

<div> <div>有限元</div> <div> <p>基本思想：1.先将求解域离散为有限个单元，单元与单元只在节点相互连接；2.对每个单元选择一个简单的场函数近似表示真实场函数在其上的分布规律。（<b>插值函数</b>或位移函数）3. 建立单元节点的平衡方程。4. 把所有单元的刚度方程组合成整体的刚度方程，引入边界条件求解该方程组。</p> <p>插值函数：</p> <p>单元：许多小的、彼此用点联结的基本构件如杆、梁、板和壳。<b>单元边界不传递力。用刚度矩阵描述</b></p> <p>节点：单元与单元之间的联结点。相互之间存在物理作用，<b>可以传递力</b>。</p> <p>节点力：节点的相互作用力。      节点载荷：作用于节点的外载荷。      节点自由度：杆单元（1个），梁单元（3个），平面单元（2个）</p> <p><b>提高有限元分析精度</b>：减小单元尺寸；提高插值函数的阶数。</p> <p>（一）杆系单元：定义。结构离散：杆系的交叉点、边界点、集中力作用点、杆件截面尺寸突变处等都应该设置节点，节点之间的杆件即构成单元。</p> <p><b>刚度方程：（1）</b></p> <p>有限元步骤：<b>1.连续体离散化</b>：连续体：是指所求解的对象。      离散化：所求解的对象划分为有限个具有规则形状的微小块体。      具体步骤：单元划分后，给每个单元及节点进行编号；选定坐标系，计算各个节点坐标；确定各个单元的形态和性态参数以及边界条件等。      离散单元要求：单元与单元之间没有裂缝、不能重叠。      总码：节点载荷及节点位移均用大写字母标记，角标为节点在总体结构中的编码。      局部编码：上角标为该单元的编码，下角标为该单元内节点的局部编码。      单元刚度矩阵。      单元刚度力（位移）矩阵。      单元刚度系数：单元刚度矩阵中的任一个系数，<math>k_{ij}</math> 含义：该单元内除节点 j 产生单位位移外，其余各节点的位移均为零时在节点 i 处所引起的载荷。</p> <p>2.单元分析：选择插值函数（一般为低次多项式）；建立单元刚度矩阵，<b>关系式：（2）</b></p> <p>3.整体分析：把各个单元的刚度矩阵集成为总体刚度矩阵，以及将各单元的节点力向量集成总的力向量。总体刚度矩阵，<b>关系式：（3）</b>      集成法：将下角标相同的刚度系数相加，然后按总码的顺序对号入座。</p> <p>4.约束条件：引入支撑条件，计算节点位移</p> <p>5.求解有限元方程。      6.结果分析与讨论。</p> <p>特别注意<b>单元刚度系数的正负</b></p> <p>（二）梁单元      单元刚度矩阵，<b>关系式：（3）</b></p> <p><b>坐标系，画图（4）</b></p> <p>奇异性，对称性，分块性</p> <p>单元刚度系数的含义：除了 u1=1 之外，两节点的其余的位移分量都为 0，产生的这个变形所需要的力。对应第一列的元素</p> <p>坐标变换：<b>坐标转换矩阵：（5）</b></p> <p><b>等效节点载荷：均布外载等效（6）</b></p> <p>（三）平面问题：平面上所有的节点都可视为平面铰，即每个节点有两个自由度。单元与单元在节点处用铰相连。作用在连续体荷载也移置到节点上，成为节点荷载。如节点位移或其某一分量可以不计之处，就在该节点上安置一个铰支座或相应的连杆支座。</p> <p>三角形的位移模式：该节点为 1，其余节点为 0 的插值函数。<b>公式：（7）</b></p> <p><b>形状矩阵 N（8）</b>：单元内任一点的位移与节点位移的转换矩阵</p> <p><b>几何矩阵 B（9）</b>：单元内一点的应变与节点位移的关系。（个点的应变只与节点位移有关，而与单元中点的位置无关，称为常应变三角形单元）</p> <p><b>弹性矩阵 D（10）</b>：应力与应变</p> <p><b>单元刚度矩阵：推导过程（11）</b></p> <p><b>物理意义</b>：1. 单元刚度矩阵是对称阵。2. 单元刚度主对角线元素恒为正值；因为主对角元素 <math>k_{i,i}</math> 表示力的方向和位移方向一致，故功总为正值。3. 单元刚度是奇异阵，即 K =0。4. 单元刚度各列元素的总和为零，各行元素的总和也为零。</p> <p>整体刚度矩阵<b>特点</b>：1. 对称性。只存储矩阵的上三角部分。2. 稀疏性。矩阵的绝大多数元素都是零3. 带形分布规律。矩阵[K]的非零元素分布在以对角线为中心的带形区域内，称为带形矩阵。在半个带形区域中(包括对角线元素在内)，每行具有的元素个数叫做半带宽，用 d 表示。</p> </div> </div>
---

（一）优化设计的作用：逆向确定设计方案中的待定参数；所确定的设计参数能保证实现预定的设计要求；参数确定过程的自动化；基于设计方案量化的产品性能优化。

**优化模型的一般形式：设计变量；目标函数；约束条件（1）**

设计变量：设计过程中，进行选择和调整，最终必须确定的独立参数。设计变量的个数称为设计问题的维数。

设计空间：n 个设计变量的坐标轴所形成的 n 维实空间称为，用 $R^n$ 表示

目标函数（评价函数）：在设计变量中能最好的满足所追求的某些特点的目标，而这些目标又可表达为设计变量的函数

等值曲面：目标函数值相等的所有设计点的集合。等值线族形象地反映了目标函数值的变化规律，越靠近极值点的等值线，表示的目标函数值越小，其分布也越密集。

约束条件：任何设计都有若干不同的要求和限制，将这些要求和限制表示成设计变量的函数，并写成一系列不等式和等式表达式。

边界约束：直接限制每个设计变量的取值范围或彼此相互关系的一些辅助的区域约束

性能约束：由产 品性能或设计者要求推导出来的用以间接限制设计变量取值范围的一种约束。

可行域：任何一个不等式约束都把设计空间分为两部分，一部分是满足约束条件的称为可行域。

边界点（约束边界上的点），角点（约束边界的交点）

起作用约束：X 在某个约束边界上，则这个约束条件称为 X 的起作用约束。      不起作用约束

最优解的情况：1.非线性问题的最优解要么是一个内点，要么是一个边界点；2.非线性问题的最优解如果是一个边界点，那么它必定是等值线（面）在函数值下降方向上与可行域的最后一个交点；

3.线性问题的最优解必定是等值线（面）在函数值下降方向上与可行域的最后一个交点；

优化问题分类：线性规；二次规划；动态规划；几何规划；整数规划；随机规划；凸规划

**优化过程**：从一个初始 $X^{(0)}$  出发，按照一个**可行的搜索方向**和**适当的步长**走一步，到达 $X^{(1)}$ ，再从 $X^{(1)}$  出发，选一个可行的搜索方向和适当的步长走一步，达到 $X^{(2)}$ ，并保证每一步函数值都是下降的（适用性条件），**公式（2）**

**无约束优化**：见上。      **有约束优化**：每一次迭代，检查**适用性**和**可行性**。

**收敛准则**：点距准则：值差准则：梯度准则： $\left|\left|\nabla f\left(X^{(k+1)}\right)\right|\right| \leq \varepsilon$

（二）**多元函数的泰勒展开（3）**      **梯度矩阵（4）**，一阶偏导数组成的列向量      **海森矩阵（5）**，各个二阶偏导组成的方阵。正定性判断：各阶主子是大于 0。

**极小值判断（6）**，梯度=0，H 矩阵>0。

凸性：单峰性，有全局最优点；多个极值点中的最小值点。      局部最优点：其它非最小值的极值点

凸集：假设在 n 维欧式空间 $R^n$ 中有一个集合 D,即  $D \subset R^n$  ,且 D 内任意两点  $X^{(1)},X^{(1)}$  之间的连接直线都属于集合 D

**凸函数：（7），判断条件：（8）**      凸规划：目标，约束函数都是凸函数

**K-T 条件，判断过程（9）**      对于凸规划，K-T 点事全局最优点。

（三）一维搜索：总是从某个已知点出发，沿着给定的方向（用某种优化方法确定）搜索到目标函数在该方向上的极小值点，**数学形式（10）**。      几何意义：求搜索方向与等值线的切点。

单峰区间：一个初始搜索区间，使该区间内含有函数的极小点，该区间内函数有唯一的极小点

**区间消去法（11）**：在区间内任取两点，比较他们的函数值，消去部分区间      单峰区间定义同凸函数

进退法（确定初始的搜索区间）：1.初始化，选方向和步长，初始点。2.第一次迭代，若增加，反向迭代。3.当出现上升时，取前一点和后一点为初始区间。

**黄金分割法（12）**：计算点，终止条件。特点：只需要计算 1 个新点，就可以缩小 0.618 倍。

**二次插值法（13）**：可以采用一个容易求解极小值的较低次函数 p(x)，在满足一定的条件下来近似代替 f(x)。步骤：计算 3 个点的二次插值函数，得到极小值点；一新的 3 点计算二次插值函数。收敛阶为 1.32

平分法：中点的切线方向判断。      切线法：新点为切线与 X 轴的交点。

（四）轮换法：轮换地以每一个坐标轴作为一维搜索方向的优化搜索方法。缺点：维数较高的优化问题，搜索时间过长；与**目标函数形次有关（14）**

**梯度法（15）**：以负梯度方向为搜索方向，每次迭代都沿着负梯度方向一维搜索。**需要进行移位搜索最优步长**。缺点：局部看函数值下降快，从全局看却要走很多弯路；锯齿形前进的。      **如果目标函数的等值线（面）为同心圆（球），只需一步搜索**。

**基本牛顿法（16）**：设目标函数是连续二阶可微的，将函数在 X(k)点按泰勒级数展开后，按**牛顿方向**取步长为 1 迭代。      **正定二次函数而言，牛顿法只需一次迭代**      步长为 1，并不能总收敛      阻尼牛顿法：在基本牛顿法上，增加步长因子 α 和一维搜索过程

**变尺度法（17）**：综合梯度法和牛顿法的优点，构造一个 n 阶方阵，形成**拟牛顿方向**，一维搜索，迭代。      **变尺度矩阵的构建（18）**，逐步逼近牛顿方向。

共轭方向：S1T\*A\*S2=0，（A 要对称正定）向量 S1 与 S2 关于实对称正定矩阵 A 是共轭，S 系为共轭方向。**2 条平行切线，切点的连线与切线共轭**。      具体步骤：先对 n 个方向移位搜索，得到一个方向；以此为起点，替代下降最多的那个方向，一维探索 n 次；得到共轭方向。      特点：1.

对于二次函数,经过 n 轮(每轮 n 次一维搜索)循环后，第 n 轮中的 n 个搜索方向相互共轭。所以,第 n 轮能达到最优解。2. 对于非二次函数,经过 n 轮循环后，第 n 轮中的 n 个搜索方向对于 f(x)的二次局部近似函数的 Hesse 矩阵只是近似相互共轭,虽然有较高的逼近,但不一定到达极值点。3. 当一维搜索中 a=0 时,X1(2)=X0(2)时 S(1)与 S(2)线性相关.此时,不能得到最优解。可重新选择 n 个初始方向。      **Powell 判断（19）**

特点：共轭方向法具有二次收敛性，Powell 法不再具有二次收敛性。

（五）随机方向法：在可行域内选一初始点 x(0),以给定的步长 a=a(0),沿某随机选取的方向 S(1)取探索点 x=x(0)+aS(1),若该点同时符合下降性和可行性，继续新的探索。      收敛准则：当所有方向（次数上限）都不行，步长减半；直到步长小于ε。      特点：维数小的小型问题。

惩罚函数法：它是将目标函数和约束条件构造成一个新的目标函数。**基本格式（20）**，惩罚因子      内点惩罚：不满足约束条件时，惩罚项的值很大。惩罚函数定义在可行域内。在可行域内，序列迭代点逐步逼近约束边界上的最优点。**只用于不等式约束**。      **惩罚函数形式，惩罚因子，步骤（21）**

外点惩罚：满足约束条件时，惩罚项的值很小或为 0。外点法的迭代过程是从可行域外一步步向可行域边界逼近的。**惩罚函数形式，惩罚因子，步骤（22）**

混合惩罚：惩罚因子为按内点法选取。      **惩罚函数形式，惩罚因子，步骤（23）**

（一）**可靠性**：产品在**规定的工作条件下，规定的时间内**完成规定功能的能力  
可靠度：产品在规定的条件，规定的时间内完成规定功能的概率——不可靠度。**公式（1）**  
失效概率密度函数：指单位时间内的失效概率。**公式（2）**  
失效率：工作到时刻 t0 尚未失效的产品，在这 t0 时刻后，在单位时间内发生故障的概率。**浴盆曲线。公式（3）**  
失效前平均时间（MTFF）：不可维修产品从开始工作到发生失效的平均时间。**公式（4）**  
平均故障间隔时间（MTBF）：可维修产品从一次故障到下次故障的平均时间，在使用寿命周期内，MTBF= MTFF。  
二项分布：某事件的概率为 p，发生 r 次的概率 f（r）。离散的概率。**公式（5）**  
泊松分布：使用二项分布，如果 p 很小(p≤0.1)，而 n 很大（n≥50）时。**公式（6）**  
正态分布：**公式（7）**  
对数分布：随机变量 t 的对数为正态分布的分布，引进随机变量: x=ln(t)。**公式（8）**  
指数分布：**公式（8）**  
（二）应力-强度干涉模型：考虑应力和强度均是随机变量。**表达式（9）**  
**联结方程（10）**  
**服从正态分布（11）**  
**服从指数分布（12）**  
**服从对数正分布（13）**  
蒙特卡洛方法：频率代替概率。给定模拟次数 N，由概率分布密度函数，产生(0,1)之间的两个伪随机数，分别计算出应力、强度值。计算可靠性 R=k / N。  
**随机变量统计特征值（14）**  
**随机函数统计特征值（15），变差系数的常数项**  
（三）**静强度计算（16），注意变差系数，**  
**疲劳强度计算（17）：**  
（四）系统：指由相互间具有有机联系的若干要素组成，能够完成规定功能的综合体。要素：指零件、部件和子系统  
系统逻辑图：表示系统元件的功能关系，它以系统的结构图为基础，根据元件事故对系统工作的影响，用方框表示元件功能而构成的系统可靠性方框图。  
可靠性预测。**串联系统（18），相乘 并联系统（19），反问题 储备系统（20），泊松分布 表决系统（21），**在 n 个单元中，只要有 k 个{1≤k≤n)单元不失效，系统就不会失效。  
可靠性分配：等额分配：串联分配  
并联分配  
比例分配：（串联系统；寿命服从指数分布）。**公式（22）**  
AGREE 分配法：单元的分配失效率 λ i，应与重要度 Ei 成反比，与复杂度 vi = ni/N 成正比，与工作时间 ti 成反比。**公式（23）**  
复杂度分配：**公式（24）**  
故障树分析：底事件：只分析其结果而不必进一步分析其原因的事件。基本事件（圆形事件）：不必进一步分析其原因的事件。菱形事件（未探明事件，省略事件）：暂时不必或暂时不能探明其原因的底事件  
矩形事件：顶事件：系统的失效事件。一般选最主要的，最不希望发生的失效事件作为顶事件。中间事件：位于顶事件与底事件之间。  
或门，与门。如何书写：确定顶事件；发展故障树。  
割集（使顶事件发生的底事件的集合）最小割集：若割集中，去掉任意一个底事件，就不再成为割集的割集。概率计算

**绪论**：传统设计：手工操作，近似计算，串行设计，以经验为主，从局部出发，精度差、效率低、成本高、周期长  
现代设计：计算机辅助，数值计算，并行设计，以知识为主，全局考虑，精度高、效率高、成本低、周期短。  
虚拟设计：采用虚拟设计技术对产品进行模拟，使用者可以直接从外观上或功能上比较全面地了解产品的情况。  
智能设计一是用智能方法进行设计，二是使设计的对象智能化：  
动态设计：动态设计强调产品在动态过程中的特性。  
优化设计：是以数学规划理论为基础，以计算机为辅助工具，将设计问题按规定的格式建立数学模型，并选择合适的优化算法，选择或编制计算机程序，然后通过计算机求解获得最优设计方案。  
概念设计：是根据产品生命周期各个阶段的要求，进行产品的功能创造、功能分解和功能集成。  
现代设计：以市场需求为驱动，以复杂机电产品为对象，以知识获取为中心，以现代设计思想、方法和现代技术手段为工具，考虑产品的整个生命周期和人、机、环境相容性等因素的设计。

世界坐标系（WCS）：（也有称用户坐标系）是用户用于定义所有物体的统一参考坐标系，它在计算过程中始终保持唯一性  
模型坐标系（LCS）：便于物体模型定义的坐标系，又称模型坐标系  
观察坐标系（VCS）：通常取物体所在的坐标系为世界坐标系(WCS)，投影平面与投影中心也在世界坐标系中指定  
屏幕坐标系（SCS）：