## 1 Polaritón plasmónico de grafeno acústico II

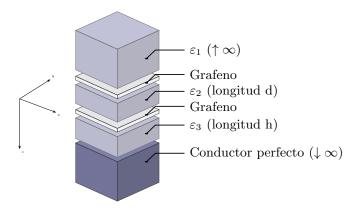


Figure 1: Esquema del sistema AGP-II (dos monocapas + metal a distancia h).

**Descripción.** Polaritón plasmónico de grafeno acústico II: Dos monocapas de grafeno separadas una distancia d. La segunda de las monocapas se encuentra a una distancia h de un sustrato de conductor perfecto. El espacio entre las monocapas está relleno de un dieléctrico no dispersivo 2 y el espacio entre la segunda monocapa y el metal está relleno con un dieléctrico no dispersivo 3.

## Ecuación característica.

$$\epsilon_{2} \omega^{2} \cosh(dk_{x}) \left(\epsilon_{3} \omega^{2} \cosh(hk_{x}) + (\epsilon_{1} \omega^{2} - 4ck_{x}\omega_{D}) \sinh(hk_{x})\right) + \sinh(dk_{x}) \left(\epsilon_{3} \omega^{2} (\epsilon_{1} \omega^{2} - 2ck_{x}\omega_{D}) \cosh(hk_{x}) + (\epsilon_{2}\omega_{D}) \cosh(hk_{x})\right) + (\epsilon_{1} \omega^{2} - 4ck_{x}\omega_{D}) \sinh(hk_{x}) \left(\epsilon_{3} \omega^{2} (\epsilon_{1} \omega^{2} - 2ck_{x}\omega_{D}) \cosh(hk_{x}) + (\epsilon_{2}\omega_{D}) \cosh(hk_{x})\right) + (\epsilon_{1} \omega^{2} - 4ck_{x}\omega_{D}) \sinh(hk_{x}) \left(\epsilon_{3} \omega^{2} (\epsilon_{1} \omega^{2} - 2ck_{x}\omega_{D}) \cosh(hk_{x}) + (\epsilon_{2}\omega_{D}) \cosh(hk_{x})\right) + (\epsilon_{1} \omega^{2} - 4ck_{x}\omega_{D}) \sinh(hk_{x}) \left(\epsilon_{3} \omega^{2} (\epsilon_{1} \omega^{2} - 2ck_{x}\omega_{D}) \cosh(hk_{x}) + (\epsilon_{2}\omega_{D}) \cosh(hk_{x})\right) + (\epsilon_{2}\omega_{D}) \cosh(hk_{x}) + (\epsilon_{2}\omega_{D}) \cosh(hk_{x})$$

La ecuación se puede expresar como un polinomio cuadrático en  $\omega^2$ :

$$\omega_{12p}^2 \, \omega_{23p}^2 - (\omega_{12p}^2 - \omega_{23p}^2) \omega^2 + (1 - \Delta) \omega^4 = 0,$$

Las frecuencias desnudas asociadas a los dos modos son:

$$\omega_{12p}^2 = \frac{2ck_x\omega_D}{\varepsilon_2 \coth(dk_x) + \varepsilon_1},$$

$$\omega_{23p}^2 = \frac{2ck_x\omega_D}{\varepsilon_2 \coth(dk_x) + \varepsilon_3 \coth(hk_x)}$$

El término de acoplamiento se define como:

$$\Delta = \frac{\varepsilon_2^2 \coth^2(dk_x) - \varepsilon_2}{\left[\varepsilon_2 \coth(dk_x) + \varepsilon_1\right] \left[\varepsilon_2 \coth(dk_x) + \varepsilon_3 \coth(hk_x)\right]}.$$

Comentarios. La relación de dispersión cuadrática obtenida del polinomio se expresa en función de las frecuencias desnudas  $\omega_{12p}$  y  $\omega_{23p}$ , correspondientes a los dos modos AGP, y del término de acoplamiento  $\Delta$ .

En el límite  $k_x \to \infty$ , se cumple:

$$\Delta(k_x) \to 0$$
,

lo que permite realizar la aproximación  $\Delta=0$  para determinar las expresiones asintóticas de los valores de  $\omega(k_x)$  en dicho límite.

En este caso particular, el polinomio se factoriza de forma exacta cuando  $\Delta=0$ , y se obtiene la misma expresión para  $\Delta$  al considerar materiales polares en las capas intermedias.

## Soluciones analíticas (relaciones de dispersión).

$$\omega_{+}^{2}(k_{x})_{AGP-II} = \frac{\omega_{12p}^{2} + \omega_{23p}^{2} + \sqrt{(\omega_{12p}^{2} - \omega_{23p}^{2})^{2} + 4\Delta\omega_{12p}^{2}\omega_{23p}^{2}}}{2(1-\Delta)}$$
$$\omega_{-}^{2}(k_{x})_{AGP-II} = \frac{\omega_{12p}^{2} + \omega_{23p}^{2} - \sqrt{(\omega_{12p}^{2} - \omega_{23p}^{2})^{2} + 4\Delta\omega_{12p}^{2}\omega_{23p}^{2}}}{2(1-\Delta)}$$

Asíntotas (derivación). Sea  $u = \omega^2$ .

**Límite**  $k \to 0$  (dos ramas acústicas). Suponemos un comportamiento acústico  $u \sim a k^2$  ( $\omega \sim \sqrt{a} k$ ). Usando  $S_d \simeq dk$ ,  $C_d \simeq 1$ ,  $S_h \simeq hk$ ,  $C_h \simeq 1$ , se obtienen los términos líderes:

$$k^4 \left[ \epsilon_2 \epsilon_3 a^2 - 2c\omega_D a(\epsilon_3 d + 2\epsilon_2 h) + 4c^2 \omega_D^2 dh \right]$$

El coeficiente de  $k^4$  debe anularse, dando:

$$\epsilon_2 \epsilon_3 a^2 - 2c\omega_D(\epsilon_3 d + 2\epsilon_2 h) a + 4c^2\omega_D^2 dh = 0,$$

cuyas raíces son

$$a_{\pm} = \frac{c \omega_D}{\epsilon_2 \epsilon_3} \left[ (\epsilon_3 d + 2\epsilon_2 h) \pm \sqrt{(\epsilon_3 d + 2\epsilon_2 h)^2 - 4\epsilon_2 \epsilon_3 dh} \right]. \tag{2}$$

Por tanto,

$$\omega_{+,-}(k)_{AGP-II} \sim \sqrt{a_{\pm}} k, \qquad k \to 0.$$
 (3)

**Límite**  $k \to \infty$  (dos asíntotas distintas) Como ya hemos comentado, haciendo que  $\Delta \to 0$  se obtienen directamente al resolver la ecuación de forma que las soluciones son de la forma:

$$\omega_+^2(k_x)_{AGP-II} = \omega_{12p}^2$$

$$\omega_-^2(k_x)_{AGP-II} = \omega_{23p}^2$$

es decir, cada rama "ve" asintóticamente el par de medios adyacentes a su monocapa.

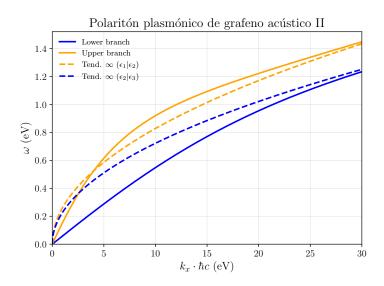


Figure 2: Relaciones de dispersión  $\omega_{1,2}(k_x)$  (Ec. (??)) y asíntotas (Ecs. (??), (??)).

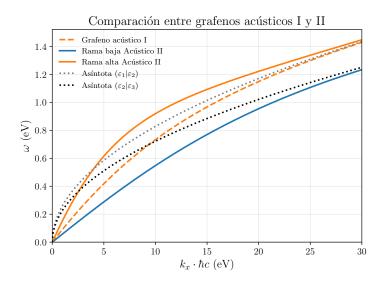


Figure 3: Comparación entre el AGP-I y AGP-II

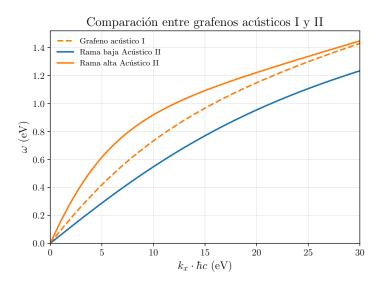


Figure 4: Comparación entre el AGP-I y AGP-II (sin asíntotas)