

# Fachschaftsrat Informatik

## Aufgabe 1 Folgen (17 Pkt.)

a) Grenzwert der Folge  $a_n$  mit

5 Pkt.

$$a_n = \sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}$$

b) Prüfen ob konvergent oder Divergent:

5 Pkt.

$$a_n = \frac{(-2)^n + 2^n}{8^{n/3}}$$

c) Beweisen oder widerlegen Sie folg. Aussage für reelle Zahlen: 5 Pkt.

Sind  $a_n$  und  $b_n$  beschränkt. So ist auch das Produkt beschränkt.

## Aufgabe 2 Reihen (17 Pkt.)

a) Berechnen Sie den Wert der konvergenten Reihe

5 Pkt.

$$\sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{18}{3^n} + \frac{\pi}{5^{n-1}} \right)$$

b) Prüfen auf Konvergenz der Reihe

5 Pkt.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^{3n-1}}$$

c) Bestimmen Sie den Konvergenzradius  $R$  der Potenzreihe 7 Pkt.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n^2}$$

## Aufgabe 3 Stetigkeit und Grenzwerte (18 Pkt)

- a) Zeigen Sie, dass die Gleichung 6 Pkt.

$$2x^3 - 3x^2 = 15$$

min. eine Lösung im Intervall  $(2,3)$  besitzt.

- b) Berechnen Sie den Grenzwert 4 Pkt.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1 - x}{\cos x - 1}$$

- c) Gegeben sei die Funktionsfolge
- $f_n$
- mit
- $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
- und 8 Pkt.

$$f_n(x) = \frac{\sin x}{n}$$

Bestimmen Sie die Grenzfunktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegen die  $f_n$  punktweise konvergiert.

Prüfen Sie dann auch ob  $f_n$  gleichmäßig gegen  $f$  konvergiert.

## Aufgabe 4 Ableitung und Extrema (15 Pkt)

- a) Berechnen Sie die Ableitung der Funktion
- $f: \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \frac{5}{x}$$

5 Pkt

mit Hilfe des Differentialquotienten

- b) Bestimmen Sie die globale Extrema der Funktion

$$f(x) = \log(x^2 + 4x + 14)$$

auf dem Intervall  $[-4, 2]$



## Aufgabe 5 Konvexität und Taylorpolynom (15 Pkt.)

a) Gegeben ist die Funktion  $f(x) = e^{4-x^2}$  8 Pkt.

In welchem Bereich ist  $f$  streng konkav und wo streng konvex

b) ~~Gegeben~~ Geben Sie die reelle Funktion

$$f(x) = x^2 e^{-x} \quad 7 \text{ Pkt.}$$

das vierte Taylorpolynom  $T_4$  bei  $x_0 = 0$  an.

## Aufgabe 6 Integrale (18 Pkt.)

Gegeben sei die Funktion  $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2} + \frac{1}{|x|} - e^{-2x} \quad 6 \text{ Pkt.}$$

Bestimmen Sie die Stammfunktion  $F$  von  $f$  für  $F(1) = \frac{1}{2e^2}$  ist.

b) Berechnen Sie das unbestimmte Integral

$$\int \cos^3 x \sin x \, dx \quad 5 \text{ Pkt.}$$

c) Berechnen Sie das bestimmte Integral

$$\int_0^{\pi} x^2 \sin x \, dx \quad 7 \text{ Pkt.}$$