

Mária Ostertágová  
Repašského 6, Bratislava 84102  
1.A  
GAMČA Bratislava  
Príklad č. 2

Odpoveď:

Najmenšia možná strana veľkej kocky je 13cm.

Postup:

Najkratšia strana veľkej kocky bude, ak bude kocka postavená z čo najmenej malých kocôčok, čo nastane vtedy ak každá kocka bude práve z jednej kocôčky. Takže použijeme 2020 kocôčok. Urobíme si tretiu odmocninu z 2020, aby sme zistili aká veľká bude strana veľkej kocky. Zistíme ale že to nie je celé číslo (12.6410) a tak najmenšia možná strana bude najbližšie celé väčšie číslo, čiže 13.

Teraz už len treba dokázať že vieme nájsť správne usporiadanie kocôčok do kociek aby sme vedeli postaviť túto veľkú kocku so stranou 13 cm.

Povedz sme si že budeme mať dva druhy kociek:

1. druh = 1 kocka bude z jednej malej kocôčky
2. typ = 1 kocka bude mať hranu dva cm takže bude z 8 kocôčok

vieme si teda vytvoriť tieto dve rovnice:

X - si označíme ako počet kociek so stranou 2 cm

Y - si označíme počet kociek ktoré sa skladajú z jednej kocôčky (so stranou 1 cm)

$Y+X=2020$  - lebo vieme, že dokopy je všetkých kociek 2020

$Y=2020-X$  - vyjadríme si Y

$Y+8X=2197$  - vyjadruje koľko malých kocôčok použijeme a vieme, že ich bude  $13^3$  teda 2197

$2020-X+8X=2197$  /-2020 -dosadíme za Y

$7X=177$

$X=25,285...$

Keďže to nevychádza pekné číslo, rozhodla som sa pre tri druhy kocôčok so stranou 1,2 a 3. (Pri tomto príklade netreba prejsť všetky možnosti, stačí nájsť nejaké rozloženie pre ktoré to vyhovuje a

zatiaľ sme pri najmenšej možnej dĺžke strany, tak si môžeme vybrať aké kocky použijem, ak mi to vyjde.) Do rovníc som pridala tretiu premennú Z a upravila som ich takto:

$$Y+X+Z=2020 \quad - \text{lebo vieme, že dokopy je všetkých kociek 2020}$$

$$Y=2020-X-Z \quad - \text{vyjadríme si } Y$$

$$Y+8X+27Z=2197 \quad - \text{vyjadruje koľko malých kocôčok použijeme a vieme, že ich bude } 13^3 \text{ teda 2197}$$

$$2020-X-Z+8X+27Z=2197 \quad /-2020 \quad -\text{dosadíme za } Y$$

$$7X+26Z=177 \quad /-26Z, :7$$

$$X = (177-26Z):7$$

Potom som skúšala do rovnici dosadiť rôzne hodnoty pre Z a dopočítala som vďaka nim X, až pokiaľ mi nevyšlo pekné číslo. Keď  $z = 6$  tak  $X=3$  a  $y=2011$ . Následne som si overila, že to vyhovuje zadaniu úlohy. Keď máme 2011 kociek s hranou 1cm a 3 kocky s hranou 2cm a 6 kociek s hranou 3cm, tak máme spolu 2020 kociek a ich objem je 2197 cm<sup>3</sup>, čo je (13cm)<sup>3</sup>. Keďže to vychádzalo je toto dobrým riešením, už to treba len dokázať uložiť do kocky.

Handwritten calculations on grid paper showing the derivation of X and Y for different values of Z. It lists Z from 1 to 6 and the corresponding X values. For Z=6, X=3 and Y=2011 are found. The final equations  $Y=2020-X-Z$  and  $Y=2011$  are shown with a checkmark.

Tieto kocky určite vieme uložiť do veľkej kocky. Napríklad tak, že prvé tri kocky s hranou 3 cm dáme na spodné podlažie, k prednej stene, čím zaberú iba 9\*3\*3 cm<sup>3</sup>, následne dáme ostávajúce 3 nad ne. Tri kocky so stranou 2 môžeme dať zase na dne, takže sme zatiaľ zaplnili útvar, ktorý keď doplníme do kvádra bude mať tieto rozmery 9\*3\*8 cm<sup>3</sup> a tento útvar sa nám určite do kocky 13\*13\*13 zmestí a ostatný priestor vyplníme zvyšným 2011 s kockami. Čiže je najmenšia možná strana veľkej kocky je 13cm.

(na obrázku môžeme vidieť ako bude vyzeráť zaplnenie inými kockami ako s hranou 1cm)

