

Билет 5

Емкость, ёмкость уединённого проводника, конденсатор. Вывод формулы ёмкости плоского конденсатора. Последовательное и параллельное соединения конденсаторов. Энергия системы зарядов. Энергия заряженного конденсатора. Плотность энергии электрического поля.

Электрическая ёмкость уединённого проводника

Рассмотрим сферический проводник радиусом r .

Уединённый проводник — проводник, находящийся очень далеко от других тел, так что его размеры во много раз меньше расстояний до других тел.

При сообщении шару заряда q в окружающем пространстве возникнет электростатическое поле, потенциал¹ шара изменится и станет равным φ . Приняв потенциал бесконечно удалённых тел за 0, можем вычислить

потенциал шара $\varphi = \frac{kq}{\varepsilon r}$, тогда $\frac{q}{\varphi} = \frac{\varepsilon r}{k}$. Эта величина не зависит от заряда и определяется лишь радиусом

шара и диэлектрической проницаемостью окружающей среды.

Отношение заряда проводника произвольной формы к его потенциалу *не зависит* от значения заряда и *определяется* его геометрическими размерами проводника, его формой и электрических свойств среды.

Электрическая ёмкость проводника — отношение заряда проводника к изменению его потенциала.

$$C = \frac{q}{\Delta\varphi}; \quad [C] = \Phi = \frac{Кл}{В} \quad 1 \Phi = 9 \cdot 10^{11} \text{ см} = 9 \cdot 10^9 \text{ М}$$

Ёмкостью в 1 Ф обладает проводник, потенциал которого возрастает на 1 В при сообщении ему заряда 1 Кл.

Конденсаторы


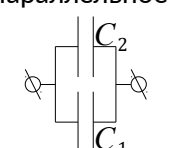
Конденсатор — система проводников, ёмкость которой не зависит от окружающих тел, накопитель энергии.

Конденсатор *представляет собой* два проводника, разделённые слоем диэлектрика, толщина которого мала по сравнению с размерами проводников. Проводники называют *обкладками конденсатора*.

Заряд конденсатора — абсолютное значение заряда на одной из обкладок.

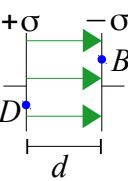
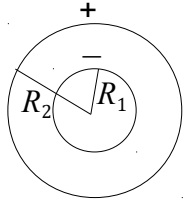
Емкость конденсатора — отношение заряда одного из проводников к разности потенциалов между этим проводником и соседним. $C = \frac{q}{U}$

Классификации конденсаторов					
1	По материалу диэлектрика				
	Бумажные	Электролитические	Слюдяные	Воздушные	Керамические
2	По форме обкладок				
	Плоские	Сферические	Цилиндрические		
3	По величине емкости				
	Постоянные	Переменные			

Соединение	Формула
Последовательное 	$U = U_1 + U_2; \quad q_1 = q_2 = q$ $U = \frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2} \quad C = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$
Параллельное 	$U = U_1 = U_2; \quad q_1 + q_2 = q$ $q = C U = C_1 U_1 + C_2 U_2 \quad C = C_1 + C_2$

¹ Потенциал — энергетическая характеристика поля.

Формулы емкостей

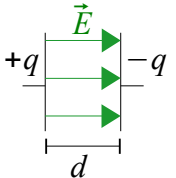
Вид	Емкость	Вид	Емкость
Плоский 	Поверхностная плотность заряда $\sigma = \frac{q}{S}$ Энергия одной пластины $E_0 = \frac{\sigma}{2 \epsilon \epsilon_0}$ Рассмотрим точки В и D: $U = \Delta \varphi = \varphi_D - \varphi_B$ $C = \frac{q}{U} = \frac{q}{\varphi_D - \varphi_B} = \frac{\sigma S}{d E} = \frac{\sigma S}{d \cdot 2 \cdot \frac{\sigma}{2 \epsilon \epsilon_0}} = \frac{\epsilon \epsilon_0 S}{d}$	Сферический 	$\varphi_1 = \frac{k q}{R_1}; \quad \varphi_2 = \frac{k q}{R_2}$ $\frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{k q \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}$ $C = 4 \pi \epsilon \epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$

Энергия плоского конденсатора

Рассмотрим плоский конденсатор. Напряженность поля, созданного зарядом одной из пластин равна $\frac{E}{2}$, где E - напряженность² поля в конденсаторе. В однородном поле находится заряд q .

Тогда по формуле потенциальной энергии в однородном поле энергия конденсатора $W_p = q \frac{E}{2} d$.

$$E d = U \Rightarrow W_p = \frac{q U}{2} = \frac{C U^2}{2} = \frac{q^2}{2 C}$$



Энергия произвольного конденсатора (системы зарядов)

Будем постепенно заряжать конденсатор переносами малого заряда $-\Delta q$ с одной пластины на другую. Конденсатор будет заряжаться, электрическое поле внутри него будет совершать работу.

Так как порция заряда мала, можно считать, что напряжение во время переноса не изменяется.

Тогда работа $\Delta A = -\Delta q U = -\frac{1}{C} q \Delta q$. Изменение энергии конденсатора $\Delta W_p = -\Delta A = \frac{1}{C} q \Delta q$.

Суммарная энергия конденсатора равна $W_p = \int \frac{1}{C} q dq = \frac{1}{C} \cdot \frac{q^2}{2} = \frac{q^2}{2 C}$

Энергия заряженного проводника

Будем аналогично заряжать проводник, перемещая к нему из бесконечности электрический заряд малыми порциями Δq .

$\Delta A = \Delta q (\varphi_\infty - \varphi)$, где φ - потенциал проводника с зарядом q . Пусть $q_\infty = 0$.

Тогда $\Delta A = -\Delta q \varphi = -\frac{q \Delta q}{C}$.

Суммарная энергия проводника равна $W_p = \int \frac{1}{C} q dq = \frac{1}{C} \cdot \frac{q^2}{2} = \frac{q^2}{2 C} = \frac{q \varphi}{2} = \frac{C \varphi^2}{2}$

Энергия электрического поля

Вся энергия заряженных тел сконцентрирована в электрическом поле этих тел.

Подставим в формулу энергии конденсатора значение емкости конденсатора:

$$W_p = \frac{C U^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d} \cdot \frac{E^2 d^2}{2} = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} \cdot S d = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2} \cdot V$$

Разделим формулу энергии на объем, занятый полем, и получим энергию, приходящуюся на единичный объем, то есть плотность энергии.

$\omega_e = \frac{\epsilon_0 \epsilon E^2}{2}$ - данное выражение не зависит от формы конденсатора, справедливо для любого поля любого конденсатора.