

Ausgewählte Methoden der Künstlichen Intelligenz

Vorlesung 4, Praktikum

Prof. Dr. Tatyana Ivanovska

<t.ivanovska@oth-aw.de>

07. November, 08. November

Plan für heute



- Kleine-Welt-Phänomen
- Stanley Milgram Experiment
- Watts and Strogatz (WS) Modell
- Die Eigenschaften von WS-Graphen

Unsere Welt ist ja klein!



- Viele Netzwerke in der realen Welt, einschließlich sozialer Netzwerke, haben die Eigenschaft der kleinen Welt
- Die durchschnittliche Entfernung zwischen den Knoten, gemessen an der Anzahl der Kanten auf dem kürzesten Weg, ist viel geringer als erwartet

Six degrees of separation



- Bei den sechs Graden der Trennung handelt es sich um die Vorstellung, dass alle Menschen sechs oder weniger soziale Verbindungen voneinander entfernt sind.
- Folglich kann eine Kette von "Freund eines FreundesAussagen gemacht werden, um zwei beliebige Personen in maximal sechs Schritten zu verbinden.
- Sie ist auch als Sechs-Hände-Schütteln-Regel bekannt.
- Das Konzept wurde ursprünglich in einer Kurzgeschichte von Frigyes Karinthy (ungarischer Schriftsteller, Dramatiker, Dichter, Journalist und Übersetzer) aus dem Jahr 1929 dargelegt

Stanley Milgram

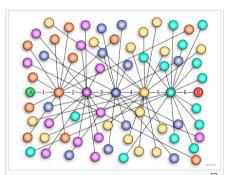




https://en.wikipedia.org/wiki/Stanley_Milgram

Milgrams Kleine-Welt-Experiment (1967, Harvard Uni)





Milgram concluded from his small-world experiments that any two random people in the United States would be linked by a chain of (on average) six steps

https://en.wikipedia.org/wiki/Small-world_experiment

Milgrams Kleine-Welt-Experiment (1967, Harvard Uni)



- Milgram erstellte eine Art Informationspaket, das 60 zufällig ausgewählte Teilnehmer an jeweils eine vorher festgelegte Person in Boston zu senden hatten.
- Als Startpunkte wählte er Personen aus den sozial und geografisch weit von der Zielstadt entfernten Städten Omaha und Wichita.
- Die Aufgabe der Teilnehmer bestand darin, das Paket nicht direkt an die Zielperson zu senden, sofern sie diese nicht persönlich kannten (bei ihrem Vornamen ansprachen), sondern an eine Person, die sie persönlich kannten und bei der die Wahrscheinlichkeit höher war, dass sie die Zielperson kannte.
- Gleichzeitig waren die Teilnehmer angehalten, grundlegende Daten über sich selbst in einer Tabelle zu vermerken und eine Postkarte an die Wissenschaftler zu senden, um die Kette nachvollziehbar zu machen.

Milgrams Kleine-Welt-Experiment (1967, Harvard Uni)





https://en.wikipedia.org/wiki/Small-world_experiment

Resultate



- Insgesamt erreichten drei Pakete die Zielpersonen mit einer durchschnittlichen Pfadlänge von 5,5 oder aufgerundet sechs.
- In einem zwei Jahre später durchgeführten Experiment mit 296 möglichen Ketten wurden 217 Pakete auf den Weg gebracht, von denen 64 ihr Ziel erreichten.
- Kritik: Sowohl das Experiment als auch die aus den Ergebnissen abgeleiteten Schlussfolgerungen sind umstritten und werden als nicht beweiskräftig angesehen. Eine Beschreibung heterogener sozialer Netze ist nach wie vor eine offene Frage.
- Obwohl einige Jahre lang nicht viel geforscht wurde, veröffentlichten Duncan Watts und Steven Strogatz 1998 in Nature eine bahnbrechende Arbeit.

Watts and Strogatz Modell



- Collective dynamics of small-world networks, Nature, 1998
- Zwei Arten von Graphen, die gut verstanden wurden:
 - ► **Zufallsgraphen** (die Knoten sind zufällig verbunden)
 - regelmäßige Graphen (jeder Knoten hat die gleiche Anzahl von Nachbarn)
- Eigenschaften von diesen Graphen:
 - ► Clustering ist ein Maß für die Cliquenbildung in einem Graphen. In einem Graph ist eine Clique eine Teilmenge von Knoten, die alle miteinander verbunden sind. In einem sozialen Netzwerk ist eine Clique eine Gruppe von Personen, die alle miteinander befreundet sind.
 - Der Clustering-Koeffizient quantifiziert die Wahrscheinlichkeit, dass zwei Knoten, die mit demselben Knoten verbunden sind, auch miteinander verbunden sind.
 - ▶ Die Pfadlänge ist ein Maß für die durchschnittliche Entfernung zwischen zwei Knoten, die dem Grad der Trennung in einem sozialen Netzwerk entspricht.

Watts and Strogatz Modell



- Regelmäßige Graphen weisen eine starke Clusterbildung und hohe Pfadlängen auf
- Zufallsgraphen gleicher Größe weisen in der Regel eine geringe Clusterbildung und geringe Pfadlängen auf
- Beides ist also kein gutes Modell für soziale Netzwerke
- Watts and Strogatz schlugen ein Verfahren zur Erstellung von Small World Graphs vor:
 - Start with a regular graph with n nodes and each node connected to k neighbors
 - Choose a subset of the edges and rewire them by replacing them with random edges
 - ▶ The probability that an edge is rewired is a parameter *p* that controls how random the graph is.
 - p = 0: the graph is regular
 - ightharpoonup p = 1: the graph is completely random
- Watts and Strogatz fanden heraus, dass die kleinen Werte von p zu Graphen mit hoher Clusterbildung und geringen Pfadlängen führen.

Watts and Strogatz Modell

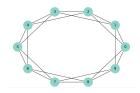


- Wir wiederholen das Experiment von Watts und Strogatz
- Konstruieren einen regulären Graphen (Ringgitter)
- Implementieren das Umverdrahtungsverfahren (rewiring)
- Analysieren die Eigenschaften (degree of clustering, path lengths)
- Damit lernen wir auch die Suchalgorithmen für Graphen

Ring Lattice



- Ein regulärer Graph ist ein Graph, in dem jeder Knoten die gleiche Anzahl von Nachbarn hat.
- Die Anzahl der Nachbarn wird auch als der Grad eines Knotens bezeichnet (degree of the node)
- Ein Ringgittergraph wurde von Watts und Strogatz verwendet
- N Knoten sind in einem Kreis angelegt, wobei jeder Knoten mit den k nächstgelegenen Nachbarn verbunden ist.



Buch von A. Downey

Aufgabe 1: Ring lattice



- 1. Eine Funktion für die Generierung von Ringgittergraphen mit *N* Knoten (erst ohne Kanten)
- 2. Eine Funktion, die für Knoten *i* seine *k* nächstgelegenen Nachbarn zurückgibt
- 3. Eine Funktion, die die Kanten zwischen *i* und seinen *k* nächstgelegenen Nachbarn hinzufügt
- 4. Eine Funktion, die the degree of a node kalkuliert

Aufgabe 2: Create WS Graph by Rewiring



- Um einen Watts-Strogatz Graph zu erstellen, beginnen wir mit einem Ringgitter und verdrahten einige der Kanten neu.
- In ihrem Papier betrachten sie die Kanten in einer bestimmten Reihenfolge und verdrahten jede einzelne mit der Wahrscheinlichkeit p neu.
- Wenn eine Kante umverdrahtet wird, lassen sie den ersten Knoten unverändert und wählen den zweiten Knoten zufällig aus.
- Selbstschleifen oder Mehrfachkanten sind nicht erlaubt!
- Beispiel: L: p = 0, M: p = 0.2, R: p = 1







Aufgabe 3



- Berechnen Sie den mitteleren Grad eines Knotens (the average degree of a node) in einem WS Graphen mit n Knoten und p Rewiring Parameter
- Visualisieren Sie Ihre Ergebnisse

Clustering



- Der Clustering-Koeffizient quantifiziert die Tendenz der Knoten, Cliquen zu bilden.
- Eine Clique ist eine Menge von Knoten, die vollständig miteinander verbunden sind: Es gibt Kanten zwischen allen Knotenpaaren in der Menge.
- Angenommen, ein bestimmter Knoten u hat k Nachbarn.
- Wenn alle k Nachbarn miteinander verbunden sind, wie viele Kanten gibt es dann? Max_Edges
- Der Anteil dieser Kanten, die tatsächlich existieren (Real_Edges), ist der lokale Clustering-Koeffizient für u:

$$C_u = \frac{Real_Edges}{Max_Edges}$$

Aufgabe 4



- Implementieren Sie eine Funktion, die C_u in einem Graphen G für den Knoten u berechnet
- Wenn ein Knoten u weniger als 2 Nachbarn hat, ist $C_u = NaN$
- Implementieren Sie eine Funktion, die den Mittelwert avg von allen Koeffizienten C_u im Graphen G berechnet (NaN-Werte sollen ignoriert werden)
- Was sind die Werte für einen Ringgittergraphen?
- Was sind die Werte für einen WS-Graphen?
- Berechnen Sie die Koeffiziente für 20 WS-Graphen mit n=1000, k=10 und unterschiedlichen Werte von $p \in [0,1]$
- Visualisieren Sie Ihre Ergebnisse

Pfadlängen in einem Graphen



Suche!

Nächste Woche lernen wir einige Suchalgorithmen und beenden das Experiment mit WS-Graphen.

Danke für die Aufmerksamkeit!



