Einführung in die Programmierung Andreas Hildebrandt



Kontrollflussmanipulation mit if

- Python bietet viele Möglichkeiten, den Kontrollfluss zu manipulieren
- Werden wir nun nach und nach kennenlernen
- Einfachstes Mittel zur Kontrollflussmanipulation: bedingte Anweisungen (Conditionals)
- Ziel: zusammenhängende Gruppe (Block) von Statements nur ausführen, wenn bestimmte Bedingung (Condition) erfüllt ist
- Dazu dient if Statement
- Verwendung:

```
if <Boolescher Ausdruck>:
     <statement>
     <statement>
```

• "Template-Notation:" Terme in spitzen Klammern stehen für beliebige Instanzen von Booleschen Ausdrücken bzw. Anweisungen



Kontrollflussmanipulation mit if

```
if <Boolescher Ausdruck>:
    <statement>
```

Hinweise:

- if selbst muss gleiche Einrückung haben wie umgebender Block
- nach Booleschem Ausdruck muss Doppelpunkt stehen
- Beliebig viele Anweisungen beliebiger Art im abhängigen Block
- Zuordnung zu abhängigem Block durch Einrückung:
 - muss für alle abhängigen Statements gleich sein
 - muss größer (weiter rechts) sein als Einrückung des if
- Beliebig viele Statments im Block erlaubt, mindestens ein Statement benötigt
- Nach abhängigem Block wieder ursprüngliche Einrückung



Kontrollflussmanipulation mit if

• Beispiel:

```
In [3]: #%%tutor -b http://localhost:8003

x = -42 # Hier als Beispiel; könnte z.B. Resultat von input() sein

if x < 0:
    x = -x
```

- Berechnet Betrag |x| der Variablen x:
 - Falls Wert von x positiv ist muss nichts getan werden
 - Falls Wert von x negativ ist wird mit -1 multipliziert



Kontrollflussmanipulation mit if

• Weitere Beispiele:

```
In [4]: #%%tutor -b http://localhost:8003

x = 4711
y = 42 # hier als Beispiel; könnten z.B. Resultate von input() sein

if x > y:
temp = x
x = y
y = temp
```

- Sortiert x und y so, dass in jedem Fall $x \le y$ gilt:
 - Falls x schon kleiner gleich y muss nichts getan werden
 - Falls x größer y:
 - Erzeuge neue Variable temp und binde an Wert, auf den x zeigt
 - Binde x an Wert auf den y zeigt
 - Binde y an Wert auf den temp zeigt (= alter Wert von x)



Kontrollflussmanipulation mit if

• Hinweis: bei mehrzeiligen abhängigen Blöcken ist Einrückung entscheidend!

```
In [5]:

x = 4711
y = 42  # hier als Beispiel; könnten z.B. Resultate von input() sein

# korrekt
if x > y:
temp = x
x = y
y = temp

# inkorrekt
if x > y:
temp = x
x = y
y = temp
```



Flowcharts

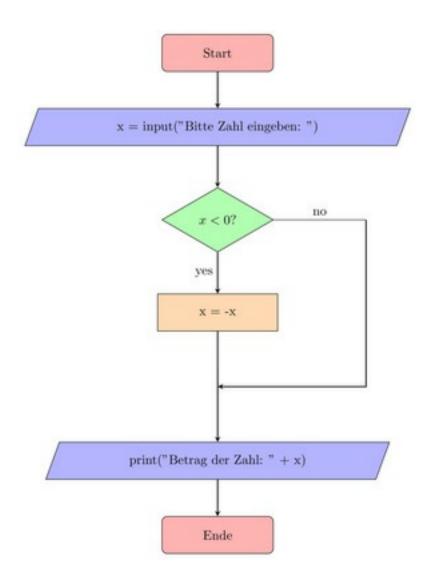
- Verwzeigungen können beliebig verschachtelt und mit anderen Sprachmitteln kombiniert werden
- Oft nützlich: graphische Darstellung
- Geht auf verschiedene Arten; wir verwenden hier Flowcharts (Flussdiagramme)
- Idee: Programm als Graph dargestellt
 - Anweisungen stehen in Knoten
 - Verzweigungen repräsentiert durch Kanten
- Oft verschiedene Formen für verschiedene Anweisungsarten verwendet, z.B.
 - Runde Knoten für Start und Ende
 - Schräge Kästen für I/O
 - Rauten für Verzweigungen
 - Kästen für alles andere



Flowcharts

• Beispiel:

```
x = input("Bitte Zahl eingeben: ")
if x < 0:
    x = -x
print("Betrag der Zahl: " + x)</pre>
```





if-then-else

- Oft benötigt: unterschiedliche Anweisungsblöcke je nach Wert eines Booleschen Ausdrucks
- Könnten wir erreichen mit:

```
if condition:
    <statement>
    <statement>
    ...
if not condition:
    <statement>
    <statement>
    ...
```

• Idee:

- condition ist entweder True oder False (tertium non datur)
- im ersten Fall wird abhängiger Block des ersten if ausgeführt
- im zweiten Fall wird abhängiger Block des zweiten if ausgeführt
- ⇒ es wird immer **genau ein** abhängiger Block ausgeführt, nie keiner, nie zwei



if-then-else

- Konstrukt wird so oft benötigt, dass es von Python direkt angeboten wird
- Schema:

```
if <Boolescher Ausdruck>:
    <condition>
    <condition>
    ...
else:
    <condition>
    <condition>
    ...
```

• erster abhängiger Block wird auch als then-Block bezeichnet, zweiter als else-Block



if-then-else

Was für ein schöner Name!

• Beispiel:

```
In [6]: #%%tutor -b http://localhost:8003

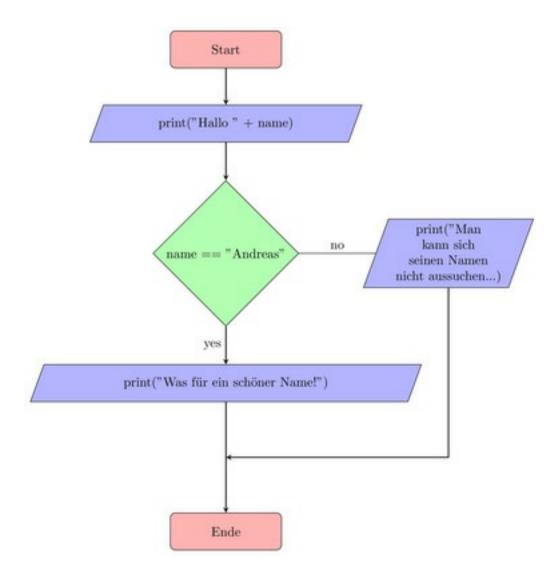
name = "Andreas"

print("Hallo " + name)

if (name == "Andreas"):
    print("Was für ein schöner Name!")
    else:
    print("Man kann sich seinen Namen nicht aussuchen...")

Hallo Andreas
```







if-then-else

• Beispiel:

```
if x > y:
    maximum = x
else:
    maximum = y
```

ullet Berechnet maximum der beiden Zahlen x und y



if-then-else

- Beispiel: Schaltjahrberechnung
 - Falls Jahr durch 4 teilbar ist, aber nicht durch 100 ist es ein Schaltjahr
 - Falls Jahr durch 4 und 100, aber nicht durch 400 teilbar ist, ist es kein Schaltjahr
 - Falls Jahr durch 4, 100 und 400 teilbar ist, ist es ein Schaltjahr

```
In [7]: jahr = 2016

if jahr % 4 = 0: # Rest bei Division durch 4 ist 0 => teilbar durch 4

if jahr % 40 = 0: # teilbar durch 100

if jahr % 400 = 0: # teilbar durch 400

print("Schaltjahr")

else:
print("Kein Schaltjahr")

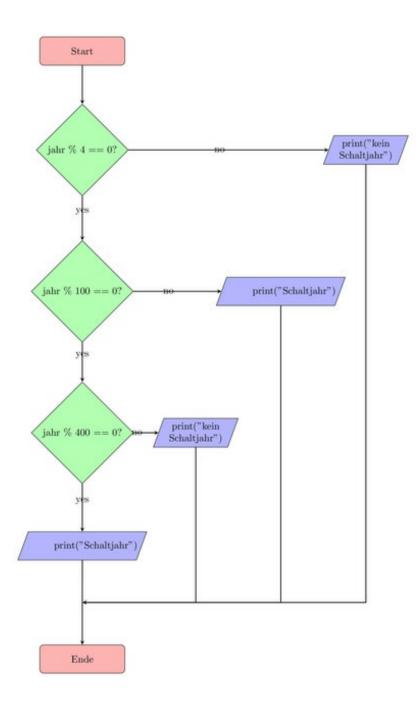
else:
print("Schaltjahr")

else:
print("Kein Schaltjahr")
```



if-then-else

- Falls Jahr durch 4 teilbar ist, aber nicht durch 100 ist es ein Schaltjahr
- Falls Jahr durch 4 und 100, aber nicht durch 400 teilbar ist, ist es kein Schaltjahr
- Falls Jahr durch 4, 100 und 400 teilbar ist, ist es ein Schaltjahr





if-then-else

- Beispiel: Lösung der quadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c$ mit $a \neq 0$
 - Lösungen bekannt aus der Schule:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

■ Reelle Lösungen für $b^2 - 4ac > 0$

```
import math
discriminant = b**2 - 4.0*a*c

if discriminant >= 0:
    sqrt_d = math.sqrt(discriminant)
    print("x_1: " + str((-b + sqrt_d) / (2.0*a)))
    print("x_2: " + str((-b - sqrt_d) / (2.0*a)))
else:
    print("Keine reellen Wurzeln!")
```



if-then-else

• Alternativ: Lösung der quadratischen Gleichung $ax^2 + bx + c$ mit $a \neq 0$ über den komplexen Zahlen

```
In [8]: import cmath

a = 2
b = 1
c = 1

discriminant = b**2 - 4.0*a*c
sqrt_d = cmath.sqrt(discriminant)
print("x_1: " + str((-b + sqrt_d) / (2.0*a)))
print("x_2: " + str((-b - sqrt_d) / (2.0*a)))

x_1: (-0.25+0.6614378277661477))
x_2: (-0.25-0.6614378277661477))
```



if-then-else

• Eher selten genutzte **Sonderregel**:

enthält abhängiger Block von if oder else nur eine Anweisung, kann diese in gleicher Zeile wie if bzw. else stehen

• Beispiel:

```
if x > y: maximum = x
else: maximum = y
```

• Nur dann einsetzen, wenn dadurch Code lesbarer wird



Kurzer Exkurs: (Pseudo-)zufallszahlen

- Oft gebraucht: zufällig gezogene Zahlen
- Wirklicher Zufall auf dem Rechner schwer zu erreichen
- Statt dessen oft Pseudozufallszahlen (pseudo-random numbers) Folge von Zahlen, die
 - deterministisch bestimmt wird...
 - ...aber viele Eigenschaften von Zufallszahlen hat ("zufällig aussieht")
- Generierung verwendet oft einen Startwert, der vom Benutzer vorgegeben werden kann
- Nicht-Determinismus dann erreichbar, indem z.B. mit Uhrzeit gestartet wird



Kurzer Exkurs: (Pseudo-)zufallszahlen

- Python liefert Pseudozufallszahlgeneratoren (PRNGs) im Modul random mit
- Werden standardmässig (="per Default") mit aktueller Systemzeit intialisiert ⇒ neue
 Werte bei jedem Programmstart
- Verschiedene Funktionen enthalten, für uns im Moment nützlich:

random.randrange(start, stop)

- Liefert gleichverteilt zufällig gezogenes int...
- ...im halboffenen Intervall [start, stop) (d.h. zwischen start und stop 1)



Kurzer Exkurs: (Pseudo-)zufallszahlen

• Beispiel: Simulation des Wurfes einer fairen Münze

```
if random.randrange(0, 2) == 0:
    print("Kopf")
else:
    print("Zahl")
Kopf
```



if-then-else

- if-Konstrukte schnell tief verschachtelt
- Beispiel: Berechnung der Note basierend auf Punktzahl für hypothetische Notenskala

```
In [10]: points = 85

if points < 40:
    note = 5

else:
    if points < 50:
    note = 4
    else:
        if points < 60:
            note = 3
        else:
        if points < 70:
            note = 2
        else:
            note = 1
```



if-then-else

 Verschachtelte Alternativen so häufig, dass Python Kurzschreibweise anbietet (syntaktischer Zucker)

```
In [11]: points = 85

if points < 40:
    note = 5
    elif points < 50:
    note = 4
    elif points < 60:
    note = 3
    elif points < 70:
    note = 2
    else:
    note = 1
```



- Können mit if Programme schreiben, die ohne Verzweigungen nicht möglich wären
- Aber: Rechner wird von uns bislang kaum ausgenutzt
- Was bringt Performance von 300 Billionen (300×10^{12}) Operationen pro Sekunde, wenn wir jede Anweisung einzeln eingeben müssen?
- Schleifen (Loops) dienen dazu, Blöcke von Anweisungen wiederholt auszuführen
- Mehrere Schleifentypen in Python umgesetzt
- Betrachten zunächst die while-Schleife mit Python-Schema:

```
while <Boolescher Ausdruck>:
    <statement>
    <statement>
...
```



```
while <Boolescher Ausdruck>:
  <statement>
  <statement>
...
```

- Schema ganz analog zu if-Anweisung, nur Schlüsselwort if durch while ersetzt
- Bedeutung: führe Block von Anweisungen solange aus, wie Boolescher Ausdruck Wert True lieft
- Hinweise:
 - erste Zeile nennt man Schleifenkopf, den Rest Schleifenrumpf
 - jede Wiederholung nennt man Schleifendurchlauf oder Iterationsschritt
 - beenden der Wiederholung nennt man auch terminieren der Schleife
 - nach jedem Schleifendurchlauf wird Boolescher Ausdruck erneut ausgewertet
 - ist Ausdruck zu Beginn bereits False wird die Schleife nie durchlaufen
 - wird der Ausdruck nie False läuft die Schleife ewig weiter (Endlosschleife, infinite loop), terminiert nie



Schleifen

- Schleifen sind oft **Zählschleifen**:
 - Verwenden int-Variable als Schleifenzähler (Name meist i)
 - Erhöhen Zähler in jedem Durchlauf
 - Prüfen, dass Wert kleiner als gegebene Schranke ist

• Beispiel:

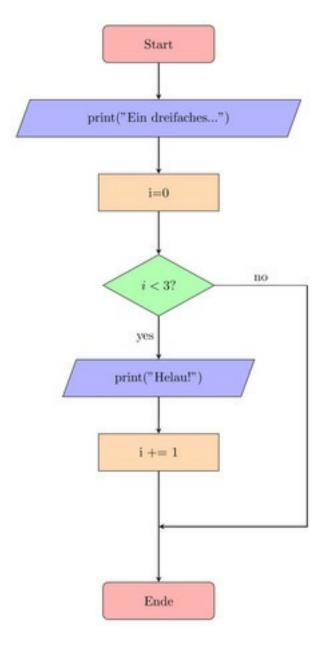
```
In [12]: #%%tutor -b http://localhost:8003

print("Ein dreifaches...")
i = 0
    while i < 3:
        print("Helau!")
        i += 1

Ein dreifaches...

Helau!
Helau!
Helau!
Helau!
```







- Wichtig: in der Informatik zählt man ab 0, nicht ab 1
- Zählschleifen mit n Wiederholungen zählen dann von 0 bis n-1
- Unbedingt angewöhnen, großes Verwirrungspotential, oft Quelle von Fehlern bei Programmieranfängern
- ullet Programm würde sich immer noch korrekt verhalten, wenn von 1 bis n gezählt würde
- Ist aber absolut unüblich und wird zu Verwirrung führen



- Wichtig: in der Informatik zählt man ab 0, nicht ab 1
- Zählschleifen mit n Wiederholungen zählen dann von 0 bis n-1
- Unbedingt angewöhnen, großes Verwirrungspotential, oft Quelle von Fehlern bei Programmieranfängern
- ullet Programm würde sich immer noch korrekt verhalten, wenn von 1 bis n gezählt würde
- Ist aber absolut unüblich und wird zu Verwirrung führen
- ...



- Wichtig: in der Informatik zählt man ab 0, nicht ab 1
- Zählschleifen mit n Wiederholungen zählen dann von 0 bis n-1
- Unbedingt angewöhnen, großes Verwirrungspotential, oft Quelle von Fehlern bei Programmieranfängern
- ullet Programm würde sich immer noch korrekt verhalten, wenn von 1 bis n gezählt würde
- Ist aber absolut unüblich und wird zu Verwirrung führen
- ...
- Ok, es gibt Ausnahmen. Aber die ignorieren wir hier noch!



- Schleifen und Conditionals sind ewiger Quell von Programmierfehlern
- Hier werden Entscheidungen getroffen ⇒ Potential, etwas falsch zu machen
- Besonders beliebt:
 - Off-by-one error: Bedingungen in if oder while um ± 1 zur richtigen Variante verschoben
 - Endlosschleife Variable wird nicht korrekt erhöht, Bedingung stimmt nicht, ...



- Schleifen sind auch Ursache für lange Programmlaufzeiten!
- Analyse der Anzahl von Anweisungen, die ausgeführt werden müssen, wichtige Aufgabe der Informatik
- Werden wir später noch ansprechen



- Bisherige Zählschleifen wären noch ohne Schleife umsetzbar:
 - kopiere Schleifenrumpf so oft hintereinander, wie Schleife durchlaufen werden soll
 - unpraktisch, aber machbar
- Ist aber kein Ersatz, wenn Anzahl Schleifendurchläufe noch nicht bekannt ist
- Beispiel:

```
In [13]: import random

x = random.randrange(1, 10)
y = random.randrange(1, 10)

guess = input("Was ist" + str(x) + " * " + str(y) + "?")

while int(guess) != x*y:
    guess = input("Ähh nein! Probier's nochmal...")

print("Ja, das ist korrekt.")

Was ist 3 * 3? 1

Ähh nein! Probier's nochmal... 4

Ähh nein! Probier's nochmal... 9

Ja, das ist korrekt.
```



Schleifen

• Beispiel:

```
In [14]: import random

done = False

while not done:
    x = random.randrange(1, 10)
    y = random.randrange(1, 10)

guess = input("Was ist" + str(x) + " * " + str(y) + "? ")

while int(guess) != x"y:
    guess = input("Ähh nein! Probier's nochmal...")

done = input("Ja, das ist korrekt. Noch ein Versuch? (J/N)") == "N"
```

Was ist 8 * 3? 2 Ähh nein! Probier's nochmal... 42 Ähh nein! Probier's nochmal... 24 Ja, das ist korrekt. Noch ein Versuch? (J/N)J Was ist 4 * 9? 36 Ja, das ist korrekt. Noch ein Versuch? (J/N)blarg Was ist 7 * 4? 28 Ja, das ist korrekt. Noch ein Versuch? (J/N)N



Schleifen

• Beispiel:

```
In [15]: #Berechne Tabelle der ersten n Zweierpotenzen
n = int(input("n? "))

power = 1
i = 0
while i <= n:
    print(str(i) + " " + str(power))
    power = 2*power
i += 1

n? 5
0 1
12
24
38
4 16
5 32
```



```
# Berechne Tabelle der ersten n Zweierpotenzen
n = int(input("n? "))

power = 1
i = 0
while i <= n:
    print(str(i) + " " + str(power))
    power = 2*power
    i += 1</pre>
```

- Warum ist das Programm eigentlich korrekt?
- Wird ab jetzt immer wichtigere Frage (Programme werden immer komplexer)
- Idealerweise können wir Korrektheit beweisen
- Beweise oft nur in einfachen Fällen möglich, aber oft nützlich für Programmteile



Schleifen

- Korrektheitsbeweise für Schleifen oft möglich mit **Schleifeninvarianten**, ähnlich vollständiger Induktion
- Wir nennen eine Aussage Schleifeninvariante, falls Sie
 - vor der ersten Schleifenausführung
 - beim Übergang von einem in den nächsten Schleifendurchlauf
 - nach Beendigung der Schleife

erfüllt ist

- nach der Schleife gilt dann:
 - Abweisende Bedingung (Schleife wurde beendet)
 - Schleifeninvariante
- kann bei geeigneter Schleifeninvariante Korrektheitsbeweis ermöglichen
- Achtung: nicht jede Invariante hilft (2 == 2 ist immer eine Invariante...)



```
power = 1
i = 0
while i <= n:
    print(str(i) + " " + str(power
    power = 2*power
    i += 1</pre>
```

- Schleifeninvariante: power == 2^{i}
 - Vor Schleifendurchlauf hat i den Wert 0, power Wert $1 = 2^0$
 - In der Schleife geht $i \to i+1$, power $\to 2 \times 2^i = 2^{i+1}$
 - Nach Beendigung der Schleife ist i == n; aus Invariante folgt power == 2^n



- Beweisidee von eben führt zu partiellem Korrektheitsbeweis
- Für totalen Korrektheitsbeweis noch benötigt: Programm terminiert immer
- Beweis hier einfach:
 - Ganze Zahl i wächst in jedem Durchlauf
 - Schleife terminiert, wenn Wert von i > n wird



Schleifen

 Weiteres Beispiel für Korrektheitsbeweis: ggT-Berechnung (größter gemeinsamer Teiler, greatest common divisor (gcd))



Schleifen

```
while x != y:
    if x > y:
        x -= y
    else:
        y -= x
```

print(x)

- Vor Schleifendurchlauf definieren wir g := ggT(x, y)
- Schleifeninvariante: g == ggt(x, y)
 - Vor Schleifendurchlauf per Definition erfüllt
 - In der Schleife gilt: x != y. o.B.d.A sei x > y (anderer Fall analog)
 - g == ggT(x, y) vor Ausführung des Schleifenrumpfes \Rightarrow x = ag, y = bg
 - $\text{o Damit gilt } x-y=(a-b)g \text{ mit } (a-b)>1 \text{ und} \\ ggT(a-b,b) <= g \text{ (weil g == ggT(x,y)}$
 - Also haben auch x y und y gleichen ggT: g == ggT(x-y, y)
 - Nach Beendigung der Schleife ist x == y und $g == ggT(x, y) \Rightarrow x == y == g == ggT(x, y)$



- Für totale Korrektheit fehlt noch Beweis der Terminierung
- Beweisidee: x, y starten als natürliche Zahlen (int und > 0)
 - Falls x == y wird Schleife nie durchlaufen (Terminierung trivial)
 - Ansonsten wird x oder y echt kleiner, bleibt aber positiv (andere Zahl bleibt unverändert)
 - Muss irgendwann terminieren, sonst müsste Zahl <= 0 werden oder nicht mehr kleiner werden



Schleifen

- Zählschleifen sehr häufig verwendet
- Schema mit while in etwa:

• Alternative: for-Schleife



- for-Schleifen gibt es in mehreren Varianten für verschiedene Zwecke
- Hier: einfache Zählschleifen mit Schema

- start und stop müssen vom Typ int sein
- Schleife wird stop start mal durchlaufen
- Schleifenzähler i nimmt in Schleife Werte $start, start + 1, \dots, stop 1$ an



Schleifen

• Beispiel:

```
In [17]: print("Ein dreifaches...")

for i in range(0, 3):
    print("Helau!")

Ein dreifaches...
Helau!
Helau!
Helau!
Helau!
```



- ullet Zählschleifen beginnen meist bei 0
- Python erlaubt daher Kurzschreibweise (syntaktischer Zucker) ohne Angabe der unteren Grenze

```
In [18]: print("Ein dreifaches...")
for i in range(3):
    print("Helau!")

Ein dreifaches...
Helau!
Helau!
Helau!
Helau!
```



- Weitere Beispiele: Fakultät
- $n! = \prod_{i=1}^{n} i = 1 \times 2 \times \cdots \times n$
- Achtung: unübliche Zählschleife, nicht von 0 bis n-1 sondern von 1 bis n



- Weitere Beispiele: Fakultät
- $n! = \prod_{i=1}^{n} i = 1 \times 2 \times \cdots \times n$
- Alternativ:



Break, continue, pass

- Oft soll Teil des Schleifenrumpfs nur für manche Durchläufe ausgeführt werden
- Beispiel:

```
ln [27]: sum = 0
        for i in range(3):
           for j in range(3):
             if i != j:
                frac = 1./(i-j)
                print(i, end=" ")
                print(j, end=" ")
                print(frac)
                sum += frac
        print(sum)
        0 1 -1.0
        0 2 -0.5
        1 0 1.0
        12-1.0
        200.5
        2 1 1.0
        0.0
```



Break, continue, pass

- Oft soll Teil des Schleifenrumpfs nur für manche Durchläufe ausgeführt werden
- Python bietet dafür Kurzschreibweise (syntaktischen Zucker) durch Schlüsselwort continue
- Ausführung von continue

0 2 -0.5 1 0 1.0

1 2 -1.0

200.5

2 1 1.0 0.0

- beendet aktuellen Schleifendurchlauf (der untersten Schleife die gerade ausgeführt wird)
- überprüft Schleifenkopf neu
- fährt normal weiter fort

```
sum = 0
for i in range(3):
  for j in range(3):
     if i == j:
        continue
     frac = 1./(i-j)
     print(i, end=" ")
     print(j, end=" ")
     print(frac)
     sum += frac
print(sum)
01-1.0
```



Break, continue, pass

- Noch radikaler: Schlüsselwort break
- Beendet (unterste derzeit ausgeführte) Schleife sofort vollständig
- Keine weitere Überprüfung des Schleifenkopfs
- Ermöglicht oft einfachere Formulierung schwieriger Bedingungen



Break, continue, pass

(0.9139481471267971, 0.3714684203872354)

• Beispiel: (verwendet random.random() - zieht zufälliges float gleichverteilt aus [0.0, 1.0)

```
In [23]: # Ziehe zufälligen Punkt im Kreis mit Radius $1$
import random

while True: # wäre ohne break Endlosschleife!
    x = random.random()
    y = random.random()

if x*x + y*y <= 1: # falls ja liegt Punkt im Kreis, sonst nochmal versuchen
break

print("("+str(x)+","+str(y)+")")
```

JG U

JOHANNES GUTENBERG
UNIVERSITÄT MAINZ

Break, continue, pass

- Abhängige Blöcke von if, else, for, while **müssen** immer mindestens ein Statement enthalten
- Sonst: Compile-Fehler
- Manchmal soll aber nichts getan werden (z.B. während Entwicklung, Rest des Programms soll schnell getestet werden, ...)
- Dazu dient sogenannte no op pass
- Tut bei Ausführung gar nichts...



Break, continue, pass

• Beispiel:

In [24]: if True: # dieses if hat keinerlei Auswirkung



Break, continue, pass

- pass wirkt zunächst völlig sinnlos...
- ... ist aber immer wieder mal nützlich



Gambler's ruin

- Komplexeres Beispiel: Simulation des **Gambler's ruin** (Sedgewick et al., Introduction to programming in Python)
- Spieler wettet immer wieder $1 \times$ auf fairen Münzwürf
- Führt unweigerlich irgendwann in den Ruin, wenn Spieler nicht aufhört
- Aber was passiert, wenn sich Spieler ein Ziel setzt und aufhört, sobald es erreicht ist?
- Können wir simulieren!



Gambler's ruin

- Idee:
 - führe möglichst große Anzahl Zufallsexperimente durch
 - lasse Spieler immer auf Kopf setzen (spielt für WSK bei fairer Münze keine Rolle)
 - höre auf, wenn Spieler ruiniert ist oder Ziel erreicht hat
- Verhältnis von Gewinn zu Gesamtzahl Experimente ergibt dann Gewinnwahrscheinlichkeit
- Bestimmen außerdem, wie lange im Durchschnitt gespielt wurde



Gambler's ruin

```
In [25]: import random
         stake = 100 # Startkapital
         goal = 250 \# Ziel
         trials = 100 # Anzahl Zufallsexperimente
         bets = 0 # wie lange gespielt
         wins = 0 # wie oft gewonnen
         for t in range(trials): # Schleife über Experimente
           cash = stake # Fülle Geld wieder auf
           while (cash > 0) and (cash < goal): # Schleife über Wetten
              if random.randrange(0, 2) == 0: # Kopf geworfen
                cash += 1
              else: # Zahl geworfen
                cash -= 1
           if cash == goal: # gewonnen oder verloren?
              wins += 1
         print(str(100 * wins // trials) + '% Gewinnwahrscheinlichkeit')
         print('Durchschnittliche Spieldauer: ' + str(bets // trials))
```

36% Gewinnwahrscheinlichkeit Durchschnittliche Spieldauer: 12853



Gambler's ruin

• Konvergiert für große Wiederholungsanzahl gegen klassisches Resultat aus der Statistik:

Gewinnwahrscheinlichkeit = Startkapital / Ziel

für dieses Spiel

- Wozu simulieren, wenn Ergebnis aus Mathematik bekannt?
- Simulation kann leicht angepasst werden um leicht andere Fragen zu beantworten
- Theoretische Herleitung oft erheblich komplexer
- Beispiel: wie ändern sich Wahrscheinlichkeiten, wenn Spieler nach einer vorgegebenen Anzahl Wiederholungen aufhört?

