

УДК 539.43

Расчет по усталостной прочности при неодноосном напряженном состоянии

И.Е. Семенов-Ежов, А.А. Ширшов

МГТУ им. Н.Э. Баумана, 105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1

Fatigue Strength Calculations for Non-Uniaxial Stress States

I.E. Semenov-Ezhov, A.A. ShirshovBMSTU, 105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1

e-mail: Chirchovaa@mail.ru, Semenovezhov@mail.ru



Увеличение ресурса деталей и узлов — актуальная проблема машиностроения. Расчеты на выносливость определяют ресурс агрегатов, машин и конструкций и их элементов. Предложен способ расчета на выносливость при неодноосном напряженном состоянии в зоне концентратора по действительным напряжениям, полученным расчетным путем. Сформулированы критерии для вычисления эквивалентного напряжения, учитывающие знак характеристики цикла для главных напряжений, полученные преобразованием классических формул. Предложенный способ расчета на выносливость может быть использован при расчетах на выносливость не только для многоосного напряженного состояния, но и для одноосного.

Ключевые слова: выносливость, эквивалентное напряжение, характеристика цикла.

The increase of service life of parts and assemblies is a topical problem in mechanical engineering. Calculations for endurance determine the life of assemblies, machines, structures, and their elements. The authors propose a method of endurance calculations for non-uniaxial stress states in the concentrator zone using valid stresses obtained through calculation. Criteria are defined for the calculation of the equivalent stress that takes into account the sign of the principal stress cycle characteristics. The criteria are determined by transforming classical formulae. The proposed method of endurance calculation can be applied not only to multiaxial stress states but also to uniaxial ones.

Keywords: endurance, equivalent stress, cycle characteristic.

Все агрегаты машиностроительных конструкций работают при переменных во времени нагрузках и, как правило, при нестационарных нагрузках. В основе расчета при нестационарном переменном во времени нагружении используют основные положения расчетов при регулярном нагружении.

Традиционные методы расчета на выносливость разработаны для одноосного напряженного состояния, однако в наиболее опасных зонах концентраторов напряженное состояние неодноосное. На стадии проектирования при

расчетах, как правило, применяют формулы из курса «Сопротивление материалов», которые не учитывают действительного распределения напряжений в очаге концентрации (номинальные напряжения). Для учета основных факторов (наличие концентратора, состояние поверхности, абсолютные размеры, асимметрия цикла), влияющих на выносливость, и используют экспериментально полученные коэффициенты.

При одноосном напряженном состоянии (растяжение, изгиб) коэффициент запаса по

усталостной прочности определяют по формуле [1]

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{\text{ном.а}} K_{\sigma_d} + \psi_{\sigma} \sigma_{\text{ном.ср}}}, \quad (1)$$

где σ_{-1} — предел выносливости материала при симметричном цикле; $\sigma_{\text{ном.а}}$, $\sigma_{\text{ном.ср}}$ — номинальное амплитудное и среднее напряжения цикла соответственно; ψ_{σ} — коэффициент, учитывающий влияние асимметрии цикла; K_{σ_d} — эффективный коэффициент концентрации детали, рассчитываемый по одному из выражений:

$$K_{\sigma_d} = \frac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma} \beta \beta_y}, \quad (2)$$

или

$$K_{\sigma_d} = \left(\frac{K_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}} + \frac{1}{\beta} - 1 \right) \beta_y;$$

где K_{σ} — эффективный коэффициент концентрации полированного образца с концентратором, соответствующим рассчитываемой детали; ε_{σ} — масштабный коэффициент; β — коэффициент качества поверхности; β_y — коэффициент упрочнения поверхности.

Значения коэффициентов ε_{σ} , β и некоторых эффективных коэффициентов концентрации приведены в справочной литературе, например в [1, 2]. При отсутствии экспериментальных данных для определения K_{σ} рекомендуется использовать приближенное соотношение [2]

$$K_{\sigma} = \alpha_{\sigma} / n_{-1}. \quad (3)$$

Здесь α_{σ} — теоретический коэффициент концентрации, определяемый как отношение максимального напряжения σ_{\max} к номинальному $\sigma_{\text{ном}}$; n_{-1} — коэффициент, характеризующий чувствительность материала к концентрации напряжений [1, 2],

$$n_{-1} = 1 + \sqrt{G} / 10^{0,33 + \sigma_t / 710}, \quad (4)$$

где \sqrt{G} — относительный градиент напряжений, определяемый для рассчитываемой точки, 1/мм; σ_t — предел текучести материала детали, МПа.

Используя более простое выражение (2) и равенство (3), представим формулу (1) в следующем виде:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\sigma_{\text{ном.а}} \alpha_{\sigma}}{n_{-1} \varepsilon_{\sigma} \beta \beta_y} + \psi_{\sigma} \sigma_{\text{ном.ср}}}. \quad (5)$$

При расчетах на современной вычислительной технике, практически для любых деталей с высокой степенью точности, получают распределение всех компонент напряжений. В этом случае понятие «номинальное напряжение» теряет смысл. К тому же в очаге концентрации напряженное состояние бывает либо двухосное, либо трехосное. Тогда логично перейти к эквивалентным напряжениям, т. е.

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\sigma_{\text{экв.а}}}{n_{-1} \varepsilon_{\sigma} \beta \beta_y} + \psi_{\sigma} \sigma_{\text{экв.ср}}}. \quad (6)$$

Назовем выражение в знаменателе формулы (6) эквивалентным напряжением детали и обозначим его $\sigma_{\text{экв.д}}$. Тогда $n_{\sigma} = \sigma_{-1} / \sigma_{\text{экв.д}}$.

При вычислении эквивалентного напряжения используют различные критерии [3–9] — деформационные, силовые (в том числе основанные на инвариантах [6]), энергетические. Однако все они относятся к испытанию образцов с концентраторами [4, 5] и без [7, 9] при совместном действии изгиба и кручения. В качестве линейного критерия, по мнению авторов данной статьи, можно использовать критерий, по форме аналогичный критерию разрушения Мора, в виде

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - (1/k - 1)\sigma_3, \quad (7)$$

где $k = \tau_{-1} / \sigma_{-1}$; τ_{-1} — предел выносливости материала при чистом сдвиге.

При отсутствии экспериментальных данных о τ_{-1} можно принять $k = 0,6$ [1]. В качестве квадратичного можно использовать энергетический критерий в классической формулировке, так как согласно энергетическому условию начала текучести отношение пределов текучести при сдвиге и растяжении равно 0,58, т. е. мало отличается от рекомендуемого значения k :

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}. \quad (8)$$

При определении эквивалентных напряжений следует иметь в виду, что они положительны по определению. Компоненты напряжений, как и главные напряжения, могут в пределах цикла иметь различные знаки, т. е. характеристика цикла R для отдельно взятых главных напряжений может быть отрицательной. Изменение главных напряжений σ' и σ'' за цикл (моделирующий напряжения в обшивке планера самолета — плоское напряженное состояние) и эквивалентных напряжений показаны на

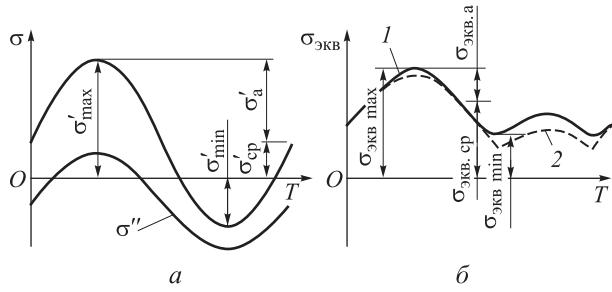


Рис. 1. Изменение в пределах асимметричного цикла:
а — главных напряжений; б — эквивалентных
напряжений; 1 — вычисленные по формуле (8);
2 — вычисленные по формуле (7)

рис. 1. Для большей наглядности оба графика выполнены в одном масштабе.

Из сравнения рис. 1, а и б следует, что $\sigma'_a > \sigma'_{ekv,a}$, а $\sigma'_{cp} < \sigma'_{ekv,cp}$. Амплитудное напряжение в выражении (6) увеличивается, поскольку произведение коэффициентов $n_1 \epsilon_0 \beta \beta_y < 1$, а среднее напряжение уменьшается, так как коэффициент ψ_σ также меньше 1. Это означает, что при практически одинаковых максимальных напряжениях амплитудное напряжение $\sigma_{ekv,d}$ уменьшается, что приводит к завышенным значениям коэффициента запаса.

В рассмотренном случае целесообразнее, по мнению авторов данной статьи, максимальное $\sigma_{ekv,max}$ и минимальное $\sigma_{ekv,min}$ напряжения цикла рассчитывать с учетом знака соответствующего среднего напряжения $\sigma_0 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3$ цикла:

при использовании линейного критерия (7)

$$\begin{aligned}\sigma_{ekv,max} &= \sigma_{1max} - (k-1)\sigma_{3max}, \\ \sigma_{ekv,min} &= [\sigma_{1min} - (k-1)\sigma_{3min}] \operatorname{sign}(\sigma_{0min});\end{aligned}\quad (9)$$

при использовании квадратичного критерия

$$\begin{aligned}\sigma_{ekv,max} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_{1max} - \sigma_{2max})^2 + \right. \\ &\quad \left. + (\sigma_{2max} - \sigma_{3max})^2 + \right. \\ &\quad \left. + (\sigma_{3max} - \sigma_{1max})^2 \right] \operatorname{sign}(\sigma_{0max}), \\ \sigma_{ekv,min} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left[(\sigma_{1min} - \sigma_{2min})^2 + \right. \\ &\quad \left. + (\sigma_{2min} - \sigma_{3min})^2 + \right. \\ &\quad \left. + (\sigma_{3min} - \sigma_{1min})^2 \right] \operatorname{sign}(\sigma_{0min}).\end{aligned}\quad (10)$$

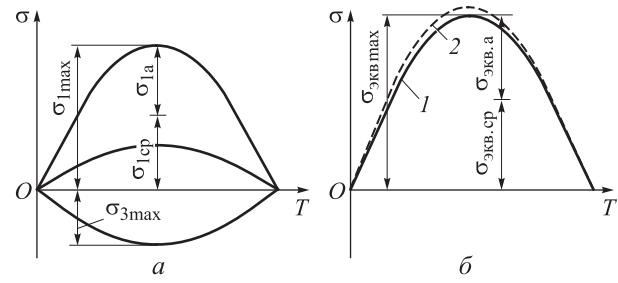


Рис. 2. Изменение в пределах пульсационного цикла:
а — главных напряжений; б — эквивалентных
напряжений; 1 — вычисленные по формуле (8);
2 — вычисленные по формуле (7)

Затем определяют эквивалентное амплитудное $\sigma_{ekv,a}$ и среднее $\sigma_{ekv,cp}$ напряжения цикла.

Если напряжения в цикле имеют неотрицательную характеристику, знак среднего напряжения σ_0 можно не учитывать, т. е. использовать вместо формул (9) и (10) формулы (7) и (8), что иллюстрирует пульсационный цикл (моделирующий трубопровод с пульсирующим внутренним давлением), приведенный на рис. 2. Следует отметить, что оба критерия дают близкие результаты по эквивалентным напряжениям.

Таким образом, различные критерии дают, как правило, разные значения эквивалентного напряжения. С точки зрения безопасности для расчета ресурса рекомендуется использовать наибольшее значение эквивалентного напряжения [1, 10].

Выводы

1. При расчетах на выносливость при неодноосном напряженном состоянии рекомендуется использовать линейный критерий, учитывающий влияние напряженного состояния. Возможно определение эквивалентного напряжения детали $\sigma_{ekv,d}$ по одному из главных напряжений, имеющих наибольшую амплитуду.

2. Для циклов с напряжениями разного знака или знакопеременными напряжениями в пределах цикла предпочтительно вычисление максимального и минимального эквивалентного напряжений с учетом знака среднего напряжения.

3. При расчете коэффициента запаса n_σ по различным критериям следует использовать максимальное значение эквивалентного напряжения детали $\sigma_{ekv,d}$.

Литература

- [1] Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. *Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность*. Москва, Машиностроение, 1985. 224 с.
- [2] ГОСТ 25.504-82. *Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости*. Москва, Изд-во стандартов, 2005. 55 с.
- [3] Wang Y.-Y., Yao W.-X. Evaluation and comparison of several multiaxial fatigue criteria. *International Journal of Fatigue*, 2004, vol. 26, iss. 1, pp. 17–25.
- [4] Atzori B., Berto F., Lazzarin P., Quaresimin M. Multi-axial fatigue behaviour of a severely notched carbon steel. *International Journal of Fatigue*, 2006, vol. 28, iss. 5–6, pp. 485–493.
- [5] Shang D.-G., Sun G.-Q., Deng J., Yan C.-L. Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction for medium-carbon steel based on the critical plane approach. *International Journal of Fatigue*, 2007, vol. 29, iss. 12, pp. 2200–2207.
- [6] Vu Q.H., Halm D., Nadot Y. Multiaxial fatigue criterion for complex loading based on stress invariants. *International Journal of Fatigue*, 2010, vol. 32, iss. 7, pp. 1004–1014.
- [7] Wu Z.-R., Hu X.-T., Song Y.-D. Multiaxial fatigue life prediction for titanium alloy TC4 under proportional and nonproportional loading. *International Journal of Fatigue*, 2014, vol. 59, pp. 170–175.
- [8] Benedetti M., Fontanari V., Bandini M., Taylor D. Multiaxial fatigue resistance of shot peened high-strength aluminum alloys. *International Journal of Fatigue*, 2014, vol. 61, pp. 271–282.
- [9] Louks R., Gerin B., Draper J., Askes H., Susmel L. On the multiaxial fatigue assessment of complex three-dimensional stress concentrators. *International Journal of Fatigue*, 2014, vol. 63, pp. 12–24.
- [10] Коллинз Дж. *Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение*. Москва, МИР, 1984. 624 с.

References

- [1] Kogaev V.P., Makhutov N.A., Gusekov A.P. *Raschety detalei mashin i konstruktsii na prochnost' i dolgovechnost'* [Calculations of machine parts and structures for strength and durability]. Moscow, Mashinostroenie publ., 1985. 224 p.
- [2] GOST 25.504-82. *Raschety i ispytaniia na prochnost'*. Metody rascheta kharakteristik soprotivleniya ustalosti [State Standard 25.504-82. Strength calculation and testing. Methods of fatigue strength behaviour calculation]. Moscow, Standartinform publ., 2005. 55 p.
- [3] Wang Y.-Y., Yao W.-X. Evaluation and comparison of several multiaxial fatigue criteria. *International Journal of Fatigue*, 2004, vol. 26, iss. 1, pp. 17–25.
- [4] Atzori B., Berto F., Lazzarin P., Quaresimin M. Multi-axial fatigue behaviour of a severely notched carbon steel. *International Journal of Fatigue*, 2006, vol. 28, iss. 5–6, pp. 485–493.
- [5] Shang D.-G., Sun G.-Q., Deng J., Yan C.-L. Multiaxial fatigue damage parameter and life prediction for medium-carbon steel based on the critical plane approach. *International Journal of Fatigue*, 2007, vol. 29, iss. 12, pp. 2200–2207.
- [6] Vu Q.H., Halm D., Nadot Y. Multiaxial fatigue criterion for complex loading based on stress invariants. *International Journal of Fatigue*, 2010, vol. 32, iss. 7, pp. 1004–1014.
- [7] Wu Z.-R., Hu X.-T., Song Y.-D. Multiaxial fatigue life prediction for titanium alloy TC4 under proportional and nonproportional loading. *International Journal of Fatigue*, 2014, vol. 59, pp. 170–175.
- [8] Benedetti M., Fontanari V., Bandini M., Taylor D. Multiaxial fatigue resistance of shot peened high-strength aluminum alloys. *International Journal of Fatigue*, 2014, vol. 61, pp. 271–282.
- [9] Louks R., Gerin B., Draper J., Askes H., Susmel L. On the multiaxial fatigue assessment of complex three-dimensional stress concentrators. *International Journal of Fatigue*, 2014, vol. 63, pp. 12–24.
- [10] Kollinz Dzh. *Povrezhdenie materialov v konstruktsiakh. Analiz, predskazanie, predotvraschenie* [Damage to materials in the construction. Analysis, prediction, prevention]. Moscow, MIR publ., 1984. 624 p.

Информация об авторах

СЕМЕНОВ-ЕЖОВ Игорь Евгеньевич (Москва) — доцент кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: Semenovezhov@mail.ru).

ШИРШОВ Анатолий Артемович (Москва) — кандидат технических наук, доцент кафедры «Прикладная механика». МГТУ им. Н.Э. Баумана (105005, Москва, Российская Федерация, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1, e-mail: Chirchovaa@mail.ru).

Information about the authors

SEMENOV-EZHOV Igor Evgenievich (Moscow) — Associate Professor, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: Semenovezhov@mail.ru).

SHIRSHOV Anatoly Artemovich (Moscow) — Candidate of Science (Eng.), Associate Professor, Department of Applied Mechanics. Bauman Moscow State Technical University (105005, Moscow, Russian Federation, 2nd Baumanskaya St., Bldg. 5, Block 1, e-mail: Chirchovaa@mail.ru).



В Издательстве МГТУ им. Н.Э. Баумана

вышел в свет учебник

Ю.В. Пешти

«Наземные системы обеспечения комфортной жизнедеятельности»

В учебнике дано описание технических средств для обеспечения комфортных условий жизнедеятельности человека в помещениях, обслуживающих ракетно-космическую отрасль. Для указанного характера выполняемой человеком работы (отдыха) или условий протекания производственных и технологических процессов рассмотрены системы кондиционирования воздуха с различными источниками энергии, вентиляции, а также системы обеспечения жизнедеятельности человека в агрессивной окружающей среде. Приведены системы кондиционирования воздуха с воздушными холодильными машинами — высокооборотными детандерами с газовой смазкой узлов трения, — используемые в авиации, специальном наземном транспорте и др. Все системы, машины и аппараты сопровождаются примерами расчета в энергосберегающем режиме работы.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности «Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения». Может быть полезен аспирантам и специалистам в области проектирования, производства и эксплуатации ракет и ракетно-космических комплексов.

По вопросам приобретения обращайтесь:

105005, Москва, 2-я Бауманская ул., д. 5, стр. 1.
Тел.: +7 499 263-60-45, факс: +7 499 261-45-97;
press@bmstu.ru; www.baumanpress.ru