রৈখিক প্রোগ্রামবিধির সমস্যাসমূহ

LINEAR PROGRAMMING PROBLEMS

ভূমিকা (Introduction)

জীবনের প্রতিটি ক্ষেত্রে সর্বশ্রেষ্ঠকে করায়ত্ত করার প্রয়াস মানুষের চিরদিনের। মানব সভ্যতার শুরু থেকেই বিভিন্ন প্রান্তিকীকরণের সমস্যার (Optimization problem) সমাধান পাওয়ার লক্ষ্যে মানুষ নানা প্রক্রিয়ার এবং কৌশলের (Strategies) সন্ধানে নিজেদের নিয়োজিত করেছে। চরম বা সেরা (Optimal) ফল পাওয়ার প্রচেষ্টা যে মানুষ অতি প্রাচীনকাল থেকে করে আসছে তা বলার অপেক্ষা রাখে না। ইতিপূর্বে বিভিন্ন গণিতজ্ঞদের দ্বারা কলনবিদ্যায় চরম ও অবম মান সংক্রান্ত নানা সমস্যার সমাধান করার চেষ্টার উদাহরণ আমরা পেয়েছি।

বাণিজ্য, প্রশাসন, অর্থনীতি, বিজ্ঞান, প্রযুক্তি প্রভৃতির ক্ষেত্রে আমাদের এমন সব সমস্যার সমাধান করতে হয় যেখানে আমাদের প্রদত্ত বাধাসমূহকে (Constraints) সামনে রেখে কী করে সর্বোত্তম ফল পাওয়া যায় তার প্রয়াস থেকেই 'Operation Research' নামক একটি উপযোগী গাণিতিক শাখার সৃষ্টি হয়। এই শাখার অন্তর্গত একটি উপশাখা হল 'রৈখিক প্রোগ্রামবিধি' বা 'রৈখিক প্রোগ্রামিং (LPP)'। দ্বিতীয় মহাযুদ্ধের কালকে এই শাখাটির জন্মলগ্ন হিসেবে চিহ্নিত করা হয়। 1939 খ্রিস্টাব্দে রাশিয়ার 'L.V. Cantarovitch' কী করে একটি রৈখিক অপেক্ষকের (Linear function) চরম মান সংক্রান্ত সমস্যা গঠন এবং তার সমাধান করা যায়, সে সম্বন্ধে ধারণা দেন। 1947 খ্রিস্টাব্দে 'G.B. Dantzig' রৈখিক প্রোগ্রামিং পদ্ধতি এবং Simplex পদ্ধতির কথা বলায় নতুন শাখাটির এক নবদিগন্ত উন্মোচিত হল। 'সব চেয়ে কম উৎপাদন ব্যয় এবং সবচেয়ে বেশি লাভ' হচ্ছে ব্যবসা বাণিজ্যের জগতে অনুসৃতনীতি এবং এই নীতিকে সফলভাবে রূপায়ণ করার লক্ষ্যে আজ 'Operation Research' তথা 'Linear Programming Problems' শাখাটি প্রযুক্ত হচ্ছে। শুধু তাই নয়, আজকের দিনে প্রশাসন, শিল্প, অর্থনীতি, পরিকল্পনা, পরিচালন ব্যবস্থা, সামরিক পরিকাঠামো, বিজ্ঞান-প্রযুক্তির প্রায় প্রতিটি ক্ষেত্রে এটি সফলভাবে প্রয়োগ করা হচ্ছে।

তথ্য সংগ্রহ (Collection of Information)

বিষয় শিক্ষক/শিক্ষিকার পরামর্শক্রমে বিভিন্ন প্রামাণ্য গ্রন্থ থেকে প্রকল্পের প্রয়োজনীয় বিষয়বস্তু সংগৃহীত হয়েছে।

বিষয়বস্তুর বিবরণ (Description)

রুশ গণিতজ্ঞ **L. Kantorovich** এবং মার্কিন অর্থনীতিবিদ **F.L. Hitchcock** স্বাধীনভাবে 1941 খ্রিস্টাব্দে পরিবহণ সমস্যা নামে সুপরিচিত বিষয়ের মাধ্যমে রৈখিক প্রোগ্রামবিধি সমস্যার আলোচনার সূত্রপাত করেন। চার বছর পর ব্রিটিশ অর্থনীতিবিদ **G. Stiglar** সুষম খাদ্য তালিকা প্রস্তুতে রৈখিক প্রোগ্রামবিধি প্রয়োগ করেন। 1947 খ্রিস্টাব্দে মার্কিন অর্থনীতিবিদ **G.B. Dantzig সিম্‌প্লেক্স পদ্ধতি**(Simplex Method) উদ্ভাবন করেন। **পুনরাবৃত্তি** নির্ভর (itarative) কয়েকটি সসীম ধাপে রৈখিক প্রোগ্রামবিধি সমস্যার সমাধানে এই পদ্ধতি একটি অত্যন্ত গুরুত্বপূর্ণ পদক্ষেপ। 1975 খ্রিস্টাব্দে **Kantorovich** এবং মার্কিন অর্থনীতিবিদ **T. C. Koopmans** রৈখিক প্রোগ্রামবিধি সমস্যা সমাধানে উল্লেখযোগ্য অবদানের জন্য যুগ্মভাবে নোবেল পুরস্কারে সম্মানিত হন।

কয়েকটি সংজ্ঞা (A few definitions)

- **রৈখিক প্রোগ্রামবিধি (Linear programming) :** রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যাটি হল একাধিক চলক যুক্ত কোনো রৈখিক অপেক্ষক (যাকে বিষয়াত্মক অপেক্ষক বা Objective function বলে) যার প্রান্তিক মান (চরম বা অবম) নির্ণয় করা যেটি শর্তসাপেক্ষে চলকগুলির অ-ঋণাত্মক এবং কয়েকটি অসমতাকে (বাধা বা Constraints বলা হয়) সিদ্ধ করে। চলকগুলিকে অনেক সময় সিদ্ধান্ত চলক (Decision variables) বলা হয়।

- **বিষয়াত্মক অপেক্ষক (Objective function) :** রৈখিক প্রোগ্রামিং-এর $Z = ax + by$, যেখানে a ও b ধ্রুবক, যেটির চরম বা অবম মান নির্ণয় করতে হয়, তাকে **বিষয়াত্মক অপেক্ষক** বলা হয় এবং x ও y চলককে বলা হয় **সিদ্ধান্ত চলক** (Decision variable)।

- **বাধাসমূহ (Constraints) :** রৈখিক প্রোগ্রামিং-এর বিষয়াত্মক অপেক্ষকের চরম বা অবম মান নির্ণয়ের ক্ষেত্রে কয়েকটি শর্ত মেনে সমাধান করা হয়। এই শর্তগুলি কয়েকটি অসমতা বা সমতার উভয়ের উপর নির্ভর করে সমাধান করতে হয়। এই সমস্ত অসমতা এবং সিদ্ধান্ত চলক যথা x ও y অবশ্যই ≥ 0 হবে—এই সমস্ত অসমতাগুলিকে রৈখিক প্রোগ্রামিং-এর বাধা (constraints) বলা হয়।

- **প্রান্তিকীকরণ সমস্যা (Optimisation problem) :** রৈখিক প্রোগ্রামিং-এর বিষয়াত্মক অপেক্ষকের মান কয়েকটি অসমতা বা সমতার উপর নির্ভরশীল হয়। অসমতাগুলির শর্ত মেনে চলে এবং সিদ্ধান্ত চলকের মান নির্ণয় করে বিষয়াত্মক অপেক্ষকের চরম বা অবম মান নির্ণয় করার পদ্ধতিকে **প্রান্তিকীকরণ সমস্যা** (Optimisation problem) বলা হয়।

- **কার্যকর ক্ষেত্র বা কার্যকর অঞ্চল (Feasible region) :** কোনো রৈখিক প্রোগ্রামিং সমস্যার বাধাসমূহের সব ক-টি সমীকরণ বা অসমীকরণ এবং চলগুলির অ-ঋণাত্মক (non-negative) শর্ত সিদ্ধ করে যে সাধারণ অঞ্চলের সকল বিন্দু, সেই অঞ্চলকে **কার্যকর অঞ্চল** বা **কার্যকর ক্ষেত্র** বলে।

- **অকার্যকর অঞ্চল (Infeasible region) :** কার্যকর ক্ষেত্র বহির্ভূত অঞ্চলকে **অকার্যকর অঞ্চল** (Infeasible region) বলে। কার্যকর অঞ্চলের বাইরের যে-কোনো বিন্দুকে অ-কার্যকর সমাধান (infeasible solution) বলা হয়।

- **প্রান্তিক সমাধান (Optimal solution) :** কার্যকর অঞ্চলের যে কৌণিক বিন্দুতে বিষয়াত্মক অপেক্ষকের প্রান্তিক (চরম বা অবম) মান পাওয়া যায় তাকে **প্রান্তিক সমাধান** (Optimal solution) বলা হয়।

  লেখচিত্রে সমস্ত অসমতাগুলিকে সিদ্ধ করে যে কার্যকর অঞ্চলের অন্তর্গত বিন্দুগুলি হবে তা অসমীসংখ্যক। এটা বোঝা যাচ্ছে না কোন্ বিন্দুতে বিষয়াত্মক অপেক্ষকের মান সব চাইতে অধিক হবে। এর জন্য নিম্নের উপপাদ্যগুলির (প্রমাণ ছাড়া) সাহায্য নেওয়া হয়।

- **উপপাদ্য-1 :** ধরা যাক, রৈখিক প্রোগ্রামিং-এর অন্তর্গত R কার্যকর অঞ্চল এবং $Z = ax + by$ বিষয়াত্মক অপেক্ষক। যদি R অঞ্চলটি সীমাবদ্ধ (Bounded) হয়, তবে Z বিষয়াত্মক অপেক্ষকের চরম এবং অবম মান পাওয়া যাবে এবং উভয়ই R অঞ্চলটির কৌণিক বিন্দুগুলি থেকে পাওয়া যাবে।

- **উপপাদ্য-2 :** যদি R অঞ্চলটি সীমাবদ্ধ না হয়, অর্থাৎ সীমানাহীন (unbounded) হয়, তাহলে বিষয়াত্মক অপেক্ষকের কোনো চরম বা অবম মান নাও পাওয়া যেতে পারে। যাই হোক যদি চরম বা অবম মানের অস্তিত্ব থাকে, তবে অঞ্চলটির কৌণিক বিন্দু থেকে পাওয়া যাবে।

লৈখিক পদ্ধতিতে প্রান্তিক মান নির্ণয়ের জন্য নিম্নের ধাপগুলি অনুসরণ করলে সুবিধাজনক হবে (Following steps will be useful in graphical method for optimal solution)

- **ধাপ-1 :** এক্ষেত্রে, প্রদত্ত শর্তসাপেক্ষে রৈখিক প্রোগ্রামিং-এর কার্যকর অঞ্চল (feasible region) নির্ণয় করতে হবে এবং প্রদত্ত অসমতাসমূহকে সমীকরণ হিসেবে গণ্য করে সরলরেখাগুলির লেখচিত্র আঁকতে হবে এবং রেখাগুলির ছেদবিন্দুগুলি হবে কার্যকর অঞ্চলের **কৌণিক বিন্দু** (Corner point)।

- **ধাপ-2 :** কার্যকর অঞ্চলটির প্রত্যেক কৌণিক বিন্দুতে বিষয়াত্মক অপেক্ষক $Z = ax + by$-এর মান নির্ণয় করতে হয়। ধরা যাক, M এবং m যথাক্রমে Z-এর সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান।

- **ধাপ-3 :** যদি কার্যকর অঞ্চলটি সীমাবদ্ধ (bounded) হয়, তবে M এবং m হবে Z-এর যথাক্রমে সর্বোচ্চ ও সর্বনিম্ন মান।

- **ধাপ-4 :** যদি কার্যকর অঞ্চলটি সীমাবদ্ধ না হয় (Unbounded), এবং কার্যকর অঞ্চলের সঙ্গে যুক্ত অর্ধসমতলের (open half plane) কোনো সাধারণ বিন্দু না থাকে অথচ মুক্ত অর্ধসমতলের (open half plane) অন্তর্গত কোনো বিন্দুতে যদি $ax + by > M$ হয়, তবে Z-এর সর্বোচ্চ মান পাওয়া যাবে। অন্যথায় Z-এর কোনো সর্বোচ্চ মান পাওয়া যাবে না।

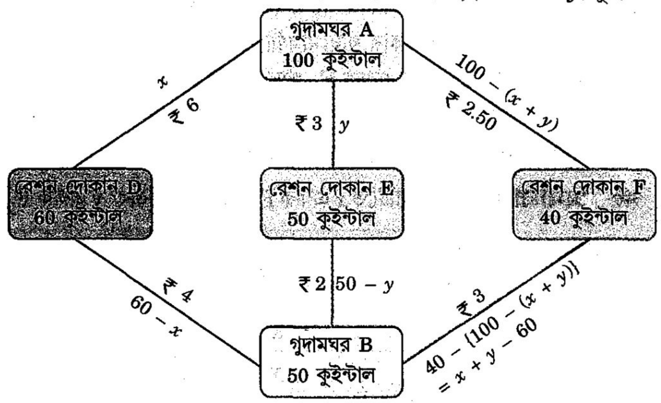
- **ধাপ-5 :** অনুরূপভাবে যদি কার্যকর অঞ্চলের সঙ্গে যুক্ত অর্ধসমতলে কোনো সাধারণ বিন্দু না থাকে, অথচ মুক্ত অর্ধসমতলের অন্তর্গত কোনো বিন্দুতে $ax + by < m$ হয়, তবে Z-এর সর্বনিম্ন মান পাওয়া যাবে। অন্যথায় Z-এর কোনো সর্বনিম্ন মান পাওয়া যাবে না।

উদাহরণ-1 : A এবং B দুটি গুদামঘরে গম রাখার ধারণ ক্ষমতা যথাক্রমে 100 ও 50 কুইন্টাল। এখন D, E এবং F তিনটি রেশন দোকানে যথাক্রমে 60, 50 ও 40 কুইন্টাল গম সরবরাহ করা হয়। গুদামঘর থেকে রেশনে গম সরবরাহ করতে কুইন্টাল প্রতি খরচ নিম্নরূপ :

কুইন্টাল প্রতি পরিবহণ খরচ (টাকা)		
থেকে / পর্যন্ত	A	B
D	6	4
E	3	2
F	2.50	3

কীরূপে মাল সরবরাহ করা যাবে যাতে পরিবহণ খরচ সর্বনিম্ন হবে তা রৈখিক প্রোগ্রামিং পদ্ধতির সাহায্যে নির্ণয় করো এবং সর্বনিম্ন খরচও নির্ণয় করো।

সমাধান : ধরি, A গুদামঘর থেকে x এবং y কুইন্টাল গম যথাক্রমে D ও E রেশন দোকানে সরবরাহ করা হয়। তাহলে, $(100-x-y)$ কুইন্টাল গম F রেশন দোকানে সরবরাহ করা হয়ে থাকে।



D দোকানে 60 কুইন্টাল গম আবশ্যক। যেহেতু A গুদাম ঘর থেকে x কুইন্টাল গম পরিবহণ করা হয় তাহলে অবশিষ্ট $(60-x)$ কুইন্টাল গম B গুদাম ঘর থেকে পরিবহণ করা যাবে। অনুরূপে, $(50-y)$ কুইন্টাল এবং $40-(100-x-y)$ বা $(x+y-60)$ কুইন্টাল গম B গুদামঘর থেকে যথাক্রমে E ও F রেশন দোকানে পরিবহণ করা যাবে। প্রদত্ত সমস্যাটি নিম্নলিখিতভাবে চিত্রায়িত করা যায়।

তাহলে, Z অর্থাৎ, বিষয়াত্মক অপেক্ষকের অবম মান নির্ণয় করতে হবে, যেখানে

$$Z = 6x + 3y + 2.50\,(100 - x - y) + 4(60 - x) + 2(50 - y) + 3\{(x + y) - 60\}$$
$$= 6x + 3y + 250 - 2.5x - 2.5y + 240 - 4x + 100 - 2y + 3x + 3y - 180$$
$$= 2.50x + 1.50y + 410$$

শর্তসাপেক্ষে বাধাসমূহ হল, $60 - x \geq 0$ বা, $x \leq 60$

$50 - y \geq 0$ বা, $y \leq 50$

$100 - (x + y) \geq 0$ বা, $x + y \leq 100$

$x + y - 60 \geq 0$ বা, $x + y \geq 60$ এবং $x \geq 0,\ y \geq 0$

x	0	100
y	100	0

x	0	60
y	60	0

এখন, $x + y = 100$ থেকে পাই, $x + y = 100$-এর লেখ অঙ্কন করা হল।

$x + y \leq 100$-তে $x = 0,\ y = 0$ বসিয়ে পাই, $0 \leq 100$, এটি সত্য।

কাজেই, অর্ধসমতল মূলবিন্দুর দিকের অঞ্চল নির্দেশ করবে।

অতপর $x = 60$ সরলরেখার লেখ অঙ্কন করা হল।

$x \leq 60$-তে $(0, 0)$ বসিয়ে পাই, $0 \leq 60$, এটি সত্য।

∴ অর্ধসমতলটি মূলবিন্দুর দিকের অঞ্চল নির্দেশ করবে।

আবার, $x + y = 60$ থেকে পাই, $x + y = 60$ রেখার লেখ অঙ্কন করা হল।

$x + y \geq 60$-তে $(0, 0)$ বসিয়ে পাই, $0 \geq 60$, এটি মিথ্যা।

কাজেই, এক্ষেত্রে অর্ধসমতল মূলবিন্দুর বিপরীত দিকের অঞ্চল নির্দেশ করবে।

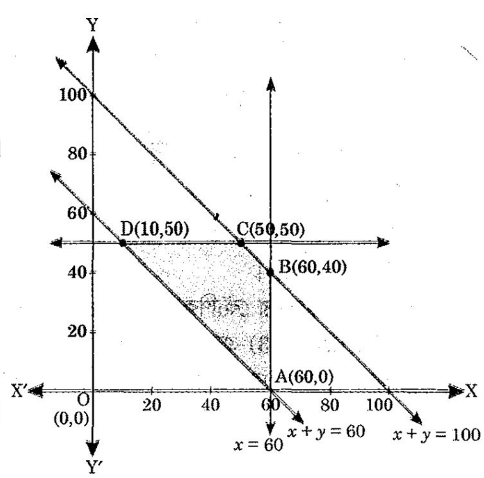
শেষে $y = 50$ সরলরেখার লেখ অঙ্কন করা হল।

$y \leq 50$-তে $(0, 0)$ বসিয়ে পাই, $0 \leq 50$, এটি সত্য।

∴ এক্ষেত্রে অর্ধসমতল মূলবিন্দুর দিকের অঞ্চল নির্দেশ করবে।

আবার, যেহেতু $x, y \geq 0$, অতএব কার্যকর অঞ্চলটি প্রথম পাদে অবস্থিত হবে।

প্রদত্ত রেখাগুলির ছেদবিন্দুর স্থানাঙ্ক A(60, 0), B(60, 40), C(50, 50) এবং D(10, 50).



চিত্রে প্রদর্শিত কার্যকর অঞ্চল (Feasible region) হবে ABCDA।
কার্যকর অঞ্চলের কৌণিক বিন্দুগুলি হল A(60, 0), B(60, 40), C(50, 50) এবং D(10, 50)।
Z অর্থাৎ, বিষয়াত্মক অপেক্ষকের এই কৌণিক বিন্দুতে মান নিম্নরূপ হবে—

কৌণিক বিন্দু	$Z = 2.5x + 1.5y + 410$
A(60, 0)	560
B(60, 40)	620
C(50, 50)	610
D(10, 50)	510 → সর্বনিম্ন

∴ বিষয়াত্মক অপেক্ষক Z-এর সর্বনিম্ন বা অবম মান হবে 510।
কাজেই, যে পরিমাণ গম পরিবহণযোগ্য তা হবে A থেকে D, E এবং F-তে হবে যথাক্রমে 10 কুইন্টাল, 50 কুইন্টাল এবং 40 কুইন্টাল এবং B থেকে D, E এবং F-তে পরিবহণযোগ্য তা হবে যথাক্রমে 50 কুইন্টাল, 0 কুইন্টাল এবং 0 কুইন্টাল। এবং ন্যূনতম খরচ পড়বে 510 টাকা।

উদাহরণ-2 : এক প্রকার পথ্যে (Diet) অন্তত পক্ষে 80 একক ভিটামিন A এবং 100 একক খনিজ পদার্থ (Minerals) থাকে। F_1 ও F_2 এই দুই প্রকার খাদ্যসামগ্রী পাওয়া যায়। F_1 খাদ্যসামগ্রীর প্রতি এককে 4 টাকা এবং F_2 খাদ্যসামগ্রীর প্রতি এককে 6 টাকা খরচ পড়ে। প্রতি এক একক F_1 খাদ্যসামগ্রীতে 3 একক ভিটামিন A এবং 4 একক খনিজ পদার্থ পাওয়া যায় এবং প্রতি এক একক F_2 খাদ্য সামগ্রীতে 6 একক ভিটামিন A এবং 3 একক খনিজ পদার্থ পাওয়া যায়। যে পথ্যে ওই দুই প্রকারের খাদ্যসামগ্রীর মিশ্রণ এবং ন্যূনতম পুষ্টিকর খাদ্য পাওয়া যাবে তাতে সর্বনিম্ন যে খরচ পড়বে তা রৈখিক প্রোগ্রামিং পদ্ধতিতে নির্ণয় করো।

সমাধান : ধরি, পথ্যটিতে x একক F_1 খাদ্যসামগ্রী এবং y একক F_2 খাদ্যসামগ্রী থাকবে।

এখন,

খাদ্যসামগ্রী প্রকার	খাদ্যসামগ্রী পরিমাণ একক	ভিটামিন A একক	খনিজ পদার্থ একক	খরচ (টাকায়)
F_1	x	$3x$	$4x$	$4x$
F_2	y	$6y$	$3y$	$6y$
মোট	$x + y$	$3x + 6y$	$4x + 3y$	$4x + 6y$

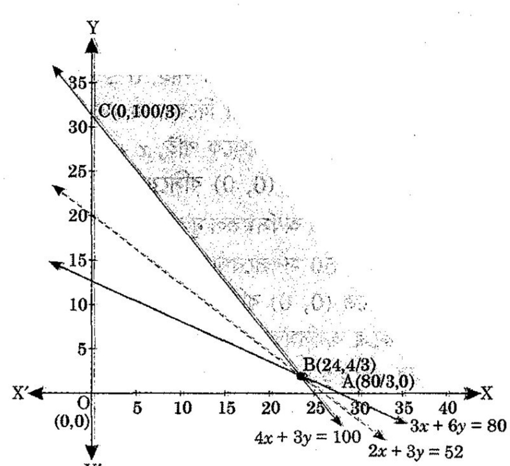
সমস্যাটির গাণিতিক রূপ হবে, Z-এর অবম মান নির্ণয়, যেখানে $Z = 4x + 6y$
শর্তসাপেক্ষে বাধাসমূহ হল, $3x + 6y \geq 80$, $4x + 3y \geq 100$, এবং $x \geq 0$, $y \geq 0$.
এখন, $3x + 6y = 80$ থেকে পাই, $3x + 6y = 80$ সরলরেখার লেখ অঙ্কন করা হল।

x	0	$\frac{80}{3}$
y	$\frac{40}{3}$	0

$3x + 6y \geq 80$-তে $x = 0$, $y = 0$ বসিয়ে পাই, $0 \geq 80$, এটি মিথ্যা।
কাজেই, অর্ধসমতল মূলবিন্দুর বিপরীত দিকের অঞ্চল নির্দেশ করবে।
যেহেতু $x \geq 0$, $y \geq 0$, অতএব কার্যকর অঞ্চল প্রথম পাদে অবস্থিত হবে।
আবার, $4x + 3y = 100$ থেকে পাই, $4x + 3y = 100$-এর লেখ অঙ্কন করা হল।

x	0	25
y	$\frac{100}{3}$	0

এখন, $4x + 3y \geq 100$-তে $x = 0$, $y = 0$ বসিয়ে পাই,
$0 + 0 \geq 100$ বা, $0 \geq 100$, এটি মিথ্যা।
∴ অর্ধসমতল মূলবিন্দুর বিপরীত দিকের অঞ্চল নির্দেশ করবে।
$3x + 6y = 80$ এবং $4x + 3y = 100$ সমীকরণদ্বয় সমাধান করলে
পাওয়া যায় $x = 24$, $y = \frac{4}{3}$।
ধরি, B বিন্দুর স্থানাঙ্ক (24, 4/3).
নীচের চিত্র থেকে দেখা যায় যে, কার্যকর অঞ্চলটি সীমাবদ্ধহীন (Unbounded)।
কার্যকর অঞ্চলটির কৌণিক বিন্দু A, B ও C-এর স্থানাঙ্ক যথাক্রমে (80/3, 0), (24, 4/3) এবং (0, 100/3)।
Z অর্থাৎ, বিষয়াত্মক অপেক্ষকের কৌণিক বিন্দুগুলিতে মান নিম্নরূপ হবে:



যেহেতু কার্যকর অঞ্চলটি সীমাবদ্ধ নয়, তাই 104 মানটি Z-এর অবম মান হতেও পারে, নাও হতে পারে। এজন্য $4x + 6y < 104$ বা, $2x + 3y < 52$ -এর লেখ অঙ্কন করতে হবে। এখন, লব্ধ অর্ধসমতল ও কার্যকর অঞ্চলের মধ্যে কোনো সাধারণ বিন্দু নেই।

অতএব, মিশ্রণটির নির্ণেয় ন্যূনতম খরচ = 104 টাকা।

কৌণিক বিন্দু	$Z = 4x + 6y$
A (80/3, 0)	$\frac{320}{3}$ = 106.67 (প্রায়)
B (24, 4/3)	104 → অবম
C (0, 100/3)	200

রৈখিক প্রোগ্রামবিধির ব্যবহার (Uses of linear programming)

গণিতজ্ঞদের হাত ধরে রৈখিক প্রোগ্রামবিধির পরিসর আজ বহুদূর বিস্তৃত। Diet problem, Investment problem, Blending problem, Transportation problem, Assignment problem, Management problem ইত্যাদি গণিতের এই অপেক্ষাকৃত নতুন শাখাটি প্রসারিত। কম্পিউটারের উদ্ভাবন ও নানা সফ্টওয়্যারের বিবর্তনের দৌলতে অর্থনীতি ও ব্যবসা-বাণিজ্যের অনেক জটিল সমস্যা সমাধানে রৈখিক প্রোগ্রামবিধির ব্যবহার এক গুরুত্বপূর্ণ মাত্রা অর্জন করেছে। *"One of the most valuable things about linear programming is that it is easily applicable to real life. Some of the applications of LPP are in product-mix planning, distribution networks, truck routing, staff scheduling, financial portfolios and corporate restructuring."*

নীচে দুটি উদাহরণ দেওয়া হল, যা রৈখিক প্রোগ্রামবিধি প্রয়োগে সহজে সমাধান করা যায়।

- **1. উৎপাদন ব্যয় সর্বনিম্নকরণ :** ধরা যাক, একটি সংস্থা n-সংখ্যক বিভিন্ন দ্রব্য তৈরি করে। সংস্থাটি বিভিন্ন উপভোক্তার কাছ থেকে প্রতি ধরনের দ্রব্যের নির্দিষ্ট পরিমাণ জোগান দেবার বরাত পেয়েছে। সংস্থাটি m সংখ্যক প্রক্রিয়ায় দ্রব্যগুলি উৎপাদন করে। প্রতিটি উৎপাদন প্রক্রিয়া 1, 2, ..., m-এর সাহায্যে একটি নির্দিষ্ট অনুপাতে 1, 2, ..., n দ্রব্য উৎপাদিত হয়। যেমন—অশোধিত খনিজ তেল পরিশোধন করে পেট্রোল, ডিজেল, কেরোসিন ইত্যাদি পাওয়া যায়। i-তম উৎপাদন প্রক্রিয়ার গড় ব্যয় হল C_j। প্রতিষ্ঠানটির লক্ষ্য হল এমন একটি সর্বোত্তম প্রোগ্রামবিধি তৈরি করা, যাতে উপভোক্তাদের দেওয়া অর্ডার পূরণের সঙ্গে সঙ্গে মোট উৎপাদন ব্যয় সর্বনিম্ন হয়।
- **2. মুনাফা সর্বাধিকরণ :** ধরা যাক, একটি সংস্থা n-সংখ্যক দ্রব্য ও সেবা উৎপাদন ও বিক্রি করে। প্রতি একক j-তম দ্রব্য ও সেবা বিক্রি থেকে তার মুনাফা হয় π_j ($j = 1, 2, ..., n$)। উৎপাদন প্রক্রিয়া চালানোর জন্য সংস্থাটির m ধরনের উপকরণ প্রয়োজন। একটি নির্দিষ্ট সময়সীমায় প্রতিটি উপকরণই নির্দিষ্ট পরিমাণে পাওয়া যায়। প্রতিষ্ঠানটির লক্ষ্য হবে এমন একটি সর্বোত্তম প্রোগ্রামবিধি প্রণয়ন করা, যাতে সীমিত উপকরণের অত্যধিক ব্যবহার না হয় এবং পাশাপাশি সংস্থার মোট মুনাফা সর্বাধিক হয়।

সিদ্ধান্ত (Inference)

উপরোক্ত সংক্ষিপ্ত আলোচনা থেকে রৈখিক প্রোগ্রামবিধির উৎপত্তি ও ব্যবহার সম্পর্কে সম্যক ধারণা অর্জিত হল। পরবর্তীকালে বিজ্ঞাননির্ভর শিক্ষাক্ষেত্রে এই প্রকল্পলব্ধ জ্ঞান নিঃসন্দেহে বেশ খানিকটা সাহায্য করবে।

কৃতজ্ঞতাস্বীকার (Acknowledgement)

প্রকল্পটির সামগ্রিক রূপায়ণে বিদ্যালয়ের গণিত বিভাগের শিক্ষক/শিক্ষিকা মাননীয়/মাননীয়া .... মহাশয়/মহাশয়া বিভিন্ন বইপত্রের ফোটোকপি জোগান দিয়ে সাহায্য করেছেন এবং নিরন্তরভাবে উৎসাহিত করেছেন। তাঁর কাছে আমি চিরকৃতজ্ঞ।

গ্রন্থতালিকা (Bibliography)

1. Alpha Chiang : Mathematical Economics
2. V. Krishnamurthy : Pre-College Mathematics

মৌখিক প্রশ্নাবলি

1. রৈখিক প্রোগ্রামবিধির সমস্যা বলতে কী বোঝো?
2. বিষয়াত্মক অপেক্ষক কাকে বলে?
3. বাধাগোষ্ঠী কী?
4. কার্যকর অঞ্চলের সংজ্ঞা বলো।
5. রৈখিক প্রোগ্রামবিধির আবিষ্কর্তাদের মধ্যে উল্লেখযোগ্য কয়েকজনের নাম বলো।
6. বাস্তব জীবনে কোন্ কোন্ ক্ষেত্রে রৈখিক প্রোগ্রামবিধির ব্যবহার আছে?