

# **Отчёт по лабораторной работе №4**

## **Математическое моделирование**

**Задача о погоне. Вариант №30**

Выполнила: Данзанова Саяна Зоригтоевна, НПИбд-01-21

# Содержание

<b>Цель работы</b>	<b>5</b>
<b>Задачи</b>	<b>6</b>
<b>Задание</b>	<b>7</b>
<b>Выполнение лабораторной работы</b>	<b>8</b>
Построение математической модели. Решение с помощью программ . . . . .	8
Julia . . . . .	8
Результаты работы кода на Julia . . . . .	11
OpenModelica . . . . .	17
Результаты работы кода на OpenModelica . . . . .	20
<b>Анализ полученных результатов. Сравнение языков.</b>	<b>27</b>
<b>Вывод</b>	<b>28</b>
<b>Список литературы. Библиография</b>	<b>29</b>

## Список иллюстраций

1	“Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы на языке Julia” . . . . .	12
2	“Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы на языке Julia” . . . . .	13
3	“Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы на языке Julia” . . . . .	14
4	“Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы на языке Julia” . . . . .	15
5	“Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы на языке Julia” . . . . .	16
6	“Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы на языке Julia” . . . . .	17
7	“Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы на языке Open Modelica” . . . . .	21
8	“Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы на языке Open Modelica” . . . . .	22
9	“Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы на языке Open Modelica” . . . . .	23
10	“Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы на языке Open Modelica” . . . . .	24
11	“Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы на языке Open Modelica” . . . . .	25
12	“Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы на языке Open Modelica” . . . . .	26

## **Список таблиц**

## Цель работы

Изучить понятие гармонического осциллятора, построить фазовый портрет и найти решение уравнения гармонического осциллятора.

# Задачи

1. Разобраться в понятии гармонического осциллятора
2. Ознакомиться с уравнением свободных колебаний гармонического осциллятора
3. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения на языках Julia и Open Modelica гармонического осциллятора для следующих случаев:
  - Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
  - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы
  - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

# Задание

Вариант 30:

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы  $\ddot{x} + 4.3x = 0$ ;
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы  $\ddot{x} + \dot{x} + 20x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы  $\ddot{x} + \dot{x} + 8.8x = 0.7\sin(3t)$

На интервале  $t \in [0; 61]$  (шаг 0.05) с начальными условиями  $x_0 = -0.3, y_0 = 1.3$ .

# Выполнение лабораторной работы

## Построение математической модели. Решение с помощью программ

### Julia

Код программы для первого случая:

```
#  $x'' + 4.3x = 0$ 
using DifferentialEquations

function lorenz!(du, u, p, t)
    a = p
    du[1] = u[2]
    du[2] = -a*u[1]
end

const x = -0.3
const y = 1.3
u0 = [x, y]

p = (4.3)
tspan = (0.0, 61.0)
prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)
```



```

sol = solve(prob, dtmax = 0.05)

using Plots; gr()

#решение системы уравнений
plot(sol)
savefig("lab4_julia_1.png")

#фазовый портрет
plot(sol, vars=(2,1))
savefig("lab4_julia_1_phase.png")

```

Код программы для второго случая:

```

#  $x'' + x' + 20x = 0$ 
using DifferentialEquations

function lorenz!(du, u, p, t)
    a, b = p
    du[1] = u[2]
    du[2] = -a*du[1] - b*u[1]
end

const x = -0.3
const y = 1.3
u0 = [x, y]

p = (sqrt(1), 20)
tspan = (0.0, 61.0)
prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)

```

```
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
```

```
using Plots; gr()
```

```
#решение системы уравнений
```

```
plot(sol)
```

```
savefig("lab4_julia_2.png")
```

```
#фазовый портрет
```

```
plot(sol, vars=(2,1))
```

```
savefig("lab4_julia_2_ph.png")
```

Код программы для третьего случая:

```
#  $x'' + 5x' + x = 0.7\sin(3t)$ 
```

```
using DifferentialEquations
```

```
function lorenz!(du, u, p, t)
```

```
    a, b = p
```

```
    du[1] = u[2]
```

```
    du[2] = -a*du[1] - b*u[1] + 0.7*sin(3*t)
```

```
end
```

```
const x = -0.3
```

```
const y = 1.3
```

```
u0 = [x, y]
```

```
p = (sqrt(1), 8.8)
```

```
tspan = (0.0, 61.0)
```

```
prob = ODEProblem(lorenz!, u0, tspan, p)
```

```
sol = solve(prob, dtmax = 0.05)
```

```
using Plots; gr()
```

```
#решение системы уравнений
```

```
plot(sol)
```

```
savefig("lab4_julia_3.png")
```

```
#фазовый портрет
```

```
plot(sol, vars=(2,1))
```

```
savefig("lab4_julia_3_phase.png")
```

## **Результаты работы кода на Julia**

Первый случай:

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

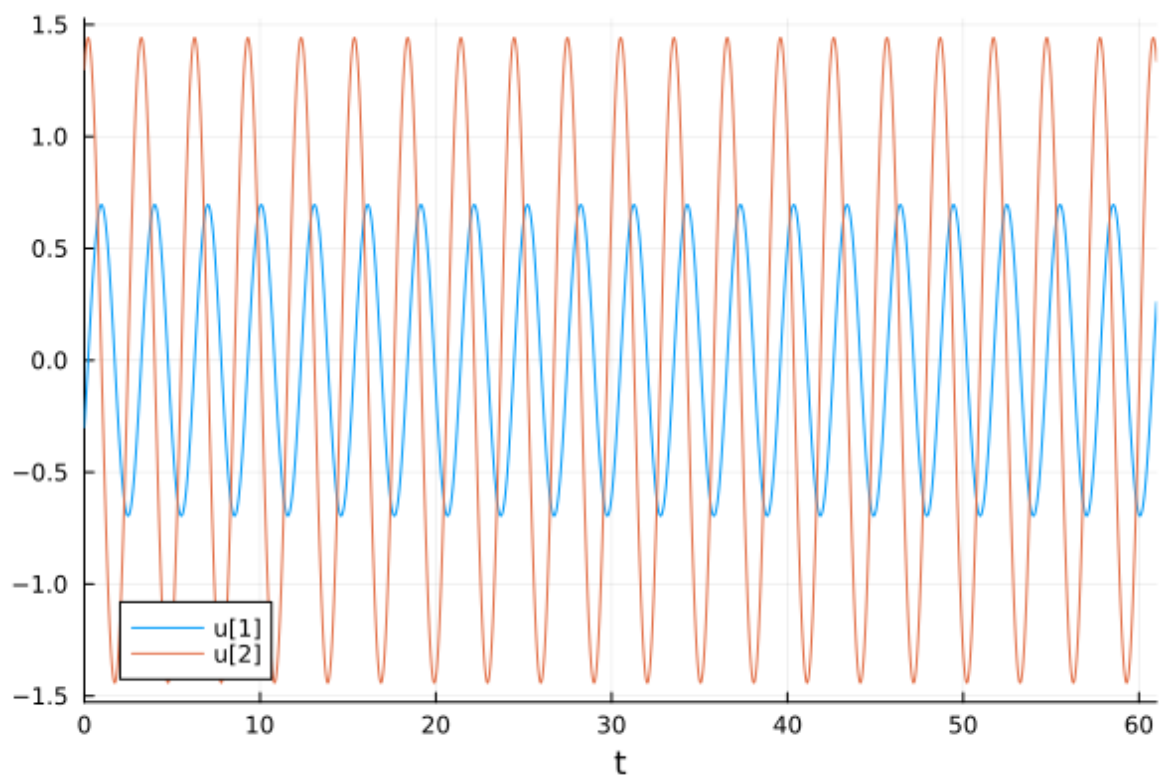


Рис. 1: “Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы на языке Julia”

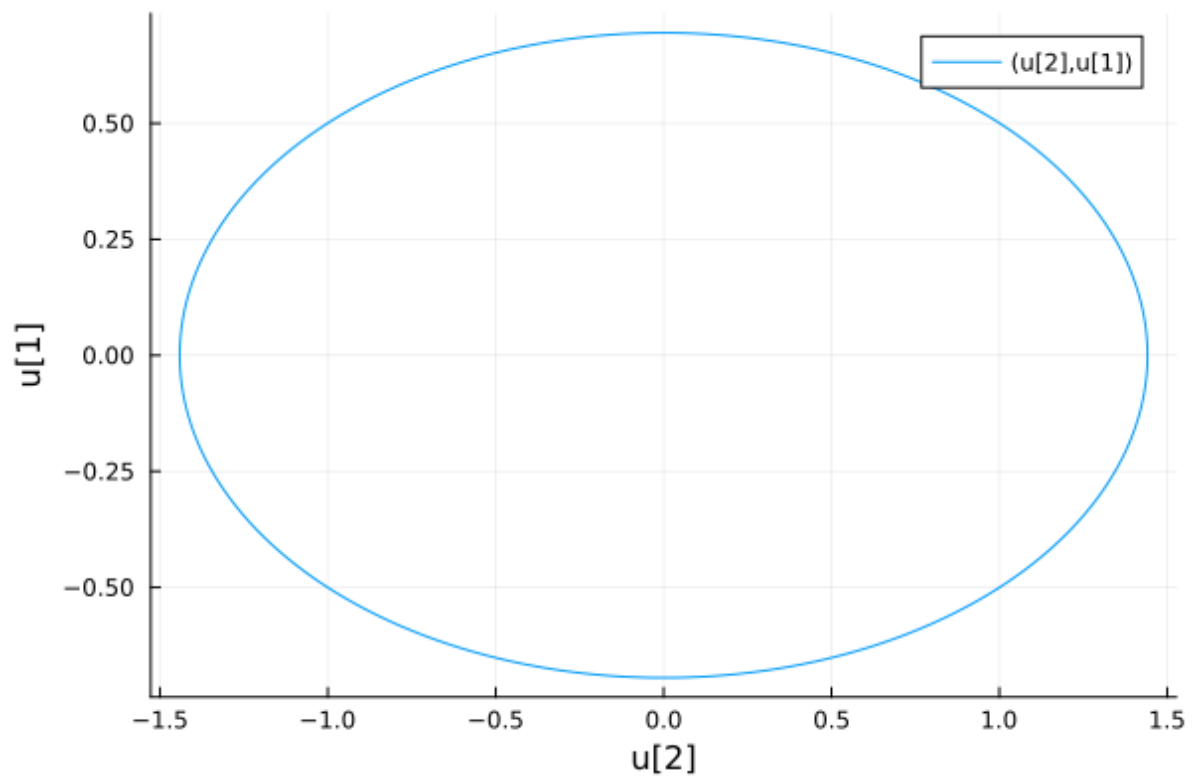


Рис. 2: “Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы на языке Julia”

Второй случай:

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

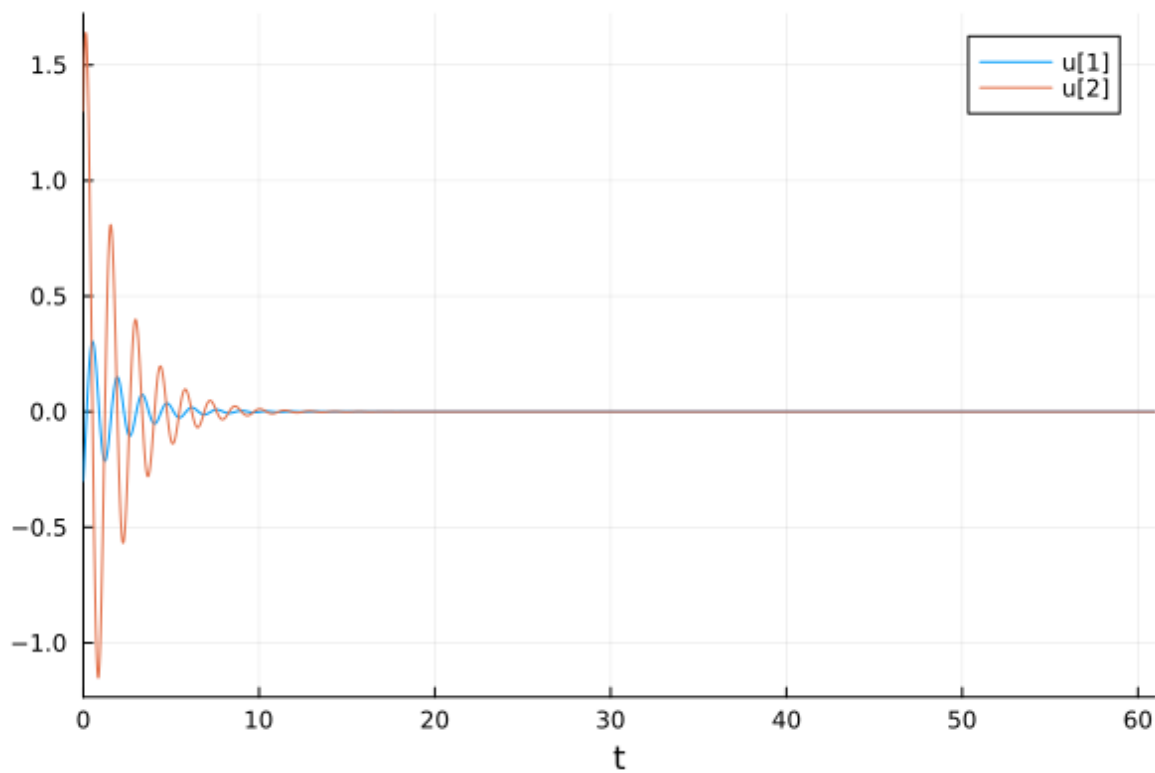


Рис. 3: “Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы на языке Julia”

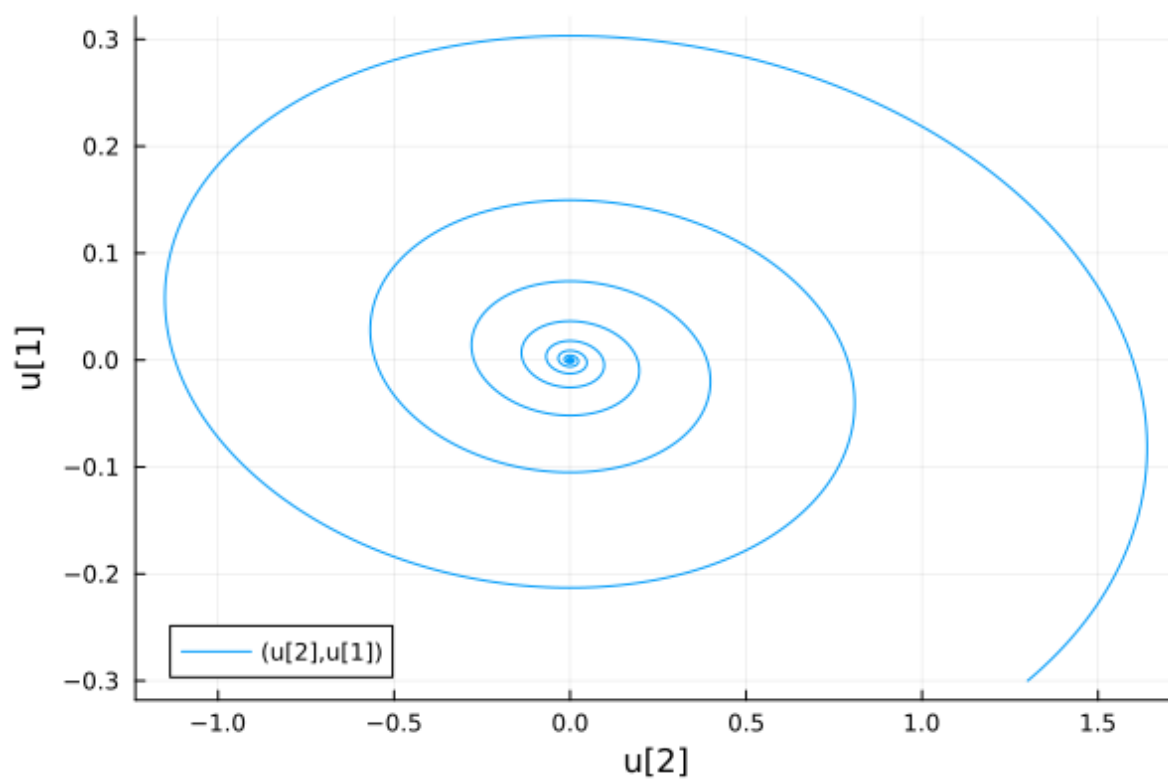


Рис. 4: “Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы на языке Julia”

Третий случай:

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы

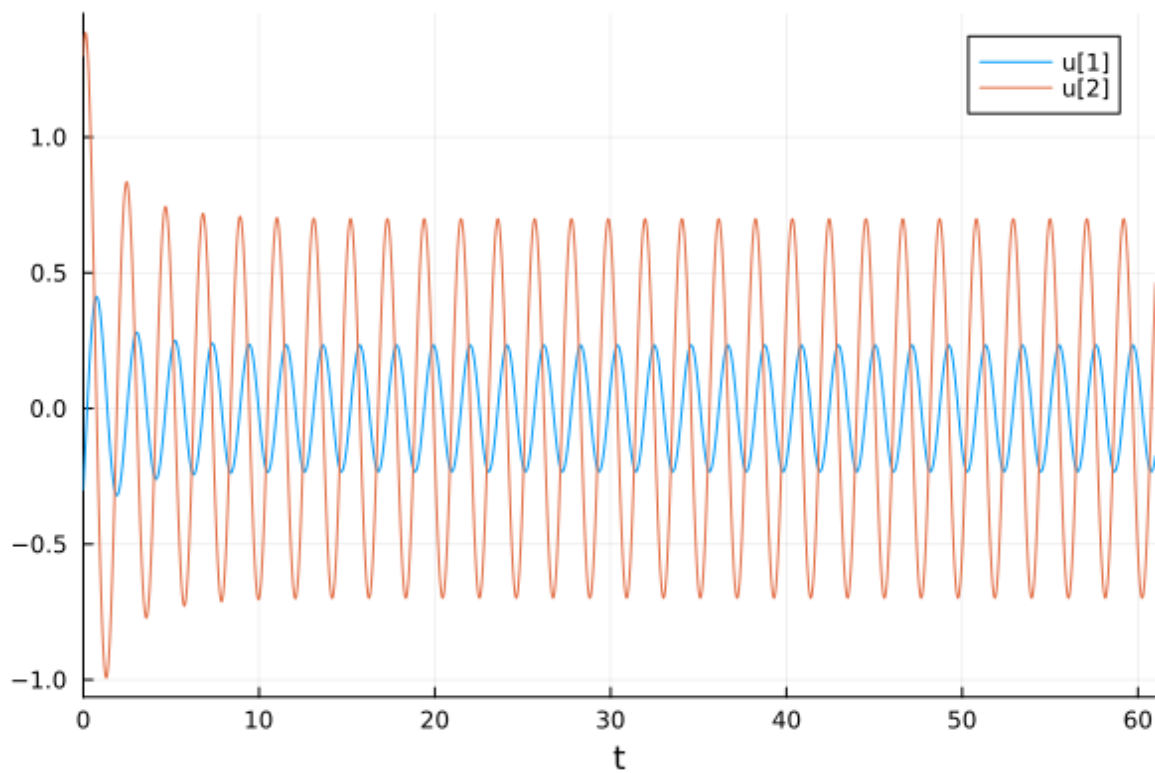


Рис. 5: “Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы на языке Julia”



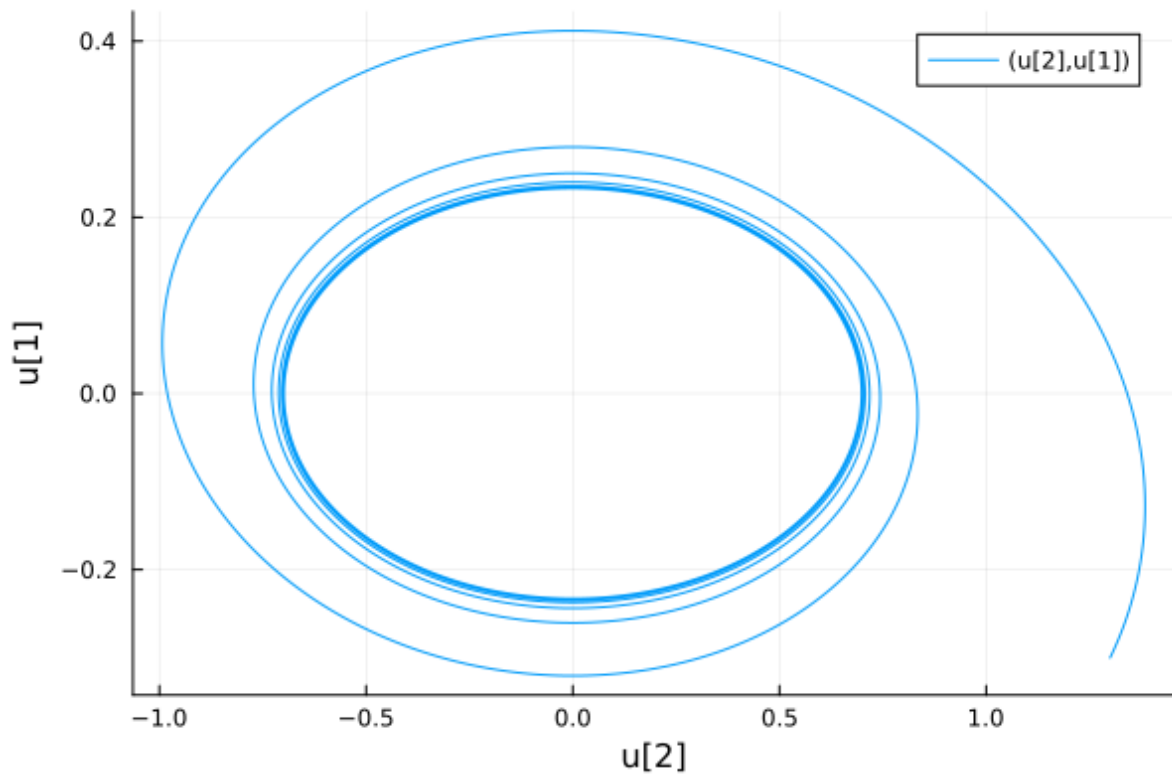


Рис. 6: “Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы на языке Julia”

## OpenModelica

Код программы для первого случая:

```
//case1:  $x'' + 4.3x = 0$ 
model lab4_1
// $x'' + g \cdot x' + w^2 \cdot x = f(t)$ 
//w - частота
//g - затухание
parameter Real w = sqrt(4.30);
parameter Real g = 0;
```

```

parameter Real x0 = -0.3;
parameter Real y0 = 1.3;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

// f(t)
function f
input Real t ;
output Real res;
algorithm
res := 0;
end f;

equation
der(x) = y;
der(y) = -w*w*x - g*y + f(time);
end lab4_1;

```

Код программы для второго случая:

```

//case2:  $x'' + x' + 20x = 0$ 
model lab4_2

parameter Real w = sqrt(20.00);
parameter Real g = 1;

parameter Real x0 = -0.3;
parameter Real y0 = 1.3;

```

```

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

// f(t)
function f
input Real t ;
output Real res;
algorithm
res := 0;
end f;

equation
der(x) = y;
der(y) = -w*w*x - g*y + f(time);

end lab4_2;

```

Код программы для третьего случая:

```

//case3:  $x'' + x' + 8.8x = 0.7\sin(3t)$ 
model lab4_3

parameter Real w = sqrt(8.80);
parameter Real g = 1;

parameter Real x0 = -0.3;
parameter Real y0 = 1.3;

Real x(start=x0);
Real y(start=y0);

```

```

// f(t)
function f
input Real t ;
output Real res;
algorithm
res := 0.7*sin(3*t); // 3 случай
end f;

equation
der(x) = y;
der(y) = -w*w*x - g*y - f(time);
end lab4_3

```

## Результаты работы кода на OpenModelica

Первый случай:

Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы

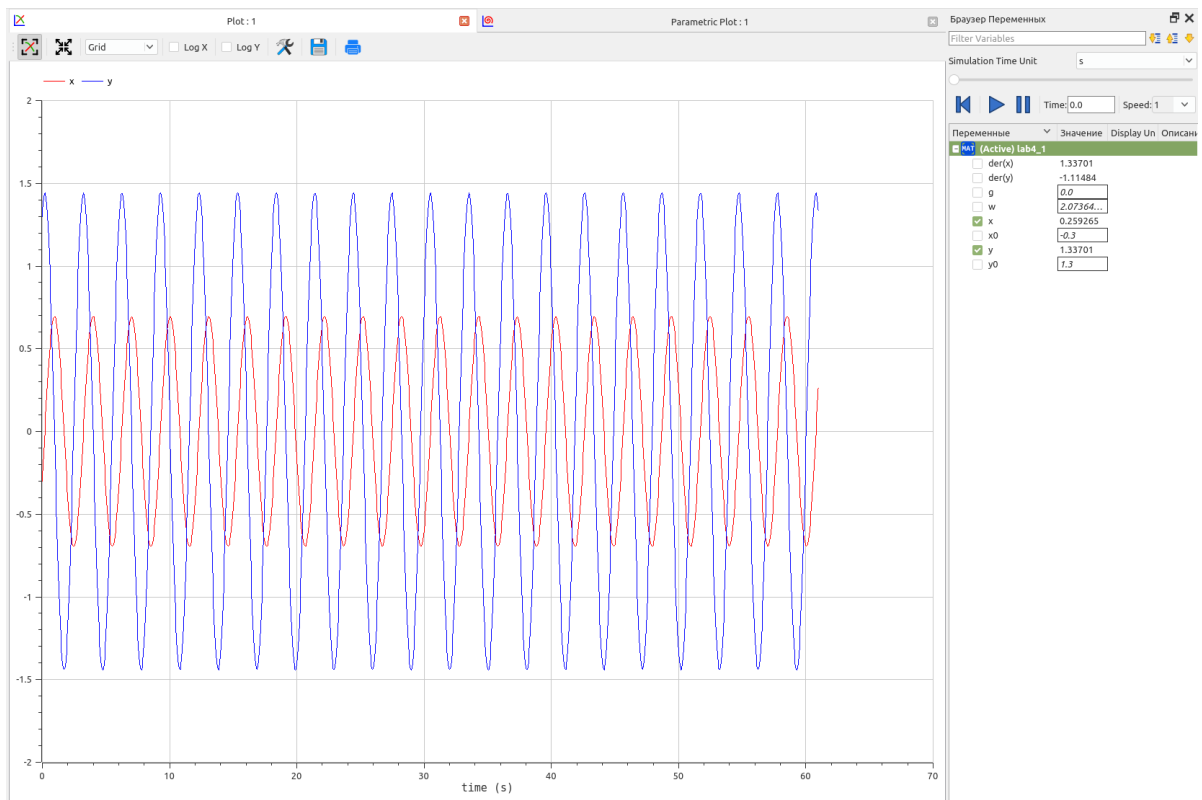


Рис. 7: “Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы на языке Open Modelica”

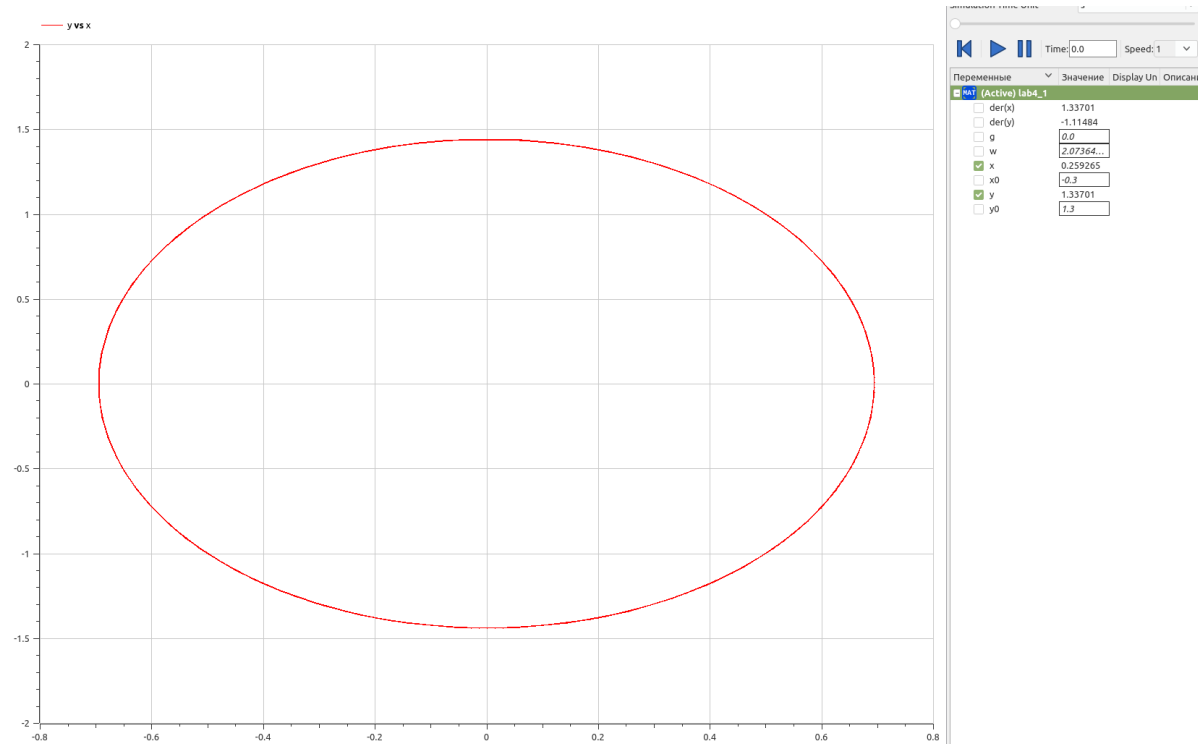


Рис. 8: “Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы на языке Open Modelica”

Второй случай:

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

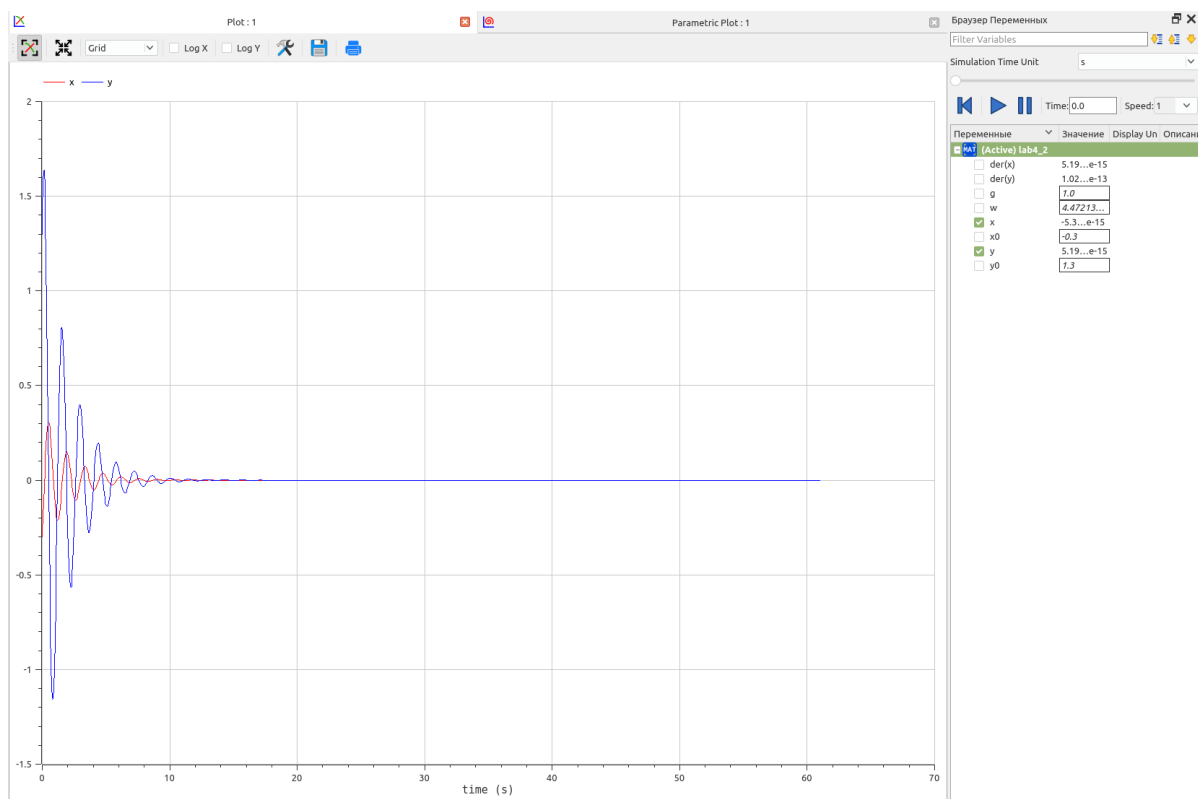


Рис. 9: “Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы на языке Open Modelica”

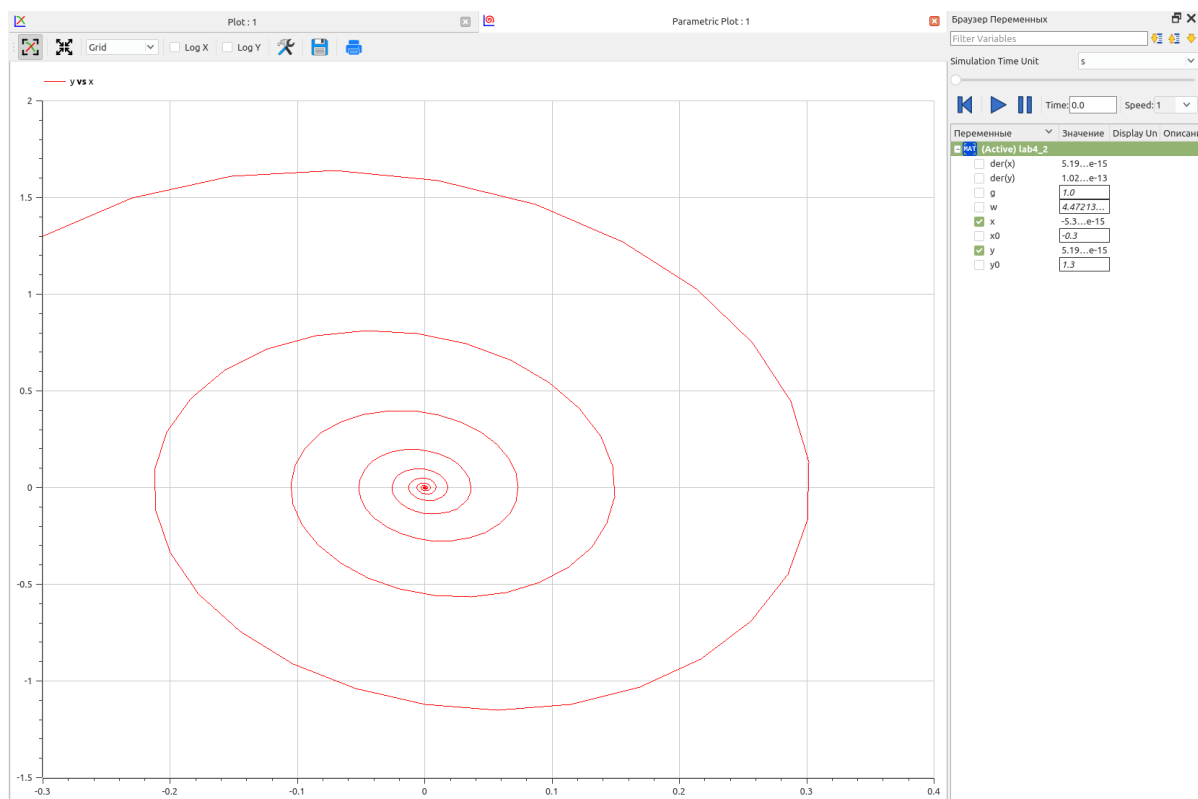


Рис. 10: “Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы на языке Open Modelica”

Третий случай:

Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы



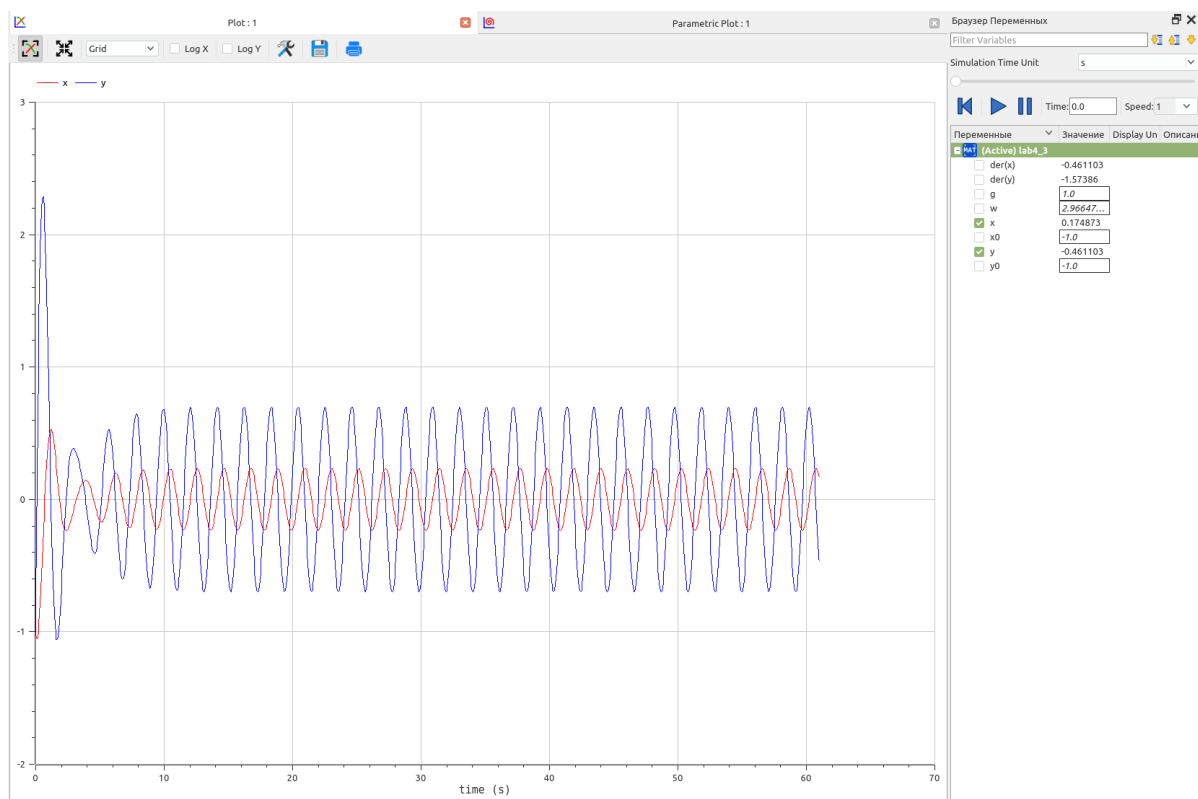


Рис. 11: “Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы на языке Open Modelica”

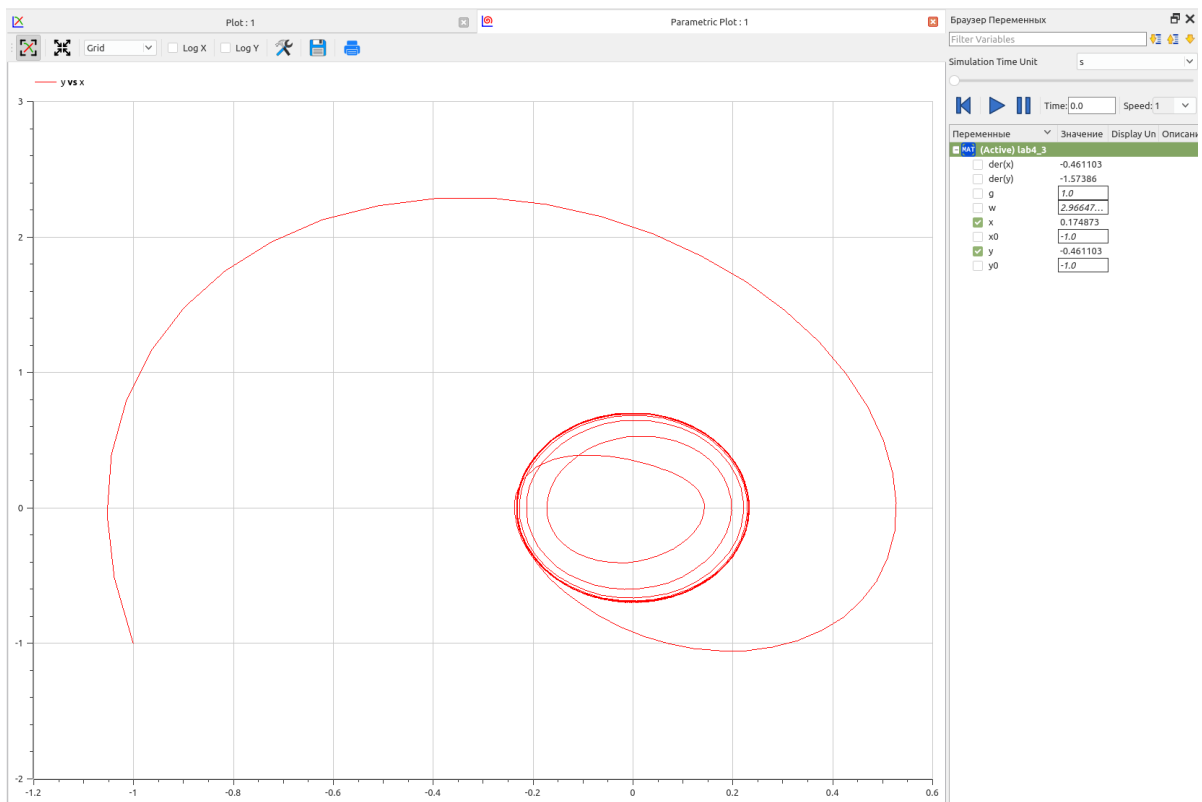


Рис. 12: “Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы на языке Open Modelica”

## **Анализ полученных результатов.**

### **Сравнение языков.**

В итоге проделанной работы мы построили по три модели (включающих в себя два графика) на языках Julia и OpenModelica. Построение моделей колебания на языке OpenModelica занимает меньше строк, чем аналогичное построение на Julia.

## **Вывод**

В ходе выполнения лабораторной работы были построены решения уравнения гармонического осциллятора и фазовые портреты гармонических колебаний без затухания, с затуханием и при действии внешней силы на языках Julia и Open Modelica.

## Список литературы. Библиография

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений: <https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Бутиков И. Е. Собственные колебания линейного осциллятора. 2011.