

Percolación de nodos en redes cuadradas 2d

A. Einstein and I. Newton*

*Departamento de Física, Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad de Buenos Aires,
Pabellón I, Ciudad Universitaria, 1428 Buenos Aires, Argentina.*

(Dated: April 26, 2020)

A partir de estudios computacionales hemos determinado el comportamiento crítico de una red de nodos bi-dimensional. Esta red percola siguiendo una transición de fase de 2° orden

PACS numbers: 45.70.Vn, 89.65.Lm

I. INTRODUCCIÓN

Los primeros estudios en percolación se realizaron....

II. EL MODELO

A. Transición de fase

Cuando de varía la probabilidad de ocupación de los nodos de la red, se observa que ...

B. Leyes de potencia y exponentes críticos

La Tabla I resume las principales leyes de potencia obtenidas en la literatura para redes percolantes...

TABLE I. Valores teóricos hallados en la literatura.

Símbolo	Ley	Valor
d	—	$d = 2$
D	$M \sim L^D$	$D = 91/48$
ν	$\xi \sim p - p_c ^{-\nu}$	$\nu = 4/3$
τ	$n(p_c) \sim s^{-\tau}$	$\tau = 1 + d/D$
σ	$z = s^\sigma (p - p_c)$	$\sigma = (\nu D)^{-1}$
α	$m_0(p) \sim p - p_c ^{2-\alpha}$	$\alpha = 2 - (\tau - 1)/\sigma$
β	$m_1(p) \sim (p - p_c)^\beta$	$\beta = \nu(d - D)$
γ	$m_2(p) \sim p - p_c ^{-\gamma}$	$\gamma = (3 - \tau)/\sigma$

Observamos que los valores obtenidos en la Ref. [1] presentan...

C. Efectos de red finita

El comportamiento de las redes de tamaño finito (redes cuadradas de lado L) se aparta de aquel esperado para sistemas infinitos. Esto se debe a que...

$$n_s(p) = q_0 s^{-\tau} f(z) \quad , \quad z = s^\sigma (p - p_c) \quad (1)$$

En la Ec. (1)

D. Renormalización

Es posible explotar aún más el hecho de que cerca de la transición de fase el sistema se muestra libre de escalas. Si se *re-escala* el sistema, deben seguir siendo válidas las leyes de potencia anteriores. Entonces, mediante un proceso de *renormalización* observaremos que...

III. SIMULACIONES NUMÉRICAS

Se estudiaron redes cuadradas de tamaño $L = 4, 16, 32, 64, 128$ por medio del algoritmo de Hoshen-Kopelman [2].

$$M(L) = L^D m\left(\frac{L}{\xi}\right) \sim \begin{cases} L^D & \text{si } L < \xi \\ L^d & \text{si } L \gg \xi \end{cases} \quad (2)$$

IV. RESULTADOS

A. Determinación de $p_c(\infty)$ y ν , y τ

Se usaron distintos métodos para la determinación numérica del punto crítico...(*i.e.* búsqueda de p_{medio} , búsqueda de p_{mediana} , sintonizado de $n_s(p_c)$).

B. Determinación de la dimensión fractal D

Según la Ec. 2 es posible hallar D en el caso en que

C. Obtención de β a partir de la intensidad P_∞

A partir de la información en el gráfico de $P_\infty(p)$ podemos hallar β ...

D. Espectro de fragmentos y verificación de la hipótesis de *scaling*

La hipótesis de *scaling* se presenta en la Ec. 1 en donde se observa que para distintos valores de s y $p - p_c$, el espectro de fragmentos debe colapsar en una única curva $f(z) = n_s(p)/n_s(p_c)$, donde $z = s^\sigma (p - p_c)$

* newton@df.uba.ar

En la Fig. 1 se observa que ...

En consecuencia, verificamos la hipótesis de *scaling* graficando $f(z)$ y determinando el punto $f_{\max} = f(z_{\max})$. Este valor se corresponde con una probabilidad p_{\max} para un cada tamaño s fijo. La ley de potencia con exponente σ será entonces

$$\ln(p_{\max} - p_c) = -\sigma \ln(s) + \ln(z_{\max}) + C \quad (3)$$

V. VERIFICACIÓN DE RESULTADOS POR RENORMALIZACIÓN

Podemos verificar, al menos de manera aproximada, los resultados de las secciones realizando un proceso de renormalización de *celda pequeña*. Consideramos un porción de red de lado $b = 2$ y la llamamos un *super-nodo*....

VI. CONCLUSIONES

La Tabla.... resume los resultados obtenidos. El sistema

ACKNOWLEDGMENTS

I. Newton agradece al CONICET por el soporte económico brindado a través del subsidio XXX-1234-YYY. A. Einstein es becario doctoral del CONICET.

FIG. 1. Distribución de fragmentos....

-
- [1] D. Stauffer and A. Aharony, *Introduction to percolation theory* (Taylor & Francis Inc, 2003) pp. 57–87
 - [2] J. Hoshen and R. Kopelman, Physical Review B **14**, 3438 (1976)