

# Teória obvodov

Semestrálny projekt

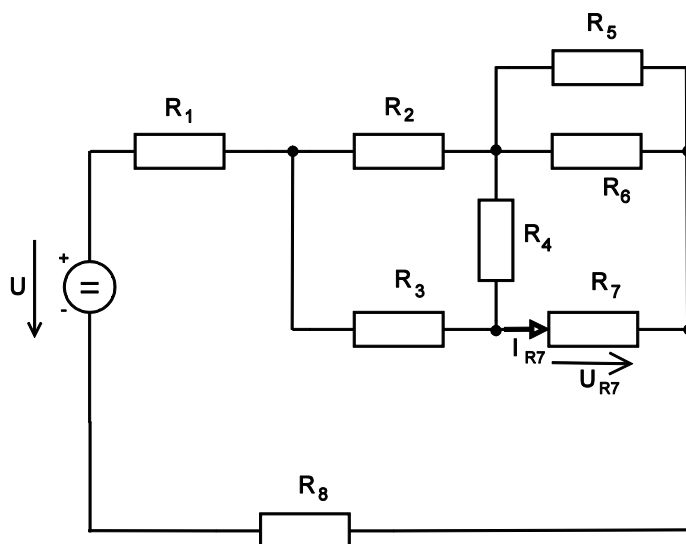
2014/2015

# Príklad 1

## variant B

Stanovte napätie  $U_{R7}$  a prúd  $I_{R7}$ . Použite metódu postupného zjednodušovania obvodu.

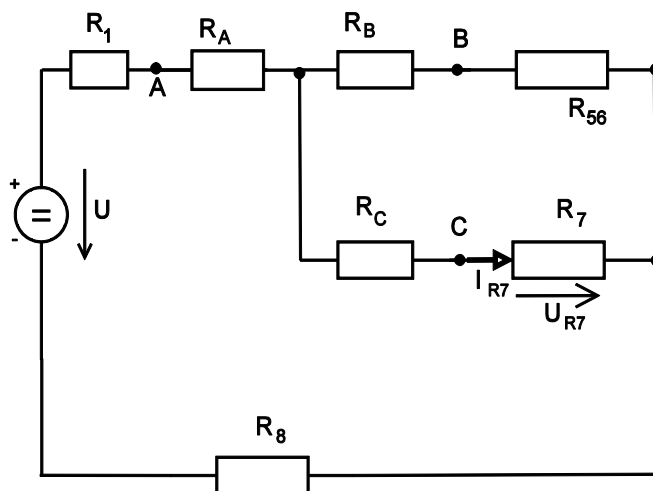
Sk.	U [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]	$R_7$ [ $\Omega$ ]	$R_8$ [ $\Omega$ ]
B	95	650	730	340	330	410	830	340	220



1. Odpor  $R_5$  a  $R_6$  sú paralelne. Spočítame ich dohromady.

$$R_{56} = \frac{R_5 * R_6}{R_5 + R_6} = \frac{410 * 830}{410 + 830} = 274,4355 \Omega$$

2. Odpor  $R_2, R_3, R_4$  transformujeme z trojuholníka na hviezdu.

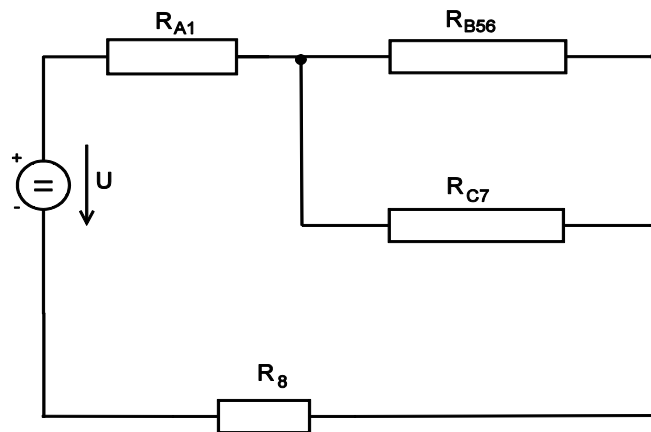


$$R_A = \frac{R_2 * R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{730 * 340}{730 + 340 + 330} = 177,2857\Omega$$

$$R_B = \frac{R_2 * R_4}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{730 * 330}{730 + 340 + 330} = 172,07143\Omega$$

$$R_C = \frac{R_4 * R_3}{R_2 + R_3 + R_4} = \frac{330 * 340}{730 + 340 + 330} = 80,1429\Omega$$

3. Odpor  $R_B$  a  $R_{56}$ ,  $R_C$  a  $R_7$ ,  $R_1$  a  $R_A$  sú zapojené sériovo. Všetky 3 dvojice spočítame.

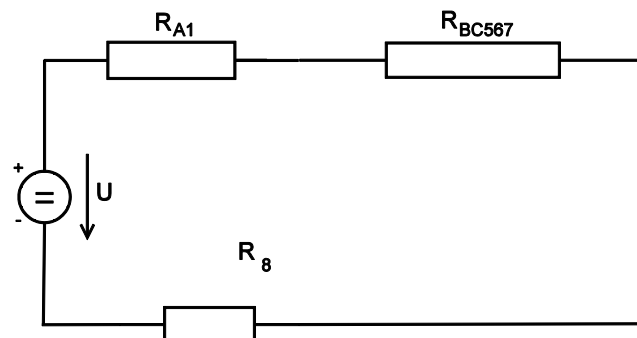


$$R_{B56} = R_B + R_{56} = 172,07143 + 274,4355 = 446,5069\Omega$$

$$R_{C7} = R_C + R_7 = 80,1429 + 340 = 420,1429\Omega$$

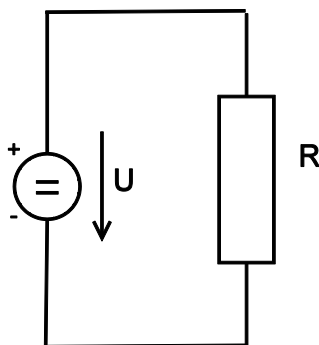
$$R_{A1} = R_A + R_1 = 177,2857 + 650 = 827,2857\Omega$$

4. Odpor  $R_{B56}$  a  $R_{C7}$  sú spojené paralelne.



$$R_{BC567} = \frac{R_{B56} * R_{C7}}{R_{B56} + R_{C7}} = \frac{446,5069 * 420,1429}{446,5069 + 420,1429} = 216,4619\Omega$$

5. Všetky odpory sú v sérii, spočítame odpor R. (ekvivalentný odpor)



$$R = R_{A1} + R_{BC567} + R_8 = 827,2857 + 216,4619 + 220 = 1263,7476\Omega$$

6. Celkový prúd vypočítame z Ohmovho zákona.

$$I = \frac{U}{R} = \frac{95}{1263,7476} = 0,07517 \text{ A}$$

7. Vypočítame napätie rezistoru  $R_{BC567}$ .

$$U_{BC567} = I * R_{BC567} = 0,07517 * 216,4619 = 16,2714 \text{ V}$$

8. Vypočítame prúd na rezistore  $R_{C7}$ . Napätie na paralelných rezistoroch je rovnaké a prúd na sériových rezistoroch je rovnaký.

$$U_{BC567} = U_{C7}$$

$$I_{C7} = \frac{U_{C7}}{R_{C7}} = \frac{16,2714}{420,1429} = 0,03873 \text{ A}$$

$$I_{C7} = I_7 = \mathbf{0,03873 \text{ A}}$$

9. Dorátame napätie  $U_7$ .

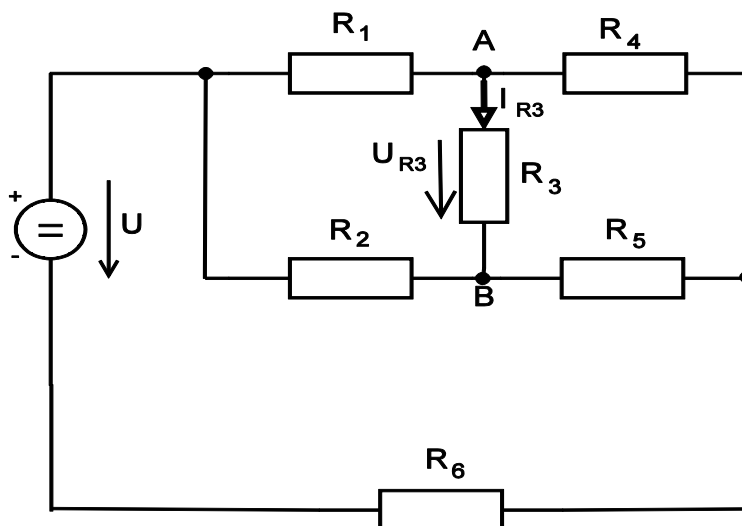
$$U_7 = I_7 * R_7 = 0,03879 * 340 = \mathbf{13,1682 \text{ V}}$$

## Príklad 2

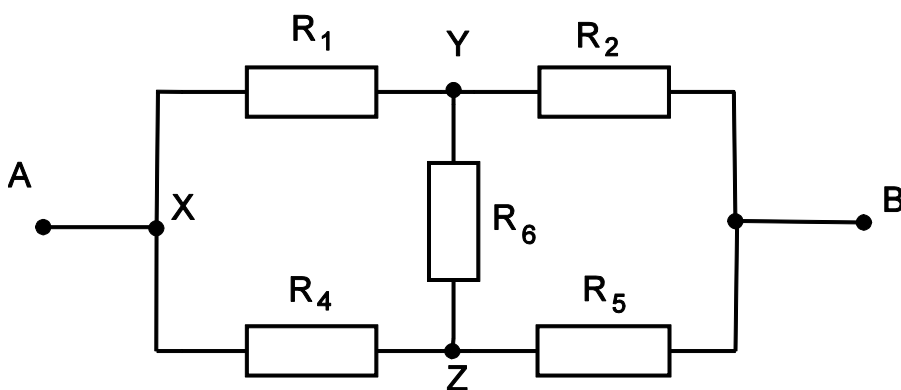
### variant C

Stanovte napätie  $U_{R3}$  a prúd  $I_{R3}$ . Použite metódu Theveninovej vety.

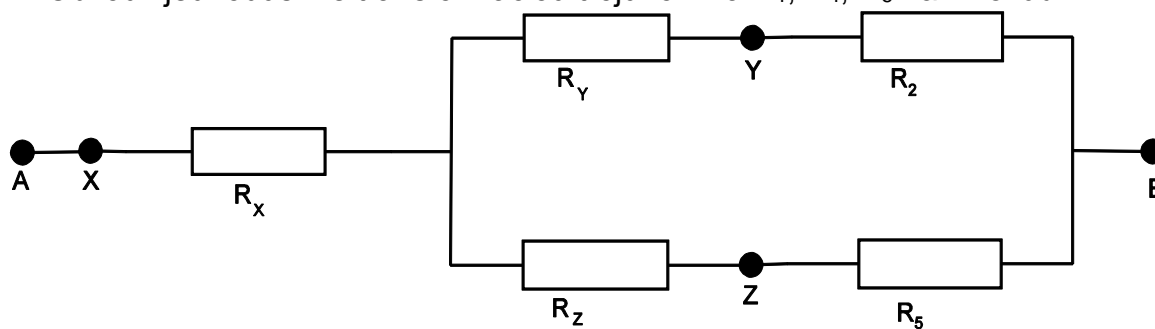
Sk.	U [V]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]
C	200	220	630	240	450	230	200



1. Vypočítame náhradný odpor zdroja  $R_i$  medzi svorkami A,B. Urobíme to tak, že zdroj napätia nahradíme skratom a z obvodu vynecháme odpor  $R_3$ .



2. Obvod zjednodušíme transformáciou trojuholníka  $R_1, R_4, R_6$  na hviezdu.



$$R_X = \frac{R_1 * R_4}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{220 * 450}{220 + 450 + 200} = 113,7931\Omega$$

$$R_Y = \frac{R_1 * R_6}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{220 * 200}{220 + 450 + 200} = 50,5747\Omega$$

$$R_Z = \frac{R_4 * R_6}{R_1 + R_4 + R_6} = \frac{450 * 200}{220 + 450 + 200} = 103,4483\Omega$$

3. Odpor  $R_Y$  a  $R_2$ ,  $R_Z$  a  $R_5$  sú v sérii. Po ich spočítaní nám vzniknú 2 paralelné odpory  $R_{Y2}$  a  $R_{Z5}$ . Výsledný odpor  $R_{YZ25}$  je v sérii s odporom  $R_X$  a vznikne odpor  $R_i$ .

$$R_{Y2} = R_Y + R_2 = 50,5747 + 630 = 680,5747\Omega$$

$$R_{Z5} = R_Z + R_5 = 103,4483 + 230 = 333,4483\Omega$$

$$R_{YZ25} = \frac{R_{Y2} * R_{Z5}}{R_{Y2} + R_{Z5}} = \frac{680,5747 * 333,4483}{680,5747 + 333,4483} = 223,7982\Omega$$

$$R_i = R_X + R_{YZ25} = 113,7931 + 223,7982 = 337,5913\Omega$$

4. Vypočítame celkový odpor  $R_{12456}$  v obvode bez odporu  $R_3$ .

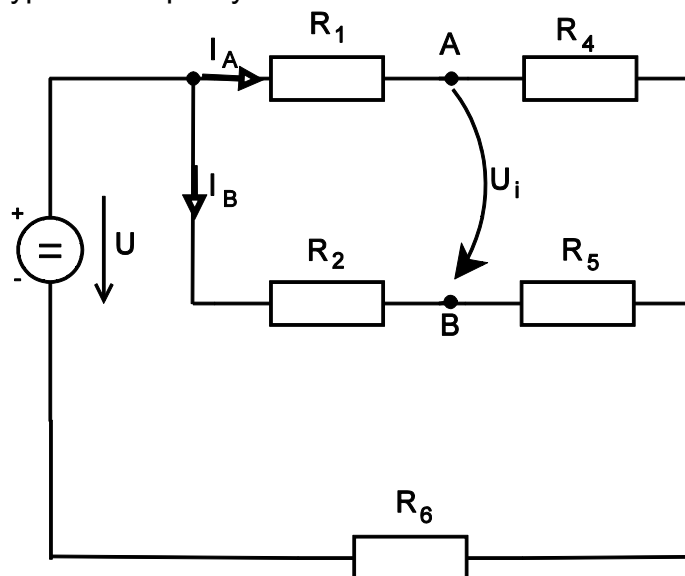
$$R_{12456} = \frac{(R_1 + R_4) * (R_2 + R_5)}{R_1 + R_2 + R_4 + R_5} + R_6 = \frac{(220 + 450) * (630 + 230)}{220 + 450 + 630 + 230} + 200 = 576,6013\Omega$$

5. Vypočítame celkový prúd  $I_X$  prechádzajúci obvodom a napätie  $U_{1245}$  v paralelnej časti obvodu.

$$I_X = \frac{U}{R_{12456}} = \frac{200}{576,6013} = 0,3469A$$

$$U_{1245} = I_X * (R_{12456} - R_6) = 0,3469 * (576,6013 - 200) = 130,6430V$$

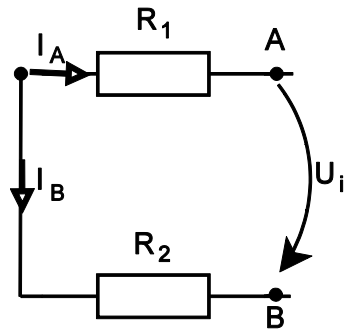
6. Z obrázku vypočítame prúdy  $I_A$  a  $I_B$ .



$$I_A = \frac{U_{1245}}{R_1 + R_4} = \frac{130,6430}{220 + 450} = 0,1950A$$

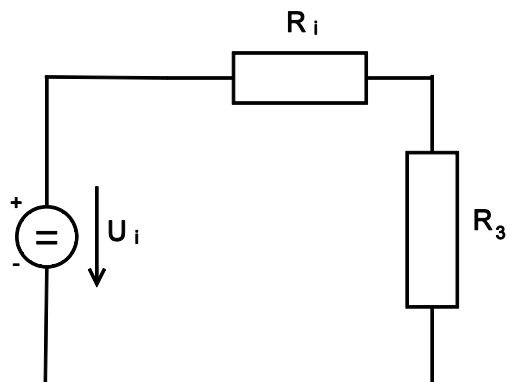
$$I_B = \frac{U_{1245}}{R_2 + R_5} = \frac{130,6430}{630 + 230} = 0,1519A$$

7. Vypočítame napätie  $U_i$  na svorkách A,B ako napätie naprázdno.



$$U_i = (R_2 * I_B) - (R_1 * I_A) = (630 * 0,1519) - (220 * 0,1950) = 52,7970 V$$

8. Zostavíme náhradný obvod a vypočítame napätie  $U_{R3}$  a prúd  $I_{R3}$ .



$$I_{R3} = \frac{U_i}{R_i + R_3} = \frac{52,797}{337,5913 + 240} = 0,09141A$$

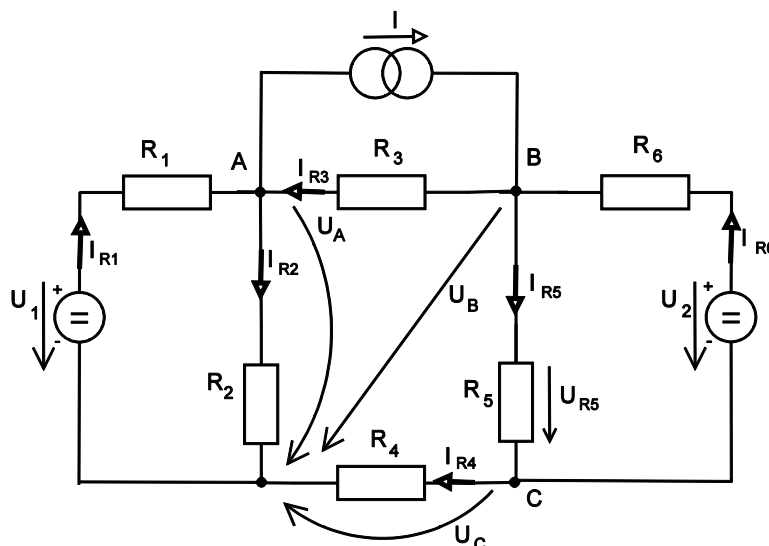
$$U_{R3} = I_{R3} * R_3 = 0,09141 * 240 = 21,9384 V$$

## Príklad 3

### variant D

Stanovte napätie  $U_{R5}$  a prúd  $I_{R5}$ . Použite metódu uzlových napätí ( $U_A$ ,  $U_B$ ,  $U_C$ ).

Sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$I$ [A]	$R_1$ [ $\Omega$ ]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$R_5$ [ $\Omega$ ]	$R_6$ [ $\Omega$ ]
D	115	60	0,9	500	380	480	370	285	125



1. Zostavíme si rovnice pre jednotlivé uzly podľa 1. Kirchhoffovho zákona.

$$A: I_{R1} + I_{R3} - I - I_{R2} = 0$$

$$B: I + I_{R6} - I_{R3} - I_{R5} = 0$$

$$C: I_{R5} - I_{R4} - I_{R6} = 0$$

2. Všetky prúdy si vyjadríme pomocou príslušných napätí a odporov (2. Kirchhoffov zákon).

$$(I_{R1} * R_1) + U_A - U_1 = 0$$

$$(I_{R2} * R_2) - U_A = 0$$

$$(I_{R3} * R_3) + U_A - U_B = 0$$

$$(I_{R4} * R_4) - U_C = 0$$

$$(I_{R5} * R_5) + U_C - U_B = 0$$

$$(I_{R6} * R_6) + U_B - U_C - U_2 = 0$$

$$I_{R1} = \frac{U_1 - U_A}{R_1}; I_{R2} = \frac{U_A}{R_2}; I_{R3} = \frac{U_B - U_A}{R_3};$$

$$I_{R4} = \frac{U_C}{R_4}; I_{R5} = \frac{U_B - U_C}{R_5}; I_{R6} = \frac{U_2 + U_C - U_B}{R_6}$$



3. Prúdy dosadíme do rovníc pre uzly.

$$A: \frac{U_1 - U_A}{R_1} + \frac{U_B - U_A}{R_3} - I - \frac{U_A}{R_2} = 0$$

$$B: I + \frac{U_2 + U_C - U_B}{R_6} - \frac{U_B - U_A}{R_3} - \frac{U_B - U_C}{R_5} = 0$$

$$C: \frac{U_B - U_C}{R_5} - \frac{U_C}{R_4} - \frac{U_2 + U_C - U_B}{R_6} = 0$$

4. Riešime sústavu 3 rovníc o 3 neznámych  $U_A, U_B$  a  $U_C$ .

$$U_1 R_2 R_3 - U_A R_2 R_3 + U_B R_1 R_2 - U_A R_1 R_2 - I R_1 R_2 R_3 - U_A R_1 R_3 = 0$$

$$I R_3 R_5 R_6 + U_2 R_3 R_5 + U_C R_3 R_5 - U_B R_3 R_5 - U_B R_5 R_6 + U_A R_5 R_6 - U_B R_3 R_6 + U_C R_3 R_6 = 0$$

$$U_B R_4 R_6 - U_C R_4 R_6 - U_C R_5 R_6 - U_2 R_4 R_5 - U_C R_4 R_5 + U_B R_4 R_5 = 0$$

$$U_A(-R_2 R_3 - R_1 R_2 - R_1 R_3) + U_B(R_1 R_2) = R_2 R_3(I R_1 - U_1)$$

$$U_A(R_5 R_6) + U_B(-R_3 R_5 - R_5 R_6 - R_3 R_6) + U_C(R_3 R_5 + R_3 R_6) = -R_3 R_5(I R_6 + U_2)$$

$$U_B(R_4 R_6 + R_4 R_5) + U_C(-R_4 R_6 - R_5 R_6 - R_4 R_5) = U_2 R_4 R_5$$

$$\begin{aligned} -U_A(380 \cdot 480 + 500 \cdot 380 + 500 \cdot 480) + U_B(500 \cdot 380) \\ = 380 \cdot 480(0,9 \cdot 500 - 115) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_A(285 \cdot 125) - U_B(480 \cdot 285 + 285 \cdot 125 + 480 \cdot 125) + U_C(480 \cdot 285 + 480 \cdot 125) \\ = -480 \cdot 285(0,9 \cdot 125 + 60) \end{aligned}$$

$$U_B(370 \cdot 125 + 370 \cdot 285) - U_C(370 \cdot 125 + 285 \cdot 125 + 285 \cdot 370) = 60 \cdot 370 \cdot 285$$

$$M = \begin{bmatrix} -612\,400 & 190\,000 & 0 & 61\,104\,000 \\ 35\,625 & -232\,425 & 196\,800 & -23\,598\,000 \\ 0 & 151\,700 & -187\,325 & 6\,327\,000 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} -6124 & 1900 & 0 & 611\,040 \\ 1425 & -9297 & 7872 & -943\,920 \\ 0 & 6068 & -7493 & 253\,080 \end{bmatrix}$$

$$M_0 = \begin{bmatrix} -6124 & 1900 & 0 \\ 1425 & -9297 & 7872 \\ 0 & 6068 & -7493 \end{bmatrix} \quad M_2 = \begin{bmatrix} -6124 & 611\,040 & 0 \\ 1425 & -943\,920 & 7872 \\ 0 & 253\,080 & -7493 \end{bmatrix}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 611\,040 & 1900 & 0 \\ -943\,920 & -9297 & 7872 \\ 253\,080 & 6068 & -7493 \end{bmatrix} \quad M_3 = \begin{bmatrix} -6124 & 1900 & 611\,040 \\ 1425 & -9297 & -943\,920 \\ 0 & 6068 & 253\,080 \end{bmatrix}$$

$$|M_0| = (-6124)(-9297)(-7493) - (7872)(6068)(-6124) - (-7493)(1900)(1425)$$

$$|M_0| = -113\,798\,448\,000$$

$$|M_1| = (611040)(-9297)(-7493) - (7872)(6068)(611040) + (253080)(1900)(7872) - (-7493)(1900)(-943920)$$

$$|M_1| = 3\,725\,758\,260\,000$$

$$|M_2| = (-6124)(-943920)(-7493) - (7872)(253080)(-6124) - (-7493)(611040)(1425)$$

$$|M_2| = -24\,588\,873\,727\,200$$

$$|M_3| = (-6124)(-9297)(253080) + (1425)(6068)(611040) - (-943920)(6068)(-6124) - (253080)(1900)(1425)$$

$$|M_3| = -16\,069\,021\,027\,200$$

$$U_A = \frac{|M_1|}{|M_0|} = -32,73997V$$

$$U_B = \frac{|M_2|}{|M_0|} = 216,07389V$$

$$U_C = \frac{|M_3|}{|M_0|} = 141,2060V$$

5. Vypočítané hodnoty dosadíme do vzorca pre  $I_{R5}$ . Vypočítame aj  $U_{R5}$ .

$$I_{R5} = \frac{U_B - U_C}{R_5} = \frac{216,07389 - 141,206}{285} = \mathbf{0,2627A}$$

$$U_{R5} = I_{R5} * R_5 = 0,2627 * 285 = \mathbf{74,8679V}$$

## Príklad 4

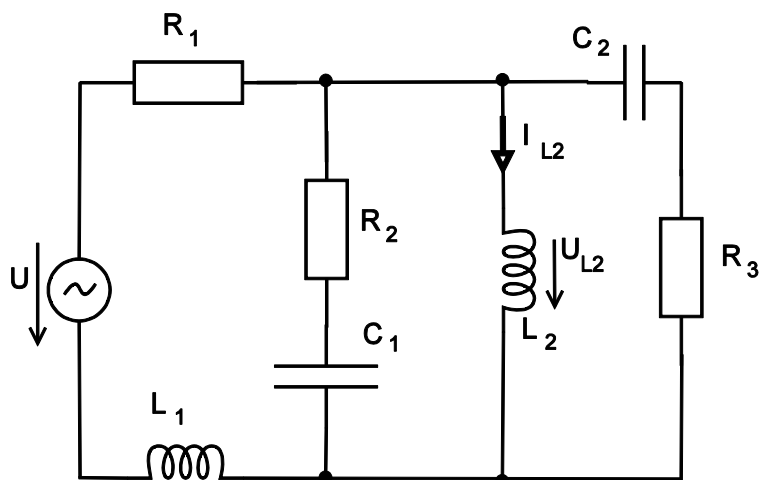
### variant B

Pre napájacie napätie platí:  $u = U \cdot \sin(2\pi f t)$ .

Vo vzťahu pre napätie  $u_{L2} = U_{L2} \cdot \sin(2\pi f t + \phi_{L2})$  určite  $|U_{L2}|$  a  $\phi_{L2}$ . Použite metódu zjednodušovania obvodu.

Poznámka: Pomocný „smer šípky napájacieho zdroja platí pre špeciálny časový okamih ( $t = \frac{\pi}{2 \cdot \omega}$ ).“

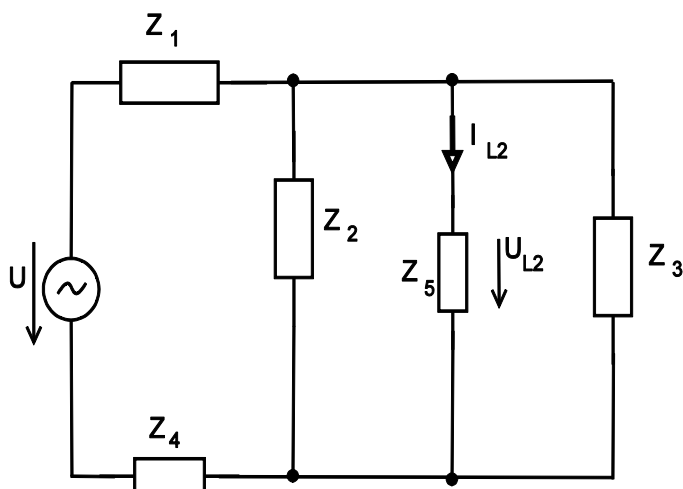
Sk.	U [V]	R <sub>1</sub> [Ω]	R <sub>2</sub> [Ω]	R <sub>3</sub> [Ω]	L <sub>1</sub> [mH]	L <sub>2</sub> [mH]	C <sub>1</sub> [μF]	C <sub>2</sub> [μF]	f [Hz]
B	35	160	220	270	480	420	440	170	85



1. Vypočítame si uhlovú rýchlosť.

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 85 = 170\pi \text{ rad/s}$$

2. Zjednodušíme obvod a vypočítame impedancie jednotlivých prvkov obvodu.



Z<sub>1</sub> - impedancia R<sub>1</sub>

Z<sub>2</sub> - impedancia R<sub>2</sub> a C<sub>1</sub>

Z<sub>3</sub> - impedancia R<sub>3</sub> a C<sub>2</sub>

Z<sub>4</sub> - impedancia L<sub>1</sub>

Z<sub>5</sub> - impedancia L<sub>2</sub>

$$Z_1 = R_1 = 160\Omega$$

$$Z_2 = R_2 - \frac{j}{\omega C_1} = 220 - \frac{j}{170\pi * 440 * 10^{-6}} = (220 - 4,2555j)\Omega$$

$$Z_3 = R_3 - \frac{j}{\omega C_2} = 270 - \frac{j}{170\pi * 170 * 10^{-6}} = (270 - 11,01418j)\Omega$$

$$Z_4 = j\omega L_1 = j * 170\pi * 0,48 = (81,6\pi j)\Omega$$

$$Z_5 = j\omega L_2 = j * 170\pi * 0,42 = (71,4\pi j)\Omega$$

3. Odpory  $Z_2, Z_3, Z_5$  sú v paralelnom zapojení, odpory  $Z_1$  a  $Z_4$  sú k nim v sérií. Vypočítame celkovú impedanciu  $Z$ .

$$\begin{aligned} Z_{235} &= \frac{Z_3 * Z_2 * Z_5}{Z_2 Z_3 + Z_2 Z_5 + Z_3 Z_5} = \\ &= \frac{(270 - 11,01418j) * (220 - 4,2555j) * (71,4\pi j)}{(220 - 4,2555j)(270 - 11,01418j) + (220 - 4,2555j)(71,4\pi j) + (270 - 11,01418j)(71,4\pi j)} \\ &= (50,573j + 99,6505)\Omega \end{aligned}$$

$$Z = Z_1 + Z_4 + Z_{235} = 160 + 81,6\pi j + 50,573j + 99,6505 = (259,6505 + 306,927j)\Omega$$

4. Z impedancie a napätia môžeme vypočítať celkový prúd.

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{35}{259,6505 + 306,927j}$$

5. V sériovom zapojení prechádza všade rovnaký prúd preto môžeme vypočítať napätie  $U_{235}$ .

$$U_{235} = Z_{235} * I = \frac{(50,573j + 99,6505) * 35}{(306,927j + 259,6505)} = (8,9647 - 3,7797j)V$$

6. Napätie v paralelnom zapojení je rovnaké, preto:

$$U_{235} = U_{L2}$$

7. Vypočítame  $|U_{L2}|$ :

$$|U_{L2}| = \sqrt{Re^2 + Im^2} = \sqrt{8,9647^2 + (-3,7797)^2} = \mathbf{9,7289V}$$

8. Vypočítame fázový posun:

$$\varphi_{L2} = \arctan\left(\frac{Im}{Re}\right) = \arctan\left(\frac{-3,7797}{8,9647}\right) = -0,399rad = \mathbf{-22,86^\circ}$$

## Príklad 5

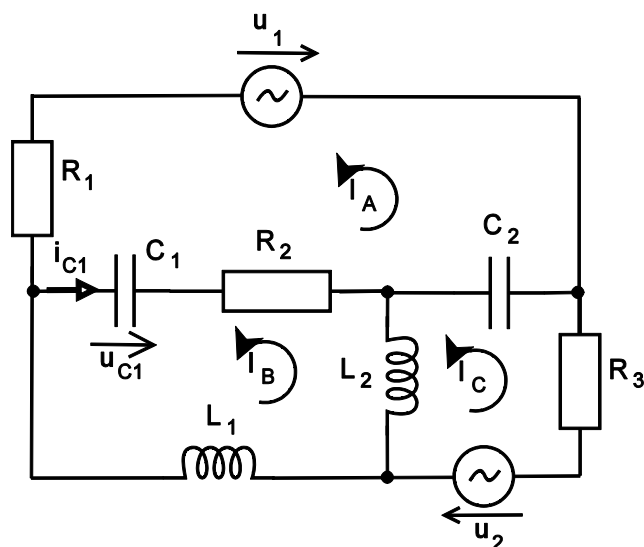
### variant C

Pre napájacie napätie platí:  $u_1 = U_1 \sin(2\pi ft)$ ,  $u_2 = U_2 \sin(2\pi ft)$ .

Vo vzťahu pre napätie  $u_{C1} = U_{C1} \sin(2\pi ft + \varphi_{C1})$  určite  $|U_{C1}|$  a  $\varphi_{C1}$ . Použite metódu slučkových prúdov.

Poznámka: Pomocný „smer šípky napájacieho zdroja platí pre špeciálny časový okamih ( $t = \frac{\pi}{2\omega}$ ).“

Sk.	$U_1$ [V]	$U_2$ [V]	$R_1$ [Ω]	$R_2$ [Ω]	$R_3$ [Ω]	$L_1$ [mH]	$L_2$ [mH]	$C_1$ [μF]	$C_2$ [μF]	$f$ [Hz]
C	35	45	105	130	220	220	70	230	85	75



1. Vypočítame si uhlovú rýchlosť.

$$\omega = 2\pi f = 2\pi * 75 = 150\pi \text{ rad/s}$$

2. Pre kondenzátor a cievku platí:

$$X_C = \frac{1}{\omega C}$$

$$X_L = \omega L$$

3. Vypočítame hodnoty pre jednotlivé kondenzátory a cievky:

$$X_{C1} = \frac{1}{\omega C_1} = \frac{1}{150 * 230 * 10^{-6}} = 9,2264$$

$$X_{C2} = \frac{1}{\omega C_2} = \frac{1}{150 * 85 * 10^{-6}} = 24,9655$$

$$X_{L1} = \omega L_1 = 150 * 0,22 = 103,6726$$

$$X_{L2} = \omega L_2 = 150 * 0,07 = 32,9867$$

4. Zostavíme rovnice pre jednotlivé slučky, prúdy nahradíme prúdmi  $I_A$ ,  $I_B$ ,  $I_C$ .

$$I_A: R_1 I_A - jX_{C1}(I_A - I_B) + R_2(I_A - I_B) - jX_{C2}(I_A - I_C) - U_1 = 0$$

$$I_B: R_2(I_B - I_A) - jX_{C1}(I_B - I_A) + jX_{L1}I_B + jX_{L2}(I_B - I_C) = 0$$

$$I_C: R_3 I_C - jX_{C2}(I_C - I_A) + jX_{L2}(I_C - I_B) - U_2 = 0$$

5. Vyriešime sústavu 3 rovníc o 3 neznámych:

$$I_A(R_1 + R_2 - jX_{C1} - jX_{C2}) + I_B(jX_{C1} - R_2) + I_C(jX_{C2}) = U_1$$

$$I_A(-R_2 + jX_{C1}) + I_B(R_2 - jX_{C1} + jX_{L1} + jX_{L2}) + I_C(-jX_{L2}) = 0$$

$$I_A(jX_{C2}) + I_B(-jX_{L2}) + I_C(R_3 - jX_{C2} + jX_{L2}) = U_2$$

$$I_A(105 + 130 - 9,2264j - 24,9655j) + I_B(9,2264j - 130) + I_C(24,9655j) = 35$$

$$I_A(-130 + 9,2264j) + I_B(130 - 9,2264j + 103,6726j + 32,9867j) + I_C(-32,9867j) = 0$$

$$I_A(24,9655j) + I_B(-32,9867j) + I_C(220 - 24,9655j + 32,9867j) = 45$$

$$M = \begin{bmatrix} 235 - 34,1919j & -130 + 9,2264j & 24,9655j & 35 \\ -130 + 9,2264j & 130 + 127,4329j & -32,9867j & 0 \\ 24,9655j & -32,9867j & 220 + 8,0212j & 45 \end{bmatrix}$$

Determinanty určíme Sarusovým pravidlom.

$$|M| = \begin{bmatrix} 235 - 34,1919j & -130 + 9,2264j & 24,9655j \\ -130 + 9,2264j & 130 + 127,4329j & -32,9867j \\ 24,9655j & -32,9867j & 220 + 8,0212j \end{bmatrix}$$

$$|M_A| = \begin{bmatrix} 35 & -130 + 9,2264j & 24,9655j \\ 0 & 130 + 127,4329j & -32,9867j \\ 45 & -32,9867j & 220 + 8,0212j \end{bmatrix}$$

$$|M_B| = \begin{bmatrix} 235 - 34,1919j & 35 & 24,9655j \\ -130 + 9,2264j & 0 & -32,9867j \\ 24,9655j & 45 & 220 + 8,0212j \end{bmatrix}$$

$$|M_C| = \begin{bmatrix} 235 - 34,1919j & -130 + 9,2264j & 35 \\ -130 + 9,2264j & 130 + 127,4329j & 0 \\ 24,9655j & -32,9867j & 45 \end{bmatrix}$$

$$|M| = (3,8791 * 10^6 + 6,3407 * 10^6 j)$$

$$|M_A| = (1,1602 * 10^6 + 1,0647 * 10^6 j)$$

$$|M_B| = (1,0728 * 10^6 + 1,6824 * 10^5 j)$$

$$|M_C| = (9,3616 * 10^5 + 1,292 * 10^6 j)$$

$$I_A = \frac{|M_A|}{|M|} = (0,2036 - 0,05839j)A$$

$$I_B = \frac{|M_B|}{|M|} = (0,09463 - 0,1113j)A$$

$$I_C = \frac{|M_C|}{|M|} = (0,1564 - 0,2557j)A$$

6. Vypočítame prúd  $I_{C1}$  a napätie  $U_{C1}$ .

$$I_{C1} = I_A - I_B = (0,10897 + 0,05291j)A$$

$$U_{C1} = I_{C1} * (-jX_{C1}) = (0,4882 - 1,0054j)V$$

7. Vypočítame  $|U_{C1}|$ :

$$|U_{C1}| = \sqrt{Re^2 + Im^2} = \sqrt{0,4882^2 + (-1,0054)^2} = \mathbf{1,1177V}$$

8. Vypočítame fázový posun:

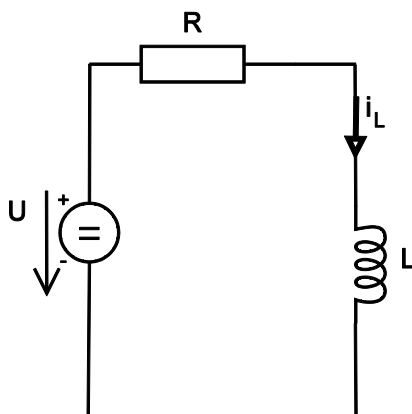
$$\varphi_{C1} = \arctan\left(\frac{Im}{Re}\right) = \arctan\left(\frac{-1,0054}{0,4882}\right) = -1,1188rad = \mathbf{-64,1^\circ}$$

## Príklad 6

### variant D

Zostavte diferenciálnu rovnicu popisujúcu chovanie obvod na obrázku, ďalej ju upravte dosadením hodnôt parametrov. Vypočítajte analytické riešenie  $i_L = f(t)$ . Urobte kontrolu výpočtu dosadením do zostavenej diferenciálnej rovnice.

Sk.	U [V]	L [H]	R [ $\Omega$ ]	$i_L(0)$ [A]
D	14	25	30	6



1. Obvodom preteká len jeden prúd , ten je rovnaký pre všetky prvky.

$$i = i_L = i_R$$

2. Súčet všetkých napätí v tomto obvode je 0. Vyjadíme si  $U_R$  a  $U_L$  podľa pravidiel Ohmovho zákona.

$$U_R + U_L - U = 0$$

$$U_R = R * i_L$$

$$U_L = U - R * i_L$$

3. Rozpíšeme axióm.

$$i'_L = \frac{1}{L} U_L$$

$$i'_L = \frac{1}{L} (U - R * i_L)$$

4. Zostavíme diferenciálnu rovnicu úpravou axiómu.

$$L * i'_L + R * i_L = U$$

5. Dosadíme hodnoty.

$$25 * i'_L + 30 * i_L = 14$$



6. Zostavíme charakteristickú rovnicu pre výpočet  $\lambda$ .

$$25\lambda + 30 = 0$$

$$\lambda = -\frac{30}{25} = -\frac{6}{5} = -1,2$$

7. Dosadíme  $\lambda$  do očakávaného riešenia.

$$i_L(t) = c(t) * e^{\lambda t}$$

$$i_L(t) = c(t) * e^{-1,2t}$$

8. Riešime diferenciálnu rovnicu. Zderivujeme  $i_L(t)$ . Dosadíme deriváciu do diferenciálnej rovnice. Vypočítame  $c(t)$ . Dosadíme  $c(t)$  do očakávaného riešenia. Pre výpočet  $k$  dosadíme  $i_L(0)=6$ .

$$i'_L = (c'(t) * e^{-1,2t}) + (-1,2 * c(t) * e^{-1,2t})$$

---

$$25 * (c'(t) * e^{-1,2t} - 1,2 * c(t) * e^{-1,2t}) + 30 * (c(t) * e^{-1,2t}) = 14$$

$$25 * c'(t) * e^{-1,2t} - 30 * c(t) * e^{-1,2t} + 30 * c(t) * e^{-1,2t} = 14$$

$$25 * c'(t) * e^{-1,2t} = 14$$

$$c'(t) = \frac{14}{25} * e^{1,2t}$$

$$\int c'(t) dt = \int \frac{14}{25} * e^{1,2t} dt$$

$$c(t) = \frac{14}{30} * e^{1,2t} + k$$

---

$$i_L(t) = c(t) * e^{-1,2t}$$

$$i_L(t) = \left( \frac{14}{30} * e^{1,2t} + k \right) * e^{-1,2t}$$

$$i_L(t) = \frac{14}{30} + k * e^{-1,2t}$$

---

$$6 = \frac{14}{30} + k * e^{-1,2*0}$$

$$k = 6 - \frac{14}{30} = \frac{166}{30} = \frac{83}{15}$$

9. Riešenie:

$$i_L(t) = \frac{14}{30} + \frac{83}{15} * e^{-1,2t}$$

10. Skúška správnosti riešenia:

$$i'_L(t) = (-1,2) * \frac{83}{15} * e^{-1,2t}$$

$$i'_L(t) = -\frac{166}{25} * e^{-1,2t}$$

$$25 * i'_L + 30 * i_L = 14$$

$$25 * \left(-\frac{166}{25} * e^{-1,2t}\right) + 30 * \left(\frac{14}{30} + \frac{83}{15} * e^{-1,2t}\right) = 14$$

$$-166 * e^{-1,2t} + 14 + 166 * e^{-1,2t} = 14$$

$$0 = 0$$

## Tabuľka výsledkov

Príklad	Variant	Výsledok	
1	B	$I_{R7} = 0,03873A$	$U_{R7} = 13,1682V$
2	C	$I_{R3} = 0,09141A$	$U_{R3} = 21,9384V$
3	D	$I_{R5} = 0,2627A$	$U_{R5} = 74,8679V$
4	B	$ U_{L2}  = 9,7289V$	$\varphi_{L2} = -22,86^\circ$
5	C	$ U_{C1}  = 1,1177V$	$\varphi_{C1} = -64,1^\circ$
6	D	$i_L(t) = \frac{14}{30} + \frac{83}{15} * e^{-1,2t}$	