

# MA1477 Matematisk modellering

## Veckotest v. 44 Lösningsförslag

21 november 2017

1. Förenkla så långt som möjligt

(a)  $9(x-1)^2 - (3x-1)^2 - 3(1-2x)$

*Lösningsförslag.*

$$\begin{aligned}9(x-1)^2 - (3x-1)^2 - 3(1-2x) &= 9(x^2 - 2x + 1) - (9x^2 - 6x + 1) - (3 - 6x) \\&= 9x^2 - 18x + 9 - 9x^2 + 6x - 1 - 3 + 6x \\&= -6x + 5\end{aligned}$$

(b)  $\frac{2x}{3} + \frac{2(1-x)}{6} + \frac{x-1}{2}$

*Lösningsförslag.*

$$\begin{aligned}\frac{2x}{3} + \frac{2(1-x)}{6} + \frac{x-1}{2} &= \frac{2x}{3} \cdot \frac{2}{2} + \frac{2(1-x)}{6} + \frac{x-1}{2} \cdot \frac{3}{3} \\&= \frac{4x + 2(1-x) + 3(x-1)}{6} \\&= \frac{4x + 2 - 2x + 3x - 3}{6} \\&= \frac{5x - 1}{6}\end{aligned}$$

(c)  $\frac{27^2 \cdot 9^{-1} \cdot 6^2}{3^8 \cdot 3^{-2}}$

*Lösningssförslag.*

$$\begin{aligned}\frac{27^2 \cdot 9^{-1} \cdot 6^2}{3^8 \cdot 3^{-2}} &= \frac{(3^3)^2 \cdot (3^2)^{-1} \cdot (2 \cdot 3)^2}{3^8 \cdot 3^{-2}} \\&= \frac{3^6 \cdot 3^{-2} \cdot 2^2 \cdot 3^2}{3^8 \cdot 3^{-2}} \\&= 2^2 \cdot 3^6 \cdot 3^{-2} \cdot 3^2 \cdot 3^{-8} \cdot 3^2 \\&= 2^2 \cdot 3^{6-2+2-8+2} \\&= 4 \cdot 3^0 \\&= 4\end{aligned}$$

(d)  $\frac{\sqrt{50} - \sqrt{98}}{\sqrt{8}}$

*Lösningssförslag.*

$$\begin{aligned}\frac{\sqrt{50} - \sqrt{98}}{\sqrt{8}} &= \frac{\sqrt{2 \cdot 25} - \sqrt{2 \cdot 49}}{\sqrt{2 \cdot 4}} \\&= \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{25} - \sqrt{2} \cdot \sqrt{49}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{4}} \\&= \frac{\sqrt{2} \cdot 5 - \sqrt{2} \cdot 7}{\sqrt{2} \cdot 2} \\&= \frac{\sqrt{2}(5 - 7)}{\sqrt{2} \cdot 2} \\&= \frac{5 - 7}{2} \\&= -1\end{aligned}$$

**2.** Lös ekvationen

(a)  $4x^2 - 9 = 0$

*Lösningssförslag.*

$$4x^2 - 9 = 0$$

$$(2x)^2 - 3^2 = 0$$

$$(2x + 3)(2x - 3) = 0$$

Med hjälp av nollproduktsmetoden får vi att lösningarna till ekvationen är  $x = -\frac{3}{2}$  och  $x = \frac{3}{2}$

(b)  $x^2 + 3x - 2 = 0$

Lösningsförslag. Med pq-formeln får vi att

$$x = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 2}$$

$$x = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4} + \frac{8}{4}}$$

$$x = -\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{17}{4}}$$

$$x = -\frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{17}}{2}$$

Lösningarna till ekvationen är  $x = -\frac{3}{2} + \frac{\sqrt{17}}{2}$  och  $-\frac{3}{2} - \frac{\sqrt{17}}{2}$

(c)  $(x^2 - 4)(x - 1)(x^2 - 5x + 6) = 0$

Lösningsförslag.

$$(x^2 - 4)(x - 1)(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$(x + 2)(x - 2)(x - 1)(x^2 - 5x + 6) = 0$$

Med nollproduktsmetoden ser vi att 3 av lösningarna är  $x = -2$ ,  $x = 2$  och  $x = 1$ . Med pq-formeln så får vi att lösningarna till  $x^2 - 5x + 6 = 0$  är  $x = 3$  och  $x = 2$ .

Samtliga lösningar till ekvationen är  $x = -2$ ,  $x = 2$  (dubbelrot),  $x = 1$ , och  $x = 3$ .

**3.** Bestäm en funktion  $f(x)$  på formen  $f(x) = ax^2 + bx + c$  som uppfyller  $f(0) = 3$ ,  $f(1) = 2$  och  $f(-2) = 3$ .

Lösningsförslag. Eftersom  $f(0) = 3$  så får vi att

$$f(0) = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 3$$

vilket ger att  $c = 3$ . Vidare har vi att

$$f(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 3 = a + b + 3 = 2 \quad (1)$$

och

$$f(1) = a \cdot (-2)^2 + b \cdot (-2) + 3 = 4a - 2b + 3 = 3. \quad (2)$$

Från (1) får vi att  $a = -1 - b$ . Insättning av detta värde av  $a$  i (2) ger

$$4a - 2b + 3 = 3$$

$$4(-1 - b) - 2b = 0$$

$$-4 - 4b - 2b = 0$$

$$-6b = 4$$

$$b = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}$$

Eftersom  $a = -1 - b$  så får vi att

$$a = -1 - b = -1 - \left(-\frac{2}{3}\right) = -\frac{1}{3}$$

Den sökta funktionen är  $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 3$

4. Lös ekvationen

(a)  $x^2(x+3) - 1(x+3) = 0$

Lösningförslag. Bryter vi ut  $(x+3)$  ur båda termerna i vänsterledet så får vi

$$x^2(x+3) - 1(x+3) = 0$$

$$(x+3)(x^2 - 1) = 0$$

Eftersom  $x^2 - 1 = (x+1)(x-1)$  enligt konjugatregeln så får vi att

$$(x+3)(x^2 - 1) = 0$$

$$(x+3)(x+1)(x-1) = 0$$

Lösningarna till ekvationen är  $x = -3, x = -1$  och  $x = 1$ .

(b)  $(x^2 + 2x + 1)(x^2 - 1) + (x^2 + 2x + 1)(2x^2 - 10) = 0$

*Lösningssförslag. Bryter vi ut  $x^2 + 2x - 1$  ur båda termerna i vänsterledet så får vi att*

$$(x^2 + 2x + 1)(x^2 - 1) + (x^2 + 2x + 1)(2x^2 - 10) = 0$$

$$(x^2 + 2x + 1)(x^2 - 1) + 2x^2 - 10 = 0$$

$$(x + 1)^2(3x^2 - 11) = 0$$

*Eftersom lösningarna till  $3x^2 - 11 = 0$  är  $x = \pm\sqrt{\frac{11}{3}}$  så är samtliga lösningar till ekvation  $x = -1$  (dubbelrot),  $x = \pm\sqrt{\frac{11}{3}}$*

## 5. Faktorisera polynomen

(a)  $p(x) = 4x^2 - 32x + 60$

*Lösningssförslag.*

$$p(x) = 4x^2 - 32x + 60$$

$$= 4(x^2 - 8x + 15)$$

*Med pq-formeln finner vi att nollställena till  $x^2 - 8x + 15$  är 3 och 5. Faktoriseringen är alltså*

$$p(x) = 4(x - 3)(x - 5)$$

(b)  $p(x) = 20x^2 - 245$

*Lösningssförslag.*

$$p(x) = 20x^2 - 245$$

$$= 5(4x^2 - 49)$$

$$= 5(2x)^2 - 7^2)$$

$$= 5(2x + 7)(2x - 7)$$