



VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

FAKULTA INFORMAČNÍCH TECHNOLOGIÍ

FACULTY OF INFORMATION TECHNOLOGY

ÚSTAV POČÍTAČOVÝCH SYSTÉMŮ

DEPARTMENT OF COMPUTER SYSTEMS

**KNIŽNICA PRE BOOLOVSKÉ FUNKCIE V ALGEBRAIC-
KEJ NORMÁLNEJ FORME**

LIBRARY FOR BOOLEAN FUNCTIONS IN ALGEBRAIC NORMAL FORM

BAKALÁŘSKÁ PRÁCE

BACHELOR'S THESIS

AUTOR PRÁCE

AUTHOR

MAROŠ VASILIŠIN

VEDOUcí PRÁCE

SUPERVISOR

Ing. ROLAND DOBAI, Ph.D.

BRNO 2017

Abstrakt

Do tohoto odstavce bude zapsán výtah (abstrakt) práce v českém (slovenském) jazyce.

Abstract

Do tohoto odstavce bude zapsán výtah (abstrakt) práce v anglickém jazyce.

Klíčové slová

Sem budou zapsána jednotlivá klíčová slova v českém (slovenském) jazyce, oddělená čárkami.

Keywords

Sem budou zapsána jednotlivá klíčová slova v anglickém jazyce, oddělená čárkami.

Citácia

VASILÍŠIN, Maroš. *Knižnica pre boolovské funkcie v algebraickej normálnej forme*. Brno, 2017. Bakalářská práce. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta informačních technologií. Vedoucí práce Dobai Roland.

Knižnica pre boolovské funkcie v algebraickej normálnej forme

Prehlásenie

Prehlasujem, že som túto bakalársku prácu vypracoval samostatne pod vedením pána Ing. Rolanda Dobaia, Ph.D. Uviedol som všetky literárne pramene a publikácie, z ktorých som čerpal.

.....

Maroš Vasilišin
15. januára 2017

Podakovanie

Týmto by som sa chcel poďakovať pánovi Ing. Rolandovi Dobaiovi, Ph.D. za rady, trpezlivosť, vecné pripomienky a pomoc pri vypracovaní tejto práce.

Obsah

1	Úvod	2
2	Booleovske funkcie	3
2.1	Definícia booleovskej funkcie	3
2.2	Reprezentácia booleovských funkcií	3
2.3	Normálne formy	4
2.4	Algebraická normálna forma	5
3	Existujúce knižnice	6
4	Záver	7
	Literatúra	8
	Prílohy	9
A	Jak pracovať s touto šablónou	10

Kapitola 1

Úvod

Booleovské funkcie majú v dnešnej dobe veľké využitie. V matematike sa využívajú na určenie pravdivostnej hodnoty výrokov, v elektrotechnike na vytváranie kombinačných obvodov, takisto ich môžeme vidieť na pozadí teórie hier či v legislatíve.

TODO

- popísať motiváciu k projektu
- aktuálne používané reprezentácie
- existujúce riešenie
- krátky popis vytvoreného riešenia

Kapitola 2

Booleovske funkcie

Táto kapitola popisuje čo sú to booleovske funkcie, čo môžu obsahovať a ako ich môžeme prehľadne znázorniť. Ďalej sú popísané rôzne normalizované formy zápisu booleovských funkcií, primárne algebraická normálna forma.

2.1 Definícia booleovskej funkcie

Ako uvádza Crama [1], booleovská funkcia je každá funkcia $f : \mathcal{B}^n \rightarrow \mathcal{B}$, kde \mathcal{B} je množina $\{0, 1\}$, n je kladné prirodzené číslo, a \mathcal{B}^n označuje n -násobný kartézsky súčin množiny \mathcal{B} samej so sebou. Každý bod funkcie $X^* = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ naberá hodnotu buď 0 alebo 1.

Celkový počet booleovských funkcií pre n premenných je 2^{2^n} . Je to dané tým, že všetkých možných kombinácií vstupných parametrov je (2^n) a parametre môžu mať hodnotu z $\{0, 1\}$. Počet možných booleovských funkcií pre niektoré hodnoty n sa nachádza v Tabuľke 2.1.

n	počet funkcií
1	4
2	16
3	256
5	4.29497×10^9

Tabuľka 2.1: Počet booleovských funkcií pre vybrané hodnoty n

V mnohých aplikáciách sa namiesto hodnôt $\{0, 1\}$ používa iná dvojica, napríklad $\{\text{true}, \text{false}\}$, $\{\text{on}, \text{off}\}$, $\{\text{áno}, \text{nie}\}$, vždy to ale označuje opačné hodnoty. Množina \mathcal{B} spolu so základnými booleovskými operáciami konjunkciou, disjunkciou a negáciou tvorí Booleovsku algebru **ODKAZ**.

2.2 Reprezentácia booleovských funkcií

Booleovske funkcie môžu byť vyjadrené rôznymi spôsobmi. Záleží hlavne na tom, čo plánujeme s danou funkciou robiť. Niektoré zápisy sú vhodnejšie na matematické výpočty, iné zase na prehľadné prezeranie dát.

Prvým možným zápisom je tzv. pravdivostná tabuľka. Je to tabuľka, v ktorej na každom riadku je hodnota funkcie pri iných kombináciách vstupných hodnôt funkcie. Pravdivostné tabuľky majú dobré využitie pre funkcie do 4-5 parametrov. Pre vyšší počet parametrov

sa stávajú neprehľadnými pre vysoký počet možných kombinácií. Príklad pravdivostnej tabuľky pre 2 vstupné hodnoty sa nachádza v Tabuľke 2.2.

(x_1, x_2)	$f(x_1, x_2)$
(0, 0)	0
(0, 1)	1
(1, 0)	1
(1, 1)	0

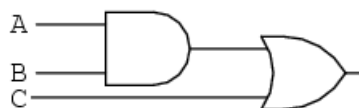
Tabuľka 2.2: Pravdivostná tabuľka

Upravenou formou pravdivostnej tabuľky je Karnaughova mapa **ODKAZ**. Je to forma zápisu ktorá prevádza n-rozmernú booleovsku funkciu do 2-rozmernej. Využíva sa hlavne pri minimalizácii funkcií. Príklad sa nachádza na Obrázku 2.1

AB		00	01	11	10
C	1	0	1	1	0
	0	0	1	1	1

Obr. 2.1: Karnaughova Mapa

Ďalším zo zápisov je logický obvod. Ide o schému, ktorá graficky zobrazuje booleovsku funkciu. Tento zápis je vhodnejší pre fyzikálne zamerané úlohy, alebo pre pokročilejšie úlohy, ktoré obsahujú zložitejšie funkcie, a tie sa dajú prehľadne zobrazit logickým obvodom. Príklad zobrazenia funkcie $(A \wedge B) \vee C$ vidíme na Obrázku 2.2



Obr. 2.2: Logický obvod

V technických odvetviach sa využívajú určité štandardné výrazy, ktoré sa dajú dobre využiť pri vytváraní kombinačných obvodov. Tieto výrazy sa nazývajú normálne formy a existuje ich niekoľko. Rôznymi typmi normálnych foriem sa zaoberá nasledujúca sekcia.

2.3 Normálne formy

Normálna forma je každý výraz v tvare: **ODKAZ**

$$T_1 \text{ op } T_2 \text{ op } T_3 \text{ op } \dots \text{ op } T_n$$

kde množina $\{T_1, T_2, T_3 \dots T_n\}$ sú navzájom rôzne termy **ODKAZ** rovnakého typu a *op* je operácia v Boolovskej algebre. Podľa typu termov a typu operácie poznáme niekoľko základných normálnych foriem.

- disjunktívna - termy sú konjunkciou premenných a operáciou je disjunkcia
- konjunktívna - termy sú disjunkciou premenných a operáciou je konjunkcia

Ak sa v každom terme v spomenutých normálnych formách vyskytuje premenná práve raz, tieto normálne formy nazývame úplná disjunktívna/konjunktívna normálna forma. Ak vynecháme redundantné členy, nazývame ich iredundantné normálne formy.

2.4 Algebraická normálna forma

Algebraická normálna forma (skrátene ANF) je jeden z možných spôsobov reprezentácie booleovských funkcií. Iný názov pre zápis v ANF je aj Zhegalkinov polynóm **ODKAZ** alebo Reed-Mullerov výraz **ODKAZ**.

Celá ANF má hodnotu z množiny $\{0, 1\}$, a skladá sa z viacerých termov, ktoré majú takisto hodnotu z množiny $\{0, 1\}$. Každý term vznikol kombináciou premenných spojených operáciou AND. Termy sú spojené pomocou operácie XOR. Operácia NOT nie je v ANF povolená. Príklad algebraickej normálnej formy:

$$A \oplus B \oplus AB \oplus ABC$$

Z programátorského pohľadu môžeme hodnotu každého termu reprezentovať ako integer modulo 2. Každý term je v terminológii podľa **ODKAZ** jednoduchým polynómom, ktorý v sebe neobsahuje koeficienty ani exponenty. Koeficienty nepotrebujeme, pretože 1 je jediný nenulový koeficient. Exponenty nie sú potrebné pretože v móde modulo 2 platí: $x^2 = x$. Preto napríklad aj zložitejší polynóm ako $3^x 2^y 5^z$ môžeme prepísať na xyz .

Pomocou operácií \wedge a \neg dokážeme vytvoriť všetky ostatné operácie v Booleovskej algebre. Ďalšie operácie sú tvorené len kombináciou týchto dvoch operácií. Keďže v ANF je nie povolená operácia NOT, musíme si ju nejako vytvoriť. Negácia v ANF vzniká XORom premennej a logickej jedničky: $x \oplus 1$.

An example application is the representation of the Boolean 2-out-of-3 threshold or median operation as the Zhegalkin polynomial $xy \oplus yz \oplus zx$, which is 1 when at least two of the variables are 1 and 0 otherwise.

There are three known methods generally used for the computation of the Zhegalkin polynomial.

- Using the Method of Indeterminate Coefficients
- By constructing the Canonical Disjunctive Normal Form
- By using tables

DOVYSVETLIT všetky 3

Kapitola 3

Existujúce knižnice

- CUDD - <http://vlsi.colorado.edu/~fabio/CUDD/cudd.pdf>
- CcBDD - <http://www.kailesu.net/CcBDD/CcBDD.pdf>
- BuDDy - <http://www.drdobbs.com/the-buddy-library-boolean-expressions/184401847>
- nejaka C# kniznica - <http://dispatcher.swu.bg/BCL/>
- CORAL - <https://www.yumpu.com/en/document/view/20494846/a-modern-c-library-for-the-manipulation-of-boolean-functions>

rozpisat na podkapitoly

Kapitola 4

Záver

Literatúra

- [1] CRAMA, Y.; HAMMER., P. L.: *Boolean Functions: Theory, Algorithms, and Applications*. NY, New York: Cambridge University Press, 2011, ISBN 9780521847513, doi:10.1017/CBO9780511852008.

Prílohy

Príloha A

Jak pracovat s touto šablonou

V této kapitole je uveden popis jednotlivých částí šablony, po kterém následuje stručný návod, jak s touto šablonou pracovat.

Jedná se o přechodnou verzi šablony. Nová verze bude zveřejněna do konce roku 2016 a bude navíc obsahovat nové pokyny ke správnému využití šablony, závazné pokyny k vypracování bakalářských a diplomových prací (rekapitulace pokynů, které jsou dostupné na webu) a nezávazná doporučení od vybraných vedoucích. Jediné soubory, které se v nové verzi změní, budou `projekt-01-kapitoly-chapters.tex` a `projekt-30-prilohy-appendices.tex`, jejichž obsah každý student vymaže a nahradí vlastním. Šablonu lze tedy bez problémů využít i v současné verzi.

Popis částí šablony

Po rozbalení šablony naleznete následující soubory a adresáře:

bib-styles Styly literatury (viz níže).

obrazky-figures Adresář pro Vaše obrázky. Nyní obsahuje `placeholder.pdf` (tzv. TODO obrázek, který lze použít jako pomůcku při tvorbě technické zprávy), který se s prací neodevzdává. Název adresáře je vhodné zkrátit, aby byl jen ve zvoleném jazyce.

template-fig Obrázky šablony (znak VUT).

fitthesis.cls Šablona (definice vzhledu).

Makefile Makefile pro překlad, počítání normostran, sbalení apod. (viz níže).

projekt-01-kapitoly-chapters.tex Soubor pro Váš text (obsah nahradte).

projekt-20-literatura-bibliography.bib Seznam literatury (viz níže).

projekt-30-prilohy-appendices.tex Soubor pro přílohy (obsah nahradte).

projekt.tex Hlavní soubor práce – definice formálních částí.

Výchozí styl literatury (`czechiso`) je od Ing. Martínka, přičemž anglická verze (`englishiso`) je jeho překladem s drobnými modifikacemi. Oproti normě jsou v něm určité odlišnosti, ale na FIT je dlouhodobě akceptován. Alternativně můžete využít styl od Ing. Radima Loskota

nebo od Ing. Radka Pyšného¹. Alternativní styly obsahují určitá vylepšení, ale zatím nebyly řádně otestovány větším množstvím uživatelů. Lze je považovat za beta verze pro zájemce, kteří svoji práci chtějí mít dokonalou do detailů a neváhají si nastudovat detaily správného formátování citací, aby si mohli ověřit, že je vysázený výsledek v pořádku.

Makefile kromě překladu do PDF nabízí i další funkce:

- přejmenování souborů (viz níže),
- počítání normostran,
- spuštění vlny pro doplnění nezlomitelných mezer,
- sbalení výsledku pro odeslání vedoucímu ke kontrole (zkontrolujte, zda sbalí všechny Vámi přidané soubory, a případně doplňte).

Nezapomeňte, že vlna neřeší všechny nezlomitelné mezery. Vždy je třeba manuální kontrola, zda na konci řádku nezůstalo něco nevhodného – viz Internetová jazyková příručka².

Pozor na číslování stránek! Pokud má obsah 2 strany a na 2. jsou jen „Přílohy“ a „Seznam příloh“ (ale žádná příloha tam není), z nějakého důvodu se posune číslování stránek o 1 (obsah „nesedí“). Stejný efekt má, když je na 2. či 3. stránce obsahu jen „Literatura“ a je možné, že tohoto problému lze dosáhnout i jinak. Řešení je několik (od úpravy obsahu, přes nastavení počítadla až po sofistikovanější metody). **Před odevzdáním proto vždy přezkontrolujte číslování stran!**

Doporučený postup práce se šablonou

1. **Zkontrolujte, zda máte aktuální verzi šablony.** Máte-li šablonu z předchozího roku, na stránkách fakulty již může být novější verze šablony s aktualizovanými informacemi, opravenými chybami apod.
2. **Zvolte si jazyk,** ve kterém budete psát svoji technickou zprávu (česky, slovensky nebo anglicky) a svoji volbu konzultujte s vedoucím práce (nebyla-li dohodnuta předem). Pokud Vámi zvoleným jazykem technické zprávy není čeština, nastavte příslušný parametr šablony v souboru projekt.tex (např.: `documentclass[english]{fitthesis}`) a přeložte prohlášení a poděkování do angličtiny či slovenštiny.
3. **Přejmenujte soubory.** Po rozbalení je v šabloně soubor projekt.tex. Pokud jej přeložíte, vznikne PDF s technickou zprávou pojmenované projekt.pdf. Když vedoucímu více studentů pošle projekt.pdf ke kontrole, musí je pracně přejmenovávat. Proto je vždy vhodné tento soubor přejmenovat tak, aby obsahoval Váš login a (případně zkrácené) téma práce. Vyhněte se však použití mezer, diakritiky a speciálních znaků. Vhodný název tedy může být např.: „xlogin00-Cisteni-a-extrakce-textu.tex“. K přejmenování můžete využít i přiložený Makefile:

```
make rename NAME=xlogin00-Cisteni-a-extrakce-textu
```

¹BP Ing. Radka Pyšného <http://www.fit.vutbr.cz/study/DP/BP.php?id=7848>

²Internetová jazyková příručka <http://prirucka.ujc.cas.cz/?id=880>

4. Vyplňte požadované položky v souboru, který byl původně pojmenován `projekt.tex`, tedy typ, rok (odevzdání), název práce, svoje jméno, ústav (dle zadání), tituly a jméno vedoucího, abstrakt, klíčová slova a další formální náležitosti.
5. Nahraďte obsah souborů s kapitolami práce, literaturou a přílohami obsahem svojí technické zprávy. Jednotlivé přílohy či kapitoly práce může být výhodné uložit do samostatných souborů – rozhodnete-li se pro toto řešení, je doporučeno zachovat konvenci pro názvy souborů, přičemž za číslem bude následovat název kapitoly.
6. Nepotřebujete-li přílohy, zakomentujte příslušnou část v `projekt.tex` a příslušný soubor vyprázdníte či smažete. Nesnažte se prosím vymyslet nějakou neúčelnou přílohu jen proto, aby daný soubor bylo čím naplnit. Vhodnou přílohou může být obsah přiloženého paměťového média.
7. Nascanované zadání uložte do souboru `zadani.pdf` a povolte jeho vložení do práce parametrem šablony v `projekt.tex` (`\documentclass[zadani]{fitthesis}`).
8. Nechcete-li odkazy tisknout barevně (tedy červený obsah – bez konzultace s vedoucím nedoporučuji), budete pro tisk vytvářet druhé PDF s tím, že nastavíte parametr šablony pro tisk: (`\documentclass[zadani,print]{fitthesis}`). Barevné logo se nesmí tisknout černobíle!
9. Vzor desek, do kterých bude práce vyvázána, si vygenerujte v informačním systému fakulty u zadání. Pro disertační práci lze zapnout parametrem v šabloně (více naleznete v souboru `fitthesis.cls`).
10. Nezapomeňte, že zdrojové soubory i (obě verze) PDF musíte odevzdat na CD či jiném médiu přiloženém k technické zprávě.

Pokyny pro oboustranný tisk

- Zapíná se parametrem šablony: `\documentclass[twoside]{fitthesis}`
- Po vytištění oboustranného listu zkontrolujte, zda je při prosvícení sazební obrazec na obou stranách na stejné pozici. Méně kvalitní tiskárny s duplexní jednotkou mají často posun o 1–3 mm. Toto může být u některých tiskáren řešitelné tak, že vytisknete nejprve liché stránky, pak je dáte do stejného zásobníku a vytisknete sudé.
- Za titulním listem, obsahem, literaturou, úvodním listem příloh, seznamem příloh a případnými dalšími seznamy je třeba nechat volnou stránku, aby následující část začínala na liché stránce (`\cleardoublepage`).
- Konečný výsledek je nutné pečlivě přezkontrolovat.

Užitečné nástroje

Následující seznam není výčtem všech využitelných nástrojů. Máte-li vyzkoušený osvědčený nástroj, neváhejte jej využít. Pokud však nevíte, který nástroj si zvolit, můžete zvážit některý z následujících:

MikTeX L^AT_EX pro Windows – distribuce s jednoduchou instalací a vynikající automatizací stahování balíčků.

TeXstudio Přenositelné opensource GUI pro \LaTeX . Ctrl+klik umožňuje přepínat mezi zdrojovým textem a PDF. Má integrovanou kontrolu pravopisu, zvýraznění syntaxe apod. Pro jeho využití je nejprve potřeba nainstalovat MikTeX.

JabRef Pěkný a jednoduchý program v Javě pro správu souborů s bibliografií (literaturou). Není potřeba se nic učit – poskytuje jednoduché okno a formulář pro editaci položek.

InkScape Přenositelný opensource editor vektorové grafiky (SVG i PDF). Vynikající nástroj pro tvorbu obrázků do odborného textu. Jeho ovládnutí je obtížnější, ale výsledky stojí za to.

GIT Vynikající pro týmovou spolupráci na projektech, ale může výrazně pomoci i jednomu autorovi. Umožňuje jednoduché verzování, zálohování a přenášení mezi více počítači.

Overleaf Online nástroj pro \LaTeX . Přímě zobrazuje náhled a umožňuje jednoduchou spolupráci (vedoucí může průběžně sledovat psaní práce), vyhledávání ve zdrojovém textu kliknutím do PDF, kontrolu pravopisu apod. Zdarma jej však lze využít pouze s určitými omezeními (někomu stačí na disertaci, jiný na ně může narazit i při psaní bakalářské práce) a pro dlouhé texty je pomalejší.

Užitečné balíčky pro \LaTeX

Studenti při sazbě textu často řeší stejné problémy. Některé z nich lze vyřešit následujícími balíčky pro \LaTeX :

- `amsmath` – rozšířené možnosti sazby rovnic,
- `float`, `afterpage`, `placeins` – úprava umístění obrázků,
- `fancyvrb`, `alltt` – úpravy vlastností prostředí Verbatim,
- `makecell` – rozšíření možností tabulek,
- `pdflscape`, `rotating` – natočení stránky o 90 stupňů (pro obrázek či tabulku),
- `hyphenat` – úpravy dělení slov,
- `picture`, `epic`, `eepic` – přímé kreslení obrázků.

Některé balíčky jsou využity přímo v šabloně (v dolní části souboru `fitthesis.cls`). Nahlédnutí do jejich dokumentace může být rovněž užitečné.

Sloupec tabulky zarovnaný vlevo s pevnou šířkou je v šabloně definovaný „L“ (používá se jako „p“).