Лабораторная работа №3

Математическое моделирование

Данзанова С.З.

24 февраля 2024 год

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Информация

Докладчик

::::::::::::: {.columns align=center} ::: {.column width="70%"}

- Данзанова Саяна Зоригтоевна
- Студентка группы НПИбд-01-21
- Студ. билет 1032217624
- Российский университет дружбы народов

Цель лабораторной работы

- Изучить модели боевых действий Ланчестера. Применить их на практике для решения задания лабораторной работы.

Задание лабораторной работы

Между страной Х и страной У идет война. Численность состава войск исчисляется от начала войны, и являются временными функциями $x(t)$ и $y(t)$. В начальный момент времени страна Х имеет армию численностью 52000 человек, а в распоряжении страны У армия численностью в 49000 человек. Для упрощения модели считаем, что коэффициенты a, b, c, h постоянны. Также считаем $P(t)$ и $Q(t)$ непрерывными функциями.

Вариант 30 (1)

Постройте графики изменения численности войск армии Х и армии У для следующих случаев:

1. Модель боевых действий между регулярными войсками:

$$\frac{dx}{dt} = -0.36x(t) - 0.48y(t) + sin(t+1) + 1$$
$$\frac{dy}{dt} = -0.49x(t) - 0.37y(t) + cos(t+2) + 1.1$$

Вариант 30 (2)

2. Модель ведение боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов:

$$\frac{dx}{dt} = -0.11x(t) - 0.68y(t) + sin(5t)$$

$$\frac{dy}{dt} = -0.6x(t)y(t) - 0.15y(t) + cos(5t) + 1$$

Задачи:

1. Построить модель боевых действий между регулярными войсками на языках Julia и OpenModelica
2. Построить модель ведения боевых действий с участием регулярных войск и партизанских отрядов на языках Julia и OpenModelica

Ход выполнения лабораторной работы

Построение математической модели (1)

Регулярная армия X против регулярной армии Y

Рассмотрим первый случай. Численность регулярных войск определяется тремя факторами:

1. Скорость уменьшения численности войск из-за причин, не связанных с боевыми действиями (болезни, травмы, дезертирство);
2. Скорость потерь, обусловленных боевыми действиями противоборствующих сторон (что связанно с качеством стратегии, уровнем вооружения, профессионализмом солдат и т.п.);
3. Скорость поступления подкрепления (задаётся некоторой функцией от времени).

Построение математической модели (1)

Регулярная армия X против регулярной армии Y

В этом случае модель боевых действий между регулярными войсками описывается следующим образом:

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

Модель является доработанной моделью Ланчестера, его изначальная модель учитывала лишь члены $b(t)y(t)$ и $c(t)x(t)$, то есть, на потери за промежуток времени влияли численность армий и “эффективность оружия” (коэффициенты $b(t)$ и $c(t)$).

Построение математической модели (1)

Регулярная армия X против регулярной армии Y

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) - by(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -cx(t) - hy(t) + Q(t)$$

Именно эти уравнения [3] и будут решать наши программы для выполнения первой части задания. В конце мы получим график кривой в декартовых координатах, где по оси ox будет отображаться численность армии государства X, по оси ox будет отображаться соответствующая численность армии Y. По тому, с какой осью пересечётся график, можно определить исход войны.

Построение математической модели (2)

Регулярная армия X против партизанской армии Y

Для второй части задания, то есть, для моделирования боевых действий между регулярной армией и партизанской армией, необходимо внести поправки в предыдущую модель. Считается, что темп потерь партизан, проводящих свои операции в разных местах на некоторой известной территории, пропорционален не только численности армейских соединений, но и численности самих партизан.

Построение математической модели (2)

$$\frac{dx}{dt} = -a(t)x(t) - b(t)y(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -c(t)x(t)y(t) - h(t)y(t) + Q(t)$$

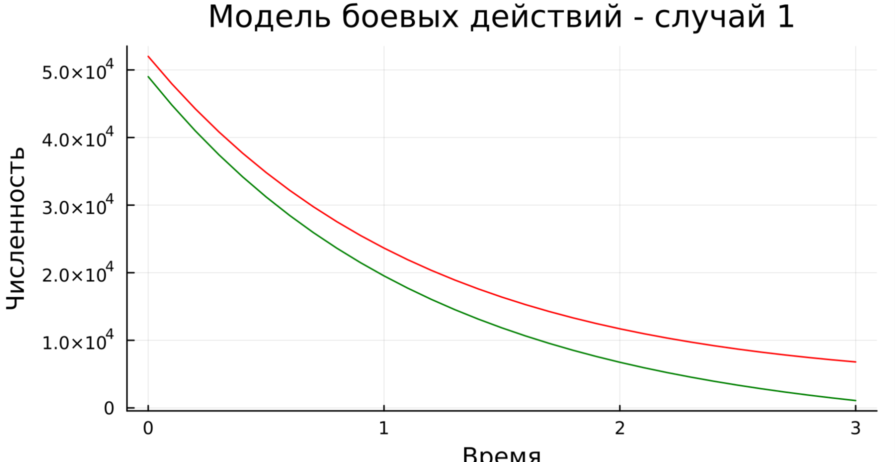
Коэффициенты a, b, c и h всё так же будут положительными десятичными числами:

$$\frac{dx}{dt} = -ax(t) - by(t) + P(t)$$
$$\frac{dy}{dt} = -cx(t)y(t) - hy(t) + Q(t)$$

Решение с помощью программ

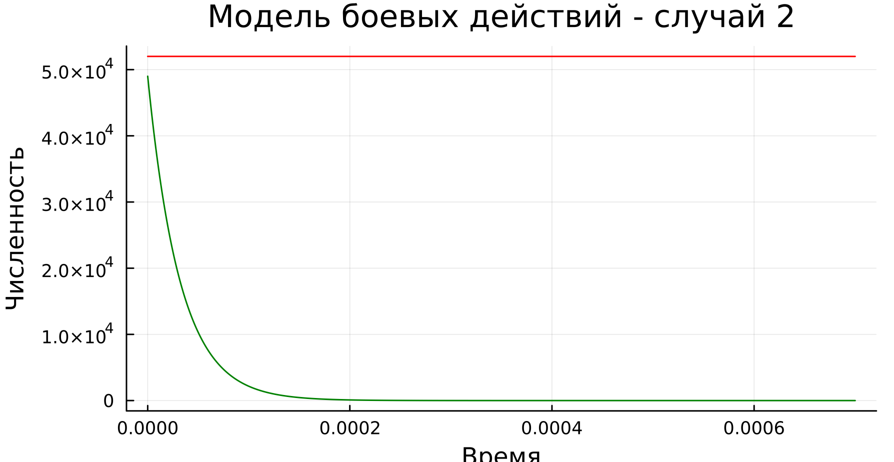
Результаты работы кода на Julia

На рис. @fig:002 и @fig:003 изображены итоговые графики для обоих случаев.



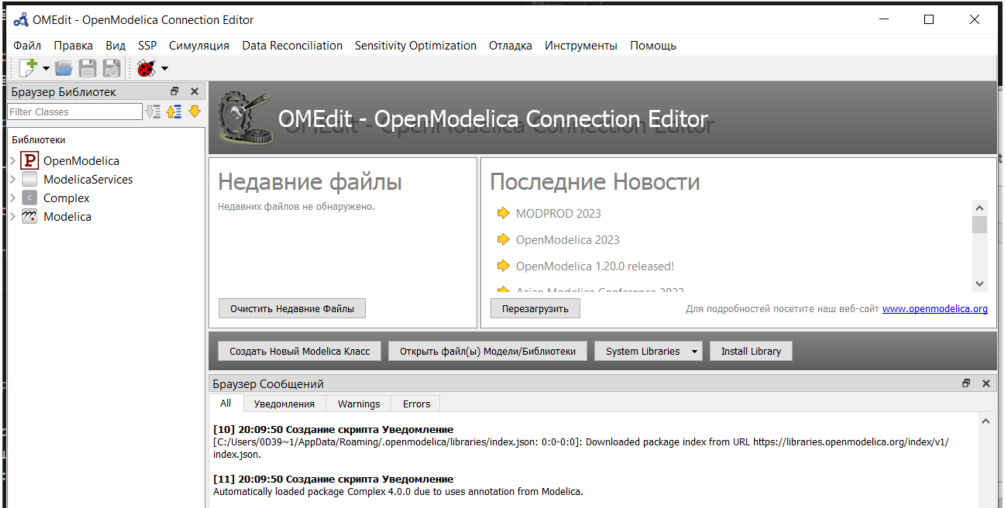
Результаты работы кода на Julia

На рис. @fig:002 и @fig:003 изображены итоговые графики для обоих случаев.



OpenModelica

Откроем OpenModelica:



Результаты работы кода на OpenModelica

На графиках на рис. @fig:006 и @fig:007, построенных с помощью OpenModelica изображены графики, аналогичные графикам @fig:002 и @fig:003 соответственно.

Результаты работы кода на OpenModelica

На графиках на рис. @fig:006 и @fig:007, построенных с помощью OpenModelica изображены графики, аналогичные графикам @fig:002 и @fig:003 соответственно.

Анализ полученных результатов

Как видно из графиков, для первой модели, то есть двух регулярных армий, противостоящих друг другу, графики на Julia и OpenModelica идентичны (с поправкой на использование разных графических ресурсов, разный масштаб и т.д.).

Аналогичная ситуация верна и для графиков противостояния регулярной армии армии партизанов, которые рассматривались во второй модели.

Вывод

Вывод

По итогам лабораторной работы я построила по две модели на языках Julia и OpenModelica. В ходе проделанной работы можно сделать вывод, что OpenModelica лучше приспособлен для моделирование процессов, протекающих во времени. Построение моделей боевых действий на языке OpenModelica занимает гораздо меньше строк и времени, чем аналогичное построение на языке Julia.

Список литературы. Библиография

[1] Документация по Julia: https://docs.julialang.org/en/v1/

[2] Документация по OpenModelica: https://openmodelica.org/

[3] Решение дифференциальных уравнений: https://www.wolframalpha.com/

[4] Законы Ланчестера: https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%97%D0%B0%D0%BA%D0%BE%D0%BD%D1%