

# MA1477 Matematisk modellering

## Veckotest v. 45 Lösningsförslag

1. För vilka värden på  $x$  är följande rationella uttryck ej definierat

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x-4}$$

*Lösningsförslag. Det rationella uttrycket är ej definierat för de  $x$ -värden som gör att det blir 0 i någon av nämnarna. Uttrycket är alltså inte definierat för  $x = 0, x = 1, x = 2, x = 3$  och  $x = 4$ .*

2. Förenkla följande rationella uttryck

(a)  $\frac{2x^2}{4x^2 + 16x + 16}$

*Lösningsförslag.*

$$\begin{aligned}\frac{2x^2}{4x^2 + 16x + 16} &= \frac{2x^2}{(2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot 4 + 4^2} \\ &= \frac{2x^2}{(2x + 4)^2} \\ &= \frac{2x^2}{4(x + 2)^2} \\ &= \frac{x^2}{2(x + 2)^2}\end{aligned}$$

(b)  $\frac{x^2 - 10x + 25}{2x^2 - 50}$

*Lösningsförslag.*

$$\begin{aligned}\frac{x^2 - 10x + 25}{2x^2 - 50} &= \frac{x^2 - 2 \cdot 5x + 5^2}{2(x^2 - 25)} \\ &= \frac{(x - 5)^2}{2(x + 5)(x - 5)} \\ &= \frac{(x - 5)}{2(x + 5)}\end{aligned}$$

(c)  $\frac{3x^2 - 3}{4x^2 - 16}$

*Lösningsförslag.*

$$\begin{aligned}\frac{3x^2 - 3}{4x^2 - 16} &= \frac{3(x^2 - 1)}{4(x^2 - 4)} \\ &= \frac{3(x + 1)(x - 1)}{4(x + 2)(x - 2)}\end{aligned}$$

*Inga gemensamma faktorer. Kan ej förenklas något mer.*

(d)  $\frac{\frac{x^3y}{x} - x^2y^2}{y}$

*Lösningsförslag.*

$$\begin{aligned}\frac{\frac{x^3y}{x} - x^2y^2}{y} &= \frac{\frac{x^3y}{x} \cdot \frac{y}{y} - x^2y^2}{y} \\ &= \frac{\frac{x^3y^2}{x} - x^2y^2}{y} \\ &= \frac{x^2y^2 - x^2y^2}{y} \\ &= 0.\end{aligned}$$

**3.** Lös ekvationerna

(a)  $\frac{4}{5x} - \frac{3}{4x} = \frac{1}{3}$

*Lösningsförslag.*

$$\frac{4}{5x} - \frac{3}{4x} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{5x} - \frac{3}{4x} - \frac{1}{3} = 0 \quad \text{minsta gemensamma nämnare är } 3 \cdot 4 \cdot 5x$$

$$\frac{4}{5x} \cdot \frac{12}{12} - \frac{3}{4x} \cdot \frac{15}{15} - \frac{1}{3} \cdot \frac{20x}{20x} = 0$$

$$\frac{48 - 45 - 20x}{60x} = 0$$

$$\frac{3 - 20x}{60x} = 0$$

*För att vänsterledet ska bli noll räcker det med att täljaren blir noll.*

$$3 - 20x = 0$$

$$20x = 3$$

$$x = \frac{3}{20}$$

*Lösningen till ekvationen är  $x = \frac{3}{20}$ .*

$$(b) \quad \frac{x-2}{4} - \frac{2x+3}{3} + \frac{x+15}{6} = 0$$

Lösningförslag. Minsta gemensamma nämnare är 12. Det ger att

$$\frac{x-2}{4} - \frac{2x+3}{3} + \frac{x+15}{6} = 0$$

$$\frac{x-2}{4} \cdot \frac{3}{3} - 2x + 33 \cdot \frac{4}{4} + \frac{x+15}{6} \cdot \frac{2}{2} = 0$$

$$\frac{(3x-6) - (8x+12) + (2x+30)}{12} = 0$$

$$\frac{-3x+12}{12} = 0$$

$$-3x+12=0$$

$$3x=12$$

$$x = \frac{12}{3} = 4$$

Lösningen till ekvationen är  $x=4$ .

(c)  $\frac{5}{x} - 4 = x$

Lösningförslag.

$$\frac{5}{x} - 4 = x$$

$$\frac{5}{x} - 4 - x = 0$$

$$\frac{5}{x} - 4 \cdot \frac{x}{x} - x \cdot \frac{x}{x} = 0$$

$$\frac{5 - 4x - x^2}{x} = 0$$

$$\frac{x^2 + 4x - 5}{x} = 0$$

Vi undersöker när täljaren blir lika med noll. Med pq-formeln får vi att

$$x = -2 \pm \sqrt{2^2 + 5}$$

$$x = -2 \pm \sqrt{9}$$

$$x = -2 \pm 3.$$

Lösningarna till ekvationen är  $x = -5$  och  $x = 1$

(d)  $\frac{1}{x+3} - \frac{2}{x} = 2$

Lösningförslag.

$$\frac{1}{x+3} - \frac{2}{x} = 2$$

$$\frac{1}{x+3} - \frac{2}{x} - 2 = 0$$

$$\frac{1}{x+3} \cdot \frac{x}{x} - \frac{2}{x} \cdot \frac{x+3}{x+3} - 2 \cdot \frac{x(x+3)}{x(x+3)} = 0$$

$$\frac{x - 2(x+3) - 2(x+3)x}{x(x+3)} = 0$$

$$\frac{-2x^2 - 7x - 6}{x(x+3)} = 0$$

Vi undersöker återigen när täljaren är lika med noll, dvs vi löser ekvationen

$$x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$$

pq-formeln ger

$$x = -\frac{7}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{4}\right)^2 - 3}$$

$$x = -\frac{7}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16} - \frac{48}{16}}$$

$$x = -\frac{7}{4} \pm \sqrt{\frac{1}{16}}$$

$$x = -\frac{7}{4} \pm \frac{1}{4}$$

Lösningarna till ekvationen är  $x = -2$  och  $x = -\frac{3}{2}$

4. Bestäm minsta gemensamma nämnare och förenkla uttrycket

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} + \frac{x}{25} + \frac{x}{30}$$

*Lösningförslag. Vi har att*

$$2 = 2$$

$$4 = 2 \cdot 2$$

$$6 = 2 \cdot 3$$

$$25 = 5 \cdot 5$$

$$30 = 5 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

*Minsta gemensamma nämnare blir  $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 300$ . Det ger att*

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} + \frac{x}{25} + \frac{x}{30}$$

$$= \frac{150x}{300} + \frac{75x}{300} + \frac{50x}{300} + \frac{12x}{300} + \frac{10x}{300}$$

$$= \frac{297x}{300}.$$