

Билет 16. Момент импульса материальной точки, момент импульса тела. Закон изменения момента импульса. Закон сохранения момента импульса тела и системы тел.

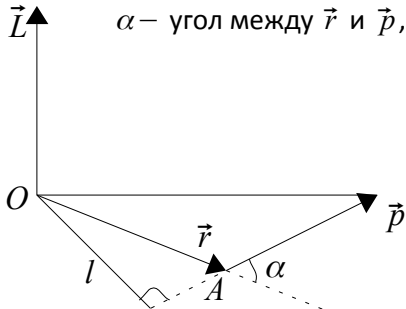
Момент импульса материальной точки А относительно неподвижной точки О — векторная физическая величина, численно равная векторному произведению радиус-вектора и импульса.

$$\vec{L} = [\vec{r} \cdot \vec{p}] = [\vec{r} \cdot m \vec{v}]$$

Направление определяется **правилом буравчика**: направление вектора момента импульса материальной точки совпадает с направлением поступательного движения правого винта при вращении от радиус-вектора к вектору импульса, при условии, что острие винта находится в точке, от которой отложены векторы.

Модуль вектора момента импульса: $L = r p \sin \alpha = r m v \sin \alpha = p l$

α — угол между \vec{r} и \vec{p} , l — плечо \vec{p} относительно точки О

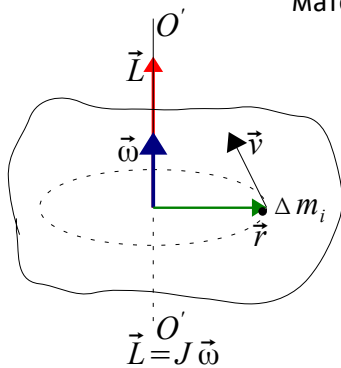


Момент импульса относительно неподвижной оси z — скалярная физическая величина, равная проекции на эту ось вектора момента импульса относительно точки О на данной оси. (L_z)

L_z не зависит от положения точки О на оси z.

Вычислим момент импульса АТТ, вращающегося вокруг оси вращения, относительно оси вращения.

Разобьем тело на малые тела, масса которых Δm_i , и которые можно считать материальными точками.



Тогда момент импульса АТТ $\vec{L} = \sum \vec{L}_i$

$$|L_i| = \Delta m_i r_i v_i \sin \frac{\pi}{2} = \Delta m_i r_i v_i$$

$$v_i = \omega r_i$$

$$L_i = \Delta m_i r_i^2 \omega$$

$$L = \omega \sum \Delta m_i r_i^2 = \omega J$$

J — момент инерции тела относительно оси вращения

$$\vec{L} = J \vec{\omega}$$

Момент импульса АТТ сонаправлен с угловой скоростью вращения и равен произведению момента инерции относительно оси вращения на угловую скорость.

При равномерном вращении с постоянной угловой скоростью момент импульса АТТ постоянен.

Пусть за время Δt угловая скорость изменилась на $\Delta \omega$. Тогда момент импульса изменился на $\Delta L = J \cdot \Delta \omega$ ($\Delta \vec{L} = J \cdot \Delta \vec{\omega}$)

Подели обе части равенства на Δt : $\frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = J \cdot \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}$

Перейдем к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$: $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{L}}{\Delta t} = J \cdot \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\omega}}{\Delta t}$

То есть: $\frac{d \vec{L}}{d t} = J \frac{d \vec{\omega}}{d t} = J \vec{\beta} = \sum \vec{M}$ - **Основное уравнение вращательного движения**

Основное уравнение динамики вращательного движения в импульсной форме

= **Закон изменения момента импульса**

$\frac{d \vec{L}}{d t} = \sum \vec{M}$ Скорость изменения момента импульса АТТ равна сумме моментов всех внешних сил, действующих на тело.

Из этого следует закон сохранения момента импульса.

Закон сохранения момента импульса

Момент импульса замкнутой системы тел остается неизменным.

$\frac{d \vec{L}}{d t} = \sum \vec{M} = 0$ Так как система замкнута, сумма внешних сил равна нулю, сумма их моментов равна нулю, а тогда $\Delta L = 0$.

Скамья Жуковского — стул, свободно вращающийся вокруг своей оси. Человек держит в руках грузы. Если руки разведены, то он вращается со скоростью ω_1 . Если он согнет руки, то станет вращаться с другой скоростью $\omega_2 > \omega_1$. Момент инерции уменьшился (уменьшилось плечо), тогда по закону сохранения момента импульса $J_1 \omega_1 = J_2 \omega_2$ получаем, что $J_2 < J_1$, а тогда $\omega_2 > \omega_1$.