

Лабораторная работа №3

Математическое моделирование

Данзанова С.З.

24 февраля 2024 год

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия

Докладчик

.....: {.columns align=center} ::: {.column width="70%"}

- Данзанова Саяна Зоригтоевна
- Студентка группы НПИбд-01-21
- Студ. билет 1032217624
- Российский университет дружбы народов

Цель лабораторной работы

- Изучить понятие гармонического осциллятора, построить фазовый портрет и найти решение уравнения гармонического осциллятора.

Математическая модель (1)

Движение грузика на пружинке, маятника, заряда в электрическом контуре, а также эволюция во времени многих систем в физике, химии, биологии и других науках при определенных предположениях можно описать одним и тем же дифференциальным уравнением, которое в теории колебаний выступает в качестве основной модели. Эта модель называется линейным гармоническим осциллятором.

Математическая модель (2)

Уравнение свободных колебаний гармонического осциллятора имеет следующий вид:

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 = 0$$

где x - переменная, описывающая состояние системы (смещение груза, заряд конденсатора и т.д.), γ - параметр, характеризующий потери энергии (трение в механической системе, сопротивление в контуре), ω_0 - собственная частота колебаний. Это уравнение есть линейное однородное дифференциальное уравнение второго порядка и оно является примером линейной динамической системы.

Математическая модель (3)

Значение фазовых координат x, y в любой момент времени полностью определяет состояние системы. Решению уравнения движения как функции времени отвечает гладкая кривая в фазовой плоскости. Она называется фазовой траекторией. Если множество различных решений (соответствующих различным начальным условиям) изобразить на одной фазовой плоскости, возникает общая картина поведения системы. Такую картину, образованную набором фазовых траекторий, называют фазовым портретом.

Задание лабораторной работы. Вариант 30

Постройте фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения гармонического осциллятора для следующих случаев:

1. Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы $\ddot{x} + 4.3x = 0$;
2. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы $\ddot{x} + \dot{x} + 20x = 0$
3. Колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы $\ddot{x} + \dot{x} + 8.8x = 0.7\sin(3t)$

На интервале $t \in [0; 61]$ (шаг 0.05) с начальными условиями $x_0 = -0.3, y_0 = 1.3$.

Задачи:

1. Разобраться в понятии гармонического осциллятора
2. Ознакомиться с уравнением свободных колебаний гармонического осциллятора
3. Построить фазовый портрет гармонического осциллятора и решение уравнения на языках Julia и Open Modelica гармонического осциллятора для следующих случаев:
 - Колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы
 - Колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы

Математическая модель

По представленному выше теоретическому материалу были составлены модели на обоих языках программирования.

Решение с помощью программ

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для первого случая (1)

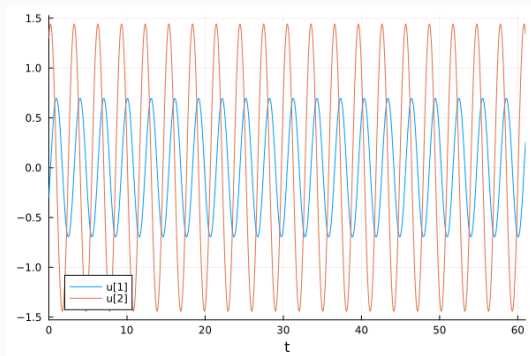


Рис. 1: “Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без

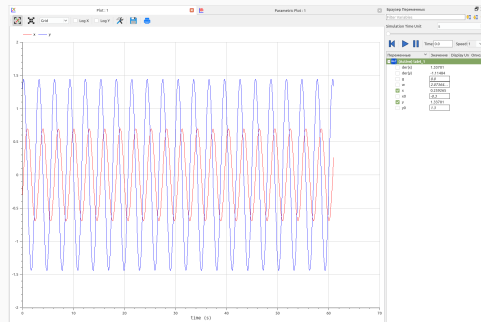


Рис. 2: “Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы на языке Open

Решение с помощью программ

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для первого случая (2)

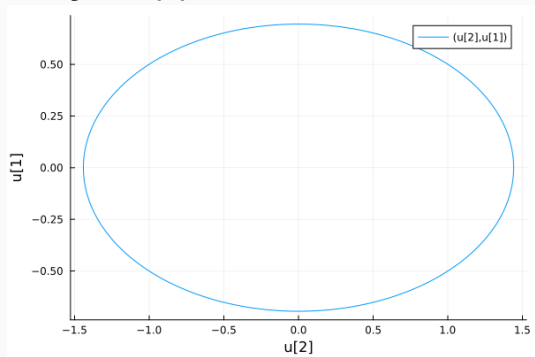


Рис. 3: “Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней

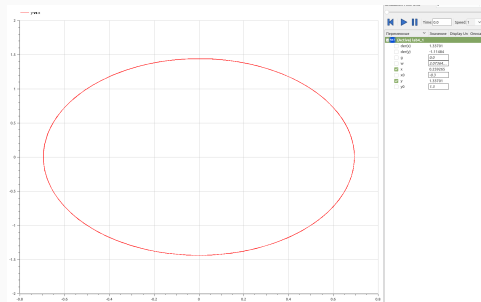


Рис. 4: “Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора без затуханий и без действий внешней силы на языке Open Modelica”

Решение с помощью программ

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для второго случая (1)

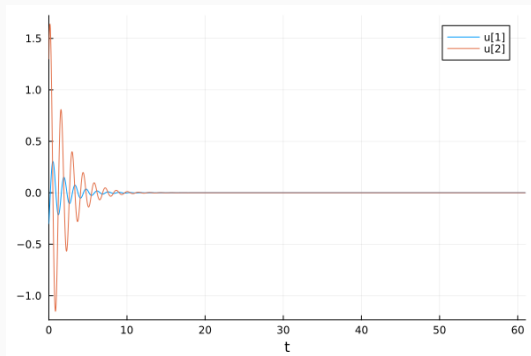


Рис. 5: “Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без

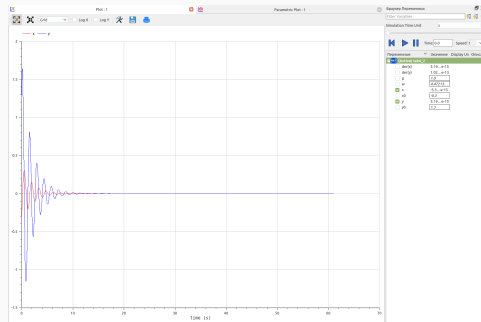


Рис. 6: “Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней силы на языке Open

Решение с помощью программ

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для второго случая (2)

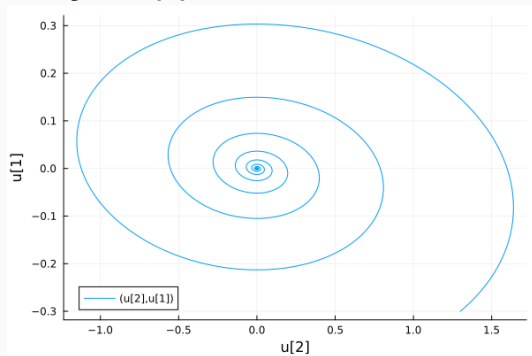


Рис. 7: “Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней

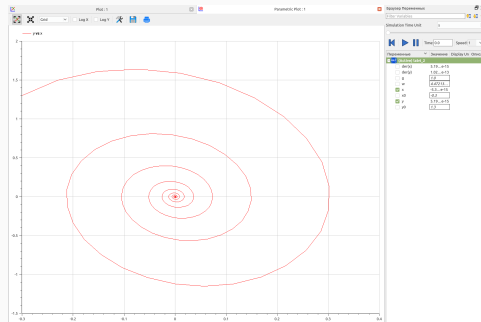


Рис. 8: “Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и без действий внешней 13/18 силы на языке Open Modelica”

Решение с помощью программ

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для третьего случая (1)

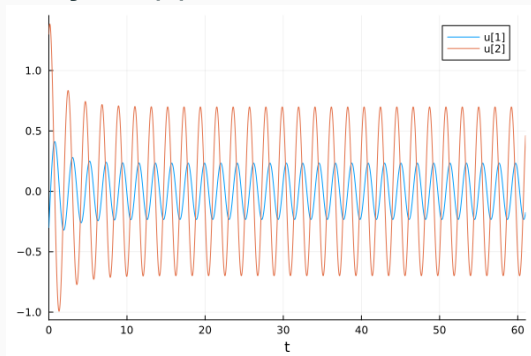


Рис. 9: “Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под

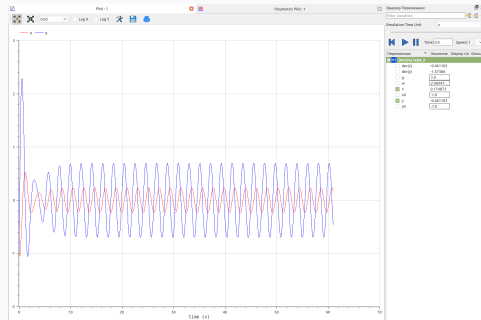


Рис. 10: “Решение уравнения для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы на языке

Решение с помощью программ

Результаты работы кода на Julia и Open Modelica для третьего случая (2)

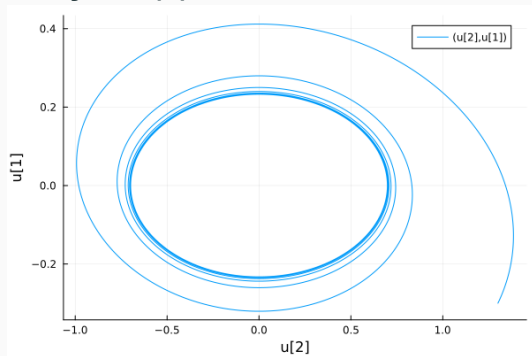


Рис. 11: “Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под

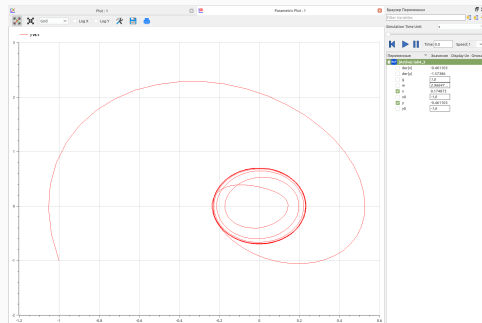


Рис. 12: “Фазовый портрет для колебания гармонического осциллятора с затуханием и под действием внешней силы на языке

Анализ полученных результатов

В итоге проделанной работы мы построили по три модели (включающих в себя два графика) на языках Julia и OpenModelica. Построение моделей колебания на языке openModelica занимает меньше строк, чем аналогичное построение на Julia.

Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были построены решения уравнения гармонического осциллятора и фазовые портреты гармонических колебаний без затухания, с затуханием и при действии внешней силы на языках Julia и Open Modelica.

Список литературы. Библиография

- [1] Документация по Julia: <https://docs.julialang.org/en/v1/>
- [2] Документация по OpenModelica: <https://openmodelica.org/>
- [3] Решение дифференциальных уравнений:
<https://www.wolframalpha.com/>
- [4] Бутиков Е. И. Собственные колебания линейного осциллятора. 2011.