Datenstrukturen und effiziente Algorithmen
Blatt 5

Markus Vieth, David Klopp, Christian Stricker

30. November 2015

Aufgabe 1

a-d)

Node.java

```
1  class Node<T extends Comparable<T>> extends AbstractNode<T>{

3    public Node(T key){
4      super(key);
5    }

7    public boolean insert (T key)
8    {
9      int direction = key.compareTo(this.key);

11     // use direction to choose if left or right, zero means equality
12     if (direction < 0)  {
13         if (this.left != null)
14           return this.left.insert(key);
15         else {
16           this.left = new Node<T>(key);
17           return true;
18         }
19     } else if (direction > 0) {
20       if (this.right != null)
21         return this.right.insert(key);
22       else {
23         this.right = new Node<T>(key);
24         return true;
25       }
26     }
27     // should be more sophisticated than xkcd random dice roll https://xkcd.com/221/
28     return false;
29   }

31   public boolean isIn (T key){
32     int direction = key.compareTo(this.key);
33     // use direction to choose if left or right, zero means equality

35     if (direction == 0) {
36       return true;
37     } else if (direction < 0 && this.left != null)  {
38       return this.left.isIn(key);
39    } else if (this.right != null){
40     return this.right.isIn(key);
41    }

43     // should be more sophisticated than xkcd random dice roll https://xkcd.com/221/
44     return false;
45   }

47   public void preorder() {
48     System.out.println(this.key);

50     // linker Teilbaum
51     if (this.left != null )
52       this.left.postorder();

54     // rechter Teilbaum
55     if (this.right != null )
56       this.right.postorder();
57   }

59   public void inorder() {
60   // linker Teilbaum
61     if (this.left != null )
62       this.left.postorder();
```

```
64      System.out.println(this.key);
66      // rechter Teilbaum
67      if (this.right != null )
68        this.right.postorder();
69    }
71    public void postorder()
72    {
73      // linker Teilbaum
74      if (this.left != null )
75        this.left.postorder();
77      // rechter Teilbaum
78      if (this.right != null )
79        this.right.postorder();
81      System.out.println(this.key);
82    }
85    public int maxDepth(){
87      if (left == null && right == null)
88        return 1;
89      if (left == null)
90        return right.maxDepth()+1;
92      int leftD = left.maxDepth();
94      if (right == null)
95        return leftD+1;
97      int rightD = right.maxDepth();
99      return leftD>rightD ? leftD+1 : rightD+1 ;
100   }
101 }
```

Tree.java

```
1  import java.util.Random;
3  // Wrapper class, there is no need for customization
4  class Tree<T extends Comparable<T>> extends AbstractTree<T> {
6    public Tree(T key) {
7      root = new Node<T>(key);
8    }
10   public boolean insert(T key) {
11     return root.insert(key);
12   }
14   public boolean isIn(T key) {
15     return root.isIn(key);
16   }
18   // all the traversal methods! :D |--> :(
19   public void preorder() {
20     root.preorder();
21   }
23   public void inorder() {
24     root.inorder();
25   }
27   public void postorder() {
28     root.postorder();
29   }
```

```
31    // recursive depth method
32    public int maxDepth() {
33      return root.maxDepth();
34    }

36    public static void main(String args[]) {

38      // new Integer tree (put in 2 as root key)
39      Tree<Integer> T = new Tree<Integer>(2);
40      // put in 3 (true)
41      System.out.println(T.insert(3));
42      // put in 3 (false - keys are unique!)
43      System.out.println(T.insert(3));
44      // 2 in tree (true)
45      System.out.println(T.isIn(2));

47      System.out.println("---------Preorder---------------");
48      T.preorder();
49      System.out.println("---------Inorder----------------");
50      T.inorder();
51      System.out.println("---------Postorder--------------");
52      T.postorder();


55      for (int k = 2; k <= 6; k++ ) { //Cases 10^2,10^3,10^4,10^5,10^6

57        final int[] sum = new int[10];
58        int nMax = (int)Math.pow(10.0, (double)k);

60        final int[] test = new int[nMax];
61        for (int i=0; i < test.length; i++) //Fills array with numbers from 1-10^k
62          test[i] = i+1;

64        Thread[] threads = new Thread[10];  //10 tests

66        for (int i = 0; i < 10; i++) {
67          final int j = i;
68          threads[i] = new Thread(new Runnable() {
69            @Override
70            public void run() {

72              int[] numbers = test.clone(); //Working copy

74              Random random = new Random();


77              for (int i = 0; i < numbers.length; i++) { //swapping numbers
78                int toSwap = random.nextInt(numbers.length);
79                int temp = numbers[i];
80                numbers[i] = numbers[toSwap];
81                numbers[toSwap] = temp;
82              }

84              Tree<Integer> tree = new Tree<Integer>(numbers[0]); //put numbers in Tree
85              for(int n = 1; n < nMax; n++) {
86                tree.insert(numbers[n]);
87              }

89              System.out.print(".");
90              sum[j] =tree.maxDepth();//save maxDepth

92            }

94          });
95          threads[i].start(); //start thread
96        }
97        for (Thread thread: threads) //wait till all threads finished
98          try {
99            thread.join();
```

```
100           } catch (InterruptedException e) {
101             // TODO Auto-generated catch block
102             e.printStackTrace();
103           }

105         int result = 0;
106         for (int i: sum)
107           result += i;

109         System.out.println();
110         System.out.println("k = "+k+" durchschnittliche Tiefe = "+result/10);
111       }

113     }
114   }
```

zu c)

Die worst-case Eingabe ist eine sortierte Zahlenfolge der Länge n. In diesem Fall beträgt die maximale Tiefe n.

zu d)

$$k = 2 : \text{durchschnittliche Tiefe } = 13$$

$$k = 3 : \text{durchschnittliche Tiefe } = 21$$

$$k = 4 : \text{durchschnittliche Tiefe } = 33$$

$$k = 5 : \text{durchschnittliche Tiefe } = 40$$

$$k = 6 : \text{durchschnittliche Tiefe } = 50$$

Da beim verzehnfachen der Elemente sich die Tiefe konstant um ca. 9 vergrößert, wächst die Baumtiefe asymptotisch in $\log n$

e)

Szenario 1

Es sollen Daten mit nicht fortlaufendem Wert/Schlüssel gefunden werden.

Beispiel Das finden eines Wortes in einem Wörterbuch. Ein Array bräuchte hier im Schnitt $\frac{n}{2}$ Schritte, ein Binärer Suchbaum $\log_2 n$ und ist somit schneller.

Szenario 2

Es sollen Duplikate gefunden werden.

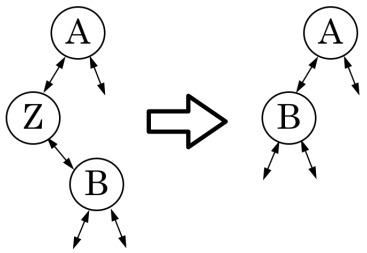
Beispiel 2 Datenbanken sollen zusammen gelegt werden und Duplikate sollen gelöscht werden. Ein Array bräuchte hier im Worst-Case $\sum_{i=1}^{n} i \in O(n^2)$ Schritte, ein Binärer Suchbaum $O(n \log n) \ni \sum_{i=1}^{n} \log_2 i \leq \sum_{i=1}^{n} \log_2 n = n \log_2 n$ und ist somit schneller.

Aufgabe 2

Anmerkung: Pfeile ohne Endknoten deuten einen beliebig großen Teilbaum an. Teilbäume bei Knoten D wurden vergessen einzuzeichnen, können aber natürlich auch existieren.

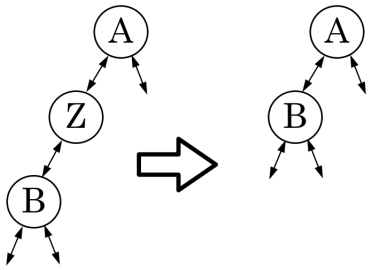
a)

Ersetze z mit seinem rechten Kind. Da z kein linkes Kind besitzt, ist das Löschen von z fertig.



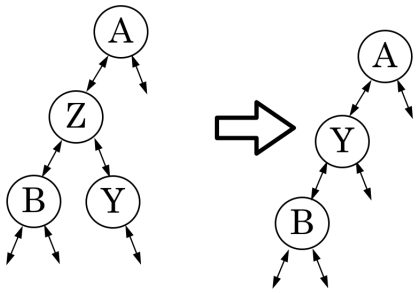
b)

Ersetze z mit dem linken Kind. Da z kein rechtes Kind besitzt, ist das Löschen von z fertig.



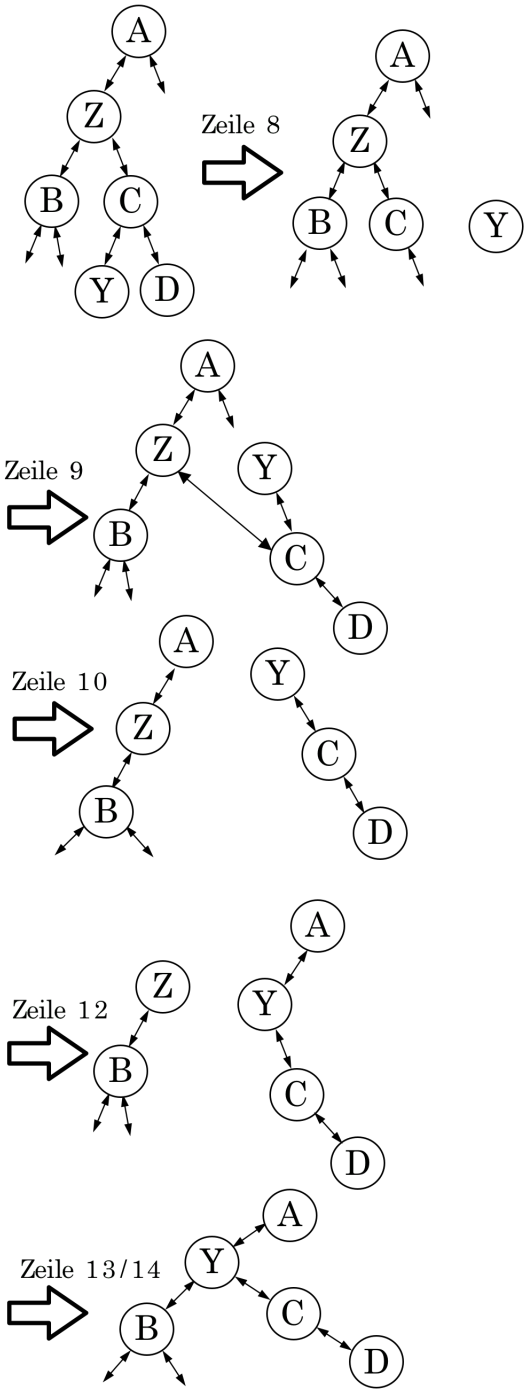
c)

Tausche y mit z und hänge den linken Teilbaum von z an y.



d)

Suche das kleinste Element y vom rechten Teilbaum von z. Setze y als Parent vom rechten Kind von z und das rechte Kind von z als rechtes Kind von y. Danach ersetze z mit y und setze das linke Kind von z an die Stelle vom linken Kind von y. Das Löschen ist fertig.
Anmerkung: Möglicher Teilbaum an y wäre relevant gewesen, fehlt aber.


A
Z
B
C
Y
D
Zeile 8
A
Z
B
C
Y
Zeile 9
A
Z
Y
B
C
D
Zeile 10
A
Z
Y
C
B
D
Zeile 12
A
Z
Y
B
C
D
Zeile 13/14
A
Y
B
C
D