

## 1 Sheet 12, Aufgabe 2

```
def recursive_method(n):  
    if n==0:  
        return 1  
    else:  
        return recursive_method(n-1)+2**n
```

**Behauptung** Die Funktion berechnet für jede natürliche Zahl  $n$  den Wert  $2^{n+1} - 1$

**Umschreiben als rekursive Gleichung**  $R_n = R_{n-1} + 2^n, n \geq 1, R_0 = 1$

**Behauptung**  $A(n) : R_n = 2^{n+1} - 1$

Beweis durch vollständige Induktion nach  $n$

**Anfang**  $A(1)$  wahr. Beweis:  $2^{1+1} - 1 = R_{1-1} + 2^1 \Leftrightarrow 2^2 - 1 = 1 + 2 \Rightarrow A(1)$  wahr

**Annahme (IA)**  $A(n)$  wahr für ein festes  $n \in \mathbb{N}$

**Schritt** Zeige  $A(n+1)$  wahr Behauptung:  $R_{n+1} = 2^{n+2} - 1$  Beweis:

$$\begin{aligned} R_{n+1} &= R_n + 2^{n+1} \\ &= 2^{n+1} - 1 + 2^{n+1} \\ &= 2 \cdot 2^{n+1} - 1 \\ &= 2^{n+2} - 1 \end{aligned}$$

QED