1 Hibridación de polaritón plasmónico de grafeno acústico y polaritón fonónico superficial (dos láminas: d sobre h, substrato metálico)

Descripción. Heteroestructura aire/grafeno/lámina polar de espesor d/lámina polar de espesor h/substrato conductor perfecto. (Se puede intercambiar la posición de las dos capas polares.) Estudiar el caso límite $h \to \infty$.

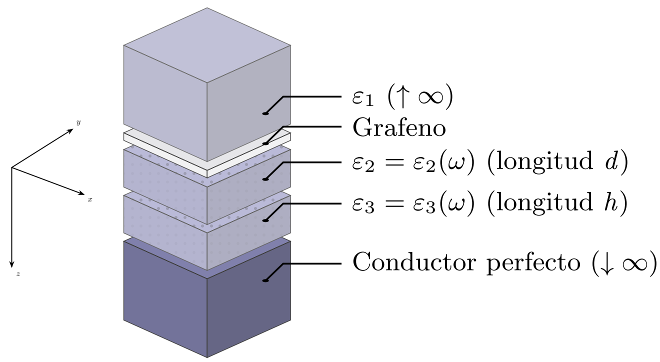

Figure 1: Medio homogéneo polar $(\varepsilon_\infty, \omega_T, \omega_L)$.

Estructura polinómica en $u = \omega^2$. Al escribir la ecuación característica y reagrupar, se obtiene un polinomio de grado 4 en u:

$$a_8\, u^4 \;-\; a_6\, u^3 \;+\; a_4\, u^2 \;-\; a_2\, u \;+\; a_0 \;=\; 0, \qquad (u = \omega^2). \tag{1}$$

Definiciones "de interfaz" y acoplos (ahora con $\coth(dk_x)$ y $\coth(hk_x)$). Sea

$$\kappa_d := \coth(dk_x), \qquad \kappa_h := \coth(hk_x).$$

Entonces:

$$\omega^2_{(2|1)}(\kappa_d) = \frac{\varepsilon_{\infty,2}\,\kappa_d\,\omega_{L2}^2 + \varepsilon_1\,\omega_{T2}^2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_{\infty,2}\,\kappa_d}, \tag{2}$$

$$\omega^2_{(2|3)}(\kappa_d, \kappa_h) = \frac{\varepsilon_{\infty,2}\,\kappa_d\,\omega_{L2}^2 + \varepsilon_{\infty,3}\,\kappa_h\,\omega_{T2}^2}{\varepsilon_{\infty,2}\,\kappa_d + \varepsilon_{\infty,3}\,\kappa_h}, \tag{3}$$

$$\omega^2_{(3|2)}(\kappa_d, \kappa_h) = \frac{\varepsilon_{\infty,3}\,\kappa_h\,\omega_{L3}^2 + \varepsilon_{\infty,2}\,\kappa_d\,\omega_{T3}^2}{\varepsilon_{\infty,2}\,\kappa_d + \varepsilon_{\infty,3}\,\kappa_h}. \tag{4}$$

Producto fonónico superficial para el par (2|3):

$$\Delta^{(2|3)}_{\text{sph}}(\kappa_d, \kappa_h) = \frac{\varepsilon_{\infty,2}\,\kappa_d\,\omega_{L2}^2\,\omega_{T3}^2 + \varepsilon_{\infty,3}\,\kappa_h\,\omega_{L3}^2\,\omega_{T2}^2}{\varepsilon_{\infty,2}\,\kappa_d + \varepsilon_{\infty,3}\,\kappa_h}. \tag{5}$$

Acoplo geométrico (se anula cuando $k_x \to \infty$):

$$\Delta(\kappa_d, \kappa_h) = \frac{\varepsilon_{\infty,2}^2 \big(1 - \kappa_d\big)}{\big(\varepsilon_{\infty,2}\,\kappa_d + \varepsilon_1\big)\,\big(\varepsilon_{\infty,2}\,\kappa_d + \varepsilon_{\infty,3}\,\kappa_h\big)}. \tag{6}$$

Parámetro plasmónico efectivo (grafeno, visto por la interfaz aire/2):

$$\omega_p^2(k_x) = \frac{2c\,\omega_D}{\varepsilon_1 + \varepsilon_{\infty,2}\,\kappa_d}\;k_x. \tag{7}$$

Coeficientes del polinomio (1)**.**

$$a_8 = 1 + \Delta(\kappa_d, \kappa_h), \tag{8}$$

$$a_6 = \omega_{(2|3)}^2(\kappa_d, \kappa_h) + \omega_{(3|2)}^2(\kappa_d, \kappa_h) + \omega_{(2|1)}^2(\kappa_d) + \Delta(\kappa_d, \kappa_h)\big(2\omega_{L2}^2 + \omega_{T3}^2\big) + \omega_p^2, \tag{9}$$

$$a_4 = \omega_{(2|1)}^2(\kappa_d)\big(\omega_{(2|3)}^2(\kappa_d, \kappa_h) + \omega_{(3|2)}^2(\kappa_d, \kappa_h)\big) + \Delta(\kappa_d, \kappa_h)\big(\omega_{L2}^4 + 2\omega_{T3}^2\omega_{L2}^2\big) + \Delta_{\mathrm{sph}}^{(2|3)}(\kappa_d, \kappa_h) \tag{10}$$

$$+\;\omega_p^2\big(\omega_{(2|3)}^2(\kappa_d, \kappa_h) + \omega_{(3|2)}^2(\kappa_d, \kappa_h) + \omega_{T2}^2\big), \tag{11}$$

$$a_2 = \big(\omega_{(2|1)}^2(\kappa_d) + \omega_p^2\big)\,\Delta_{\mathrm{sph}}^{(2|3)}(\kappa_d, \kappa_h) + \Delta(\kappa_d, \kappa_h)\,\omega_{L2}^4\omega_{T3}^2 + \omega_p^2\,\omega_{T2}^2\big(\omega_{(2|3)}^2(\kappa_d, \kappa_h) + \omega_{(3|2)}^2(\kappa_d, \kappa_h)\big), \tag{12}$$

$$a_0 = \omega_p^2\,\omega_{T2}^2\,\Delta_{\mathrm{sph}}^{(2|3)}(\kappa_d, \kappa_h). \tag{13}$$

Límites asintóticos.

$k_x \to 0$**.** $\tanh(dk_x) \to 0$, $\kappa_d \to \infty$, $\kappa_h \to \infty$ y $\omega_p^2 \to 0$. La ecuación se factoriza en

$$\varepsilon_{\infty,2}\,\omega^2(\omega^2 - \omega_{L2}^2)(\omega^2 - \omega_{T2}^2) \times \Big[\varepsilon_{\infty,3}\,\omega^2(\omega^2 - \omega_{L3}^2) + \varepsilon_1\,\omega^2(\omega^2 - \omega_{T3}^2)\Big] = 0,$$

luego (frecuencias positivas)

$$\boxed{\omega = 0, \quad \omega = \omega_{L2}, \quad \omega = \omega_{T2}, \quad \omega = \omega_{(3|1)}}, \qquad \omega_{(3|1)}^2 = \frac{\varepsilon_{\infty,3}\,\omega_{L3}^2 + \varepsilon_1\,\omega_{T3}^2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_{\infty,3}}.$$

$k_x \to \infty$**.** $\tanh(dk_x) \to 1$, y $\Delta(\kappa_d, \kappa_h) \to 0$.

(i) Par fonónico (2|3):

$$\omega^2 \;\to\; \frac{\omega_{(2|3)}^2 + \omega_{(3|2)}^2 \;\mp\; \sqrt{\big(\omega_{(2|3)}^2 + \omega_{(3|2)}^2\big)^2 - 4\,\Delta_{\mathrm{sph}}^{(2|3)}}}{2}, \tag{14}$$

(ii) Par grafeno–film (2|1):

$$\omega^2 \;\to\; \frac{\omega_{(2|1)}^2 + \omega_p^2 \;\mp\; \sqrt{\big(\omega_{(2|1)}^2 + \omega_p^2\big)^2 - 4\,\omega_p^2\,\omega_{T2}^2}}{2}. \tag{15}$$

Chequeo $h \to \infty$. Si $h \to \infty \Rightarrow \kappa_h = \coth(hk_x) \to 1$, todas las definiciones que involucran κ_h se reducen exactamente a las del caso con una sola lámina polar sobre sustrato polar infinito (Sección **??**), recuperando *idénticamente* ese sistema.