Lösningsförslag Övningstentamen MA1477

1) Vilken eller vilka ekvationer har lösningarna $x=-2$ och $x=1$ ?

a) $\sqrt{x+3} = 1+x$

$x=-2$

VL: $\sqrt{-2+3} = \sqrt{1} = 1$

HL: $1-2 = -1$

VL $\neq$ HL

b) $x(x+1)=2$

$x=-2$

VL: $-2(-2+1) = -2\cdot(-1) = 2$

HL: $2$

VL $=$ HL

$x=1$

VL: $1(1+1) = 2$

HL: $2$

VL $=$ HL

c) $(x-2)(x+1)=0$

$x=-2$

VL: $(-2-2)(-2+1)=-4\cdot(-1)=4$

HL: $0$

<u>Svar:</u> b)

2. Vilken eller vilka räta linjer är vinkelräta mot linjen $y = 3x + 1$.

Linjen $y = 3x + 1$ har lutning $k_1 = 3$

a) $y = -3x + 2$

Lutning : $k_2 = -3$

$k_1 \cdot k_2 = 3 \cdot (-3) = -9$

Ej vinkelrät

b) $x + 3y + 6 = 0$

$\Leftrightarrow 3y = -x - 6$

$\Leftrightarrow y = -\frac{x}{3} - 2$

Lutning : $k_2 = -\frac{1}{3}$

$k_1 \cdot k_2 = 3 \cdot \left(\frac{-1}{3}\right) = -1$

Vinkelrät

c) $y = \frac{1}{3}x - 2$

Lutning : $k_2 = \frac{1}{3}$

$k_1 \cdot k_2 = 3 \cdot \frac{1}{3} = 1$

Ej vinkelrät

<u>Svar:</u> b)

3. Vilken eller vilka uttryck kan förenklas till $x+y$

a) $$\frac{x^4-y^4}{x^2-y^2} = \frac{(x^2)^2-(y^2)^2}{x^2-y^2}$$

$$= \frac{(x^2+y^2)\cancel{(x^2-y^2)}}{\cancel{x^2-y^2}} = x^2+y^2$$

b) $$\frac{x^2-2xy+y^2}{x-y} = \frac{(x-y)^2}{x-y}$$

$$= x-y$$

c) $$\frac{1}{(x+y)^{-2}} \cdot \frac{1}{x+y} = \frac{(x+y)^2}{x+y}$$

$$= x+y$$

<u>Svar:</u> c)

4. Vi har att om $f(x) = x^3 - x^2 - x + 2$

så är

$$f'(x) = 3x^2 - 2x - 1$$

Vi löser ekvationen $f'(x) = 0$ för att finna extrempunkter.

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\iff x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = 0$$

$$\iff x = \frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3}}$$

$$\iff x = \frac{1}{3} \pm \sqrt{\frac{4}{9}}$$

$$\iff x = \frac{1}{3} \pm \frac{2}{3}$$

Extrempunkter är alltså $x = -\frac{1}{3}$ och $x = 1$

Teckenstudium ger

| $x$ | | $-1/3$ | | $1$ | |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ |
| $f(x)$ | $\nearrow$ | $\frac{59}{27}$ | $\searrow$ | $1$ | $\nearrow$ |

Från teckenstudien får vi att

a) Falsk. $x = 1$ är en lokal minimipunkt.

b) Falsk. $f(x)$ är avtagande i intervallet $-\frac{1}{3} \leq x \leq 1$

<u>Svar:</u> c)

5. Sannolikheten för att dra en kung, en dam, en kung är

$$\frac{4}{52} \cdot \frac{4}{51} \cdot \frac{3}{52} \approx 0,00035$$

Svar: c)

6.

a) $$\sum_{k=1}^{10} (-1)^{2k} = (-1)^2 + (-1)^4 + (-1)^6 + \ldots + (-1)^{20}$$

$$= 10$$

b) $$\sum_{k=0}^{11} 11 = 11 \cdot \sum_{k=0}^{11} 1 = 11 \cdot 12 = 121$$

c) $$\sum_{k=-5}^{5} (1 + (-1)^k \cdot k)$$

$$= (1 + (-1)^{-5}(-5)) + (1 + (-1)^{-4} \cdot (-4)) + \ldots + (1 + (-1)^4 4) + (1 + (-1)^5 \cdot 5)$$

$$= (1+5) + (1+4) + \ldots + (1-4) + (1-5)$$

$$= 11$$

Svar: c)

8.

a) Medelvärde

$$\bar{x} = \frac{13+13+19+7+15+17+25+16+14}{9}$$

$$= \frac{139}{9} \approx 15.44$$

b) $$\sigma^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$= \frac{\left(13 - \frac{139}{9}\right)^2 + \left(13 - \frac{139}{9}\right)^2 + \dots}{8}$$

$$\approx 4{,}9$$

9. Antag att vi slumpmässigt väljer en av personerna i undersökningen.

Låt

A = personen är en kvinna

B = personen är positivt inställd.

a) $Pr(\bar{A}) = \dfrac{54+48}{200} = \dfrac{102}{200} \approx 0{,}51$

b) $Pr(A \cap B) = \dfrac{46}{200} \approx 0{,}23$

c) $Pr(B \mid A) = \dfrac{Pr(A \cap B)}{Pr(A)} = \dfrac{0{,}23}{1-0{,}51}$

$= \dfrac{0{,}23}{0{,}49} \approx 0{,}47$