MA1477 Matematisk modellering Binomialfördelningen

Henrik Fredriksson

Blekinge Tekniska Högskola

December 13, 2017

Tvåpunktsfördelad slumpvariabel

- Vi ska undersöka en stor grupp människor som har en saknar en viss

egenskap.

- Låt $0 \leq \pi \leq$ vara andelen individer i en population som har en viss egenskap.
- $\pi = 0$ om en slumpmässigt vald individ ur populationen saknar egenskapen och $\pi = 1$ om individen har egenskapen.

Det värde som variablen X som en slumpmässigt vald individ tilldelas är en *tvåpunktsfördelad slumpvariabel* med sannolikhetsfördelning

x		0	1
$p(x)$	$1-\pi$	π	

Väntevärde och varians

Väntevärdet för X blir

$$E(X) = \mu = \sum x \cdot p(x) = 0 \cdot (1 - \pi) + 1 \cdot \pi = \pi$$

Vi har även att

$$E(X^2) = \sum x^2 \cdot p(x) = \pi$$

Det ger variansen

$$\mathrm{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \pi - \pi^2 = \pi(1 - \pi)$$

Binomialfördelning

Antag att vi gör ett slumpnässigt urval om n individer från stor population och räknar antalet individer som har en viss egenskap
Sannolikhetfördelningen blir

$$\Pr(X = x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} \cdot \pi^x \cdot (1-\pi)^{n-x}$$

där $n! = n \cdot (n-1)(n-2) \cdot \ldots 2 \cdot 1$.

- Sannolikhetsmodellen kallas *binomialfördelningen* där n och π är parametrar.

Kodexempel (Exempel 6 sidan 87)

- Sannolikhet att en kund tackar "ja" till ett erbjudande är 60%
- Tjugo kunder tillfrågas
- Vad är sannolikheten att högst tolv tackar "ja"

Vi beräknar $Pr(X \leq 12) = pr(0) + pr(1) + \ldots + pr(12)$ där X är $\text{Bi}(n = 20, \pi = 0.6)$

```
from scipy.stats import binom
n = 20
p = 0.6

pr = 0
for i in range(13):
    pr += binom.pmf(i,n,p)

print(pr)
```

```
0.584107062442
```

Kodexempel (Exempel 7 sidan 88)

```
from scipy.stats import binom
n = 16
p = 0.3

pr = 0
for i in range(9):
    pr += binom.pmf(i,n,p)

for i in range(2):
    pr -= binom.pmf(i,n,p)


print(pr)
```

```
0.94821488164
```