

1 Dos monocapas de grafeno separadas d en ϵ_2 , en contacto con ϵ_1

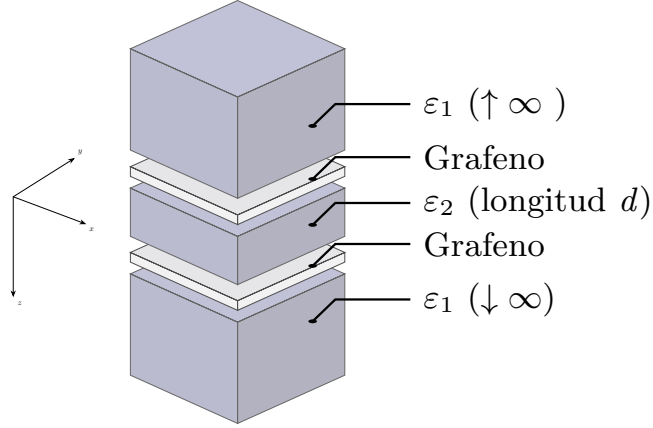


Figure 1: Dos monocapas de grafeno separadas d . El espacio intermedio es ϵ_2 ; arriba y abajo hay ϵ_1 (dieléctricos no dispersivos).

Descripción. Dos monocapas de grafeno separadas una distancia $2d$. El espacio entre las dos monocapas está relleno con un material de constante dieléctrica ϵ_2 . Tanto la monocapa superior como la inferior están en contacto con el dieléctrico ϵ_1

Ecuación característica.

$$\frac{e^{2dk_x} [(\epsilon_1 + \epsilon_2) \omega^2 - 2 c k_x \omega_D]^2 - [(\epsilon_2 - \epsilon_1) \omega^2 + 2 c k_x \omega_D]^2}{c k_x \omega} = 0. \quad (1)$$

Soluciones analíticas (relaciones de dispersión).

$$\omega_1^2(k_x)_{PPG-2} = \frac{2 c k_x \omega_D \sinh\left(\frac{d k_x}{2}\right)}{\epsilon_1 \sinh\left(\frac{d k_x}{2}\right) + \epsilon_2 \cosh\left(\frac{d k_x}{2}\right)} \quad (2)$$

$$\omega_2^2(k_x)_{PPG-2} = \frac{2 c k_x \omega_D \cosh\left(\frac{d k_x}{2}\right)}{\epsilon_1 \sinh\left(\frac{d k_x}{2}\right) + \epsilon_2 \cosh\left(\frac{d k_x}{2}\right)} \quad (3)$$

Asíntotas. Límite $k_x \rightarrow 0$. Escribiendo $x = \frac{dk_x}{2}$ y usando $\sinh x \approx x$, $\cosh x \approx 1$:

$$\omega_1^2(k_x)_{PPG-2} \approx \frac{2ck_x\omega_D x}{\epsilon_1 x + \epsilon_2} \rightarrow \frac{cd\omega_D}{\epsilon_2} k_x^2 \Rightarrow \omega_1(k_x) \sim \sqrt{\frac{cd\omega_D}{\epsilon_2}} k_x,$$

$$\omega_2^2(k_x)_{PPG-2} \approx \frac{2ck_x\omega_D}{\epsilon_1 x + \epsilon_2} \rightarrow \frac{2c\omega_D}{\epsilon_2} k_x \Rightarrow \omega_2(k_x) \sim \sqrt{\frac{2c\omega_D}{\epsilon_2}} k_x^{1/2}.$$

Límite $k_x \rightarrow \infty$. Con $\sinh x \sim \cosh x \sim \frac{1}{2}e^x$:

$$\omega_{1,2}^2(k_x)_{PPG-2} \rightarrow \frac{2ck_x\omega_D}{\epsilon_1 + \epsilon_2}.$$

Agrupaciones.

- Ramas: ω_1 (antisimétrica, $\propto k_x$ a $k_x \rightarrow 0$) y ω_2 (simétrica, $\propto \sqrt{k_x}$ a $k_x \rightarrow 0$).
- Asíntota común en $k_x \rightarrow \infty$: $\omega_{\infty}^2_{PPG-2} = \frac{2ck_x\omega_D}{\epsilon_1 + \epsilon_2}$.

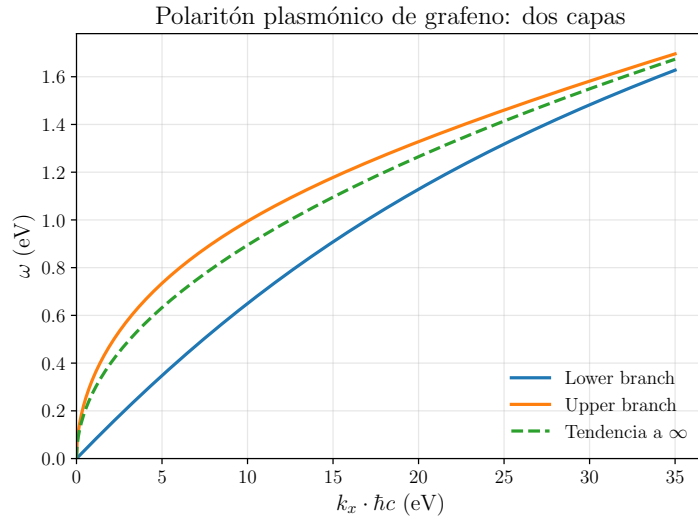


Figure 2: Relaciones de dispersión $\omega_{1,2}(k_x)_{PPG-2}$ y sus asíntotas en $k_x \rightarrow 0$ y $k_x \rightarrow \infty$.