Билет 6. Закон всемирного тяготения, законы Кеплера.

Гравитационное поле (материальной точки и Земли). Сила тяжести.

Закон всемирного тяготения — все тела притягиваются друг к другу с силами, прямопропорциональными их массам и обратнопропорциональными квадрату расстояния между ними.

$$|\vec{F}_{1,2}|=G\cdot\frac{m_1 m_2}{r^2} \qquad \vec{F}_{1,2}=G\cdot\frac{m_1 m_2}{r_{1,2}^3}\cdot\vec{r}_{1,2} \qquad G=6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{Н\cdot м^2}{кг^2}$$ - гравитационная постоянная.

**Опыт Кавендиша в конце*

Закон применим для материальных точек и тел со сферически-симметричным распределением массы.

Первая космическая скорость — минимальная скорость, чтобы выйти на орбиту.

По второму закону Ньютона $m a_n = m\frac{v^2}{R_з}=G\frac{mM_з}{R_з^2} \Rightarrow v=\sqrt{G\cdot\frac{M_з}{R_з}}$

Также $m g = G\frac{M_з m}{R_з^2} \Rightarrow M=\frac{gR_з^2}{G} \quad v_I=\sqrt{G\frac{gR_з^2}{GR}}=\sqrt{gR}=8000\frac{м}{с} \quad v_I=8000\frac{м}{с}$

Вторая космическая скорость — скорость ухода за пределы тяготения планеты и стать спутником Солнца.

$$v_{II}=11200\frac{м}{с}$$

Третья космическая скорость — скорость ухода за пределы Солнечной системы. $v_{III}=42000\frac{м}{с}$

Законы Кеплера

Первый закон Кеплера — все планеты движутся по эллипсам, в одном из фокусов которых находится Солнце.
Второй закон Кеплера — радиус-вектор планеты за одинаковое время «заметает» одинаковые площади.
Третий закон Кеплера — квадраты периодов обращения планет вокруг Солнца относятся как кубы их больших полуосей.

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{b_1^3}{b_2^3}$$

<u>Вывод третьего закона Кеплера</u> из закона всемирного тяготения (для планет, орбиты которых почти окружности)

$$F=G\frac{m_{пл} M_{сол}}{r^2}\Rightarrow a_{пл}=G\frac{M_{сол}}{r^2}$$

$$a_{пл}=\frac{4\pi^2}{T^2}r \text{ — центростремительное ускорение}$$

b – большая полуось, a — ускорение

$$\frac{b_1}{b_2}=\frac{r_2^2}{r_1^2}\Rightarrow\frac{r_1 T_2^2}{r_2 T_1^2}=\frac{r_2^2}{r_1^2}\Rightarrow\frac{T_2^2}{T_1^2}=\frac{r_2^3}{r_1^3} \quad\Rightarrow\quad F\sim a\sim\frac{1}{R^2}$$

Сила тяжести — сила, с которой Земля притягивает к себе все тела. Сила приложена к центру тяжести тела, направлена к центру Земли.

Вблизи земли согласно закону всемирного тяготения $F_{тяж}=G\frac{mM_з}{R_з^2}$

Эта сила сообщает любому телу независимо от его массы одинаковое ускорение

$g_0=G\frac{M_з}{R_з^2}\approx 9{,}8\frac{м}{с^2}$ - ускорение свободного падения.

Гравитационное поле — область пространства вокруг источника, где в каждой точке определена напряженность.
Напряженность гравитационного поля - силовая характеристика поля.

$$\vec{g}=\frac{\vec{F}}{m} \qquad [g]=\frac{м}{с^2}$$

Линия напряженности — линия, касательная к которой в каждой точке совпадает с вектором напряжения.
Однородное гравитационное поле — гравитационное поле, в котором линии напряженности параллельны друг другу и расстояния между ними равны.
Центральное гравитационное поле — гравитационное поле , в котором линии напряженности направлены вдоль радиуса к источнику.
Гравитационное поле, создаваемое материальной точкой массой М, сферически симметрично. Тогда вектор напряженности $\vec{g}$ в любой точке направлен к этой точке. Модуль напряженности поля $g(r)$ по закону всемирного тяготения равен $g(r)=G\frac{M}{r^2}$ и зависит только от расстояния до источника поля.

Принцип суперпозиции
Гравитационное поле , создаваемое некоторой массой, не зависит от наличия других масс. Напряженность поля, создаваемого несколькими телами, равна векторной сумме напряженностей.
Пользуясь принципом суперпозиции можно доказать, что гравитационное поле, создаваемое шаром со сферически-симметричным распределением массы (в частности, однородным), не отличается от гравитационного поля материальной точки той же массы, расположенной в центре шара.
Из этого очевидно следует, что два шара со сферически-симметричным распределением масс притягиваются так, как если бы их массы были сосредоточены в их центрах.
Д-во:
Пусть два шара массами m_1 и m_2 притягиваются с силами $\vec{F}_{12}$ и $\vec{F}_{21}$ (III закон Ньютона).
Заменим первый шар материальной точкой массой $m_{1,}$ расположенной в центре. Создаваемое ей гравитационное поле не отличается от изначального в месте расположения второго шара. Следовательно, сила $\vec{F}_{21}$ не изменится. По III закону Ньютона второй шар действует с такой же силой $\vec{F}_{12}$. Аналогично меняем второй шар на материальную точку.

$g = G\frac{M_з}{R_з^2}$ Тогда $F = mg = G\frac{mM_з}{R_з^2}$

Опыт Кавендиша (Поиск значения гравитационной постоянной G)

Г. Кавендиш измерил гравитационную постоянную с помощью крутильных весов.\\ рис 3.8

Закреплены два малых свинцовых шара ($d = 5\,см, m = 775\,г$) на противоположных концах двухметрового стержня. Стержень подвешен на тонкой проволоке, для которой определялись предварительно силы упругости, возникающие при закручивании на разные углы.

Два больших свинцовых шара ($d = 20\,см, m = 49{,}5\,кг$) подводили близко к малым. Силы притяжения со стороны больших шаров заставляла малые перемещается к ним, при этом проволока немного закручивалась. Степень закручивания была мерой силы, действующей между шарами.

Результат Кавендиша отличался всего на 1% от значения, принятого сейчас $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \frac{Н \cdot м^2}{кг^2}$