MA1477 Matematisk modellering
Inledande statistik

Henrik Fredriksson

Blekinge Tekniska Högskola

December 13, 2017

Den klassiska sannolikhetsdefinitionen

Lite definitioner

- Resultatet av ett statistiskt försök kallas ett *utfall*.
- Mängden av alla möjliga utfall kallas *utfallsrum*.

Den klassiska sannolikhetsdefinitionen

Lite definitioner

- Resultatet av ett statistiskt försök kallas ett *utfall*.
- Mängden av alla möjliga utfall kallas *utfallsrum*.

Den klassiska sannolikhetsdefinitionen

Låt A vara en händelse. Sannoliketen för händelsen A definieras som

$$\Pr(A) = \frac{g(A)}{N}$$

där $g(A)$ är antalet *gynnsamma utfall* för A och N antalet möjliga utfall (antal element i utfallsrummet).

Exempel

Vid ett tärningskast så har vi utfallsrummet

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Sannolikheten att få minst en femma vi ett tärningskast är då

$$\Pr(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

eftersom en femma eller sexa är gynnsamma utfall.

Exempel

Vid ett tärningskast så har vi utfallsrummet

$$\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

Sannolikheten att få minst en femma vi ett tärningskast är då

$$\Pr(A) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

eftersom en femma eller sexa är gynnsamma utfall.
Eftersom antalet gynnsamma utfall inte kan överskrida antalet möjliga utfall så följer det att

$$0 \leq \Pr(A) \leq 1.$$

Komplementregeln

Med $\bar{A}$ (A - komplement) menar vi händelsen "inte A". Om händelsen A har $g(A)$ gynnsamma utfall så innebär det att det finns $N - g(A)$ gynnsamma utfall för $\bar{A}$.
Mellan sannolikheterna för händelsen A och komplementhändelsen $\bar{A}$ gäller följande samband:

$$\Pr(A) = 1 - \Pr(\bar{A})$$

Exempel

Vi beräknade tidigare sannolikheten att få minst en femma vid tärningkast. Om denna händelse är A så är $\bar{A}$ händelsen för att inte få minst en femma, dvs högst en fyra.
Vi har därför att

$$\Pr(\bar{A}) = 1 - \Pr(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{4}{6}.$$

Relativ frekvens

Med den klassiska sannolikhetes definitionen så kom vi fram till att sannolikheten är ca 33% att få minst en femma vid tärningskast.

Relativ frekvens

Med den klassiska sannolikhetes definitionen så kom vi fram till att sannolikheten är ca 33% att få minst en femma vid tärningskast. Rent praktiskt så innebär det att att man om kastar en tärning många gånger så det 33% av gångerna dyka upp en femma eller sexa.

Relativ frekvens

Med den klassiska sannolikhetes definitionen så kom vi fram till att sannolikheten är ca 33% att få minst en femma vid tärningskast. Rent praktiskt så innebär det att att man om kastar en tärning många gånger så det 33% av gångerna dyka upp en femma eller sexa. Sannolikheten för att händelse inträffar är en bedömning av den *relativa frekvensen* för en händelse inträffar.

$$\text{Relativ frekvens} = \frac{\text{antal gånger händelse inträffar}}{\text{antal observationer}}$$

Relativ frekvens

Med den klassiska sannolikhetes definitionen så kom vi fram till att sannolikheten är ca 33% att få minst en femma vid tärningskast. Rent praktiskt så innebär det att att man om kastar en tärning många gånger så det 33% av gångerna dyka upp en femma eller sexa. Sannolikheten för att händelse inträffar är en bedömning av den *relativa frekvensen* för en händelse inträffar.

$$\text{Relativ frekvens} = \frac{\text{antal gånger händelse inträffar}}{\text{antal observationer}}$$

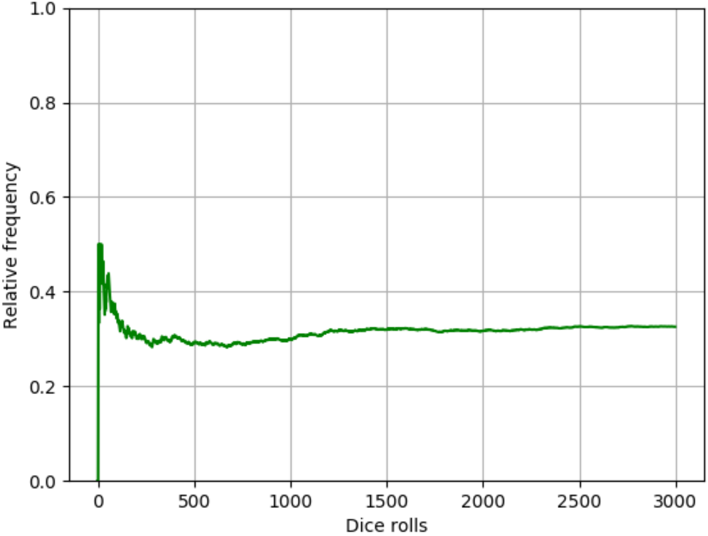
Med hjälp av Python så kan vi simulera tärningkast

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
dice_rolls = 3000
rel_freq = []
outcome = 0
for i in range(1, dice_rolls):
    value = np.random.randint(1, 7)
    if value >= 5:
       outcome = outcome + 1
    rel_freq.append(outcome/i)

plt.ylim(0,1)
plt.plot(rel_freq, 'g-')
plt.ylabel('Relative frequency')
plt.xlabel('Dice rolls')
plt.grid(True)
plt.savefig('relative_freq.png')
plt.show()

None
```

Resultat av simulering



Upprerbart försök

Experimentet med tärningen är ett så kallat *upprerbart försök* eftersom förutsättningarna inte ändras.

Vid upprerbara försök är sannolikheten för en händelse det tal den relativa frekvesen närmar sig när antalet försök växer