1 Hibridación de polaritones fonónicos superficiales II: lámina polar de espesor d sobre lámina polar de espesor h (substrato metálico)

Descripción. Lámina de material polar de espesor d sobre otra lámina polar de espesor h, que reposa sobre un sustrato conductor perfecto. Estudiar el caso límite $h \to \infty$. Este sistema coincide con el de la Sección **??** cuando $h \to \infty$.

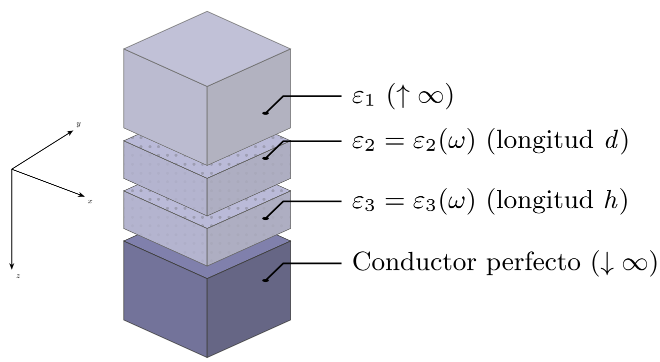

Figure 1: Esquema del sistema Hibridación de polaritones fonónicos superficiales.

Ecuación general en $u = \omega^2$ (estructura). La forma polinómica sigue siendo un cúbico en u:

$$a_6\, u^3 \;-\; a_4\, u^2 \;+\; a_2\, u \;-\; a_0 \;=\; 0, \qquad (u = \omega^2), \tag{1}$$

pero ahora las cantidades "de interfaz" dependen de $\kappa_d := \coth(dk_x)$ *y también* de $\kappa_h := \coth(hk_x)$ (antes sólo aparecía $\coth(dk_x)$).

Definiciones "de interfaz" dependientes de κ_d y κ_h.

$$\omega^2_{(2|1)}(\kappa_d) = \frac{\varepsilon_{\infty 2}\,\kappa_d\,\omega^2_{L2} + \varepsilon_1\,\omega^2_{T2}}{\varepsilon_1 + \varepsilon_{\infty 2}\,\kappa_d}, \tag{2}$$

$$\omega^2_{(2|3)}(\kappa_d,\kappa_h) = \frac{\varepsilon_{\infty 2}\,\kappa_d\,\omega^2_{L2} + \varepsilon_{\infty 3}\,\kappa_h\,\omega^2_{T2}}{\varepsilon_{\infty 2}\,\kappa_d + \varepsilon_{\infty 3}\,\kappa_h}, \tag{3}$$

$$\omega^2_{(3|2)}(\kappa_d,\kappa_h) = \frac{\varepsilon_{\infty 3}\,\kappa_h\,\omega^2_{L3} + \varepsilon_{\infty 2}\,\kappa_d\,\omega^2_{T3}}{\varepsilon_{\infty 2}\,\kappa_d + \varepsilon_{\infty 3}\,\kappa_h}. \tag{4}$$

Producto "fonones superficiales" para el par (2|3):

$$\Delta^{(2|3)}_{\mathrm{sph}}(\kappa_d,\kappa_h) = \frac{\varepsilon_{\infty 2}\,\kappa_d\,\omega^2_{L2}\,\omega^2_{T3} + \varepsilon_{\infty 3}\,\kappa_h\,\omega^2_{L3}\,\omega^2_{T2}}{\varepsilon_{\infty 2}\,\kappa_d + \varepsilon_{\infty 3}\,\kappa_h}. \tag{5}$$

Parámetro de acoplo geométrico:

$$\Delta(\kappa_d,\kappa_h) = \frac{\varepsilon_{\infty 2}^2 \big(1-\kappa_d\big)}{\big(\varepsilon_{\infty 2}\,\kappa_d + \varepsilon_1\big)\,\big(\varepsilon_{\infty 2}\,\kappa_d + \varepsilon_{\infty 3}\,\kappa_h\big)}. \tag{6}$$

Coeficientes del cúbico (1)**.**

$$a_6 \;=\; 1 + \Delta(\kappa_d,\kappa_h), \tag{7}$$

$$a_4 \;=\; \omega_{(2|1)}^2(\kappa_d) \;+\; \omega_{(2|3)}^2(\kappa_d,\kappa_h) \;+\; \omega_{(3|2)}^2(\kappa_d,\kappa_h) \;+\; \Delta(\kappa_d,\kappa_h)\,\big(2\,\omega_{L2}^2 + \omega_{T3}^2\big), \tag{8}$$

$$a_2 \;=\; \omega_{(2|1)}^2(\kappa_d)\,\Big(\omega_{(2|3)}^2(\kappa_d,\kappa_h) + \omega_{(3|2)}^2(\kappa_d,\kappa_h)\Big) \;+\; \Delta(\kappa_d,\kappa_h)\,\Big(\omega_{L2}^4 + 2\,\omega_{T3}^2\,\omega_{L2}^2\Big) \;+\; \Delta_{\mathrm{sph}}^{(2|3)}(\kappa_d,\kappa_h), \tag{9}$$

$$a_0 \;=\; \omega_{(2|1)}^2(\kappa_d)\,\Delta_{\mathrm{sph}}^{(2|3)}(\kappa_d,\kappa_h) \;+\; \Delta(\kappa_d,\kappa_h)\,\big(\omega_{L2}^4\,\omega_{T3}^2\big). \tag{10}$$

Límites asintóticos.

$k_x \to 0$**.** $\tanh(dk_x) \to 0$, $\kappa_d \to \infty$, $\kappa_h \to \infty$. La ecuación original se reduce a

$$(\omega_{L2}^2 - u)(\omega_{T2}^2 - u)\,\big[\varepsilon_{\infty 3}(\omega_{L3}^2 - u) + \varepsilon_1(\omega_{T3}^2 - u)\big] = 0,$$

de donde

$$\boxed{\omega^2 \in \Big\{\omega_{L2}^2,\ \omega_{T2}^2,\ \omega_{(3|1)}^2\Big\}, \qquad \omega_{(3|1)}^2 = \frac{\varepsilon_{\infty 3}\,\omega_{L3}^2 + \varepsilon_1\,\omega_{T3}^2}{\varepsilon_{\infty 3} + \varepsilon_1}}.$$

$k_x \to \infty$**.** $\tanh(dk_x) \to 1$, y $\Delta(\kappa_d,\kappa_h) \to 0$. Se desacopla en:

$$\omega^2 \;\to\; \omega_{(2|1)}^2, \tag{11}$$

$$\omega^2 \;\to\; \frac{\omega_{(2|3)}^2 + \omega_{(3|2)}^2 \;\mp\; \sqrt{\big(\omega_{(2|3)}^2 + \omega_{(3|2)}^2\big)^2 - 4\,\Delta_{\mathrm{sph}}^{(2|3)}}}{2}. \tag{12}$$

Chequeo del caso $h \to \infty$. Si $h \to \infty \Rightarrow \kappa_h = \coth(hk_x) \to 1$, las expresiones (3)–(6) reducen exactamente a las de la Sección **??** (caso "I"), recuperando *idénticamente* el sistema anterior.