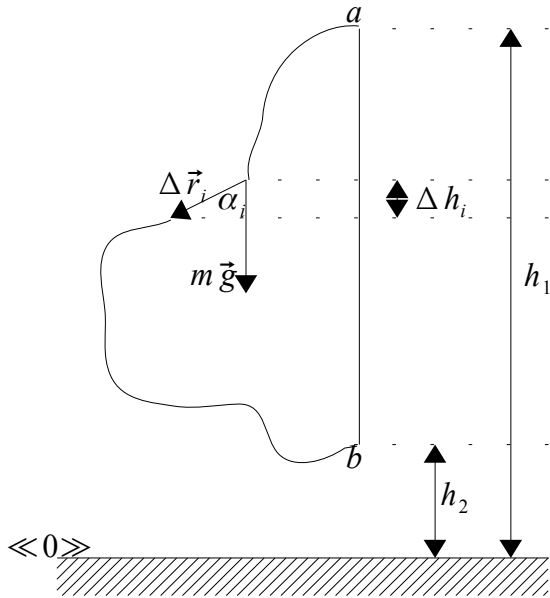


Билет 13. Работа силы тяжести, силы упругости. Потенциальная энергия. Консервативные силы. Работа силы трения. Неконсервативные силы.

Работа силы тяжести



Пусть тело массой m перемещается по произвольной траектории из точки a в точку b .

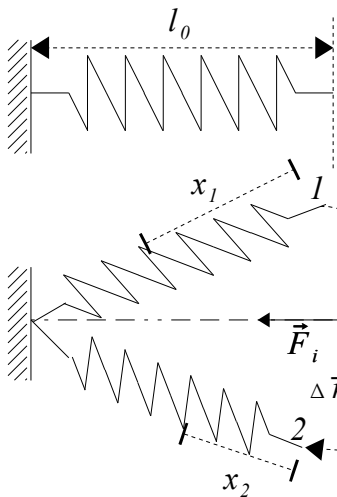
Точка a — на высоте h_1 , точка b — на высоте h_2 .

Разобьем путь на малые прямолинейные участки $\Delta \vec{r}_i$. Тогда работа на каждом участке $\Delta A_i = mg \cdot \Delta r_i \cdot \cos \alpha_i = mg \cdot \Delta h_i$.

$$A = \sum \Delta A_i = \sum (mg \Delta h_i) = mg \cdot \sum \Delta h_i = mg(h_1 - h_2)$$

Работа силы тяжести зависит только от массы тела, начальной и конечной высоты.

Работа силы упругости



Тело закреплено на пружине жесткостью k , растянутой на x_1 . Переведем в новое положение, при котором пружина растянута на x_2 .

L_0 — длина нерастянутой пружины.

Рассмотрим бесконечно малое перемещение пружины $\Delta \vec{r}_i$.

$$\Delta \vec{r}_i = \Delta \vec{r}_{i||} + \Delta \vec{r}_{i\perp} \quad \Delta \vec{r}_{i||} \parallel \{\text{ось пружины}\} \perp \Delta \vec{r}_{i\perp}$$

Тогда $\Delta A_i = \Delta A_{i||} + \Delta A_{i\perp}$

$$\Delta A_{i\perp} = \Delta \vec{r}_{i\perp} \cdot \vec{F}_i \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\pi\right) = 0$$

$$\Delta A_i = \Delta A_{i||} = F_{i*} \cdot \Delta x_i$$

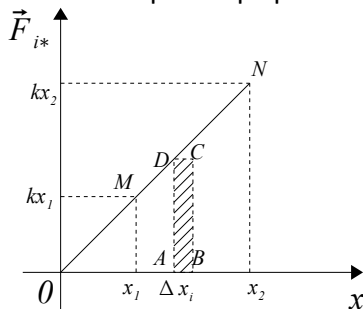
Δx_i — удлинение пружины на перемещении $\Delta \vec{r}_i$

\vec{F}_{i*} — сила упругости, действующая на пружину

$\vec{F}_i = -\vec{F}_{i*}$ — сила упругости, приложенная к телу со стороны пружины

$$\Delta A_{i2} = \sum \Delta A_i = \sum F_i \Delta x_i = - \sum F_{i*} \Delta x_i = - \sum k x_i \cdot \Delta x_i$$

Построим график зависимости



$$F_{i*} \Delta x_i = kx_i \Delta x_i = S_{ABCD}$$

$$A_{12} = - \sum kx_i \Delta x_i = S_{x_1 M N x_2} \quad \Delta x_i \rightarrow 0$$

$$A_{12} = - \left(\frac{kx_1 kx_2}{2} (x_1 - x_2) \right) = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$$

$$A_{F_{\text{упр}}} = \frac{kx_1^2}{2} - \frac{kx_2^2}{2}$$

Работа силы упругости зависит только от коэффициента жесткости, начального и конечного удлинений.

Консервативные силы (потенциальные) — силы, работа которых не зависит от формы траектории движения тел, а зависит только от начального и конечного их положений.

Консервативные силы — силы, работы которых по замкнутой траектории (пути) равна 0.

Сила тяжести и сила упругости — консервативные силы, так как их работа не зависит от траектории.

Неконсервативные силы (диссипативные) — остальные.

Диссипативные силы — силы, полная работа которых при движении системы всегда отрицательна.

Потенциальная энергия — энергия взаимодействия тел.

Примеры: гравитационная, электромагнитная — $E_n = \frac{kq^2}{r}$, упругая деформация $E_n = \frac{k\Delta l^2}{2}$, в

однородном поле — сила тяжести $E_n = mgh$.

Потенциальная энергия системы — функция координаты и определяют только положение тела.

Изменение потенциальной энергии взятое с противоположным знаком равно работе консервативных сил.

$$A_{\text{конс. сил}} = -\Delta E_n$$

Закон изменения полной механической энергии системы тел — изменение полной механической энергии системы тел равно сумме работ всех внешних и внутренних неконсервативных сил, действующих на систему.

$$\Delta E = A_{\text{внешн. и внутр. неконсерв. сил}}$$

$$A = A_{\text{к.с}} + A_{\text{н.к.с}} + A_{\text{внешн. сил}}$$

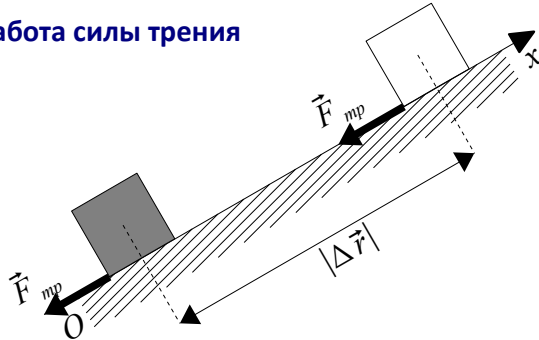
$$A = \Delta E_k \quad A_{\text{к.с}} = -\Delta E_n$$

$$\Delta E_k = A_{\text{н.к.с}} - \Delta E_n + A_{\text{внешн. сил}}$$

$$E_{\text{к кон}} - E_{\text{к нач}} = A_{\text{н.к.с}} + A_{\text{внешн. сил}} - (E_{\text{н кон}} - E_{\text{н нач}})$$

$$E_{\text{кон}} - E_{\text{нач}} = \Delta E = A_{\text{н.к.с}} + A_{\text{внешн. сил}}$$

Работа силы трения



Разбили всю траекторию на прямолинейные отрезки.

$$F_{\text{тр}} = \mu N = \mu m g \cos \alpha \quad (\text{II закон Ньютона})$$

α - угол наклона плоскости.

Сила трения зависит от массы тела

$$A_{F_{\text{тр}}} = \vec{F}_{\text{тр}} \cdot \Delta \vec{r} = -F_{\text{тр}} \cdot |\Delta \vec{r}|$$

Работа силы трения зависит от длины траектории.

Следовательно сила трения — неконсервативная сила.