Theoretische Grundlagen der Informatik II Blatt 5

Markus Vieth, David Klopp, Christian Stricker $30.\ {\rm November}\ 2015$

Aufgabe 1

a-d)

Node.java

```
1 class Node < T extends Comparable < T >> extends AbstractNode < T > {
     public Node(T key){
3
4
       super(key);
5
     public boolean insert (T key)
8
       int direction = key.compareTo(this.key);
9
       // use direction to choose if left or right, zero means equality
11
12
       if (direction < 0) {</pre>
            if (this.left != null)
13
              return this.left.insert(key);
14
15
            else {
              this.left = new Node <T > (key);
16
17
              return true;
            }
18
       } else if (direction > 0) {
19
20
         if (this.right != null)
21
           return this.right.insert(key);
          else {
22
23
           this.right = new Node <T > (key);
24
           return true;
         }
25
       }
       // should be more sophisticated than xkcd random dice roll https://xkcd.com/221/
27
28
       return false;
29
     public boolean isIn (T key){
31
32
       int direction = key.compareTo(this.key);
       // use direction to choose if left or right, zero means equality
33
       if (direction == 0) {
35
36
         return true;
       } else if (direction < 0 && this.left != null) {</pre>
37
         return this.left.isIn(key);
38
      } else if (this.right != null){
39
40
       return this.right.isIn(key);
41
       // should be more sophisticated than xkcd random dice roll https://xkcd.com/221/
43
44
       return false;
45
47
     public void preorder() {
       System.out.println(this.key);
48
       // linker Teilbaum
50
       if (this.left != null )
51
         this.left.postorder();
52
       // rechter Teilbaum
54
55
       if (this.right != null )
          this.right.postorder();
56
57
     public void inorder() {
59
     // linker Teilbaum
60
61
       if (this.left != null )
          this.left.postorder();
62
```

```
System.out.println(this.key);
        // rechter Teilbaum
66
        if (this.right != null )
67
          this.right.postorder();
68
69
      public void postorder()
71
72
        // linker Teilbaum
73
        if (this.left != null )
74
75
          this.left.postorder();
77
        // rechter Teilbaum
        if (this.right != null )
78
          this.right.postorder();
79
        System.out.println(this.key);
81
82
      public int maxDepth(){
85
        if (left == null && right == null)
87
88
          return 1;
        if (left == null)
89
          return right.maxDepth()+1;
90
        int leftD = left.maxDepth();
92
        if (right == null)
          return leftD+1;
95
        int rightD = right.maxDepth();
97
        return leftD>rightD ? leftD+1 : rightD+1 ;
100
   }
101
 Tree.java
    import java.util.Random;
    // Wrapper class, there is no need for customization
    class Tree<T extends Comparable<T>> extends AbstractTree<T> {
 4
 6
      public Tree(T key) {
        root = new Node <T > (key);
 7
      public boolean insert(T key) {
10
11
       return root.insert(key);
12
      public boolean isIn(T key) {
14
      return root.isIn(key);
}
15
16
      // all the traversal methods! :D \mid --> :(
18
      public void preorder() {
19
        root.preorder();
20
^{21}
      public void inorder() {
23
      root.inorder();
}
24
25
27
      public void postorder() {
      root.postorder();
}
28
29
```

```
// recursive depth method
31
     public int maxDepth() {
32
33
       return root.maxDepth();
34
     public static void main(String args[]) {
36
       // new Integer tree (put in 2 as root key)
38
       Tree < Integer > T = new Tree < Integer > (2);
39
       // put in 3 (true)
40
41
       System.out.println(T.insert(3));
       // put in 3 (false - keys are unique!)
42
43
       System.out.println(T.insert(3));
44
       // 2 in tree (true)
       System.out.println(T.isIn(2));
45
       System.out.println("-----");
47
       T.preorder();
48
       System.out.println("-----");
49
       T.inorder();
50
       System.out.println("-----");
51
       T.postorder();
       for (int k = 2; k \le 6; k++) { //Cases 10^2,10^3,10^4,10^5,10^6
55
         final int[] sum = new int[10];
         int nMax = (int)Math.pow(10.0, (double)k);
58
60
         final int[] test = new int[nMax];
         for (int i=0; i < test.length; i++) //Fills array with numbers from 1-10^k</pre>
61
           test[i] = i+1;
62
         Thread[] threads = new Thread[10]; //10 tests
64
         for (int i = 0; i < 10; i++) {</pre>
66
           final int j = i;
67
           threads[i] = new Thread(new Runnable() {
68
             @Override
69
70
             public void run() {
72
               int[] numbers = test.clone(); //Working copy
               Random random = new Random();
74
               for (int i = 0; i < numbers.length; i++) { //swapping numbers</pre>
77
                 int toSwap = random.nextInt(numbers.length);
78
79
                 int temp = numbers[i];
                 numbers[i] = numbers[toSwap];
80
                 numbers[toSwap] = temp;
81
82
               Tree < Integer > tree = new Tree < Integer > (numbers [0]); //put numbers in Tree
               for(int n = 1; n < nMax; n++) {</pre>
85
86
                 tree.insert(numbers[n]);
87
               System.out.print(".");
89
               sum[j] =tree.maxDepth();//save maxDepth
90
             }
92
94
           });
           threads[i].start(); //start thread
95
96
         for (Thread thread: threads) //wait till all threads finished
97
98
           trv {
99
             thread.join();
```

```
} catch (InterruptedException e) {
100
               // TODO Auto-generated catch block
101
               e.printStackTrace();
102
103
105
           int result = 0;
          for (int i: sum)
106
            result += i;
107
          System.out.println();
109
          System.out.println("k = "+k+" durchschnittliche Tiefe = "+result/10);
110
111
113
 zu d)
                                 k=2: durchschnittliche Tiefe = 13
                                 k=3: durchschnittliche Tiefe = 21
                                 k = 4: durchschnittliche Tiefe = 33
                                 k=5: durchschnittliche Tiefe = 40
                                 k = 6: durchschnittliche Tiefe = 50
```

Da beim verzehnfachen der Elemente sich die Tiefe konstant um ca. 9 vergrößert, wächst die Baumtiefe asymptotisch in $\log n$

e)

Szenario 1

Es sollen Daten mit nicht fortlaufendem Wert/Schlüssel gefunden werden.

Beispiel Das finden eines Wortes in einem Wörterbuch. Ein Array bräuchte hier im Schnitt $\frac{n}{2}$ Schritte, ein Binärer Suchbaum $\log_2 n$ und ist somit schneller.

Szenario 2

Es sollen Duplikate gefunden werden.

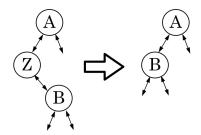
Beispiel 2 Datenbanken sollen zusammen gelegt werden und Duplikate sollen gelöscht werden. Ein Array bräuchte hier im Worst-Case $\sum_{i=1}^n i \in O(n^2)$ Schritte, ein Binärer Suchbaum $O(n \log n) \ni \sum_{i=1}^n \log_2 i \le \sum_{i=1}^n \log_2 n = n \log_2 n$ und ist somit schneller.

Aufgabe 2

Anmerkung: Pfeile ohne Endknoten deuten einen beliebig großen Teilbaum an. Teilbäume bei Knoten D wurden vergessen einzuzeichnen, können aber natürlich auch existieren.

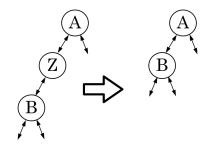
a)

Ersetze z mit seinem rechten Kind. Da z kein linkes Kind besitzt, ist das Löschen von z fertig.



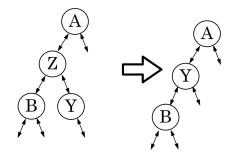
b)

Ersetze z mit dem linken Kind. Da z kein rechtes Kind besitzt, ist das Löschen von z fertig.



c)

Hänge den linken Teilbaum von z an y und tausche y mit z.



d)

Suche das kleinste Element y vom rechten Teilbaum von z. Setze y als Parent vom rechten Kind von z und das rechte Kind von z als rechtes Kind von y. Danach ersetze z mit y und setze das linke Kind von z an die Stelle vom linken Kind von y. Das Löschen ist fertig.

