Билет 15. Условия равновесия тела. Центр тяжести. Теорема о трех силах. Виды равновесия. Устойчивость.

Статика — раздел механики, изучающий твердые тела, находящиеся в равновесии.

Принято считать тело, находящимся в равновесии, если оно либо покоиться, либо движется прямолинейно и равномерно, либо равномерно вращается вокруг закрепленной оси.

Любое движение АТТ можно разложить на поступательное и вращательное движения.

Поступательное движение — движение АТТ, при котором любой отрезок прямой линии, жестко связанный с телом, все время перемещается параллельно самому себе.

Вращательное движение — движение АТТ, при котором все точки тела описывают окружности, центры которых находятся на одной прямой (оси вращения), перпендикулярной плоскостям этих окружностей.

Если не вращается только одна точка, она называется точкой вращения.

Условия равновесия тела:

1. Векторная сумма всех сил, действующих на тело, равна нулю.

$$\sum_{i} \vec{F}_{i} = \vec{0}$$

$$\vec{a}_{ij...k} = \frac{\sum_{i} \vec{F}_{i}}{m} = \frac{\sum_{i} \Delta m_{i} \vec{a}_{i}}{\sum_{i} \Delta m_{i}} = 0 \implies \vec{v}_{ij...k} = \overline{const}$$

2. Сумма моментов этих сил равна нулю.

$$\sum \vec{M}_{F_i} = \vec{0}$$

Момент силы \vec{F} относительно точки (оси) вращения — векторное произведение радиус-вектора точки на силу.

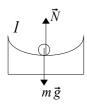
$$J \vec{\beta} = \sum \vec{M}_{F_i} = \vec{0} \ \Rightarrow \ \vec{\beta} = \vec{0}$$
 (Основное уравнение вращательного движения)

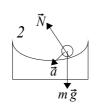
Разделим тело на малые части, каждую из которых можно считать материальными точками. Сила тяжести — сумма сил тяжести малых частей. Точка приложения силы тяжести (**центр тяжести**) — такая точка, относительно которой сумма моментов всех сил тяжести равна нулю (вне зависимости от положения тела).

Виды равновесия:

1. Устойчивое равновесие — при малом смещении тела из состояния устойчивого равновесия возвращается в это состояние.

Примеры: неваляшка, шайба на дне сферической чаши, подвешенное на нити тело.

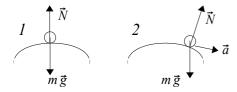




Во втором положении сумма сил не равна нулю, и тело двигается с ускорением в первое положение.

2. Неустойчивое равновесие — при малом смещении удаляется от начального положения.

Примеры: шарик на выпуклой поверхности, палка на кончике пальца.



Во втором положении сумма сил не равна нулю, тело удаляется от первого положения с ускорением.

3. Безразличное равновесие — при любом положении тела обеспечено равновесие.

Центр тяжести совпадает с точкой приложения силы реакции опоры.

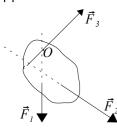
Примеры: диск равномерно вращается вокруг закрепленной оси, шар на ровной поверхности.



Теорема о трех силах

Если на тело, находящееся в равновесии, действуют три силы, то прямые, вдоль которых расположены эти силы, пересекаются в одной точке.

Доказательство:

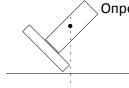


Пусть они не пересекаются в одной точке.

Так как тело находится в равновесии, сумма моментов этих трех сил относительно точки О равна нулю.

$$\vec{M}_{I} \! = \! \vec{M}_{3} \! = \! 0 \; (\text{т.к.} \; l_{I} \! = \! l_{3} \! = \! 0) \ \vec{M}_{I} \! + \! \vec{M}_{2} \! + \! \vec{M}_{3} \! = \! \vec{0}, \; \text{но} \; \vec{M}_{2} \! \neq \! 0$$

Устойчивость



Определим, в каком случае тело, опирающееся на поверхность, не упадет.

Начнем поднимать поверхность. Тело не упадет пока вертикаль, проходящая через центр тяжести не будет выходить за пределы поверхности. Момент силы тяжести относительно точки вращения, начинает поворачивать тело по часовой стрелке.

Чем ниже расположен центр тяжести, тем больше допустимый угол наклона.

Чем больше площадь поверхности, тем больше допустимый угол наклона.

Устойчивость тела улучшается с увеличением площади опоры и понижения центра тяжести.

Принцип минимума потенциальной энергии.

В состоянии устойчивого равновесия потенциальная энергия минимальна.

Чем меньше потенциальная энергия устойчивого тела, тем оно устойчивее.

Поэтому вероятность падения высокой башни больше, чем двухэтажного дома.