

Was ist ein Baum in der Informatik?

- Baumstrukturen dienen in der Informatik allgemein zur Speicherung und (effizienten) Verarbeitung von Daten.
- Es handelt sich dabei um Datenstrukturen bestehend aus Knoten und Kanten. Der (eindeutige) Knoten ohne Vorgänger (bzw. Elternknoten) heißt Wurzel, die Knoten ohne Nachfolger (bzw. Kindknoten) heißen Blätter).
- Der Aufbau und die Verarbeitung von Daten erfolgen typischerweise rekursiv.
- Bäume spielen auch im Machine Learning eine wichtige Rolle (z.B. k-d-Bäume bei KNN, baumbasierte ML-Methoden (vgl. nächste Woche))

Beispiel: Datenhaltung in Binärbäumen

- Ein Baum, bei dem jeder Knoten höchstens zwei Nachfolger hat, heißt Binärbaum.
- Wir wollen im Folgenden anhand der Datenhaltung in einem Binärbaum das Konzept von Bäumen in der Informatik wiederholen und dessen rekursive Implementierung betrachten (vgl. Jupyter-Notebook).

Datenhaltung in einem Binärbaum

Gegeben sei eine Menge von Daten mit strikter Ordnung „ $<$ “. Die Daten werden folgendermaßen als Knoten gespeichert: für einen festen Knoten y liegen alle Knoten x mit $x < y$ im linken Unterbaum von y , alle anderen im rechten Unterbaum von y .

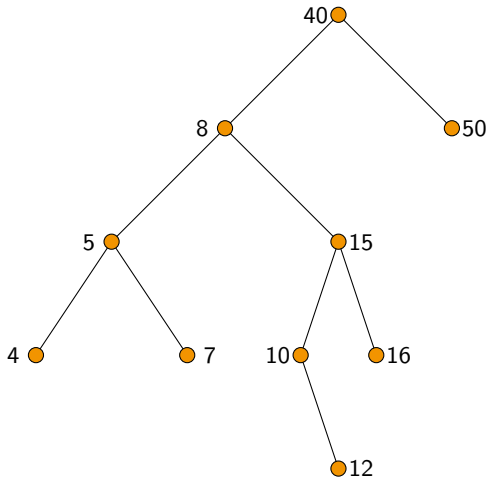
- Suche eines Knotens x : Ist x gleich dem aktuellen Knoten y , dann ist man fertig. Ansonsten suche (rekursiv!) im entsprechenden Unterbaum (links falls $x < y$ und rechts sonst). Falls der zugehörige Unterbaum leer ist, wurde x nicht gefunden.
- Einfügen eines Knotens x : Suche x . Falls x nicht gefunden wurde, füge x als (linken bzw. rechten) Nachfolger des Knotens ein, bei dem die Suche geendet hatte. Falls x gefunden wurde, stop!
- Löschen eines Knotens x : auch möglich, aber etwas komplizierter.

Eigenschaften

- In einem Binärbaum der Tiefe l können maximal $2^{l+1} - 1$ Daten gespeichert werden.
- Der Suchaufwand ist bei günstiger Anordnung der Elemente $\mathcal{O}(\log_2(n))$, wobei n die Anzahl der Knoten des Baums bezeichnet.

Beispiel zum Binärbaum

Fügen Sie die Zahl 20 in den folgenden Binärbaum ein.



Rekursiver Aufbau des Binärbaums

Frage: wie kann man einen Binärbaum mit möglichst geringer Tiefe erzeugen?

Frage: wie kann man einen Binärbaum mit möglichst geringer Tiefe erzeugen?

(Rekursiver) Aufbau eines Binärbaums

Gegeben sei eine Liste bestehend aus n (unterschiedlichen) Zahlen, die in einem Binärbaum mit möglichst geringer Länge abgespeichert werden sollen. Dazu kann man wie folgt verfahren:

- Sortiere die Daten und wähle ein Element aus der „Mitte“ der Liste (\rightarrow Median) als Wurzel aus.
- Wähle aus den Daten der Liste, die kleiner (größer) als die Wurzel sind, wieder das mittlere Element aus und setze es als Wurzel des linken (rechten) Teilbaums.
- Setze den Prozess rekursiv fort.

Vgl. Implementierung in Python.