# Pigors - Mathe 3 20.1.2020

## Aufgabe 1: Folgen

$$a_1 = 6, a_{n+1} = \sqrt{a_n + 3}$$

a) Beweisen Sie das die Folge Streng monoton fallend ist. (Induktion?) (5 Punkte)
b) Beweisen Sie das die Folge beschränkt auf $0 \leq a_n \leq 6$ ist. (Induktion?) (4 Punkte)
c) Ist die Folge Konvergent? (2 Punkte)
d) Grenzwert berechnen (4 Punkte)

## Aufgabe 2: Reihen

a) Beweisaufgabe bei einer Konvergenten Reihe, ist die Folge der Summenglieder beschränkt. (4 Punkte)
b) Prüfen auf Konvergenz (Quotienten Kriterium + Tipp $\lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)^n = e$) (5 Punkte)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n * n!}{n^n}$$

c) Konvergenz Radius bestimmen: (5 Punkte)

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^{n+1}} * x^n$$

## Aufgabe 3:

a) Stetigkeit Prüfen (tipp an der stelle x0 = -1) (4 Punkte)

$$f(x) = \begin{cases} x^{x+1} + 5x^2 + 3x & für\ x < -1 \\ 2 & für\ x = -1 \\ \frac{1}{2}x^2(x-1) + 4 & für\ x > -1 \end{cases}$$

b) Geben Sie eine Funktion f: $(-1, 1] \to \mathrm{R}$, die kein Minimum besitzt. (4 Punkte)
c) Funktion auf Punktweise Konvergenz und dann auf Gleichmäßige Konvergenz Prüfen (Hinweis: Die Grenzfunktion besitzt eine Unstetigkeitsstelle bei $\mathrm{x} = 1$, betrachten Sie dazu $0 \leq x \leq 1$ und $x > 1$) (8 Punkte)

$$f_n(x) = \frac{x^n}{n + x^n}$$

## Aufgabe 4:

a) Ableiten mit dem Differential Quotienten: (4 Punkte)

$$2x^2 - 1$$

b) Umkehrfunktion bestimmen bei $\mathrm{f}^{(-1)}(0)$ (7 Punkte)

$$f(x) = \sqrt{x^2+3} + 2x$$

c) Grenzwert berechnen bei: (5 Punkte)

$$\exp\left(\frac{sin(x+\pi)^2}{2x-7}\right)$$

$$\frac{\sqrt[3]{x}}{\log(x)}$$

## Aufgabe 5:

a) Intervall für Konkav/Konvex bestimmen der Funktion bestimmen (9 Punkte)

$$\frac{x^3}{1+x^2}$$

b) Taylorfunktion des 3ten Grades bestimmen bei $x_0 = 0$ (6 Punkte)

$$f(x) = \sin(x) * e^x$$

## Aufgabe 6:

a) Allgemeines Integral (4 Punkte)

$$\int_1^3 \frac{2x^3 - 5x + 3}{x^2} dx$$

b) Integral berechnen mit Substitution Integration (5 Punkte)

$$\int (6x^2 + x)(\sqrt{3x^4 + x^2})dx$$

c) Integral mit Partieller Integration (5 Punkte)

$$\int_0^\pi x * \cos(x)\, dx$$