

MA1477 Matematisk modellering

Binomialfördelningen

Henrik Fredriksson

Blekinge Tekniska Högskola

December 13, 2017

Tvåpunktsfördelad slumpvariabel

- Vi ska undersöka en stor grupp människor som har en saknar en viss egenskap.
- Låt $0 \leq \pi \leq 1$ vara andelen individer i en population som har en viss egenskap.
- $\pi = 0$ om en slumpmässigt vald individ ur populationen saknar egenskapen och $\pi = 1$ om individen har egenskapen.

Det värde som variabeln X som en slumpmässigt vald individ tilldelas är en *tvåpunktsfördelad slumpvariabel* med sannolikhetsfördelning

x	0	1
$p(x)$	$1 - \pi$	π

Väntevärde och varians

Väntevärdet för X blir

$$E(X) = \mu = \sum x \cdot p(x) = 0 \cdot (1 - \pi) + 1 \cdot \pi = \pi$$

Vi har även att

$$E(X^2) = \sum x^2 \cdot p(x) = \pi$$

Det ger variansen

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = \pi - \pi^2 = \pi(1 - \pi)$$

Binomialfördelning

Antag att vi gör ett slumpnässigt urval om n individer från stor population och räknar antalet individer som har en viss egenskap
Sannolikhetsfördelningen blir

$$\Pr(X = x) = \frac{n!}{x!(n-x)!} \cdot \pi^x \cdot (1 - \pi)^{n-x}$$

där $n! = n \cdot (n-1)(n-2) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$.

- Sannolikhetsmodellen kallas *binomialfördelningen* där n och π är parametrar.

Kodexempel (Exempel 6 sidan 87)

- Sannolikhet att en kund tackar "ja" till ett erbjudande är 60%
- Tjugo kunder tillfrågas
- Vad är sannolikheten att högst tolv tackar "ja"

Vi beräknar $Pr(X \leq 12) = pr(0) + pr(1) + \dots + pr(12)$ där X är $Bi(n = 20, \pi = 0.6)$

```
from scipy.stats import binom
```

```
n = 20
```

```
p = 0.6
```

```
pr = 0
```

```
for i in range(13):
```

```
    pr += binom.pmf(i,n,p)
```

```
print(pr)
```

0.584107062442

Kodexempel (Exempel 7 sidan 88)

```
from scipy.stats import binom  
n = 16  
p = 0.3
```

```
pr = 0  
for i in range(9):  
    pr += binom.pmf(i,n,p)
```

```
for i in range(2):  
    pr -= binom.pmf(i,n,p)
```

```
print(pr)
```

0.94821488164