MA1477 Matematisk modellering Vecktest 45 . Lösningsförslag

1) Uttrycket är ej definierad för de x-värden som gör att någon av nämnarna blir noll.

Uttrycket är ej definierat för

$x=0$, $x=1$, $x=2$, $x=3$ eller $x=4$

2) a) $\dfrac{2x^2}{4x^2+16x+16} = \dfrac{2x^2}{4(x^2+4x+4)} = \dfrac{2x^2}{4(x^2+2\cdot 2x+2^2)} = \dfrac{2x^2}{4(x+2)^2}$

$= \dfrac{x^2}{(x+2)^2}$

b) $\dfrac{x^2-10x+25}{2x^2-50} = \dfrac{x^2-2\cdot 5x+5^2}{2(x^2-25)} = \dfrac{(x-5)^2}{2(x^2-5^2)}$

$= \dfrac{(x-5)^2}{2(x+5)(x-5)} = \dfrac{x-5}{2(x+5)}$

c) $\dfrac{3x^2-3}{4x^2-16} = \dfrac{3(x^2-1)}{4(x^2-4)} = \dfrac{3(x-1)(x+1)}{4(x-2)(x+2)}$ Inga gemensamma faktorer, kan ej förkortas

d) $\dfrac{x^3\cdot y}{\frac{x}{y}} - x^2y^2 = \dfrac{x^3y}{\frac{x}{y}} \cdot \dfrac{y}{y} - x^2y = \dfrac{x^3y^2}{x} - x^2y^2$

$= x^2y^2 - x^2y^2 = 0$

3) Lös ekvationerna

a) $\frac{4}{5x} - \frac{3}{4x} = \frac{1}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{4}{5x} - \frac{3}{4x} - \frac{1}{3} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{4}{5x} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{4}{4} - \frac{3}{4x} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{5}{5} - \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{5}{5} \cdot \frac{x}{x} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{48 - 45 - 20x}{60x} = 0$

$\Rightarrow 48 - 45 - 20x = 0$

$\Leftrightarrow 20x = 3$

$\Leftrightarrow x = \frac{3}{20}$

b) $\frac{x-2}{4} - \frac{2x+3}{3} + \frac{x+15}{6} = 0$

$4 = 2 \cdot 2$

$6 = 3 \cdot 2$

Minsta gemensamma nämnare: $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

$\frac{x-2}{4} \cdot \frac{3}{3} - \frac{2x+3}{3} \cdot \frac{4}{4} + \frac{x+15}{6} \cdot \frac{2}{2} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{(3x-6) - (8x+12) + (2x+30)}{12} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{-3x+12}{12} = 0$

$\Leftrightarrow -3x + 12 = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{12}{3} = 4$

c) $\frac{1}{x+3} - \frac{2}{x} = 2$

$\Leftrightarrow \frac{1}{x+3} - \frac{2}{x} - 2 = 0$

$\Leftrightarrow \frac{x}{(x+3)x} - \frac{2(x+3)}{x(x+3)} - \frac{2(x+3)x}{(x+3)x} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{x - (2x+6) - (2x^2+6x)}{x(x+3)} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{-2x^2 - 7x - 6}{x(x+3)} = 0$

Undersök när täljaren blir noll

$$-2x^2 - 7x - 6 = 0$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + \frac{7}{2}x + 3 = 0$$

pq-formeln

$$x = -\frac{7}{4} \pm \sqrt{\left(\frac{7}{4}\right)^2 - 3}$$

$$x = -\frac{7}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16} - \frac{48}{16}}$$

$$x = -\frac{7}{4} \pm \frac{1}{4}$$

$x = -2$ eller $x = -3/2$

4) Vi har att

$$2 = 2$$
$$4 = 2 \cdot 2$$
$$6 = 2 \cdot 3$$
$$25 = 5 \cdot 5$$
$$30 = 5 \cdot 6 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

Minsta gemensamma nämnare blir

$$2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 300$$

Det ger att

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} + \frac{x}{25} + \frac{x}{30}$$

$$= \frac{150x}{300} + \frac{75x}{300} + \frac{50x}{300} + \frac{12x}{300} + \frac{10x}{300} =$$

$$= \frac{297x}{300}$$