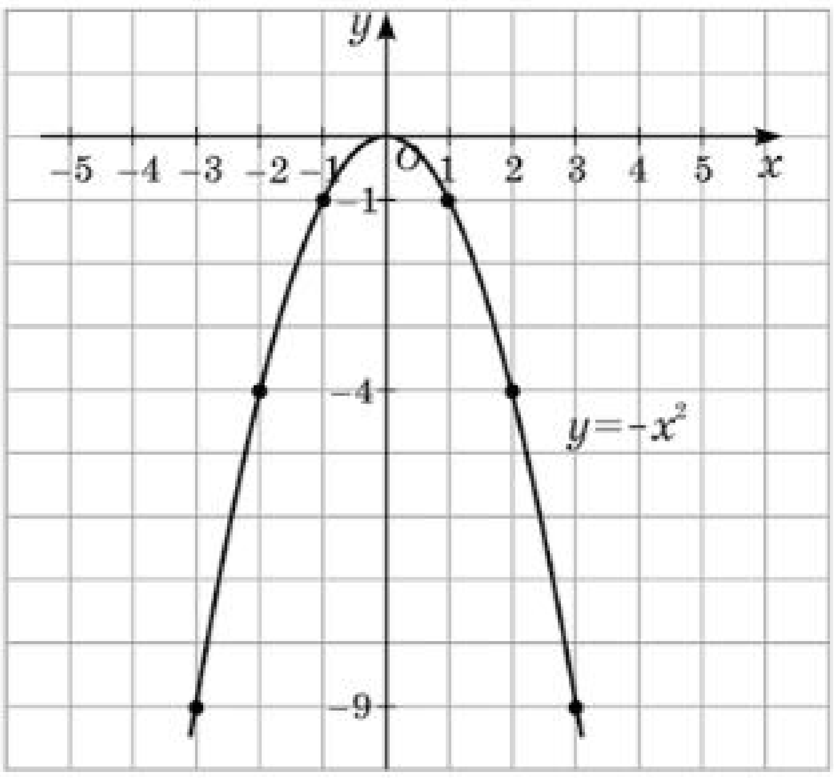
x	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3
$y = x^2$	9	4	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	4	9
$y = -x^2$	-9	-4	-1	$-\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	-1	-4	-9

Әгәр $y = x^2$ яки $y = -x^2$ функциялириниң графиклирида ятидиған башқа чекитләрни салсақ, бу чекитләрниң җәдвәл бойичә селинған чекитләрни бир-бирсигә бир хил сизиқ билән қошқанда чиқидиған сизиқниң бойида ятидиғанлиғини көрүмиз.

$y = x^2$ вә $y = -x^2$ функциялириниң графиги ***парабола*** дәп атилиду (25.1, 25.2-сүрәт).



25.1-сүрәт



25.2-сүрәт

$y = 2x^2$ вә $y = -2x^2$ функциялириниң графиклирини селиш үчүн төвәндики 25.2-җәдвәлни қуримиз:

25.2-*җәдвәл*

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = 2x^2$	8	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	8
$y = -2x^2$	-8	-2	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	-2	-8

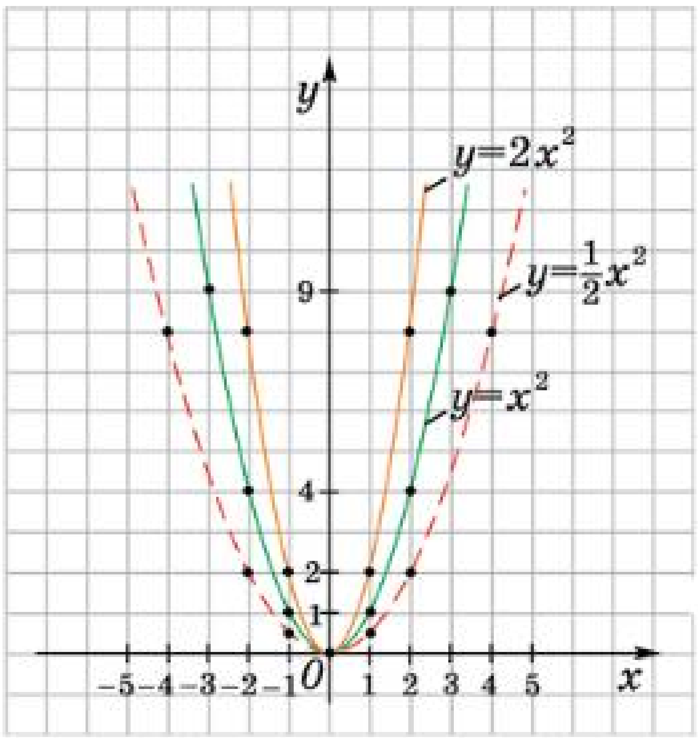
Мустәқил ишләшкә беғишланған тапшурма

Аргументниң бирдәк мәналириға мувапиқ функцияләрниң мәналирини селиштуруңлар: 1) $y = 2x^2$ вә $y = x^2$; 2) $y = x^2$ вә $y = \frac{1}{2}x^2$ (25.3-җәдвәл).

25.3-*җәдвәл*

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$y = 2x^2$	32	8	2	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	2	8	32
$y = x^2$	16	4	1	$\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	1	4	16
$y = \frac{1}{2}x^2$	8	2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	2	8

Аргументниң бирдәк мәналирида $y = 2x^2$ функциясиниң мәналири $y = x^2$ функциясиниң мувапиқ мәналиридин 2 һәссә чоң.



31.3-сүрәт

$y = 2x^2$ функциясиниң графиги $y = x^2$ функциясиниң графигини Oy оқи бойи билән 2 һәссә қисиш арқилиқ елиниду.

Аргументниң бирдәк мәналирида $y = \frac{1}{2}x^2$ функциясиниң мәналири $y = x^2$ функциясиниң мувапиқ мәналиридин 2 һәссә кичик.

$y = \frac{1}{2}x^2$ функциясиниң графиги $y = x^2$ функциясиниң графигини Oy оқи бойи билән 2 һәссә кеңәйтиш арқилиқ елиниду.

$y = x^2$, $y = \frac{1}{2}x^2$ вә $y = 2x^2$ функциялириниң графиклири бир координатилиқ тәкшиликтә селинған (25.3-сүрәт).

Бу графикларниң барлиғи *парабола* дәп атилиду.

"$y = x^2$ функциясиниң графиги болидиған параболини селиш" ибарисиниң орниға қисқичә "$y = x^2$ параболисини селиш" дәп ейтилиду.

Мустәқил ишләшкә беғишланған тапшурма

$y = -x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ вә $y = -2x^2$ функциялириниң графиклири болидиған параболиларни бир координатилар тәкшилигигә селиңлар.

1. $y = x^2$ параболисидин $y = -7x^2$, $y = \frac{1}{7}x^2$ параболилирини қандақ алалаймиз?
2. $y = 25x^2$, $y = -25x^2$ параболилири бир-бирсигә нисбәтән қандақ жайлашқан?
3. Немә сәвәптин ордината оқи $y = ax^2$ түридики параболиниң оқлуқ симметрияси болидиғанлиғини чүшәндүрүңлар.
4. $y = 9x^2$, $y = -9x^2$ параболилири қайси координатилиқ чарәкләрдә жайлашқан?

Көнүкмиләр

А

25.1. Төвәндики чекитләр $y = 3x^2$ функциясиниң графигиға тәәллуқму:
1) $A(1; 3)$; 2) $B(0,5; 0,75)$; 3) $C(-2; 8)$;
4) $M(-4; 48)$; 5) $P(-1; 3,5)$; 6) $K(\pi; 3\pi^2)$?

25.2. $y = -3x^2$ функциясиниң графигини селиңлар. График бойичә функцияниң өсүш вә кемиш арилиқлирини йезиңлар.

25.3. 1) $y = 4x^2$ вә $y = \frac{1}{4}x^2$; 2) $y = -x^2$ вә $y = \frac{1}{3}x^2$;

3) $y = 2x^2$ вә $y = 5x^2$ функциялириниң графиклирини бир координатилиқ тәкшиликтә селиңлар.

25.4. $y = 0,4x^2$ функцияси графигиниң ярдими билән берилгән ипадиләрниң мәналирини селиштуруңлар:
1) $0,4 \cdot 3^4$ вә $0,4 \cdot 4^4$; 2) $0,4(-2)^2$ вә $0,4(-3)^2$.

B

25.5. Төвәндики тәңлимиләр томурлириниң санини графиклиқ усул билән тепиңлар:
1) $x^2 + 4 = 0$; 2) $4x^2 - 3 = 5$;
3) $5 - 0,4x^2 = 2$; 4) $-2^3 + 3^2x^2 = 4$.

25.6. $y = 3x^2$ вә $y = 5 - 2x$ функциялириниң графиклири кийилишамду?

25.7. Графиклиқ усул билән $2x^2 = 3x + 1$ тәңлимиси томурлириниң йеқинлашқан мәналирини тепиңлар.

25.8. 1) [1; 4]; 2) [−4; −2]; 3) [0; 14] арилиқлирида $y = -\frac{1}{3}x^2$ функцияси өсидиған (кемийдиған) функцияму?

C

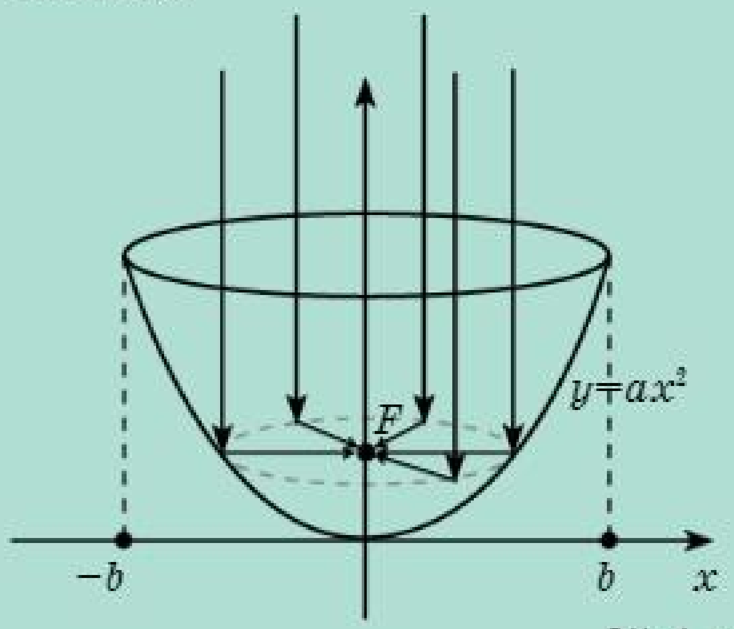
25.9. а) 1) [0; 5]; 2) [−1; 2]; 3) [−5; −4]; 4) [0,4; 2,6] арилиқлиридики $y = 5x^2$ функциясиниң әң чоң, әң кичик мәналирини тепиңлар.
ә) 1) [−2; 0]; 2) [−3; 3]; 3) [−5; −4]; 4) [0; 6] арилиқлиридики $y = -0,5x^2$ функциясиниң әң чоң вә әң кичик мәналирини тепиңлар.

25.10. $y = ax^2$ вә $y = ax - 5$ функциялириниң графиклири кийилишамду?

Хәвәрлимә тәйярлаңлар

25.11. “Парабола” термини қандақ пәйда болған?

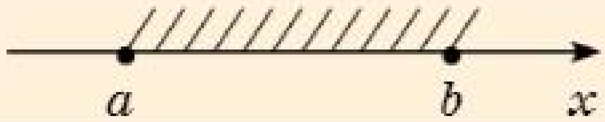
25.12. 25.4-сүрәттә парабола хусусийәтлириниң әмәлиятта қоллинишиши көрситилгән. Уни сүрәттә тәсвирләнгән параболоидни салғанда қоллиниду. Параболоид қандақ селиниду вә қайси йәрдә қоллинилиду?



25.4-сүрәт

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

25.13. Мувапиқлиқни тепиңлар:

Сан арилиғи	Тәсвири, бәлгүлиниши
1) очуқ санлиқ шола	A.  $[a;\ b)$
2) санлиқ түз	B.  $(a;\ b)$
3) санлиқ шола	C.  $(a;\ +\infty)$
4) санлиқ интервал	D.  $(-\infty;\ b]$
5) санлиқ йерим интервал	E.  $(-\infty;\ +\infty)$
	F.  $[a;\ b]$

§ 26. $y = ax^3$ ФУНКЦИЯСИ, УНИҢ ХУСУСИЙӘТЛИРИ ВӘ ГРАФИГИ

$y = ax^3$ ($a \neq 0$) функциясиниң қандақ хусусийәтлири бар вә униң графиги қандақ селиниду?

$y = ax^3$ ($a \neq 0$) функциясиниң хусусийәтлирини қараштурайли.

1) Немә сәвәптин $y = ax^3$ функциясиниң ениқлиниш саһаси санлар оқидики санларниң жиғиндиси болиду?

Бәлгүлиниши: $D(y) = (-\infty; +\infty)$ яки $D(ax^3) = (-\infty; +\infty)$, $D(y) = R$ яки $D(ax^3) = R$.

2) $y = ax^3$ функциясиниң мәналириниң жиғиндисини тапайли.

Әгәр a иҗабий сан ($a > 0$) болса вә x өзгәрмиси сәлбий мәналар қобул қилса, у чағда $y = ax^3$ функцияси мәналириниң жиғиндиси $(-\infty; 0)$ очуқ санлар шолиси болиду;

x өзгәрмиси иҗабий мәналар қобул қилса, $y = ax^3$ функциясиниң мәналириниң жиғиндиси $(0; +\infty)$ очуқ санлар шолиси болиду;

x өзгәрмисиниң мәнаси нөлгә тәң болса, $y = ax^3$ функцияси мәналириниң жиғиндиси нөл сани болиду.

Демәк, $a > 0$ болғанда $y = ax^3$ функцияси мәналириниң жиғиндиси $(-\infty; +\infty)$ санлар оқини тәшкил қилиду.

Чүшәндүрүңлар

Немә сәвәптин $a < 0$ болғанда $y = ax^3$ функциясиниң мәналириниң жиғиндиси $(-\infty; +\infty)$ санлар оқи болиду?

$y = ax^3$ ($a \neq 0$) функциясиниң мәналириниң жиғиндиси $(-\infty; +\infty)$ санлар оқи болиду.

Бәлгүлиниши: $E(y) = (-\infty; +\infty)$ яки $E(ax^3) = (-\infty; +\infty)$, $E(y) = R$, яки $E(ax^3) = R$.

$y = ax^3$ функциясиниң биринчи вә иккинчи хусусийәтлиридин монулар келип чиқиду:

- $a > 0$ болғанда функцияниң графиги I вә III координатилиқ чарәкләрдә;
- $a < 0$ болғанда II вә IV чарәкләрдә җайлашқан.

3) Функция тамғисиниң турақлиқ арилиқлирини тапимиз.

$y = ax^3$ функциясиниң биринчи вә иккинчи хусусийәтлиридин монулар келип чиқиду:

функция $a > 0$ болғанда $(0; +\infty)$ арилиғида иҗабий мәналарни, $(-\infty; 0)$ арилиғида сәлбий мәналарни;

$a < 0$ болидиғанда $(-\infty; 0)$ арилиғида иҗабий мәналарни, $(0; +\infty)$ арилиғида сәлбий мәналарни қобул қилиду;

4) Функцияниң мәналирини тапайли. $x = 0$ болғанда $y = ax^3$ функциясиниң мәнаси нөлгә тәң.

Һәқиқәтән, $y = 0$ болғанда $ax^3 = 0$, $a \neq 0$ болғанлиқтин, $x^3 = 0$ яки $x \cdot x \cdot x = 0$. Көпәйткүчлириниң әң болмиғанда бири нөлгә тәң болған көпәйтиндә нөлгә тәң. Демәк $x = 0$.

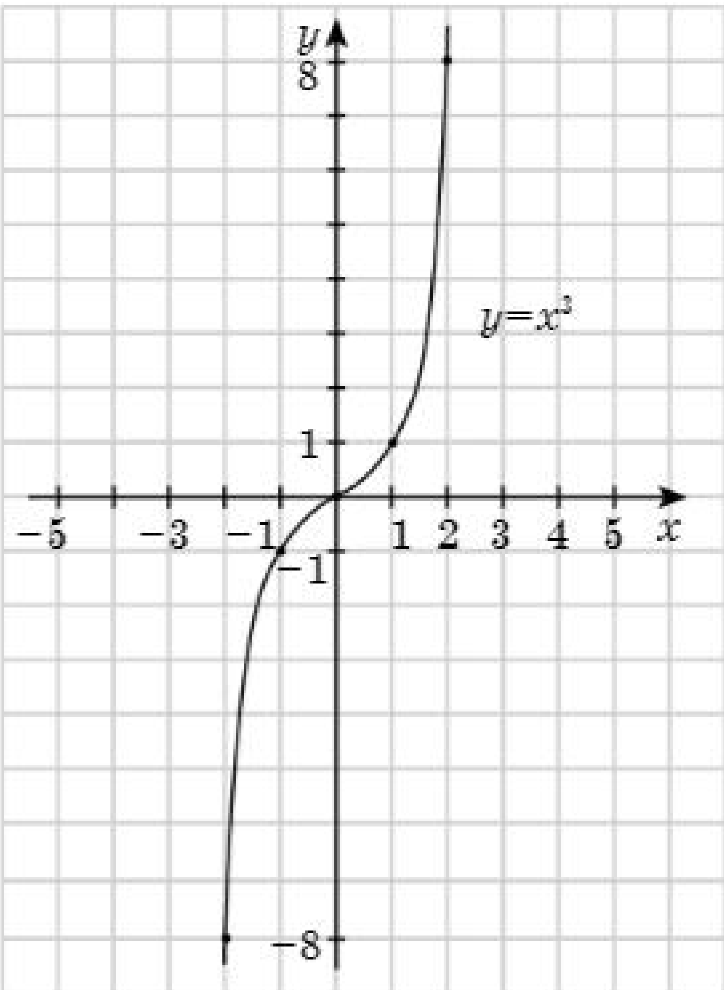
$y = x^3$ вә $y = -x^3$ функциялириниң графиклирини селиш үчүн 26.1-җәдвәлни қурумиз:

26.1-җәдвәл

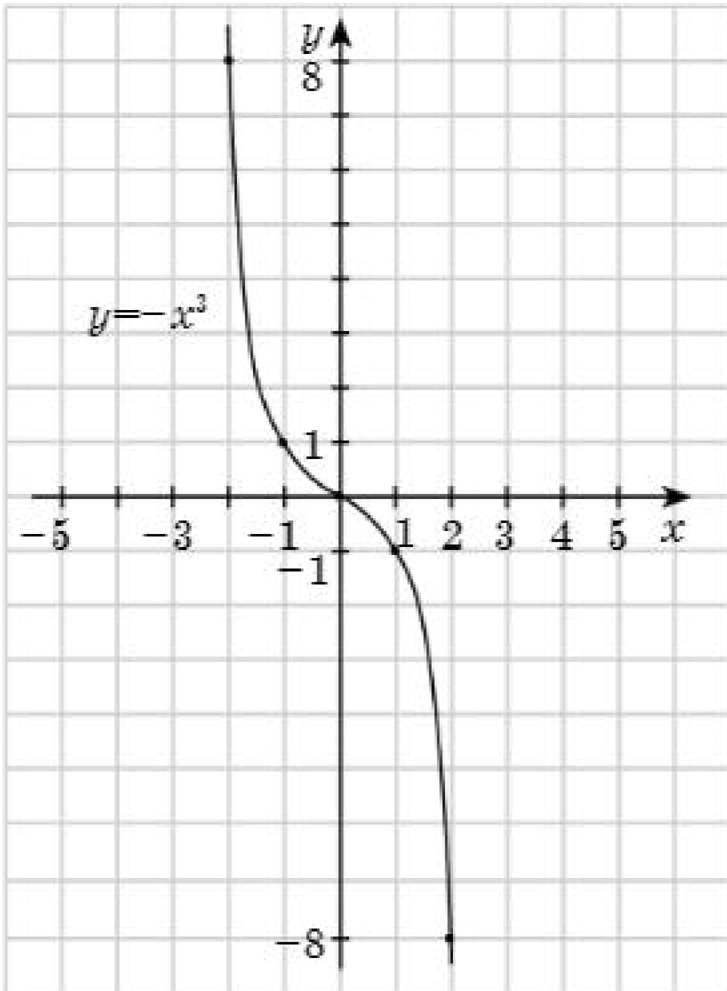
x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = x^3$	-8	-1	$-\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$	1	8
$y = -x^3$	8	1	$\frac{1}{8}$	0	$-\frac{1}{8}$	-1	-8

Әгәр $y = x^3$ яки $y = -x^3$ функциялириниң графиклирида ятидиған башқа чекитләрни салидиған болсақ, улар җәдвәлниң ярдими билән селинған чекитләрни бир хил қошқанда чиқидиған сизиқниң бойида җайлишидиғанлиғини көрүмиз.

$y = x^3$, $y = -x^3$ функциялириниң графиги ***кублиқ парабола*** дәп атилиду (26.1, 26.2-сүрәтләр).



26.1-сүрәт



26.2-сүрәт

$y = 2x^3$ вә $y = -2x^3$ функциялириниң графиклирини селиш үчүн 26.2-җәдвәлни қурумиз:

26.2-җәдвәл

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = 2x^3$	-16	-2	$-\frac{1}{4}$	0	$\frac{1}{4}$	2	16
$y = -2x^3$	16	2	$\frac{1}{4}$	0	$-\frac{1}{4}$	-2	-16

26.3-җәдвәлни толтуруңлар. Аргументниң бирдәк мәналирида функцияләрниң мувапиқ мәналирини селиштуруңлар: 1) $y = 2x^3$ вә $y = x^3$; 2) $y = x^3$ вә $y = \frac{1}{2}x^3$.

26.3-җәдвәл

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	-0	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$y = 2x^3$									
$y = x^3$									
$y = \frac{1}{2}x^3$									

$y = x^3$, $y = \frac{1}{2}x^3$ вә $y = 2x^3$ функциялириниң графиклири *кублиқ парабола* дәп атилиду.

"$y = x^3$ функциясиниң графиги болидиған кублиқ параболини қуруш" ибарисиниң орниға қисқичә "$y = x^3$ кублиқ параболини қуруш дәп ейтилиду.

$y = -\frac{1}{2}x^3$, $y = -x^3$ вә $y = -2x^3$ функциялириниң графиклири болидиған кублиқ параболиларни бир координатилиқ системиға селиңлар.

1. $y = x^3$ кублиқ параболисидин $y = -7x^3$; $y = \frac{1}{7}x^3$ кублиқ парабо лилирини қандақ елишқа болиду?
2. $y = 5x^3$ вә $y = -5x^3$ кублиқ параболилири бир-биригә нисбәтән қандақ җайлашқан?

3. Немә сәвәптин координатиларниң башлиниш чекити $y = x^3$ түридики кублиқ параболиниң мәркәзлик симметрияси болидиғанлиғини чүшәндүрүңлар.
4. $y = 7x^3$; $y = -7x^3$ параболилири қайси координатилиқ чарәкләрдә жайлашқан?

Көнүкмиләр

A

26.1. Берилгән чекитләр $y = x^3$ функциясиниң графигиға тәәллуқму:
1) $A(2; 16)$; 2) $B(-1; -1)$;
3) $C(3; 54)$; 4) $D(-2; -8)$;
5) $M(-0,2; -0,008)$; 6) $R(-3; 27)$;
7) $P(0,3; 1,27)$; 8) $X(-5; -125)$?

26.2. $y = 0,5x^3$ функциясиниң графигини селиңлар. Графиктин:
1) $x = -1,25; -0,75; 2,5; 4$ мәналириға мувапиқ y ниң;
2) $y = -3; -1; 4; 4,8$ мәналириға мувапиқ x ниң мәналирини тепиңлар.

26.3. Берилгән функцияләрниң графиклирини бир координатилиқ тәкшиликтә селиңлар:

1) $y = x^3$, $y = 5x^3$, $y = \frac{1}{4}x^3$, $y = 4x^3$;

2) $y = -5x^3$, $y = -\frac{1}{4}x^3$; $y = -4x^3$; $y = -\frac{1}{2}x^3$.

B

26.4. $y = x^3$ функцияси графигиниң ярдими билән берилгән санларни селиштуруңлар:
1) $(-3)^3$ вә $(-2)^3$; 2) $(-1,2)^3$ вә $0,2^3$;
3) $4,4^3$ вә $5,02^3$; 4) 0 вә $(-2)^3$.

26.5. Берилгән тәңлимиләрниң томурлири барму:
1) $x^3 = 2x + 1$; 2) $2x^3 = -3x$;
3) $0,4x + 2 = x^3$; 4) $-1,2x - 1 = x^3$?

26.6. Тәңлимиләрни йешиңлар:
1) $x^3 = -8$; 2) $x^3 = 125$;
3) $2x^3 = -54$; 4) $-0,5x^3 = -4$.

26.7. $y = -0{,}4x^3$ вә $y = -0{,}3x + 5$ функциялириниң графиклири қийилишамду?

26.8. 1) $-0{,}3x^3 = -4$; 2) $-0{,}3x^3 = 5$; 3) $-0{,}3x^3 = 1{,}4$ тәңлимилириниң томурлириниң йеқинлашқан мәналирини графиклиқ усул билән тепиңлар.

C

26.9. 1) $a = 3$, $b = 2$; 2) $a = -3$, $b = 0{,}2$; 3) $a = 0{,}2$, $b = -0{,}2$; 4) $a = -4$, $b = -2$ болса, у чағда $y = ax^2$ вә $y = bx^3$ функциялири графиклириниң қийилишиш чекитлири боламду?

26.10. $y = 2x^3$ функциясиниң 1) $[-2; 5]$; 2) $[-1; -0{,}5]$; 3) $[-3; 3{,}5]$ арилиқлиридики әң чоң вә әң кичик мәналирини тепиңлар.

26.11*. 1) $\dfrac{y - x^2}{x - 3} = 0$; 2) $\dfrac{2y - x^2}{4 - x^2} = 0$; 3) $\dfrac{y - x^2}{x - 3} = 0$; 4) $\dfrac{y - 0{,}25x^2}{4 - y} = 0$

тәңлимилириниң графиклирини селиңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

26.12. $y = -3x$; $y = 2x - 1$; $y = 3 - \dfrac{x}{3}$; $y = 0{,}5x + 1$ функциялириниң қайсиси 1) өсидиған; 2) кемийдиған функция?

26.13. 1) $y = -0{,}2x^2$; 2) $y = 5x^2$; 3) $y = -2x^3$ функциясиниң графиги қайси чарәкләрдә жайлашқан?

§ 27. $y = \frac{k}{x}$ $(k \neq 0)$ ФУНКЦИЯСИ, УНИҢ ХУСУСИЙӘТЛИРИ ВӘ ГРАФИГИ

$y = \frac{k}{x}(k \neq 0)$ функциясиниң қандақ хусусийәтлири бар вә униң графигини қандақ селишқа болиду?

$y = \frac{k}{x}$ $(k \neq 0)$ функциясиниң хусусийәтлирини караштурайли.

1) $y = \frac{k}{x}$ $(k \neq 0)$ функциясиниң ениқлиниш саһаси нөлдин башқа барлиқ санлар жиғиндиси болиду, йәни $(-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$.

Бәлгүлиниши: $D\ (y) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$ яки $D\ (\frac{k}{x},\ (k \neq 0)) = (-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$;

2) $y = \frac{k}{x}$ функцияси мәналириниң жиғиндисини тапайли.

Әгәр k ижабий $(k > 0)$ сан болса, x өзгәрмиси сәлбий мәналар қобул қилса, у чағда $y = \frac{k}{x}$ функцияси мәналириниң жиғиндиси $(-\infty;\ 0)$ арилиғи болиду;

x өзгәрмиси ижабий мәналар қобул қилса, у чағда $y = \frac{k}{x}$ функцияси мәналириниң жиғиндиси $(0;\ +\infty)$ арилиғи болиду;

x өзгәрмиси нөл мәнасини қобул қилса, у чағда $y = \frac{k}{x}$ функциясиниң маһийити йоқ.

Демәк, $k > 0$ болғанда $y = \frac{k}{x}$ функцияси мәналириниң жиғиндиси $(-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$ санлар арилиғи болиду.

Чүшәндүрүңлар

Немә сәвәптин $k<0$ болғанда $y = \frac{k}{x}$ функцияси мәналириниң жиғиндиси $(-\infty;\ 0) \cup (0;\ +\infty)$ санлар арилиғи болиду?

$y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ функцияси мәналириниң жиғиндиси $(-\infty; 0) \cup \cup (0; +\infty)$ санлар арилиғи болиду.

Бәлгүлиниши: $E(y) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ яки

$$E\left(\frac{k}{x}\right) = (-\infty; 0) \cup (0; +\infty).$$

$y = \frac{k}{x}$ функциясиниң биринчи вә иккинчи хусусийәтлиридин монулар келип чиқиду:

- $k > 0$ болғанда функцияниң графиги I вә III координатилиқ чарәкләрдә,
- $k < 0$ болғанда II вә IV координатилиқ чарәкләрдә җайлишиду.

3) Функцияниң тамғисиниң турақлиқ болидиған ариліқлирини тапайли.

$y = \frac{k}{x}$ функциясиниң биринчи вә иккинчи хусусийәтлиридин монулар чиқиду:

- $k > 0$ болғанда функция $(0; +\infty)$ арилиғида иҗабий мәналар, $(-\infty; 0)$ арилиғида сәлбий мәналар;
- $k < 0$ болғанда функция $(-\infty; 0)$ арилиғида иҗабий мәналар, $(0; +\infty)$ арилиғида сәлбий мәналар қобул қилиду.

4) Функцияниң нөллирини тапимиз.

Чүшәндүрүңлар

Немә сәвәптин $y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ функциясиниң мәнаси нөлгә тәң болалмайду?

$y = \frac{k}{x} (k \neq 0)$ функцияси нөлгә тәң әмәс. Бу функцияниң графиги Ox оқини кийип өтмәйдиғанлиғини көрситиду.

5) Функцияниң өсидиған вә кемийдиған арилиқлирини тапайли

$x_1 > x_2$ болсун. y_1 билән y_2 ни селиштуримиз. Униң үчүн $y_1 - y_2$ айримисиниң мәнасини тапимиз. $y = \frac{k}{x}$ функциясиниң формулисини қоллинип, $y_1 - y_2 = \frac{k}{x_1} - \frac{k}{x_2}$ ни алимиз. k умумий көпәйткүчни скобка сиртиға чиқиримиз:

$$\frac{k}{x_1} - \frac{k}{x_2} = k \cdot \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right).$$

Кәсирләрни умумий мәхрәжгә кәлтүрсәк, $k \cdot \left(\frac{1}{x_1} - \frac{1}{x_2}\right) = k \cdot \left(\frac{x_2 - x_1}{x_1 \cdot x_2}\right)$ чиқиду. a иҗабий вә сәлбий мәналар қобул лиши мүмкин, ундақ болса а) $k < 0$, ә) $k > 0$ болидиған икки һаләтни қараштуримиз. $x_1 > x_2$ екәнлигини һесапқа алсақ, $x_1 - x_2 > 0$ яки $x_2 - x_1 < 0$. У чағда $k \cdot \left(\frac{x_2 - x_1}{x_1 \cdot x_2}\right)$ көпәйтиндисидики кәсирниң сүрити сәлбий мәналар, мәхрижи болса иҗабий мәналар қобул қилиду. Чүнки мошу арилиқларниң һәр қайсида $x_1 > x_2 > 0$ вә $x_2 < x_1 < 0$ болғанда, сәлбий санларниңму, иҗабий санларниңму көпәйтиндисиниң мәнаси иҗабий сан болиду. Шу сәвәптин, әгәр:

а) $k < 0$ болса, у чағда $y_1 - y_2 = k \cdot \left(\frac{x_2 - x_1}{x_1 \cdot x_2}\right) > 0$ болиду. Демәк, униң ениқлиниш саһасидин елинған x өзгәрмисиниң барлиқ мәналирида, йәни $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ санлар арилиғида $y = \frac{k}{x}$ $(k \neq 0)$ функцияси өсиду, чүнки x аргументиниң чоң мәнасиға y функциясиниң чоң мәнаси мувапиқ келиду.

ә) $k > 0$ болса, у чағда $y_1 - y_2 = k \cdot \left(\frac{x_2 - x_1}{x_1 \cdot x_2}\right) < 0$. Демәк, униң ениқлиниш саһасидин елинған барлиқ мәналирида, йәни $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$ санлар арилиғида $y = \frac{k}{x}$ $(k \neq 0)$ функцияси кемийдиған функция, чүнки мошу арилиқларниң һәр қайсида x аргументиниң чоң мәнасиға y функциясиниң кичик мәнаси мувапиқ келиду.

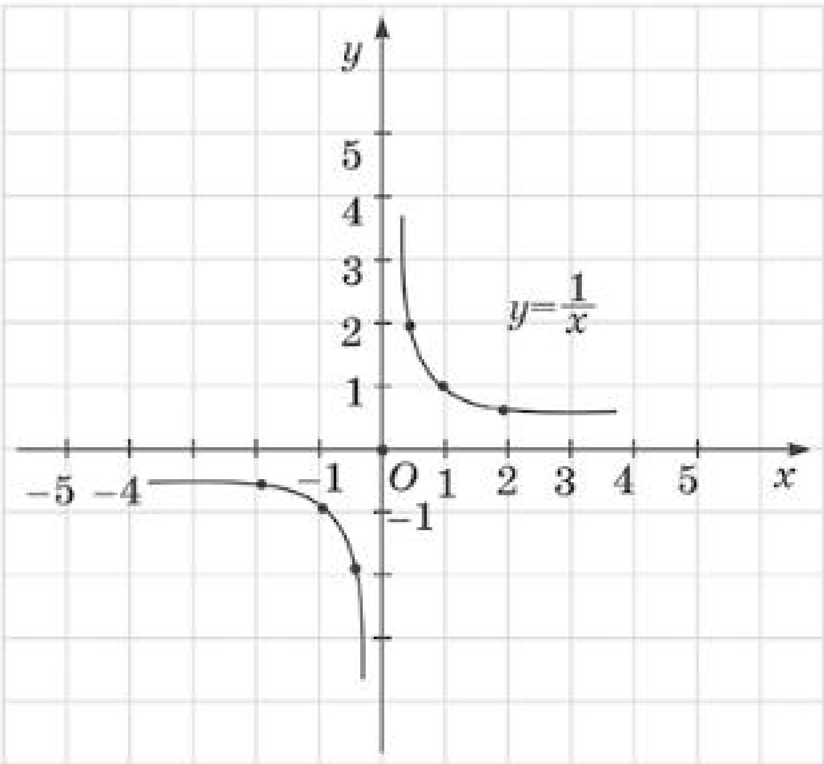
$y = \frac{1}{x}$ вә $y = -\frac{1}{x}$ функциялириниң графиклирини селиш үчүн 27.1-җәдвәлни қурумиз:

Әгәр $y = \frac{1}{x}$ яки $y = -\frac{1}{x}$ функциялириниң графиклирида ятидиған башқа чекитләрни салидиған болсақ, уларниң 27.1-җәдвәлниң ярдими билән елинған чекитләрни бир хил қошқанда чиқидиған сизиқниң бойида җайлишидиғанлиғини көрүмиз (27.1, 27.2-сүрәт).

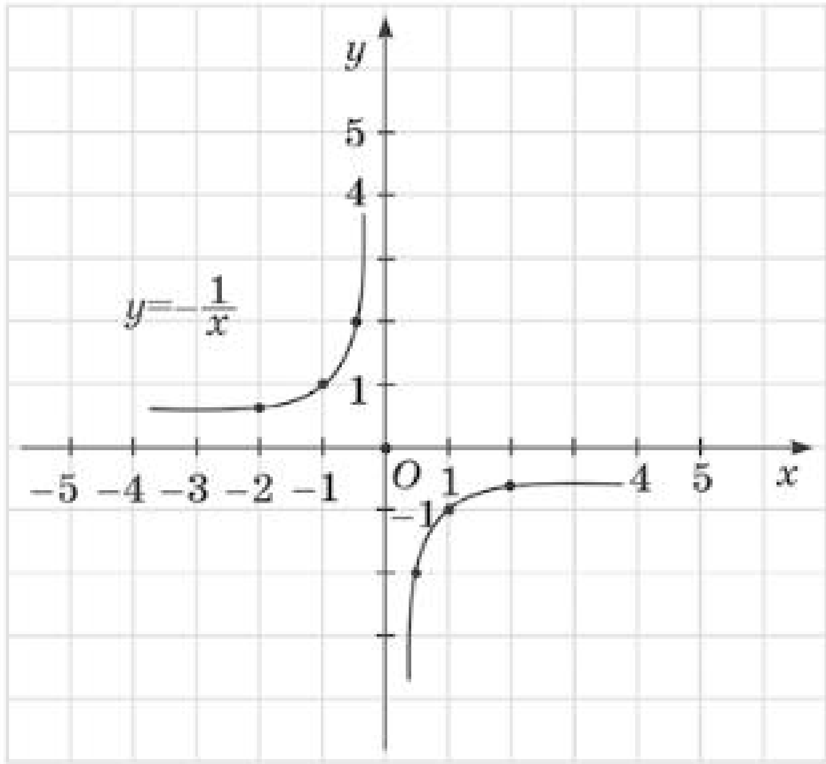
27.1-*җәдвәл*

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = \frac{1}{x}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-2	мәнаси болмайду	2	1	$\frac{1}{2}$
$y = -\frac{1}{x}$	$\frac{1}{2}$	1	2	мәнаси болмайду	-2	-1	$-\frac{1}{2}$

Функцияниң графиги ***гипербола*** дәп атилиду (27.1, 27.2-сүрәтләр).



27.1-сүрәт



27.2-сүрәт

27.2-җәдвәлни толтуруңлар. Аргументниң бирдәк мәналиридә функ цияләрниң мувапиқ мәналирини селиштуруңлар: 1) $y = \frac{2}{x}$ вә $y = \frac{1}{x}$; 2) $y = \frac{1}{2x}$ вә $y = \frac{1}{x}$.

27.2-*җәдвәл*

x	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$y = \frac{2}{x}$									
$y = \frac{1}{x}$									
$y = \frac{1}{2x}$									

$y = \frac{1}{x}$, $y = \frac{2}{x}$ вә $y = \frac{1}{2x}$ функциялириниң барлиғининң графиклири *гипербола* дәп атилиду.

"$y = \frac{1}{x}$ функциясиниң графиги болидиған гиперболини селиш" ибарисиниң орниға, қисқичә "$y = \frac{1}{x}$ гиперболисини селиш" дәп ейтиду.

$y = -\frac{1}{x}$, $y = -\frac{1}{2x}$ вә $y = -\frac{2}{x}$ функциялириниң графиклири болидиған гиперболиларни бир координатилар тәкшилигидә селиңлар.

1. $y = \frac{1}{x}$ гиперболисидин пайдилинип, $y = -7 \cdot \frac{1}{x}$; $y = \frac{1}{7} \cdot \frac{1}{x}$ гиперболилирини қандақ селишқа болиду?
2. $y = \frac{k}{x}$ вә $y = -\frac{k}{x}$ гиперболилири бир-биригә нисбәтән қандақ жайлашқан?
3. Немә сәвәптин координатиларниң башлиниш чекити $y = \frac{k}{x}$ түридики гиперболиниң мәркәзлик симметрия чекити болидиғанли ғини чүшәндүрүңлар.
4. $y = \frac{11}{x}$; $y = -\frac{11}{x}$ гиперболилири қайси координатилиқ чарәкләрдә жайлашқан?

Көнүкмиләр

А

27.1. Берилгән чекитләр $y = \frac{1}{x}$ функциясиниң графигиға тәәллуқму:

1) $A(2;\ 0,5)$; 2) $B(-3;\ 4,3)$; 3) $C(-10;-0,1)$; 4) $M(-0,2;\ -5)$?

27.2. $y = \frac{3}{x}$ функциясиниң графигини селиңлар. График бойичә

1) $x = -3; -0,6; 5; 30$ мәналириға мувапиқ функция мәналирини;
2) $y = -2; -1,5; 0,5;\ 2,5; 4$ мәналириға мувапиқ аргументниң мәналирини ениқлаңлар;

3) Әгәр $y = f(x)$ болса, у чағда монуларни тепиңлар: $f(0,5)+f(3)$; $f(1) - f(-1,5)$; $f(2) - 2f(3)$; $f(-0,3) + 3f(1,5)$.

27.3. $y = \frac{2}{x}$; $y = \frac{4}{x}$; $y = -\frac{2}{x}$; $y = -\frac{4}{x}$; $y = \frac{0,5}{x}$ функциялиринин графиклирини бир координатилик тәкшиликтә селиңлар.

27.4. Функция $y = -\frac{5}{x}$ формулиси билән берилгән. 27.3-җәдвәлни толтуруңлар.

27.3-җәдвәл

x	-5	-2	-1	1	2	5
y						

B

27.5. 1) $-\frac{5}{x} = 3x + 2$; 2) $-\frac{2,5}{x} = 5$; 3) $\frac{4}{x} = -x$; 4) $\frac{6}{x} = 4x - 3$ тәңлимилирниң томурлири барму?

27.6. 1) $4 = -\frac{2}{x}$; 2) $3 = \frac{4}{x}$; 3) $x = -\frac{2}{x}$; 4) $2x = -\frac{5}{x}$;

5) $x^3 = \frac{1}{x}$; 6) $x^3 = -x^2$; 7) $x^2 = x + 2$; 8) $0,25x^2 = \frac{2}{x}$

тәңлимилирини графиклиқ усул билән йешиңлар.

27.7. 1) $y = -x + 3$; 2) $y = 2x$; 3) $y = x + 1$; 4) $y = -3x - 3,5$;

5) $y = -x^2$; 6) $y = -0,5 \cdot x^3$; 7) $y = \frac{1}{3}x^2$; 8) $y = |x|$

функциялиринин графиклири билән $f(x) = -\frac{5}{x}$ функциясиниң графиги қийилишамду?

C

27.8*. $y = \frac{4}{x}$ вә $y = ax + b$ функциялиринин графиклири:

1) пәқәт бир чекиттә; 2) пәқәт икки чекиттә; 3) үч чекиттә қийилишиши мүмкинму?

27.9. 1) $y = \frac{2}{|x|}$; 2) $y = -\frac{2}{|x|}$; 3) $y = -\frac{1}{|-x|}$; 4) $y = \frac{-0,2}{|x|}$

функциялиринин графигини селиңлар.

27.10*. $f(x) = \dfrac{2}{|x|}$ функциясининң 1) [2,4; 5]; 2) [−2,4; −1]; 3) [−3,5; −0,5]; 4) [4; 12] арилиқлиридики әң чоң вә әң кичик мәналирини тепиңлар.

27.11. $y = \dfrac{k}{x}$ функциясининң графиги $M(-4;\ 2)$ чекити арқилиқ өтиду. Мошу функцияниң графиги 1) $A(-1;\ 8)$; 2) $B\ (3;\ -9)$; 3) $C\ (0{,}5;\ -16)$; 4) $K\ \left(-3;\ 2\dfrac{2}{3}\right)$ чекитлири арқилиқ өтәмду?

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

27.12. Дүкандики “балилар оюнчуқлири” бөлүмидә оюнчуқларниң баһалири келәси тизмини бериду:
480 тг, 780 тг, 250 тг, 420 тг; 420 тг; 180 тг, 250 тг; 480 тг, 480 тг, 680 тг, 250 тг, 380 тг, 540 тг, 125 тг, 430 тг, 450 тг, 380 тг, 680 тг, 990 тг, 410 тг; 690 тг, 450 тг, 360 тг, 1200 тг, 850 тг, 800 тг; 150 тг, 250 тг.
1) Баһаси 300 тг-дин 700 тг-гичә болидиған қанчә оюнчуқ бар?
2) Баһаси 600 тг-дин артуқ болидиған оюнчуқлар сани қанчә?
3) Баһаси 600 тг-дин ашмайдиған қанчә оюнчуқ бар?

27.13. Һава температуриси келәси тизма билән берилгән:
$-12^\circ C$; $-\ 10^\circ C$; $-9^\circ C$; $-12^\circ C$; $-11^\circ C$;$-10^\circ C$; $-9^\circ C$; $-8^\circ C$; $-9^\circ C$; $-12^\circ C$; $-11^\circ C$; $-10^\circ C$; $-10^\circ C$; $-9^\circ C$; $-8^\circ C$.
Бу тизмини 1) кемиш рети билән;
2) өсүш рети билән йезиңлар.

ӨЗӘҢЛАРНИ ТӘКШҮРҮҢЛАР!

1. $y = 2x^2$ функциясиниң графигиға тәәллуқ әмәс чекитни ениқлаңлар.
A. (0; 0); B. (1; 2); C. (−1; 2); D. (−1; −2).
2. $y = -3x^3$ функциясиниң $x = -2$ болғандики мәнасини тепиңлар.
A. −24; B. 18; C. 24; D. −18.
3. $y = ax^2$ функциясиниң $x = -3$ болғандики мәнаси −9 ға тәң. a ниң мәнасини ениқлаңлар.
A. 1; B. −1; C. $\frac{1}{3}$; D. $-\frac{1}{3}$.
4. $y = -\frac{5}{x}$ функциясиниң графигиға тәәллуқ әмәс чекитни ениқлаңлар.
A. (1; 5); B. (−2; 10); C. $\left(\frac{1}{5};-25\right)$; D. (2; 2,5).
5. $y = -\frac{14}{x}$ функциясиниң мәнаси өсидиған x ниң барлиқ мәналирини көрситиңлар.
A. $(0; +\infty)$; B. $(-\infty; 0)$; C. R; D. $(-\infty; 0)$ вә $(0; +\infty)$.
6. Графиги A(−2; −4,5) чекити арқилиқ өтидиған әкси пропорционаллиқни формула билән ипадиләңлар.
A. $y = -\frac{9}{x}$; B. $y = \frac{9}{x}$; C. $y = -\frac{14}{x}$; D. $y = -\frac{2}{9x}$.
7. $y = \frac{20}{x}$ функциясиниң мәнаси иҗабий болидиған x ниң барлиқ мәналирини көрситиңлар.
A. $(0; +\infty)$; B. $(-\infty; 0)$; C. R; D. $(-\infty; 0)\cup(0; +\infty)$.
8. $y = x^2$ вә $y = x^3$ функциялириниң графиклири қанчә чекиттә кесилишиду?
A. Икки чекиттә; B. Бир чекиттә.
C. Умумий чекитлири йоқ. D. Чәксиз чекиттә.
9. Чекитләрниң қайсиси $y = -x^3$ функциясиниң графигиға тәәллуқ болиду?
A. (1; 1), (−1; −1); B. (1; −1), (−1; −1);
C. (−1; 1), (1; −1); D. (1; 1), (0; 0).
10. $y = 3x^3$ вә $y = \frac{3}{x}$ функциялириниң графиклири қанчә чекиттә кесилишиду?
A. Умумий чекитлири йоқ. B. Бир чекиттә.
C. Икки чекиттә. D. Үч чекиттә.

4-БАП

СТАТИСТИКА ЭЛЕМЕНТЛИРИ

Математикилиқ статистика — илмий вә әмәлий хуласиләр бәрпа қилиш үчүн байқаш нәтижилирини системилаш (җүсүнләш), қайта ишләш вә тәтқиқ қилишниң математикилиқ усуллириға беғишланған математикиниң бир бөлүми.

§ 28. ВАРИАЦИЯЛИК ҚАТАР

Баш топлам, тәсадипи топлаш, вариациялик қатар, варианта дегинимиз немә?

Илимда, әмәлиятта хуласиләр, умумлаштурушлар, мәлуматлар асасланғандила маһийәткә егә болиду.

Һәр қандақ тәтқиқ мәлуматларни, байқаш нәтиҗилирини жиғиштуруштин башлиниду. У мәлуматлар үстидә ишләш вә системилашта статистикилиқ чүшәнчиләр ярдәм бериду. Атап ейтқанда баш топлам, тәсадипи таллаш, вариациялик қатар, варианта.

Ениқлима. Тәтқиқ қилиниши һаҗәт болған умумий сүпити бар объектлар һәм һадисиләр жиғиндисини *баш топлам* (генеральная совокупность) (инглизчә — *population*) дәп атайду.

Баш топлам тәтқиқатниң алға қойған мәхсәтлиригә бағлинишлиқ. Мәсилән, дәрәқниң йопурмақлириниң өлчәмлирини тәтқиқ қилиш һаҗәт болса, у чағда баш топлам ретидә дәрәқ йопурмақлириниң топлими елиниду; күз айлиридики һава температурисини тәтқиқ қилғанда баш топлам күз айлирида байқап өлчәнгән һава температурисиниң көрсәткүчлири болиду; йәттинчи синипоқуғучилириниң бойиниң егизлигини тәтқиқ қилғанда баш топлам сүпитидә мошу яштики барлиқ балиларниң бойиниң егизликлириниң көрсәткүчлири елиниду.

Баш топлам қандақ объектилардин тәркип тепиши мүмкин?

Баш топлам элементлири һәр қандақ объектлар болуши мүмкин: маддилар, адәмләр, тәбиәт һадисилири вә ш.о.

Ениқлима. Әгәр баш топламдин бәзи бир элементлири (объектлири) халиғанчә тәртиптә таллап елинса,у чағда елинған топлам **тәсадипи талланма** дәп атилиду.

Мәсилән, 13 яштики балилар бойиниң егизлигини тәтқиқ қилғанда тәсадипи талланма өзәңлар оқуватқан мәктәпниң 13 яштики балилири болиду (28.1-сүрәт).

Баш топлам — 13 яштики барлиқ балилар

Тәсадипи талланма — баш топламдин талланған 13 яштики балилар

28.1-сүрәт

Ениқлима. Объектлар топлиминиң өсмәйдиған яки кемимәйдиған рети бойичә жайлаштурилиши ***вариациялик қатар*** дәп атилиду.

1. –3°C, 0°, –3°C, –6°C, –7°C, –12°C, –11°C, 0°C, 0°C, –7°C, –9°C, –10°C, –12°C, –10° C тизмисида 5 вә 18 ноябрь арилиғидики һава температуриси йезилған. Бу тизма немә сәвәптин вариациялик қатар әмәс?
2. Төвәндә берилгән тизмилар вариациялик қатар боламду:
–12°C, –12°C, –11°C, –10°C, –10°C, –9°C, –7°C, –7°, –6°C, –3°C, –3°C, 0°C, 0°C, 0°C;
0°C, 0°C, 0°C, –3°C, –3°C, –6°C, –7°C, –7°C, –9°C, –10°C, –10°C, –11°C, –12°C, –12°C?

Ениқлима. Вариациялик қатарниң һәр әзаси ***варианта*** дәп атилиду.

Байқашлар нәтижилирини қандақ болса шундақ рәт билән берилгән тизмиға қариғанда вариациялик қатарниң қандақ артуқчилиғи бар?

Вариациялик қатарниң ярдими билән қатарниң әң чоң вә әң кичик мәналирини, башқа мәналарға қариғанда тола учришидиған мәналарни вә ш.о. бирдин көрситишкә болиду. Лекин вариантиларниң сани наһайити көп болғанда елинған мәлуматларни көрситиш қолайлиқ әмәс.

1. Баш топлам билән тәсадипи талланмиға мисаллар кәлтүрүңлар.
2. 2003 вә 2009 жиллар арилиғидики Астана шәһириниң аһалисиниң саниниң көрсәткүчлирини беридиған 1 149 641, 1 175 208, 1 209 485, 1 247 896, 1 287 246, 1 324 739, 1 365 105 тизмиси вариациялик қатар боламду?

Көнүкмиләр

A

28.1. Берилгән тизмиларниң арисидин вариациялик қатарни атаңлар:
1) 1, 12, 13, 15, 16, 21, 22, 24, 26;
2) −17, −15, −13, −11, −10, −9, −8, −5, −4;
3) 111, 112, 113, 125, 126, 121, 122, 124, 126;
4) 101, 102, 103, 105, 216, 221, 222, 224, 326, 334, 339.

28.2. Тизим бойичә синипта 25 оқуғуси бар. Тизимға мувапиқ һәр бир балиниң егизлигини йезиңлар. Йезилған мәналар вариациялик қатар боламду? Җаваплириңларни чүшәндүрүңлар.

28.3. Астана шәһиридә 9-ноябрдин 19-ноябрғичә күндилик һава температурисиниң қатари берилгән: -2°C, -6°C, -2°C, -3°C, -13°C, -14°C, -10°C, -5°C, -3°C, -7°C. Бу қатар вариациялик қатар боламду? Җававини чүшәндүрүңлар.

28.4. 1, 1, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 6, 6, 6, 6, 6, 7, 7, 8, 9, 9, 11, 11, 12, 12 тизмиси вариациялик қатар боламду? Әң көп қайтилинидиған вариантини йезиңлар. Әң аз қайтилинидиған вариантини йезиңлар. Вариантиниң әң кичик вә әң чоң мәналирини йезиңлар.

B

28.5. Талланминиң баш топлимисини атаңлар (28.1-җәдвәл):

28.1-җәдвәл

Ейиқ	Бөрә	Түлкә	Тошқан	Җур	Булан	Қаван
60 кг	50 кг	5 кг	3, 5 кг	25 кг	45 кг	36 кг

28.1-җәдвәлни пайдилинип, җаниварлар массилириниң вариациялик қатарини йезиңлар.

28.6. Мәктәптә спорт билән шуғуллинидиған 7, 8-синиплириниң оқуғучилар саниниң баш топлимидин талланма топламға мисаллар кәлтүрүңлар (28.2-җәдвәл):

28.2-жәдвәл

Синип	Волейбол	Баскетбол	Үзүш	Йеник атлетика	Теннис	Футбол	Гимнастика	Челиш
7-синип								
8-синип								

1. Берилгән баш топламдин вариациялик қатар қураштуруңлар.
2. Вариантиниң әң кичик вә әң чоң мәналирини йезиңлар.

C

Хәвәрлимә тәйярлаңлар

28.7. Илимға “статистика” чүшәнчисини киргүзгән Готфрид Ахенвалл (1719—1772) һәққидә хәвәрлимә тәйярлаңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

28.8. 28.3-жәдвәлни толтуруңлар:

28.3-жәдвәл

x ниң мәнаси	-1	1			4	5		
$y = 2x - 1$				5				
$y = x^2$								49
$y = \frac{2}{x}$			1					

§ 29. АБСОЛЮТ ЧАПСАНЛИҚ ВӘ СЕЛИШТУРМА ЧАПСАНЛИҚ. ЧАПСАНЛИҚЛАР ЖӘДВИЛИ

Вариантиниң абсолют вә селиштурма чапсанлиқлирини қандақ һесаплашқа вә талланмини чапсанлиқ жәдвили түридә қандақ беришкә болиду?

$-12^{\circ}C$, $-12^{\circ}C$, $-11^{\circ}C$, $-10^{\circ}C$, $-10^{\circ}C$, $-9^{\circ}C$, $-7^{\circ}C$, $-7^{\circ}C$, $-6^{\circ}C$, $-3^{\circ}C$, $-3^{\circ}C$, $0^{\circ}C$, $0^{\circ}C$, $0^{\circ}C$ вариациялик қатарида бәзи бир вариантилар бир нәччә қетим қайтиланған. Мундақ һаләттә байқаш нәтижилирини 29.1-жәдвәл түридә бәргән қолайлиқ. Ундақ жәдвәлдә һәр хил вариантилар вә уларниң сани көрситилиду.

Ениқлима. Вариантиниң қанчә қетим байқалғинини көрситидиған сан вариантиниң абсолют чапсанлиғи дәп атилиду.

29.1-жәдвәл

Варианта	$-12^{\circ}C$	$-11^{\circ}C$	$-10^{\circ}C$	$-9^{\circ}C$	$-7^{\circ}C$	$-6^{\circ}C$	$-3^{\circ}C$	$0^{\circ}C$
Вариантиниң абсолют чапсанлиғи	2	1	2	1	2	1	2	3

Немә сәвәптин –7° вариантисиниң абсолют чапсанлиғи иккигә, 0° вариантисиниң абсолют чапсанлиғи үчкә тәң??

Қараштуруливатқан мисалда барлиғи болуп 14 байқаш бар. Әгәр вариантиниң абсолют чапсанлиғини байқашларниң умумий саниға бөлсә, у чағда вариантиниң селиштурма чапсанлиғини алимиз (29.2-жәдвәл).

29.2-жәдвәл

Варианта	$-12^{\circ}C$	$-11^{\circ}C$	$-10^{\circ}C$	$-9^{\circ}C$	$-7^{\circ}C$	$-6^{\circ}C$	$-3^{\circ}C$	$0^{\circ}C$
Вариантиниң абсолют чапсанлиғи	2	1	2	1	2	1	2	3
Вариантиниң селиштурма чапсанлиғи	$\frac{1}{7}\approx 0,14$	$\frac{1}{14}\approx 0,07$	$\frac{1}{7}\approx 0,14$	$\frac{1}{14}\approx 0,07$	$\frac{1}{7}\approx 0,14$	$\frac{1}{14}\approx 0,07$	$\frac{1}{7}\approx 0,14$	$\frac{3}{14}\approx 0,21$

Вариантиниң селиштурма чапсанлиғини бәзи һаләтләрдә паиз арқилиқ язиду.

Статистикилиқ мәлуматлар чапсанлиқ жәдвили арқилиқ берилди.

Жәдвәлдики мәлуматларниң кариму-каршиликқа елип кәлмәйдиғанлиғини қандақ тәкшүрүшкә болиду? Вариантиниң абсолют чапсанлиғиниң қошундисиниң мәнасини вә селиштурма чапсанлиғиниң қошундисиниң мәнасини һесаплаңлар. Хуласә чиқириңлар.

Чапсанлиқ жәдвилиниң хусусийәтлири:

1) вариантиниң абсолют чапсанлиғиниң қошундисиниң мәнаси байқашниң умумий саниға тәң;

2) селиштурма чапсанлиғиниң қошундисиниң мәнаси 1 гә тең.

1. Вариантиниң абсолют вә селиштурма чапсанлиғини тепиш үчүн қандақ мәлуматлар һажәт?
2. 20, 20, 30, 10, 10, 20, 30, 20, 30, 20 нәтижиләрни пайдилинип, вариантиның абсолют вә селиштурма чапсанлиғини тепиңлар.

Көнүкмиләр

А

29.1. 29.3-жәдвәлдә Шималий Қазақстан вилайитидики 2016-жилниң июль ейидики һава температурисиниң оттура мәналири берилгән.

29.3-*жәдвәл*

Варианталар	x	29°C	27°C	26°C	25°C	24°C	22°C	21°C	20°C
Вариантиниң абсолют чапсанлиғи	n	4	4	5	6	4	4	2	1
Вариантиниң селиштурма чапсанлиғи	W								

W селиштурма чапсанлиқни 0,01 гичә дәллик билән тепип, жәдвәлни толтуруңлар. Қайси варианта чапсан учришиду? Жәдвәлниң ярдими билән жавап беришкә болидиған соалларни қураштуруңлар.

29.2. 2 2 3 3 3 3 4 2 3 3 2 3 2 3 2 3 2 4 3 2 2 3 2 4 5 2 3 3 2 4 3 2 3 4 3 3 2 3 5 3 статистикилиқ қатарини пайдилинип, вариациялик қатар йезиңлар. Вариациялик қатарни қоллинип, “3”, “4” вариантилириниң абсолют вә селиштурма чапсанлиғини тепиңлар.

29.3. Синипдашлириңларниң алгебрадин, геометриядин, физикидин, қазақ тилидин алған чарәклик баһалири тоғрилиқ мәлуматлар жиғиңлар. Һәр мәлуматни вариациялик қатар түридә йезиңлар. Һәр бир пән бойичә әң аз, әң көп, әң кәң тариған баһаларни көрситиңлар.

B

29.4. Оқуғучилар арисида сөйүмлүк пәнни ениқлаш мәхситидә соалнамә жүргүзүңлар. Мошу соалнаминиң асасида мәктәптә оқутилидиған пәнләрниң рейтингисини ясаңлар. Бу рейтингниң оқуғучиларниң йешиға беқиндилиғи байқиламду?

29.5. Биринчи чарәктә математикидин 24 өй тапшурмиси берилгән.

1) Оқуғучи өй тапшурмисини сәккиз қетим “5” кә орунлиди. Чарәк давамида оқуғучиниң өй тапшурмисини “5” кә орунлишиниң абсолют чапсанлиғини тепиңлар.

2) Оқуғучи өй тапшурмисини он икки қетим “4” кә орунлиди. Чарәк давамида оқуғучиниң өй тапшурмисини “4” кә орунлишиниң абсолют чапсанлиғини тепиңлар.

3) Оқуғучи өй тапшурмисини он үч қетим “4” кә орунлиди. Чарәк давамида оқуғучиниң өй тапшурмисини “4” кә орунлишиниң абсолют чапсанлиғини тепиңлар.

C

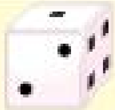
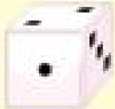
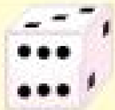
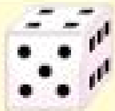
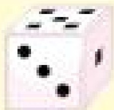
29.6. Оюн кубигини ташлаш бойичә тәжрибини 30 қетим қайтилаңлар.

1. Тәжрибә нәтижисидә чүшкән пайларни 29.4-жәдвәлгә йезиңлар.

2. Һәр пайниң чүшишиниң абсолют вә селиштурма чапсанлиқлирини тепиңлар.

3. Абсолют чапсанлиқларниң вә селиштурма чапсанлиқларниң қошундисиниң мәналирини тепиңлар.
Хуласә чиқириңлар.
Елинған нәтижиләрниң нәтижисини бир жәдвәлгә толтуруңлар.

29.4-*җәдвәл*

Чүшүши	Протокол №										Абсолют чапсанлиқ	Селиштурма чапсанлиқ
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
												
												
												
												
												
												
							Қошунда мәнаси					

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

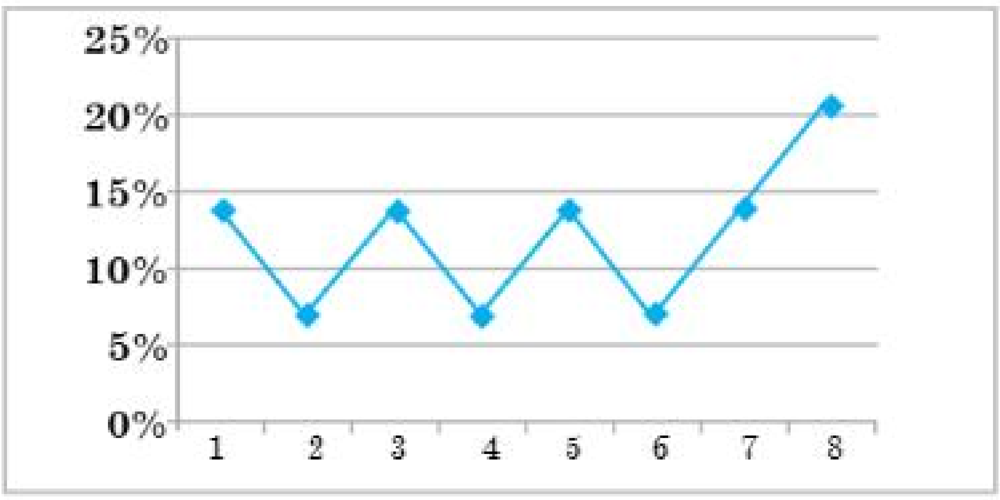
29.7. Координатилар тәкшилигидә $A(0;\ 1)$; $B(2;\ 3)$, $C(4;\ 3)$, $M(6;\ 4)$ чекитлирини бәлгүләңлар. Бу чекитләрни кесиндиләр билән қошуңлар.

§ 30. ЧАПСАНЛИҚ ПОЛИГОНИ

Таллаш нәтижилирини чапсанлиқ полигони түридә қандақ беришкә болиду?

Байқаш нәтижилирини график түридә берәйли.

Вариантиниң абсолют чапсанлиғиниң җәдвилини пайдилинип, 30.1-сүрәт бойичә сунуқ сизиқниң қандақ селинғинини чүшәндүрүңлар.



30.1-сүрәт

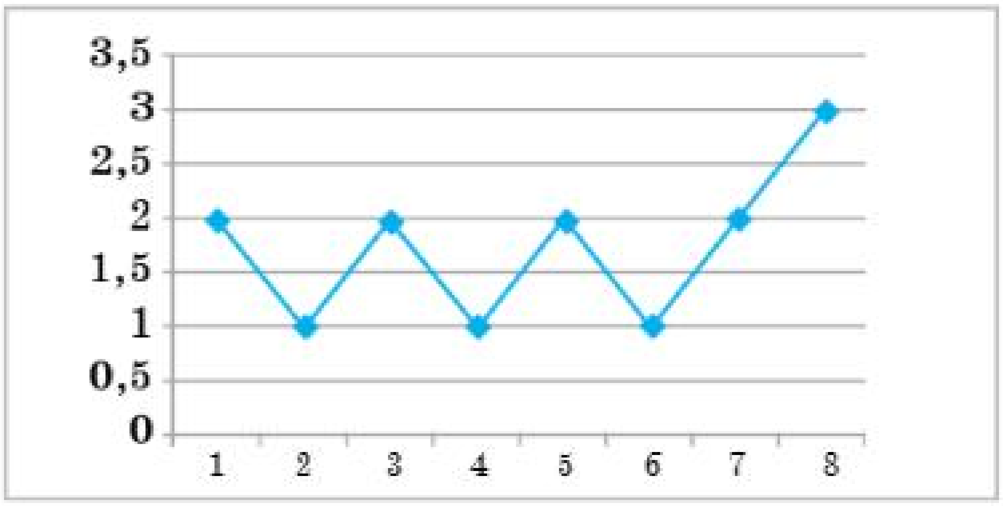
Сүрәттә берилгән сунуқ сизиқни ***абсолют чапсанлиқниң полигони*** дәп атайду.

Ениқлима. Өгилири абсциссилири һәр түрлүк вариантилар, ординатилири мошу вариантиларниң абсолют чапсанлиғи болидиған чекитләрни қошидиған сунуқ сизиқ ***абсолют чапсанлиқниң полигони*** дәп атилиду.

Абсолют чапсанлиқниң полигонини селиш алгоритми:

1. Ox оқида x вариантилирини көрситиш.
2. Oy оқида n чапсанлиғини көрситиш.
3. Координатилири $(x; n)$ чекитлирини селиш.
4. Чекитләрни кесиндиләр билән қошуш.

Селиштурма чапсанлиқниң полигони қандақ селиниду (30.2-сүрәт)?



30.2-сүрәт

Еникл имa. Өгилири абсциссилири һәр түрлүк вариантилар, ординатилири мошу вариантиларниң селиштурма чапсанлиғи болған чекитләрни қошидиған сунуқ сизиқ ***селиштурма чапсанлиқниң полигони*** дәп атилиду.

Селиштурма чапсанлиқниң полигонини селиш алгоритми:
1. *Ox* оқида *x* вариантилирини көрситиңлар.
2. *Oy* оқида *W* чапсанлиғини көрситиңлар.
3. Координатилири $(x; W)$ чекитлирини селиңлар.
4. Чекитләрни кесиндиләр билән қошуңлар.

Җәдвәл вә чапсанлиқ полигони түридә берилгән статистикилиқ мәлуматларни қандақ тәһлил қилишқа болиду?

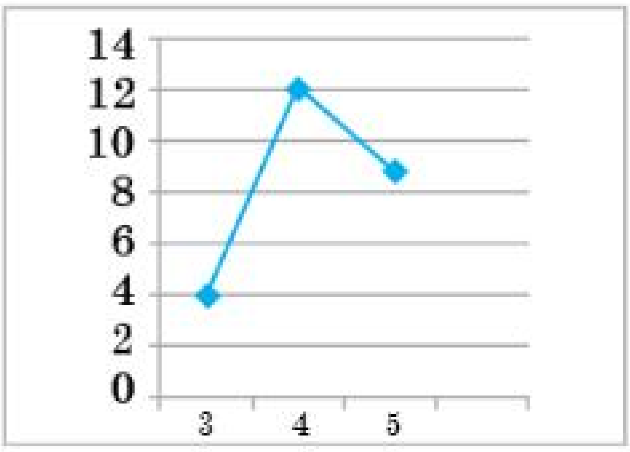
30.1-җәдвәлдә синип оқуғучилириниң тәкшүрүш иши бойичә алған баһалири тоғрилиқ мәлуматлар берилгән.

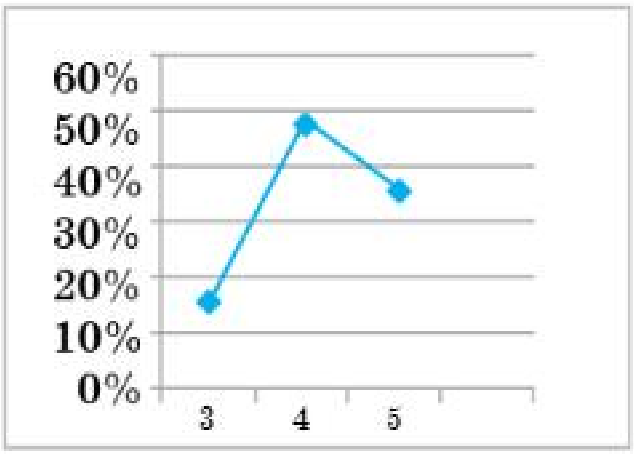
30.1-*җәдвәл*

Варианта	x	3	4	5
Вариантиниң абсолют чапсанлиғи	n	4	12	9
Вариантиниң селиштурма чапсанлиғи	W	16%	48%	36%

Вариантиниң чапсанлиғи 4 оқуғучиниң “3” алғинини вә улар 16% ни тәшкил қилидиғанлиғини, 12 оқуғучи “4” алғанини (48%), 9 оқуғучи “5” алғинини (36%) көрситиду.

Бу мәлуматларни чапсанлиқ полигонидин елишқа болиду (30.3-сүрәт).





30.3-сүрәт

Дурус җавапниң номерини көрситиңлар:
1. Чапсанлиқ полигони қандақ сизиқ?
   1) түз; 2) сунуқ; 3) қийсиқ.
2. Чапсанлиқ полигони мәлуматларни мону түрдә бериду:
   1) җәдвәл; 2) график.
3. Вариантилар мону оқта бәлгүлиниду?
   1) абсциссилар оқи; 2) ординатилар оқи.
4. Чапсанлиқлар мону оқта бәлгүлиниду?
   1) абсциссилар оқи; 2) ординатилар оқи.

Көнүкмиләр

А

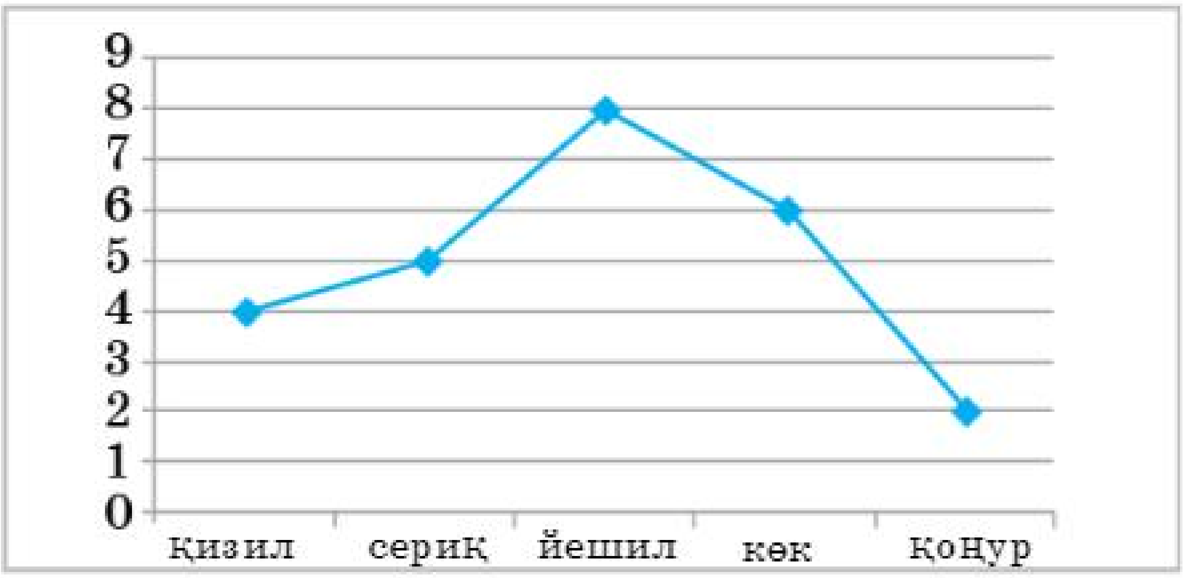
30.1. 13; 15; 13; 12; 12; 12; 13;14; 13; 15; 13; 12; 12 санлар қатариниң арифметикилиқ оттурилиғини, модисини вә чамдимини тепиңлар.
1) Берилгән мәлуматлар үчүн вариациялик қатар қураштуруңлар. 2) Қатарға киргән вариантиларниң абсолют вә селиштурма чапсанлиқлирини тепиңлар.
3) Таллаш нәтижилирини чапсанлиқ полигони арқилиқ көрситиңлар.

30.2. Мәктәп һаятидин вариациялик қатар қураштуруңлар, абсолют вә селиштурма чапсанлиқлирини, уларниң қошундисиниң мәналирини тепиңлар.
Мәлуматларни чапсанлиқ полигони арқилиқ тәсвирләңлар.

30.3. Тәсадипи таллап елиш нәтижисидә 8-синипларниң 30 оқуғучисиниң бой егизликлири (сантиметрларда елинған) бәлгүлүк болди: 166, 165, 163, 166, 168, 165, 168, 170, 165, 165, 165, 165, 164, 168, 165, 164, 161, 162, 164, 166, 165, 166, 167, 164, 163, 168, 167, 167, 165, 162. Мошу талланма үчүн вариациялик қатар қураштуруңлар.
Вариациялик қатар бойичә абсолют вә селиштурма чапсанлиқларниң жәдвилини қуруңлар вә төвәндики соалларға жавап бериңлар: 1) оқуғучилар бойиниң егизлигиниң әң кичик вә әң чоң мәналири қандақ? 2) бойиниң егизлиги 168 см болған оқуғучилар қанчә пайизни тәшкил қилиду? 3) талланмида оқуғучилар бойиниң қандақ егизлиги чапсан учришиду?

В

30.4. Һәр хил рәңлик оюнчуқлар топлиминиң 30.4-сүрәттә берилгән абсолют чапсанлиқ полигонини пайдилинип,



30.4-сүрәт

1) оючуқларниң умумий санини;
2) һәр хил рәңлик оюнчуқларниң селиштурма чапсанлиғини;
3) бир рәңлик оюнчуқлардин қанчә артуқ (кам) екәнлигини тепиңлар.

30.5. 30.4-көнүкмисидики мәлуматларни пайдилинип, һәр хил рәңлик оюнчуқлар топлиминиң чапсанлиқ җәдвилини қуруңлар.

C

30.6. Үч оюн кубиги билән 50 тәҗрибә орунлаңлар. Нәтиҗилирини MS Excel-дә йезип, һәр тәҗрибидики пайлар қошундисиниң мәнасини тепиңлар. Вариациялик қатарни йезип, униң чапсанлиқ җәдвилини қурастуруңлар. Җәдвәлни пайдилинип, қошундиниң мәнаси 5; 10; 15 болуш чапсанлиғини тепиңлар.

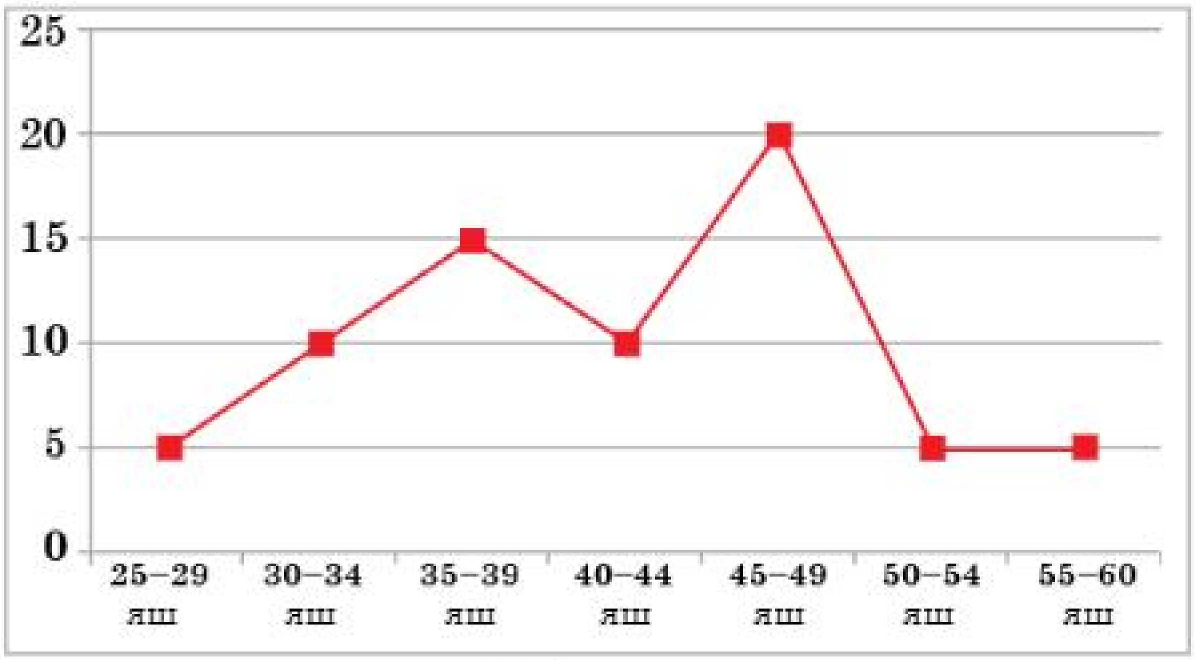
30.7. Тәкшүрүш ишида оқуғучиларға 8 тапшурмидин қуралған тест берилди. 48 оқуғучиниң дурус җаваплириниң сани 30.2-җәдвәлдә көрситилгән.

30.2-*җәдвәл*

Дурус җаваплар сани	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Абсолют чапсанлиқ	0	0	0	1	5	14	16	6	6
Селиштурма чапсанлиқ									

1) Намәлум абсолют чапсанлиқни тепиңлар.
2) Һәр бир дурус җавапниң селиштурма чапсанлиғини тепиңлар вә җәдвәлни толтуруңлар.
3) Абсолют вә селиштурма чапсанлиқларниң полигонини селиңлар.

30.8. 30.5-сүрәттә сақландуруш компанияси хадимлириниң йеши бойичә топлириниң чапсанлиқ полигони берилгән.



30.5-сүрәт

1) 39 яштин чоң хадимларниң селиштурма чапсанлиғини (% билән) тепиңлар. 2) 40 яштин кичик хадимларниң селиштурма чапсанлиғини (% билән) тепиңлар.

30.9. 10-тапшурмиға берилгән дурус җавапларниң абсолют чапсанлиги 24 кә, селиштурма чапсанлиғи дурус җавапларниң 30%-қа тәң болса, у чағда тест тапшурмилирини қанчә оқуғучи орунлиған?

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

30.10. Әмәлни орунлаңлар:

1) $2a^2(a^2 - ab + b^2)$;
2) $a(a^2 - 2ab + b) - 2ab$;
3) $x^2(a^2 - 3ax + x) + 3ax^2$.

30.11. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:

1) $a(a^2 - ab + b^2) + a^2b - ab^2 = a^3$;
2) $a(a + 2ax - x) - 2a^2x - a^2 + 1 = 1 - ax$.

ӨЗӘҢЛАРНИ ТӘКШҮРҮҢЛАР!

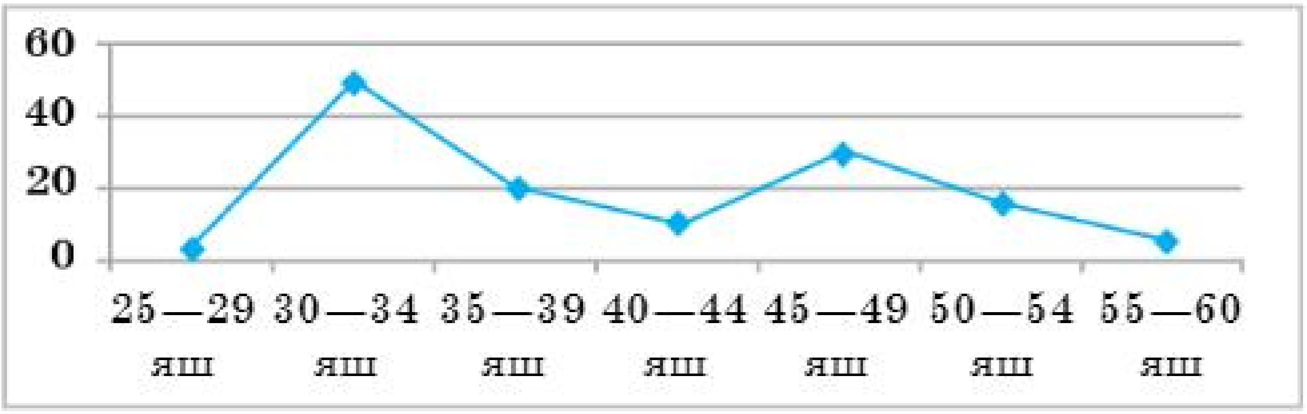
1. +5°C, 0°C, 0°C, + 4°C, + 2°C, + 5°C, + 8°C, + 7°C, + 4°C, + 1°C, + 2°C, 0°C қатарининң әң чоң вә әң кичик вариантилар мәналирининң айримини тепиңлар:
A. 8°C; B. 9°C; C. 10°C; D. 7°C.

2. −20, −20, −10, 00, −30, −20, −20, −50, −60, −30, −30, −20, −30, −50, −40, −60 қатарининң (−30) вариантисининң абсолют чапсанлиғини тепиңлар:
A. 2; B. 3; C. 4; D. 5.

3. −20, −20, −10, 00, −30, −20, −20, −50, − 60, −30, −30, −20, −30, −50, −40, −60 қатарининң (−20) вариантисининң селиштурма чапсанлиғини тепиңлар:
A. 20%; B. 25%; C. 28%; D. 30%.

4. 163, 162, 163, 165, 162, 165, 166, 158, 160, 162, 165, 165, 164, 162, 160, 164, 161, 162, 164, 162, 165, 162, 160, 162, 163 талланмисидики оқуғучиларнинң бойининң узунлуқлирининң абсолют вә селиштурма чапсанлиқлирини тепиңлар:
A. 7; 28%; B. 6; 32%; C. 8; 30%; D. 8; 32%.

5. 30.6-сүрәттә берилгән чапсанлиқ полигони бойичә 44 яштин чоң хадимларнинң селиштурма чапсанлиғини (% билән) тепиңлар.
A. 24%; B. 30%; C. 37%; D. 40%.



30.6-сүрәт

6. 10 тапшурмидин қуралған тестни орунлаш җәриянида берилгән дурус җавапларнинң селиштурма чапсанлиғи 30.3-җәдвилидә берилгән. Намәлум селиштурма чапсанлиқни тепиңлар.
A. 19%; B. 20%; C. 24%; D. 25%.

30.3-җәдвәл

Дурус җаваплар сани	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Селиштурма чапсанлиқ (%)	1	2	6	8	12	...	22	15	12	4	1

5-БАП

ҚИСҚИЧӘ КӨПӘЙТИШ ФОРМУЛИЛИРИ

§ 31. ИККИ ИПАДИНИҢ КВАДРАТЛИРИ АЙРИМИСИНИҢ ФОРМУЛИСИ

Қисқичә көпәйтиш формулилири дегинимиз немә вә улар қандақ қоллинилиду?

$a - b$ иккиәзалиғиниң $a + b$ иккиәзалиғиға көпәйтиндисини қараштурайли. Униң үчүн көпәзалиқни көпәзалиққа көпәйтиш қаидисини қоллинимиз, йәни биринчи көпәзалиқниң һәр бир әзасини иккинчи көпәзалиқниң һәр бир әзасиға көпәйтимиз. У чағда: $(a - b) \cdot (a + b) = a^2 + ab - ab - b^2$. Әнди оң тәрәп қисмидики қошулғучларни бириктүрсәк, $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$ яки $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$.

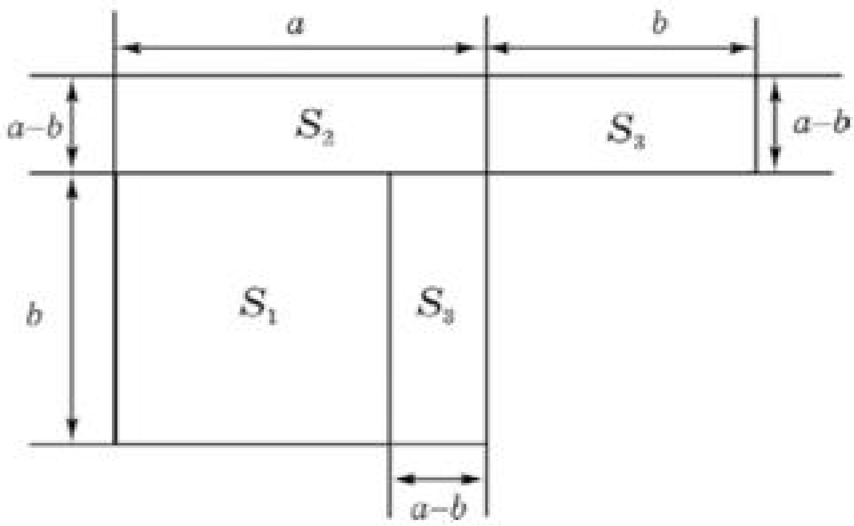
$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ тәңлигини квадратлар айримисиниң формулиси дәп атайду.

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ тәңлигиниң оқулуши: икки ипадиниң квадратлириниң айримиси уларниң айримиси билән қошундисиниң көпәйтиндисигә тәң.

31.1-сүрәтни қоллинип, квадратлар айримисиниң формулисини геометриялик йол билән елишқа болиду.

Сүрәттә берилгән фигурилар:

- тәрипиниң узунлуғи b ға тәң, мәйдани $S_1 = b^2$ болидиған квадрат;
- тәрәплириниң узунлуқлири a вә $(a - b)$, мәйдани болса $S_2 = a(a - b)$ болидиған тиктөртбулуңлуқ;
- тәрәплириниң узунлуқлири b вә $(a - b)$, мәйдани болса $S_3 = b \cdot (a - b)$ болидиған өз ара тәң икки төртбулуңлуқ.



31.1-сүрәт

Тәрипиниң узунлуғи a ға тәң, мәйдани $S = a^2$ болған квадрат тәрипиниң узунлуғи b ға тәң квадраттин вә биринчисиниң тәрәплириниң узунлуқлири $(a - b)$ вә b, иккинчисиниң тәрәплириниң узунлуқлири $(a - b)$ вә a

болған икки төртбулуңлуктин тәшкил болидиғанлиғини сүрәттин көрүшкә болиду: $S = S_1 + S_2 + S_3$, яки $S - S_1 = S_2 + S_3$.

Икки кичик төртбулуңлуқларниң мәйдани бәлгүлүк, шуниң үчүн $S_2 + S_3 = (a - b)\, b + (a - b)\, a = (a - b)(a + b)$. Демәк, $S - S_1 = (a - b) \cdot (a + b)$. Әнди $S = a^2$ вә $S_1 = b^2$ формулилирини ахирқи тәңликкә қойсақ, $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. ■

Квадратлар айримисиниң формулисиға мисаллар кәлтүрәйли:

1) $25 - m^2 = 5^2 - m^2 = (5 - m)(5 + m)$;

2) $y^4 - 0{,}49x^2 = (y^2)^2 - (0{,}7x)^2 = (y^2 - 0{,}7x)(y^2 + 0{,}7x)$.

Квадратлар айримисиниң формулисини қоллиниш җәриянида һәр түрлүк һесаплашларни йеникләштүрүшкә, ипадиләрни аддийлаштурушқа болиду.

Чүшәндүрүңлар

1. $71^2 - 59^2$ ипадисиниң мәнаси қандақ һесапланған:
$$72^2 - 59^2 = (71 - 59)(71 + 59) = 12 \cdot 130 = 1560?$$
2. $\left(\frac{1}{3}x + 8y\right)\left(\frac{1}{3}x - 8y\right)$ ипадиси қандақ ихчамланған:
$$\left(\frac{1}{3}x + 8y\right)\left(\frac{1}{3}x - 8y\right) = \left(\frac{1}{3}x\right)^2 - (8y)^2 = \frac{1}{9}x^2 - 64y^2?$$

Квадратлар айримисиниң формулисини тәңлимиләрни йешиштиму қоллинишқа болиду.

Мисал. $1{,}69 - z^2 = 0$ тәңлимисини йешәйли.

Йешими: Квадратлар айримисиниң формулисини қоллинайли:

$1{,}69 - z^2 = 1{,}3^2 - z^2 = (1{,}3 - z)(1{,}3 + z)$. У чағда $1{,}69 - z^2 = 0$ тәңлимисиниң орниға униңға мәнадаш $(1{,}3 - z)\,(1{,}3 + z) = 0$ тәңлимисини алимиз. Әгәр $z = 1,3$ яки $z = -1{,}3$ болғанда, көпәйтиндиниң мәнаси нөлгә тәң. Демәк, берилгән тәңлиминиң 1, 3 вә –1, 3 икки томури бар. Тәңлиминиң җававини $\{-1{,}3;\ 1{,}3\}$ түридә йезип, тәңлиминиң йешими –1,3 вә 1,3 санлиридин ибарәт жиғинда дәп ейтиду.

Җаваби: $\{-1{,}3;\ 1{,}3\}$.

1. Икки ипадиниң квадратлири айримисиниң формулисини хуласиләп чиқириш үчүн қандақ қаидиләр қоллинилди?
2. Икки ипадиниң квадратлири айримисиниң формулисини икки түрлүк усул билән қандақ оқушқа болиду?

Көнүкмиләр

A

31.1. Көпәйтишни орунлаңлар:

1) $(x + y)(x - y)$;
2) $(n - m)(n + m)$;
3) $(k - 2)(k + 2)$;
4) $(3 - c)(3 + c)$;
5) $(4 + b)(4 - b)$;
6) $(a - 7)(a + 7)$;
7) $\left(\frac{1}{7} + x\right)\left(\frac{1}{7} - x\right)$;
8) $\left(a - \frac{2}{9}\right)\left(a + \frac{2}{9}\right)$;
9) $\left(\frac{5}{6} + m\right)\left(\frac{5}{6} - m\right)$;
10) $(0{,}4 + n)(0{,}4 - m)$;
11) $(k + 1{,}1)(k - 1{,}1)$;
12) $(d - 2{,}2)(d + 2{,}2)$.

31.2. Әмәлни орунлаңлар:

1) $(x - 5)(5 + x)$;
2) $(8 + y)(y - 8)$;
3) $(10 - k)(k + 10)$;
4) $\left(a + \frac{2}{3}b\right)\left(a - \frac{2}{3}b\right)$;
5) $\left(\frac{4}{9}x - y\right)\left(y + \frac{4}{9}x\right)$;
6) $\left(\frac{4}{15}n - m\right)\left(m + \frac{4}{15}n\right)$;
7) $(9x - 5y)(9x + 5y)$;
8) $(-4a + 3b)(3b + 4a)$;
9) $(13k - 2d)(2d + 13k)$;
10) $\left(\frac{5}{4}c + \frac{3}{7}d\right)\left(\frac{3}{7}d - \frac{5}{4}c\right)$;
11) $\left(\frac{1}{3}x - 3y\right)\left(3y + \frac{1}{3}x\right)$;
12) $\left(\frac{1}{5}a + \frac{1}{9}b\right)\left(\frac{1}{9}b - \frac{1}{5}a\right)$.

31.3. Көпәйткүчләргә айриңлар:

1) $a^2 - 49$;
2) $64 - b^2$;
3) $c^2 - 22{,}5$;
4) $28{,}9 - d^2$;
5) $\frac{64}{81} - x^2$;
6) $\frac{100}{121} - y^2$;
7) $z^2 - \frac{169}{196}$;
8) $t^2 - \frac{400}{441}$;
9) $25x^2 - 36$;
10) $-16 + 49y^2$;
11) $0{,}64 - \frac{1}{9}z^2$;
12) $\frac{64}{81}t^2 - 36$;
13) $\frac{9}{16} - \frac{1}{144}a^2$;
14) $\frac{25}{64}b^2 - \frac{1}{81}$;
15) $2{,}56x^2 - \frac{225}{361}$;
16) $\frac{81}{100} - 0{,}04c^2$.

31.4. Иккиәзаликни көпәйтиндә түридә йезиңлар:

1) $c^2 - 0{,}49$;
2) $16 - k^2$;
3) $400 - m^2$;
4) $t^2 - 225$;
5) $1{,}69 - b^2$;
6) $y^2 - \frac{16}{81}$;
7) $25x^2 - 4$;
8) $\frac{25}{36} - 64y^2$.

31.5. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ формулисиниң ярдими билән һесапланлар:

1) $13^2 - 9^2$; 2) $20^2 - 19^2$; 3) $2,2^2 - 2,8^2$;

4) $3,5^2 - 3,7^2$; 5) $\left(\frac{5}{6}\right)^2 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$; 6) $\left(\frac{7}{9}\right)^2 - \left(\frac{1}{6}\right)^2$;

7) $\left(\frac{5}{12}\right)^2 - \left(\frac{3}{4}\right)^2$; 8) $\left(\frac{3}{10}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$; 9) $\left(\frac{8}{15}\right)^2 - \left(\frac{4}{5}\right)^2$;

10) $\left(2\frac{1}{7}\right)^2 - \left(2\frac{1}{7}\right)^2$; 11) $\left(3\frac{1}{3}\right)^2 - \left(4\frac{1}{2}\right)^2$; 12) $\left(5\frac{1}{6}\right)^2 - \left(7\frac{1}{3}\right)^2$;

13) $51^2 - 41^2$; 14) $54^2 - 46^2$; 15) $76^2 - 24^2$;

16) $328^2 - 172^2$; 17) $\left(3\frac{2}{3}\right)^2 - \left(2\frac{1}{3}\right)^2$; 18) $\left(7\frac{5}{9}\right)^2 - \left(4\frac{4}{9}\right)^2$.

31.6. Көпәйткүчләрни $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ формулиси арқилиқ қошунда яки айрима түридә йезип, мәналирини һесапланлар:

1) $101 \cdot 99$; 2) $102 \cdot 98$; 3) $103 \cdot 97$;

4) $104 \cdot 96$; 5) $105 \cdot 95$; 6) $106 \cdot 94$.

31.7. Ипадини аддийлаштуруңлар:

1) $(5 + b)(b - 5) - b^2$; 2) $c^2 + (9 - c)(9 + c)$;

3) $\left(\frac{1}{3} - z\right)\left(\frac{1}{3} + z\right) - \frac{1}{9}$; 4) $-\frac{16}{49} + \left(\frac{4}{7} - d\right)\left(d + \frac{4}{7}\right)$;

5) $(0,9 - a)(a + 0,9) - a(1 + a)$; 6) $k(5 - k) + (1,2 + k)(k - 1,2)$.

31.8. 1) $d = 0,5$ болса, у чағда $(7 + d)(d - 7) + (d + 3)(3 - d) + 40(d + 1)$;

2) $x = -101$ болса, у чағда $x(2x - 1) - (6 + x)(x - 6) + (x + 10) \cdot$ $\cdot\ (10 - x)$;

3) $b = -\frac{5}{6}$ болса, у чағда $1,2(b + 1,2) + (0,5 - b)(b + 0,5) - (b +$ $+ 1,3)(1,3 - b)$;

4) $c = \frac{2}{3}$ болса, у чағда $(1,5 + c)(c - 1,5) - (c + 8)(c - 8) -$ $- 2,5(c - 24,5)$ ипадисиниң мәнасини тепиңлар.

31.9. Тәңлимини йешиңлар:

1) $x^2 - 16 = 0$; 2) $25 - y^2 = 0$; 3) $3,24 - z^2 = 0$;

4) $\frac{144}{169} - n^2 = 0$; 5) $7,29 - m^2 = 0$; 6) $k^2 - \frac{196}{625} = 0$.

31.10. Ипадиниң мәнаси a өзгәрмисиниң мәнасиға бекинда әмәс екәнлигини испатлаңлар:

1) $(a - 10)(10 + a) + 60 - a^2$;

2) $0,64 + a^2 - (0,5 + a)(a - 0,5)$;

3) $(2,4 - a)(a + 2,4) + (1,9 + a)(a - 1,9)$;

4) $(17 + a)(17 - a) - (0,6 - a)(a + 0,6)$.

31.11. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:
1) $(x - 1,6)(1,6 + x) + 5 - x^2 = 2,44$;
2) $(2 - 0,9x)(0,9x + 2) - 10 + 0,81x^2 = -6$;
3) $(x - 1,5)(1,5 + x) + (6 - x)(6 + x) = 33,75$;
4) $(2,1 - x)(x + 2,1) - (5 - x)(x + 5) = -20,59$.

B

Көпәйтишни орунлаңлар **(31.12—31.14):**

31.12. 1) $(4a^2 - y)(y + 4a^2)$; 2) $(0,3b^3 + x)(0,3b^3 - x)$;
3) $(1,1c^2 + z^2)(z^2 - 1,1c^2)$; 4) $(21d^2 - k^3)(21d^2 + k^3)$;
5) $(5a^3 - 4b^2)(4b^2 + 5a^3)$; 6) $(1,9c^4 + 6d)(6d - 1,9c^4)$.

31.13. 1) $\left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b\right)\left(\frac{1}{3}a + \frac{1}{2}b\right)$; 2) $\left(1\frac{4}{7}x^5 - z^2\right)\left(1\frac{4}{5}x^5 + z^2\right)$;
3) $\left(\frac{2}{3}m + \frac{3}{4}n\right)\left(\frac{2}{3}m - \frac{3}{4}n\right)$; 4) $\left(m^6 - 2\frac{1}{3}n^5\right)\left(2\frac{1}{3}n^5 + m^6\right)$.

31.14. 1) $(0,2a - 1,3b)(0,2a + 1,3b)$; 2) $(0,1x^3 + 2,5z)(0,1x^3 - 2,5z)$;
3) $(a^5 - b^2)(a^5 + b^2)$; 4) $(x^4 + y^3)(x^4 - y^3)$;
5) $(7t^2 - 3y)(7t^2 + 3y)$; 6) $(4a^2 + 9c^4)(4a^2 - 9c^4)$.

Көпәйткүчләргә айриңлар **(31.15-31.16):**

31.15. 1) $x^3 - 100x$; 2) $2y^3 - 32y$; 3) $0,16y^6 - y^4$;
4) $\frac{2}{3}x^5 - \frac{8}{27}x^3$; 5) $\frac{9}{16}x^4 - \frac{16}{9}x^2$; 6) $3y^5 - \frac{3}{25}y^7$.

31.16. 1) $x^4 - 0,49y^2$; 2) $-0,64z^4 + t^6$; 3) $0,81a^8 - b^2$;
4) $\frac{361}{400}m^2 - n^{10}$; 5) $c^6 - \frac{289}{324}d^4$; 6) $5,76x^{12} - \frac{4}{81}y^8$.

31.17. Көпәзалиқни көпәйтиндә түридә йезиңлар:
1) $m^2 - n^2 - m + n$; 2) $9x^2 - 4y^2 - 3x + 2y$;
3) $x^3 + 3x^2 - 4x - 12$; 4) $81 - (3 - 8y)^2$;
5) $(x + 5)^2 - 16$; 6) $36 - (y + 1)^2$;
7) $(3x - 7)^2 - 25$; 8) $(4 - 5x)^2 - 64$.

Һесаплаңлар **(31.18-31.19):**

31.18. 1) $\frac{20^2 - 13^2}{31^2 - 24^2}$; 2) $\frac{17^2 - 22^2}{49^2 - 10^2}$; 3) $\frac{37^2 - 47^2}{72^2 - 12^2}$; 4) $\frac{100^2 - 60^2}{70^2 - 90^2}$.

31.19. 1) $\frac{38^2 - 28^2}{47^2 - 19^2}$; 2) $\frac{53^2 - 25^2}{79^2 - 51^2}$; 3) $\frac{181^2 - 61^2}{319^2 - 77^2}$; 4) $\frac{200^2 - 380^2}{420^2 - 160^2}$.

Көпәйтиндини көпәзалиқ түридә йезиңлар (31.20-31.21):

31.20. 1) $(5 - a)(5 + a) \cdot (25 + a^2)$; 2) $(3x + 2)(3x - 2)(9x^2 + 4)$;

3) $\left(\frac{1}{3} + 2b\right) \cdot \left(\frac{1}{3} - 2b\right)\left(\frac{1}{9} + 4b^2\right)$; 4) $\left(6c^2 - \frac{2}{7}\right) \cdot \left(6c^2 + \frac{2}{7}\right)\left(36c^4 + \frac{4}{49}\right)$.

31.21. 1) $(a - y)(a + y)(a^2 + y^2)$; 2) $(7x + 1)(7x - 1)(49x^2 + 1)$;
3) $(x - 6y^3) \cdot (x + 6y^3)$; 4) $(8 + x^3)(8 - x^3) \cdot (64 + x^6)$;
5) $(25x^2 + y^2)(5x + y)(5x - y)$; 6) $(16a^4 + 81b^4)(9b^2 + 4a^2)(4a^2 - 9b^2)$.

C

Тәңлиминиң томурини тепиңлар:

31.22. 1) $x^4 - 3x^3 - x^2 + 3x = 0$;
2) $x^5 - x^4 - x + 1 = 0$;
3) $(1 - 3x)^2 = (3x + 5)^2 - 96$;
4) $\left(\frac{1}{2} - 5x\right)^2 + \frac{3}{4} = (5x - 4)^2$;
5) $x(x + 2) - (x + 3)(x - 3) = 13$;
6) $4x(x - 1) - (2x + 5)(2x - 5) = 1$.

31.23. Тәңсизликни йешиңлар:
1) $(10 - x)(x + 10) + x^2 \leqslant x + 90$;
2) $y^2 - (y - 8)(8 + y) - 4 > 32 - y$;
3) $x(x + 0{,}3) - (x - 0{,}3)(x + 0{,}3) \geqslant 0{,}1$;
4) $27 - (1{,}2 - y)(-y - 1{,}2) < 1{,}44 - y^2 - y$.

31.24. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:
1) $(1 + a)(1 - a)(1 + a^2) - 5 + a^4 = -4$;
2) $5a^3 - 3(a + 1)(a - 1) + 8a^2 + 5 = 10a^2 + 8$;
3) $7(a^2 + 2) - 4(a + 3)(a - 3) + 3a^2 + 24 = 6a^2 + 74$;
4) $10(a^2 - 15) - 12(a - 4)(a + 4) - 8 - a^2 = 50 - 3a^2$.

31.25. 1) $25a^4x^2z^{10} - 9b^6y^2z^{10}$; 2) $(9a^4 - 4b^6)a^2b^2 - 12a^2b^8$ ипадисини көпәйтиндә түридә йезиңлар.

31.26. k ниң қандақ әң кичик натурал мәнасида:
1) $(k - 3)^2 - (k + 3)^2$ ипадиси 15 кә;
2) $(7k + 2)^2 - (7k - 2)^2$ ипадиси 21 гә бөлүниду?

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

31.27. Квадрат тәрипиниң узунлуғи 13 см. Квадрат тәрипиниң узунлуғини 2 см ашурған. Чиққан квадратниң мәйданини тепиңлар.

31.28. $4a^2 - 4a + 1$ ипадисини топлаш усулини қоллинип, икки бирдәк көпәйткүчләргә айриңлар.

§ 32. ИККИ ИПАДИНИҢ ҚОШУНДИСИНИҢ ВӘ АЙРИМИСИНИҢ КВАДРАТИНИҢ ФОРМУЛИСИ

Икки ипадиниң қошундиси вә айримисини қолайлиқ усул билән қандақ тепишқа болиду?

Икки ипадиниң (әзаниң) қошундисиға тәң $(a + b)$ иккиәзалиғиниң квадратини қараштурайли.

$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b)$ екәнлиги мәлум. Көпәзалиқни көпәзалиққа көпәйтиш қаидиси бойичә

$$(a + b) \cdot (a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2.$$

Демәк, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

Чиққан формула иккиәзалиқниң қошундисиниң квадратини үч бирәзалиқниң қошундиси (үчәзалиқ) түридә йезишқа имканийәт бериду.

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ формулиси қошундиниң яки икки ипадиниң қошундиси квадратиниң формулиси дәп атилиду.

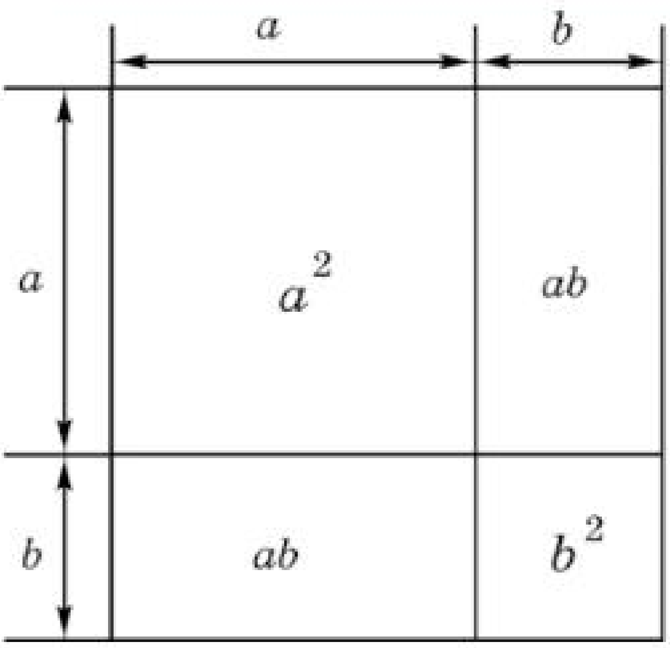
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ формулисиниң оқулуши:

икки ипадиниң қошундисиниң квадрати биринчи ипадиниң квадрати вә биринчи ипадә билән иккинчи ипадиниң икки һәссиләнгән көпәйтиндиси вә иккинчи ипадиниң квадратиниң қошундисиға тәң.

32.1-сүрәттә аталған формулиниң геометриялик тәсвири берилгән.

Чүшәндүрүңлар

32.1-сүрәтниң ярдими билән $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ формулисини қандақ елишқа болидиғинини өзәңлар чүшәндүрүңлар.



32.1-сүрәт

1-мисал. $(5n + 2m)^2$ иккиәзалиғини үчәзалиқ түридә язайли.

Йешими. a ниң орниға $5n$, b ниң орниға $2m$ дәп елип, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ формулисини қоллинимиз:

$$(5n + 2m)^2 = (5n)^2 + 2 \cdot (5n) \cdot (2m) + (2m)^2 = 25n^2 + 20nm + 4m^2.$$

Җавави: $25n^2 + 20nm + 4m^2$.

2-мисал. $0{,}49c^2 + 1{,}4cd + d^2$ үчәзалиғини икки ипадиниң қошундисиниң квадрати түридә язайли.

Йешими. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ формулисини қоллиниш үчүн берилгән үчәзали қни түрләндүримиз: $0,49c^2 + 1,4cd + d^2 = (0,7c)^2 + 2 \cdot (0,7c) \cdot d + d^2$ яки $(0,7c)^2 + 2 \cdot (0,7c) \cdot d + d^2 = (0,7c + d)^2$.

Җавави: $(0,7c + d)^2$.

$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ формулиси икки ипадиниң яки икки бирәзалиқниң айримисиниң квадратиниң формулиси дәп атилиду.

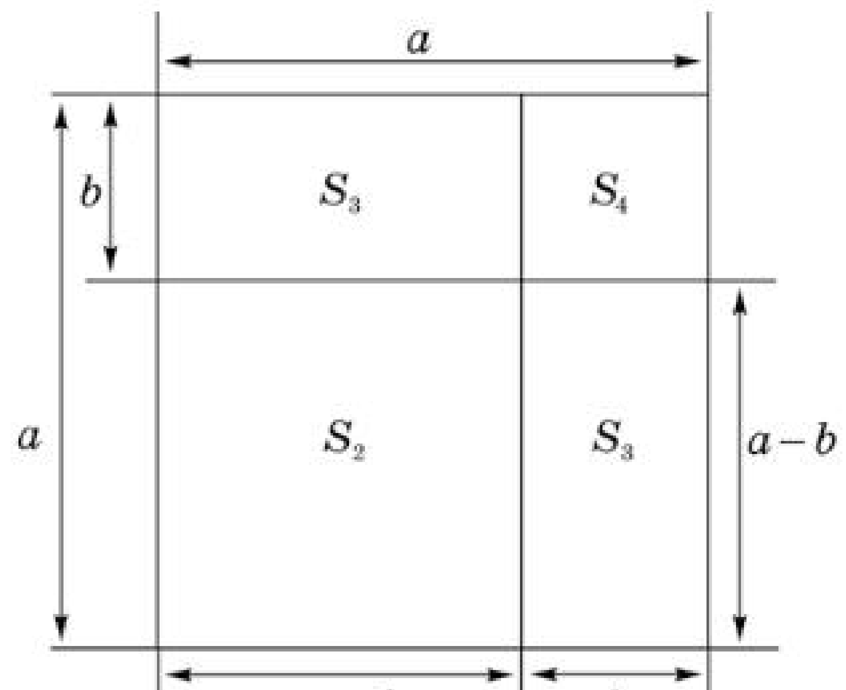
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ формулисиниң оқулуши:
икки ипадиниң айримисиниң квадрати биринчи ипадиниң квадрати минус биринчи ипадә билән иккинчи ипадиниң икки һәссиләнгән көпәйтиндиси вә иккинчи ипадиниң квадратиниң қошундисиға тәң.

Иккиәзалиқниң қошундиси квадратиниң формулисиға охшаш, көпәзалиқни көпәзалиққа көпәйтиш қаидисини қоллинип, икки әзаниң айримисиниң квадратиниң формулисини өзәңлар испатлап көрүңлар.

32.2-сүрәтни пайдилинип, икки әзаниң айримиси квадратиниң формулисини геометриялик усул билән испатлашқа болиду.

32.2-сүрәттә тәрипи a ға тәң, мәйдани $S_1 = a^2$ болған квадрат; тәрипи $(a - b)$ ға, мәйдани $S_2 = (a - b)^2$ болған квадрат; һәр қайсисиниң тәрәплири $(a - b)$ вә b ға тәң, мәйдани $S_3 = (a - b) \cdot b$ болған өз ара тәң икки төртбулуңлуқ вә тәрипи b ға тәң, мәйдани $S_4 = b^2$ болған квадрат берилгән.

Чоң квадратниң S_1 мәйдани S_2, $2S_3$, S_4 мәйданлириниң қошундисиға тәң: $S_1 = S_2 + 2S_3 + S_4$. Әнди S_1, S_2, S_3, S_4 ниң орниға мәналирини қойсақ, $a^2 = (a - b)^2 + 2(a - b) \cdot b + b^2$ яки $a^2 - 2(a - b) \cdot b - b^2 =$



32.2-сүрәт

$= (a - b)^2$ чиқиду. Буниңдин $a^2 - 2ab + 2b^2 - b^2 = (a - b)^2$ яки $a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$.

3-мисал. $\left(\frac{1}{7}n - 3m^2\right)^2$ икки ипадиниң айримисиниң квадратини үчәзалиқ түридә язайли.

Йешими. Икки ипадиниң айримисиниң квадрати

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

формулисини қоллинимиз:

$$\left(\frac{1}{7}n - 3m^2\right)^2 = \left(\frac{1}{7}n\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{1}{7}n\right) \cdot (3m^2) + (3m^2)^2 = \frac{1}{49}n^2 - \frac{6}{7}nm^2 + 9m^4.$$

Җавави: $\frac{1}{49}n^2 - \frac{6}{7}nm^2 + 9m^4$.

4-мисал. $0{,}36a^6 - 9{,}6a^3b + 64b^2$ үчәзалиғини айриминиң квадрати түридә язайли.

Йешими. Айриминиң квадрати формулисини қоллиниш үчүн $0{,}36a^6 - 9{,}6a^3b + 64b^2$ ипадисини мундақ язимиз: $0{,}36a^6 - 9{,}6a^3b + 64b^2 = (0{,}6a^3)^2 - 2 \cdot (0{,}6a^3) \cdot (8b) + (8b)^2$.

Ахирқи тәңликниң оң тәрипидики қисми икки әзаниң айримисиниң квадратини беридиғанлиқтин, $(0{,}6a^3)^2 - 2 \cdot (0{,}6a^3) \cdot (8b) + (8b)^2 = (0{,}6a^3 - 8b)^2$. Демәк, $0{,}36a^6 - 9{,}6a^3b + 64b^2 = (0{,}6a^3 - 8b)^2$.

Җавави: $(0{,}6a^3 - 8b)^2$.

Қошундиниң квадрати вә айримниң квадрати формулилирини бир тәңлик түридә йезишқа болиду:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2.$$

1. Қошундиниң квадрати вә айриминиң квадрати формулилириниң охшашлиғи вә пәрқини атаңлар.
2. Қошундиниң квадрати вә айриминиң квадрати формулилириниң "солдин оңға" яки "оңдин солға" қарап қоллинилиши немигә бағлинишлиқ?

Көнүкмиләр

А

Көпәзалиқ түридә йезиңлар (32.1-32.2):

32.1. 1) $(m - 3)^2$; 2) $(x + 5)^2$; 3) $(6 + y)^2$; 4) $(b - 9)^2$; 5) $(4 + d)^2$; 6) $(p + q)^2$; 7) $(z^2 - y)^2$; 8) $(a + 1)^2$.

32.2. 1) $\left(a+\frac{1}{7}\right)^2$; 2) $\left(\frac{1}{9}+b\right)^2$; 3) $\left(\frac{n}{4}+\frac{m}{3}\right)^2$; 4) $\left(\frac{k}{2}-\frac{t}{5}\right)^2$;

5) $\left(4\frac{1}{3}-x\right)^2$; 6) $\left(y+3\frac{1}{4}\right)^2$; 7) $\left(z-5\frac{1}{5}\right)^2$; 8) $\left(4\frac{1}{2}+t\right)^2$.

32.3. Дәриҗиниң асасини қошунда яки айрима түридә йезип, мәнасини һесаплаңлар:

1) 101^2; 2) 102^2; 3) 103^2; 4) 104^2;
5) 99^2; 6) 98^2; 7) 97^2; 8) 96^2.

Үчәзалиқни икки әзаниң қошундисиниң квадрати түридә йезиңлар **(32.4—32.7)**:

32.4. 1) a^2+2a+1; 2) $b^2-8b+16$;
3) $c^2+10c+25$; 4) $n^2+14n+49$;
5) $100-20z+z^2$; 6) $81+18b+b^2$.

32.5. 1) $0{,}16-0{,}8t+t^2$; 2) $z^2+1{,}4z+0{,}49$;
3) $0{,}36-1{,}2b+b^2$; 4) $2{,}25-3x+x^2$;
5) $y^2-3{,}2y+2{,}56$; 6) $3{,}61+3{,}8d+d^2$.

32.6. 1) $\frac{4}{9}+\frac{4}{3}a+a^2$; 2) $\frac{9}{25}+\frac{6}{5}b+b^2$;
3) $\frac{16}{49}+\frac{8}{7}c+c^2$; 4) $\frac{100}{121}k^2-\frac{20}{11}tk+t^2$;
5) $m^2-\frac{22}{13}mn+\frac{121}{169}n^2$; 6) $\frac{400}{441}t^2+\frac{40}{21}nt+n^2$.

32.7. 1) $\frac{25}{4}+5x+x^2$; 2) $\frac{9}{16}-\frac{3}{2}y+y^2$;
3) $\frac{49}{36}-\frac{7}{3}z+z^2$; 4) $n^2-\frac{9}{4}cn+\frac{81}{64}c^2$;
5) $m^2+\frac{11}{6}m+\frac{121}{144}$; 6) $t^2-\frac{17}{5}dt+\frac{289}{100}d^2$.

Ипадини аддийлаштуруңлар **(32.8—32.10)**:

32.8. 1) $(x+5)\cdot 6+(x-3)^2$; 2) $(y-4)^2-(y+2)\cdot 8$;
3) $26-a^2-(5-a)^2$; 4) $(k+7)^2-14k-50$;
5) $0{,}3+b^2-(b-0{,}5)^2$; 6) $15+(0{,}4+c)^2-0{,}8c^2$.

32.9. 1) $(a-4b)^2-8ab-17b$; 2) $-9c^2+(3c+d)^2-d^2$;
3) $(5a-6)^2-(5a-6)(5a+6)$; 4) $(7b-t)(t+7b)+(7b+t)^2$;
5) $(9-8b)(2b+3)+(4b-1)^2$; 6) $(11c+3)^2-2c(5{,}5c+33)$.

32.10. 1) $a(a-2b)-(3b+a)^2$; 2) $(m+8)^2-(m-2n)(m+2n)$;

3) $3(b-10)^2+8b-5b^2$; 4) $(n+15)^2-n(n-19)$;
5) $4c(9c-3)-(6c+1)^2$; 6) $(6-5m)(5m+6)+(5m-4)^2$.

Икки әзаниң қошундисиниң яки айримисиниң квадрати түридә йезиңлар **(32.11-32.12)**:

32.11. 1) $9y^2-12xy+4y^2$; 2) $25t^2+30t+9$;
3) $16k^2-40k+25$; 4) $121a^2-44ac+4c^2$;
5) $4n^2+52mn+169m^2$; 6) $36t^2-84ts+49s^2$.

32.12. 1) $0{,}04x^2-0{,}12xy+9y^2$; 2) $36c^2+6cd+0{,}25d^2$;
3) $1{,}96k^2-14kt+25t^2$; 4) $\frac{1}{49}a^2+\frac{2}{21}ab+\frac{1}{9}b^2$;
5) $\frac{1}{4}x^2-\frac{3}{8}xy+\frac{9}{64}y^2$; 6) $81d^2-\frac{27}{2}cd+\frac{9}{16}c^2$.

Үчәзалиқни көпәйткүчләргә айриңлар **(32.13-32.14)**:

32.13. 1) $5x^2+20x+20$; 2) $2x^2-12x+18$;
3) $-3x^2+18x-27$; 4) $-2y^2-16y-32$;
5) $6x^2+12x+6$; 6) $-10a^2+20a-10$.

32.14. 1) a^3+2a^2+a; 2) $x^2y-6xy+9y$;
3) $c^4-4c^3+4c^2$; 4) $2ay^2-4ay+2a$;
5) $\frac{1}{9}a-\frac{8}{9}ab+\frac{16}{9}ab^2$; 6) $0{,}5cd-acd+0{,}5a^2cd$.

Тәңлимини йешиңлар **(32.15—32.17)**:

32.15. 1) $(x+11)^2-x^2=11$; 2) $69-(13-y)^2=-y^2$;
3) $44+z^2=(12+z)^2$; 4) $31-t^2=-(t-9)^2$.

32.16. 1) $(a-3)^2-(a+8)(a-8)=0$; 2) $(9-b)(b+9)+(4-b)^2=0$;
3) $(c-6)^2-(7+c)^2=0$; 4) $(d-10)^2+(4-d)(d+4)=0$.

32.17. 1) $x(x-4)=2+(x-1)^2$; 2) $(x+2)(x-3)-3=(x+1)^2$;
3) $y(5-y)=1-(y+2)^2$; 4) $(y-1)^2-(y+1)(y-7)=0$.

Тәңсизликни йешиңлар **(32.18—32.20)**:

32.18. 1) $n^2-(n+1)^2>2$; 2) $(1-t)^2-t^2>3$;
3) $(m-2)^2-4<m^2$; 4) $m^2+9<(1-m)^2$.

32.19. 1) $x(x-5)-(x-3)^2<0$; 2) $(4+y)^2-y(6+y)>0$;
3) $(17-y)^2>y(y-13)-5$; 4) $z(z-10)>(3-z)^2$.

32.20. 1) $(x+9)(x-2)-(x-2)^2>0$; 2) $(10-x)^2+(x+10)(10-x)<0$;
3) $(5-x)(x+5)+(x-5)^2>0$; 4) $(4+x)(2-x)+(1-x)^2>0$.

B

Дәрижини көпәзалиқ түридә йезиңлар **(32.21-32.22):**

32.21. 1) $(3x-8y)^2$; 2) $(7z+11d)^2$; 3) $(3{,}5t-4k)^2$;

4) $(5k+1{,}2t)^2$; 5) $\left(\frac{2}{3}a-\frac{3}{7}b\right)^2$; 6) $\left(\frac{7}{8}c-\frac{4}{7}d\right)^2$.

32.22. 1) $(1{,}3m^2+4n^2)^2$; 2) $(2{,}5a^2+4b)^2$; 3) $\left(\frac{5}{2}p-0{,}5q^3\right)^2$;

4) $\left(2{,}4m^3-\frac{3}{4}t\right)^2$; 5) $\left(\frac{7}{4}+0{,}6b^4\right)^2$; 6) $\left(\frac{3}{8}a-\frac{2}{3}b^4\right)^2$.

32.23. Көпәзаликни иккинчи көпәзаликниң квадрати түридә йезиңлар:

1) $a^{10}-10a^5b^8+25b^{16}$; 2) $a^6+6a^3x^4+9x^8$;

3) $81a^6-90a^3b^2c+25b^4c^2$; 4) $16x^2+24x^3+9x^4$.

32.24. Үчәзаликни иккиәзаликниң квадрати түридә йезиңлар:

1) $x^2+2+\frac{1}{x^2}$; 2) $\frac{x^2}{y^2}-2+\frac{y^2}{x^2}$; 3) $\frac{a^2}{b^2}-2a+b^2$;

4) $\frac{a^2}{4b^2}+2+\frac{4b^2}{a^2}$; 5) $\frac{1}{4x^2}+1+x^2$; 6) $\frac{9x^2}{4y^2}-\frac{1}{y}+\frac{1}{9x^2}$.

32.25. Ипадини аддийлаштуруңлар:

1) $(11a-b)^2+(9a+7b)(8a-13b)$;

2) $(18x+5y)(2x-4y)-(6x-3y)^2$;

3) $4x(3x-2y)-(10y-0{,}4x)^2$;

4) $(15a+2b)^2-(3a-7b)(3b-5a)$.

Тәңлимини йешиңлар **(32.26-32.27):**

32.26. 1) $(2a-11)(11+2a)-(2a-5)^2=0$;

2) $(4+9b)^2+(9b+2)(2-9b)=0$;

3) $(2{,}5-8c)^2-(8c-1{,}5)(8c+1{,}5)=0$;

4) $\left(\frac{3}{4}-5d\right)\left(5d+\frac{3}{4}\right)+\left(5d-\frac{3}{4}\right)^2=0$.

32.27. 1) $(7-8x)(2x+1)+(4x-1)^2=0$;

2) $(2x-5)^2-(2x-3)(2x+3)=15$;

3) $(3x+5)(3x-5)-(3x-1)^2=-4$;

4) $(9x+2)(1-4x)+(5-6x)^2=-32$.

Тәңсизликни йешиңлар **(32.28—32.30):**

32.28. 1) $(3{,}5-x)(4x+1)+(2x+3)^2<0$;

2) $8(y-3)^2+(5-y)(3+8y)>2$;

3) $\left(3z + \frac{1}{3}\right)^2 - (1,5z + 1)(6z - 1) > 0;$

4) $\left(7z - \frac{1}{7}\right)^2 - (24,5z + 11)(2z - 1) > 0.$

32.29. 1) $(4x - 3)(4x + 3) - (4x - 1)^2 < 3x;$
2) $3(x - 1)^2 - 3x(x - 5) > 21;$
3) $10(x - 2)^2 - 5x(2x - 1) < -30;$
4) $(5x + 6)^2 - (5x - 6)^2 > 12.$

32.30. 1) $(3x - 1)^2 - 7 < (9x + 2)x + 2;$
2) $2x(8x + 3) + 1 > (5 - 4x)^2 - 1;$
3) $(0,3x + 0,2)^2 + 0,58x > 3,9 - (2 - 0,3x)(2 + 0,3x);$
4) $(0,2 - 0,8x)^2 + 11,16 < (0,5 + 0,8x)^2 - 0,25.$

32.31. Өзгәрминиң һәр қандақ мәнасида ипадиниң мәнаси сәлбий сан болидиғанлиғини испатлаңлар:
1) $5(3 - 5a)^2 - 5(3a - 7)(3a + 7) - 80a^2 + 150a - 300;$
2) $3(a - 1)^2 + 5(a + 1)(a - 1) - 8a^2 + 6a$;
3) $(m - 1)^2 - 4(m + 1)^2 + 3m^2 + 10m;$
4) $5(1 - y)^2 - (3 + y)^2 - 4y^2 + 16y.$

32.32. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:

1) $\left(\frac{3}{5}a^{3n+1}b^2 + \frac{2}{3}a^{n-1}b^3\right)^2 - \frac{4}{45}a^{2n-2}b^5(9a^{2n+2} + 5b) + \frac{16}{25}a^{6n+2}b^4 =$
$= a^{6n+2}b^4;$

2) $\left(\frac{5}{6}x^{2n-1}y^n - \frac{3}{5}x^{n+1}y^2\right)^2 - \frac{1}{36}x^{3n}y^{n+2}(25x^{n-2}y^{n-2} - 36) =$

$= \frac{9}{25}x^{2n+2}y^4.$

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

32.33. Кубниң тәрипиниң узунлуғи a см-ға тәң. Әгәр кубниң тәрипини: 1) 2 см-ға узартса; 2) 3 см-ға қисқартса,у чағда кубниң һәжимини формула арқилиқ ипадиләңлар.

32.34. Кубниң тәрипиниң узунлуғи a см ға тәң. Куб тәрипиниң узунлуғи 4 см-ға чоңайтилған. Әгәр куб тәрипиниң узунлуғи 8 см-ға тәң болса, у чағда униң һәжими нәччә см^3-қа чоңийиду?

§ 33. ИККИ ИПАДИНИҢ ҚОШУНДИСИНИҢ КУБИ ВӘ АЙРИМИСИНИҢ КУБИНИҢ ФОРМУЛИЛИРИ

Икки ипадиниң қошундисиниң куби вә айримисиниң кубини қолайлиқ усул билән қандақ тепишқа болиду?

Алдинқи параграфта қошундиниң квадрати $(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$ формулиси билән тонуштуңлар. Әнди қошундиниң куби $(a + b)^3$ ипадисини көпәзалиқ түридә язайли. Униң үчүн $a + b$ иккиәзалиғини өз-өзигә үч қетим көпәйтиш керәк, йәни

$$(a + b)^3 = (a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b).$$

Бу тәңликниң оң қисмини $(a + b) \cdot (a + b) \cdot (a + b) = (a + b)^2 \cdot (a + b)$ түридә язайли. Биринчи көпәйткүч қошундиниң квадратидур. Шуниң үчүн $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ формулисини қоллинип, $(a + b)^2 \cdot (a + b) = (a^2 + 2ab + b^2)(a + b)$ алимиз. Әнди көпәзалиқлирни көпәйтиш формулисини қоллинимиз: $(a^2 + 2ab + b^2)(a + b) = a^3 + 2a^2b + ab^2 + a^2b + 2ab^2 + b^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$.

Шундақ қилип:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3.$$

Бу формулини *икки ипадиниң қошундисиниң кубиниң формулиси* дәп атайду.

$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ формулисини өзәңлар оқуп көрүңлар.

1-мисал. $4m + 3n$ ипадисиниң кубини тапайли.

Йешими. Қошундиниң куби формулисини қоллинимиз:

$$(4m + 3n)^3 = (4m)^3 + 3 \cdot (4m)^2 \cdot 3n + 3 \cdot 4m \cdot (3n)^2 + (3n)^3 = \\ = 64\ m^3 + 144\ m^2n + 118\ mn^2 + 27n^3.$$

Жаваби: $64m^3 + 144\ m^2n + 118\ mn^2 + 27n^3$.

2-мисал. $t^6 + 15t^4k + 75t^2k^2 + 125k^3$ көпәзалиғини иккиәзалиқниң куби түридә язайли.

Йешими. Берилгән көпәзалиқни мундақ язайли:

$t^6 + 15t^4k + 75t^2k^2 + 125k^3 = (t^2)^3 + 3 \cdot (t^2)^2 \cdot 5k + 3 \cdot t^2 \cdot (5k)^2 + (5k)^3$.

Ахирқи тәңликниң оң қисмида турған көпәзалиқ иккиәзалиқниң кубиниң формулисини бериду, шу сәвәптин уни

$$(t^2)^3 + 3(t^2)^2 \cdot 5k + 3t^2 \cdot (5k)^2 + (5k)^3 = (t^2 + 5k)^3$$

түридә язимиз. Шундақ қилип

$$t^6 + 15t^4k + 75t^2k^2 + 125k^3 = (t^2 + 5k)^3.$$

Жаваби: $(t^2 + 5k)^3$.

Икки ипадиниң айримисиниң кубиниң формулиси:

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3.$$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ формулисиниң оқулуши:
икки ипадиниң айримисиниң куби биринчи ипадиниң куби минус үч һәссиләнгән биринчи ипадиниң квадрати билән иккинчи ипадиниң көпәйтиндиси плюс үч һәссиләнгән биринчи ипадә билән иккинчи ипадиниң квадратиниң көпәйтиндиси минус иккинчи ипадиниң куби.

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ формулисиниң дуруслуғини өзәңлар испатлап көрүңлар.

3-мисал. $\left(\frac{1}{4}p - s\right)^3$ ипадисини көпәзалиқ түридә язайли.

Йешими. Иккиәзалиқни айримисиниң куби формулисини қоллансақ,

$$\left(\frac{1}{4}p - s\right)^3 = \left(\frac{1}{4}p\right)^3 - 3 \cdot \left(\frac{1}{4}p\right)^2 \cdot s + 3 \cdot \left(\frac{1}{4}p\right) \cdot s^2 - s^3 =$$

$$= \frac{1}{64}p^3 - \frac{3}{16}p^2s + \frac{3}{4}ps^2 - s^3.$$

Җавави: $\frac{1}{64}p^3 - \frac{3}{16}p^2s + \frac{3}{4}ps^2 - s^3$.

4-мисал. $8x^3 - 3{,}6x^2y + 5{,}4xy^2 - 0{,}027y^3$ көпәзалиғини икки ипадиниң айримисиниң куби түридә язайли.

Йешими. Берилгән көпәзалиқни мундақ түрләндүримиз:

$$8x^3 - 3{,}6x^2y + 0{,}54xy^2 - 0{,}027y^3 = (2x)^3 - 3 \cdot (2x)^2 \cdot (0{,}3y) +$$
$$+ 3 \cdot (2x) \cdot (0{,}3y)^2 - (0{,}3y)^3.$$

Ахирқи тәңликниң оң қисми $2x$ вә $0{,}3y$ ипадилириниң айримисиниң кубини бериду.

Демәк, $(2x)^3 - 3(2x)^2 \cdot (0{,}3y) + 3 \cdot (2x) \cdot (0{,}3y)^2 - (0{,}3y)^3 = (2x - 0{,}3y)^3$.

Шундақ қилип, $8x^3 - 3{,}6x^2y + 5{,}4xy^2 - 0{,}027y^3 = (2x - 0{,}3y)^3$.

Җавави: $(2x - 0{,}3y)^3$.

1. Қошундиниң вә айриминиң куби формулилирини бир тәңлик арқилиқ қандақ йезишқа болиду?
2. Қошундиниң куби формулисини хуласиләп чиқарғанда қандақ қаидиләр қоллинилди?

Көнүкмиләр

А

Көпәзалиқ түридә йезиңлар **(33.1—33.4)**:

33.1. 1) $(2 + x)^3$; 2) $(a - 2)^3$; 3) $(5 - b)^3$; 4) $(y + 3)^3$;
5) $(a - c)^3$; 6) $(c + d)^3$; 7) $(z - t)^3$; 8) $(k + m)^3$.

33.2. 1) $(4x + 1)^3$; 2) $(1 - 3y)^3$; 3) $(5z - 2)^3$; 4) $(4x - 3)^3$;
5) $(a + 2x)^3$; 6) $(2y - 3)^3$; 7) $(p - 3q)^3$; 8) $(3n - 2m)^3$.

33.3. 1) $(0{,}2a + 5)^3$; 2) $(4 - 0{,}5b)^3$; 3) $(0{,}6c - 5)^3$;
4) $\left(\frac{1}{2}d - 2\right)^3$; 5) $\left(\frac{1}{3}t + 3\right)^3$; 6) $\left(2 - \frac{1}{4}k\right)^3$.

33.4. 1) $(4x + 0{,}1y)^3$; 2) $(0{,}2a + 30b)^3$; 3) $\left(\frac{1}{7}a - 7c\right)^3$;
4) $(0{,}3b - 10c)^3$; 5) $(0{,}5x - 2y)^3$; 6) $\left(\frac{2}{9}n + \frac{9}{2}m\right)^3$.

Иккиәзалиқниң куби түридә йезиңлар **(33.5-33.6)**:

33.5. 1) $x^3 - 3x^2 + 3x - 1$; 2) $y^3 - 3y^2 + 3y - 1$;
3) $8 + 12p + 6p^2 + p^3$; 4) $1 - 6q + 12q^2 - 8q^3$;
5) $125 - 75a + 15a^2 - a^3$; 6) $0{,}008 + 0{,}12p + 0{,}6p^2 + p^3$.

33.6. 1) $a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$; 2) $27m^3 + 27m^2n + 9mn^2 + n^3$;
3) $8p^3 + 27q^3 + 54pq^2 + 36p^2q$; 4) $x^3y^3 - 6x^2y^2 + 12xy - 8$.

33.7. Ипадини аддийлаштуруп, өзгәрминиң берилгән мәналири үчүн һесаплаңлар:
1) $(3a - 1)^3 - 27a^3 + 5$, бу йәрдә $a = -1; 0; 1$;
2) $(0{,}7b - 2)^3 - (0{,}7b + 2)^3$, бу йәрдә $b = -2; -1; 1$;
3) $(5x - 4)^3 + (5x - 2)^3 - 250x^3$, бу йәрдә $x = 0{,}5; 0; -1$;
4) $(0{,}2 + 5y)^3 - (0{,}5 + 2y)^3 - 117y^3$, бу йәрдә $y = -1; 0; 2$.

Тәңлимини йешиңлар **(33.8-33.9)**:

33.8. 1) $(x + 1)^3 - 4x = 5 + x^2(x + 3)$;
2) $(1 - y)^3 + 8y = 7 + y^2(3 - y)$;
3) $(x + 1)^3 + (x - 1)^3 - 2x^3 = 12$;
4) $(1 + y)^3 + (1 - y)^3 - 6y^2 = 3y - 1$.

33.9. 1) $(2 + x)^3 - x^2(6 + x) = 11x + 19$;
2) $(z - 2)^3 - z^2(z - 6) = 13z - 7$;
3) $(y + 3)^3 - 2y - 30 = y^2(9 + y)$;
4) $(3 - t)^3 + 3t + 21 = -t^2(t - 9)$.

33.10. Тәңму-тәңликни испатлаңлар.

1) $(3a + b)^3 - (a + 3b)^3 - 18ab(a - b) = 26(a^3 - b^3)$;

2) $(x + 4y)^3 + (4x - y)^3 + 12xy(3x - 5y) - 128y^3 = 65(x^3 - y^3)$.

B

33.11. Көпәзалиқ түридә йезиңлар:

1) $(a^2 - b^2)^3$; 2) $(m^2 + n^2)^3$; 3) $(2a^2 + b^2)^3$;

4) $(x^4 - 6y^2)^3$; 5) $(7m^3 - n^4)^3$; 6) $\left(a^3 - \frac{1}{3}b^2\right)^3$;

7) $(0{,}3x^5 - 0{,}5y^2)^3$; 8) $\left(0{,}6x^4 - \frac{1}{2}y^3\right)^3$; 9) $\left(\frac{1}{5}a^2 + 0{,}36^4\right)^3$.

33.12. Көпәзалиқни иккиәзалиқниң куби түридә йезиңлар:

1) $8x^3 - 60x^2y + 150xy^2 - 125y^3$;

2) $64a^{15} + 144a^{10}b^3 + 108a^5 b^6 + 27b^9$;

3) $0{,}125a^9 - 0{,}15a^6b^4 + 0{,}06a^3b^8 - 0{,}008\ b^{12}$;

4) $0{,}216x^{12} + 0{,}54x^8y^5 + 0{,}45x^4y^{10} + 0{,}125y^{15}$.

Ипадини аддийлаштуруңлар **(33.13-33.14)**:

33.13. 1) $(x^2 + 1)^3 - 3(x^2 - 1)^2 - 5x\ (x - 2) + 10$;

2) $(x - 2)^3 + 20(2x - 1)^3 + x\ (x - 5)$;

3) $(1 - 3y)^3 - 3(y + 3)^3 + 10y(y^2 - 2)$;

4) $(y^3 + 2)^3 - y^6(y^3 - 6) + 2(y - 2)^2$.

33.14. 1) $(x + 5)^3 - (x + 1)^3 - 4(3x^2 - 5) + 10x - 7$;

2) $(x - 3)^3 - x^2(x + 6) - 5x(5 - 3x) - 19x + 1$;

3) $(y + 4)^3 + (3y + 1)^3 - 7y^2(4y + 9) + 24y^2 + 8$;

4) $(4y - 5)^3 - (4y + 5)^3 - 48y(1 - 10y) + 5 - 14y^2$.

Тәңлимини йешиңлар **(33.15-33.16)**:

33.15. 1) $(x + 2)^3 - (x - 2)^3 = 2x\ (6x + 2)$;

2) $(x + 3)^3 - (x - 4)^3 = 21x^2 + 7$;

3) $(x + 2)^3 + 3x^2 - 11 = (x + 3)^3$;

4) $(x - 3)^3 = x^2(x - 9) + 27$.

33.16. 1) $(6 - x)^3 - x^2(16 - x) = 2x^2 + 116$;

2) $(y + 7)^3 + y(13 - y^2) = 21y^2 + 23$;

3) $(4 - 3z)^3 + z(14 + 27z^2) = 108z^2 + 77$;

4) $(5x + 2)^3 - 25x(5x^2 - 4) = 150x^2 + 21$.

C

33.17. Тәңсизликниң йешими болидиған әң чоң пүтүн санни тепиңлар:

1) $(2 - 3x)^3 - 54x^2 \leqslant -27x^3 - 41x$;

2) $(3 + 2x)^3 - 36x^2 \geqslant 60x + 8x^3$.

33.18. Тәңсизликниң йешими болидиған әң кичик пүтүн санни тепиңлар:

1) $(x - 7)^3 + 42x^2 \geqslant (x + 7)^3 + 14 - 7x$;

2) $(6 + x)^3 - 220x \leqslant 2x^3 - (x - 6)^3 + 19$.

33.19. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:

1) $(b + 5)^3 - b(b - 5)^2 - 25(1 + b)^2 = 100$;

2) $5(1 - b)^3 + 5b(1 + b)^2 - (1 - 5b)^2 = 4$;

3) $(2b - 3)^3 - 4b^2(2b - 6) + 6b(2b - 9) = -27$;

4) $(b + 2)^3 + (2b + 1)^3 - 9b(b^2 + 2b + 2) - 10 = -1$.

33.20. Өзгәрмиләрниң һәр қандақ мәнисида ипадиниң мәнаси нөлгә тәң болидиғанлиғини испатлаңлар:

1) $(a + x)^3 - a(a + x)^2 - x^2(2a + x) - a^2x$;

2) $(a - 1)^3 + 3(a - 1)^2 + 3(a - 1) + 1 - a^3$;

3) $(x^3 + y^3)^2 - (x^2 + y^2)^3 + 3x^2y^2(x + y)^2 - 8x^3y^3$;

4) $(m - 3n)^3 - (2m - 3n)(3mn + (m - 3n)^2) + m^3$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

33.21. Әмәлләрни орунлаңлар:

1) $(a + 2b)(a^2 + ab + b^2)$; 2) $(a - 3b)(a^2 + 3ab + 9b^2)$.

33.22. Биринчи кубниң тәрипиниң узунлуғи a см-ға, иккинчи кубниң тәрипиниң узунлуғи b см-ға тәң. Кублар һәҗимлириниң қошундиси вә айримисини беридиған формулини йезиңлар.

§ 34. ИККИ ИПАДИНИҢ КУБЛИРИНИҢ ҚОШУНДИСИ БИЛӘН АЙРИМИСИНИҢ ФОРМУЛИЛИРИ

Икки ипадиниң кублириниң қошундиси вә айримисини қандақ қолайлиқ йол билән тепишқа болиду?

Ипадиләрни түрләндүргәндә икки ипадиниң (әзаниң) квадратлириниң айримиси

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b);$$

икки ипадиниң қошундиси билән айримисиниң квадрати

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2;$$

икки ипадиниң қошундиси билән айримисиниң куби

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

формулилири билән қатар икки ипадиниң кублириниң қошундиси вә кублириниң айримиси формулилири $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$ кәң қоллинилиду.

Кублирниң қошундиси $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ формулисиниң дуруслуғини испатлайли. Униң үчүн көпәзалиқни көпәзалиққа көпәйтиш қаидисини қоллинип, тәңликниң оң қисмини түрләндүримиз:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 - a^2b + ab^2 + a^2b - ab^2 + b^3 = a^3 + b^3.$$

$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ формулисиниң оқулуши:

икки ипадиниң кублириниң қошундиси мошу икки ипадиниң қошундиси билән уларниң айримисиниң толуқ әмәс квардратиниң көпәйтиндисигә тәң.

$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ формулисиниң дурuслуғини өзәңлар испатлап көрүңлар. $a^3 + b^3$ формулисиға охшаш $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ формулисини өзәңлар тәриплəп көрүңлар.

1-мисал. $n^6 + \frac{8}{125}m^3$ ипадисини көпәйткүчләргә айриңлар.

Йешими. Икки әзаниң кублириниң қошундисиниң формулисини қоллинимиз:

$$n^6 + \frac{8}{125}m^3 = (n^2)^3 + \left(\frac{2}{5}m\right)^3 = \left(n^2 + \frac{2}{5}m\right)\left(\left(n^2\right)^2 - n^2 \cdot \left(\frac{2}{5}m\right) + \left(\frac{2}{5}m\right)^2\right) =$$

$$= \left(n^2 + \frac{2}{5}m\right) \cdot \left(n^4 - \frac{2}{5}mn^2 + \frac{4}{25}m^2\right).$$

Җавави: $\left(n^2 + \frac{2}{5}m\right) \cdot \left(n^4 - \frac{2}{5}mn^2 + \frac{4}{25}m^2\right)$.

2-мисал. $8c^3 + (3 - 2c)(9 + 6c + 4c^2)$ ипадисини аддийлаштурайли.

Йешими. Кубларниң айримисиниң формулисини қоллинимиз:

$$8c^3 + (3 - 2c)(9 + 6c + 4c^2) = 8c^3 + 27 - 8c^3 = 27.$$

Җавави: 27.

1. Икки ипадиниң кублириниң қошундиси (айримиси) формулисиниң қошундиниң (айриминиң) кубидин қандақ пәрқи бар?

2. Кубларниң қошундиси формулисини тәриплигәндә "икки ипадиниң айримисиниң толуқ әмәс квадрати" дегән ибариниң қоллинилиш сәвәви үчүн немә?

Көнүкмиләр

A

Көпәйткүчләргә айриңлар **(34.1—34.3)**:

34.1. 1) $a^3 + x^3$; 2) $y^3 - b^3$; 3) $t^3 - n^3$; 4) $m^3 + k^3$; 5) $z^3 - 8$; 6) $64 + s^3$; 7) $125 - x^3$; 8) $1000 + y^3$.

34.2. 1) $27 - a^3$; 2) $b^3 + 125$; 3) $64 - m^3$; 4) $8 + q^3$; 5) $0{,}008 + a^3$; 6) $0{,}216 - b^3$; 7) $0{,}027 + n^3$; 8) $0{,}125 - m^3$.

34.3. 1) $\frac{1}{8} - b^3$; 2) $\frac{1}{27} + c^3$; 3) $\frac{1}{64} - d^3$; 4) $\frac{1}{125} + t^3$; 5) $\frac{8}{27} + z^3$; 6) $y^3 - \frac{27}{64}$; 7) $k^3 + \frac{27}{125}$; 8) $\frac{1}{216} - z^3$.

34.4. Көпәйтиндини көпәзаликқа кәлтүрүңлар:

1) $(a + 2)(a^2 - 2a + 4)$; 2) $(1 - x^2)(1 + x^2 + x^4)$;
3) $(k - 5)(k^2 + 5k + 25)$; 4) $(3 + m)(9 - 3m + m^2)$;
5) $(1 + a^3)(1 - a^3 + a^6)$; 6) $(4 - n^2)(16 + 4n^2 + n^4)$;
7) $(25 - 5y^2 + y^4)(5 + y^2)$; 8) $(64 + 8z^3 + z^6)(8 - z^3)$.

Ипадини аддийлаштуруңлар **(34.5-34.6)**:

34.5. 1) $(x - 10)(x^2 + 10x + 100) - x^3$;
2) $216 - (a + 6)(a^2 - 6a + 36)$;
3) $y^3 + (7 - y)(49 - 7y + y^2)$;
4) $600 - (8 - z)(z^2 + 8z + 64)$.

34.6. 1) $(a - 1)(a^2 + a + 1) - a^2(a - 8)$;
2) $(b + 2)(b^2 - 2b + 4) - b(b^2 - 1)$;
3) $2a^3 + 7(x^2 - x + 1)(x + 1)$;
4) $y^3 - (y - 3)(y^2 + 3y + 9)$.

34.7. Тәңлимини йешиңлар:

1) $(2x - 3)(4x^2 + 6x + 9) - 8x^3 = 2,7x$;

2) $(3 + 4x)(16x^2 - 12x + 9) - 64x^3 = -10x$;

3) $(5 - 2x)(4x^2 + 10x + 25) = 2,5x - 8x^3$;

4) $(6 - 5x)(36 + 30x + 25x^2) = 108x - 125x^3$.

34.8. Тәңсизликни йешиңлар:

1) $(1 - 4x)(1 + 4x + 16x^2) - 6x^3 \leqslant 10x - 70x^3$;

2) $99x^3 - (1 + 5x)(1 - 5x + 25x^2) \geqslant 12x - 26x^3$.

34.9. Тәңму-тәңликни испатлаңлар:

1) $(5x - 6)(25x^2 + 30x + 36) - 0,25(500x^3 - 872) = 0$;

2) $91x^3 - (3x - 4)(9x^2 + 12x + 16) - (3 + 4x)(9 - 12x + 16x^2) = 37$.

B

34.10. Көпәзаликни көпәйткүчләргә айриңлар:

1) $a^3 - 27b^3$; 2) $m^3n^3 + k^3$; 3) $x^6 - y^6$;

4) $k^6 + (pq)^6$; 5) $(a - b)^3 + b^3$; 6) $(x - 2)^3 - 27$;

7) $8a^3 + (a - b)^3$; 8) $27x^3 - y^3(x - y)^3$.

34.11. Көпәйтиндини көпәзалик түридә йезиңлар:

1) $\left(x + \frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{9} - \frac{1}{3}x + x^2\right)$; 2) $\left(n - \frac{1}{2}\right)\left(n^2 + \frac{1}{2}n + \frac{1}{4}\right)$;

3) $\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{3}b\right)\left(\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{6}ab + \frac{1}{9}b^2\right)$; 4) $\left(\frac{1}{4}y^2 - yz + 4z^2\right)\left(\frac{1}{2}y + 2z\right)$.

34.12. Көпәзаликни көпәйтиндә түридә йезиңлар:

1) $m^3 - n^3 + 2n - 2m$; 2) $3a^3 - 3b^3 + 5a^2 - 5b^2$;

3) $x^6 + y^6 + x^2 + y^2$; 4) $a^3 - b^3 + a^2 - b^2$;

5) $x^4 + xy^3 - x^3y - y^4$; 6) $a^4 - a^3b + ab^3 - b^4$.

Ипадини аддийлаштуруңлар **(34.13-34.14):**

34.13. 1) $2a^3 + 9 - 2(a + 1)(a^2 - a + 1)$;

2) $x(x + 2)(x - 2) - (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$;

3) $3(b - 1)^2 + (b + 2)(b^2 - 2b + 4) - (b + 1)^3$;

4) $(a - 1)^3 - 4a(a + 1)(a - 1) + 3(a - 1)(a^2 + a + 1)$.

34.14. 1) $(x + 2)(x^2 - 2x + 4) - x(x - 3)(x + 3) - 42$;

2) $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) - x(x^2 - 16) + 21$;

3) $(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1) - 23 - 4x(2x^2 - 3)$;

4) $16x(4x^2 - 5) + 17 - (4x + 1)(16x^2 - 4x + 1)$.

C

34.15. Ипадини аддийлаштуруңлар:

1) $6(x + 1)^2 + 2(x - 1)(x^2 + x + 1) - 2(x + 1)^3$;
2) $5x(x - 3)^2 - 5(x - 1)^3 + 15(x + 2)(x - 2)$;
3) $(x + 2)^3 - x(3x + 1)^2 + (2x + 1)(4x^2 - 2x + 1)$.

34.16. Тәңлимини йешиңлар:

1) $x^3 - (x - 3)(x^2 + 3x - 9) + 9x = -18x$;
2) $(x + 4)(16 - 4x + x^2) - x(x^2 + 8) = -192$;
3) $y(y^2 - 5) - (y - 2)(y^2 + 2y + 4) + 3y = 0$;
4) $(5 + y)(25 - 5y + y^2) - 20y - y^3 = 0$.

Тәңму-тәңликни испатлаңлар **(34.17-34.18):**

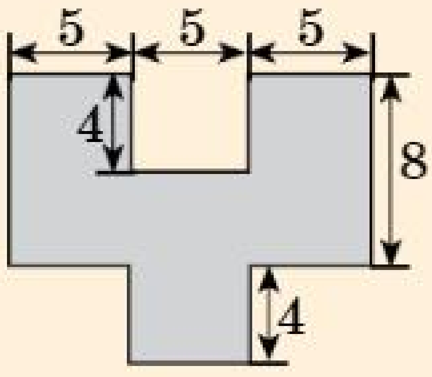
34.17. 1) $(x + y)^3 - (x - y)^3 - 6y(x^2 - y^2) = 8y^3$;
2) $(m + n)^3 - (m - n)^3 - 2n(m^2 + n^2) = 4m^2n$;
3) $x^3 - 8 - (x - 2)^2 + x(4 + x) = x^3 - 8$.

34.18. 1) $(a^2 - 3)^3 - (a^2 - 4)(a^2 + 4) - a^2(a^4 - 10a^2 + 27) = 16$;
2) $(b^2 + 3)^3 - (b^2 + 3)(b^4 - 3b^2 + 9) - 9b^2(b^2 + 3) = 0$;
3) $(m^2 - 1)(m^4 + m^2 + 1) - (m^2 - 1)^3 + 3(m^2 - 1) - 3m^4 = -3$.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

34.19. Тәңсизликни йешиңлар:
1) $(x + 2)^2 - 10 \leqslant 12x + x^2$; 2) $24 - (3 - x)^2 > 8x - x^2$.

34.20. 34.1-сүрәттә берилгән фигуриниң периметри билән мәйданини тепиңлар.



34.1-сүрәт

§ 35. ИПАДИЛӘРНИ ТӘҢМУ-ТӘҢ ТҮРЛӘНДҮРҮШ

Утуқлуқ һесаплаш үчүн қисқичә көпәйтиш формулилирини қандақ қоллинишқа болиду?

Ениқлима: квадратлар айримиси $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$;
қошундининң квадрати $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$;
айриминиң квадрати $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$;
қошундининң куби $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$;
айриминиң куби $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$;
кубларниң айримиси $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$;
кубларниң қошундиси $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
формулилири *қисқичә көпәйтиш формулилири* дәп атилиду.

Қисқичә көпәйтиш формулилири ипадиләрни түрләндүрүштә кәң қоллинилиду.

Бу формулиларни қоллинишқа мисаллар кәлтүрәйли.

1-мисал. $(4 - 5a)^2 - 8a(3a + 1) + (7a - 4)(4 + 7a)$ ипадисини аддийлаштурайли.

Йешими. Берилгән ипадини аддийлаштуруш үчүн алди билән айриминиң квадрати, квадратларниң айримиси формулилирини, бирәзалиқни көпәзалиққа көпәйтиш қаидисини қоллинимиз, андин кейин охшаш қошулғучларни бириктүримиз: $(4 - 5a)^2 - 8a(3a + 1) + (7a - 4)(4 + 7a) = 16 - 40a + 25a^2 - 24a^2 - 8a + 49a^2 - 16 = 50a^2 - 48a$.

Җавави: $50a^2 - 48a$.

2-мисал. $(5 - 2x)^2 - 8x \leqslant 2x(2x - 6) + 9$ тәңсизлигини йешәйли.

Йешими. $25 - 20x + 4x^2 - 8x \leqslant 4x^2 - 12x + 9$;
$-20x + 4x^2 - 8x - 4x^2 + 12x \leqslant 9 - 25$;
$-16x \leqslant -16$;
$x \geqslant 1$.

Җавави: $[1; +\infty)$.

3-мисал. $4(b - 5)^2 - (b - 3)(b^2 + 3b + 9) + (b + 4)^3 - 8b(2b + 1) = 191$ тәңму-тәңлигини испатлайли.

Испатлаш. $4(b - 5)^2 - (b - 3)(b^2 + 3b + 9) + (b + 4)^3 - 8b(2b + 1) = 4(b^2 - 10b + 25) - (b^3 - 27) + b^3 + 12b^2 + 48b + 64 - 16b^2 - 8b = 4b^2 - 40b + 100 - b^3 + 27 + b^3 - 4b^2 + 40b + 64 = 191$.

Көнүкмиләр

A

Ипадини аддийлаштуруңлар **(35.1—35.4)**:

35.1. 1) $(m^3 + 6n^2)^2 - (6n^2 - m^3)^2$; 2) $(x^2 - 7y^3)^2 + (x^2 + 7y^3)^2$;
3) $(9z + 2x^4)^2 - (2x^4 - 9z)^2$; 4) $(5a^3 - 4b)^2 + (4b + 5a^3)^2$.

35.2. 1) $(1,1x^2 - 6y)^2 - (1,1x^2 - 6y)(1,1x^2 + 6y)$;
2) $(2,3a - 7b^3)(2,3a + 7b^3) - (2,3a + 7b^3)^2$;
3) $(3,1n^3 - 5m)^2 + (5m - 3,1n^3)(5m + 3,1n^3)$.

35.3. 1) $1000 + a^6 - (a^2 + 10)(a^4 - 10a^2 + 100)$;
2) $(a^3 - 9)(a^6 + 9a^3 + 81) - a^9 - 729$;
3) $0,512t^3 - 100 + (0,8t + 5)(0,64t^2 - 4t + 25)$;
4) $(1,1d - c^3)(1,21d^2 + 1,1c^3d + c^6) - 1,331d^3 + 2c^9$.

35.4. 1) $(2 + a^4)(a^8 - 2a^4 + 4) + a^{10}(1 - a^2)$;
2) $k^5(k + 1) - (3 + k^2)(k^4 - 3k^2 + 9)$;
3) $(25 - 5y^4 + y^8)(5 + y^4) - y^6(y^6 - 1)$;
4) $(z^6 + 7z^3 + 49)(z^3 - 7) + z(1 - z^8)$.

Тәңлимини йешиңлар **(35.5-35.6)**:

35.5. 1) $35 + (5x - 1)(5x + 1) = (5x + 2)^2$;
2) $3 + (2x + 3)^2 = 4(x - 6)(6 + x)$;
3) $6 - x + (2x - 1)^2 = 4(x + 3)^2$;
4) $39x + (4x + 3)^2 = 2 + 4(2x + 1)^2$.

35.6. 1) $7x - (x - 2)^3 = 13 - x^2(x - 6)$; 2) $10 + (3 - x)^3 = x^2(9 - x) - 17$;
3) $-16 + (4 + x)^3 = x^2(x + 12)$; 4) $11 - x^2(x + 9) = 8x - (x + 3)^3$.

35.7. Тәңлиминиң томурини тепиңлар:
1) $(x - 7)^2 - 49 = 0$; 2) $(6 + y)^2 - 81 = 0$;
3) $100 - (z - 19)^2 = 0$; 4) $25 - (13 + t)^2 = 0$.

35.8. Тәңлимини йешиңлар **(35.8—35.10)**:
1) $x(0,25x - 3) - (0,5x + 1)(0,5x - 1) = 0$;
2) $(1,2 - x)(x + 1,2) + 1,8x + x^2 = 0$;
3) $0,49x^2 - 3x - (0,7x + 2)(0,7x - 2) = 0$;
4) $(1,6x + 1)(1 - 1,6x) - 64x(1 - 0,04x) = 0$.

35.9. 1) $(7x - 5)^2 + 67x - 49x^2 = -2$;
2) $196x^2 - (14x + 3)^2 + 80x = -5$;
3) $-2,89x^2 + (1,7x + 2)^2 + 0,2x = 11$;
4) $(2,4x - 1)^2 - 0,2x - 5,76x^2 = 3$.

35.10. 1) $5(2 + x)^3 - 5x^3 = 28x + 30x^2$;
2) $54x^2 + 6(x - 3)^3 = 162 + 6x^3$;

3) $(x + 9)(x^2 - 9x + 81) = -7 - 4x + x^3$;
4) $x^3 - 2x - 331 = (x^2 - 11x + 121)(x + 11)$.

Тәңсизликни йешиңлар **(35.11—35.13)**:

35.11. 1) $(x + 8)^2 - x^2 \leqslant 11x$; 2) $x^2 - (9 - x)^2 > -2x$;
3) $(12 + x)^2 \geqslant x^2 + 21x$; 4) $x^2 < (25 - x)^2 + 25x$.

35.12. 1) $(y + 7)^3 - y^3 - 21y^2 \geqslant 0$; 2) $-24y^2 + (8 - y)^3 + y^3 \leqslant 0$;
3) $(6 - y)^3 + y^3 - 18y^2 < 0$; 4) $y^3 - 27y^2 - (y - 9)^3 > 0$.

35.13. 1) $(10 + x)(100 - 10x + x^2) - x^3 - 500x < 0$;
2) $x^3 + 675x - (15 - x)(225 + 15x + x^2) > 0$;
3) $(169 + 13x + x^2)(x - 13) - x^3 - 2262x \leqslant 0$;
4) $1331x - x^3 + (11 + x)(x^2 + 11x + 121) \geqslant 0$.

Тәңму-тәңликни испатлаңлар **(35.14-35.15)**:

35.14. 1) $(3x + 4y)^2 - (4y - 3x)^2 = 48xy$;
2) $(1{,}5x - 2y)^2 + (2x + 1{,}5y)^2 = 6{,}25\,(x^2 + y^2)$;
3) $(2a - 3b)^3 - (2a + 3b)^3 = -18b(4a^2 + 3b^2)$;
4) $(3a - 2b)^3 + (3a + 2b)^3 = 18a(3a^2 + 4b^2)$.

35.15. 1) $(5z^2 - 6k)^2 - (5z^2 + 3k)^2 + 90z^2k = 27k^2$;
2) $(m^2 - n^2)(m^2 + n^2) - m^2(m^2 - n^2) - m^2n^2 = -n^4$;
3) $(1{,}2x^4 - 7y^2)(1{,}2x^4 + 7y^2) + 0{,}56x^8 + 49y^2 = 2x^8$;
4) $(1{,}4a^3 - 5b^2)(1{,}4a^3 + 5b^2) - 2{,}96a^6 + 25b^4 = -a^6$.

B

Ипадини аддийлаштуруңлар **(35.16-35.17)**:

35.16. 1) $(4x^3 - 1)(9x^3 + 5) - (6x^3 - 1)^2$; 2) $(x^4 - 1)^2 - (x^4 + 4) - (x^4 - 6)$;
3) $(x^7 - 3)(x^7 + 7) - (x^7 + 2)^2$; 4) $(x^8 + 9)(11 - x^8) - (x^8 + 1)^2$.

35.17. 1) $(a^3 + b^3)^3 - (a^3 - b^3)^3 - 2b^9$; 2) $(1 - a^3b^3)^3 - (a^3b^3 - 1)^3 - 2$;
3) $3a^4b^4(a^4 - b^4) - (a^4 - b^4)^2$; 4) $(c^2 + d^2)^3 - 3c^2d^2(c^2 + d^2)$.

Тәңлимини йешиңлар **(35.18-35.19)**:

35.18. 1) $8(x - 10)^2 - 11(x + 5)^2 = -3x^2 - 170x + 1600$;
2) $2{,}5(4 + x)^2 + 7(5 - x)(5 + x) = 295 - 4{,}5x^2$;
3) $1{,}9(y + 20)(20 - y) - 1{,}6\,(y + 20)^2 = 116 - 3{,}5y^2$;
4) $30(1{,}8 - y)^2 + 20(y + 1{,}8)(y - 1{,}8) = 50y^2 + 140{,}4$.

35.19. 1) $(2{,}3x - 10)(5{,}29x^2 + 23x + 100) - 125x = 12{,}167x^3$;
2) $(20 + 1{,}7x)(2{,}89x^2 - 34x + 400) - 400x = 4{,}913x^3$;
3) $5(x - 6)^3 - 13(2 + x)^3 + 32 = -8x^2(x + 21)$;
4) $-6(4 + x)^3 + 3(5 - x)^3 = 1017 - 9x^2(3 + x)$.

Тәңсизликни йешиңлар **(35.20-35.21)**:

35.20. 1) $(9x - 7)^2 - 10 \leqslant (9x + 3)(9x - 5)$;
2) $(3 + 7x)^2 - x \leqslant -26 + x\,(49x - 8)$;

3) $(11 + 25x)x + 7 < (5x - 7)^2 - 3x$;
4) $4 + (6 - 11x)^2 > 25x + x(121x + 3)$.

35.21. 1) $13 + x^2(x - 9) \geqslant (x - 3)^3 + 11$;
2) $26 + (2 + x)^3 < x^2\,(6 + x)$;
3) $3x - x^2(15 + x) > -(x + 5)^3 - 4x$;
4) $(4 + x)^3 - 6x \geqslant x^2(x + 12) + 1$.

C

35.22. Тәңсизликниң йешилиши болидиған әң чоң пүтүн санни тепиңлар:
1) $(3 - x)\,(9 + 3x + x^2) - 2x + x^3 \geqslant 7x + 7$;
2) $(x - 7)(x^2 + 7x + 49) < -4x + x^3 + 17$;
3) $7x - x^3 > 27x - (x + 8)(x^2 - 8x + 64)$;
4) $16x(32x^2 + 1) \leqslant -32 + (8x - 1)(64x^2 + 8x + 1)$.

35.23. Тәңсизликниң йешилиши болидиған әң кичик пүтүн санни тепиңлар:
1) $(x + 9)^2 - x^2 > 15x - 79$; 2) $x^2 - (11 - x)^2 < x + 19$;
3) $(x - 8)^3 + 24x^2 \geqslant x^3 + 64x$; 4) $x^3 - (7 + x)^3 \leqslant -21x^2 - 490$.

Тәңму-тәңликни испатлаңлар **(35.24-35.25)**:

35.24. 1) $((a^7 - 8b^4)\,(8b^4 + a^7) + 65b^8)^2 - a^{14}(-2b^8 + a^{14}) = b^{16}$;
2) $b^{24} - (82c^{10} + (b^6 - 9c^5)(9c^5 + b^6))^2 + c^{20} = -2c^{10}b^{12}$;
3) $(x^3 - 9y^4)^2 - (x^3 + 9y^4)^2 + 6x^3(y^4 - x) = -6x^4$;
4) $0{,}5z^4(40zt^2 - 5) - (z^5 + 10t^2)^2 + (10t^2 - z^5)^2 = -2{,}5z^4 - 20z^5t^{10}$.

35.25. 1) $(a^7 - t^5)\,(a^{14} + a^7t^5 + t^{10}) + (t^5 - a^7)^3 - 3a^{14}t^5 = -3a^7t^{10}$;
2) $(x^4 + b^9)^3 - (b^9 + x^4)(b^{18} - x^4b^9 + x^8) - 3x^8b^9 = 3x^4b^{18}$.

Хәвәрлимә тәйярлаңлар

35.26. Қисқичә көпәйтишниң бәзи бир формулилири 4 миң жил илгири мәлум болған. Бу формулилар Евклидниң "Башланмилар" китавида қандақ берилгини тоғрилиқ баянлаңлар.

Йеңи билимни өзләштүрүшкә тәйярлиниңлар

35.27. Икки тағ санниң кублириниң айримиси билән уларниң айримисиниң кубиниң айримиси 6 саниға һәссилик болидиғанлиғини испатлаңлар.

35.28. 1,5; 2,5; 3,5; .... санлирини иккинчи дәрижигә чиқириш үчүн пүтүн қисмини келәси санға көпәйтип, ахириға 0,25 санини тиркәп язса, дәрижиниң мәнаси чиқидиғанлиғини испатлаңлар.

35.29. Квадратниң қариму-қарши тәрәплириниң узунлуқлири 5 см-ға арттурулди, қалған икки қариму-қарши тәрәплириниң узунлуқлири шунчә сантиметрға кемитилди. Чиққан фигуриниң мәйдани дәсләпки фигуриниң мәйданиға қариғанда қандақ өзгәрди?