

# **Computergrafik**

**Vorlesung im Wintersemester 2014/15  
Kapitel 1: Farbe, Bilder und Perzeption  
(Teil 2)**

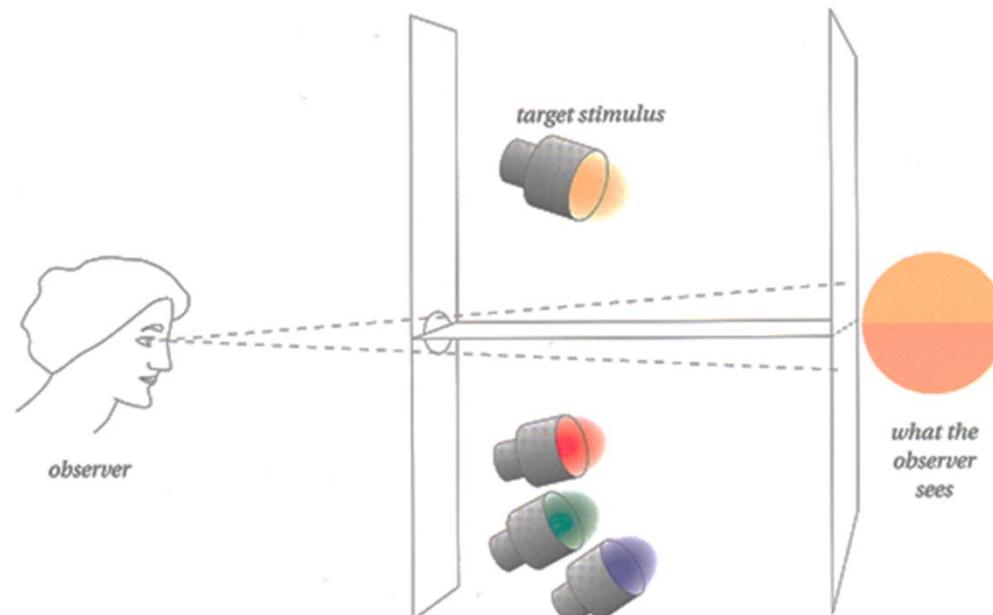
Prof. Dr.-Ing. Carsten Dachsbacher  
Lehrstuhl für Computergrafik  
Karlsruher Institut für Technologie



# CIE Color Matching Functions



- ▶ Wahrnehmungsexperimente
  - ▶ durchgeführt von William David Wright (1928) und John Guild (1931)
  - ▶ zwei Farben wurden auf einen Bildschirm projiziert
    - ▶ Referenzfarbe wurde vorgegeben
    - ▶ Vergleichsfarbe durch Mischung dreier Primärfarben dargestellt
    - ▶ Proband sollte die Intensitäten einstellen bis beide gleich erscheinen

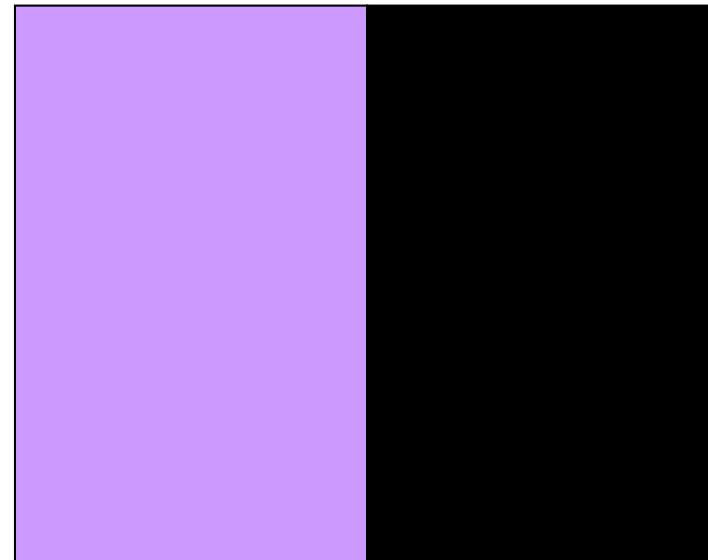


*The observer adjusts the intensities of the red, green, and blue lamps until they match the target stimulus on the split screen.*

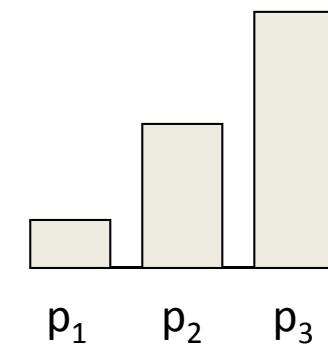
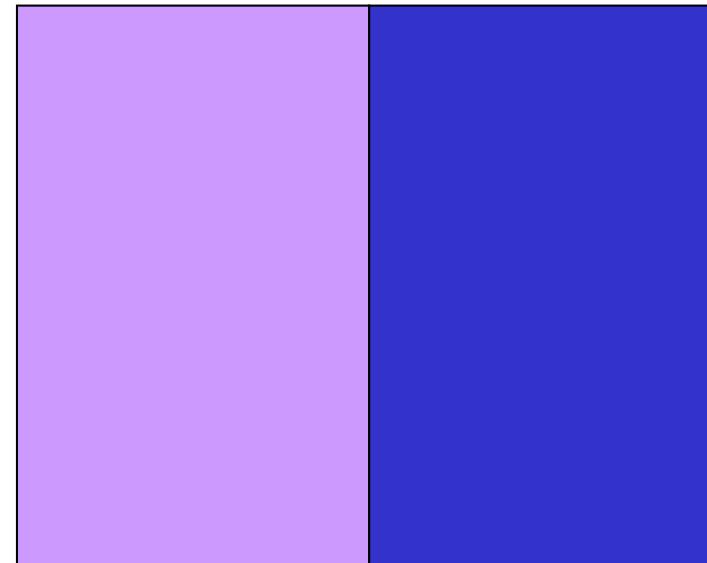
# Color Matching – Experiment 1



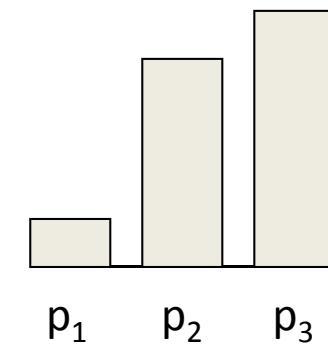
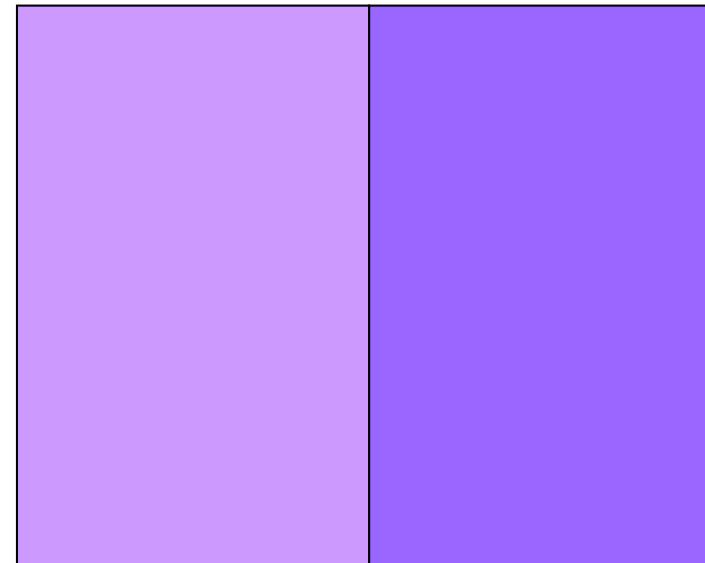
- ▶ Primärfarben 435.8nm (blau), 546.1nm (grün), 700nm (rot)



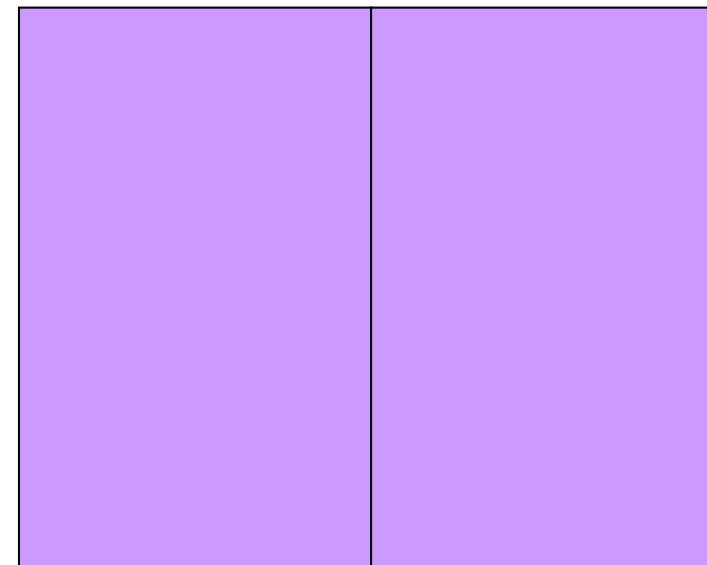
# Color Matching – Experiment 1



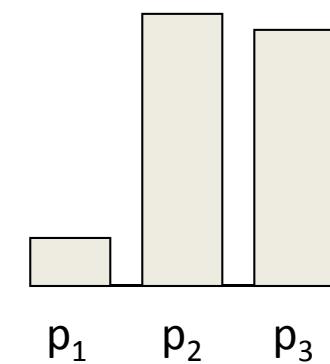
# Color Matching – Experiment 1



# Color Matching – Experiment 1



Intensitäten der  
Primärfarben, um die  
Referenzfarbe zu  
reproduzieren

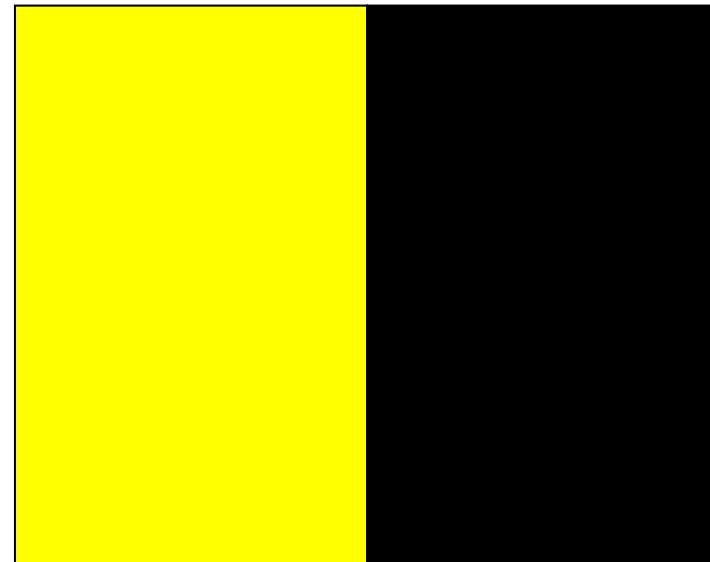


# CIE Color Matching Functions

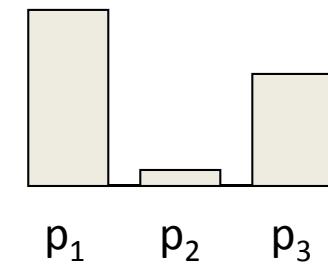
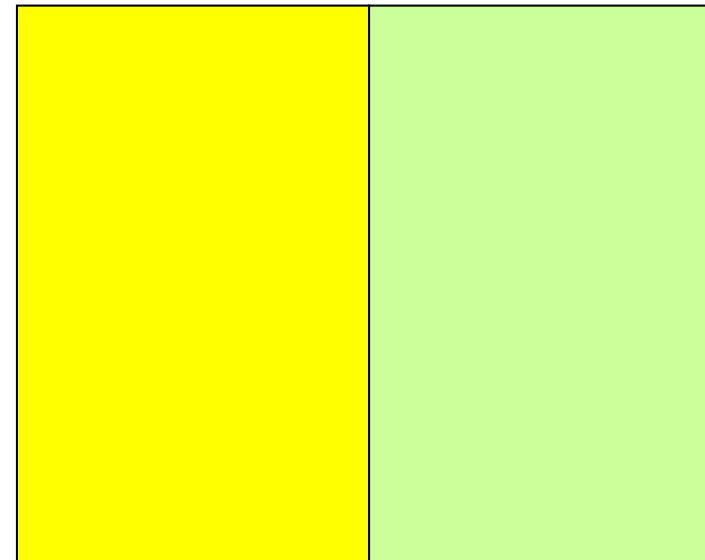


- ▶ zwei Farben wurden auf einen Bildschirm projiziert
  - ▶ Referenzfarbe wurde vorgegeben
  - ▶ Vergleichsfarbe durch Mischung dreier Primärfarben dargestellt
  - ▶ Proband sollte die Intensitäten einstellen bis beide gleich erscheinen
  
- ▶ es konnten nicht alle Farben reproduziert werden!
  - ▶ in diesem Fall wurde eine der Primärfarben zur Testfarbe “addiert”
  - ▶ Farbeinstellung mit den verbleibenden Primärfarben
  - ▶ die Primärfarbe wurde dann als negativer Vergleichswert angesehen

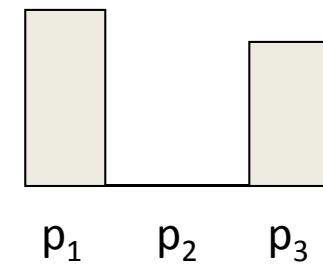
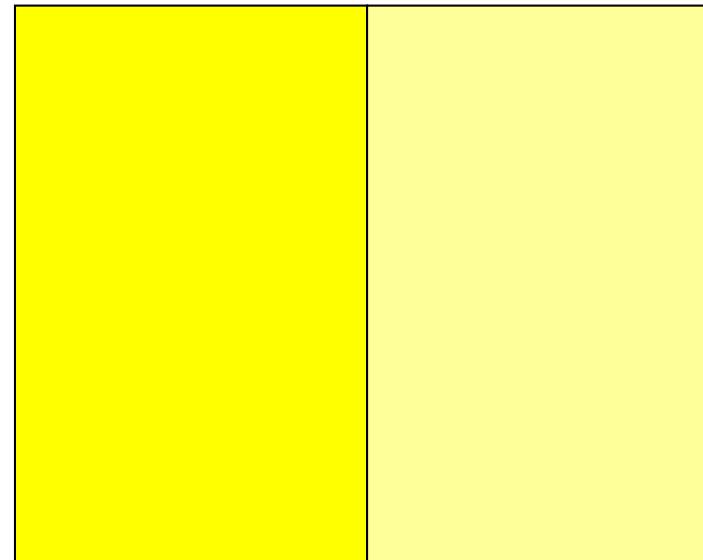
# Color Matching – Experiment 2



# Color Matching – Experiment 2



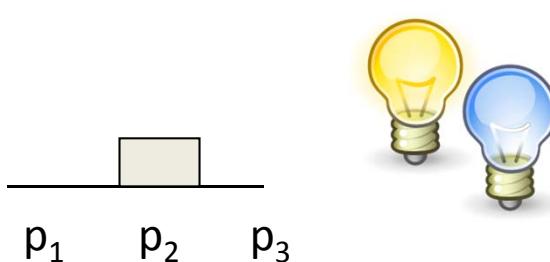
# Color Matching – Experiment 2



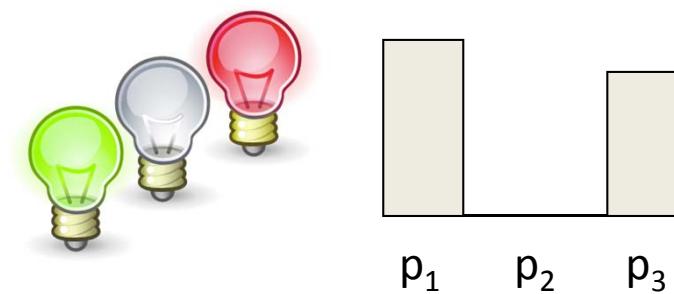
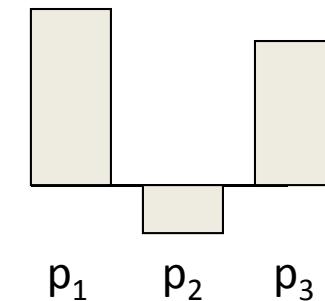
# Color Matching – Experiment 2



“negative” Intensität von  $p_2$  wurde benötigt, weil wir es auf die Referenzseite addieren



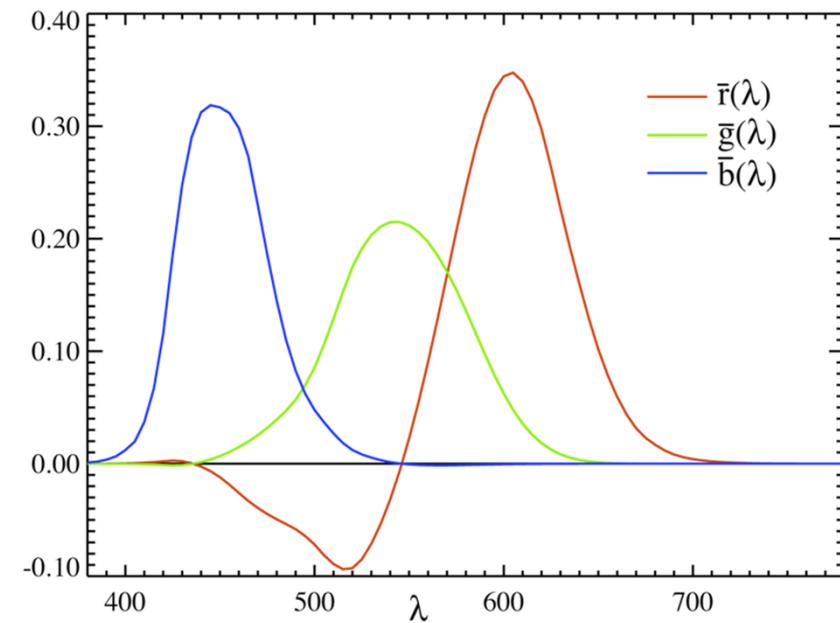
Intensitäten der Primärfarben, um die Referenzfarbe zu reproduzieren:



# CIE Color Matching Functions



- ▶ durch die Reproduktion der Spektralfarben mit den vorgegebenen RGB-Primärfarben erhält man die sog. **Color Matching Funktionen**
- ▶ „wie muss ich die Lampen einstellen, um eine Spektralfarbe zu reproduzieren?“



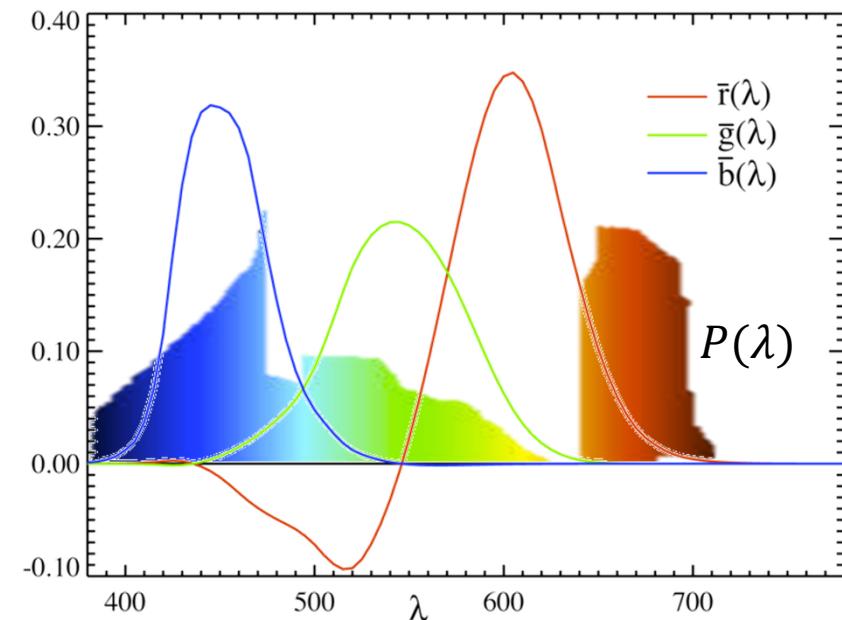
# Color Matching – Interpretation

- ▶ wie berechnet man eine metamere Farbe (in demselben RGB-Farbraum mit Primärfarben 435.8nm, 546.1nm 700nm) zu geg. Spektrum  $P(\lambda)$ ?
- ▶ Tristimuluswerte: Antwort auf die 3 Color Matching Funktionen

$$r = \int \bar{r}(\lambda)P(\lambda)d\lambda \quad g = \int \bar{g}(\lambda)P(\lambda)d\lambda \quad b = \int \bar{b}(\lambda)P(\lambda)d\lambda$$

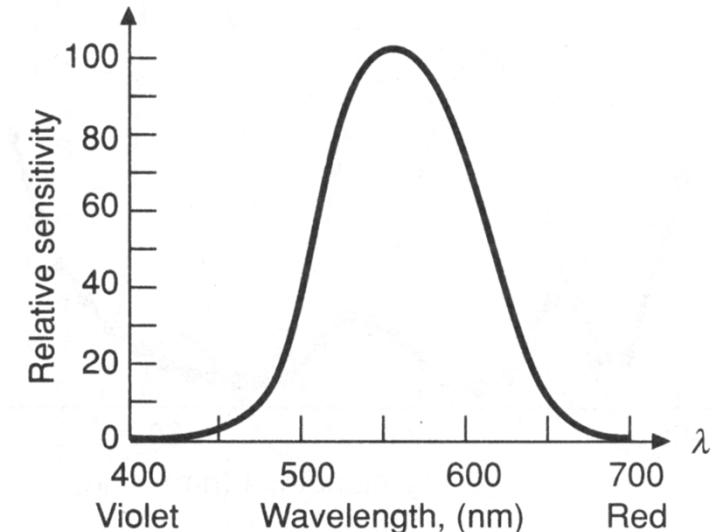
- ▶ metamere Farbe erhalten wir durch Wahl der Intensität der Primärfarben (435.8nm, 546.1nm, 700nm) gemäß der 3 Antworten

- ▶ Problem
  - ▶ negative Vergleichswerte
  - ▶ (einige) Spektralfarben sind **nicht realisierbar** durch eine Kombination aus 3 Primärfarben!
  - ▶ RGB ist kein perfekter Farbraum ☹ aber eben technisch realisierbar!



# Photometrische Größen

- ▶ Photometrie: äquivalente Größen zur Radiometrie, die man durch Gewichtung mit der Helligkeitsempfindungskurve (luminous efficiency function) erhält
- ▶ CIE<sup>1</sup> Photopic Luminous Efficiency Function
  - ▶ z.B. Strahlungsleistung zu Lichtstrom
- ▶  $\bar{y}(\lambda) = S(\lambda) + M(\lambda) + L(\lambda)$
- ▶ Lichtstrom (luminous flux) in Lumen [lm]
  - ▶ Analogon zum Strahlungsfluss/-leistung



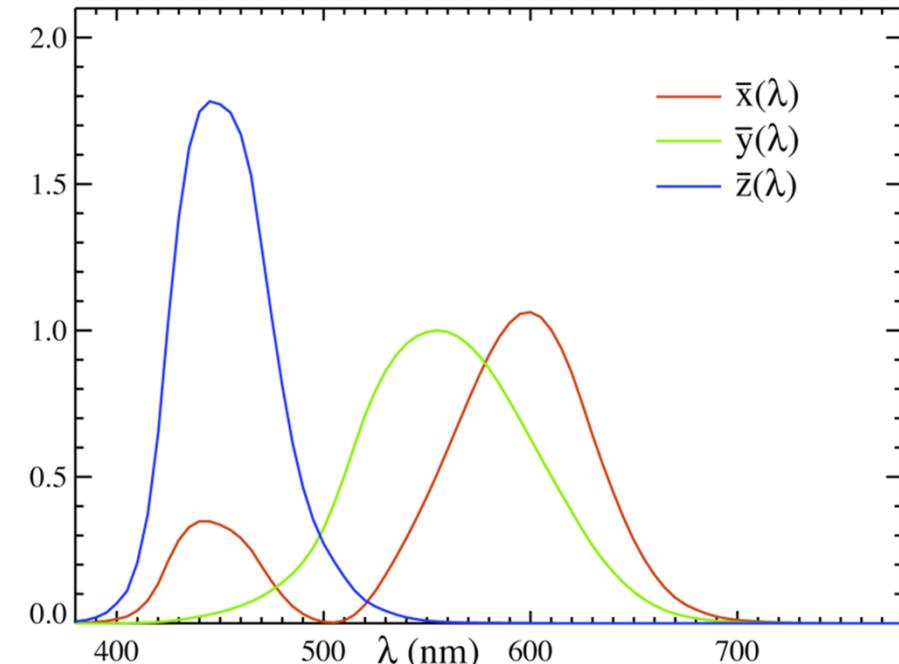
$$F = 683.02 \frac{\text{lm}}{W} \int \bar{y}(\lambda) P(\lambda) d\lambda$$

- ▶ Intensität des physikalischen Reizes

<sup>1</sup> Commission Internationale de l'Eclairage

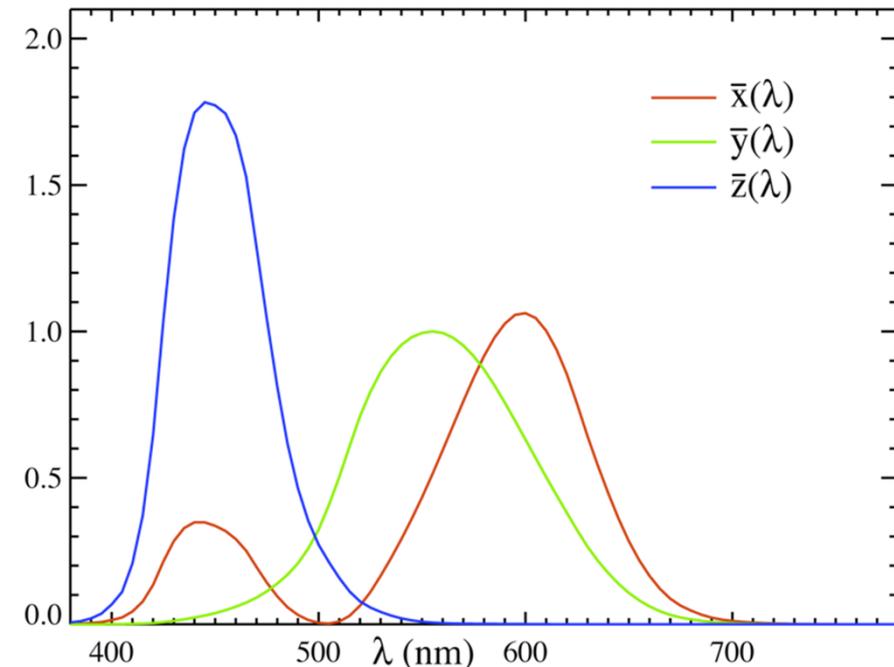
# XYZ Color Space (CIE 1931)

- ▶ Ziel: Farbraum zur standardisierten Konversion zw. Farbräumen
  - ▶ Beschreibung aller wahrnehmbaren Farben
  - ▶ Farbraum mit rein positiven Color Matching Funktionen
  - ▶ lineare Abbildung  $XYZ \Leftrightarrow RGB$
  - ▶  $Y$ -Komponente so gewählt, dass sie der Luminanz  $\bar{y}(\lambda)$  entspricht
- ▶ Festlegung der Color Matching Funktionen bedeutet imaginäre übersaturierte Primärfarben, die nicht physikalisch realisierbar sind
  - ▶  $\bar{y}(\lambda) = \text{Luminanz}$
  - ▶  $\bar{z}(\lambda) \cong \text{Empfindlichkeit}$   
S-Rezeptor
  - ▶  $\bar{x}(\lambda) \cong \text{Linearkombination der}$   
Empfindlichkeitskurven  
so, dass  $\bar{x}(\lambda) > 0$
  - ▶ stellen Sie sich die Primärfarben  $X, Y, Z$  als in etwa rot, grün, blau vor



# XYZ Color Space (CIE 1931)

- ▶ Ziel: Farbraum zur standardisierten Konversion zw. Farbräumen
  - ▶ Beschreibung aller wahrnehmbaren Farben
  - ▶ Farbraum mit rein positiven Color Matching Funktionen
  - ▶ lineare Abbildung  $XYZ \Leftrightarrow RGB$
  - ▶  $Y$ -Komponente so gewählt, dass sie der Luminanz  $\bar{y}(\lambda)$  entspricht
- ▶  $XYZ$  sind die Tristimuluswerte für den „CIE Standard Observer“
  - ▶  $X = \int \bar{x}(\lambda)P(\lambda)d\lambda$
  - ▶  $Y = \int \bar{y}(\lambda)P(\lambda)d\lambda$
  - ▶  $Z = \int \bar{z}(\lambda)P(\lambda)d\lambda$
  - ▶ stellen Sie sich die Primärfarben  $X, Y, Z$  als in etwa rot, grün, blau vor



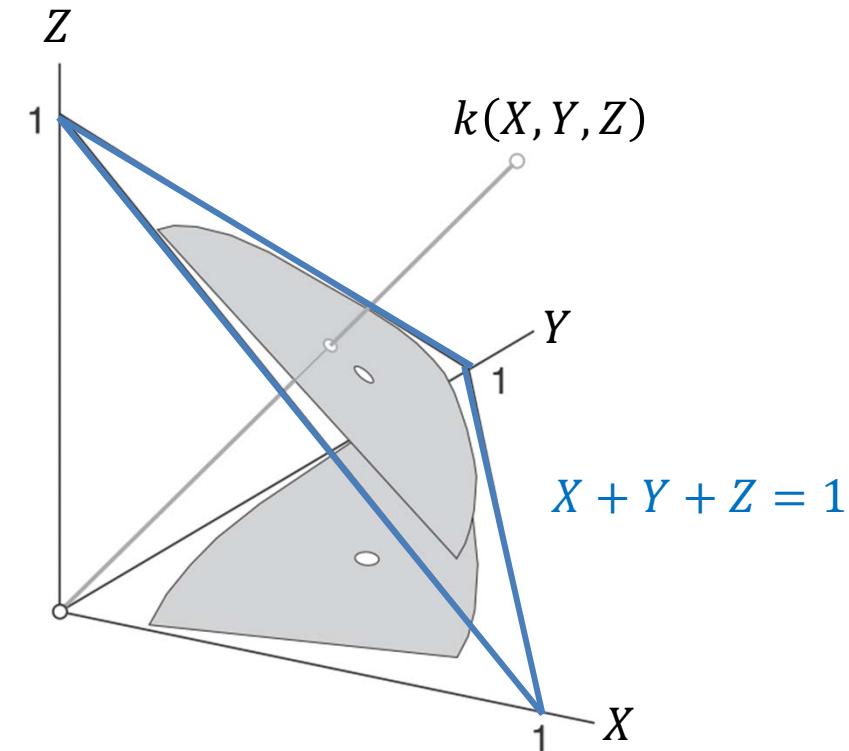
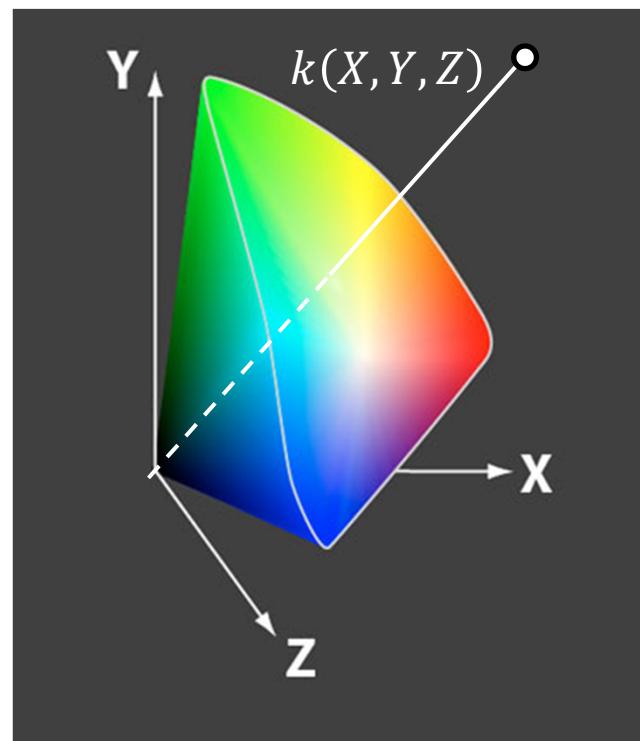
# Chromatizität (vom CIE XYZ zum CIE xyY Farbraum)



VD

## Darstellung aller sichtbaren Farben

- ▶ Beobachtung: alle  $k(X, Y, Z)$  ( $k > 0$ ) repräsentieren dieselbe Farbe, nur mit unterschiedlicher Intensität
- ▶ Normalisierung auf die  $X + Y + Z = 1$  Ebene
- ▶ anschließend: Projektion auf die XY-Ebene ( $z$  weglassen)
- ▶  $xy$ -Diagramm enthält nach wie vor alle Farbtöne und -sättigungen



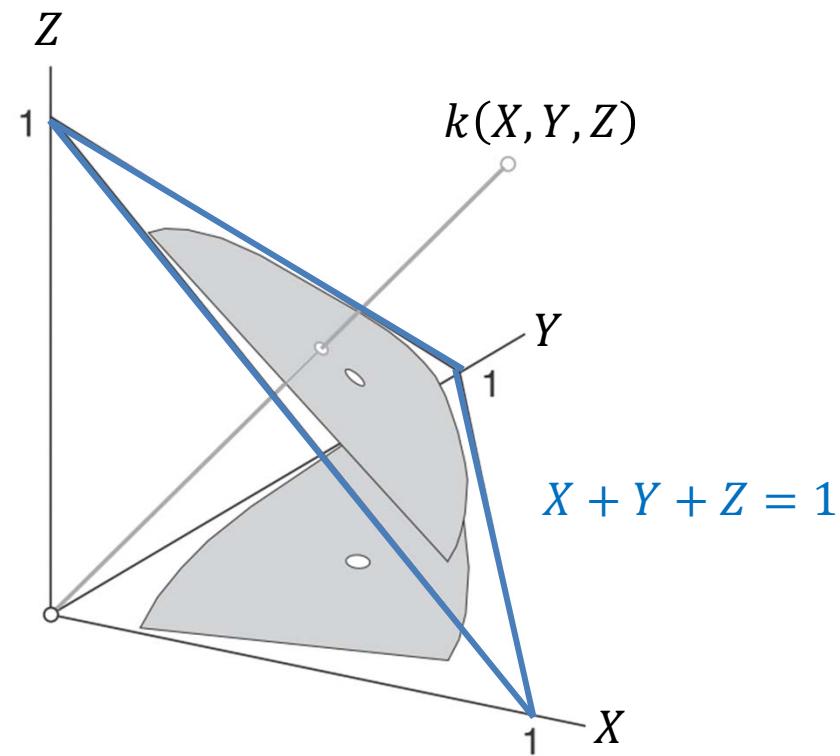
# Chromatizität (vom CIE XYZ zum CIE xyY Farbraum)



## Darstellung aller sichtbaren Farben

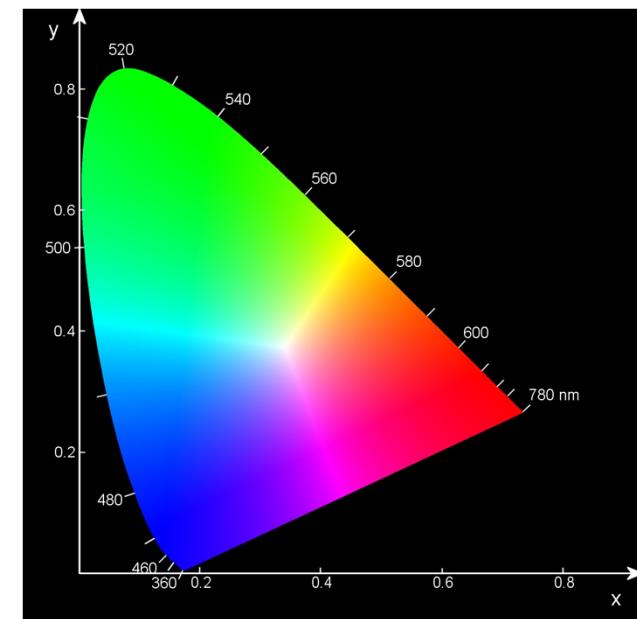
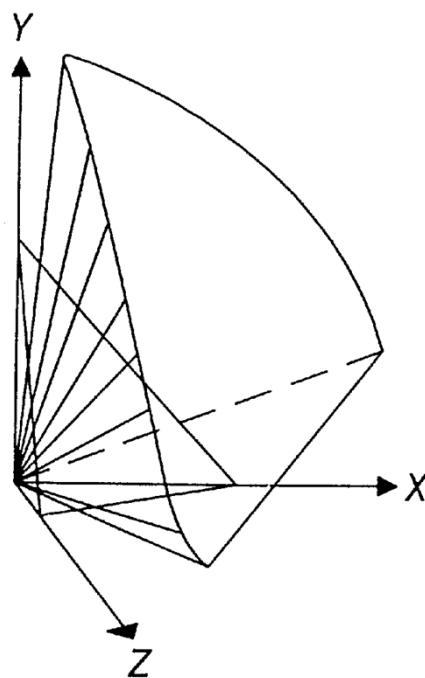
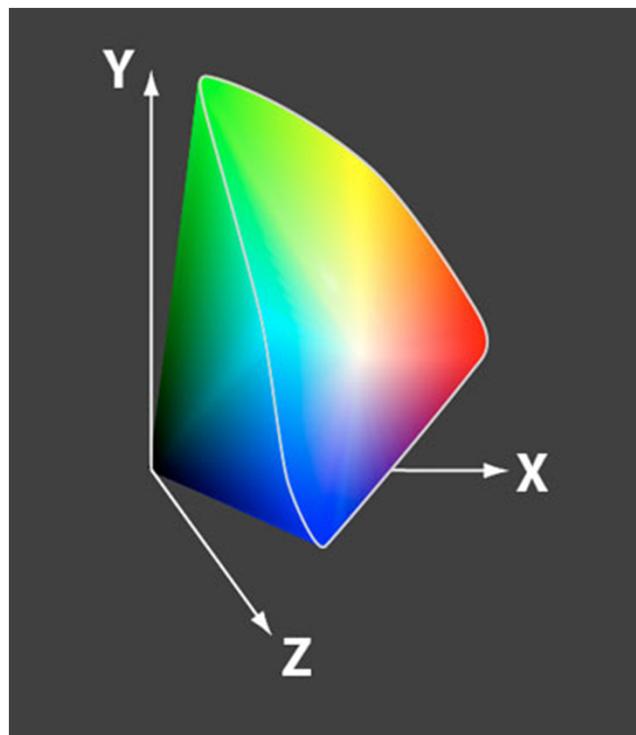
- Beobachtung: alle  $k(X, Y, Z)$  ( $k > 0$ ) repräsentieren dieselbe Farbe, nur mit unterschiedlicher Intensität
- Normalisierung auf die  $X + Y + Z = 1$  Ebene
- anschließend: Projektion auf die XY-Ebene ( $z$  weglassen)
- $xy$ -Diagramm enthält nach wie vor alle Farbtöne und -sättigungen

$$x = \frac{X}{X + Y + Z}$$
$$y = \frac{Y}{X + Y + Z}$$
$$z = \frac{Z}{X + Y + Z} = 1 - x - y$$



# Chromatizität (vom CIE XYZ zum CIE xyY Farbraum)

- ▶ teile Information in Helligkeit  $Y$  und Farbe (Chromatizität)  $xy$  auf
  - ▶ mit  $x = \frac{X}{X+Y+Z}$ ,  $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$ , nicht gespeichert:  $z = \frac{Z}{X+Y+Z} = 1 - x - y$
  - ▶ wird Farbe durch  $x, y$  vorgegeben, muss noch die Helligkeit  $Y$  angegeben werden → dann können Tristimuluswerte aus CIE xyY bestimmt werden
  - ▶  $X = \frac{Y}{y}x$  und  $Z = \frac{Y}{y}(1 - x - y)$

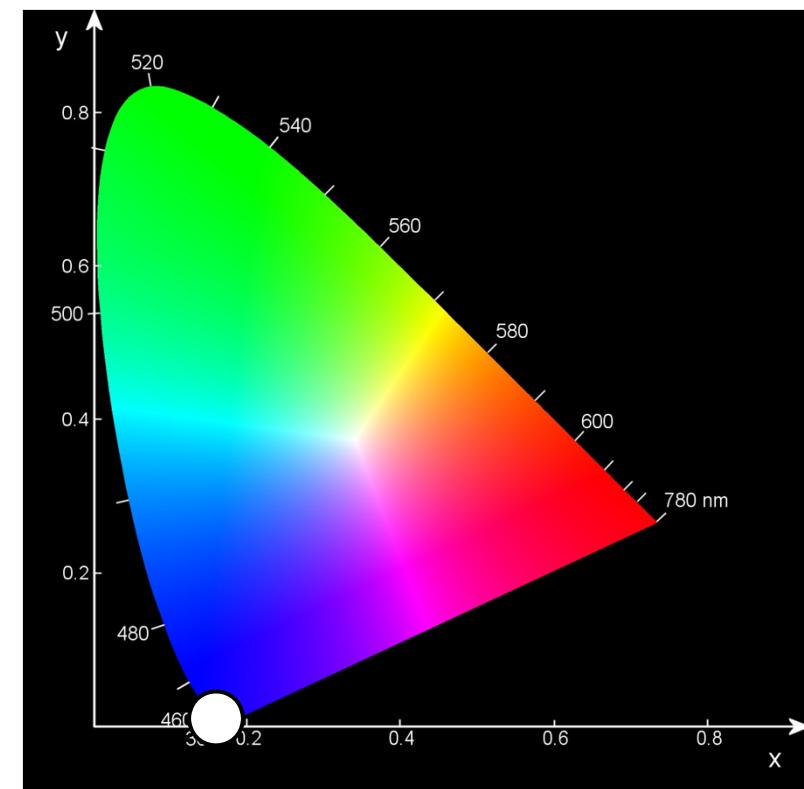
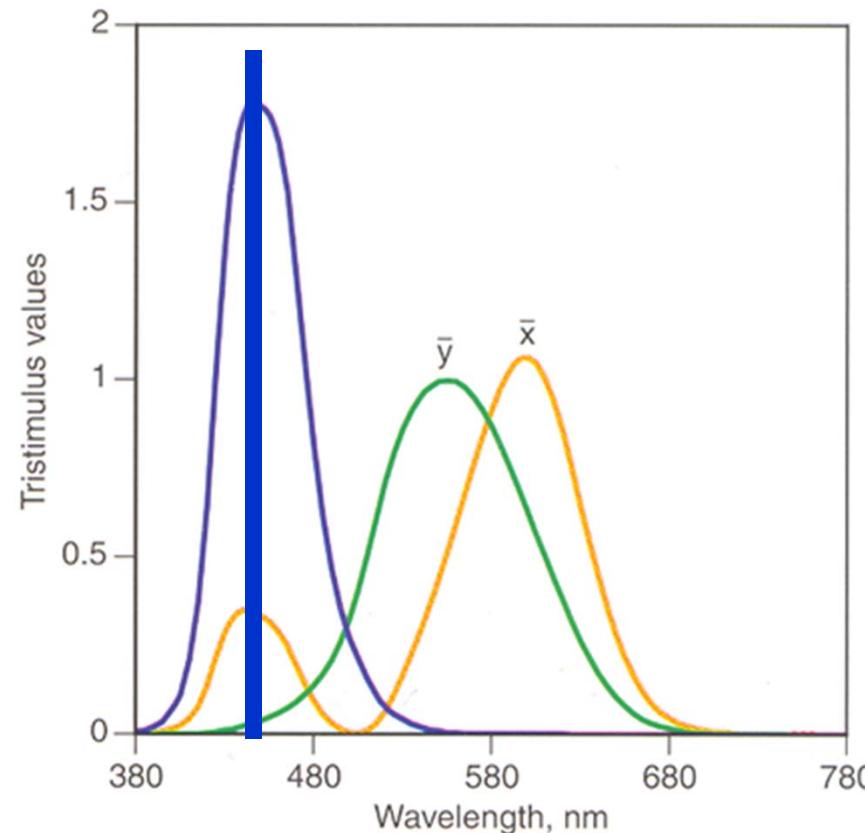


Chromatizitätsdiagramm

# Spektralfarben im Chromatizitätsdiagramm



- ▶ großer Z-Wert („bläulich“) →  $x$  und  $y$  klein, weil  $z = \frac{Z}{X+Y+Z} = 1 - x - y$
- ▶  $x = \frac{X}{X+Y+Z}$  und  $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$

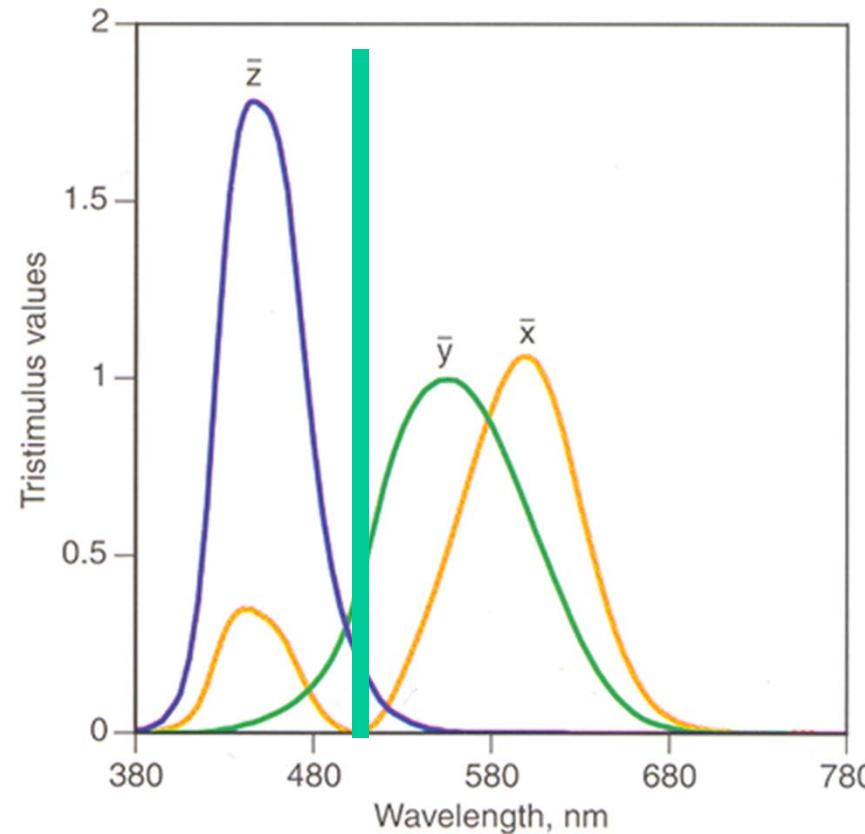


The 1931 standard observer, as it is usually shown.

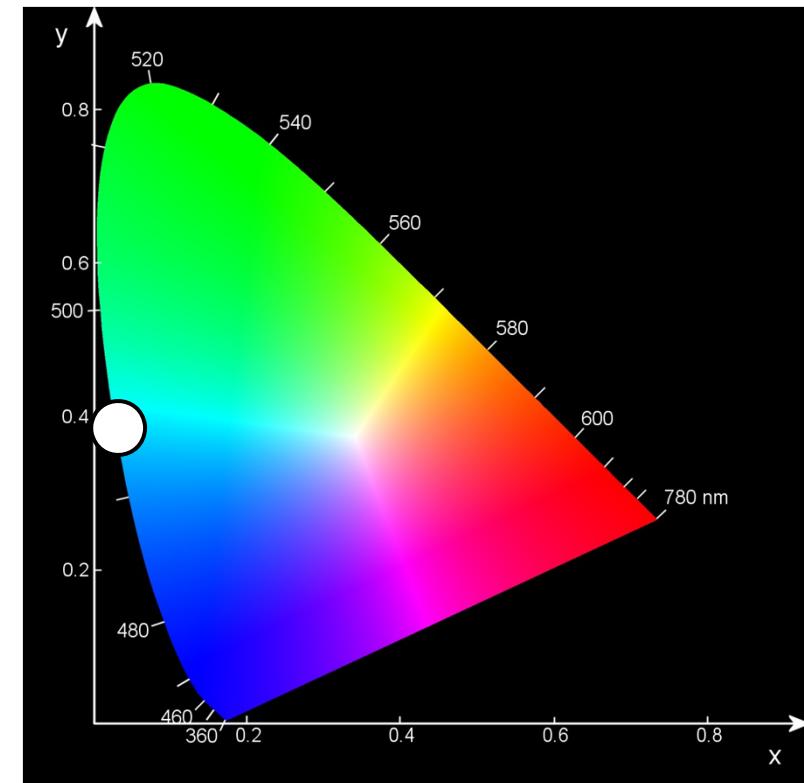
# Spektralfarben im Chromatizitätsdiagramm



- $Y$  (und somit  $y$ ) wird größer
- $x = \frac{X}{X+Y+Z}$  und  $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$



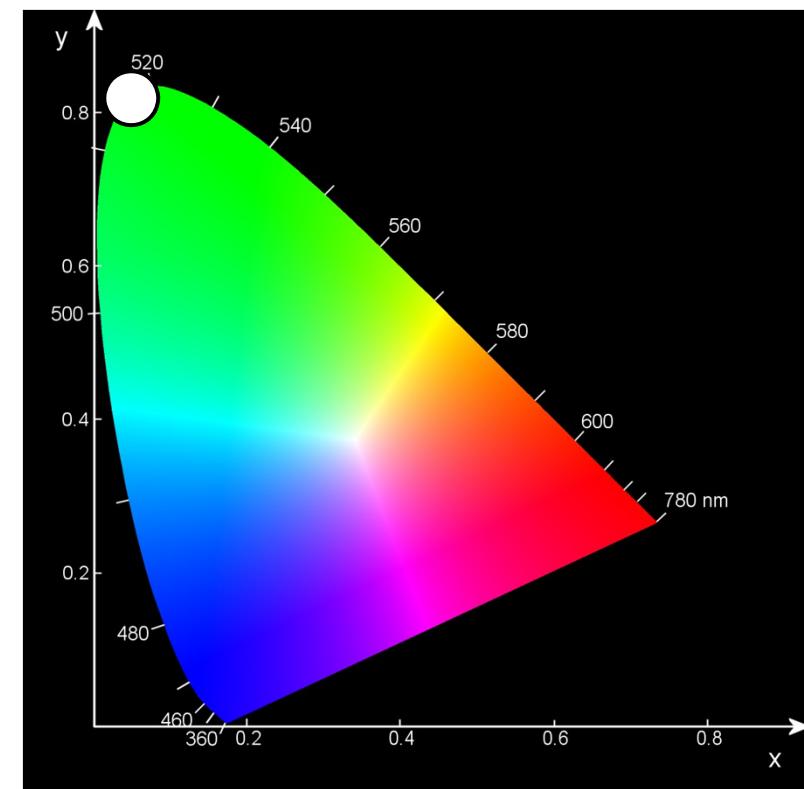
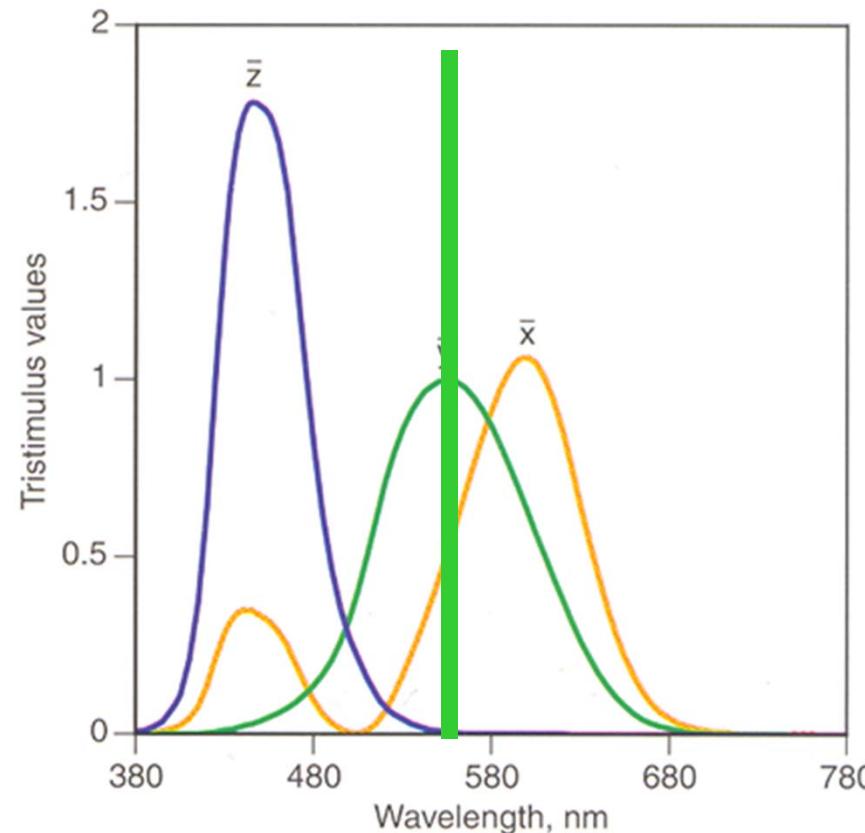
The 1931 standard observer, as it is usually shown.



# Spektralfarben im Chromatizitätsdiagramm



- $Y$  (und somit  $y$ ) ist groß
- $x = \frac{X}{X+Y+Z}$  und  $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$



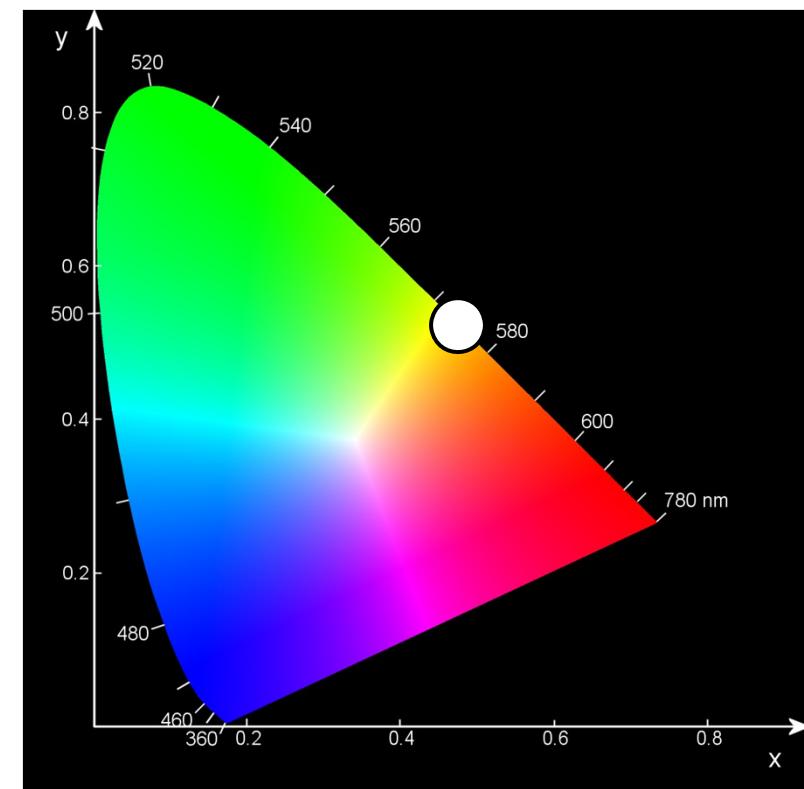
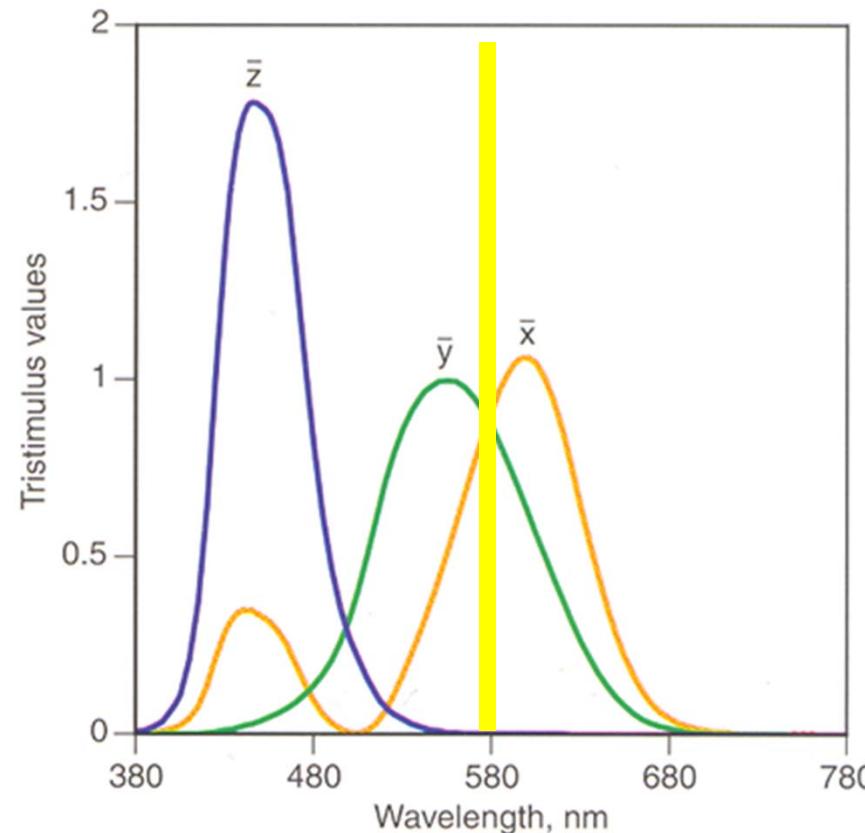
The 1931 standard observer, as it is usually shown.

# Spektralfarben im Chromatizitätsdiagramm



►  $Y$  wird langsam kleiner,  $X$  wird größer

►  $x = \frac{X}{X+Y+Z}$  und  $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$



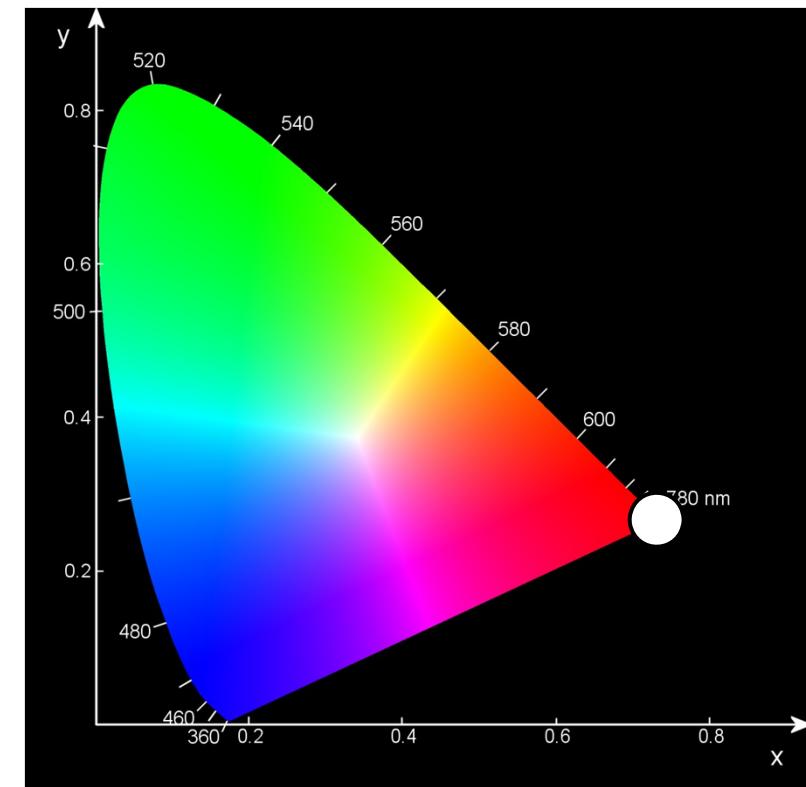
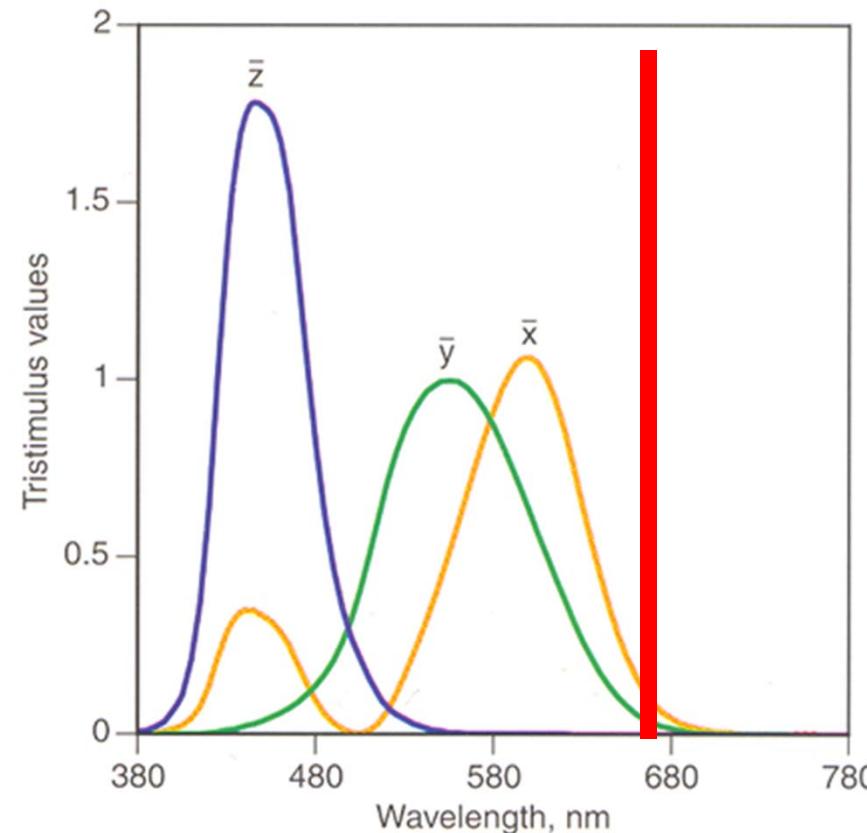
The 1931 standard observer, as it is usually shown.

# Spektralfarben im Chromatizitätsdiagramm



- $Y$  wird noch kleiner,  $x$  ist noch groß (weil wir durch  $X + Y + Z$  teilen)

- $x = \frac{X}{X+Y+Z}$  und  $y = \frac{Y}{X+Y+Z}$

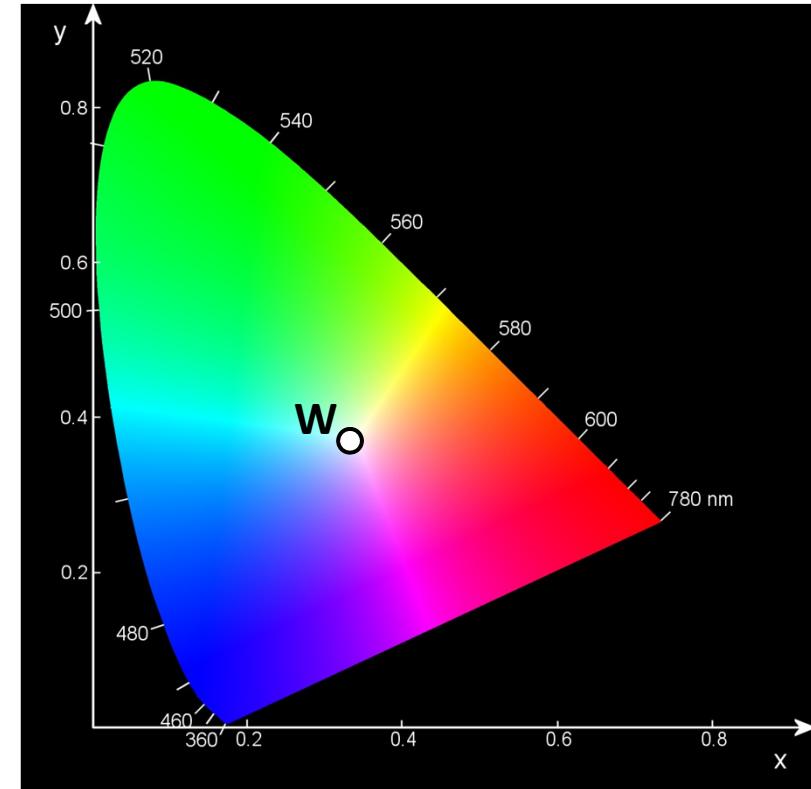


The 1931 standard observer, as it is usually shown.

# Chromatizitätsdiagramm (CIE xyY Farbraum)



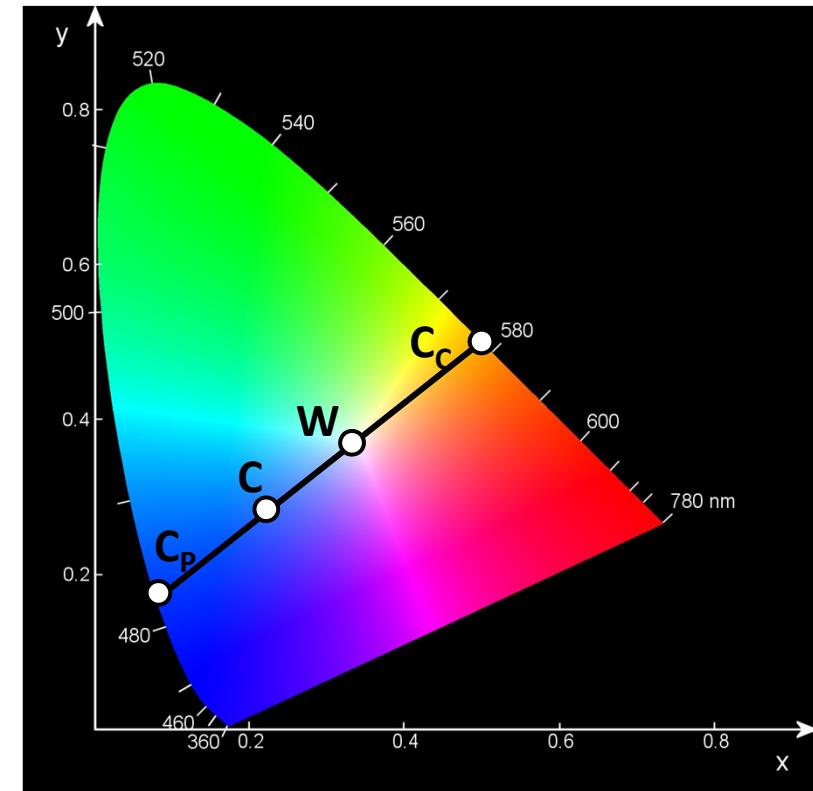
- ▶ enthält alle sichtbaren Farben (**Gamut** der menschl. Wahrnehmung)
- ▶ Weißpunkt W ( $x=y=z=1/3$ ) (entspricht etwa Sonnenlicht)
- ▶ Spektralfarben befinden sich entlang der Randkurve und entsprechen monochromatischem Licht
- ▶ die seltsame Form ergibt sich aus den Empfindlichkeitskurven
- ▶ Purpurlinie: Menge von gesättigten Farbvalenzen, die ein Mensch wahrnehmen kann  
(sind aber keine Spektralfarben)



# Chromatizitätsdiagramm (CIE xyY Farbraum)



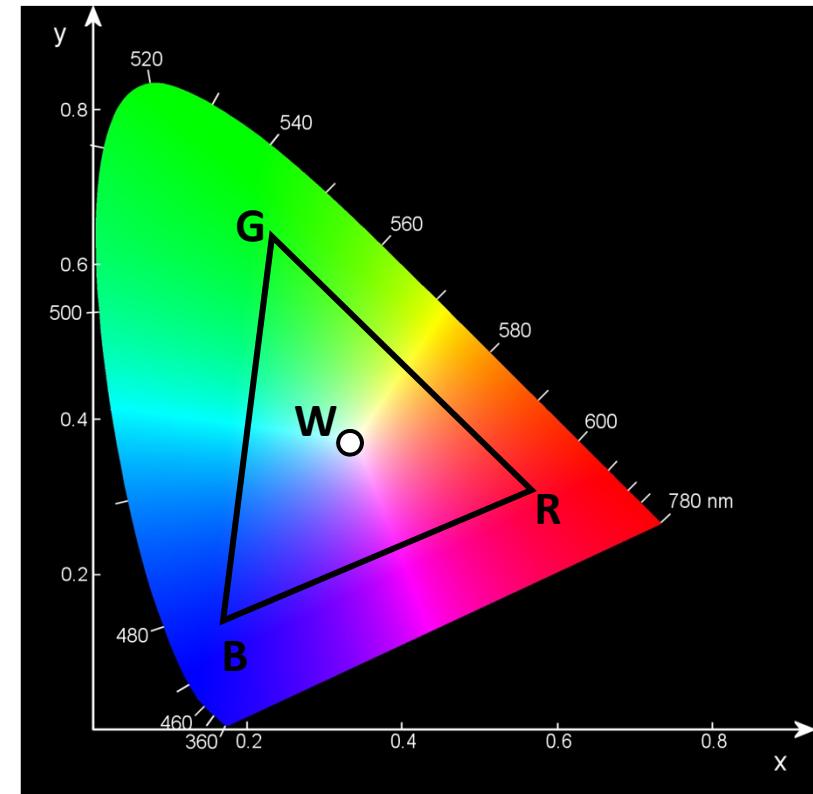
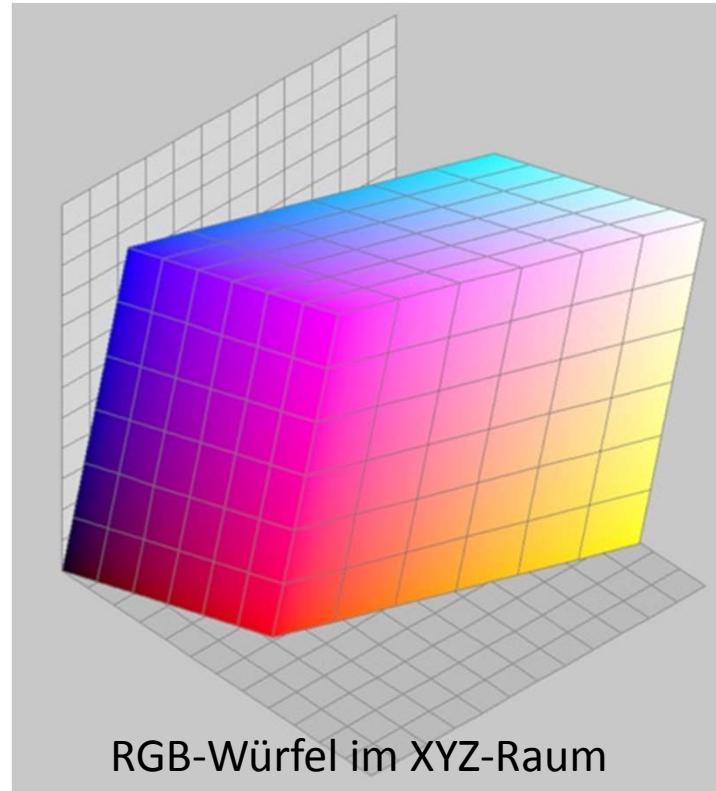
- ▶ Farben auf der Strecke zwischen 2 Punkten können durch additives Mischen der Farben an den Endpunkten erreicht werden
- ▶ die reine Farbe  $C_p$  zu einer Farbe C findet man durch Verlängern der Linie vom Weißpunkt durch C
- ▶ Komplementärfarbe  $C_c$ : Linie durch den Weißpunkt zum gegenüberliegenden Rand



# Chromatizitätsdiagramm (CIE xyY Farbraum)



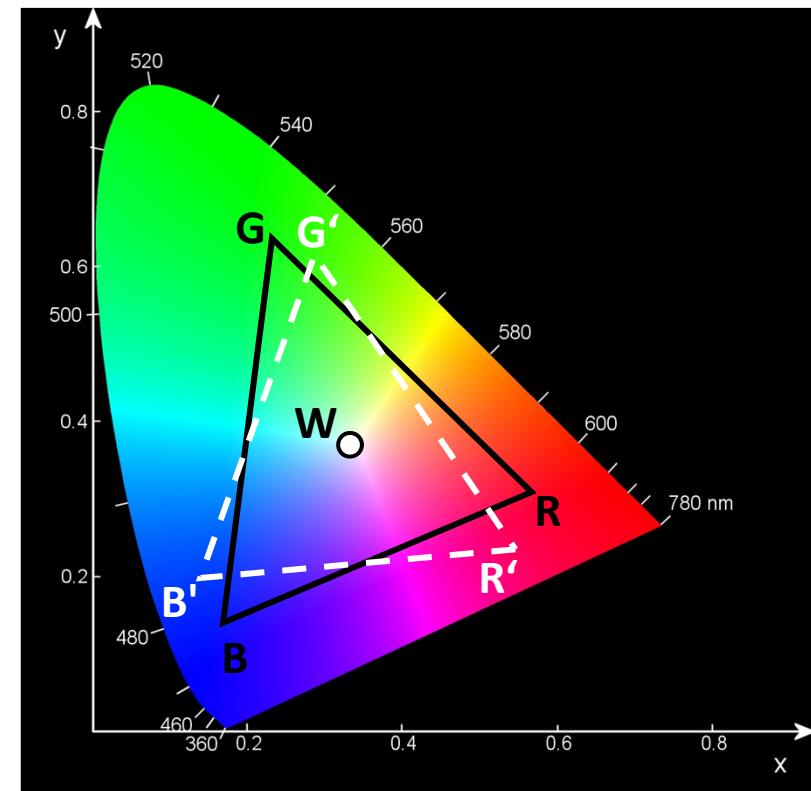
- ▶ alle Punkte innerhalb eines Dreiecks kann man durch Mischen der Farben der Eckpunkte erhalten
- ▶ die darstellbaren Farben eines Ausgabegeräts (bzw. die Aufzeichnenbaren eines Eingabegeräts) werden durch dessen **Farbgamut** beschrieben



# Chromatizitätsdiagramm (CIE xyY Farbraum)

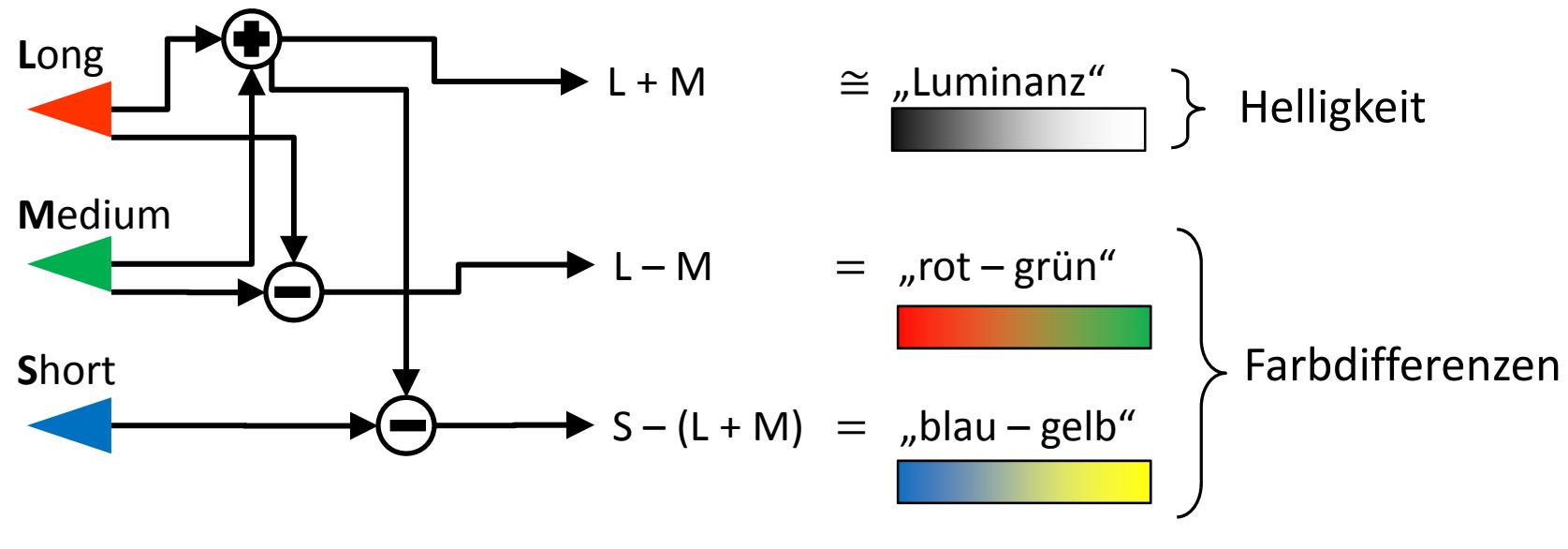


- ▶ Gamut-Mapping: Abbildung von Gamuts zwischen Geräten mit dem Ziel Farbverschiebungen zu vermeiden (gering zu halten)
- ▶ Gamut eines Druckers ist i.A. kleiner als der eines Monitors
- ▶ Bsp. RGB-Monitor
  - ▶  $C = rR + gG + bB$   
mit  $(r, g, b) \in [0,1]^3$
  - ▶ die 3 Primärfarben spannen ein Dreieck im Diagramm auf
  - ▶ Farben außerhalb dieses Gamuts würden negative r, g, b bedeuten
- ▶ größerer Gamut nur durch bessere oder mehr Primärfarben erreichbar!
- ▶ Displays besitzen also zwei Einschränkungen: Gamut und Dynamikumfang



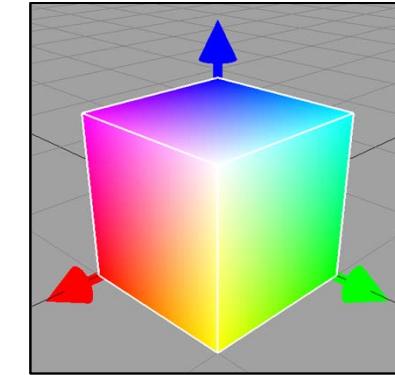
# Farbwahrnehmung

- ▶ basiert auf Komplementärfarben und Luminanz
  - ▶ Signale der Zapfen werden in sog. Ganglienzellen kombiniert
  - ▶ „kein RGB-Frame Buffer im Gehirn“
  - ▶ gilt natürlich nur für photopisches Sehen (Tagsehen)

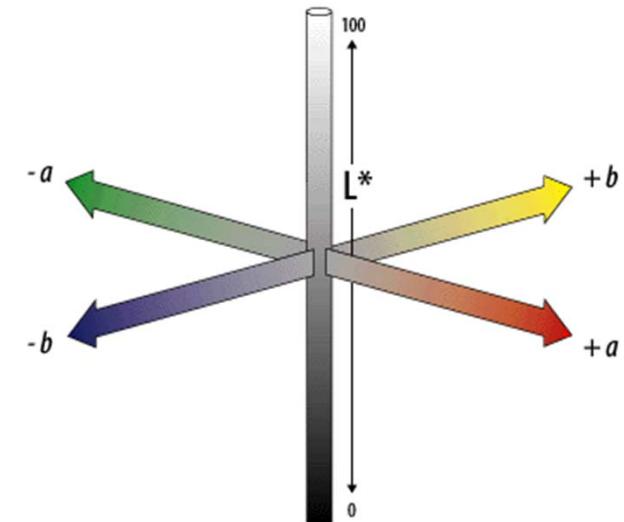


# Psychophysisches Farbmodell

- ▶ die meisten Farbmodelle orientieren sich eher an technischen Rahmenbedingungen, z.B.
  - ▶ welche Farben können dargestellt werden? (RGB, CIE)
  - ▶ wie erleichtert man die Farbauswahl? (HSV)
  - ▶ ...



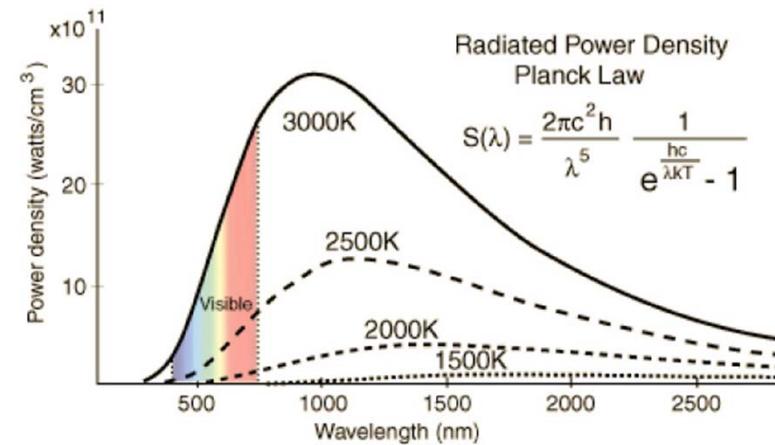
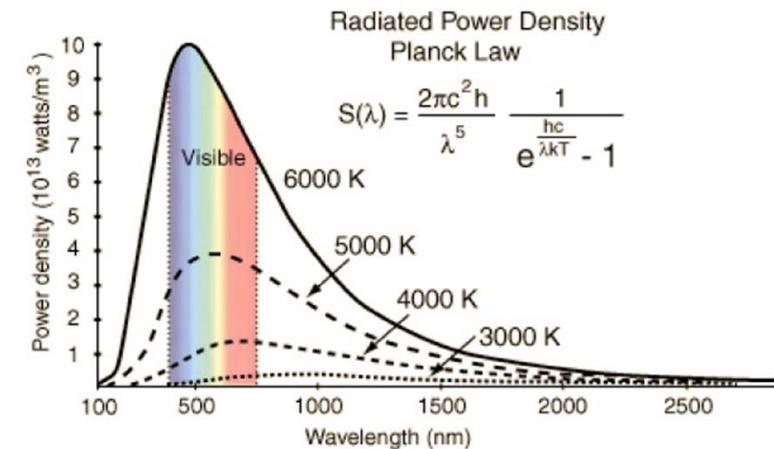
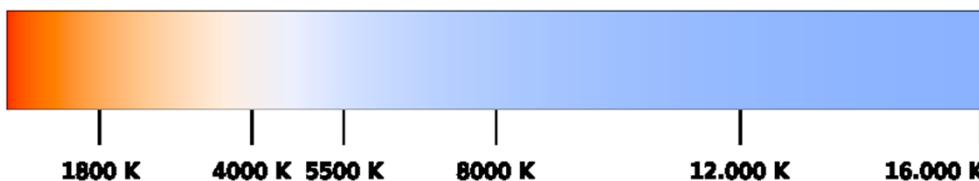
- ▶ aber: wie stark wird der Unterschied zweier Farben wahrgenommen?
- ▶ CIE L\*a\*b Modell
  - ▶ Luminanz, rot-grün, blau-gelb
  - ▶ intuitive Nachbildung der Wahrnehmung
  - ▶ euklidische Abstände im Farbraum entsprechen den wahrgenommenen Farbabständen



# Thermische Strahlungsquelle



- ▶ heiße Objekte strahlen Energie ab
- ▶ die spektrale Zusammensetzung ist temperaturabhängig
- ▶ ist die Temperatur hoch genug, dann ist ein Teil der Energie im sichtbaren Spektrum
- ▶ Schwarzkörperstrahlung  
(Black Body Radiation)
  - ▶ idealisierte Strahlungsquelle
  - ▶ Farbtemperatur = Temperatur des schwarzen Körpers die zu einer bestimmten Farbe gehört
  - ▶ Bild: Hyperphysics

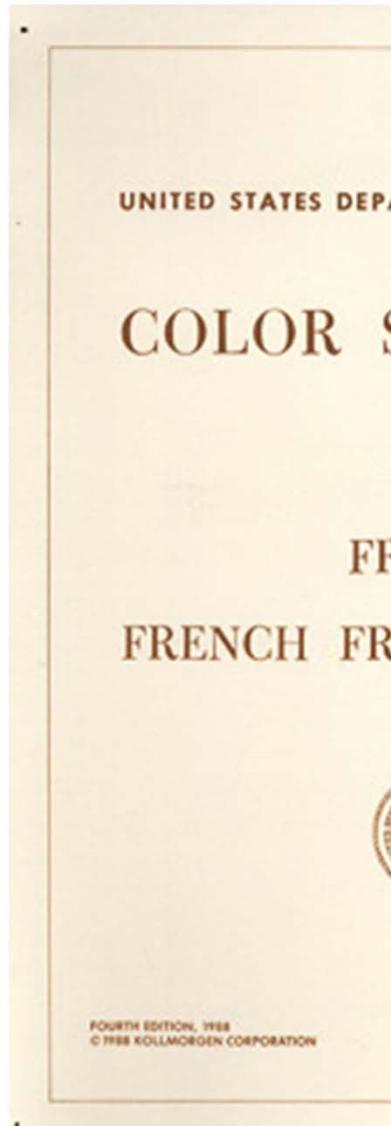


# Farbtemperatur

- ▶ Lichtquellen mit einer Farbtemperatur von 3000K, 4250K, 5250K, 6500K



Bild: <http://www.ecowonk.com>



Erik Reinhard  
Erum Arif Khan  
Ahmet Oğuz Akyüz  
Garrett M. Johnson



# Weber-Fechner-Gesetz



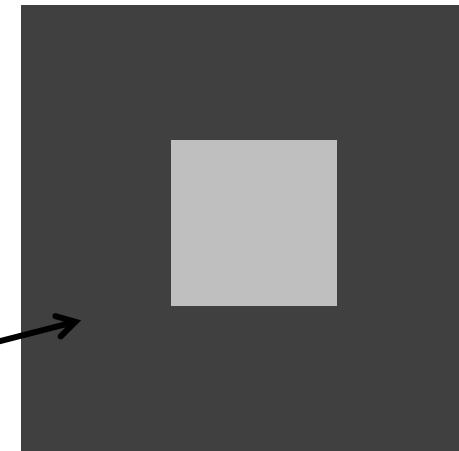
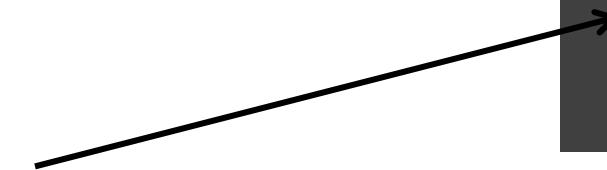
- die **subjektiv empfundene Stärke** von Sinneseindrücken ist **proportional zum Logarithmus der Intensität** des physikalischen Reizes
- gerade noch wahrnehmbarer Helligkeitsunterschied

Just Noticeable  
Difference (JND)



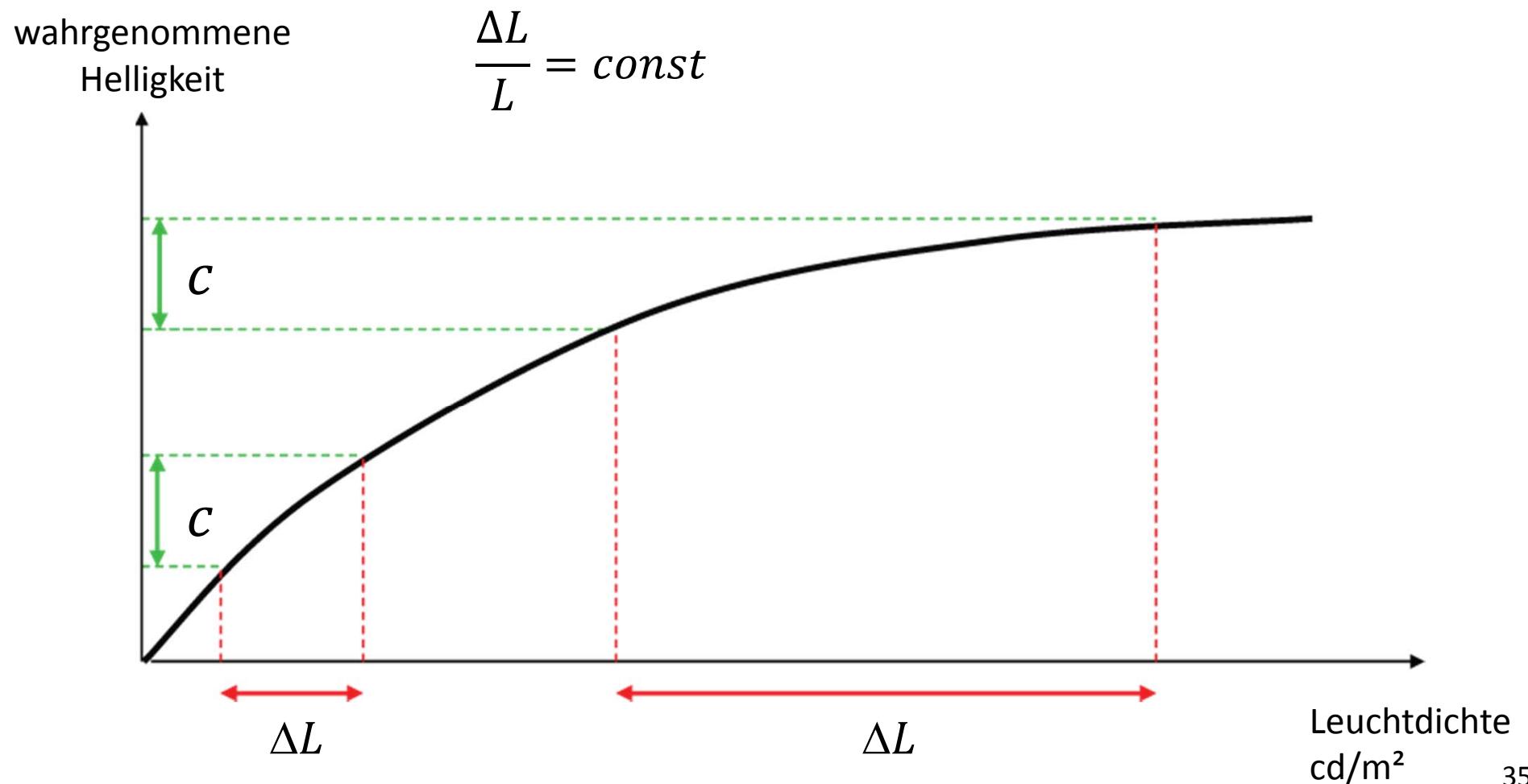
$$\frac{\Delta L_{JND}}{L} = \text{const} \approx 1\% \text{ bis } 2\%$$

Hintergrund-  
helligkeit



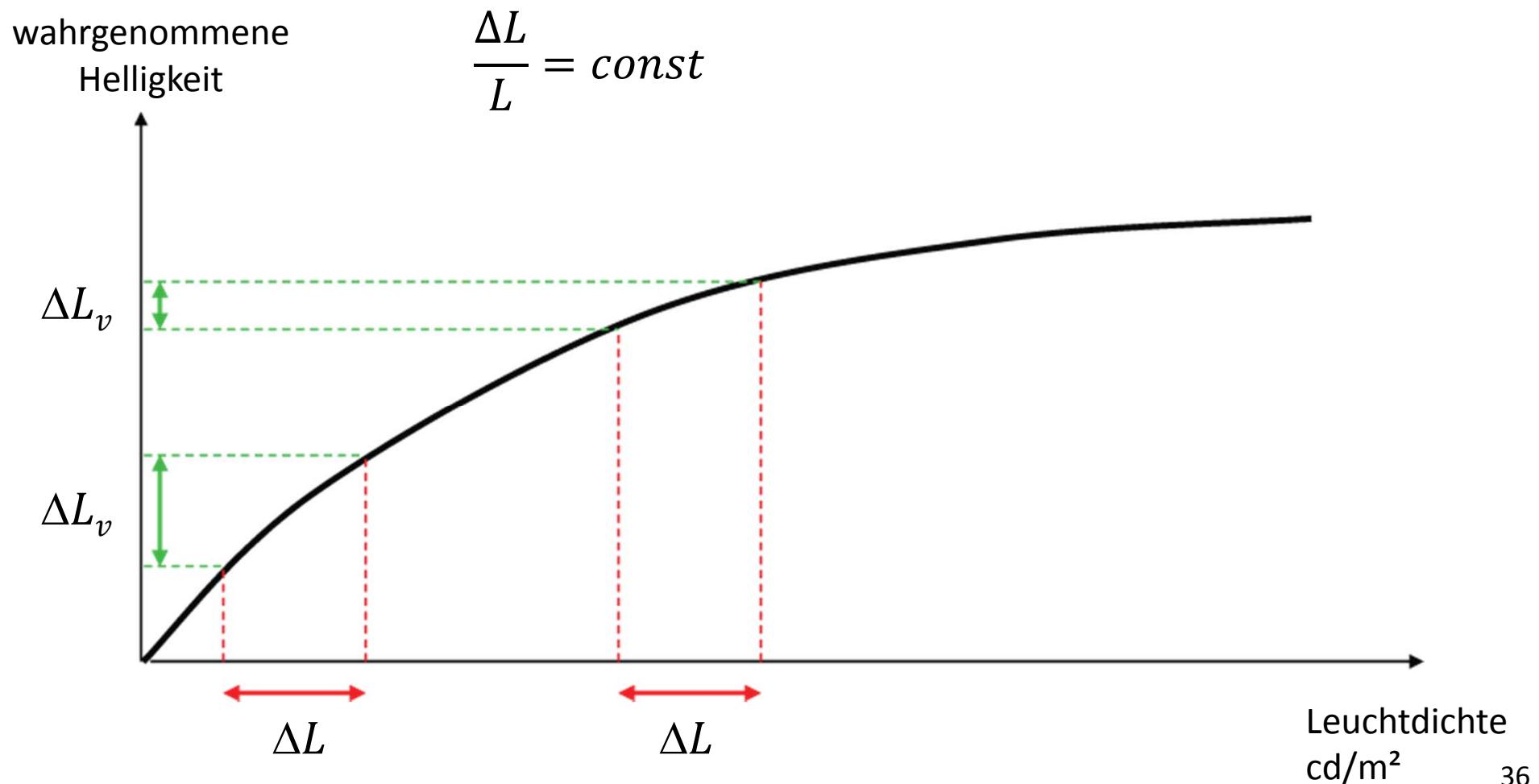
# Weber-Fechner-Gesetz

- die **subjektiv empfundene Stärke** von Sinneseindrücken ist **proportional zum Logarithmus der Intensität** des physikalischen Reizes
- Verhältnis von 1:2 wird als genauso starker Kontrast wahrgenommen wie ein Verhältnis von 100:200



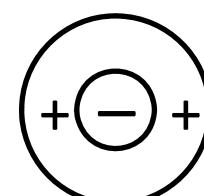
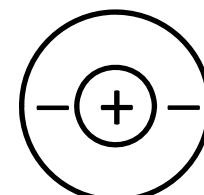
# Weber-Fechner-Gesetz

- ▶ die **subjektiv empfundene Stärke** von Sinneseindrücken ist **proportional zum Logarithmus der Intensität** des physikalischen Reizes
- ▶ gleiche Leuchtdichtenunterschiede werden logarithmisch wahrgenommen

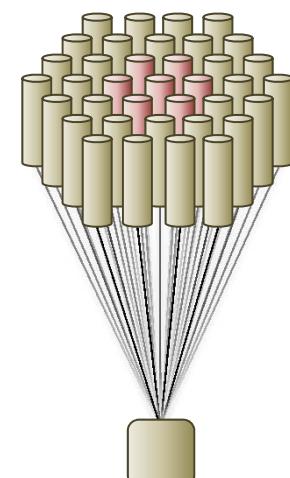


# Rezeptive Felder

- ▶ Weiterleitung der Signale über ca. 1 Mio. Ganglionzellen (Nervenknoten)
  - ▶ Verschaltung der ca. 126 Mio. Photorezeptoren zu rezeptiven Feldern
  - ▶ runde, unterschiedliche große Felder
- ▶ zwei Arten:
  - ▶ ON: Exzitation im Zentrum, Inhibition in der Peripherie
  - ▶ OFF: Exzitation in der Peripherie, Inhibition im Zentrum
  - ▶ dieses Verschaltungsprinzip nennt man „laterale Inhibition“: Signale benachbarter Zellen hemmen Reizweiterleitung
- ▶ Verschaltung von Intensität oder Farbdifferenzen
- ▶ erkennen Kanten/Orientierung und Texturen

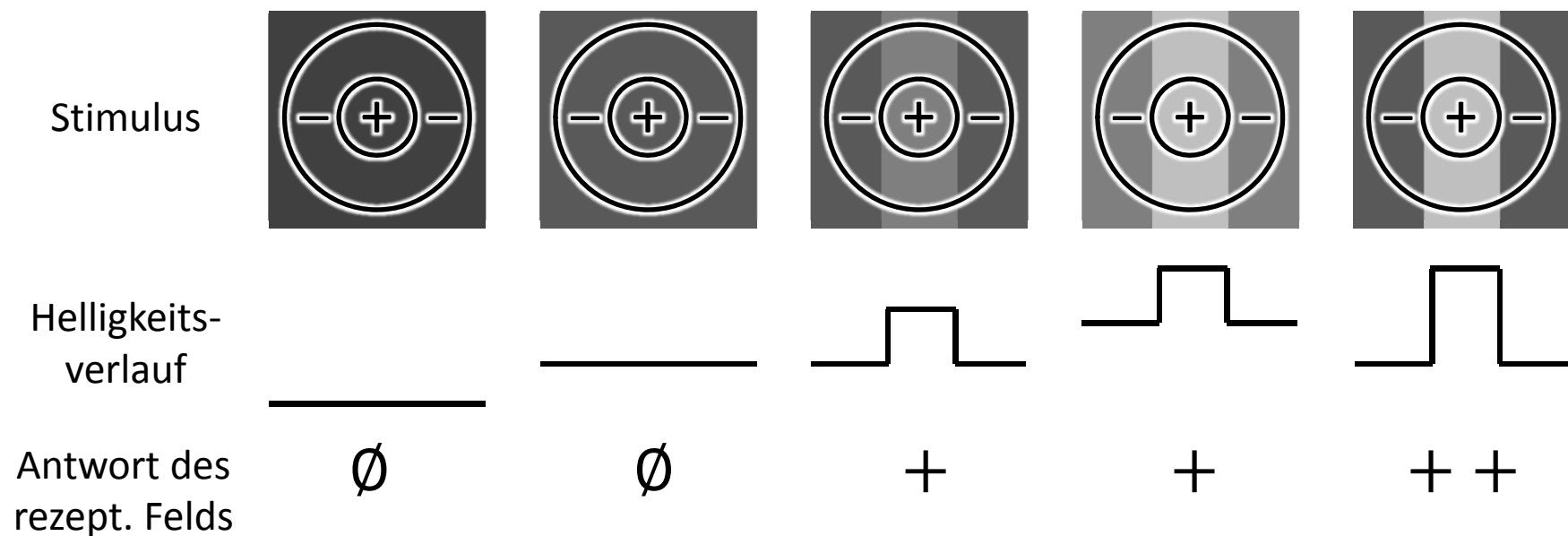


Photorezeptoren

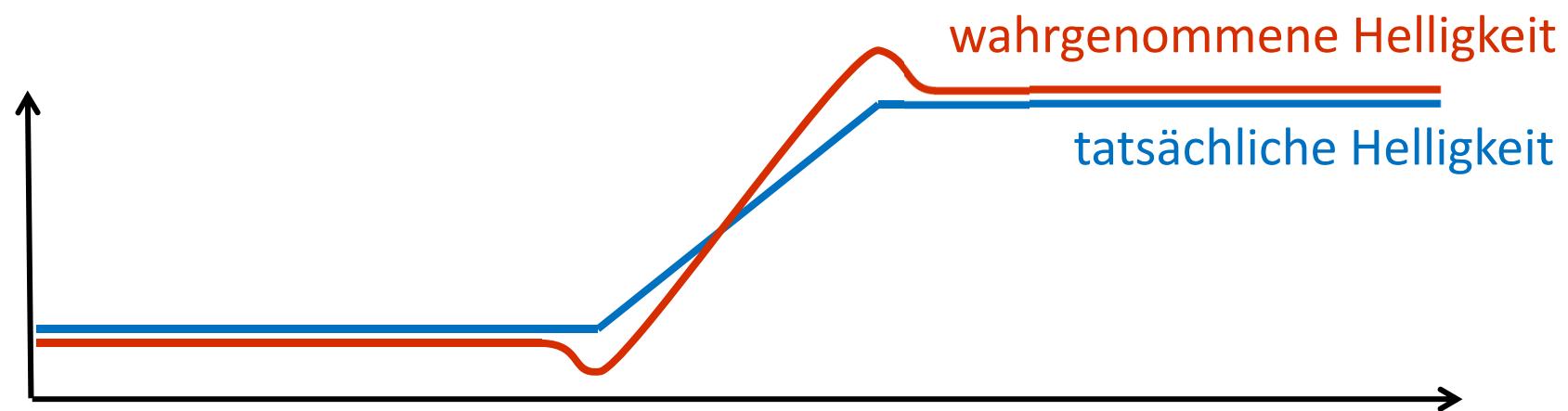
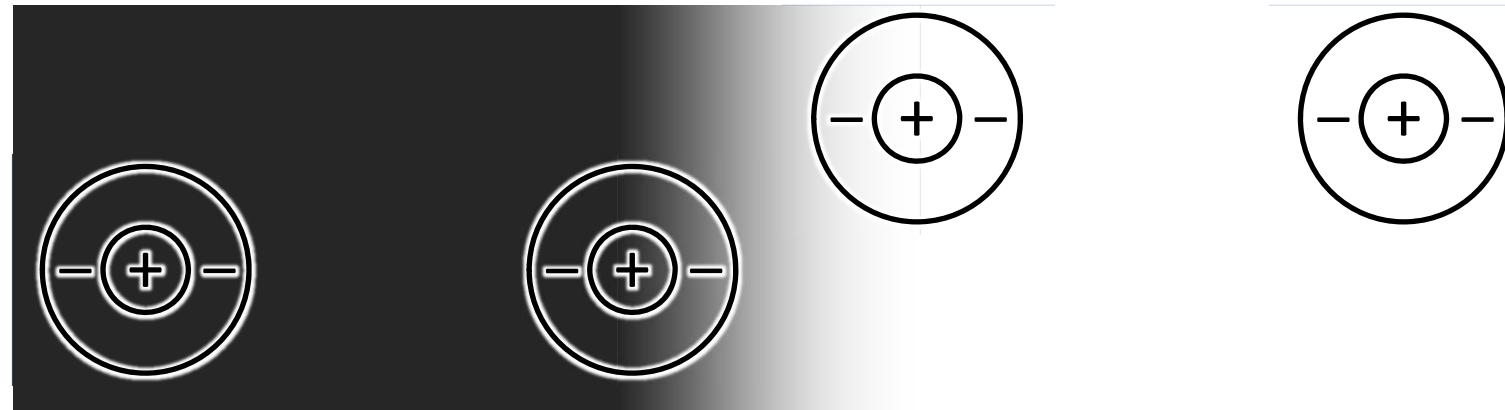


Ganglionzelle

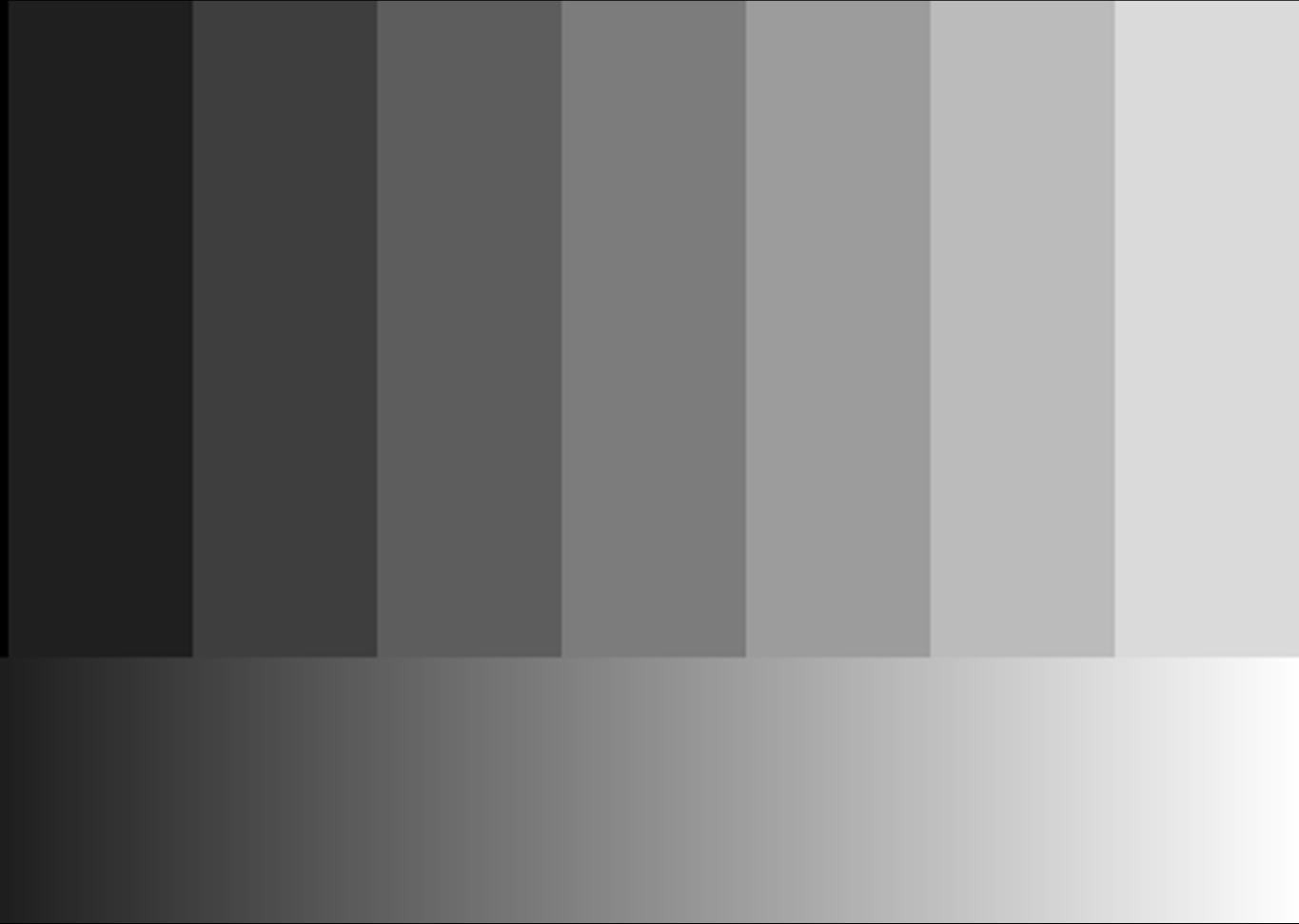
# Rezeptive Felder



# Rezeptive Felder - Kontrastverstärkung



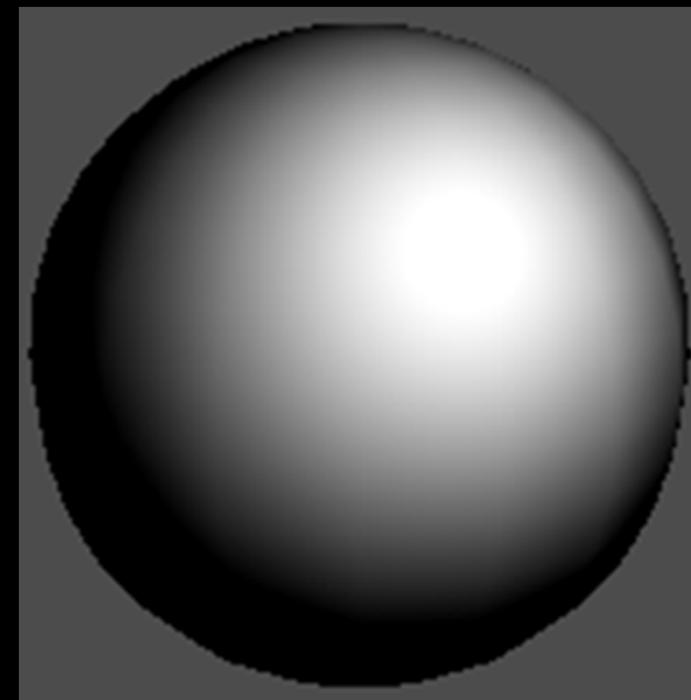
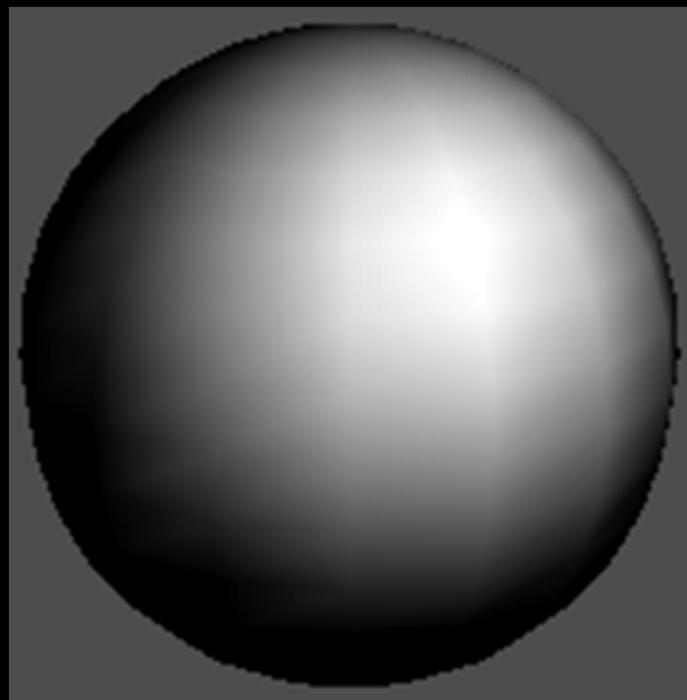
# Machsche Streifen



# Machsche Bandeffekte

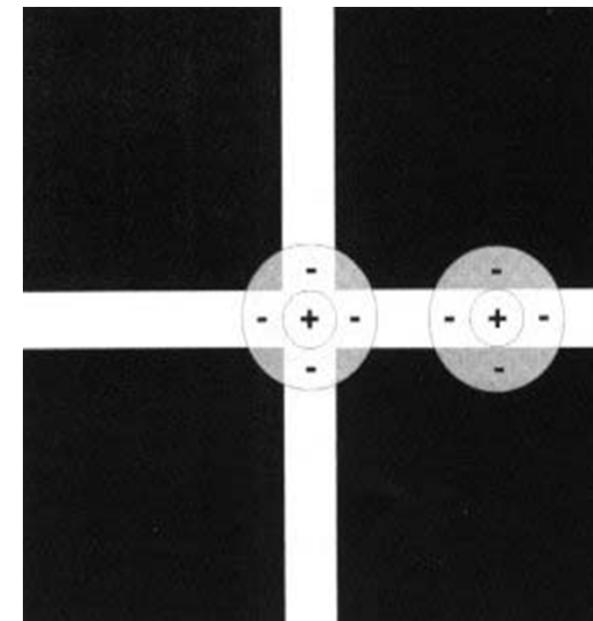
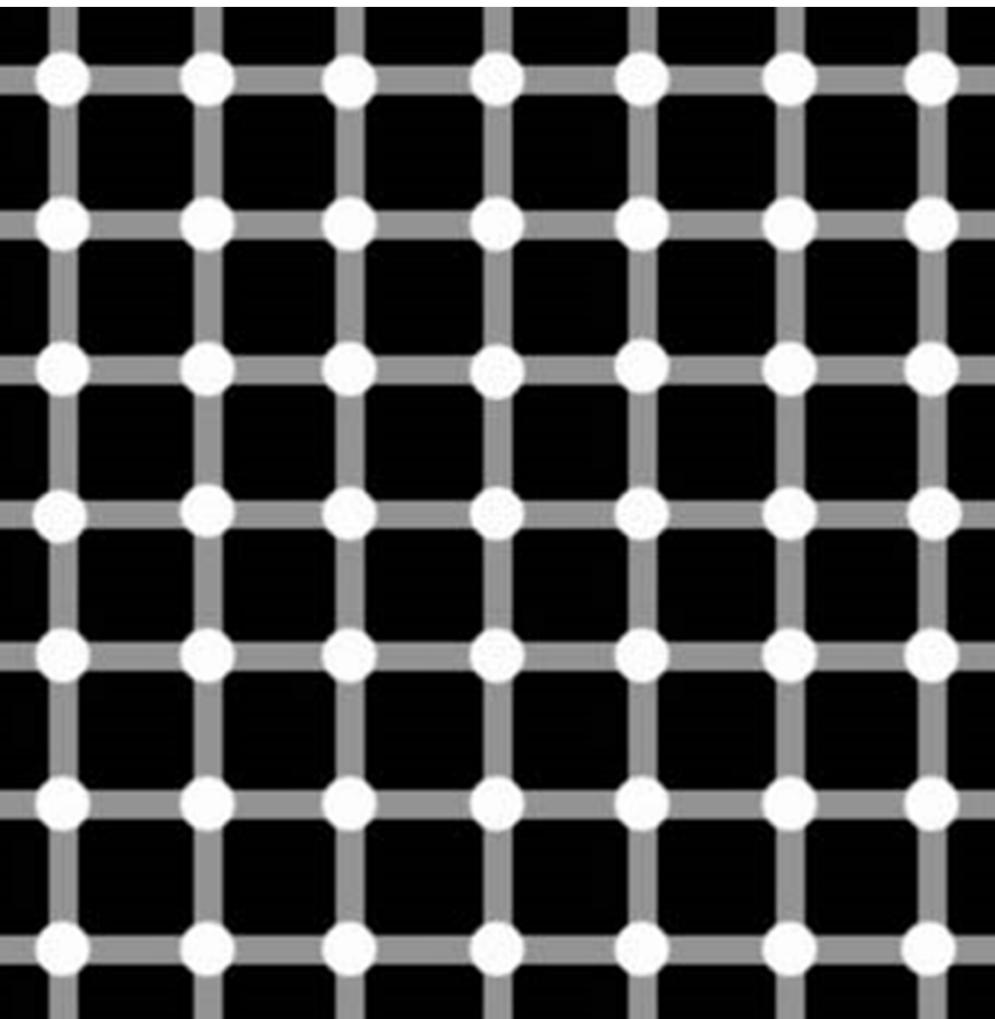


# Machsche Bandeffekte



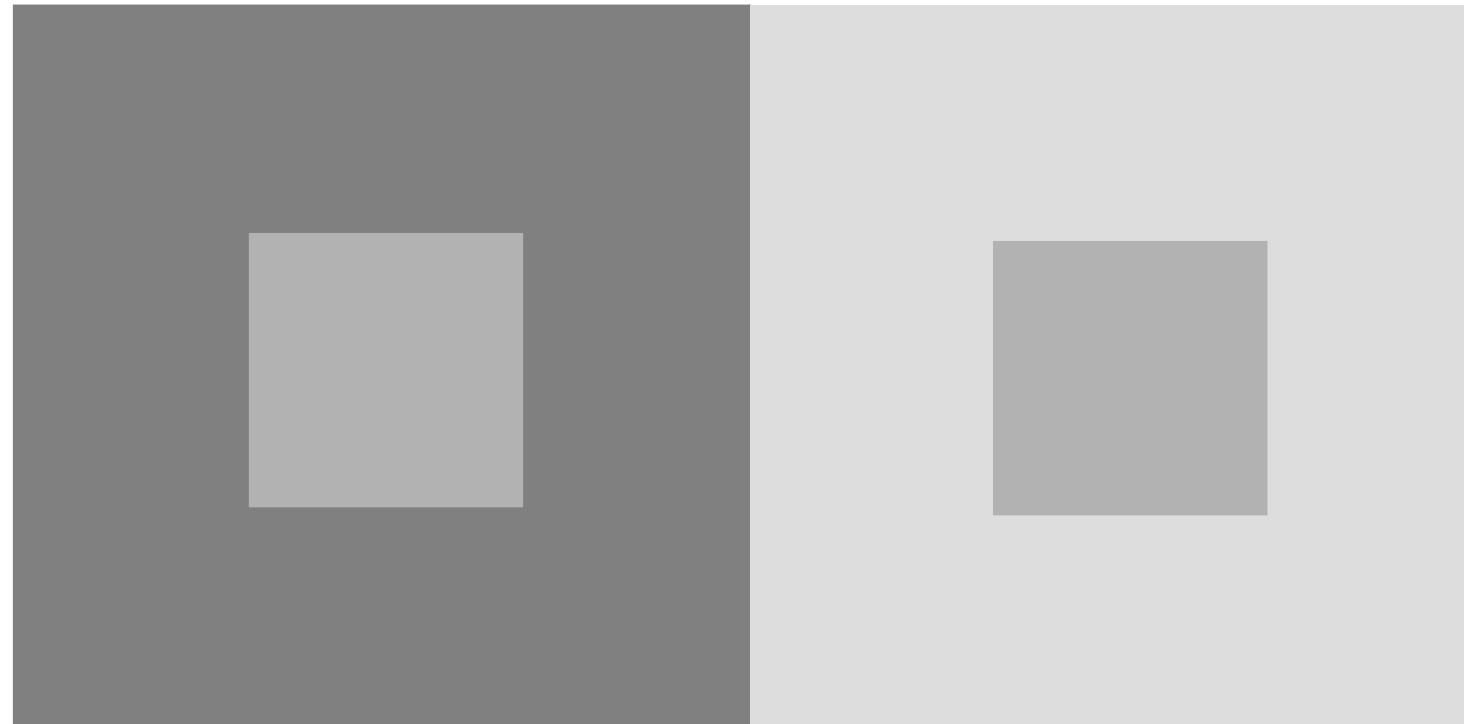
# Hermann-Gitter

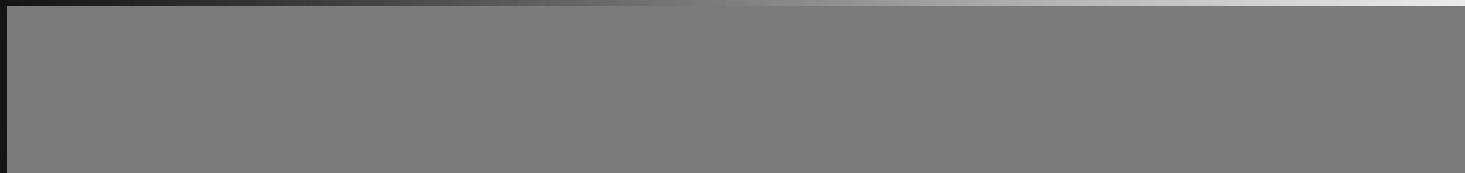
- ▶ Laterale Hemmung?



# Perzeption

## ► Simultankontrast



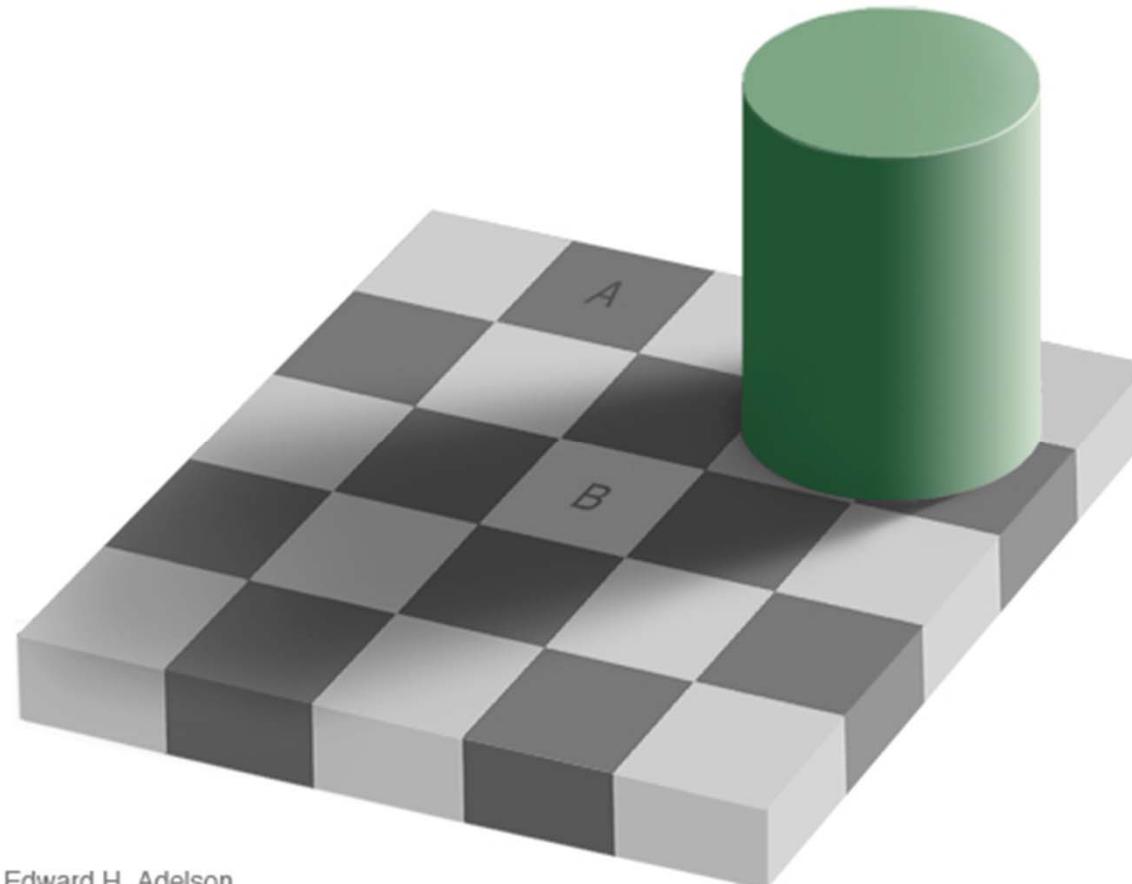




mit der gleichen Helligkeit  
lässt sich der Eindruck einer  
helleren Fläche erreichen  
⇒ Ausnutzen um technische  
Einschränkungen von Displays  
„zu umgehen“

# Perzeption

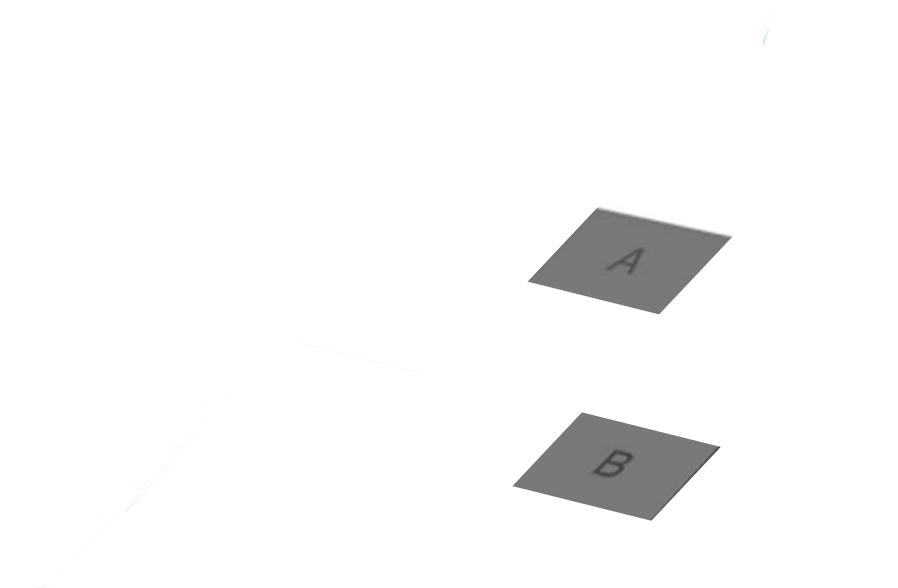
## ► Adelsons Schachbrett



Edward H. Adelson

# Perzeption

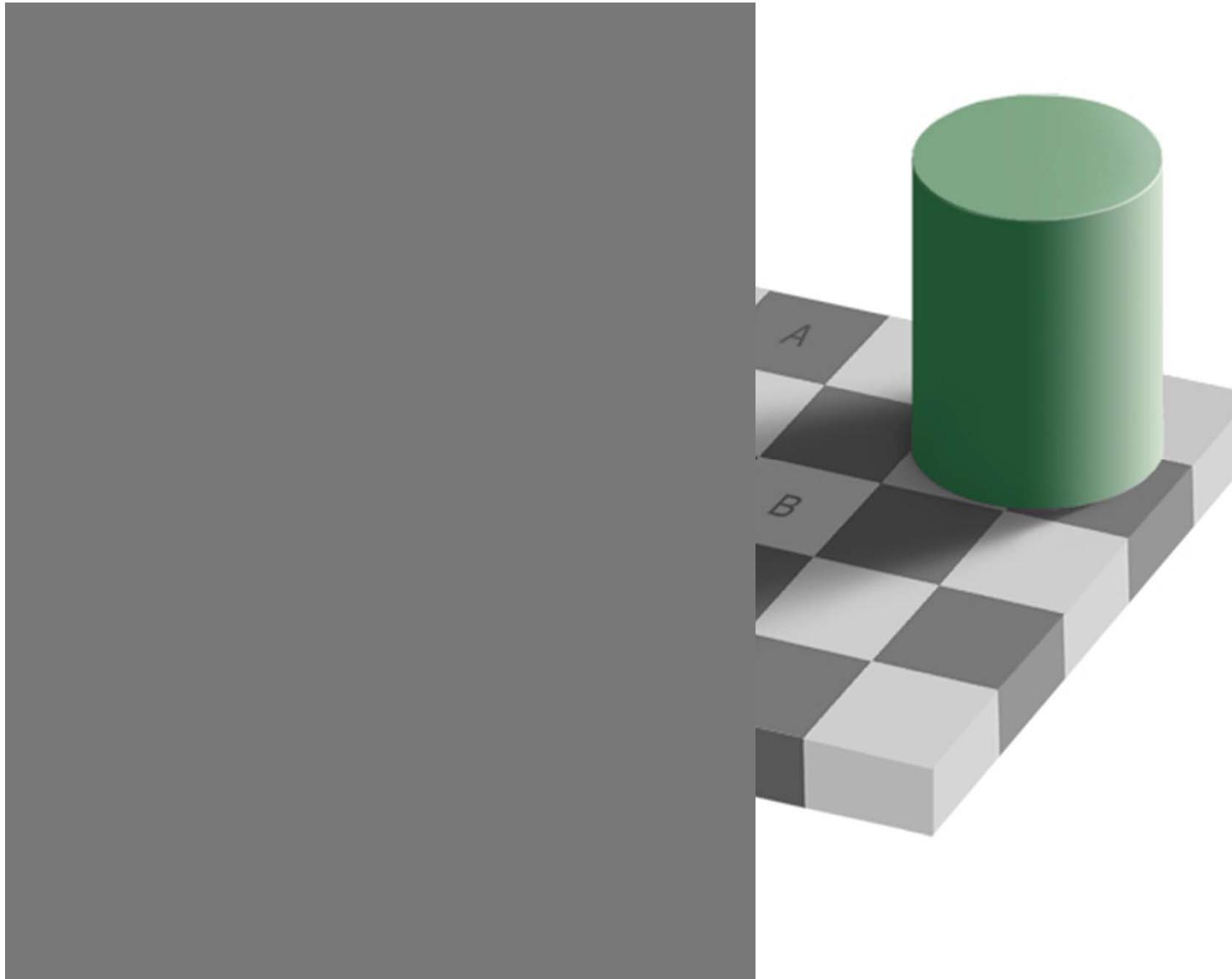
- ▶ Adelsons Schachbrett Illusion:  
A und B haben den selben Grauwert

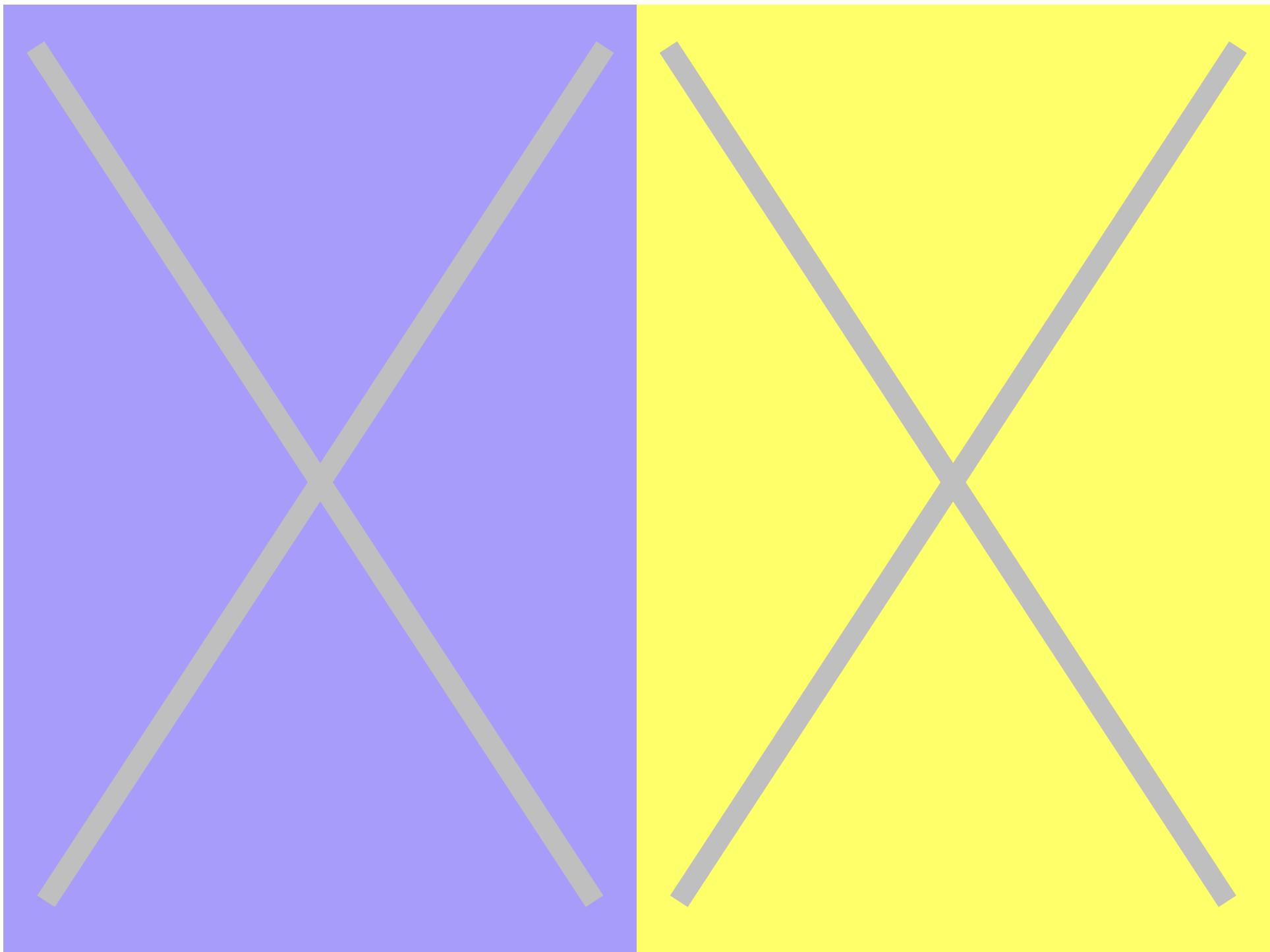


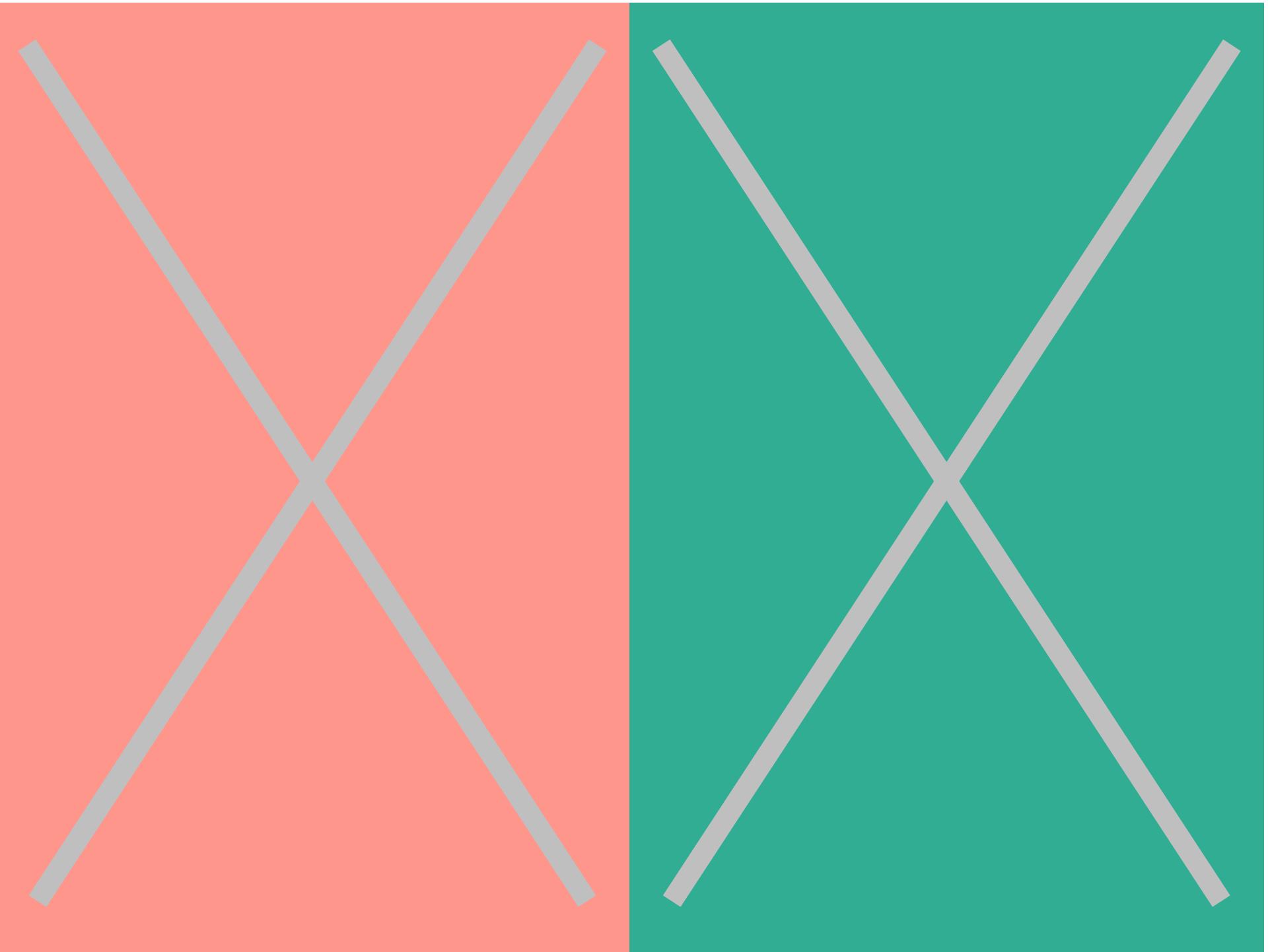
Edward H. Adelson

# Perzeption

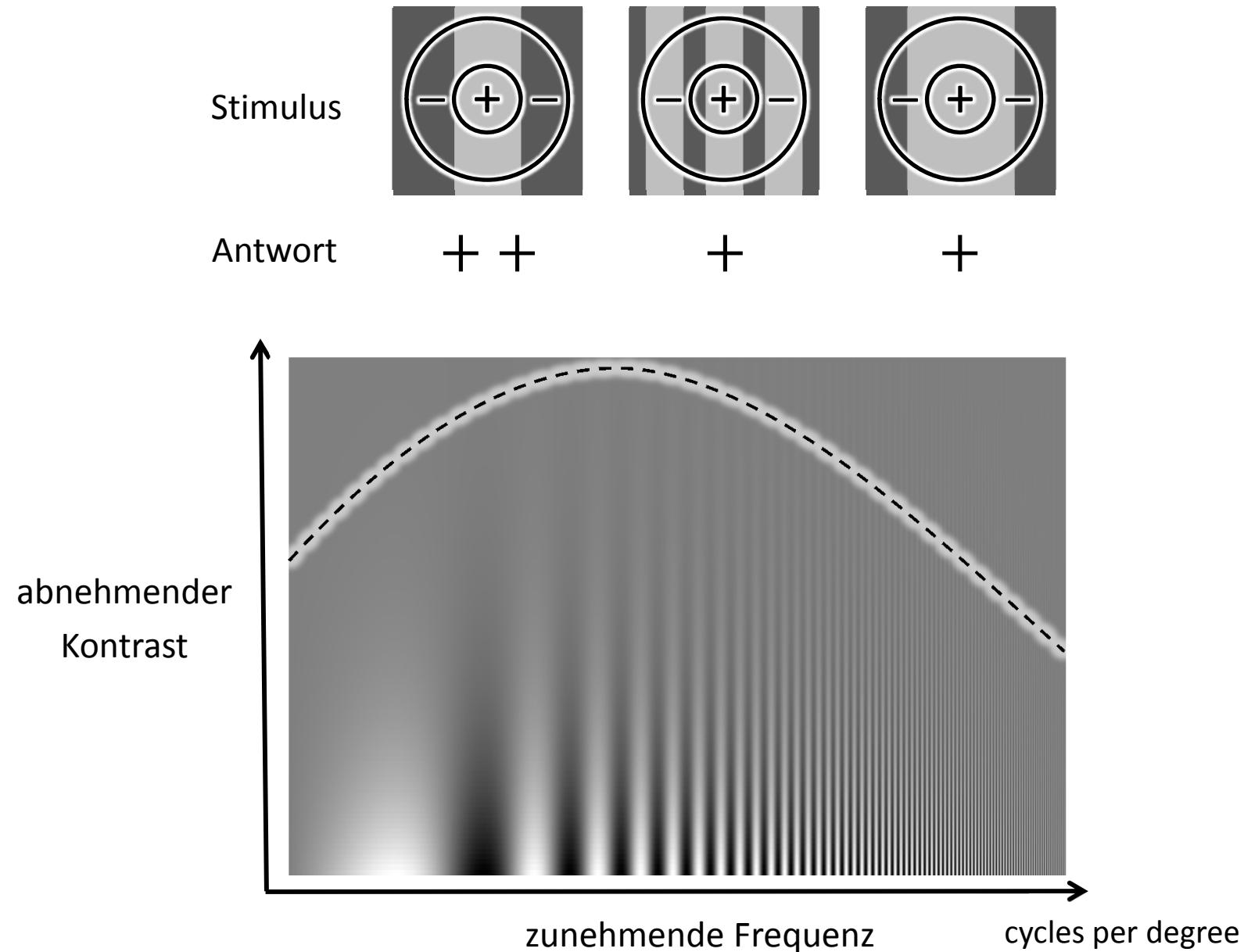
## ► Adelsons Schachbrett





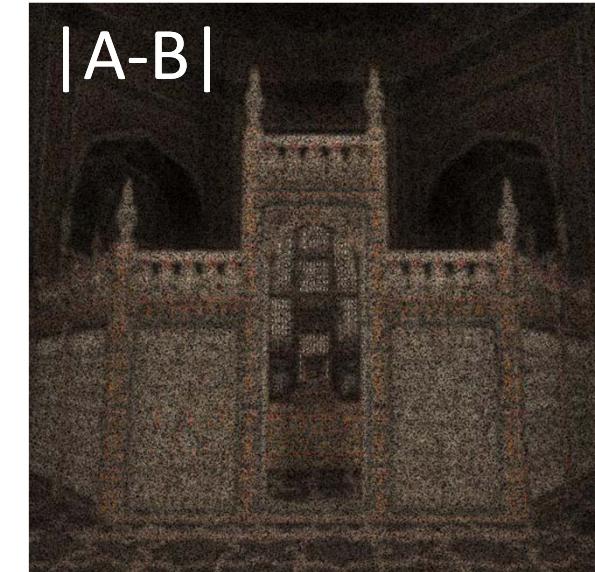
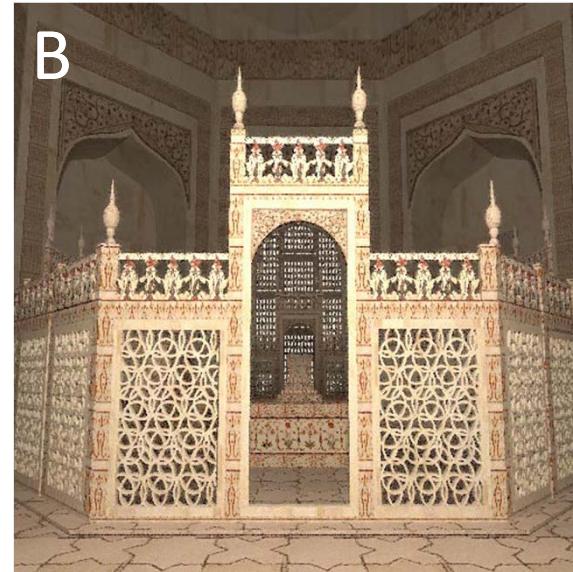
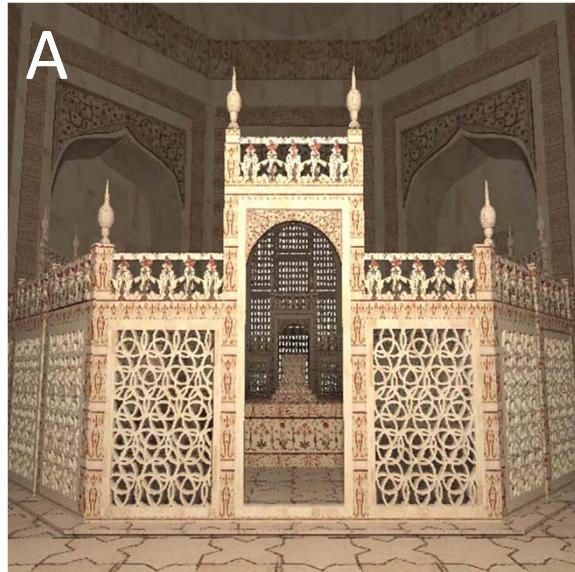


# Kontrastsensitivität (engl. Contrast Sensitivity Function, CSF)



# Bsp. Wahrnehmungsbasierte Bildsynthese

- ▶ Kontrast- und Frequenzmaskierung [Daly93, Ramasubrama99]



- ▶ Ausnutzen bei der Bildsynthese → aktuelles Forschungsthema!

# Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz



Beispiel: Eingabebild



# Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz



Beispiel: Rot-, Grün- und Blaukanal (alle tragen Luminanzinformation)



# Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz



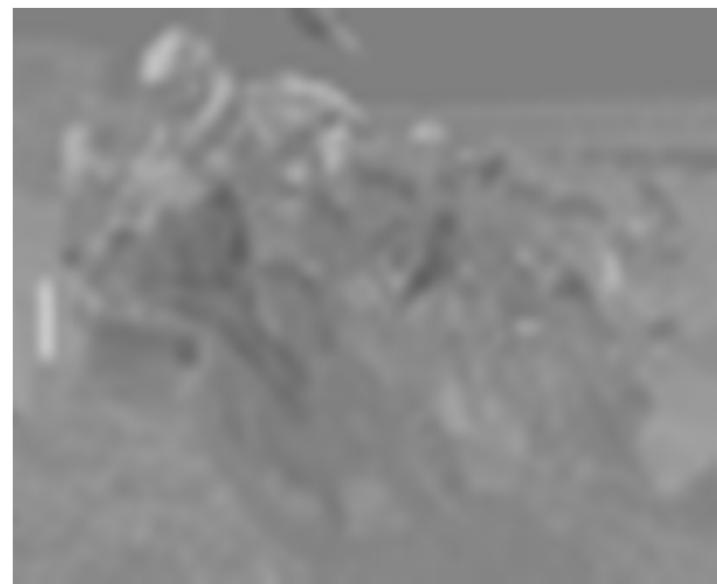
Beispiel: Eingabebild in Lab Farbraum



# Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz



Beispiel: Lab Farbraum – Chrominanz reduziert auf 1/256



# Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz



Beispiel: Lab Farbraum – Chrominanz reduziert auf 1/256



# Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz



Beispiel: Eingabebild



# Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz



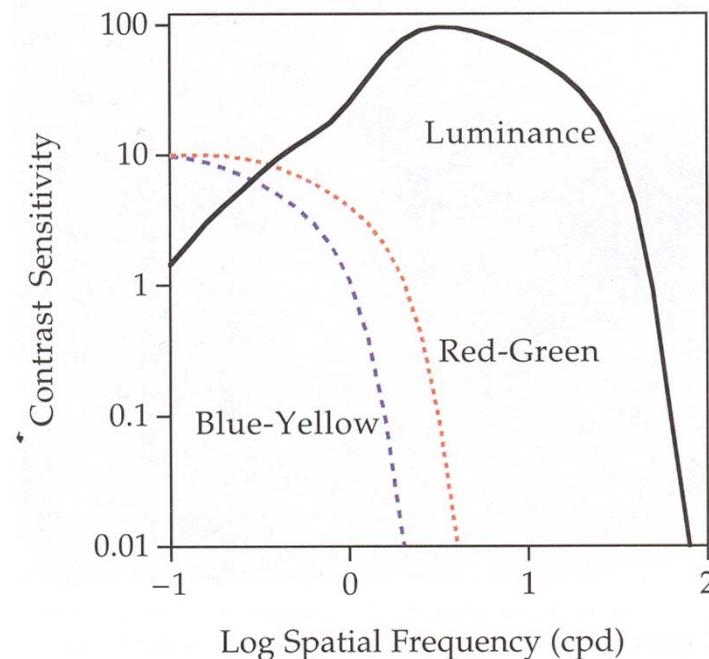
Beispiel: RGB (also auch Luminanz) reduziert auf 1/256



# Kontrastsensitivität: Luminanz und Chrominanz



- ▶ Kontrastsensitivität bei Chrominanz
  - ▶ ist bei niedrigen Frequenzen (glatte Verläufe) ausgeprägt
  - ▶ schwach bei hohen Frequenzen
- ▶ Kontrastsensitivität bei Luminanz
  - ▶ fällt erst sehr viel später ab
- ▶ häufig bei Bild-/Texturkompression: Chrominanz in niedrigerer Auflösung



# Subpixel Darstellung

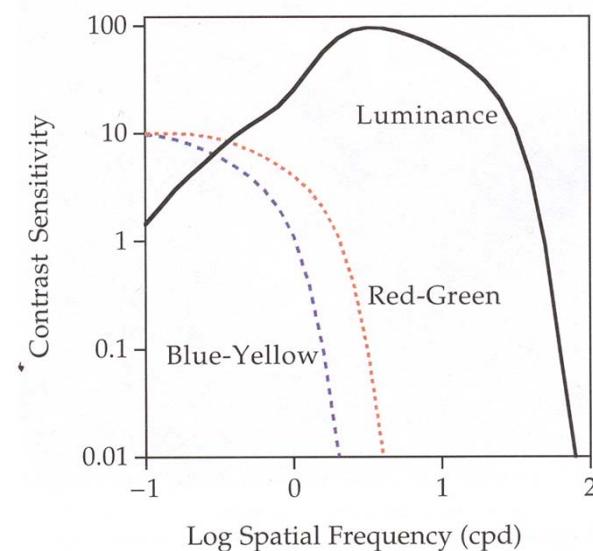


## Beispiel Windows Clear Type

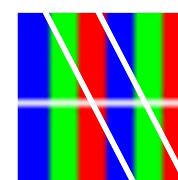
- ▶ normale Kantenglättung

subpixel-aware  
display is great

- ▶ Windows Clear Type



subpixel-aware  
display is great



# Forschung am IVD: Subpixel Darstellung

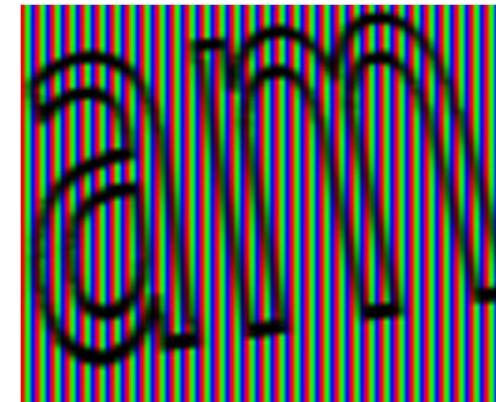


## Subpixel-aware Texturierung

normale  
Kantenglättung



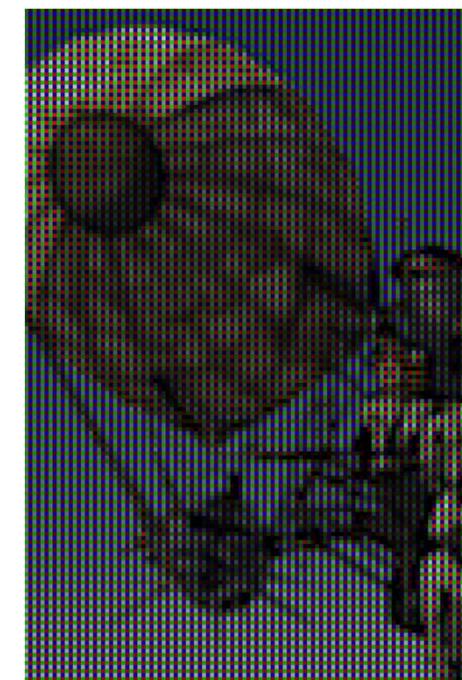
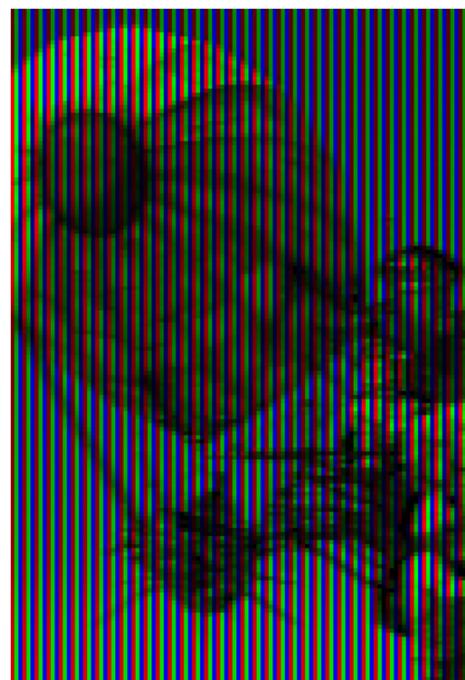
unser  
Texturfilter



# Forschung am IVD: Subpixel Darstellung



## Subpixel-aware Multisampling



# Bildmanipulationen

**Wir betrachten 3 Arten von Manipulationen (in der Übung!)**

- ▶ Operationen im Farbraum („pro Pixel“)
- ▶ lineare Filter: gewichtete Summe benachbarter Pixel-Werte
- ▶ morphologische Filter: strukturverändernde Operationen



Helligkeit (Farbraum)



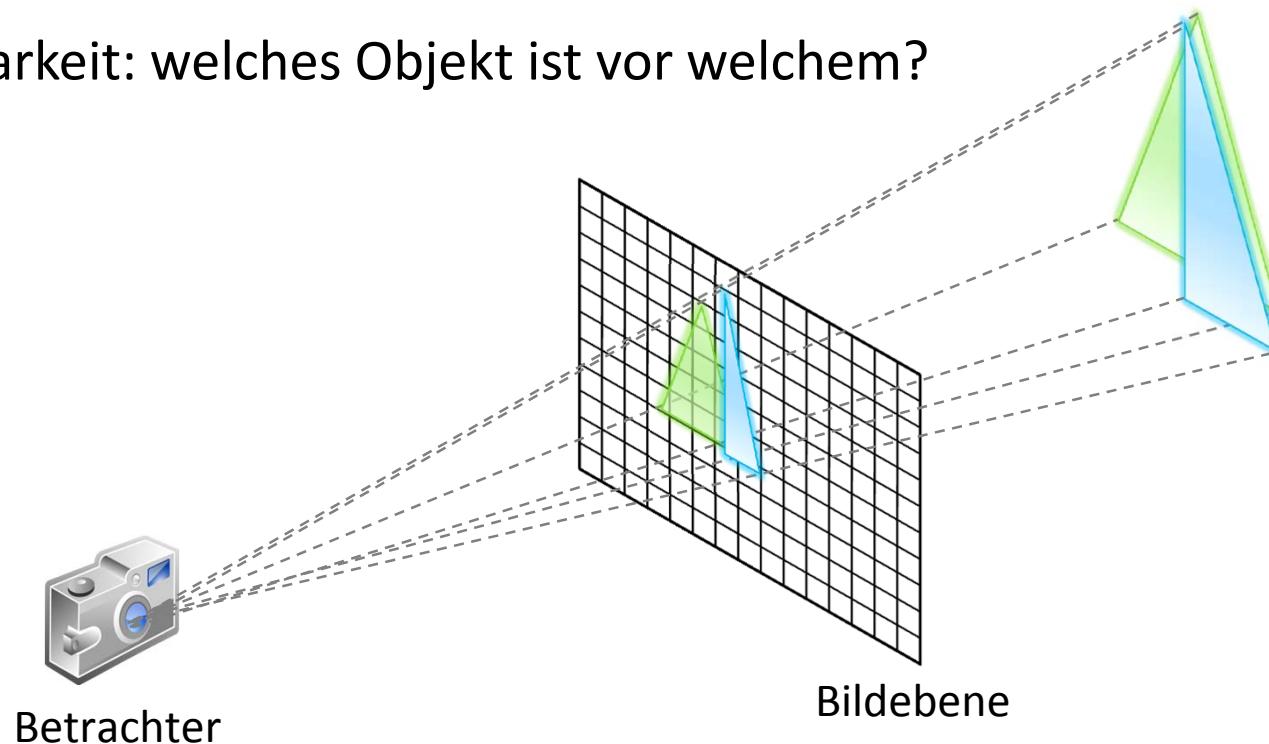
Scharfzeichnung (linearer Filter)



Entfernen kleiner Strukturen  
(morphologischer Filter)

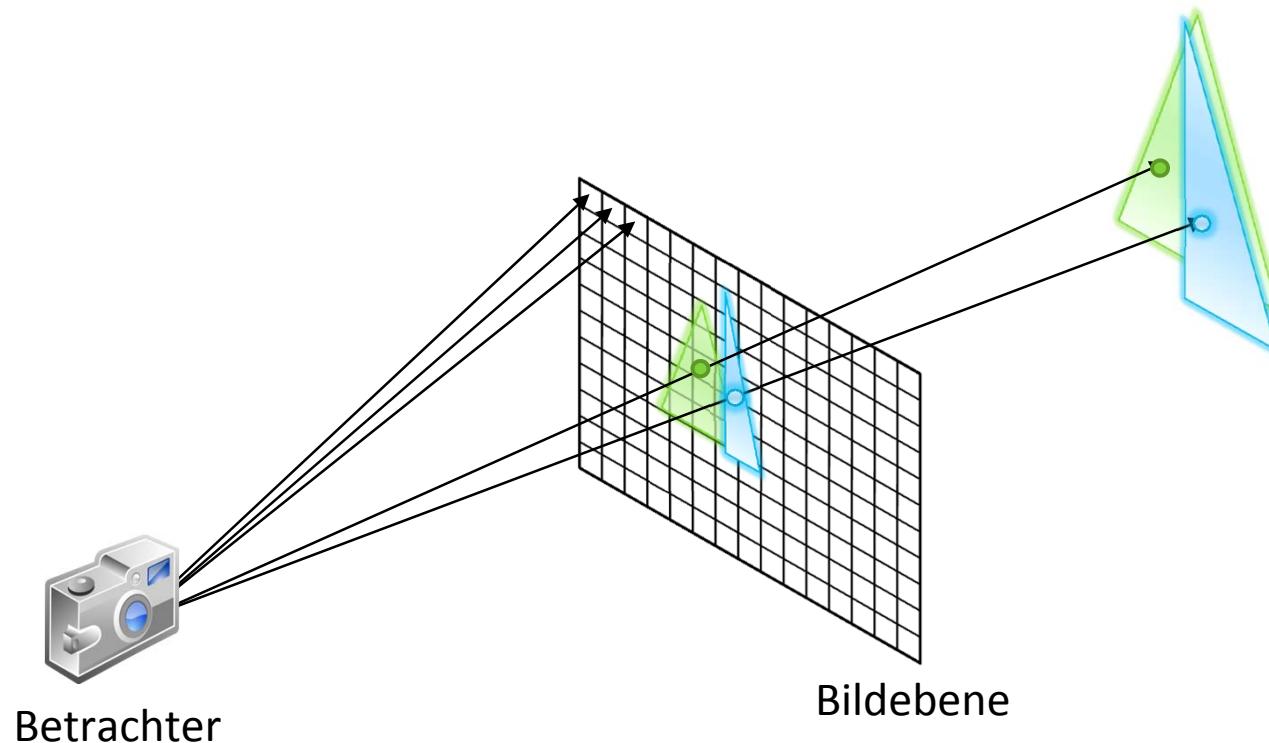
# Rasterisierung (Object Order)

- ▶ Grundidee: Transformation von Geometrie
  - ▶ 3D-Objekte werden auf die 2D-Bildebene projiziert
  - ▶ für jedes Objekt
    - finde alle Pixel, die das Objekt bedeckt/beeinflusst
    - bestimme Pixelfarbe
  - ▶ Sichtbarkeit: welches Objekt ist vor welchem?



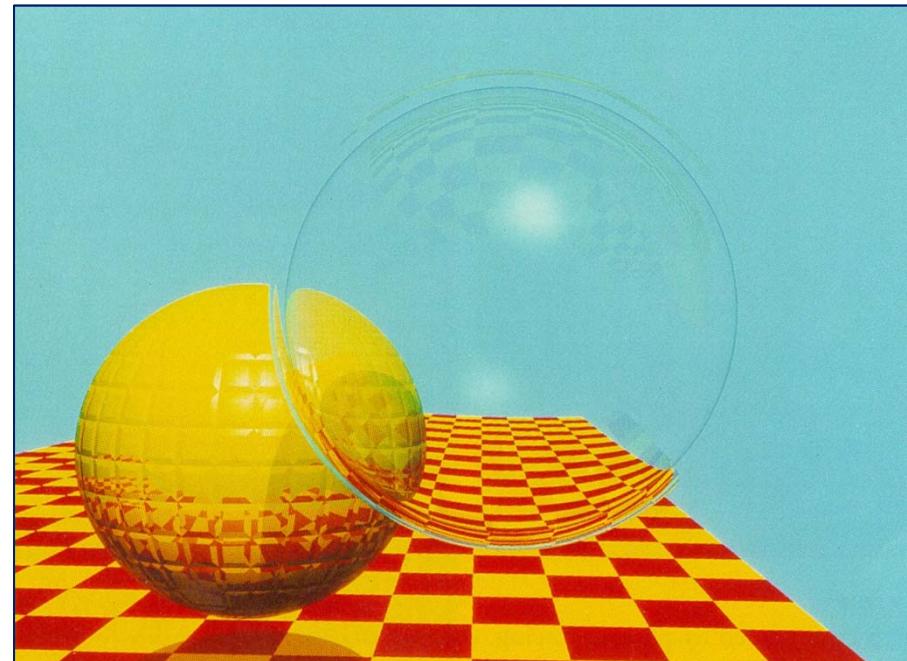
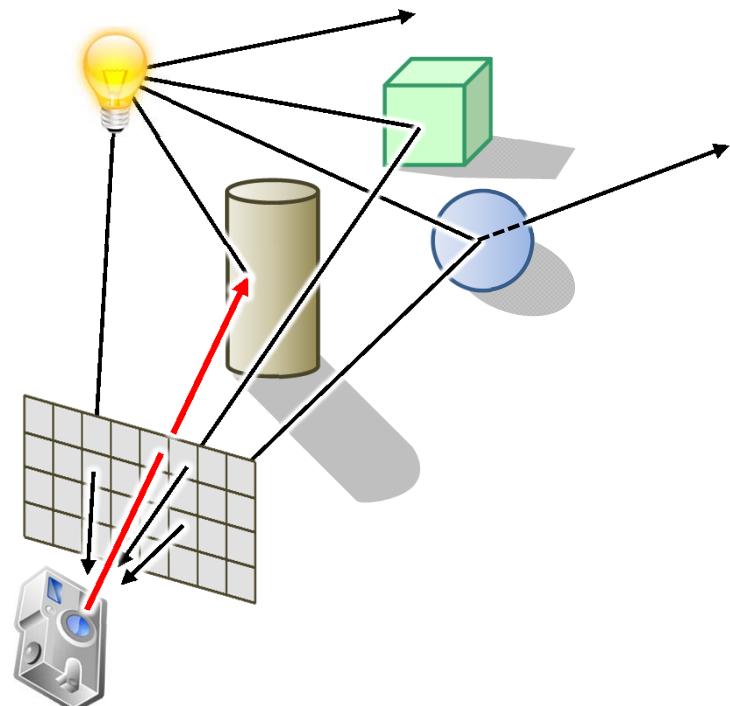
# Ray Tracing (Image Order)

- ▶ Grundidee: geometrische Überlegungen über Lichtstrahlen
  - ▶ verfolge die Lichtstrahlen, die die Öffnung der Lochkamera passieren
  - ▶ für jeden Pixel
    - finde alle Objekte, die den Pixel beeinflussen
    - bestimme Pixelfarbe



# Ray Tracing

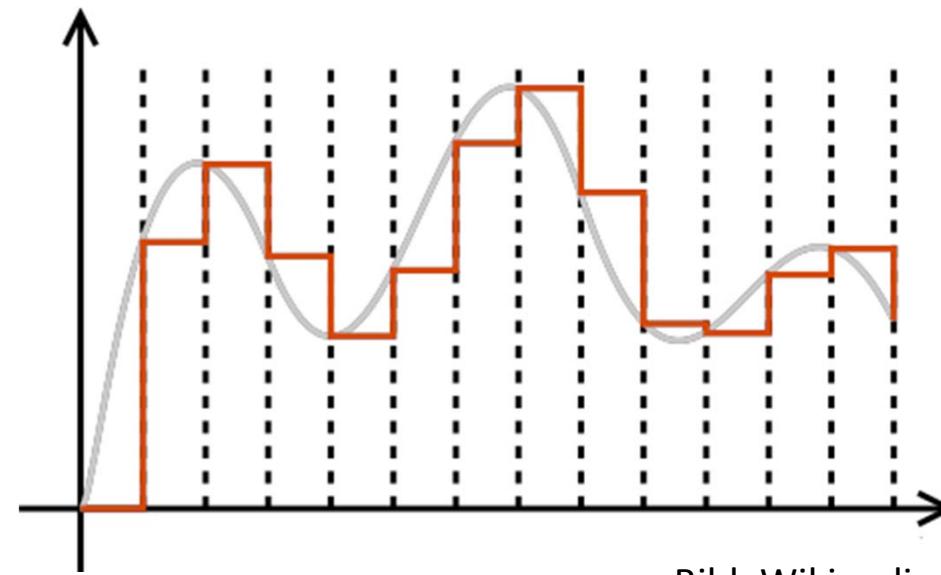
- ▶ Rückwärts-Lichttransport
- ▶ starte an der Kamera
- ▶ suche Pfade, auf denen das Licht dort hinkommt
- ▶ Annahme: Lichttransport folgt den Gesetzen der geometrischen Optik



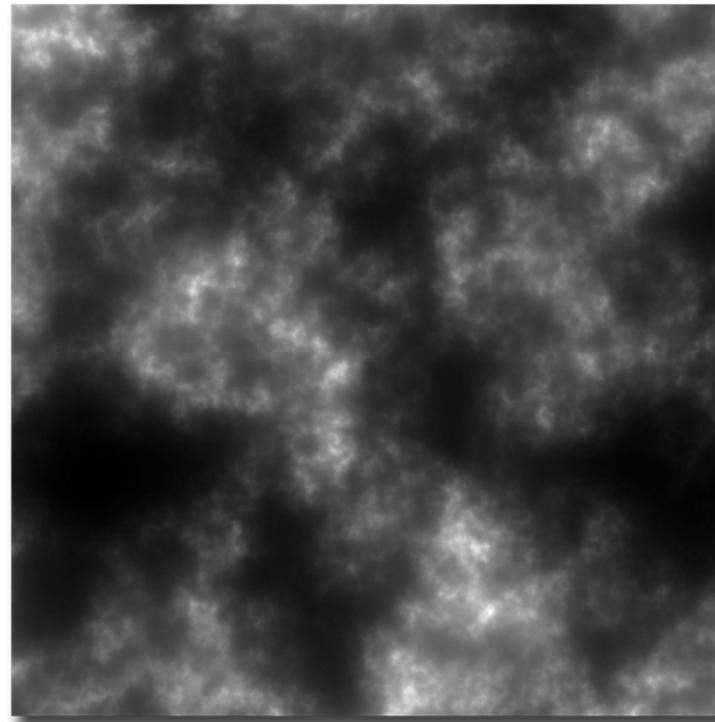
[T. Whitted: An Improved Illumination Model  
for Shaded Display, 1980]

# Rasterbilder und Bildverarbeitung

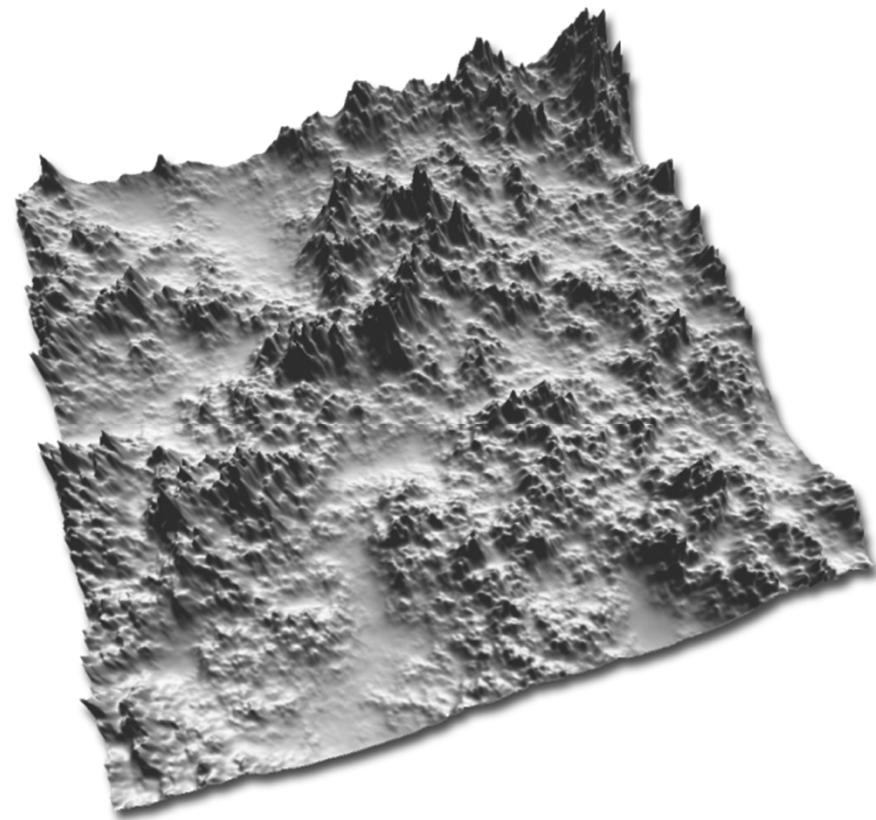
- ▶ Rasterbilder (recap)
  - ▶ Vorteil bei der Darstellung des Bilder: wiederholter Bildaufbau ist unabhängig von der Komplexität der Szene (Frame Buffer)
  - ▶ Eigenschaften
    - ▶ eine uniforme, diskrete Abtastung eines Signals
    - ▶ eine stückweise konstante Funktion (hier: Illustration in 1D)
    - ▶ „Aliasing“- und Moiré-Effekte, „Jaggies“ (Treppenstufen-Effekte)



# Bild ↔ Signal



Graustufenbild



Darstellung als Oberfläche in 3D

# Bild, Signal und Abtastung

- ▶ Graustufenbild einer Funktion  $f(d) = \cos ad^2$  mit  $d \in [-1,1]^2$ ,  $a \in \mathbb{R}$

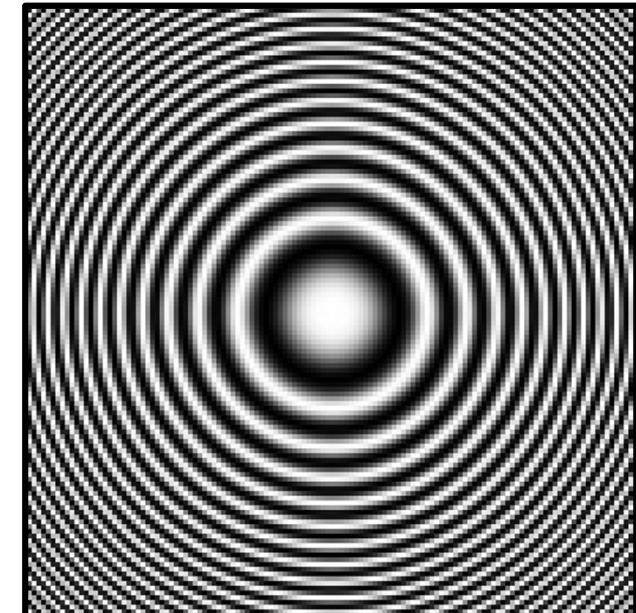
```
#define WIDTH 128
#define HEIGHT 128

unsigned char img[ WIDTH * HEIGHT ];

for ( y = 0; y < HEIGHT; y++ ) {
    for ( x = 0; x < WIDTH; x++ ) {
        float dx = (float)( 2*x - WIDTH ) / (float)WIDTH;
        float dy = (float)( 2*y - HEIGHT ) / (float)HEIGHT;
        float d2 = dx * dx + dy * dy;

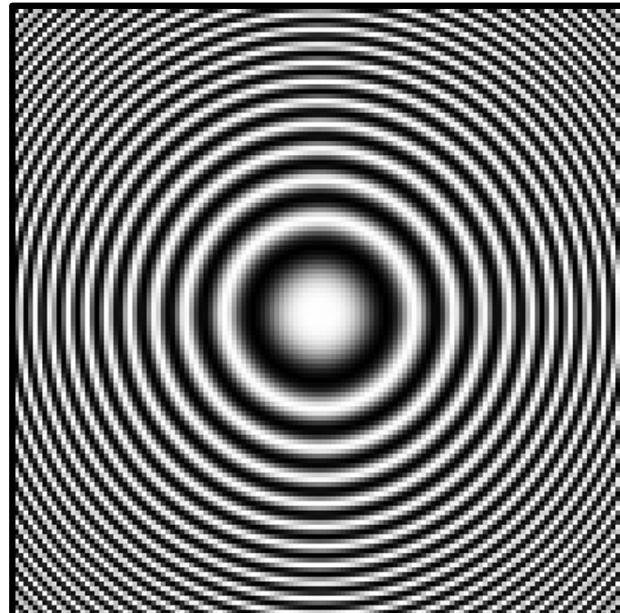
        // f(d) mit a = 64
        float f = cosf( 64.0f * d2 );

        // abbilden von f(d) auf [0..255]
        img[ x + y * WIDTH ] =
            ( f + 1.0f ) * 127.5f;
    }
}
```

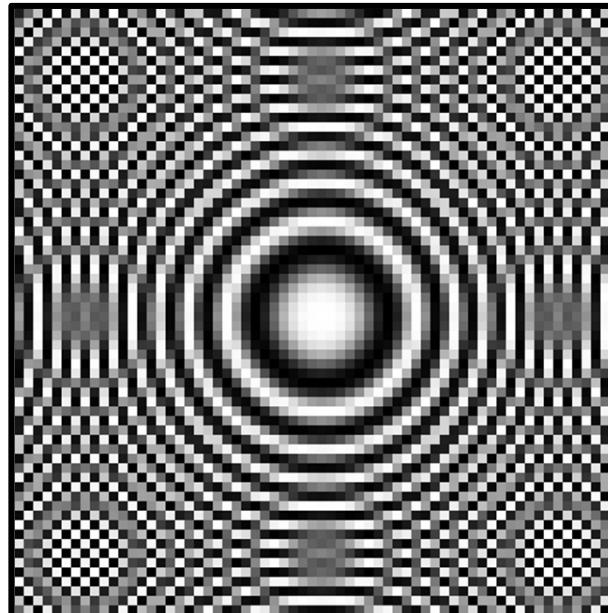


# Bild, Signal und Abtastung

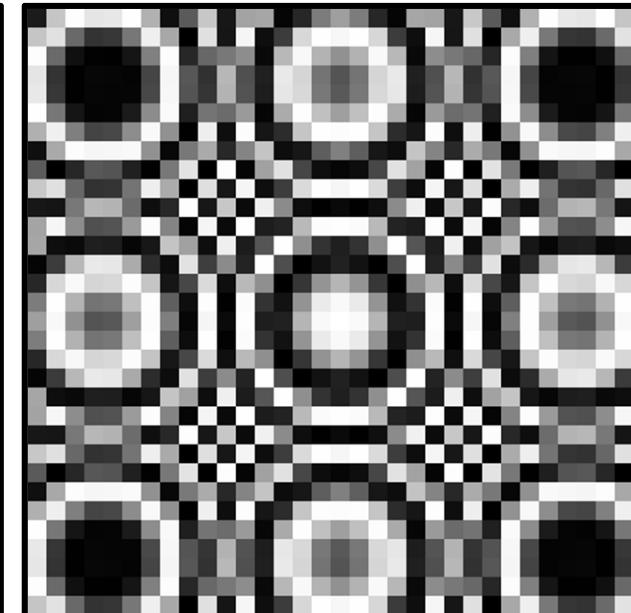
- ▶ Graustufenbild einer Funktion  $f(d) = \cos ad^2$  mit  $d \in [-1,1]^2$ ,  $a \in \mathbb{R}$



WIDTH=HEIGHT=128



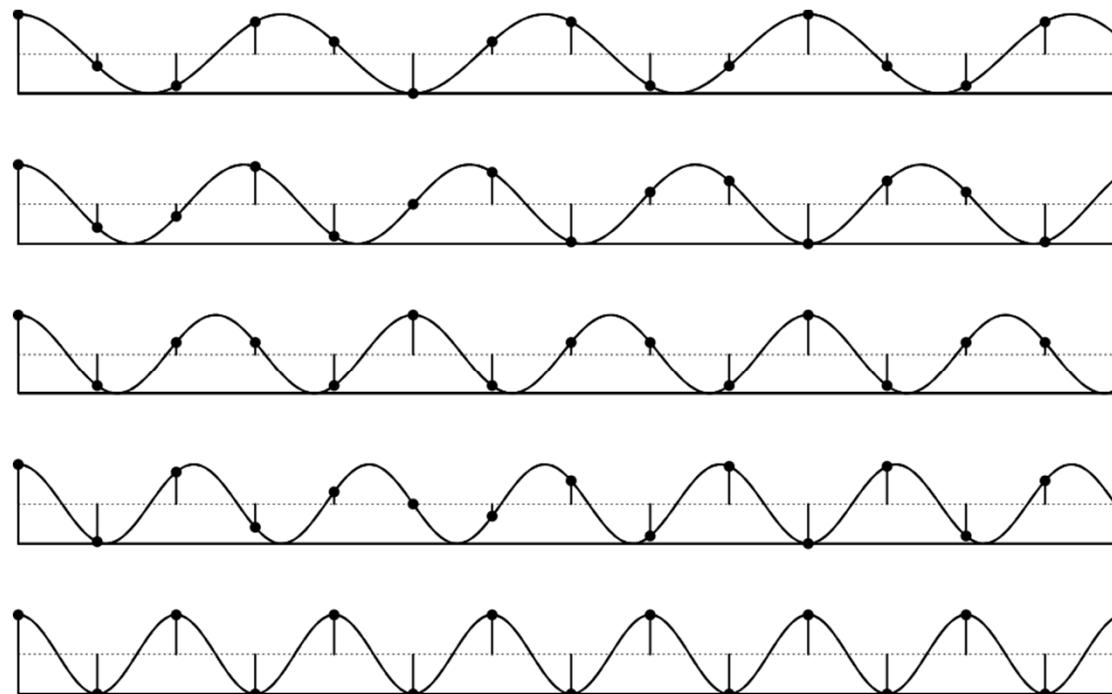
WIDTH=HEIGHT=64



WIDTH=HEIGHT=32

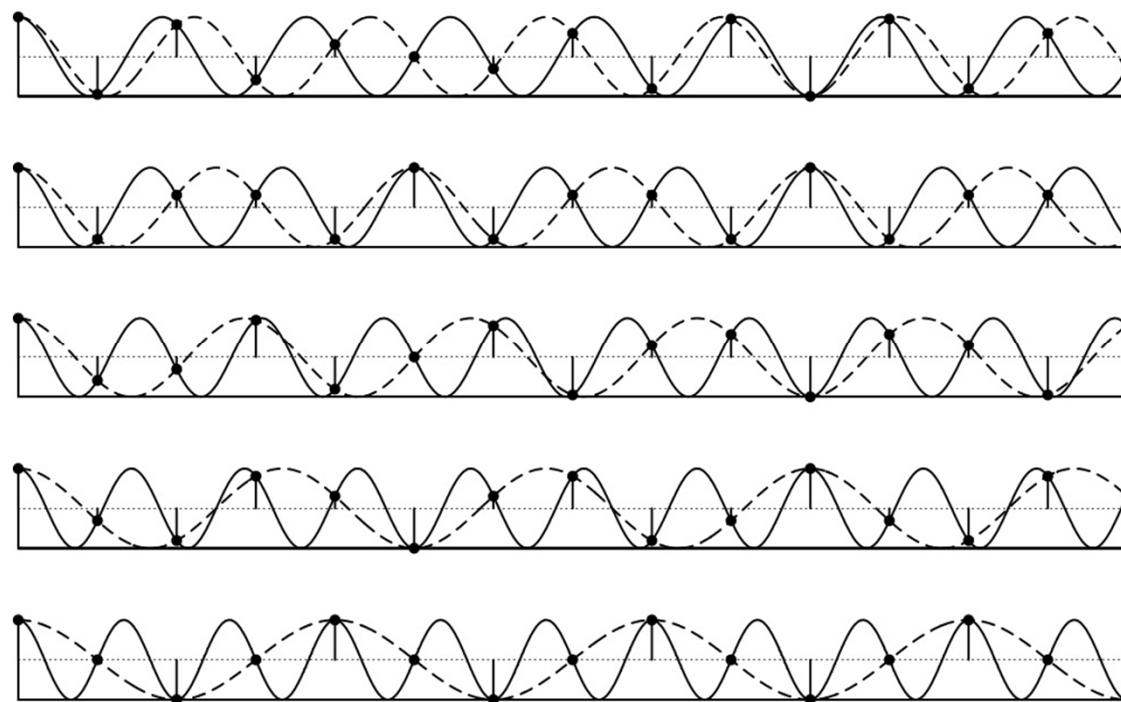
# Bild, Signal und Abtastung

- ▶ Nyquist-Shannon-Abtasttheorem:  
ein kontinuierliches, bandbegrenztes Signal mit einer max. Frequenz  $f_{max}$  muss mit einer Frequenz größer als  $2f_{max}$  abgetastet werden, damit aus dem diskreten Signal das Ursprungssignal exakt rekonstruiert werden kann
- ▶ Beispiel:  $f_{abtast} \geq 2f_{max}$



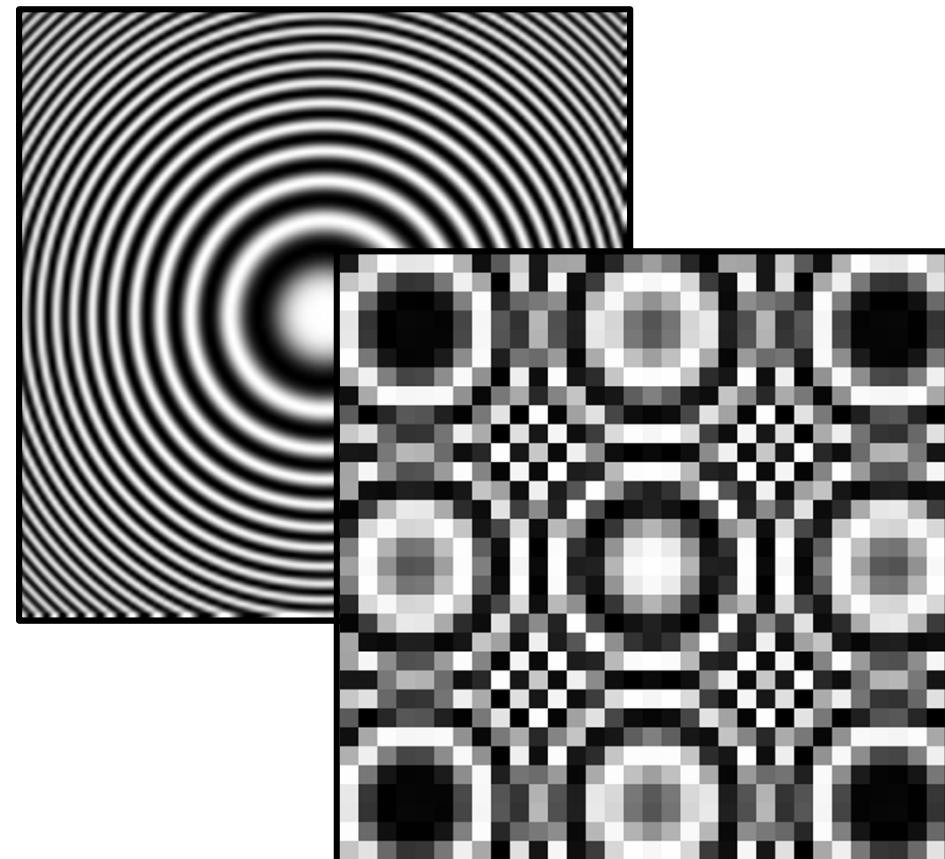
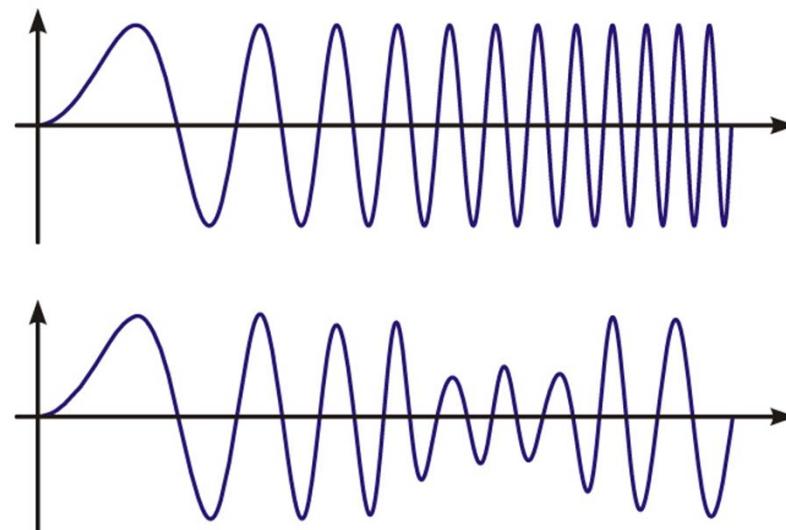
# Bild, Signal und Abtastung

- ▶ Nyquist-Shannon-Abtasttheorem:  
ein kontinuierliches, bandbegrenztes Signal mit einer max. Frequenz  $f_{max}$  muss mit einer Frequenz größer als  $2f_{max}$  abgetastet werden, damit aus dem diskreten Signal das Ursprungssignal exakt rekonstruiert werden kann
- ▶ Beispiel:  $f_{abtast} < 2f_{max}$      — orig. Signal     ----- rekonstr. Signal



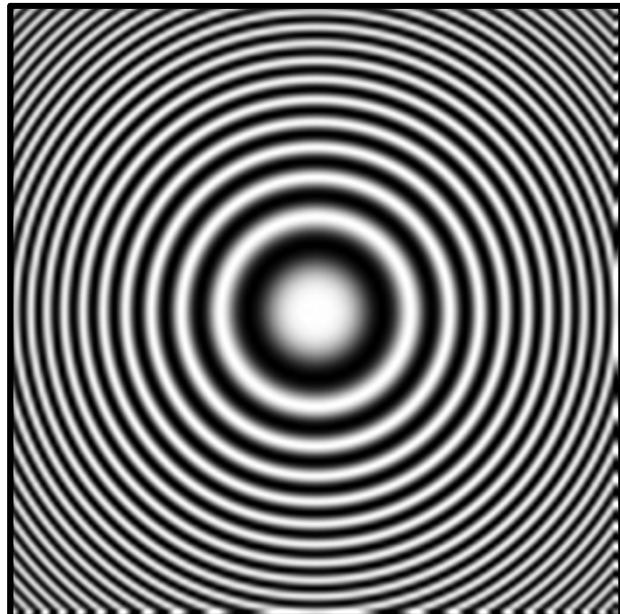
# Bild, Signal und Abtastung

- ▶ Aliasing-Effekt: Fehler beim Abtasten von Signalen
  - ▶ im rekonstruierten Signal (=Darstellung des Bildes am Monitor) treten Frequenzen auf, die im Original nicht enthalten sind
- ▶ 1D- und 2D-Version unseres Beispiels: Original und Rekonstruktion

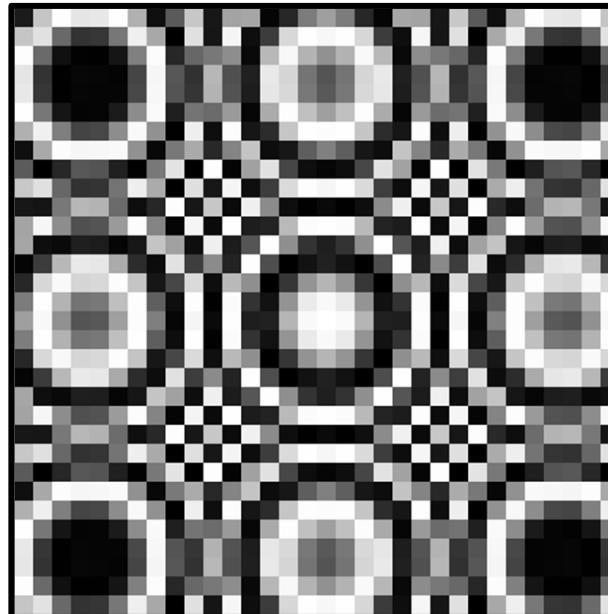


# Bild, Signal und Abtastung

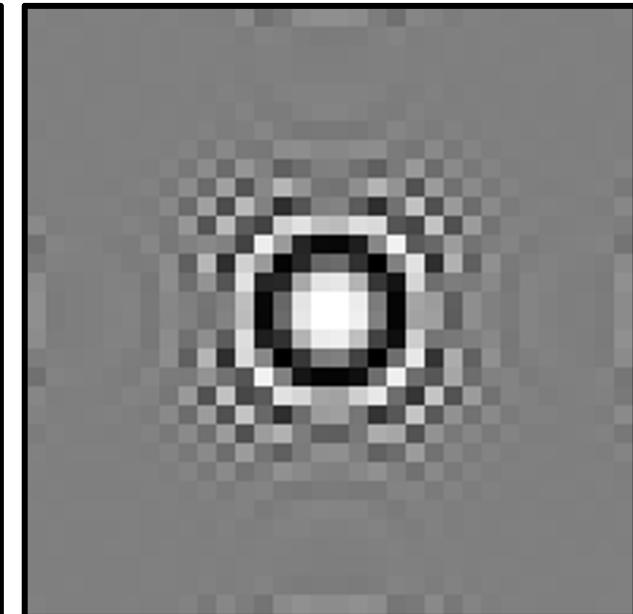
- ▶ Aliasing-Effekt: Fehler beim Abtasten von Signalen
  - ▶ im rekonstruierten Signal (=Darstellung des Bildes am Monitor) treten Frequenzen auf, die im Original nicht enthalten sind
- ▶ Lösungsansätze
  - ▶ Filterung des Signals vor der Abtastung (hohe Frequenzen „entfernen“): im allgemeinen Fall nicht möglich
  - ▶ höhere Abtastung des Signals (rechtes Bild)



Abtastung ausreichend



Abtastung zu niedrig → Aliasing



Überabtastung

## Bsp. Aliasing

► ...das klassische Beispiel für Aliasing in der Computergrafik

