MA1477 Matematisk modellering Sannolikhetsbegreppet

Henrik Fredriksson

Blekinge Tekniska Högskola

December 13, 2017

Slumpförsök

Inom sannolikhetsläran så används ofta *slumpmodeller* för att beskriva *slumpförsök*.

Slumpförsök

Inom sannolikhetsläran så används ofta *slumpmodeller* för att beskriva *slumpförsök*.

- Slumpmässigt välja 200000 personer i Sverige och ta reda på hur många som skulle rösta på ett visst politiskt parti idag.
- Kasta 50 tärningar och se vad summan av tärningarna blir.
- Köpa en trisslott och notera om vi vinner eller inte.

Slumpförsök

Inom sannolikhetsläran så används ofta *slumpmodeller* för att beskriva *slumpförsök*.

- Slumpmässigt välja 200000 personer i Sverige och ta reda på hur många som skulle rösta på ett visst politiskt parti idag.
- Kasta 50 tärningar och se vad summan av tärningarna blir.
- Köpa en trisslott och notera om vi vinner eller inte.

När vi utför slumpförsök så kan vi på förhand inte förutse utfallet trots att vi vet förutsättningarna.

Utfallsrum

Mängden av de möjliga utfallen är försöket utfallsrum.

Utfallsrum

Mängden av de möjliga utfallen är försöket utfallsrum.

Olika utfallsrum

Exemplen ovan har så kallade *diskreta utfallrum*. Det är i samtliga försök möjligt att räkna upp alla utfallen.
Om ufallsrummet är ett eller flera intervall så kallas det för ett *kontinuerliga utfallsrum*.

Utfallsrum

Mängden av de möjliga utfallen är försöket utfallsrum.

Olika utfallsrum

Exemplen ovan har så kallade *diskreta utfallrum*. Det är i samtliga försök möjligt att räkna upp alla utfallen.
Om ufallsrummet är ett eller flera intervall så kallas det för ett *kontinuerliga utfallsrum*.
Allmänt kan man beskriva ett diskret utfallsrum S med N utfall som

$$S = \{e_1, e_2, \ldots, e_N\}$$

där $e_1, e_2, \ldots e_N$ är olika utfall.

Händelse

Ett försök med kast av tärning har utfallsrummet

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Om vi till exempel studerar händelsen "udda värde" inträffar så är de gynnsamma utfall $1, 3, 5$. En händelse är alltså en delmängd av utfallsrummet.

Notation

Antag att A och B är två händelser som kan inträffa för ett slumpförsök. Repetition $\bar{A}$ (A -komplement) är "inte A".

Uttryck	Tolkning
$A \cup B$	"minst en av händelserna"
$A \cap B$	"båda händelserna"
$A \cap \bar{B}$	"enbart händelsen A"
$\bar{A} \cap \bar{B}$	"ingen av händelserna"
$(A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)$	"exakt en av händelserna"

Sannolikheten för en händelse

En tentamen i matematik innhåller 5 uppgifter. Sammanställning av resultatet från tentamen kan beskrivas med följande tabell

Antal rätt	0	1	2	3	4	5
Relativ frekvens	0.1	0.2	0.3	0.2	0.1	0.1

Sannolikheten för en händelse

En tentamen i matematik innhåller 5 uppgifter. Sammanställning av resultatet från tentamen kan beskrivas med följande tabell

Antal rätt	0	1	2	3	4	5
Relativ frekvens	0.1	0.2	0.3	0.2	0.1	0.1

Notera att summan av de relativa frekvenserna är 1.
Låt A vara händelsen att vi väljer en student som skrev tentan slumpmässigt. Vad är sannoliketen att den utvalde studenten hade minst 3 rätt på tentan?

Sannolikheten för en händelse

En tentamen i matematik innhåller 5 uppgifter. Sammanställning av resultatet från tentamen kan beskrivas med följande tabell

Antal rätt	0	1	2	3	4	5
Relativ frekvens	0.1	0.2	0.3	0.2	0.1	0.1

Notera att summan av de relativa frekvenserna är 1.
Låt A vara händelsen att vi väljer en student som skrev tentan slumpmässigt. Vad är sannoliketen att den utvalde studenten hade minst 3 rätt på tentan?
Sannolikheterna är inte samma för de olika utfallen $(0, 1, \ldots, 5)$. Vi kan inte använda den klassiska går inte att använda.

Sannolikheten för en händelse

En tentamen i matematik innhåller 5 uppgifter. Sammanställning av resultatet från tentamen kan beskrivas med följande tabell

Antal rätt	0	1	2	3	4	5
Relativ frekvens	0.1	0.2	0.3	0.2	0.1	0.1

Notera att summan av de relativa frekvenserna är 1.
Låt A vara händelsen att vi väljer en student som skrev tentan slumpmässigt. Vad är sannoliketen att den utvalde studenten hade minst 3 rätt på tentan?
Sannolikheterna är inte samma för de olika utfallen $(0, 1, \ldots, 5)$. Vi kan inte använda den klassiska går inte att använda.
Mer rimligt att betrakta summan av de relativa frekvenserna för händeslen (3,4 eller 5 rätt). Alltså

$$\Pr(A) = 0.2 + 0.1 + 0.1 = 0.4$$

Elemetarsannolikheter

I ett slumpförsök med utfallsrummet $S = \{e_1, e_2, \ldots, e_N\}$ motsvarar varje utfall e_i av ett tal $\Pr(e_i)$. Talen $\Pr(e_i)$ kallas *elementarsannolikheter* och uppfyller

$$\Pr(e_i) \geq 0$$

och

$$\sum_{e_i \in S} \Pr(e_i) = \Pr(e_1) + \Pr(e_2) + \ldots + \Pr(e_N) = 1$$

Sannolikheten för en händelse

En händelse A är en delmängd av utfallsrummet. Sannolikheten för denna händelse är summan av elementarsannolikheterna för de utfall som gör att händelsen inträffar, dvs

$$\Pr(A) = \sum_{e_i \in A} \Pr(e_i)$$

Sannolikheten för en händelse

En händelse A är en delmängd av utfallsrummet. Sannolikheten för denna händelse är summan av elementarsannolikheterna för de utfall som gör att händelsen inträffar, dvs

$$\Pr(A) = \sum_{e_i \in A} \Pr(e_i)$$

Det följer att

$$0 \leq \Pr(A) \leq 1$$

$$\Pr(\bar{A}) = 1 - \Pr(A) \quad \text{eller} \quad \Pr(A) = 1 - \Pr(\bar{A})$$

Sannolikheten för en händelse

En händelse A är en delmängd av utfallsrummet. Sannolikheten för denna händelse är summan av elementarsannolikheterna för de utfall som gör att händelsen inträffar, dvs

$$\Pr(A) = \sum_{e_i \in A} \Pr(e_i)$$

Det följer att

$$0 \leq \Pr(A) \leq 1$$

$$\Pr(\bar{A}) = 1 - \Pr(A) \quad \text{eller} \quad \Pr(A) = 1 - \Pr(\bar{A})$$

Detta känns ifrån den klassiska sannolikhetsdefinitionen.