Билет 9. Импульс тела, импульс силы. II закон Ньютона в импульсной форме. Закон сохранения импульса системы тел. Реактивное движение.

Импульс

Импульс тела — векторная физическая величин, равная произведению массы тела на его скорость.

$\vec{p}=m\vec{v} \quad [p]=кг\cdot\frac{м}{с}$

Пусть сила F и масса тела m постоянные в промежутке времени Δt

$$\vec{a}=\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}\overset{\substack{II\ закон\\ Ньютона}}{\Rightarrow}\frac{m\cdot\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\vec{F}\Rightarrow m\Delta\vec{v}=\vec{F}\Delta t\Rightarrow\Delta\vec{p}=\vec{F}\Delta t$$

Импульс силы — векторная физическая величина, равная произведению силы на время ее действия.

$\vec{F}\Delta t$

Второй закон Ньютона в импульсной форме — изменение импульса тела, за данный промежуток времени равно импульсу силы, действующей на тело в течение этого промежутка времени.

$\Delta\vec{p}=\vec{F}\Delta t$ (1)

Пусть сила, действующая на тело, в течение данного промежутка времени меняется. Поделим уравнение (1) на Δt. Тогда $\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}=\vec{F}_{ср}$.

Мгновенное значение силы определяется как пердел этого отношения при $\Delta t\to 0$. $\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}=\vec{F}(t)$

Импульс системы тел — векторная сумма импульсов всех тел системы.

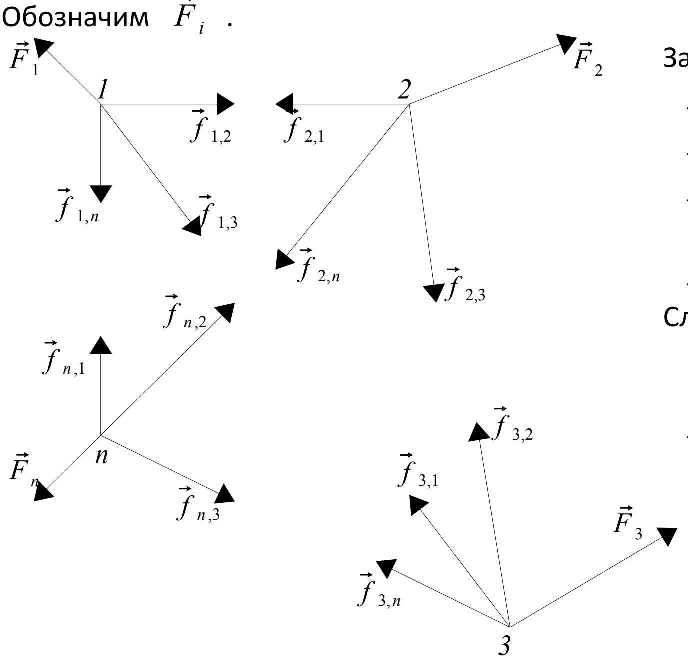
Рассмотрим систему, состоящую из n тел.

Каждое тело системы может взаимодействовать с телам вне и внутри ее.

$$\vec{p}_c=\sum_{i=1}^{n}\vec{p}_i=\sum_{i=1}^{n}(m_i\vec{v}_i)$$

Внутренние силы — силы взаимодействия тел системы. Будем обозначать их $\vec{f}_{i,j}$.

Внешние силы — силы, приложенные к телам системы со стороны тел, не входящих в состав системы. Обозначим $\vec{F}_i$.



Запишем уравнение (1) для каждого тела:

$$\Delta\vec{p}_1=\vec{f}_{1,2}\Delta t+\vec{f}_{1,3}\Delta t+...+\vec{f}_{1,n}\Delta t+\vec{F}_1\Delta t$$
$$\Delta\vec{p}_2=\vec{f}_{2,1}\Delta t+\vec{f}_{2,3}\Delta t+...+\vec{f}_{2,n}\Delta t+\vec{F}_2\Delta t$$
$$\Delta\vec{p}_3=\vec{f}_{3,1}\Delta t+\vec{f}_{3,2}\Delta t+...+\vec{f}_{3,n}\Delta t+\vec{F}_3\Delta t$$
$$...$$
$$\Delta\vec{p}_n=\vec{f}_{n,1}\Delta t+\vec{f}_{n,2}\Delta t+...+\vec{f}_{n,n-1}\Delta t+\vec{F}_n\Delta t$$

Сложим левые и правые части уравнений:

$$\left(\vec{f}_{i,j}=-\vec{f}_{j,i}\right)\ III\ закон\ Ньютона$$

$$\Delta\vec{p}_c=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i\Delta t$$

Закон изменения импульса — изменение импульса системы за данный промежуток времени равно сумме импульсов внешних сил, действующих на тела системы в течение этого промежутка времени.

Замкнутая система тел — система, в которой действуют только внутренние силы, а внешние либо скомпенсированы, либо не действуют.

Следствия из закона изменения импульса:

1) Закон сохранения импульса — импульс замкнутой системы тел остается неизменным.
2) Если время взаимодействия тел очень мало, то можно пренебречь импульсом внешних сил.

$$\vec{0}=\sum_{i=1}^{n}\vec{F}_i\Delta t \quad \Delta t\to 0$$

3) Всегда есть такое направление оси OX, проекция на которое суммы внешних сил равна 0. Тогда проекция импульса системы тел в этом направление не меняется.

Рассмотрим два тела: первое тело стоит на абсолютно гладкой поверхности, второе двигается со скоростью

$$v_2 = 5\frac{м}{с} \qquad m_1 = 20\,кг \qquad m_2 = 60\,кг$$

1. После столкновения движется только первое тело

   По ЗСИ: $\Delta\vec{p} = 0 \;\Rightarrow\; p_2 = p_1 \quad m_2 v_2 = m_1 v_1 \;\Rightarrow\; v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1} = \frac{60\,кг \cdot 5\frac{м}{с}}{20\,кг} = 15\frac{м}{с}$

2. После столкновения тела двигаются вместе

   По ЗСИ: $\Delta\vec{p} = 0 \;\Rightarrow\; p_2 = p_\Sigma \quad m_2 v_2 = (m_1 + m_2) v_1 \;\Rightarrow\; v_1 = \frac{m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{60\,кг \cdot 5\frac{м}{с}}{20\,кг + 60\,кг} = 3{,}75\frac{м}{с}$

Реактивное движение

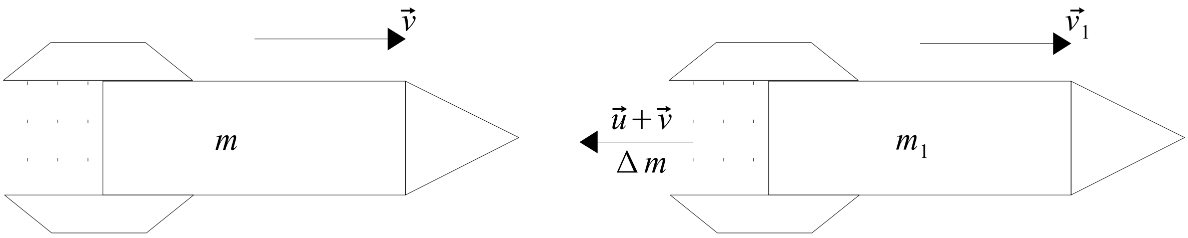
Реактивное движение — механическое движение, возникающее при отделении некоторой части тела с определенной скоростью относительно тела.

Таким образом передвигаются не только ракеты, но и кальмары.

Рассмотрим движение реактивной ракеты с равномерным сгоранием топлива в космическом пространстве без учета гравитационного взаимодействия.

Система «ракета и продукты сгорания» - замкнутая.

Пусть изначально скорость ракеты $\vec{v}$ и масса m. Через некоторый промежуток времени Δt масса ракеты станет m_1, а скорость v_1. Тогда масса сгоревшего топлива $\Delta m = m - m_1$.



За этот же промежуток времени скорость ракеты относительно неподвижной системы отсчета изменится на $\Delta\vec{v}$ и станет равной $\vec{v}_1 = \vec{v} + \Delta\vec{v}$. Скорость сгоревшего топлива относительно ракеты равна $\vec{u}$ и $\vec{v} + \vec{u}$ относительно неподвижной системы отсчета, так как до сгорания топливо имело ту же скорость $\vec{v}$, что и ракета.

Запишем закон сохранения импульса для системы «ракета-сгоревшее топливо»

$$\vec{p}_н = \vec{p}_к$$

$$m\vec{v} = m_1\vec{v}_1 + \Delta m(\vec{v} + \vec{u})$$

$$m\vec{v} = (m - \Delta m)(\vec{v} - \Delta\vec{v}) + \Delta m\vec{v} + \Delta m\vec{u}$$

$$\cancel{m\vec{v}} = \cancel{m\vec{v}} + m\Delta\vec{v} - \cancel{\Delta m\vec{v}} - \underset{\substack{\downarrow\\0}}{\Delta m\Delta\vec{v}} + \cancel{\Delta m\vec{v}} + \Delta m\vec{u}$$

$$m\Delta v = -\Delta m\vec{u}$$

$$m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = -\vec{u}\frac{\Delta m}{\Delta t}$$

$$\mu = \frac{\Delta m}{\Delta t} - \textit{расход топлива}$$

$$\vec{F}_{реакт} \overset{\substack{II\ закон\\Ньютона}}{=} m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} - \textit{реактивная сила}$$

Уравнение Мещерского

$$\vec{F}_{реакт} = -\mu\vec{u} \qquad \vec{u} - \textit{скорость газов относительно ракеты}$$

Реактивная сила приложена к ракете, направлена против скорости движения сгоревшего топлива.

Не зависит от устройства двигателя, определяется только расходом топлива и скоростью истечения газов.

II закон Ньютона для тел с переменной массой $M\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{F}_{реакт}$

Если на ракету действуют внешние силы $M\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{F}_{реакт} + \vec{F}_{внешн}$