

МИНИСТЕРСТВО ЦИФРОВОГО РАЗВИТИЯ, СВЯЗИ И МАССОВЫХ  
КОММУНИКАЦИЙ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Сибирский государственный университет телекоммуникаций и  
информатики»

ТС и ВС

Лабораторная работа  
по дисциплине  
*«Теория Массового Обслуживания»*

по теме:  
ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ СМО С ПЕРСОНАЛЬНОЙ ОЧЕРЕДЬЮ

Студент:  
*Группа ИА-332*

*И.А. Малиновский*

Предподаватель:  
*А. В. Андреев*

Новосибирск 2025 г.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

|   |  |   |
|---|--|---|
| 1 | ЛЕКЦИЯ 1: ОСНОВЫ ОПИСАНИЯ СИГНАЛОВ ..... | 3 |
| 2 | ЛЕКЦИЯ 2: .....                          | 8 |
| 3 | ЛЕКЦИЯ 3: .....                          | 9 |

# 1 ЛЕКЦИЯ 1: ОСНОВЫ ОПИСАНИЯ СИГНАЛОВ

## Введение

В курсе **Математических основ цифровой обработки сигналов** изучаются основы описания сигналов и методы их преобразования при помощи цифровой вычислительной техники.

**Сигнал** – это функция времени, которая описывает изменение напряжения и тока. Сигналы применяются для передачи сообщений в различных системах связи и управления.

## Классификация сигналов

Сигналы делятся на два основных класса:

- **Детерминированные** – сигналы, которые можно точно описать математической функцией
- **Случайные** – сигналы, которые описываются вероятностными характеристиками

## Гармонические колебания

Гармонические колебания — это колебания, при которых физическая величина изменяется с течением времени по гармоническому (синусоидальному, косинусоидальному) закону. Это основа, которую необходимо изучить и понять, поскольку все сложные сигналы можно разложить на простые гармонические колебания

## Основные формулы

Гармонические сигналы описываются функциями синуса или косинуса:

$$s(t) = A \cos(\omega_0 t - \varphi) \quad (1)$$

$$s(t) = A \sin(\omega_0 t - \varphi) \quad (2)$$

где:

- $A$  – **амплитуда** сигнала [В] (максимальное отклонение сигнала от нулевого значения.)
- $\omega_0$  – **угловая частота** [рад/с] (скорость изменения фазы)
- $\varphi$  – **начальная фаза** [рад] (начальное состояние)
- $t$  – время [с]

## Связь компонентов

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \quad [\text{рад/с}] \quad (3)$$

$$f = \frac{1}{T} \quad [\text{Гц}] \quad (4)$$

$$\omega_0 = 2\pi f \quad (5)$$

**Фаза** – это угол, соответствующий временному промежутку от выбранного момента времени. Фаза определяет "сдвиг" сигнала во времени.

## Временной сдвиг сигналов

При временном сдвиге сигнала происходит замена переменной времени:

$$t \Rightarrow t - t_1 \quad (6)$$

$$s(t) = A \cos[\omega_0(t - t_1)] = A \cos(\omega_0 t - \omega_0 t_1) \quad (7)$$

Отсюда следует, что:

$$\varphi = -\omega_0 t_1 \quad (8)$$

$$s(t - t_1) \quad \text{– сигнал, задержанный на время } t_1 \quad (9)$$

## Пример анализа сигнала

Рассмотрим конкретный пример сигнала:

$$s(t) = 5 \cos(0.3\pi t + 1.2\pi) \quad (10)$$

Параметры сигнала:

$$\omega_0 = 0.3\pi \text{ рад/с}$$

$$T_0 = \frac{2\pi}{0.3\pi} = 6.67 \text{ с}$$

$$t_1 = -\frac{\varphi}{\omega_0} = \frac{1.2\pi}{0.3\pi} = -4 \text{ с}$$

## Практический пример

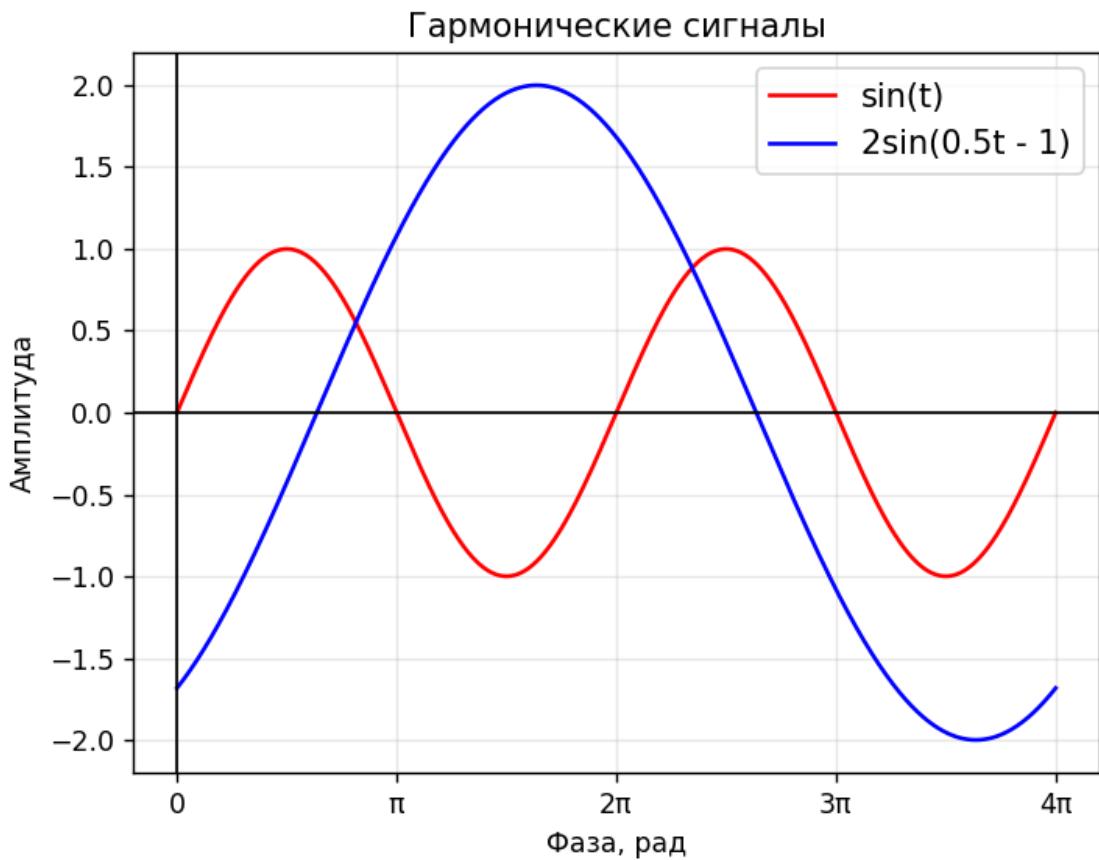


Рисунок 1 — Гармонические сигналы

На графике изображены два сигнала:

- $\sin(t)$  – стандартный гармонический сигнал
- $2 \sin(0.5t - 1)$  – модифицированный сигнал

- **Увеличение амплитуды (A):** значение амплитуд выросло до диапазона  $[-2; 2]$
- **Изменение фазы ( $\varphi$ )** на  $-1$ : получили небольшой сдвиг графика
- **Изменение частоты (f):** график прошёл полный цикл за  $4\pi$  интервал, в то время как стандартный  $\sin(t)$  за это время дважды прошёл полный цикл

## Комплексное представление сигналов

Для удобства математических преобразований сигналы часто представляют в комплексной форме.

### Основные определения

$$z = a + jb \quad - \text{комплексное число} \quad (11)$$

$$z^* = a - jb \quad - \text{комплексно-сопряженное число} \quad (12)$$

где  $j = \sqrt{-1}$  – мнимая единица.

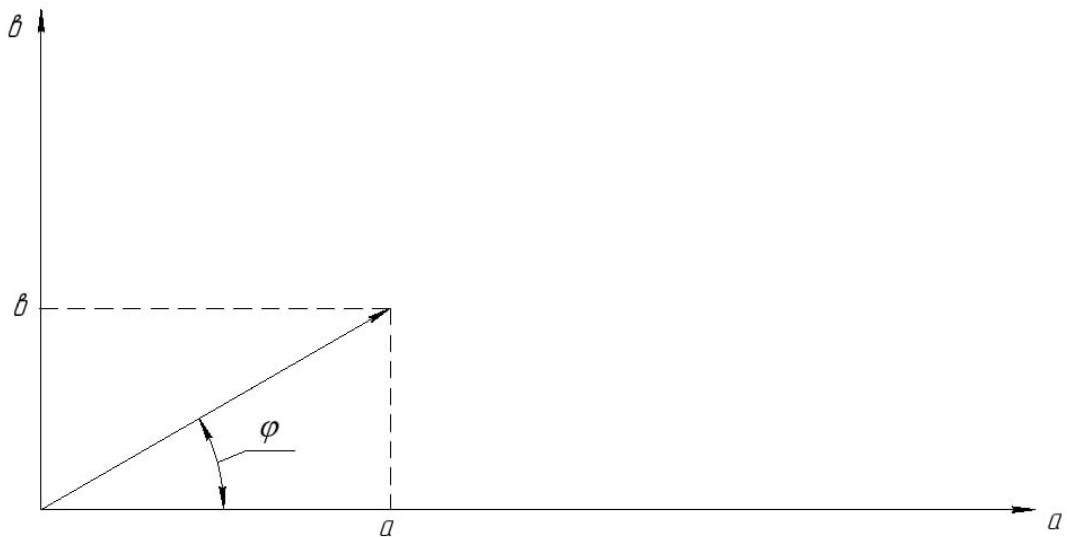


Рисунок 2 — Геометрическое представление комплексно-сопряженных чисел

### Экспоненциальная форма

$$z = a + jb = |z|e^{j\varphi} \quad (13)$$

$$|z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad - \text{модуль комплексного числа} \quad (14)$$

$$|z|^2 = z \cdot z^* = (a + jb)(a - jb) = a^2 + b^2 \quad (15)$$

$$\varphi = \arctan \left( \frac{b}{a} \right) \quad - \text{аргумент комплексного числа} \quad (16)$$

### **Формула Эйлера**

$$e^{j\varphi} = \cos \varphi + j \sin \varphi \quad (17)$$

Эта формула связывает гармонические функции с комплексной экспонентой и является фундаментальной в теории сигналов.

**Произвольное комплексное число  $z$  может быть представлено в тригонометрической форме**

$$z = |r| \cos \varphi + j |r| \sin \varphi \quad (18)$$

**Комплексное гармониченое (экспоненциальное) колебание**

$$z(t) = A e^{j(\omega_0 t + \varphi)} \quad (19)$$

Применив формулу Эйлера, получим:

$$z(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi) + j A \sin(\omega_0 t + \varphi) \quad (20)$$

Реальные и мнимые части - это реальные гармонические колебания

Основная причина применения комплексной формы записи - представление реальных гармонических колебаний

$$x(t) = \operatorname{Re} A(t) e^{j(\omega_0 t + \varphi)} = A(t) \cos(\omega_0 t + \varphi) \quad (21)$$

## **2 ЛЕКЦИЯ 2:**

### **3 ЛЕКЦИЯ 3:**