

به نام خدا



دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

درس رادیو نرم افزاری و سیستم‌های رادیویی شناختمند

تکلیف شماره یک

علیرضا قضاوی (۹۹۱۳۹۰۴)

فروردین ۱۴۰۰

فهرست مطالب

۳	فهرست شکل‌ها
۴	مقدمه
۵	فصل اول
۵	آشکار ساز انرژی
۵	۱-۱- بلوک ۱
۶	۲-۱- بلوک ۲
۷	۳-۱- بلوک ۳
۸	۴-۱- ساختار آشکار ساز انرژی
۱۵	فصل دوم
۱۵	آشکار ساز بر مبنای ماتریس کواریانس
۱۷	فصل سوم
۱۷	آشکار ساز بر مبنای مقادیر ویژه
۱۸	۳-۱- آشکار ساز ماکزیمم-می‌نیمم مقدار ویژه
۱۹	۳-۲- آشکار ساز می‌نیمم مقدار ویژه
۲۰	۳-۳- آشکار ساز ماکزیمم مقدار ویژه

فهرست شکل‌ها

- شکل ۱: بخشی از سیگنال کاربر اولیه ۵
- شکل ۲: بلوک دیاگرام آشکار ساز انرژی؛ الف: در حوزه فرکانس، ب: در حوزه زمان ۶
- شکل ۳: کد متناظر با الگوریتم بلوک ۲ ۷
- شکل ۴: توضیح عملکرد و ورودی و خروجی‌های متناظر با تابع addnoise ۷
- شکل ۵: بلوک دیاگرام آشکار ساز انرژی در حوزه فرکانس و در حوزه زمان ۸
- شکل ۶: تابع برای تخمین واریانس نویز ۹
- شکل ۷: بلوک آشکار ساز انرژی با تخمین وفقی حد آستانه ۱۰
- شکل ۸: تغییرات تخمین حد آستانه با گذشت زمان ۱۰
- شکل ۹: تغییرات حد آستانه با گذشت زمان بیشتر و دریافت مشاهدات (نمونه‌های) بیشتر ۱۱
- شکل ۱۰: احتمالات P_{fa} و P_{miss} بر حسب تعداد سیمبل حس شده در SU برای آشکار ساز انرژی وفقی ۱۲
- شکل ۱۱: احتمالات P_{fa} و P_{miss} بر حسب تعداد سیمبل حس شده در SU برای آشکار ساز انرژی وفقی، به ازای دریافت تعداد سیمبل کمتر ۱۲
- شکل ۱۲: نتایج بدست آمده از شبیه سازی آشکار ساز انرژی با حد آستانه ثابت با $M=1000$ ۱۳
- شکل ۱۳: نمودار احتمالات P_{fa} و P_{miss} بر حسب تعداد سیمبل حس شده برای آشکار ساز مبتنی بر ماتریس کواریانس؛ SNR کانال برابر با ۱۸ دسی بل در نظر گرفته شده است. ۱۵
- شکل ۱۴: عملکرد آشکار ساز مبتنی بر ماتریس کواریانس بر حسب SNR ($M=1000$) ۱۶
- شکل ۱۵: help: تابع Eigenvalue_Based_Det ۱۸
- شکل ۱۶: عملکرد آشکار ساز ماکزیمم-می نیمم مقدار ویژه ۱۸
- شکل ۱۷: عملکرد آشکار ساز می نیمم مقدار ویژه ۱۹
- شکل ۱۸: عملکرد آشکار ساز ماکزیمم مقدار ویژه ۲۰

مقدمه

حس کردن طیف به معنای کاوش طیف به منظور تشخیص حضور کاربران اولیه در کانال و استفاده از باندهای آزاد موجود در طیف فرکانسی مد نظر می‌باشد. عملکرد سیستم رادیو شناختگر به طور قابل توجهی به صحت و کارایی حس کردن طیف بستگی دارد. عدم اطلاع دقیق از نوع سیگنال، پایین بودن نسبت سیگنال به نویز، وجود محوشدگی، گره‌های پنهان و لزوم بالا بودن سرعت در تشخیص حضور و یا عدم حضور کاربر اولیه از جمله موانع موجود در این مسیر می‌باشد. هدف از حس کردن طیف در تمامی روش‌های موجود ایجاد تعادل بین افزایش کارایی کاربر ثانویه و کاهش تداخل با کاربر اولیه است و سرعت و دقت الگوریتم از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است.

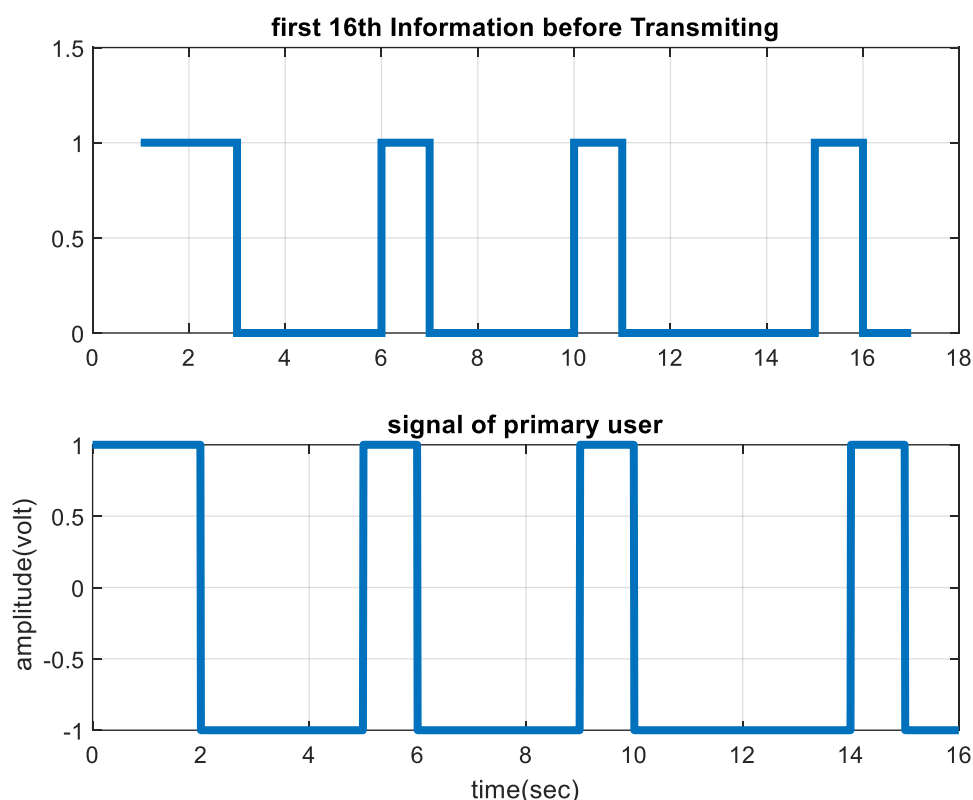
هدف این تمرین، انجام یک شبیه‌سازی با Matlab برای بررسی برخی روش‌های حسگری طیف است. کلیه کدها در محیط Matlab 2019 اجرا شده است. در فصل‌های اول تا سوم به ترتیب آشکارساز انرژی، آشکارساز ماتریس کواریانس و آشکارساز مقادیر ویژه بررسی شده است.

فصل اول

آشکار ساز انرژی

۱-۱-۱ بلوک ۱

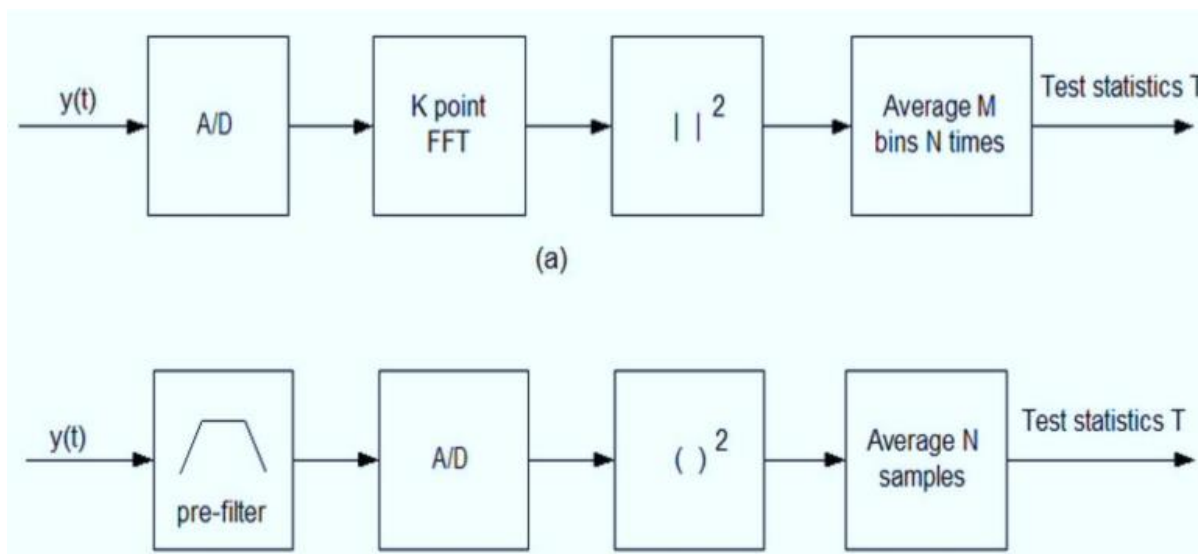
ابتدا دنباله دلخواهی از صفر و یک به طول L بیت (مثلاً $L = 10000$) را به صورت تصادفی ایجاد می‌کنیم و هر بیت را با یک موج مربعی با دامنه $1+$ و $1-$ و عرض 100 نمونه نمایش می‌دهیم تا سیگنال کاربر اولیه ساخته شود. شکل ۱ بخشی از سیگنال کاربر اولیه را نمایش می‌دهد.



شکل ۱: بخشی از سیگنال کاربر اولیه

آشکار سازی انرژی یکی از روش های متعارف حس کردن طیف می باشد. این آشکار ساز ناهمفاز است و در گروه آشکار سازی فرستنده قرار می گیرد که از آن می توان برای آشکار سازی باند باریک و باند پهن استفاده نمود. در این نوع آشکار ساز انرژی دریافتی از سیگنال کاربر اولیه با یک سطح آستانه مقایسه شده و تصمیمی مبنی بر وجود و یا عدم وجود سیگنال کاربر اولیه اتخاذ می شود. از مزیت های این روش سادگی محاسباتی و پیاده سازی و عدم نیاز به اطلاعات قبلی از ساختار سیگنال کاربر اولیه است. اما این آشکار ساز در صورتی عملکرد بهینه و خروجی مناسبی خواهد داشت که واریانس نویز در آشکار ساز معلوم باشد. بنابراین در نسبت سیگنال به نویز پایین، عملکرد این آشکار ساز افت می نماید. از دیگر معایب این روش، کاهش کارایی در آشکار سازی سیگنال های طیف گسترده، عدم توانایی در تفکیک تداخل از جانب کاربر اولیه و نویز و وابستگی

شدید آشکارساز به سطح آستانه می باشد. روش اندازه گیری آماری انرژی سیگنال دریافتی به صورت شکل ۲ است. در برنامه‌ی نوشته شده، کد هر دو روش نوشته شده است و یکی از آنها کامنت شده است.



شکل ۲: بلوک دیاگرام آشکارساز انرژی؛ الف: در حوزه فرکانس، ب: در حوزه زمان

برای گرفتن تبدیل فوریه در متلب از تابع fft استفاده کرده و تعداد نقاط آن را ۱۰۰ در نظر می‌گیریم. و سپس برای محاسبه‌ی انرژی تبدیل فوریه بدست آمده را در مزدوج مختلط خودش ضرب می‌کنیم تا چگالی انرژی سیگنال کاربر اولیه روی همه‌ی فرکانس‌ها محاسبه شود. سپس از تابع sum استفاده می‌کنیم تا انرژی کل سیگنال را محاسبه کرده و سپس متوسط آن را روی زمان ارسال (L سیمبل هر کدام به طول ۱۰۰ نمونه) حساب می‌کنیم، نام این متوسط را Test Statistics می‌نامیم، که همان انرژی سیگنال تقسیم بر بازه زمانی‌ای است که سیگنال در آن بازه حضور دارد.

۲-۱-۲-۱-۲-۱

رابطه‌ی (۱) تعریف SNR در ورودی گیرنده کاربر ثانویه می‌باشد. و در رابطه‌ی (۲) روش بدست آوردن دامنه‌ی ثابت چگالی طیف توان برای نویز سفید گوسی جمع شونده ذکر شده است.

$$SNR = \frac{\text{انرژی سیگنال ارسالی کاربر ثانویه}}{\text{انرژی نویز}} \quad (1)$$

بنابراین داریم:

$$\text{چگالی طیف توان نویز سفید} = \frac{\text{انرژی سیگنال ارسالی کاربر ثانویه}}{SNR} \quad (2)$$

بنابراین با استفاده از رابطه‌ی بین Test Statistics و انرژی سیگنال‌ها و همچنین رابطه‌ی (۲) می‌توانیم کد بلوک ۲ را وارد کنیم. این کد در شکل ۳ آورده شده است. ملاحظه می‌کنیم که مطابق توضیحات گفته شده کد را نوشته ایم و مقدار متغیر $desired_snr$ با متغیر SNR که در انتها مقدارش نشان داده شده است تقریباً

برابر است. بنابراین این بلوک به درستی با محاسبه انرژی سیگنال کاربر اولیه دریافتی، نویز با واریانس (انرژی) مناسب به سیگنال کاربر اولیه اضافه می‌کند تا به SNR مطلوب برسیم.

```

41 - F = fft(Pr_sig,100);
42 % Energy of received signal over 100*L samples
43 - E_of_Pr_sig = sum(F.*conj(F),'all');
44 - E_of_Pr_sig = sum(Pr_sig.^2);
45 % Test Statistic for the energy detection
46 - TS_of_Pr_sig = E_of_Pr_sig/(L*100);
47 % calculate power of Noise that reach us to desired SNR
48 - desired_snr = 28;
49 - sigma2= E_of_Pr_sig/db2pow(desired_snr)/(100*L);
50 % construst noise with required sigma2
51 - noise = wgn(1,numel(t),pow2db(sigma2));
52 % Energy of noise over 100*L samples
53 - E_of_noise = sum(noise.^2);
54 % calculate SNR for test
55 - SNR = E_of_Pr_sig/E_of_noise;
56 - SNR = pow2db(SNR)

```

Command Window

SNR =

28.0023

شکل ۳: کد متناظر با الگوریتم بلوک ۲

در واقع برای تست این بلوک، انرژی سیگنال کاربر اولیه را محاسبه می‌کنیم، انرژی سیگنال نویز ساخته شده را هم اندازه گرفته و سپس نسبت این دو انرژی را محاسبه می‌کنیم و در این بین هر جا نیاز بود دسی بل را به توان و یا بلعکس تبدیل می‌نماییم. شایان ذکر است که تابع `wgn` در متلب یک نویز گوسی با واریانس دلخواه، در یک بردار یا ماتریس تولید می‌کند. این بلوک را برای استفاده‌های بعدی در یک تابع با نام `addnoise` ذخیره می‌کنیم. شکل ۴، خلاصه عملکرد بلوک ۲ و ورودی و خروجی‌های متناظر با تابع را نشان می‌دهد.

```

>> help addnoise
y = addnoise(desired_snr,Pr_sig,t,L) gets desired_snr (in db) and L
(number of sampels per symbol) as 2 scalrs and gets PR_sig(primary signal)
and t(time) as 2 row vectors of same dimension
y is signal plus noise

```

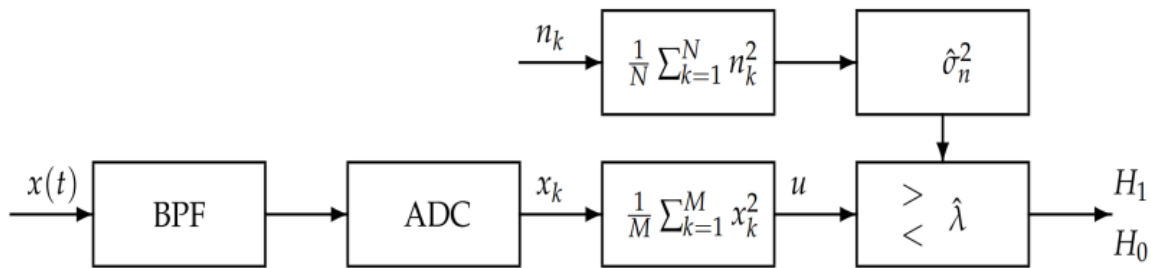
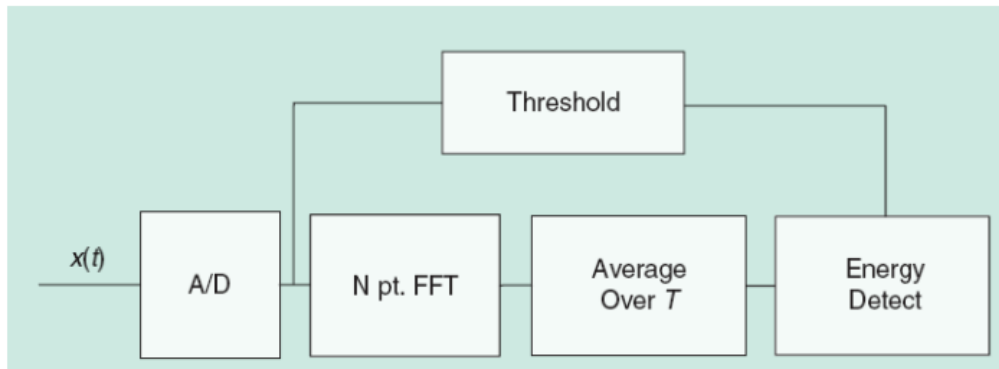
شکل ۴: توضیح عملکرد و ورودی و خروجی‌های متناظر با تابع `addnoise`

۳-۱-۳-بلوک ۳

با استفاده از تابع `randi` در متلب، و با تنظیمات مناسب آن، بردار `Chance` را با مقادیر صفر و یک تصادفی و به طول M می‌سازیم. سپس در یک حلقه، هرگاه عنصر متناظر این بردار ۱ بود، سیگنال به همراه نویز (شبیه سازی حضور کاربر اولیه) و هرگاه عنصر متناظر این بردار ۰ بود، نویز به تنهایی (شبیه سازی عدم حضور کاربر اولیه در محیط) را تولید می‌کنیم. با این کار، محیط را شبیه سازی کرده ایم. در ادامه این بلوک آشکار ساز قرار دارد که در قسمت‌های بعدی آن را شرح می‌دهیم.

۴-۱- ساختار آشکارساز انرژی

شکل ۵، بلوک دیاگرام مربوط به آشکارساز انرژی را نشان می‌دهد. منظور از Threshold در این شکل، تخمین سطح توان نویز است که همان تخمین واریانس نویز از روی مشاهدات سیگنال ورودی گیرنده کاربر ثانویه بوده و به صورت آماری محاسبه شده می‌شود. شکل بالا مربوط به انجام محاسبات در حوزه فرکانس و شکل پایین مربوط به انجام محاسبات در حوزه زمان است.



شکل ۵: بلوک دیاگرام آشکارساز انرژی در حوزه فرکانس و در حوزه زمان

می‌توانیم سیگنال دریافتی را به صورت زیر در نظر بگیریم:

$$\mathbf{X} = \mathbf{1}A + \mathbf{w} \quad (3)$$

که در آن $\mathbf{X} = (x(1), x(2), \dots, x(N-1))^T$ بردار مشاهدات، \mathbf{w} بردار نویز و $\mathbf{1}$ بردار ستونی تمام یک به طول $N-1$ می‌باشد. A نیز یک متغیر تصادفی با تابع جرم احتمال زیر است:

$$A = \begin{cases} 1, & p = \frac{1}{4} \\ -1, & p = \frac{1}{4} \\ 0, & p = \frac{1}{2} \end{cases} \quad (4)$$

این تابع از آنجا به دست آمد که با احتمال برابر یک دوم، ممکن است سیگنال کاربر اولیه موجود باشد یا نباشد و اگر موجود بود با احتمال یک دوم ممکن است صفر ارسال کند و با احتمال یک دوم می‌تواند یک

ارسال کند. بنابراین با احتمال $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ ممکن است صفر ارسال شود (متناظر با $A = -1$) و یا یک ارسال شود ($A = +1$). با توجه به (۴)، واریانس متغیر تصادفی A محاسبه می‌شود:

$$VAR(A) = E(A^2) - E(A)^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} - 0 = \frac{1}{2} \quad (5)$$

از طرفی از درس فرآیند، می‌دانیم که یک تخمین بدون بایاس برای تعداد N مشاهده‌ی مستقل $x(n)$ ، واریانس نمونه است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$VAR(x(n)) = \frac{1}{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} (x(n) - M_N)^2 \quad (6)$$

که در آن M_N میانگین نمونه (Average) برای تعداد N مشاهده‌ی مستقل $x(n)$ است و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$M_N = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \quad (7)$$

از طرفی با توجه به روابط مربوط به مجموع متغیرهای تصادفی مستقل داریم:

$$VAR(x(n)) = VAR(A) + VAR(w(n)) \quad (8)$$

و بنابراین یک تخمین مناسب برای واریانس نویز به صورت زیر می‌تواند ارائه شود:

$$VAR(w(n)) = VAR(x(n)) - VAR(A) = \frac{1}{N-1} \sum_{n=0}^{N-1} (x(n) - M_N)^2 - \frac{1}{2} \quad (9)$$

کد این تخمین را برای استفاده در آشکارساز انرژی در یک تابع مجزا می‌نویسیم. شکل ۶ کد این تابع را نشان می‌دهد. از این تابع برای تخمین واریانس نویز، جهت استفاده برای مقداردهی سطح آستانه‌ی آشکار سازی انرژی استفاده می‌کنیم.

```

1 function var = estimate_var_of_noise(x)
2 % estimate variance of noise from observation vec(x)
3 N = numel(x);
4 var = 1/(N-1)*sum((x-mean(x)).^2,'all')-0.5;
5 end

```

شکل ۶: تابع برای تخمین واریانس نویز

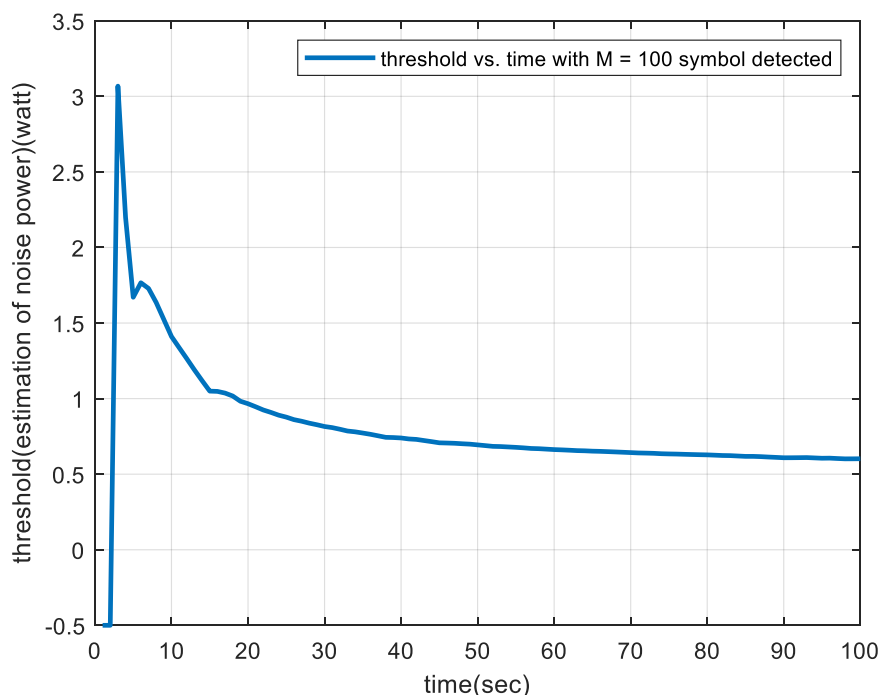
با بکارگیری تخمین زن واریانس نویز در بلوک آشکارساز انرژی، تخمین زن به صورت ^۱ واریانس نویز را محاسبه می کند و هرچه زمان می گذرد تخمین دقیق تری از واریانس نویز (حد آستانه) ارائه می دهد. همانطور که در شکل ۸ و شکل ۹ مشاهده می کنیم، با گذشت زمان حد آستانه ثابت می شود.^۲

```

54 % energy detection
55 % observation vector
56 x = [];
57 threshold=[];
58 H = zeros(1,M);
59 % threshold = 0.010;
60 for i = 1 : M
61 % x is observation signal that is sampeled by L sampels in Ts
62 x=[x,y(L*i+1:L*(i+1))];
63 E_of_x = sum(x.^2);
64 % Test Statistic for the energy detection
65 TS_of_x = E_of_x / (L*100);
66 threshold(i)=estimate_var_of_noise(x);
67 if TS_of_x > threshold(i)
68 H(i)=1;
69 else
70 H(i)=0;
71 end
72 end

```

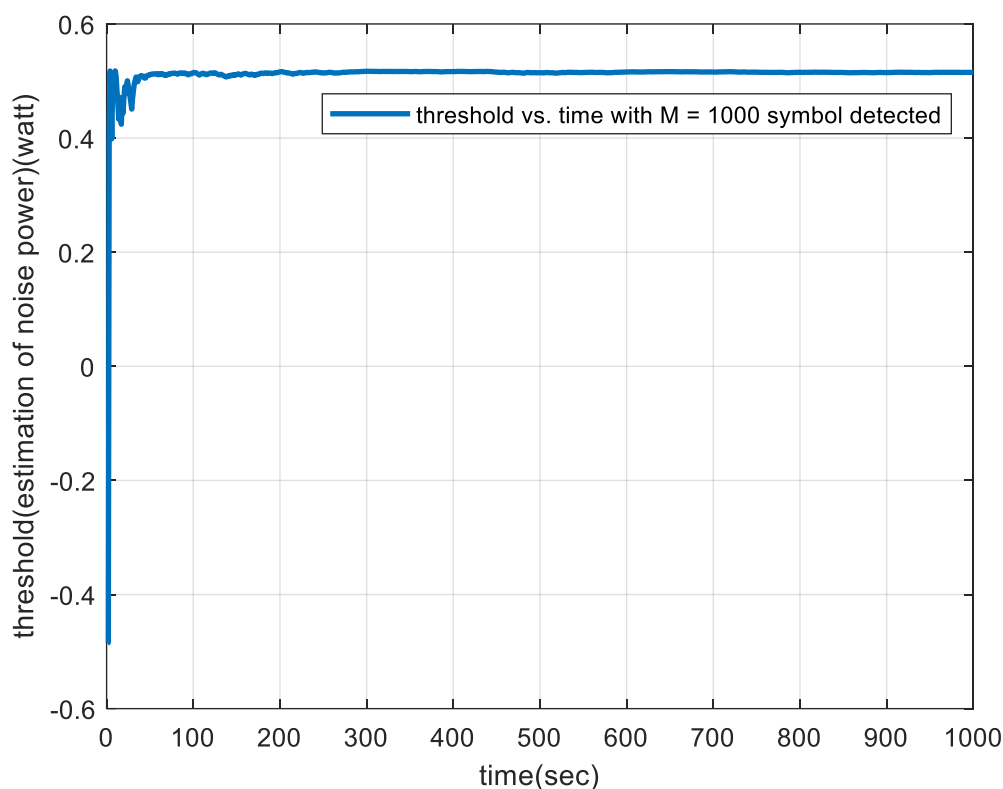
شکل ۷: بلوک آشکارساز انرژی با تخمین و فقی حد آستانه



شکل ۸: تغییرات تخمین حد آستانه با گذشت زمان

^۱ Adaptive

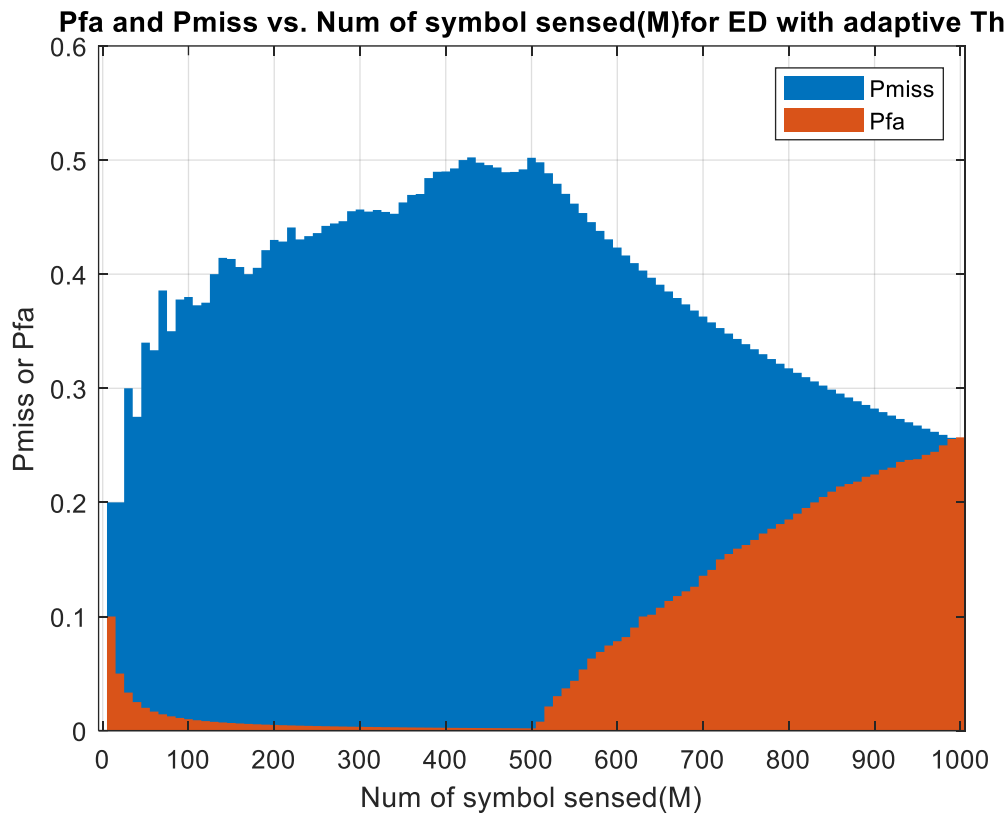
^۲ این شکل برای دریافت ۱۰۰۰۰ نمونه متناظر با ۱۰۰ برابر بازه زمانی ارسال هر سیمبل و نسبت سیگنال به نویز نیز برابر ۱۸ دسی بل در نظر گرفته می شود.



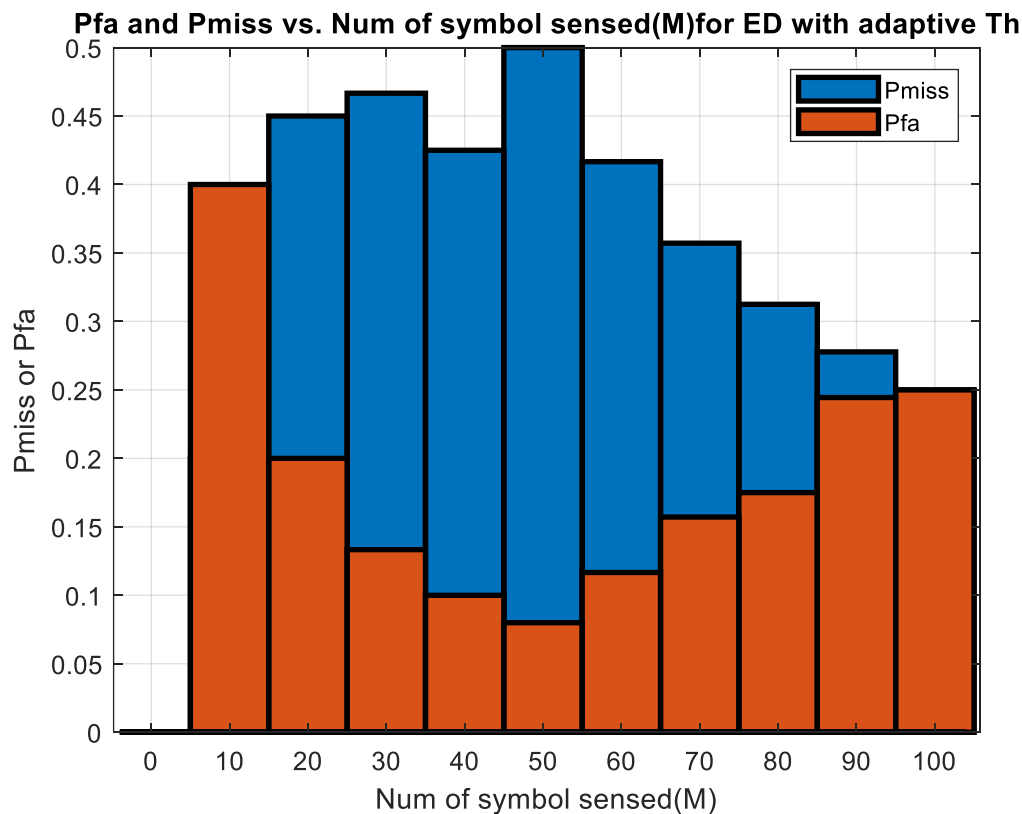
شکل ۹: تغییرات حد آستانه با گذشت زمان بیشتر و دریافت مشاهدات (نمونه‌های) بیشتر

ملاحظه می‌کنیم که حدود 0.5 اندازه مناسبی برای حد آستانه‌ی آشکارساز انرژی، مناسب است. کد نوشته شده در شکل ۷ برای آشکارساز انرژی با تخمین افقی حد آستانه به صورت یک تابع با نام `energy_det_with_adaptive_th` ذخیره شده است. هم چنین از شکل ۱۰ و شکل ۱۱ نتیجه می‌گیریم که با استفاده از آشکارساز انرژی با تخمین افقی سطح آستانه، با گذشت زمان و افزایش تعداد سیمبل‌های حس شده، احتمال P_{fa} افزایش یافته و P_{miss} کاهش می‌یابد، این نتیجه مورد انتظار بود، چرا که در درس هم دیدیم که این دو احتمال با هم مصالحه^۱ دارند.

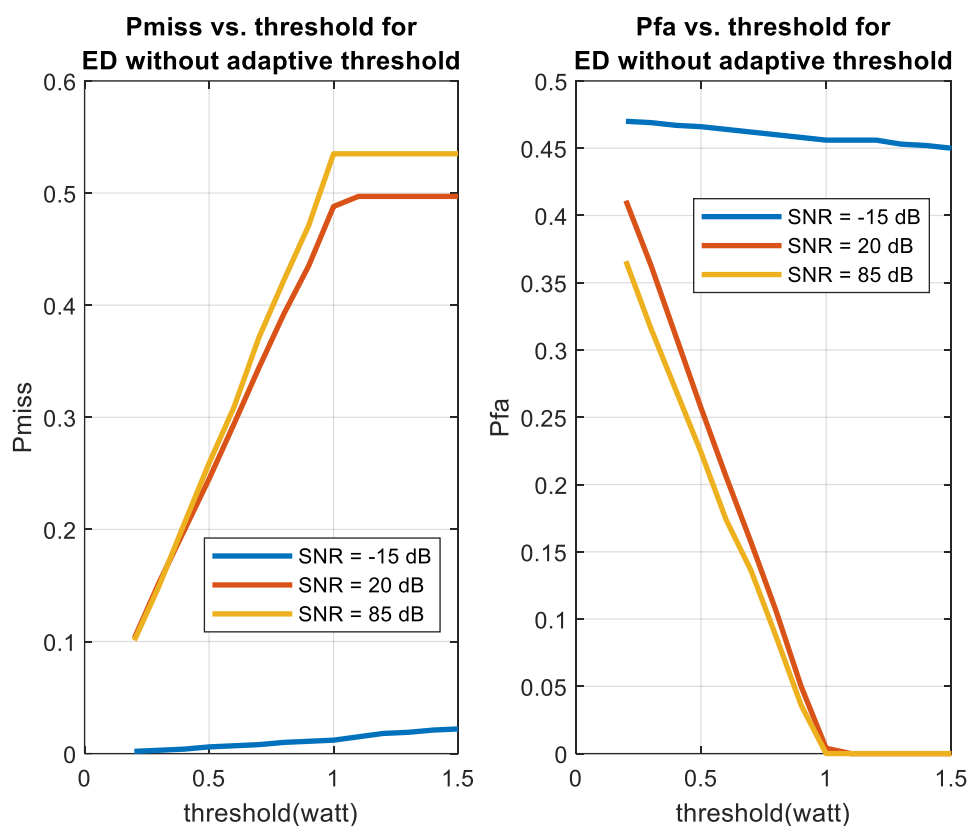
^۱ trade off



شکل ۱۰: احتمالات P_{miss} و P_{fa} بر حسب تعداد سیمبل حس شده در SU برای آشکارساز انرژی واقعی



شکل ۱۱: احتمالات P_{miss} و P_{fa} بر حسب تعداد سیمبل حس شده در SU برای آشکارساز انرژی واقعی، به ازای دریافت تعداد سیمبل کمتر



شکل ۱۲: نتایج بدست آمده از شبیه سازی آشکار ساز انرژی با حد آستانه ثابت با $M=1000$

اگر از آشکار ساز انرژی معمولی استفاده کنیم، که در آن به جای تخمین بلادرنگ^۱ واریانس نویز، مقدار ثابتی را به عنوان حد آستانه در نظر بگیریم و از آن در آشکار ساز استفاده کنیم، نتایج موجود در شکل ۱۲ را خواهیم داشت. ملاحظه می کنیم با افزایش حد آستانه ی آشکار ساز انرژی، احتمال Pfa کاهش یافته و احتمال Pmiss افزایش می یابد، بنابراین بار دیگر ملاحظه می کنیم که این دو احتمال با هم مصالحه دارند. از طرف دیگر، این نتیجه مورد انتظار هم بود، چرا که همانطور که در کلاس درس نیز بیان شد، با افزایش سطح آستانه انرژی، احتمال تصمیم گیری حضور سیگنال کمتر می شود و بنابراین اگر کاربر اولیه حضور داشته باشد، با احتمال بیشتری ممکن است به اشتباه تصمیم بگیریم که کاربر اولیه حضور ندارد (miss detection) و هم چنین با احتمال کمتری ممکن است که کاربر اولیه فعال نباشد و به اشتباه حضور کاربر اولیه را تشخیص دهیم. از طرف دیگر، با کاهش SNR در کانال مخابراتی، احتمال Pmiss کاهش و احتمال Pfa افزایش می یابد. این نتیجه هم مورد انتظار بود، چرا که در این شرایط، کانال مخابراتی وضعیت بدتری از نظر انتقال سیگنال دارد و توان نویز در محیط زیاد است. بنابراین احتمال اینکه این توان بالای نویز بالاتر از سطح آستانه رفته و حضور سیگنال را تصمیم بگیریم زیاد می شود فلذا احتمال اینکه کاربر اولیه حضور داشته باشد و آشکار ساز به اشتباه عدم حضور را تشخیص دهد (Pmiss) کاهش و احتمال اینکه کاربر اولیه حضور نداشته باشد و آشکار ساز به اشتباه حضور را تشخیص دهد (Pfa) افزایش می یابد. بنابراین در شرایطی که کانال مخابراتی SNR کمی دارد،

^۱ real-time

آشکارساز انرژی عملکرد ضعیفی خواهد داشت. دلیل آن این است که واریانس نویز در SNR پایین به درستی تخمین زده نمی‌شود و عدم قطعیت نویز می‌تواند آشکارساز انرژی را بی‌فایده کند.

با توجه به نتایجی که بیان شد، اگرچه پیاده‌سازی آشکارساز انرژی آسان‌تر است اما این آشکارساز فقط حضور و عدم حضور سیگنال را تشخیص می‌دهد و نمی‌تواند بین انواع مختلف سیگنال تفاوت و تمایزی قائل شود. بنابراین همانطور که در شکل‌ها دیدیم آشکارساز انرژی اغلب برای حدآستانه‌های متداول، خطای false alarm زیادی دارد که سیگنال‌های ناخواسته (نویز، تداخل با SUهای دیگر و...) باعث این امر می‌شوند.

همچنین در تخمین نویز ملاحظه کردیم که با فرض نویز گوسی در گیرنده واریانس نویز تخمین زده می‌شود. با توجه به اینکه تخمین مذکور با استفاده از تعداد محدودی نمونه صورت می‌گیرد، همواره میزانی از خطا در تخمین وجود خواهد داشت (شکل ۸ و شکل ۹). به ابهام موجود در واریانس تخمین زده شده عدم قطعیت نویز اطلاق می‌شود. سطح آستانه در آشکارساز انرژی به واریانس نویز وابسته است، بنابراین در صورت بروز خطا در تخمین واریانس نویز، سطح آستانه نیز بدرستی انتخاب نمی‌شود و در نتیجه نمی‌توان به P_{fa} مطلوب نیز دست یافت. این مسئله به شدت از کارایی آشکارساز می‌کاهد.

فصل دوم

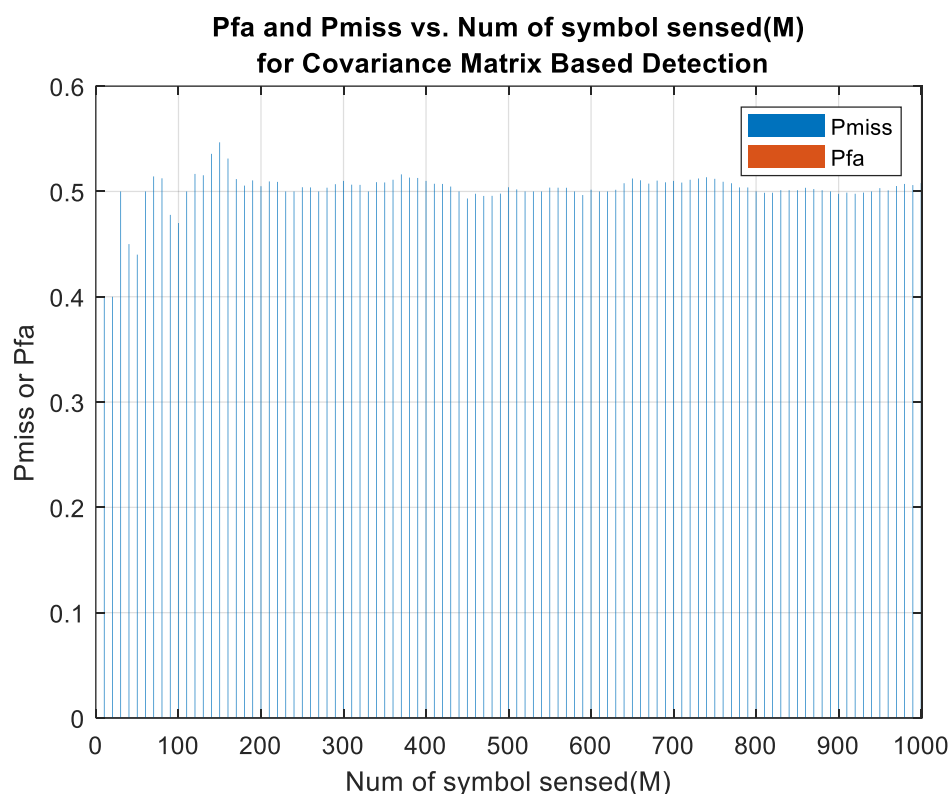
آشکارساز بر مبنای ماتریس کواریانس^۱

این آشکارساز که در گروه آشکارساز فرستنده اولیه قرار می‌گیرد، باتوجه تفاوت ویژگی‌های آماری ماتریس کواریانس یا خودهمبستگی سیگنال و نویز با یکدیگر، بدون داشتن اطلاعاتی از سیگنال و توان نویز می‌تواند برای آشکارسازی سیگنال‌های مختلف و کاربردهای متفاوت استفاده شود. از درس فرآیند می‌دانیم که ماتریس کواریانس یک فرآیند تصادفی به صورت رابطه‌ی (۱۰) تعریف می‌شود. این رابطه را می‌توان به صورت آماری (رابطه‌ی (۱۱)) نیز بیان کرد.

$$\Sigma = E[(X - E[X])(X - E[X])^T] \quad (10)$$

$$Q_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(x_i - \bar{x})^T \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (11)$$

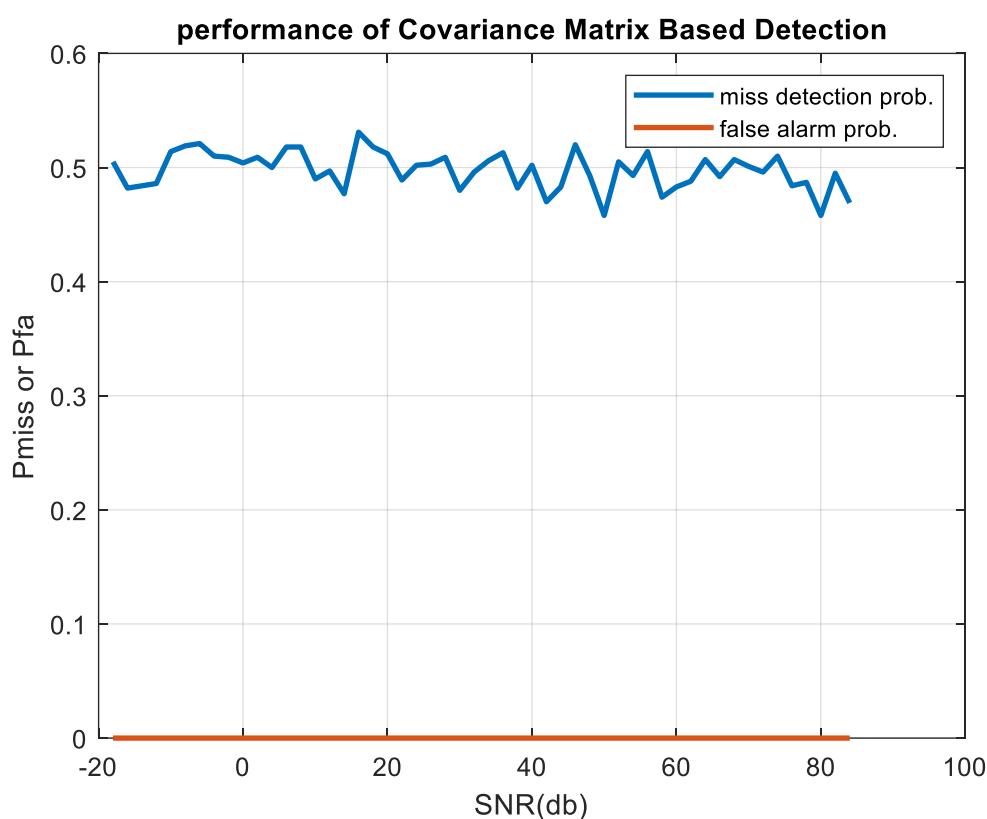
در این روابط، x_i بردار مشاهده شده از سیگنال دریافتی است. در این آشکارساز حضور و یا عدم حضور کاربر اولیه از روی ماتریس کواریانس بدست آمده از سیگنال دریافتی تعیین می‌شود. ماتریس کواریانس نویز سفید قطری است و در صورتی که مؤلفه‌های غیر قطری ماتریس صفر باشند، کاربر اولیه غیر فعال و در غیر این صورت باند مورد نظر آزاد نیست.



شکل ۱۳: نمودار احتمالات P_{miss} و P_{fa} بر حسب تعداد سیمبل حس شده برای آشکارساز مبتنی بر ماتریس کواریانس؛ SNR کانال برابر با ۱۸ دسی بل در نظر گرفته شده است.

^۱ Covariance Matrix Based Detection

کد این روابط در یک تابع با نام cov_det نوشته و ذخیره شده است. در این تابع برای محاسبه‌ی ماتریس کواریانس و برای تشخیص قطری بودن ماتریس به ترتیب از دستور cov و isdiag در متلب استفاده کرده‌ایم. نمودار احتمالات Pfa و Pmiss برحسب تعداد سیمبل حس شده برای آشکارساز مبتنی بر ماتریس کواریانس در شکل ۱۳ آورده شده است. ملاحظه می‌کنیم که در این روش Pfa صفر بوده ولی Pmiss قابل توجه است. یعنی در این روش احتمال اینکه PU حضور داشته باشد و به اشتباه عدم حضور آن تصمیم گیری شود، قابل توجه است، در حالی که احتمال اینکه PU حضور نداشته باشد و به اشتباه حضور آن تشخیص داده شود صفر است. همچنین از شکل ۱۳ نتیجه می‌گیریم که پس از حسگری حدود ۲۰۰ سیمبل، عملکرد آشکارساز (Pmiss) ثابت می‌ماند.



شکل ۱۴: عملکرد آشکارساز مبتنی بر ماتریس کواریانس بر حسب SNR ($M=1000$)^۱

همانطور که در شکل ۱۴ مشاهده می‌کنیم آشکارساز مبتنی بر ماتریس کواریانس وابستگی به SNR نداشته، احتمال Pfa آن برای هر SNR صفر است و احتمال Pmiss نیز به نظر می‌رسد نسبت به SNR یکنواپی خاصی ندارد و نوسانات آن مستقل از مقدار SNR است. این نتایج مورد انتظار بود، چرا که در این روش پارامتری را برای آشکارساز تخمین نمی‌زنیم و آشکارساز با توجه به وابستگی‌های بین نمونه‌های مشاهدات تصمیم گیری می‌کند و بنابراین عدم وابستگی نسبت به SNR، کانال و تعداد نمونه‌ی مشاهده شده مورد انتظار بود. اما چون این آشکارساز هرگونه همبستگی بین نمونه‌های مشاهدات را حضور PU و استقلال بین نمونه‌های مشاهدات

^۱ در ادامه مقدار M برابر ۱۰۰۰ در نظر گرفته می‌شود.

(یا وابستگی بسیار اندک نمونه‌های مشاهدات) را که معادل با قطری بودن ماتریس کواریانس است را عدم حضور PU تفسیر می‌کند، بنابراین انتظار می‌رود اگر PU حضور داشته باشد ولی نمونه‌های سیگنال ارسالی آن وابستگی کمی با هم داشته باشند و یا به طور تصادفی نسبت به همدیگر مستقل باشند، آشکارساز به اشتباه عدم حضور سیگنال PU را تصمیم‌گیری می‌کند و بنابراین به این دلیل است که بالا بودن Pmiss در این روش مورد انتظار است.

فصل سوم

آشکارساز بر مبنای مقادیر ویژه^۱

از آنجا که در این آشکارساز نیازی به اطلاعات اولیه از سیگنال کاربر اولیه نیست، آن را می‌توان یک آشکارساز ناهمفاز^۲ تلقی کرد. در این فصل، بر اساس مقادیر ویژه محاسبه شده از روی ماتریس خود همبستگی سیگنال دریافتی توسط کاربر اولیه، سه تکنیک آشکارسازی مقدار ویژه پیشینه-کمینه، آشکارسازی انرژی با مقدار ویژه کمینه و آشکارسازی مقدار ویژه پیشینه مورد مطالعه قرار گرفته است.

برخی از سیگنال‌های مخابراتی ساختار شناخته شده خاصی را به ماتریس کواریانس منتقل می‌کنند که می‌تواند بر اساس همبستگی بین نمونه‌های سیگنال دریافتی بدست آید. بزرگترین تا کوچکترین مقدار ویژه ماتریس کواریانس، به عنوان آماره‌ی آزمون^۳ مطرح هستند که برای تصمیم‌گیری با یک سطح آستانه مقایسه می‌شوند. در این روش هیچ اطلاعات پیشینی از سیگنال‌های کاربر اولیه و/یا کانال ارسال نیاز نیست. بنابراین، بر عدم اطمینان نویز مشکل ساز که در آشکارسازهای دیگر با آن مواجه می‌شویم، غلبه می‌کند.

بر اساس آزمون آماری، این روش را می‌توان به موارد زیر طبقه بندی کرد:

- **آشکارساز ماکزیمم-می‌نیمم مقدار ویژه:** که در آن آماره‌ی آزمون، نسبت ماکزیمم مقدار ویژه به می‌نیمم مقدار ویژه ماتریس کواریانس تعریف می‌شود.
- **انرژی با می‌نیمم مقدار ویژه:** که در آن آماره‌ی آزمون، نسبت متوسط سیگنال دریافتی به می‌نیمم مقدار ویژه ماتریس کواریانس تعریف می‌شود.
- **آشکارساز ماکزیمم مقدار ویژه:** که در آن آماره‌ی آزمون با ماکزیمم مقدار ویژه داده می‌شود.

کد متناظر با این آشکارساز را در تابعی با نام Eigenvalue_Based_Det ذخیره شده است. هر کدام از تکنیک‌های فوق با همین ترتیب بیان شده بیانگر یکی از Modeهای کاری این آشکارساز فرض شده و در تابع نوشته شده آورده شده اند. نمایی از ورودی‌ها و خروجی‌های این تابع و توضیحاتی در مورد مودهای کاری آن در شکل ۱۵ آورده شده است.

^۱ Eigenvalue Based Detection

^۲ Non coherent

^۳ Test statistic

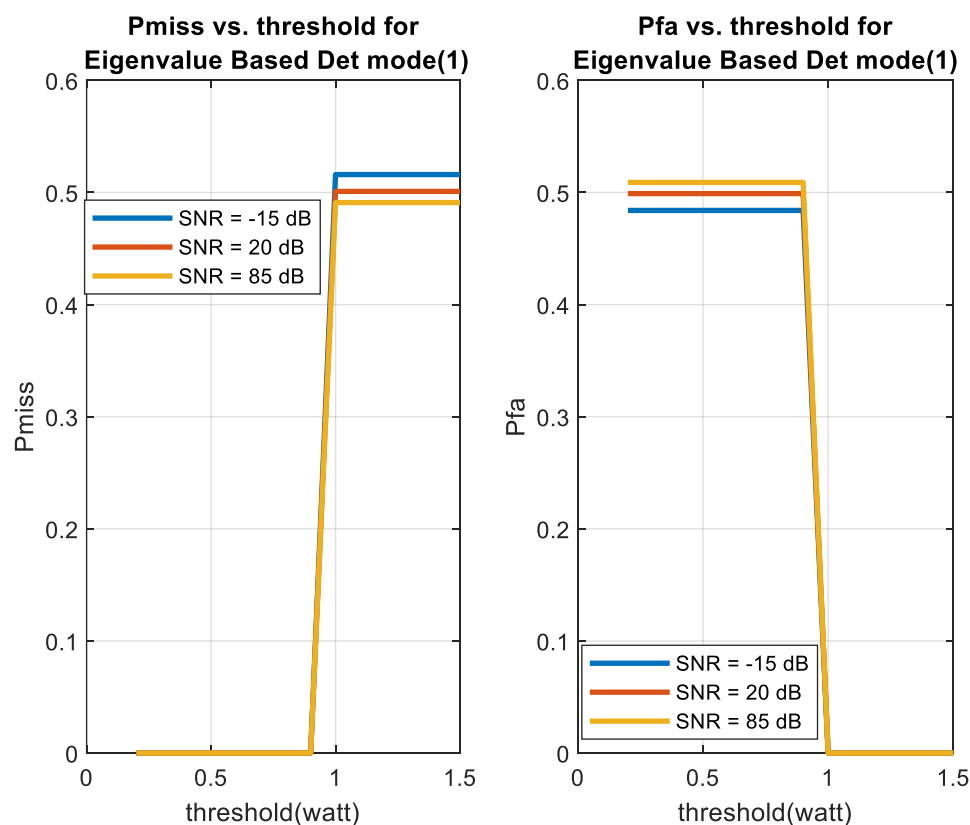
```
>> help Eigenvalue_Based_Det
H=Eigenvalue_Based_Det(M,y,threshold,Mode)
is Eigenvalue Based Detection
M is Number of symbol intervals that we want to be sensed
y is signal that recieved at SU
L is number of symbols that we want to be sence
threshold is an scalar

Mode is mode of operation variable
(1) Max-Min eigenvalue detection in which the test statistic is defined
    as ratio of Max and Min eigenvalue of covariance matrix
(2) Energy with min eigenvalue in which the test statistics is defined
    as ratio of average power of received signal to min eigenvalue.
(3) Max eigenvalue detection in which test statistics is given by the
    maximum eigenvalue.

H is present-absent vector, 1-> SU is present
                        , 0-> SU is absent
code is written by Alireza Qazavi
Email: a.qazavi@ec.iut.ac.ir
```

شکل ۱۵: help تابع Eigenvalue_Based_Det

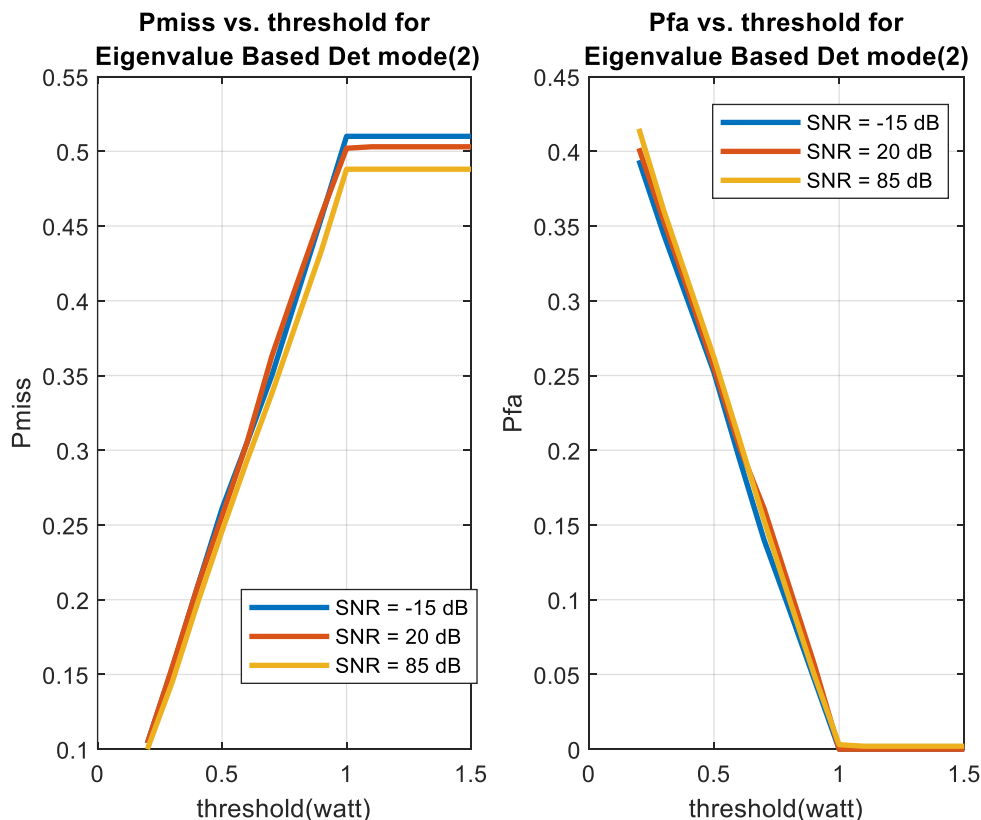
۳-۱- آشکار ساز ماکزیمم-می نیمم مقدار ویژه



شکل ۱۶: عملکرد آشکار ساز ماکزیمم-می نیمم مقدار ویژه

عملکرد این آشکارساز در شکل ۱۶ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود عملکرد این آشکارساز نسبت به حد آستانه مشابه عملکرد آشکارساز انرژی است و با افزایش حد آستانه P_{fa} کاهش یافته و P_{miss} افزایش می‌یابد. اما مشاهده می‌کنیم که عملکرد این آشکارساز نسبت به SNR عکس عملکرد آشکارساز انرژی است. در واقع، با افزایش SNR ، P_{miss} کاهش یافته و P_{fa} افزایش می‌یابد.

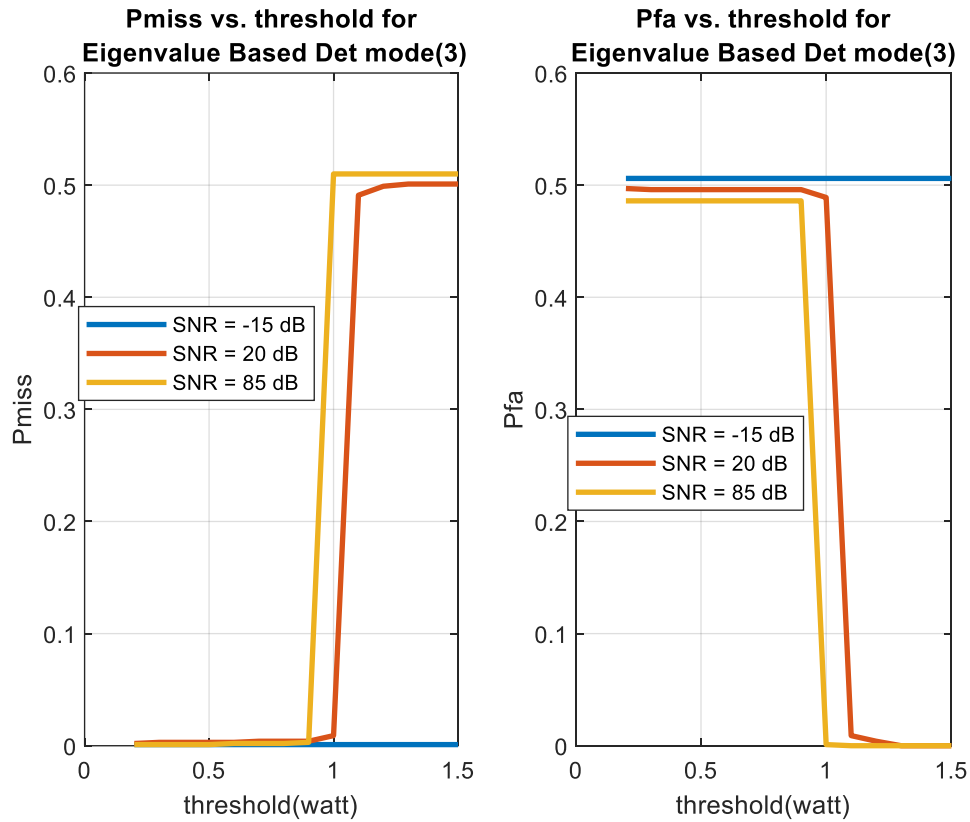
۳-۲- آشکارساز می‌نیم مقدار ویژه



شکل ۱۷: عملکرد آشکارساز می‌نیم مقدار ویژه

همانطور که از شکل ۱۷ مشاهده می‌شود عملکرد این آشکارساز نیز نسبت به مقدار حد آستانه شبیه به آشکارساز انرژی است. اما به ازای SNR های مختلف عملکردهای بسیار مشابهی داریم و بنابراین به نظر می‌رسد این روش آشکارسازی حساسیت زیادی به سطح SNR کانال مخابراتی ندارد و از این نظر یک مزیت مهم نسبت به آشکارسازهای دیگر (به ویژه آشکارساز انرژی) برای این روش داریم. همانطور که مشاهده می‌کنیم، حتی برای SNR های پایین هم عملکرد شبیه به SNR های خوب و عالی داریم.

۳-۳- آشکارساز ماکزیمم مقدار ویژه



شکل ۱۸: عملکرد آشکارساز ماکزیمم مقدار ویژه

همانطور که در شکل ۱۸ مشاهده می‌کنیم، عملکرد این آشکارساز چه بر حسب میزان سطح آستانه و چه بر حسب SNR بسیار شبیه به آشکارساز انرژی است (شکل ۱۲ را ملاحظه کنید)، با این تفاوت که در اینجا شیب نمودارها تندتر است و برای SNR های خوب و عالی هر چه از مقدار حد آستانه‌ی یک دورتر شویم مصالحه‌ی بین Pmiss و Pfa بیشتر و شدیدتر می‌شود.