

Segmentation 1

Olivier Coulon

Amine Mahiddine

Jean-Marc Boï

Notions abordées

- Morphologie Mathématique
- Segmentation par analyse d'histogramme
- Partitions d'histogrammes, estimation de vraisemblance, estimation Bayesienne
- Champs de Markov et segmentation d'images
- Analyse d'images et détection de contours
- Segmentation par transformation de régions
- Graph cuts

Concepts fondamentaux

⇒ *Segmentation ?*

- ✓ Partition d'une image en un ensemble de **régions**

⇒ *Région ?*

- ✓ **Zone homogène** dans l'image :

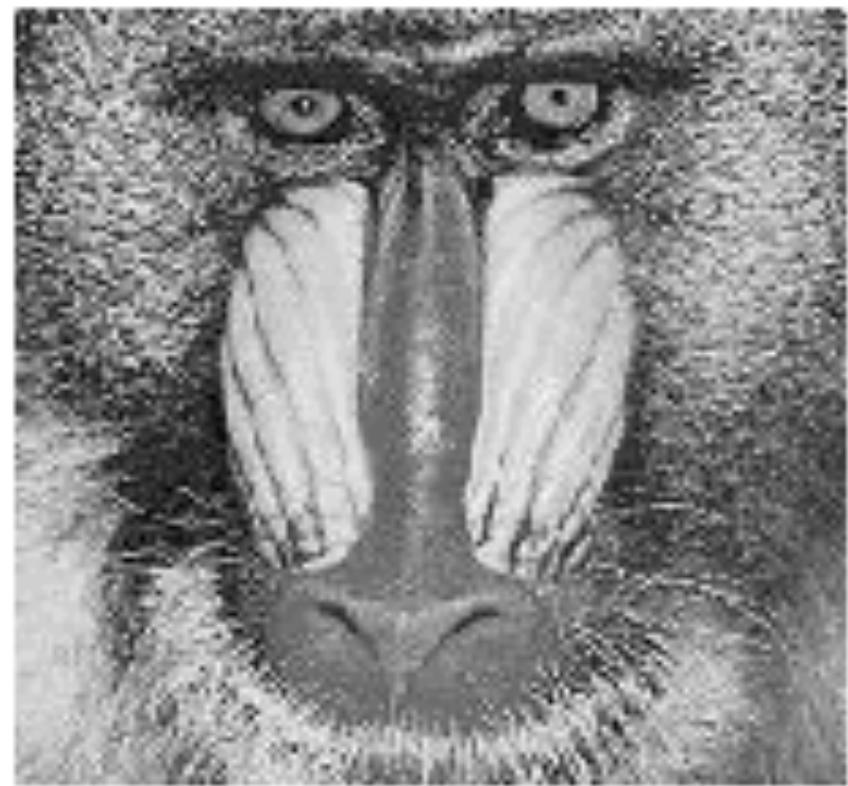
- niveau de gris,
- couleur,
- texture,
- gradient,
- ...

⇒ *Principes de base de la segmentation ?*

- ✓ **Similarité**

- ✓ **Proximité spatiale**

Deux images, quelles segmentations ?



Représentation des régions 1

→ *comment représenter les régions ?*

- ✓ Par leurs **contours**,
- ✓ En **étiquetant** les zones de l'image correspondantes.



Segmentation par contour



Étiquetage

Représentation des régions 2

→ *la réponse est moins immédiate pour la deuxième image ...*



Composition des régions

→ *Image binaire*

Zones de l'image "noires" ou "blanches"

→ *Image en niveau de gris*

Zones de l'image composées de pixels "d'éclairements proches"

→ *Image en couleur*

Zones de l'image composées de pixels "proches" dans un espace couleur, tel que RGB, HLS, ...

→ *Image en niveau de gris et suivant la texture*

Zones de l'image définies à partir de Matrice de co-occurrence des niveaux de gris, ...

→ ...

Segmentation en régions

→ *Récapitulatif des généralités*

✓ Partition en régions $\{R_i\}$ de l'image I :

- tout pixel appartient à une région : $\bigcup_i R_i = I$
- aucun pixel n'appartient à plus d'une région :
$$\forall i, j, \quad (R_i \cap R_j) = \emptyset$$

• proximité (cohérence) spatiale :

$$\forall i, \forall p, p' \in R_i \quad p \text{ est connecté à } p'$$

• cohérence de caractéristique de région,
pour un prédictat d'homogénéité P :

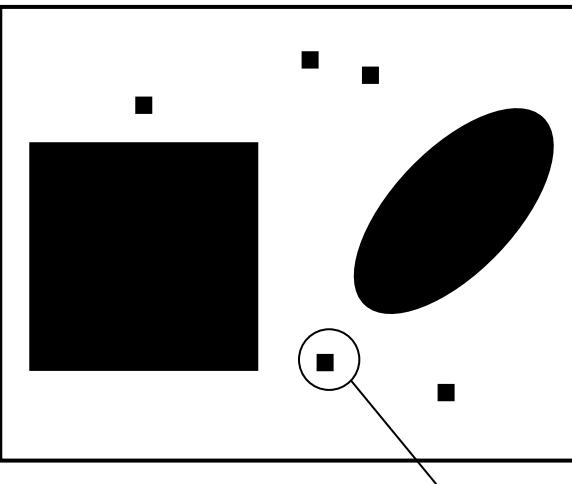
$$\forall i, \quad P(R_i) = \text{vrai}$$

pour R_i et R_j adjacents et $i \neq j$, $P(R_i \cup R_j) = \text{faux}$

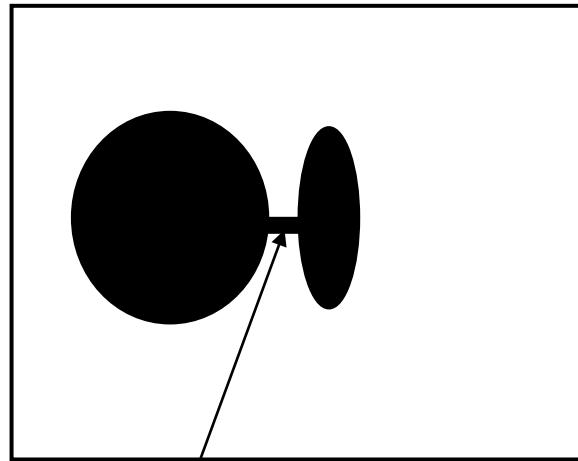
Morphologie Mathématique

- Domaines du Traitement et de l'Analyse d'Images
- Outils de filtrage, segmentation, quantification, et modélisation
- Inventée en 1964, laboratoire des Mines ParisTech ; initialement, motivations industrielles (exploitation minière)
- Application diversifiées : biologie, imagerie médicale, sciences des matériaux, vision industrielle, télédétection, géophysique, ...

Morphologie Mathématique, à quoi ça sert ?



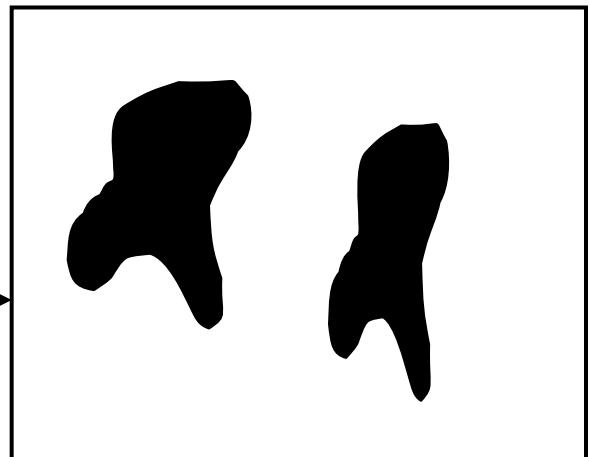
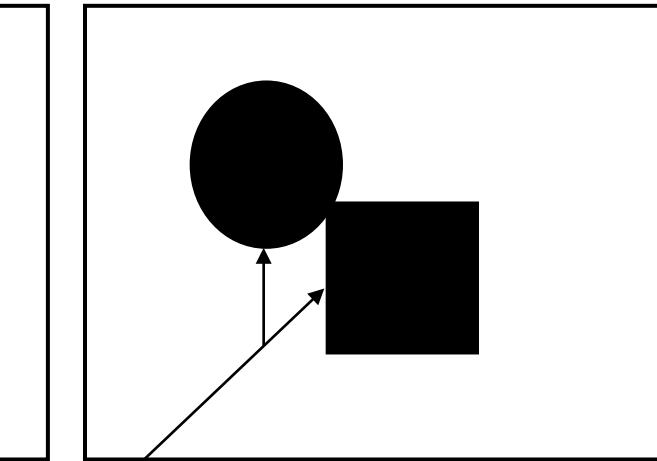
Comment éliminer ce bruit ?



Comment séparer ces deux composantes ?

Comment étiqueter différemment ces deux formes *connexes* ?

Comment comparer ces deux formes ?

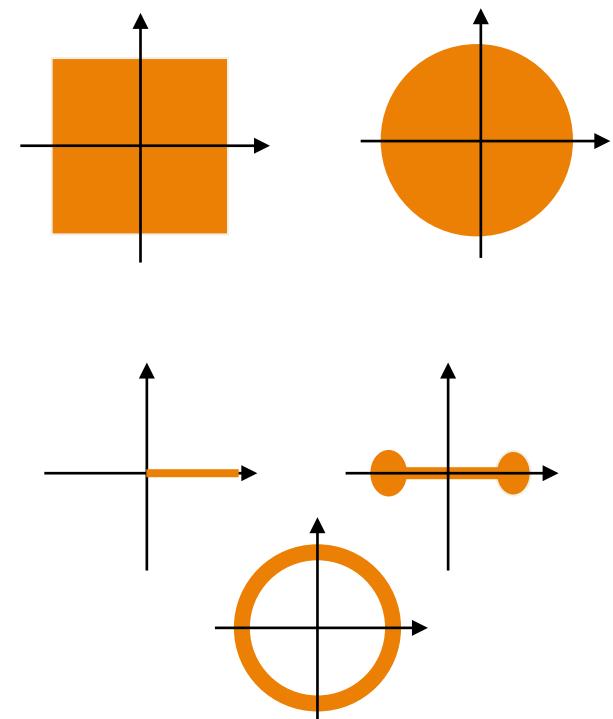


Caractères principaux de la Morphologie mathématique

- Les techniques de filtrage et d'analyse sont fondées sur des théories ensemblistes et algébriques
- Certains filtres permettent de modifier la forme et la topologie des structures présentes dans l'image
- L'approche générale consiste en la comparaison locale de partie de structures présentes avec un élément de référence appelé : *l'élément structurant*
- Les méthodes de Morphologie mathématique peuvent s'appliquer sur des images binaires ou des images en niveaux de gris

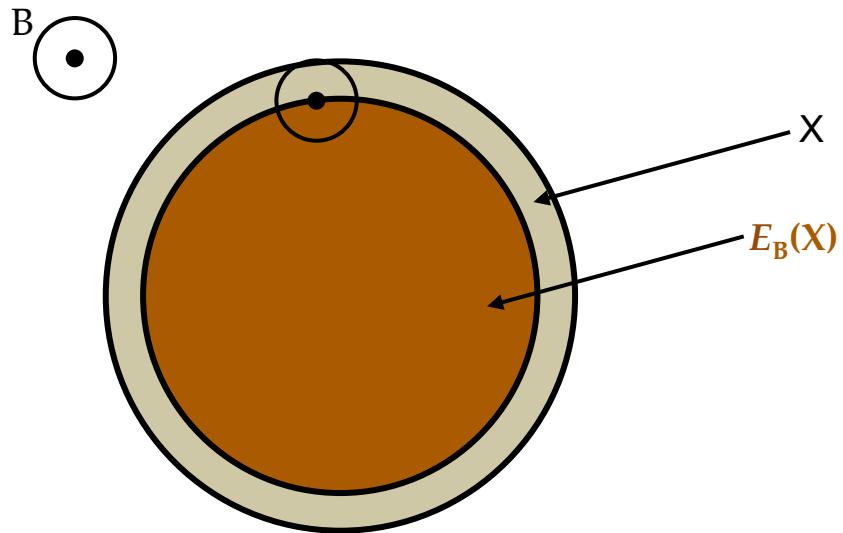
L'élément structurant

- Une structure élémentaire pour analyser localement et par comparaison les formes d'intérêt
- La forme et la taille de l'élément structurant dépendent du résultat
- Un élément structurant possède une origine, sa position
- En général, l'élément structurant est connexe, convexe, régulier, ...
- Mais pas toujours ...



Érosion morphologique binaire

- Soit X un ensemble
- Soit B un élément structurant



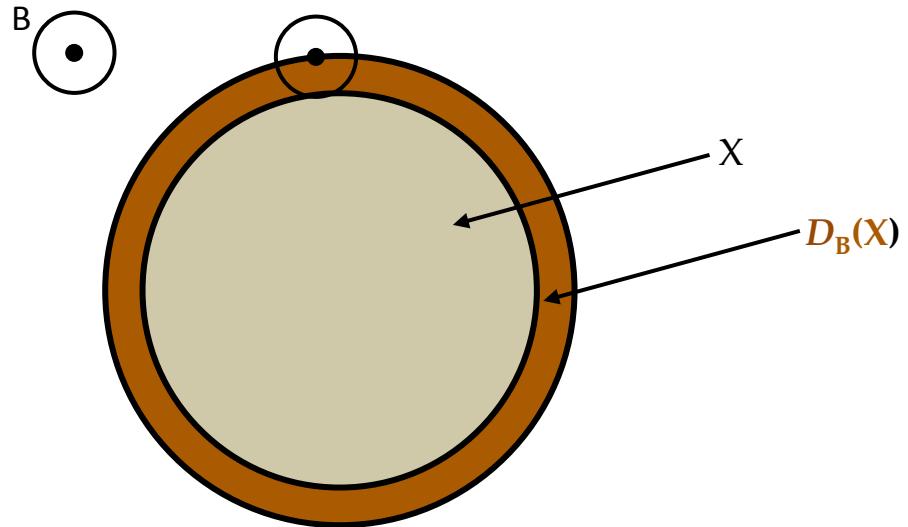
Si à tout u on associe une position $B(u)$ de l'élément structurant

Alors l'érodé de l'ensemble X par B , noté $E_B(X)$, est défini par :

$$E_B(X) = \{ u / B(u) \subseteq X \}$$

Dilatation morphologique binaire

- Soit X un ensemble
- Soit B un élément structurant



Si à tout u on associe une position $B(u)$ de l'élément structurant

Alors le dilaté de l'ensemble X par B , noté $D_B(X)$, est défini par :

$$D_B(X) = \{ u / B(u) \cap X \neq \emptyset \}$$

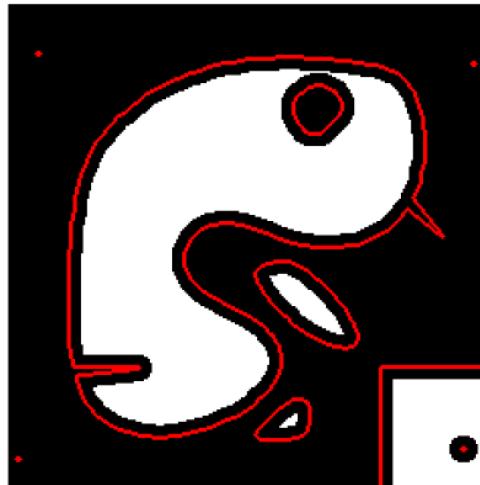
Propriétés et effets de l'érosion et de la dilatation

Érosion

- $E_B(X) \subseteq X$
- élimine les composantes connexes plus petites que B ,
- élimine les caps étroits,
- élargit les chenaux et les trous,
- transforme les presqu'îles en îles



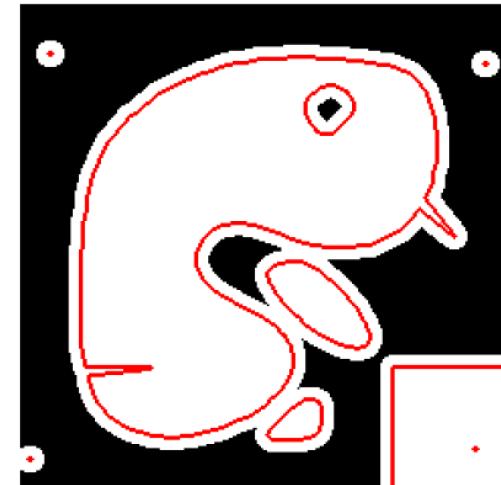
original



érosion

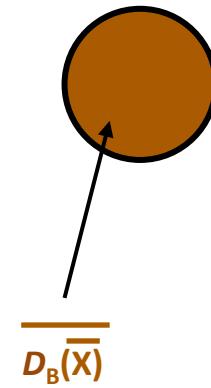
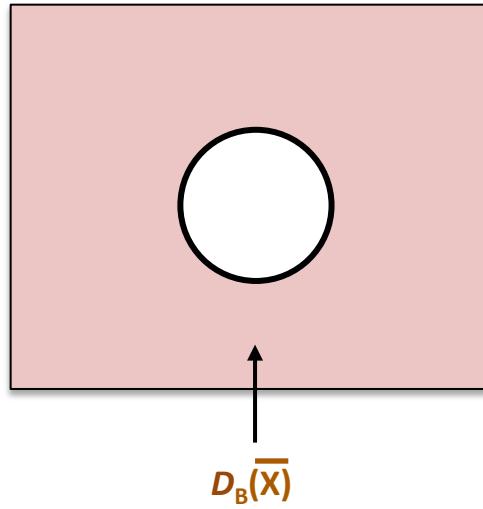
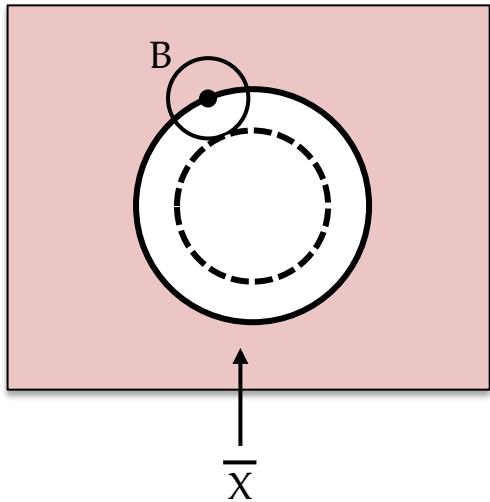
Dilatation

- $X \subseteq D_B(X)$
- bouche les trous plus petits que B ,
- élargit les caps,
- comble les chenaux étroits,
- soude deux formes proches

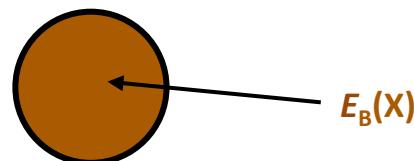
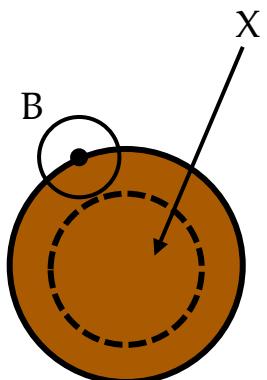


dilatation

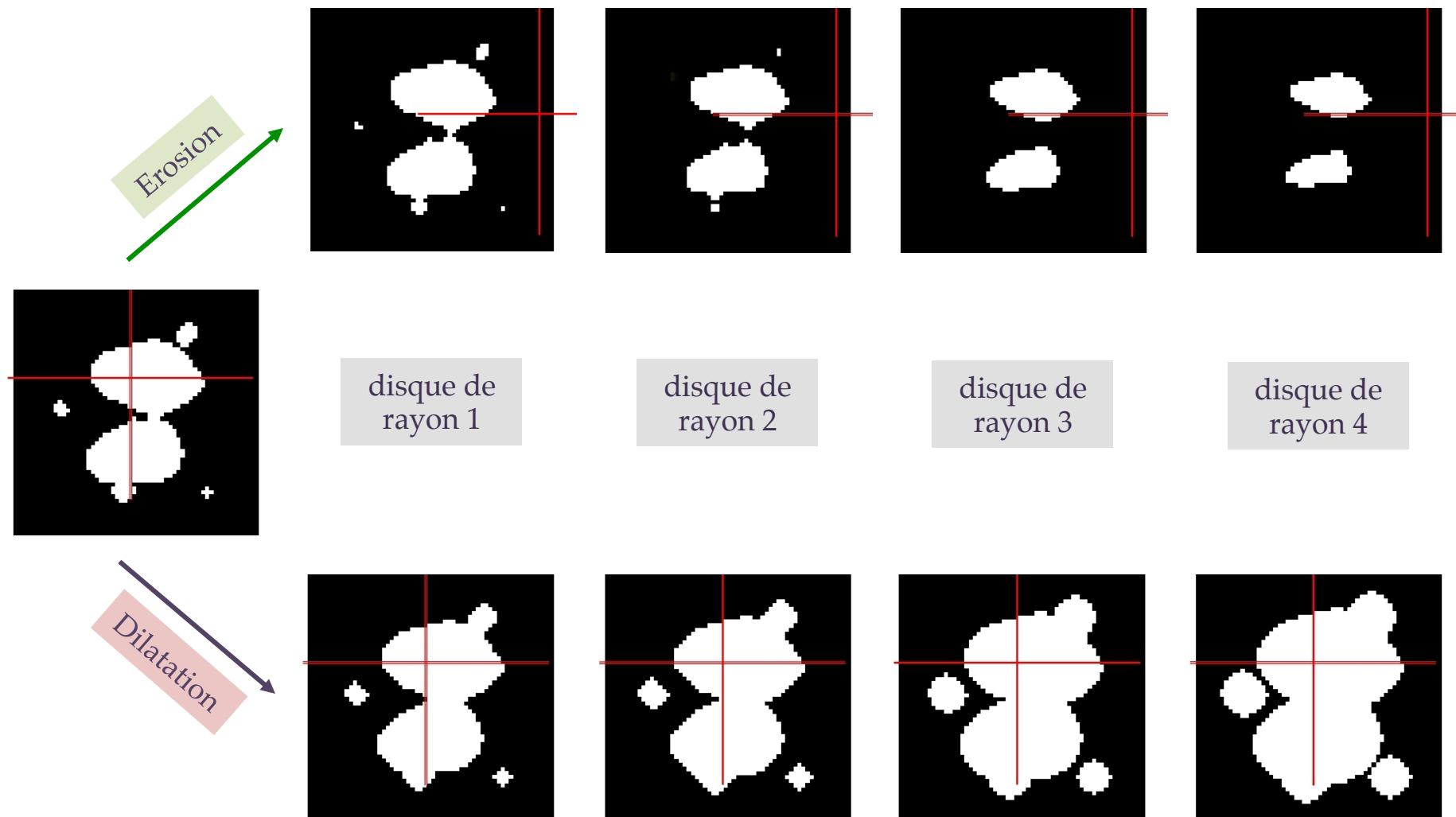
Dualité de l'érosion et de la dilatation



$$\overline{D_B(\overline{x})} = E_B(x)$$

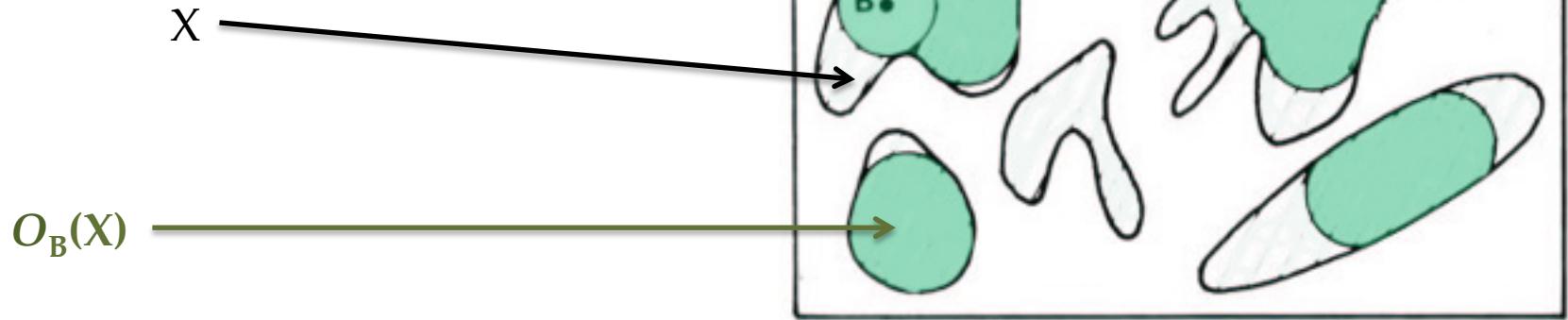


Érosion et dilatation suivant la taille de l'élément structurant...



Ouverture sur une image binaire

- Soit X un ensemble
- Soit B un élément structurant

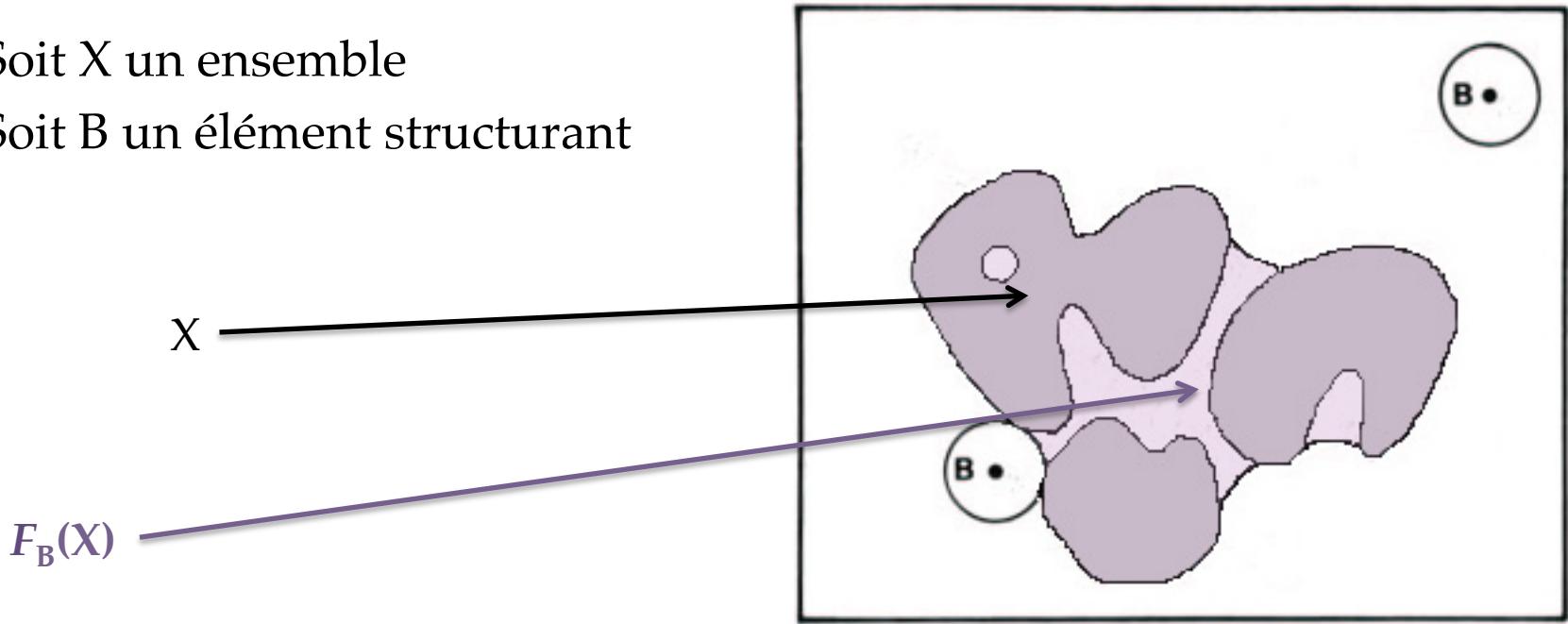


Une ouverture sur X , notée $O_B(X)$, est la composition d'une érosion de X , suivie d'une dilation du résultat obtenu, avec le même élément structurant B :

$$O_B(X) = D_B(E_B(X))$$

Fermeture sur une image binaire

- Soit X un ensemble
- Soit B un élément structurant



Une fermeture sur X , notée $F_B(X)$, est la composition d'une dilatation de X , suivie d'une érosion du résultat obtenu, avec le même élément structurant B :

$$F_B(X) = E_B(D_B(X))$$

Propriétés et effets de l'ouverture et de la fermeture

Ouverture

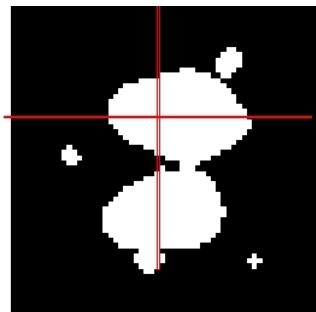
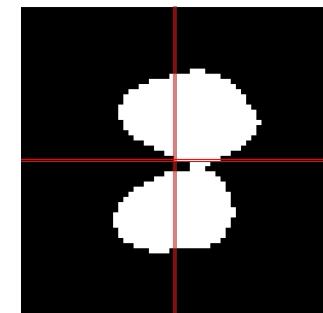
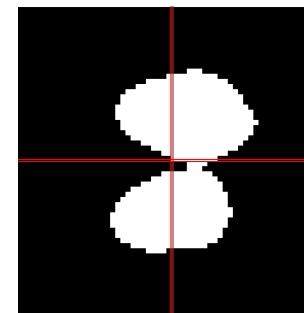
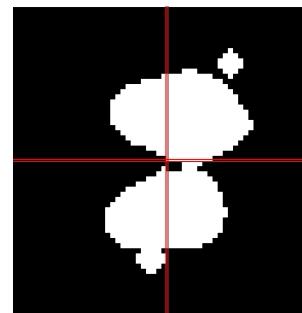
- $O_B(X) \subseteq X$
- $O_B(O_B(X)) = O_B(X)$
- lisse les formes,
- élimine les composantes connexes plus petites que B ,
- conserve souvent la taille et la forme,
- ne conserve pas nécessairement la topologie.

Fermeture

- $X \subseteq F_B(X)$
- $F_B(F_B(X)) = F_B(X)$
- bouche les trous plus petits que B ,
- ne conserve pas nécessairement la topologie,
- en particulier, soude les formes proches.

Ouverture et fermeture suivant la taille de l'élément structurant...

Ouverture



disque de rayon 1

disque de rayon 2

disque de rayon 3

disque de rayon 4

Fermeture



Utilisation de l'ouverture et de la fermeture

On se place dans le cadre d'images binaires

→ donc souvent dans le cadre de post-traitement d'une segmentation

Débruitage :

- ouverture dans le but de faire disparaître des "pics" isolés,
- fermeture dans le but de faire disparaître des "creux" isolés.

Lissage de formes :

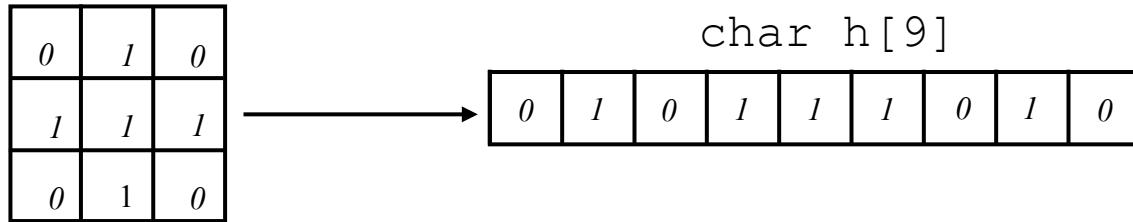
- ouverture dans le but lisser les "bosses",
- fermeture dans le but de lisser les "creux".

Séparation en plusieurs composantes connexes (ouverture)

Fusion de composantes séparées (fermeture)

Implantation informatique

- Une programmation comparable à celle des filtres linéaires, avec un test logique correspondant à l'opération mise en œuvre.
- Une représentation de l'élément structurant :

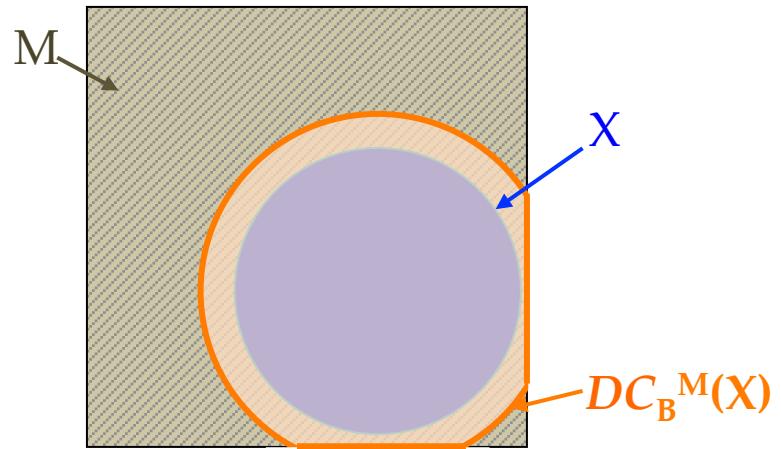


- Par exemple, en chaque pixel (x, y) on détermine $\text{erosion}(x, y)$:

```
int i, j, k = 0;
int inclus = 1;
for (j = -1; j <= 1; j++)
    for (i = -1; i <= 1; i++)
    {
        vois = image[x+i, y+j];
        if (h(k) == 1) if (vois == 0) inclus = 0;
        k++;
    }
erosion = inclus;
```

Autre opération : la dilatation conditionnelle

- Soit X un ensemble
- Soit B un élément structurant
- Soit M un masque



La dilatation conditionnelle d'un ensemble X , par un élément structurant B , soumise à la condition d'appartenance à un masque M , est notée $DC_B^M(X)$:

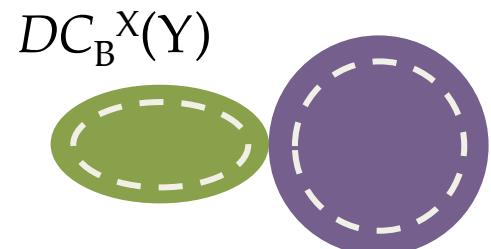
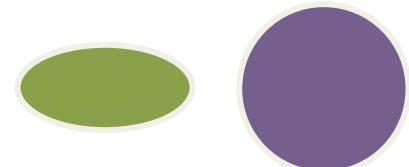
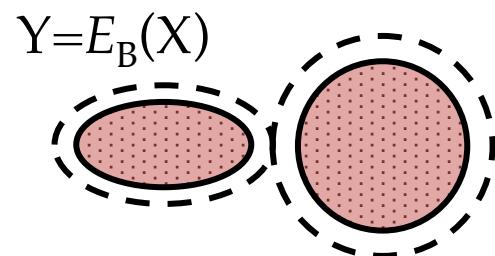
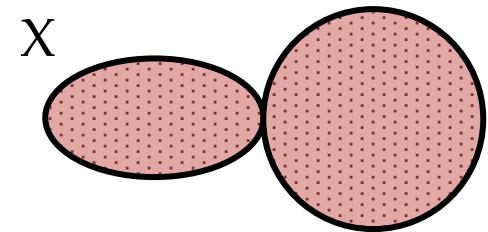
$$DC_B^M(X) = D_B(X)$$

Une application de la dilatation conditionnelle

Soit X un ensemble, constitué de deux composantes connectées (connaissance a priori)

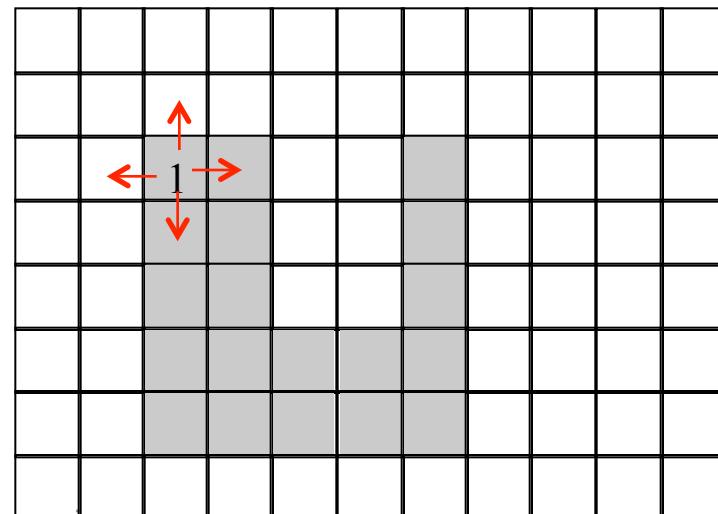
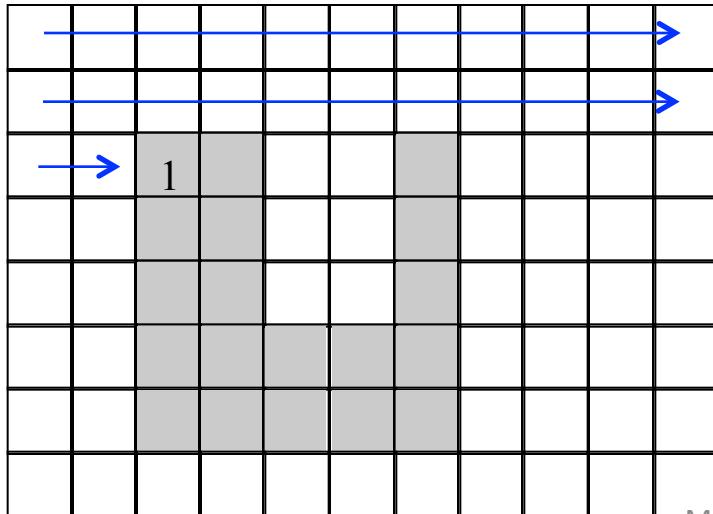
L'objectif est d'étiqueter ces deux composantes, suivant la méthode :

- 1) séparation par érosion
- 2) étiquetage
- 3) dilatation conditionnellement à X , avec une boule B de rayon 1, itérativement jusqu'à convergence



* Etiquetage de régions récursif, 1

- définir une carte des régions (même dimension que I)
- l'initialiser à 0
- pour tous les pixels $I(i, j)$
 - si $\text{carte}(i, j)=0$ et $I(i, j)=1$
 - définir une nouvelle étiquette e
 - colorier récursivement cette région dans la carte avec e



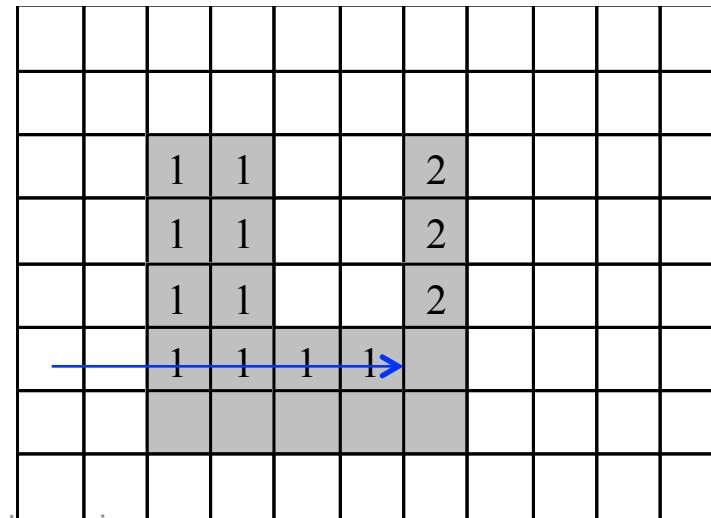
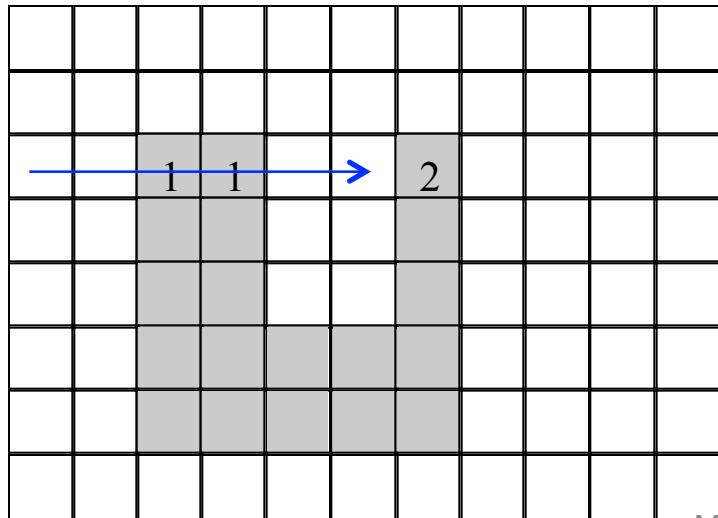
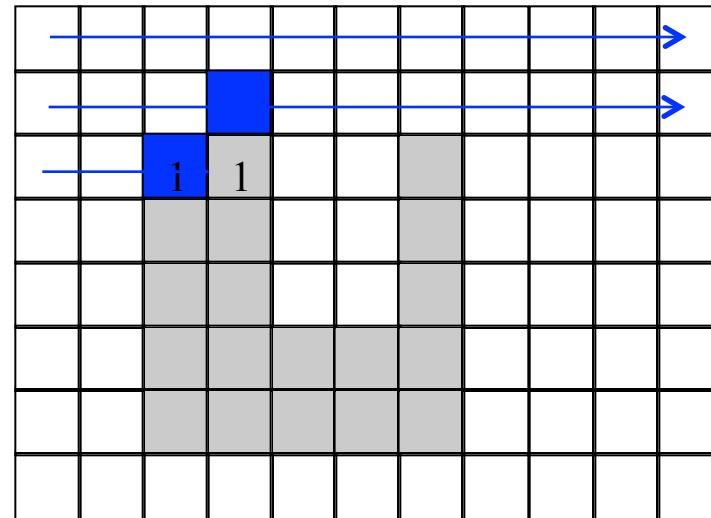
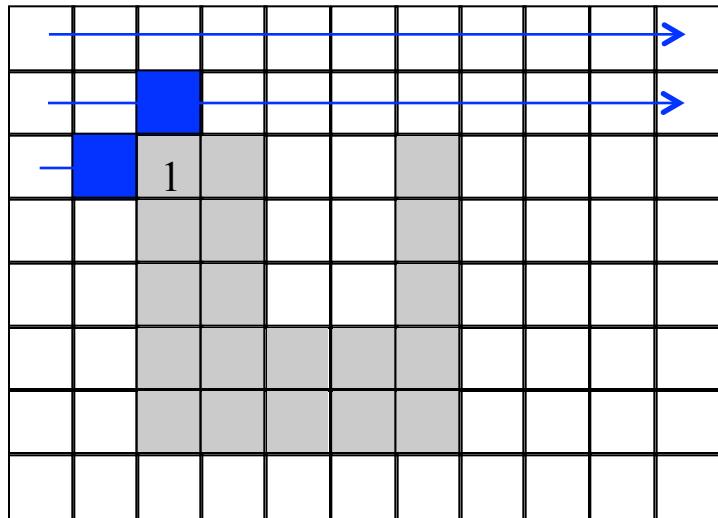
* Etiquetage de régions récursif, 2

action coloriageRécursif(i, j)

- si i ou j hors image, fin action
- si $I(i, j) = 0$, fin action
- si $\text{carte}(i, j) \neq 0$, fin action
- $\text{carte}(i, j) = \text{étiquette}$
- $\text{coloriageRécursif}(i+1, j)$
- $\text{coloriageRécursif}(i-1, j)$
- $\text{coloriageRécursif}(i, j+1)$
- $\text{coloriageRécursif}(i, j-1)$

fin action

* Etiquetage de régions, non récursif 1



* Etiquetage de régions, non récursif 2

action étiqueter

- définir une carte des régions initialisée à 0
 - dans un balayage gauche droite et de haut en bas de l' image,
pour tous $I(i, j)=1$, on observe les voisins gauche et supérieur
si aucun voisin déjà étiqueté
 - carte(i, j) <-nouvelle étiquette e
 - si un des deux voisins a une étiquette e
 - carte(i, j) <- e
 - si les voisins ont deux étiquettes différentes e_1 et e_2
 - soit e_1 la plus petite étiquette
 - carte(i, j) <- e_1
 - dire que e_2 est équivalent à e_1
 - re-étiqueter chaque pixel avec le représentant de sa classe
- fin action

* Etiquetage de régions, non récursif 3

- pendant l'étiquetage : éliminer la transitivité dans la table d'équivalence

1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
...	

1	1
2	1
3	
4	
5	2
6	
...	

1	1
2	1
3	
4	
5	1
6	
...	

Initialisation de la
table d'équivalence

jonction des
régions 1 et 2

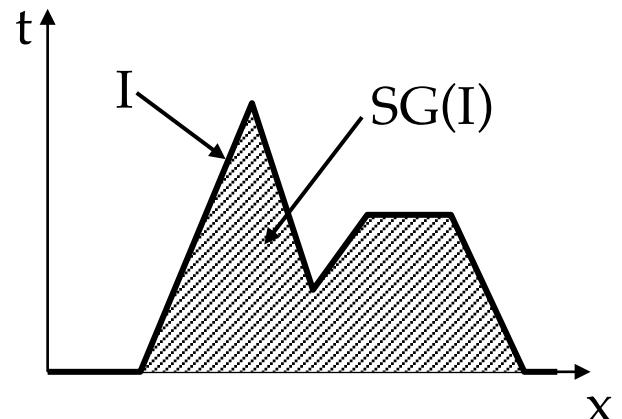
élimination de la
transitivité

Morphologie mathématique en niveaux de gris

Soit I une image en niveaux de gris

On définit $SG(I)$, le sous-graphe de I , comme suit :

$$SG(I) = \{ (x, t) / t \leq I(x) \}$$



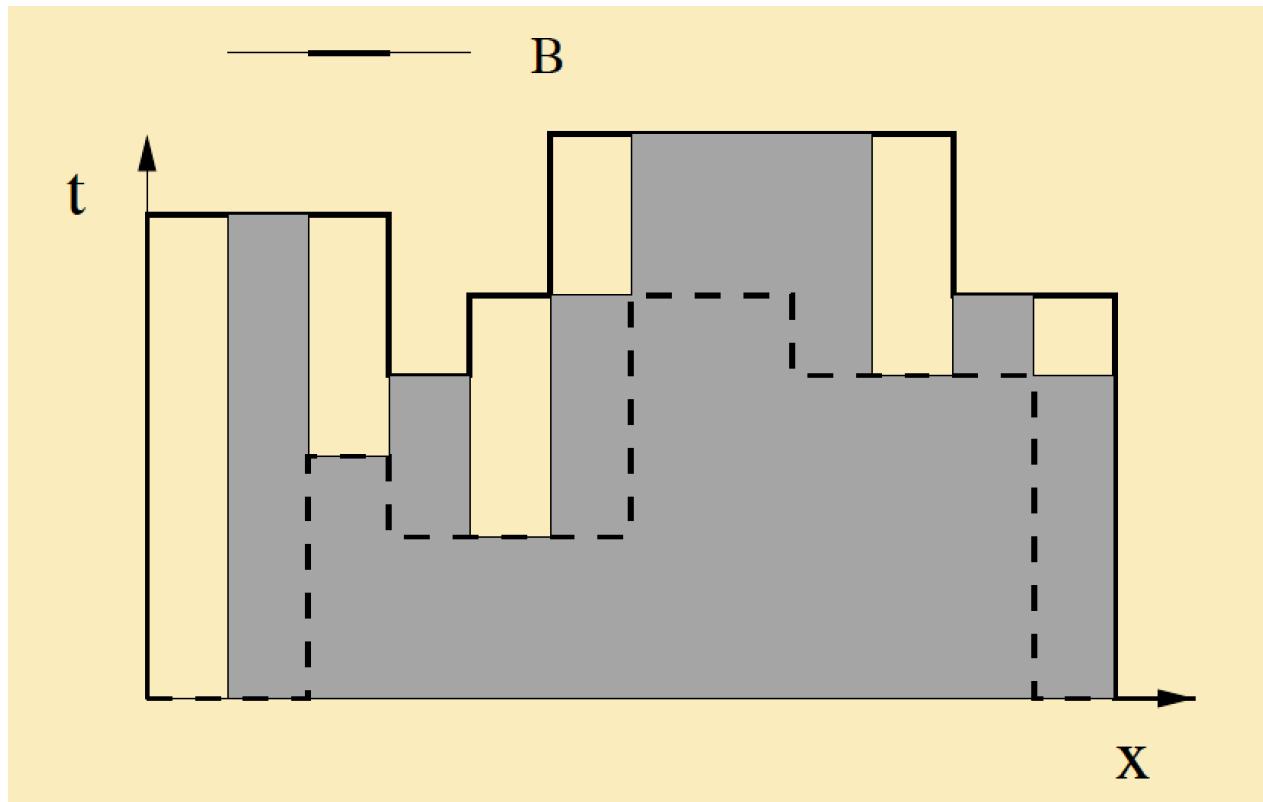
Si l'on considère B , un élément structurant "plat et symétrique", on étend simplement l'érosion et la dilatation à toute position x de I :

$$E_B(I)(x) = \inf \{ I(y) / y \in B_x \}$$

$$D_B(I)(x) = \sup \{ I(y) / y \in B_x \}$$

où B_x est le translaté de B en x

Erosion et dilatation en niveau de gris



En gris, l'image initiale I en niveaux de gris

En trait pointillé, l'érodé de I par B ,

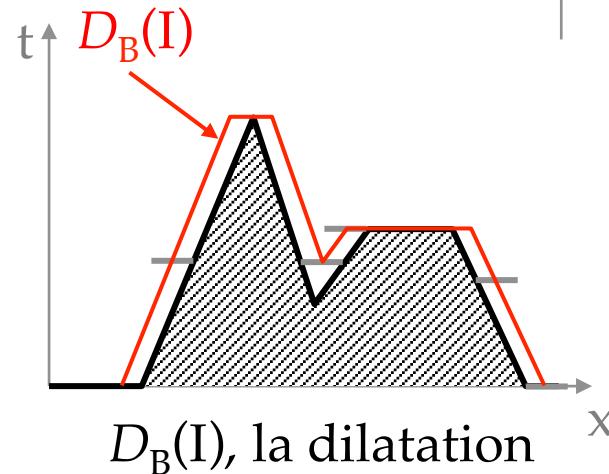
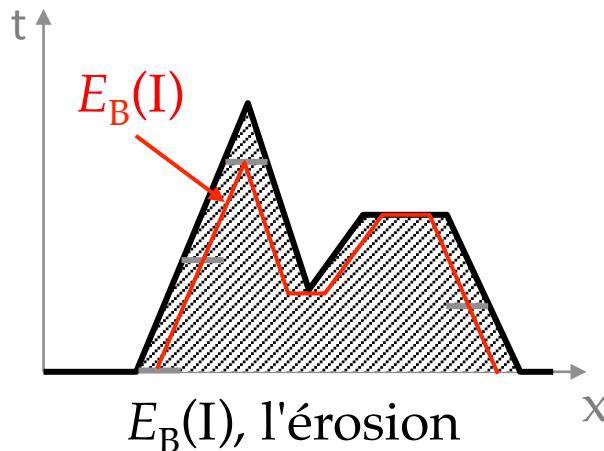
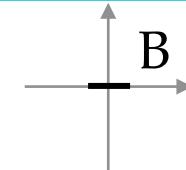
$$E_B(I) = \{ x / E_B(I)(x) \}$$

En trait plein, le dilaté de I par B ,

$$D_B(I) = \{ x / D_B(I)(x) \}$$

Erosion et dilatation en niveaux de gris, sous-graphes associés

Soient I , $SG(I)$ et B , un élément structurant "plat et régulier"

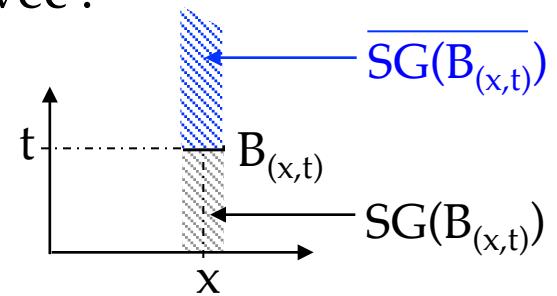


En terme de sous-graphes :

$$SG(E_B(I)) = \{ (x, t) / SG(B_{(x, t)}) \subset SG(I) \}$$

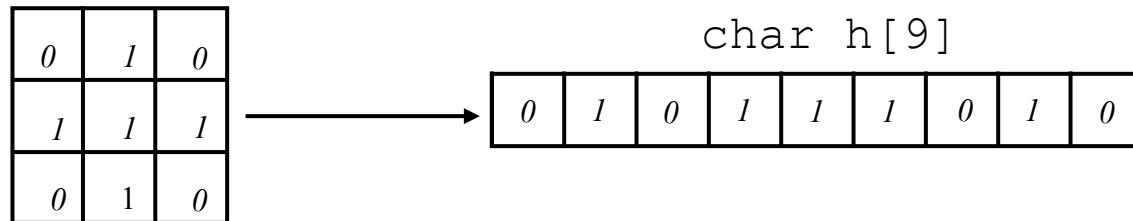
$$SG(D_B(I)) = \{ (x, t) / \overline{SG(B_{(x, t)})} \cap SG(I) \neq \emptyset \}$$

avec :



Implantation informatique de l'érosion et dilatation en niveaux de gris

- La même représentation de l'élément structurant que précédemment :



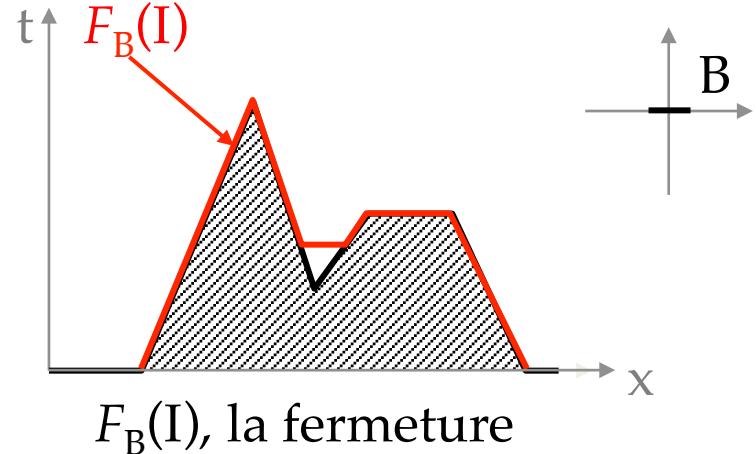
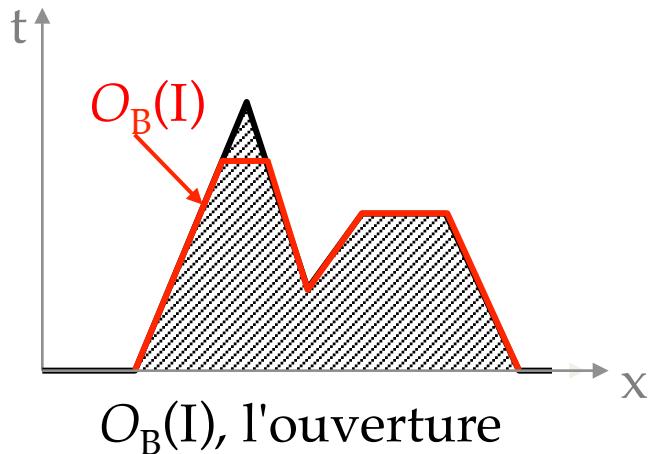
- Par exemple, en chaque pixel (x, y) on détermine `erosion(x, y)` :

```
int i, j, k = 0;
int min = nvg_max;
for (j = -1; j <= 1; j++)
    for (i = -1; i <= 1; i++)
    {
        vois = image[x+i, y+j];
        if (h(k) == 1) if (vois < min) min = vois;
        k++;
    }
erosion = min;
```

Ouverture et fermeture en niveaux de gris

À partir de I et B , en niveaux de gris aussi, on définit classiquement :

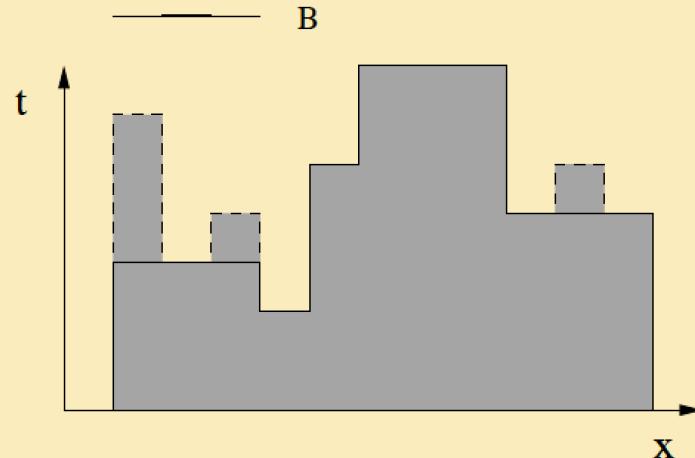
- l'ouverture, comme une érosion suivie d'une dilatation,
- la fermeture, comme une dilatation suivie d'une érosion.



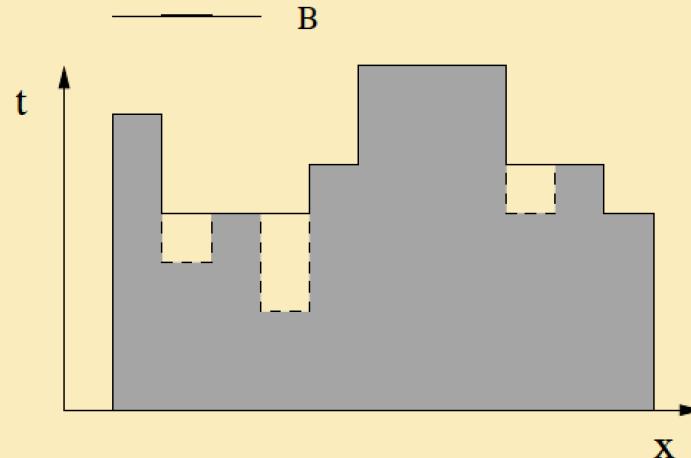
Effets de ces opérations :

- l'ouverture "érode" les pics plus petit que B ,
- la fermeture "remplit" les creux plus petits que B .

Ouverture et fermeture en niveau de gris, exemple et propriétés



Trait plein : ouverture par B .



Trait plein : fermeture par B .

$$O_B(I) = D_B(E_B(I))$$

$$F_B(I) = E_B(D_B(I))$$

$$O_B(O_B(I)) = O_B(I)$$

Idempotence

$$F_B(F_B(I)) = F_B(I)$$

$$O_B(I) \leq I$$

extensivité – anti-extensivité

$$I \leq F_B(I)$$

$$M \leq G \Leftrightarrow O_B(M) \leq O_B(G)$$

Croissance

$$M \leq G \Leftrightarrow F_B(M) \leq F_B(G)$$

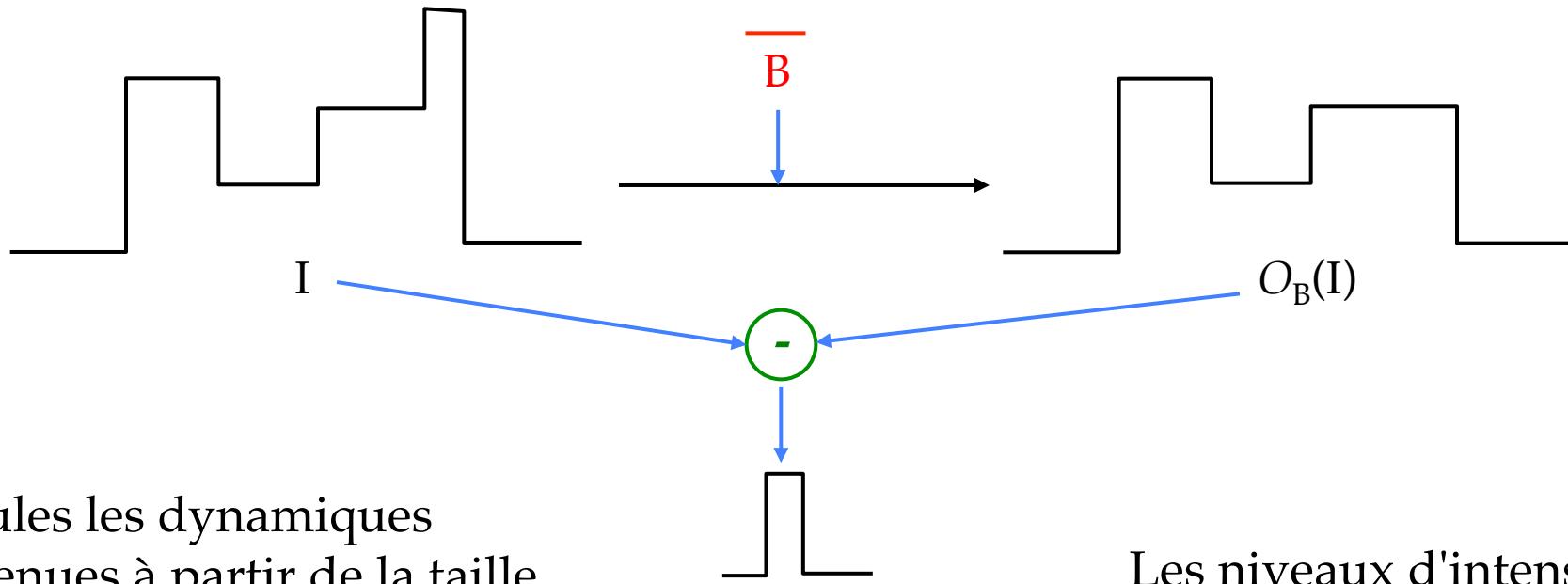
Quelques autres opérateurs morphologiques en niveaux de gris

- Chapeau haut de forme (white top-hat, Black top-hat)
- Gradient morphologique (symétrique, interne, externe)
- Lignes de partage des eaux

"Chapeau haut de forme"

"Chapeau haut de forme" (*white top-hat*) : $WTH_B(I)$

- pour localiser et extraire des pics d'intensité plus petits que l'**élément structurant B**,
- c'est la différence arithmétique (ou **résidu**) entre I et $O_B(I)$



Seules les dynamiques
retenues à partir de la taille
et la forme de B
apparaissent

$$WTH_B(I) = I - O_B(I)$$

Les niveaux d'intensité
initiaux ont été oubliés

Opération duale du White top-hat, le Black top-hat

Le top-hat dual est le résidu entre $F_B(I)$ et I :

$$BTH_B(I) = F_B(I) - I$$

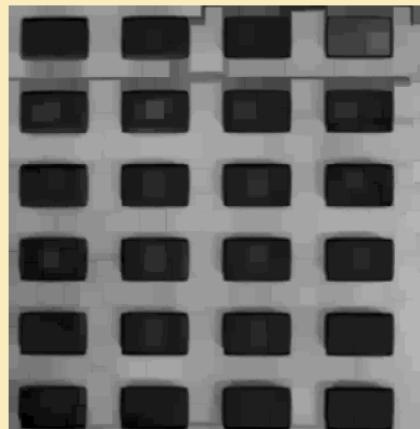
Effet du Black top-hat :

Contient les détails de l'image supprimés par la fermeture $F_B(I)$,
c'est à dire les creux de l'image plus étroits que B

Exemple d'utilisation du White top-hat



Original



Ouverture

$WTH_B(I)$

amélioration

I

$O_B(I)$



Top-hat



Seuillage

Le gradient morphologique

Soient :

- I une image en niveaux de gris,
- B_1 un élément structurant unitaire (disque de rayon 1),

Le gradient morphologique (symétrique) :

$$GM_{B1}(I) = D_{B1}(I) - E_{B1}(I)$$

Le gradient morphologique interne:

$$GM^-_{B1}(I) = I - E_{B1}(I)$$

Le gradient morphologique externe :

$$GM^+_{B1}(I) = D_{B1}(I) - I$$

Le gradient morphologique, exemples



Image originale I



$GM_{B1}(I)$



$GM^-_{B1}(I)$

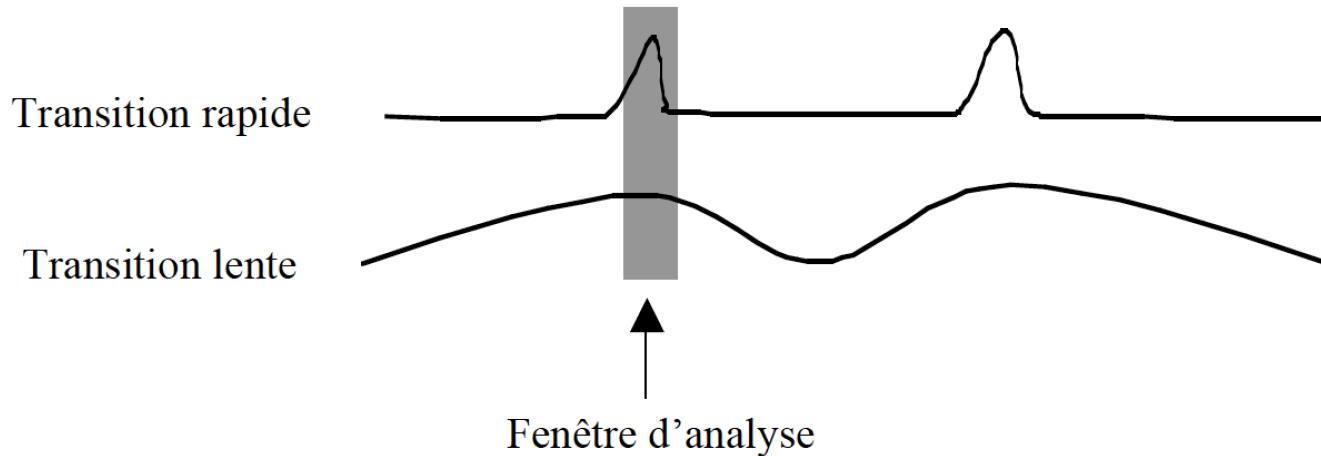


$GM^+_{B1}(I)$

Ligne de partage des eaux, remarque préalable

Les frontières entre régions peu contrastées

- sont difficiles à trouver
- sont de position peu précise

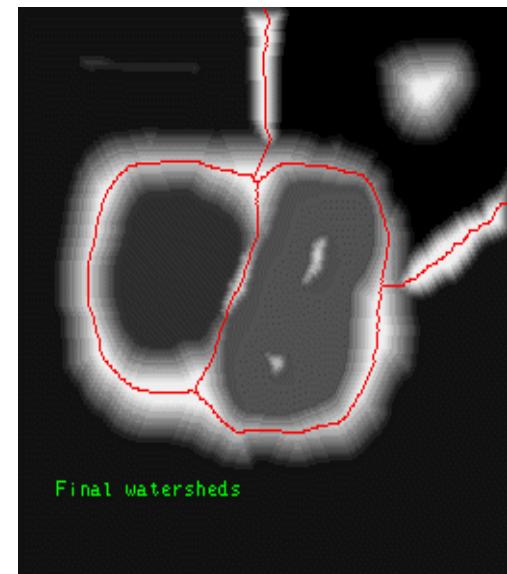
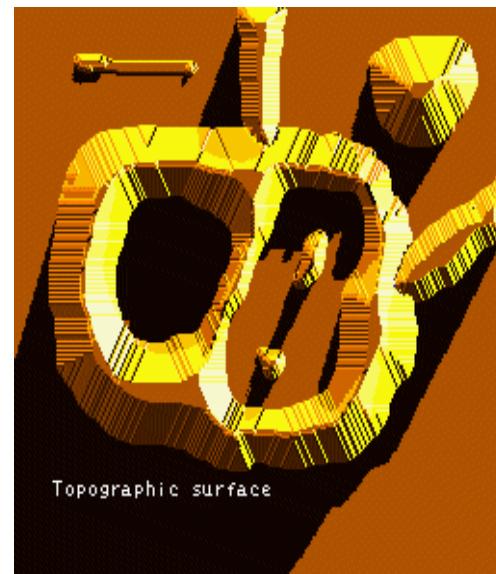
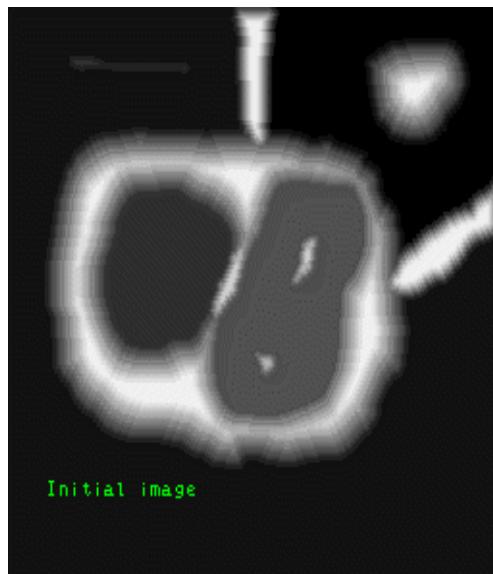


Pour des transitions entre régions peu contrastées
les méthodes du type "ligne de partage des eaux" sont efficaces

Ligne de partage des eaux, à la recherche des bassins versants

L'intensité est considérée comme un paysage "montagneux" (c'est une représentation surfacique)

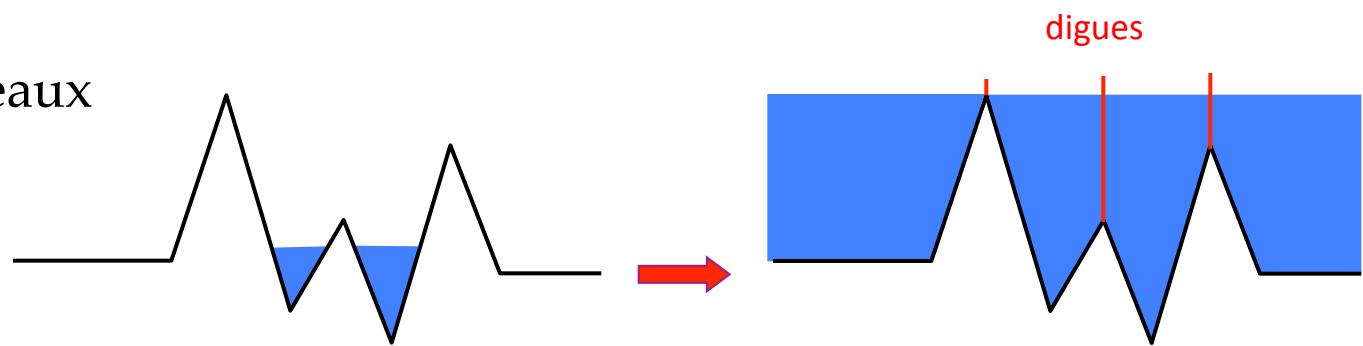
On cherche les bassins versants pour partitionner ce paysage.



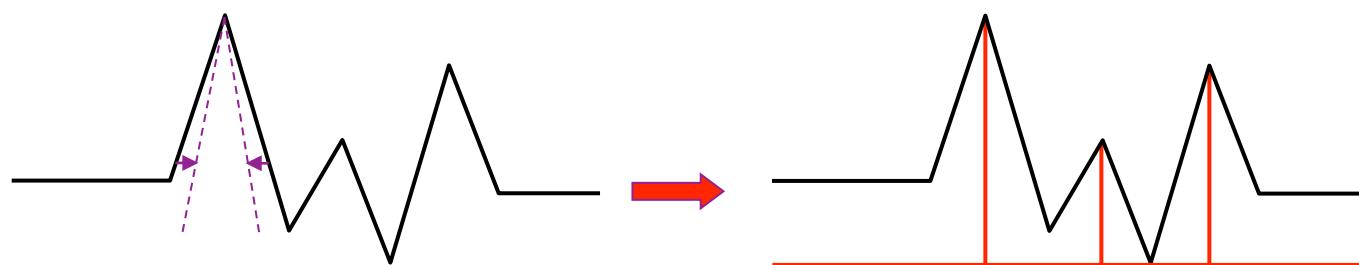
Ligne de partage des eaux, deux approches

On distingue deux classes d'algorithmes :

- par montée des eaux



- par amincissement homotopique



Ligne de partage des eaux, par l'approche "montée des eaux"

Rappel du principe :

- Sélection des minima locaux (les "fonds de cuvettes"), chaque minimum est associé à un label propre
- montée progressive des eaux (en partant du plus bas niveau) ; pour chaque niveau, propagation du label par voisinage,
- au contact des eaux de deux bassins, élévation de "digues".

Sélection des minima locaux, une difficulté principale :
→ la limitation aux minima locaux pertinents.

Proposition :

- lisser fortement l'image,
- déterminer des minima locaux (intensité < à celles des 8 voisins)
- éliminer les minima dont la profondeur relative est < à ε

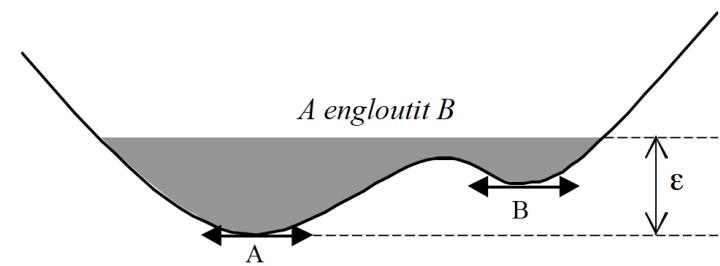
Approche "montée des eaux", élimination des minima non significatifs

Dans l'ordre des minima croissants, pour chacun d'eux :

- propagation autour du minimum,
- durant la propagation :
 - minimum conservé lorsque la profondeur relative $+\varepsilon$ est atteinte,
 - neutralisation des bassins (minima) voisins **submergés** (profondeur relative $< +\varepsilon$),
 - minimum abandonné si rencontre d'un point \in bassin moins élevé : **déversement**.

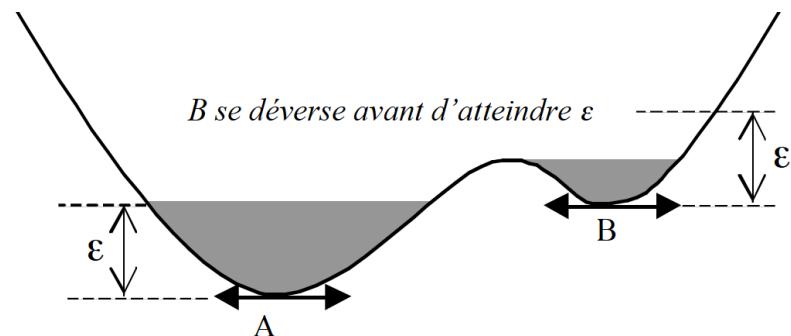
Propagation autour de A

→ les eaux de A submergent le bassin B



Propagation autour de B

→ B se déverse dans A et est supprimé



Algorithme : la "montée progressive des eaux"

Initialisation d'une carte des étiquettes de taille analogue à l'image ; seules les positions p associées aux minima des bassins retenus sont étiquetées et de façon différente,

POUR n variant du minimum de l'image au maximum de l'image, par pas de 1

ITERER jusqu'à stabilité

POUR tout pixel p non étiqueté

SI (intensité(p) ≤ n) ALORS

SI (p voisin d'un seul pixel étiqueté Et ≠ Digue) ALORS

p est étiqueté Et

SINON

SI (p voisin de 2 pixels étiquetés différemment entre eux et ≠ Digue)

ALORS

p est étiqueté Digue

FIN SI

FIN SI

FIN SI

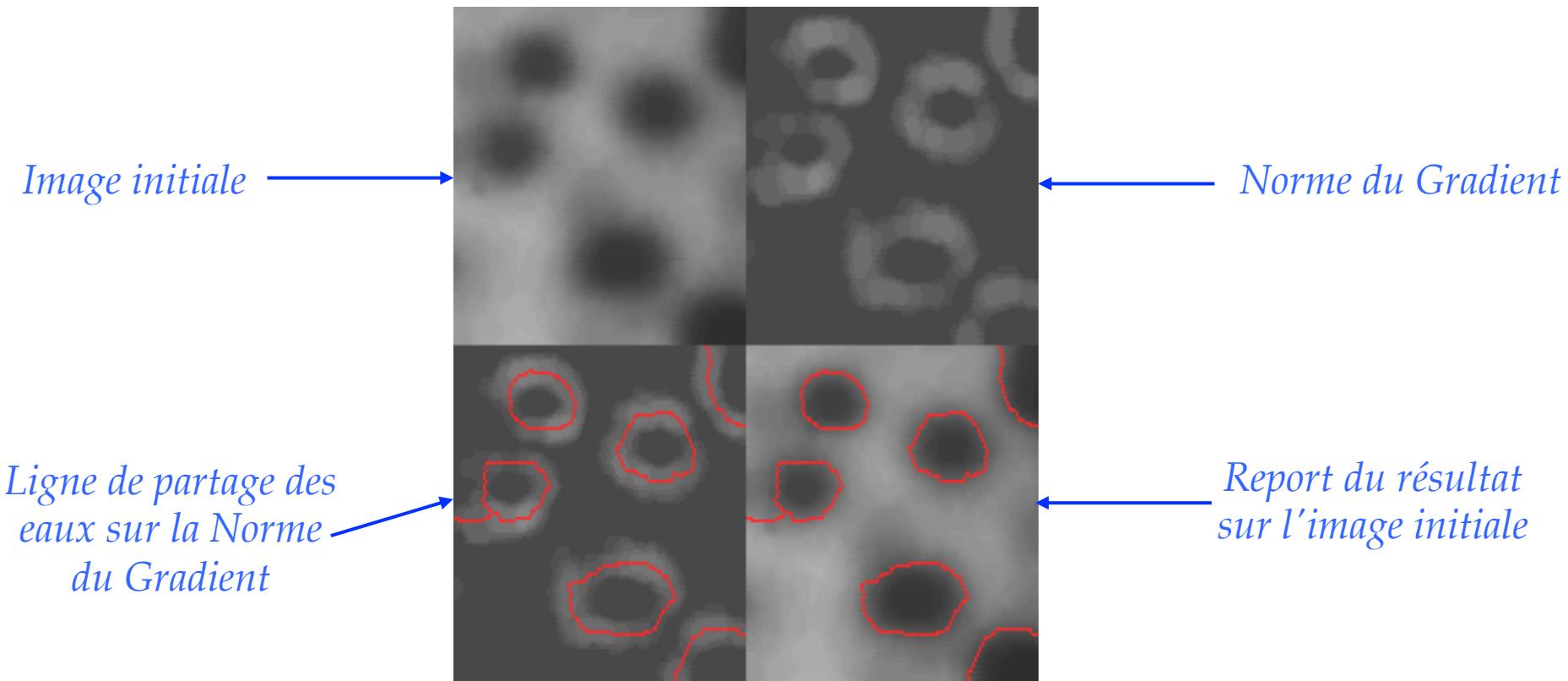
FIN POUR

FIN ITERER

FIN POUR

Ligne de partage des eaux, une utilisation courante

Dans l'image de la Norme du Gradient d'une image donnée, les bassins versants détectées sont les contours de régions homogènes dans cette image initiale



Ligne de partage des eaux, avantages et inconvénients

- Avantages : l' image est complètement partitionnée, les contours sont **fermés**
- Inconvénient : une sur-segmentation (systématique si Σ trop petit lors de l'élimination des minima locaux proposée)

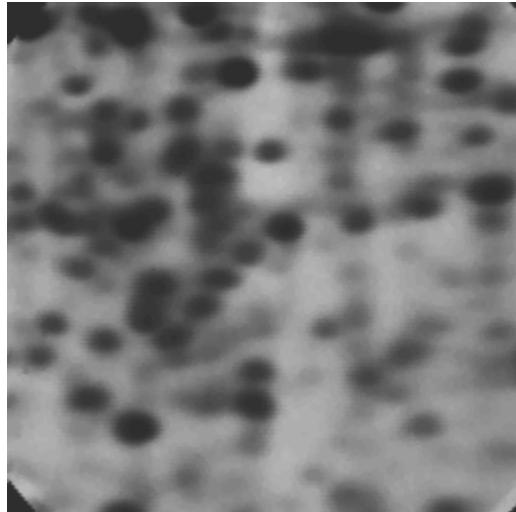


Image initiale

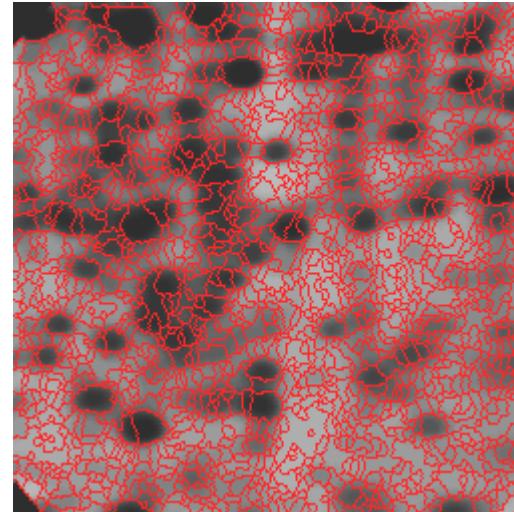


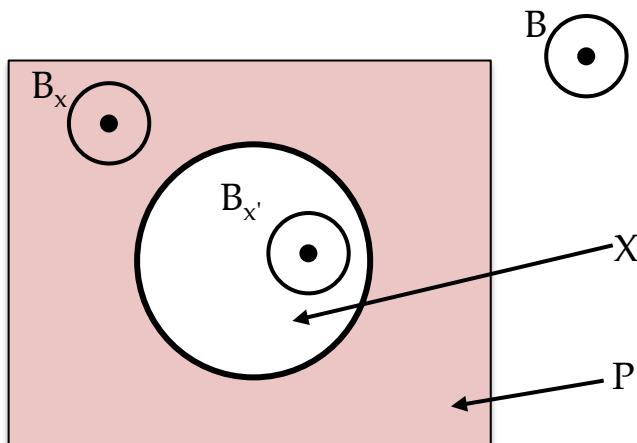
Image segmentée

Ligne de partage des eaux, solutions possibles à la sur-segmentation

- Fusion des bassins *a posteriori* sur des critères de contraste, où selon un critère d'homogénéité dépendant de l'application
- Marqueurs pour initier la montée des eaux seulement dans quelques bassins (une meilleure gestion de ϵ dans l'élimination des minima non pertinents proposée)
- "Remplir" des bassins avant la montée des eaux, avec une fermeture... (dépendra de l'élément structurant choisi qui n'influera que sur le "diamètre du bassin")

* Retour sur la définition du filtrage morphologique binaire, les transformations en "tout ou rien"

Morphologie Mathématique : comparer l' ensemble à analyser avec un ensemble de géométrie connue appelé élément structurant, et compléter éventuellement avec une mesure du résultat



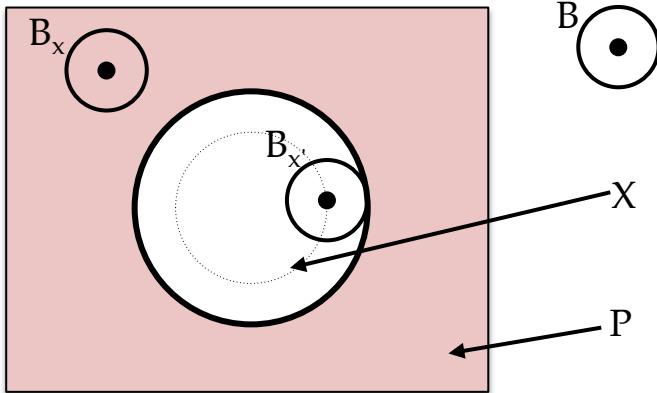
P : espace dans lequel est défini l'ensemble X
B : élément structurant
B_x : élément structurant translaté en x
opérations possibles :
union, intersection ou inclusion

X \otimes B , la transformation en tout ou rien de X par B :

$\forall x \in P$, question relative à (B_x *opération* X) ?

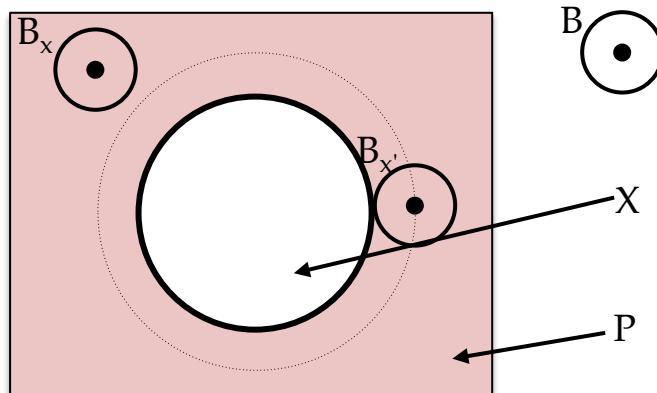
X \otimes B = {x \in P / la réponse à la question est positive}

* Les transformations en "tout ou rien" les plus simples, l'érosion et la dilatation



L'érosion : une transformation
en tout ou rien relative à l'*inclusion* :

$$E_B(X) = \{ x / B_x \subseteq X \}$$



La dilatation : une transformation
en tout ou rien relative à l'*intersection* :

$$D_B(X) = \{ x / B_x \cap X \neq \emptyset \}$$

Certaines transformations en tout ou rien sont plus complexes,
elles utilisent des éléments structurants "bi-colorés"

* Transformations en tout ou rien binaires avec un élément structurant bi-coloré

- Soit X un ensemble défini dans un espace P
- Soit \bar{X} le complémentaire de X dans P
- Soit un élément structurant B formé de deux parties disjointes, constituant deux labels : B^0 et B^1
- Soit B_x l'élément structurant B translaté en un pixel $x \in P$ et donc B_x^0 et B_x^1 les parties B^0 et B^1 translatées en x

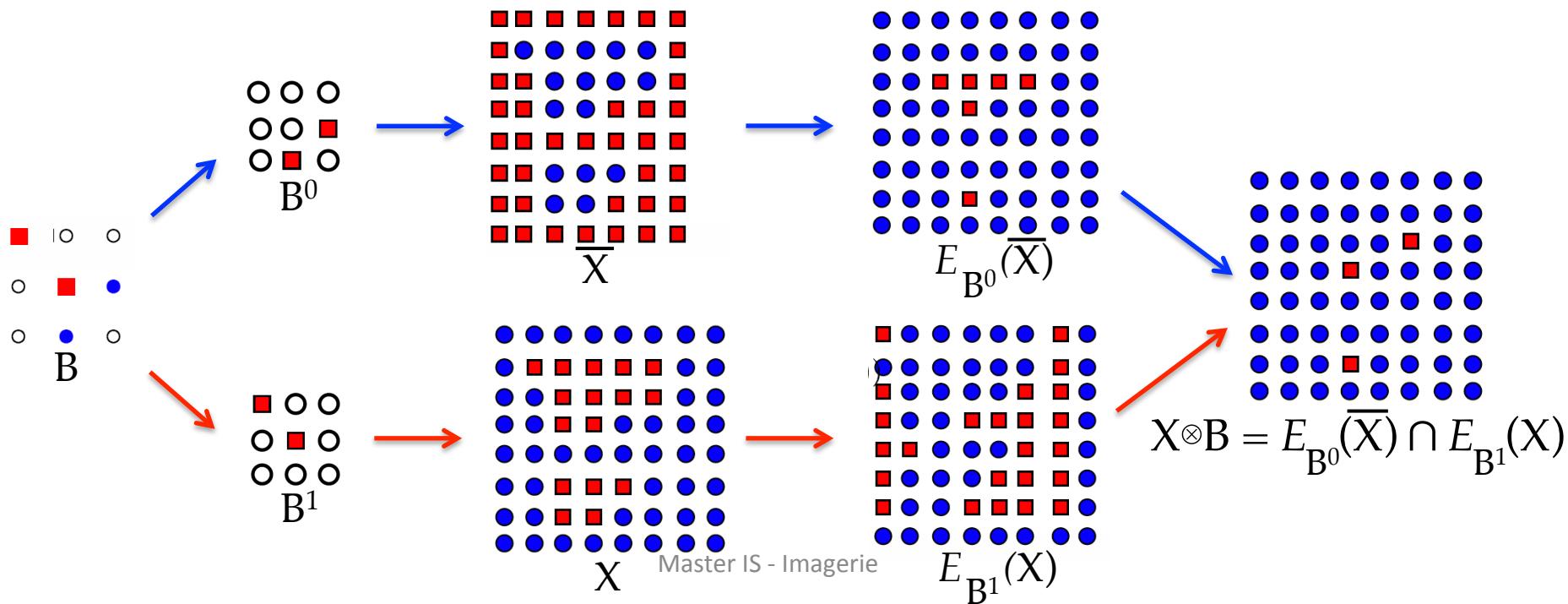
La transformation en tout ou rien $X \otimes B$ est l'ensemble des pixels $x \in P$ défini comme suit :

$$\begin{aligned} X \otimes B &= \{ x \in P / \forall y \in B_x^0, y \in \bar{X} \text{ et } \forall y \in B_x^1, y \in X \} \\ &= \{ x \in P / B_x^0 \subseteq \bar{X} \text{ et } B_x^1 \subseteq X \} \end{aligned}$$

* Transformations bi-colorée exprimée en fonction de l'érosion, illustration

- Soit X un ensemble défini dans un espace P
- Soit \bar{X} le complémentaire de X dans P
- Soit l'élément structurant B formé des deux labels B^0 et B^1

Une transformation bi-colorée peut s'exprimer comme l'intersection de deux érosions, l'une sur \bar{X} et l'autre sur X : $X \otimes B = E_{B^0}(\bar{X}) \cap E_{B^1}(X)$



* Transformation en tout ou rien binaire pour obtenir les points de contour

- Soit X un ensemble défini dans un espace P
- Soit C la famille des 8 éléments structurants suivants :

$$C_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline * & 1 & * \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$C_2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline * & 1 & * \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$C_3 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & * & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline 1 & * & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$C_4 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & * & 1 \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & * & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$C_5 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 1 & * \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline * & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$C_6 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 1 & * \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & * \\ \hline \end{array}$$

$$C_7 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & * \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline * & 1 & * \\ \hline \end{array}$$

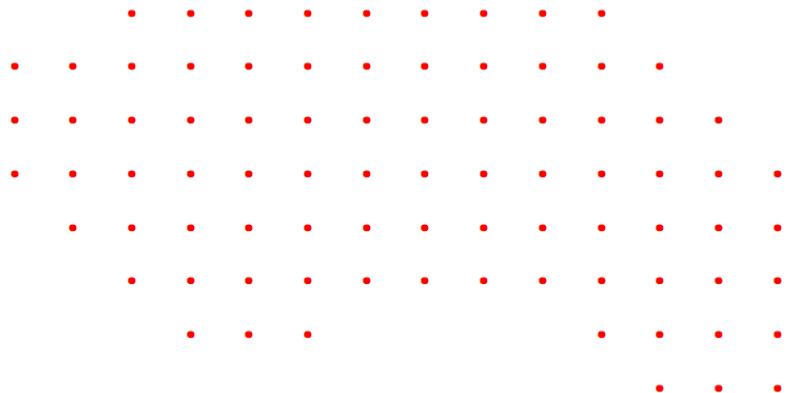
$$C_8 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline * & 1 & * \\ \hline \end{array}$$

- pour chaque C_i ,
 - les valeurs "1" représentent les pixels dans C_i^1 ,
 - les valeurs "0" représentent les pixels dans C_i^0 ,
 - les symboles "*" représentent les pixels non pris en compte .

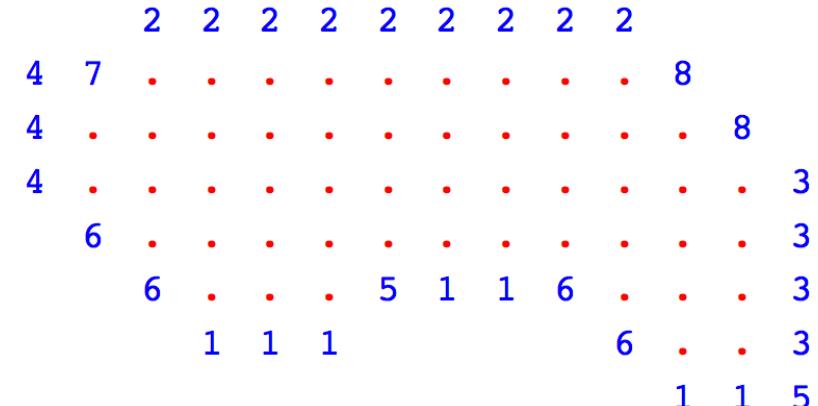
Les points de contours de X sont obtenus par l'union des applications en tout ou rien indépendantes des C_i sur X :

$$X \otimes^* C = \bigcup_k (X \otimes C_k)$$

* Les points de contour, exemple



X



$X \otimes^* C$

$$C_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline * & 1 & * \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$C_2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline * & 1 & * \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$C_3 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & * & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline 1 & * & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$C_4 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & * & 1 \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & * & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$C_5 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 1 & * \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline * & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$C_6 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 1 & * \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & * \\ \hline \end{array}$$

$$C_7 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & * \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline * & 1 & * \\ \hline \end{array}$$

$$C_8 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline * & 1 & * \\ \hline \end{array}$$

* Une transformation à partir de ces éléments structurants : l'amincissement homotopique

Transformation homotopique :
transformation qui ne modifie pas le nombre de composantes connexes

- Si C désigne la famille de voisinage précédemment présentée
- Si $A \setminus B$ désigne la différence symétrique :

$$A \setminus B = (A \cup B) - (A \cap B)$$

- Si $X \setminus \otimes C_k$ désigne la différence symétrique entre X et $(X \otimes C_k)$:

$$X \setminus \otimes C_k = X \setminus (X \otimes C_k)$$

1	1	1
*	1	*
0	0	0

0	0	0
*	1	*
1	1	1

1	*	0
1	1	0
1	*	0

0	*	1
0	1	1
0	*	1

*	1	*
1	1	0
*	0	0

*	1	*
0	1	1
0	0	*

0	0	*
0	1	1
*	1	*

*	0	0
1	1	0
*	1	*

L'amincissement homotopique, noté $X \bullet C$, est défini comme suit :

$$X \bullet C = (((((((X \setminus \otimes C_1) \setminus \otimes C_2) \setminus \otimes C_3) \setminus \otimes C_4) \setminus \otimes C_5) \setminus \otimes C_6) \setminus \otimes C_7) \setminus \otimes C_8)$$

* Amincissement homotopique, illustration

n applications itératives de l'amincissement homotopique sur la forme X :

$$(X \bullet C)^n = (X \dots ((X \bullet C) \bullet C) \dots \bullet C)$$

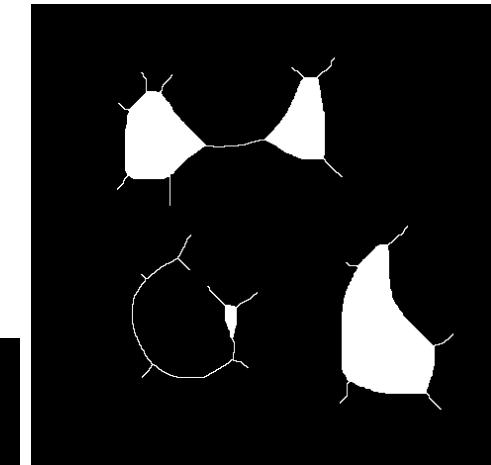
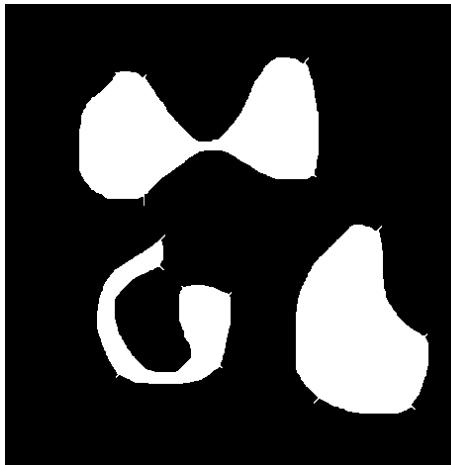
n fois



$$(X \bullet C)^2$$



$$(X \bullet C)^{10}$$



$$(X \bullet C)^{30}$$

* Autre transformation à partir de la famille d'éléments structurants C : l'épaississement homotopique

L'épaississement homotopique, noté $X \odot C$, est défini comme le complémentaire de l'amincisement du complémentaire de X :

$$X \odot C = \overline{\overline{X} \cup (\overline{X} \bullet C)}$$

$$C_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline * & 1 & * \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$C_2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline * & 1 & * \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$C_3 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & * & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline 1 & * & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$C_4 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & * & 1 \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & * & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$C_5 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 1 & * \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline * & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$C_6 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 1 & * \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline 0 & 0 & * \\ \hline \end{array}$$

$$C_7 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 0 & * \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ \hline * & 1 & * \\ \hline \end{array}$$

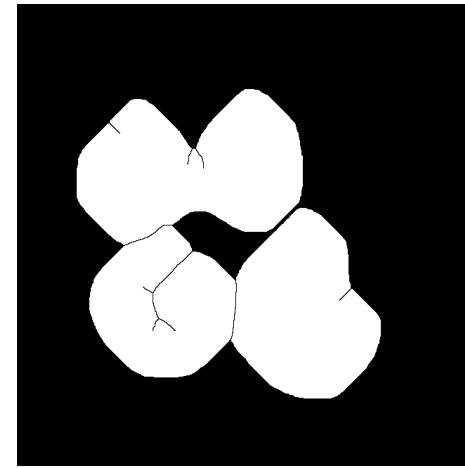
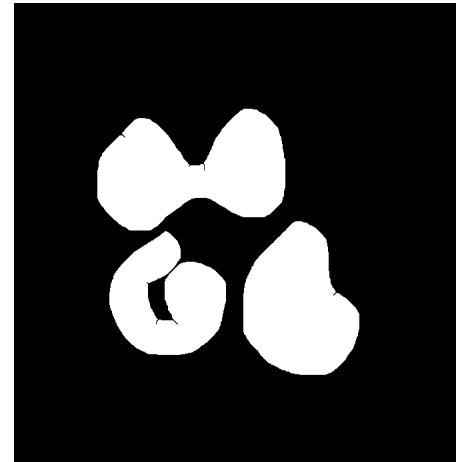
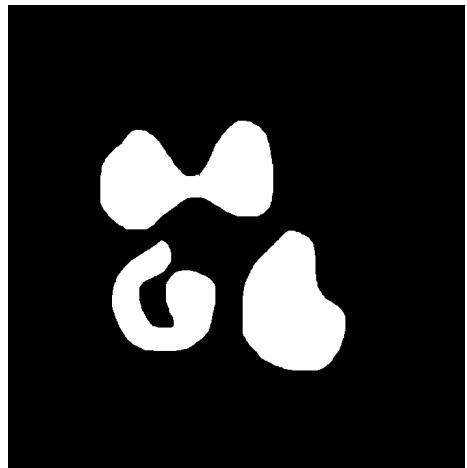
$$C_8 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline * & 0 & 0 \\ \hline 1 & 1 & 0 \\ \hline * & 1 & * \\ \hline \end{array}$$

* Épaississement homotopique, illustration

n applications itératives de l'épaississement homotopique sur la forme X :

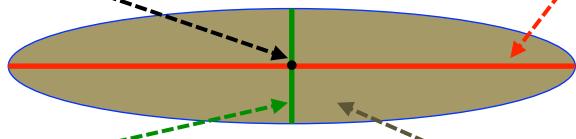
$$(X \odot C)^n = (X \dots ((X \odot C) \odot C) \dots \odot C)$$

n fois



* Morphologie mathématique et caractérisations de forme

Centre : milieu du diamètre



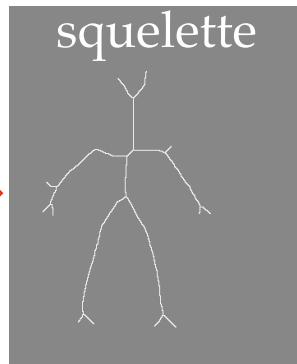
Épaisseur : corde de longueur minimum passant par le centre

Diamètre : distance maximum entre 2 points de la forme

Périmètre : nombre de pixels du contour

Surface : nombre de pixels de la région délimitée

Indice d'allongement : $\frac{\text{épaisseur}}{\text{diamètre}}$



Information sur la structure de la forme

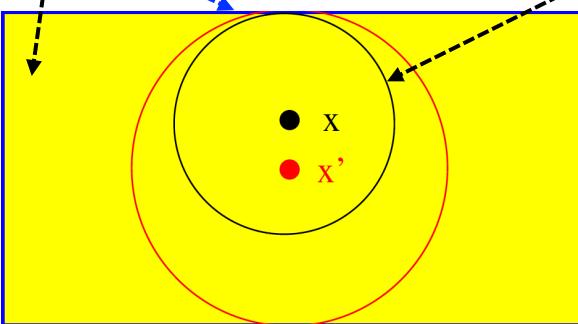
Le plus petit cercle circonscrit

Le plus grand cercle inscrit

* Squelette d'une forme : une définition intuitive dans le domaine continu

X : une forme

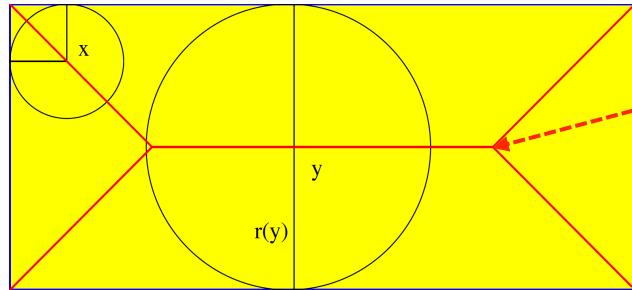
∂X : la frontière de X



$B(x, r)$: boule de centre x et de rayon r

Boule maximale :

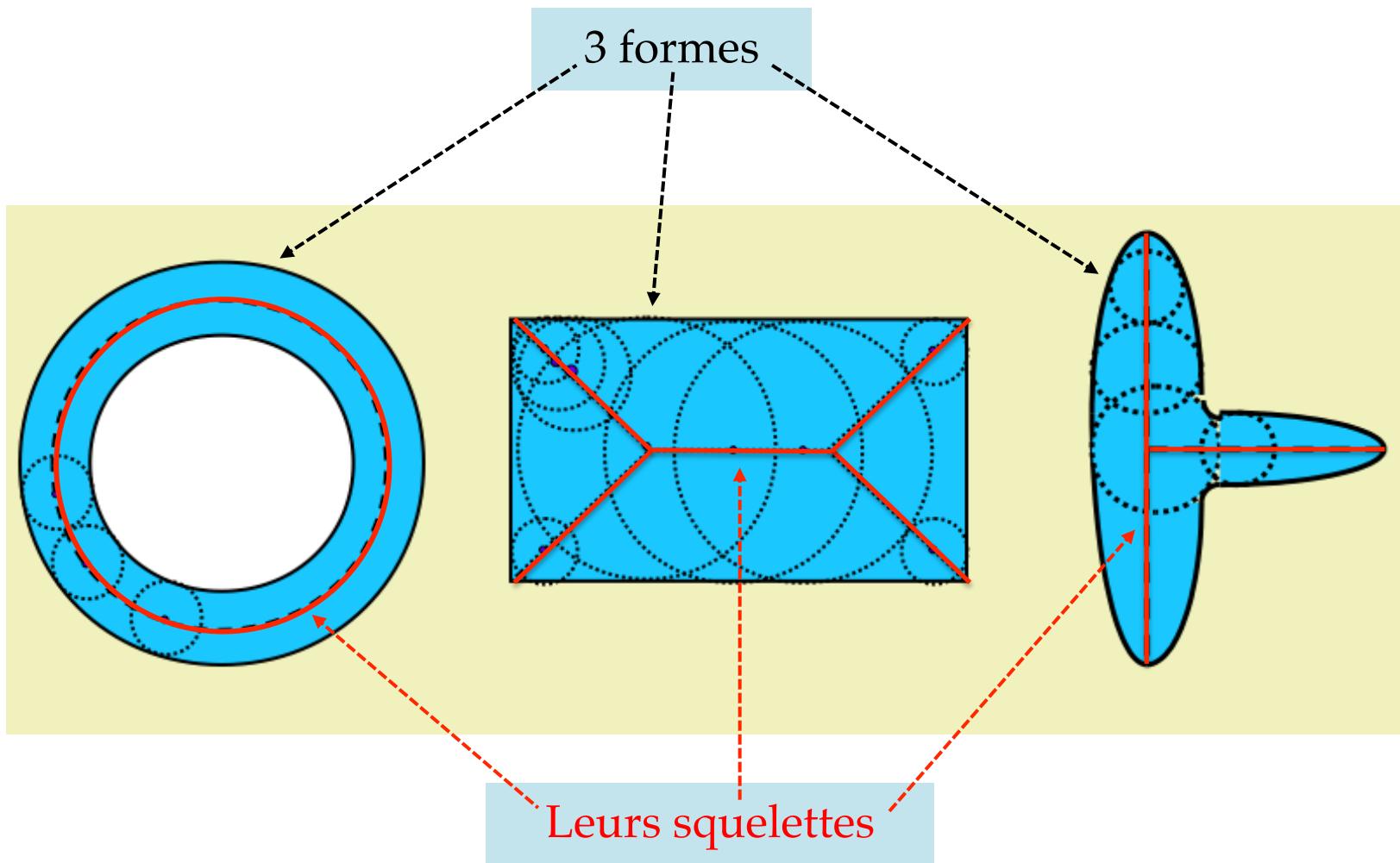
Une boule $B(x, r)$ est maximale dans X
s'il n'existe pas $B'(x', r')$ telle que
 $B(x, r) \subset B'(x', r') \subset X$



$Sk(X)$ le Squelette :

$Sk(X)$ est l'union des centres des disques maximaux B contenus dans X .
En pratique, les disques maximaux touchent la frontière ∂X en au moins 2 points.

* Squelette, exemples



* "Squelettisation" : érosion, ouverture et squelette

Soient X une forme et B une boule élémentaire.

Algorithme de Lantuéjoul : le squelette $\text{Sk}(X)$ de la forme X est l'union (pour tous les $\lambda > 0$) de l'intersection (pour tout les $\mu > 0$) de la différence entre l'érosion de X par λB , et de l'ouverture par μB de l'érosion de X par λB :

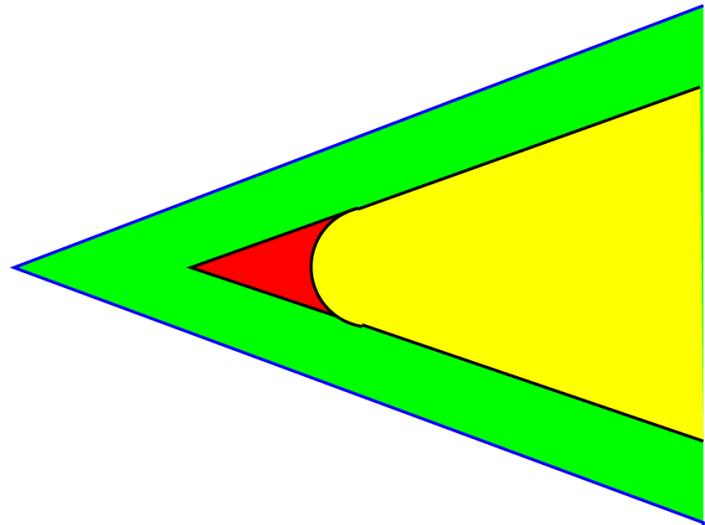
$$\text{Sk}(X) = \bigcup_{\lambda > 0} \bigcap_{\mu > 0} E_{\lambda B}(X) \setminus O_{\mu B}(E_{\lambda B}(X))$$

■ + ■ + ■ : X

■ + ■ : $E_{\lambda B}(X)$

■ : $O_{\mu B}(E_{\lambda B}(X))$

■ : $E_{\lambda B}(X) \setminus O_{\mu B}(E_{\lambda B}(X))$

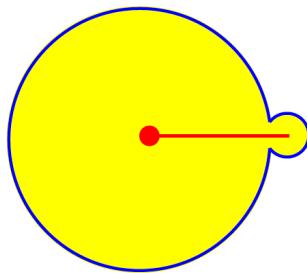
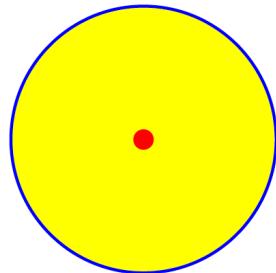


Définition équivalente à celle des boules maximales donnée précédemment

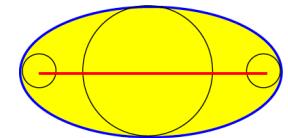
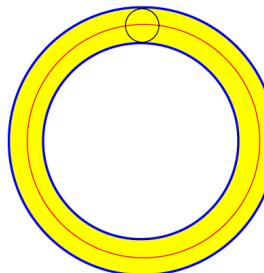
* Propriétés de la squelettisation dans le cas continu

Dans l'espace continu :

- La squelettisation est ni croissante, ni décroissante :
 $X \subseteq Y \not\Rightarrow ((Sk(X) \subseteq Sk(Y)) \text{ ou } (Sk(Y) \subseteq Sk(X)))$
- La squelettisation est une opération anti-extensive : $Sk(X) \subseteq X$
- La squelettisation n'est pas continue (grande sensibilité au bruit)
- La squelettisation est une opération homotopique
- La squelettisation est une opération idempotente : $Sk(Sk(X)) = Sk(X)$



Discontinuité de la squelettisation



Homotopie

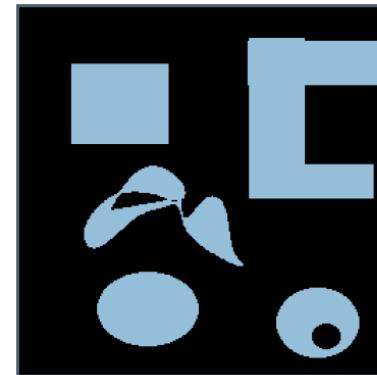
* Propriétés de la squelettisation, le cas numérique

Dans l'espace discret :

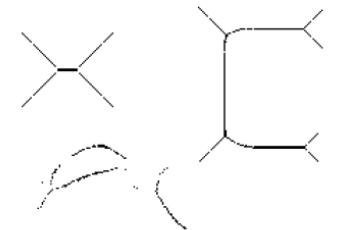
- dans l'algorithme de Lantuéjoul, l'intersection des ouvertures par μB est remplacée par une ouverture avec $1B$:

$$Sk(X) = \bigcup_{\lambda > 0} \bigcap_{\mu > 0} E_{\lambda B}(X) \setminus O_{\mu B}(E_{\lambda B}(X)) \approx \bigcup_{\lambda > 0} E_{\lambda B}(X) \setminus O_B(E_{\lambda B}(X))$$

- le squelette par ouverture n'est pas connexe, la topologie (homotopie) n'est pas préservée :



Formes



Squelettes par
ouverture

→ Le squelette homotopique est plutôt obtenu par application de l'amincissement homotopique déjà décrit, jusqu'à idempotence :

$$Sk(X) = (X \bullet C)^\infty$$

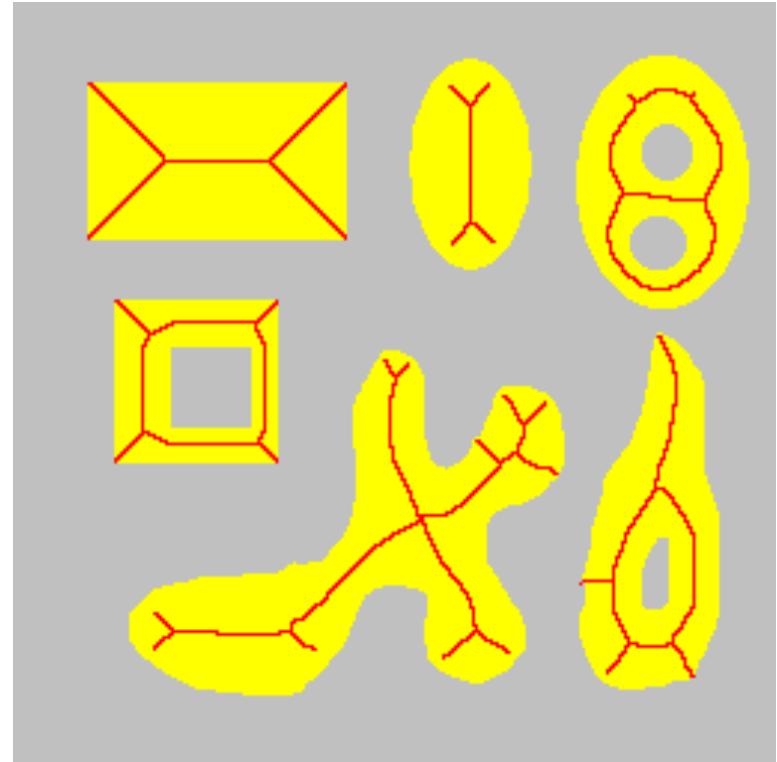
* Squelette obtenus dans le cas discret, apparitions de "barbules"

La répétition de l'amincisement jusqu'à stabilité ($X \bullet C$) $^{\infty}$ produit

- un squelette quelques fois instable,
- un squelette souvent doté de barbules.



Le résultat obtenu en première intention peut être amélioré par la mise en œuvre d'une phase "*d'ébarbulage*"



* Caractérisation des barbules, points particuliers du squelette

Les points particuliers d'un squelette sont les points ayant moins ou plus de deux voisins :

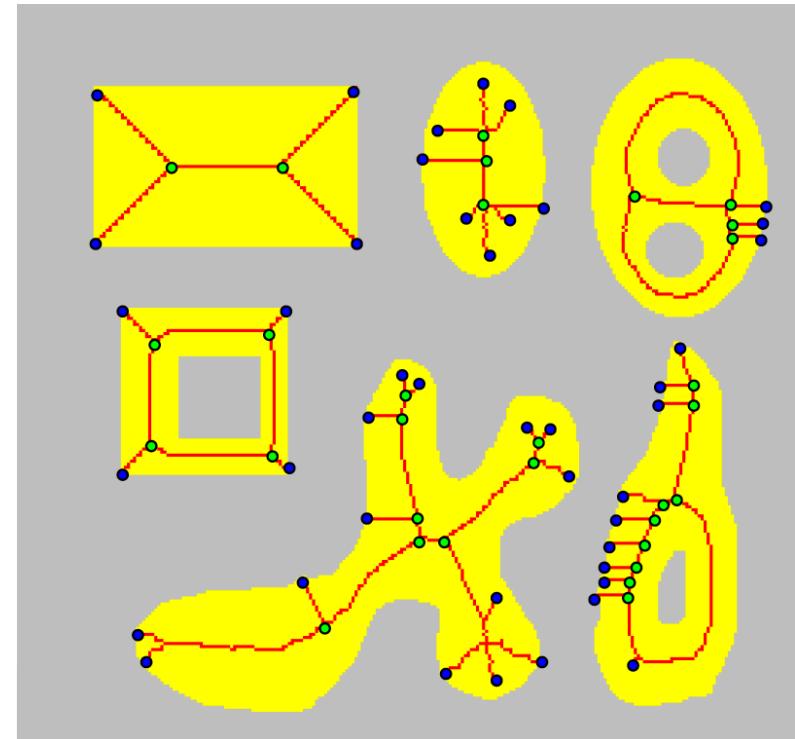
- les points extrêmes (arité 1),
- les points multiples (arité ≥ 3).

● les points extrêmes

● les points multiples



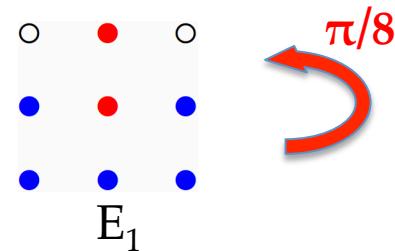
une barbule se situe le long du squelette entre un point extrême et un point multiple



* Ébarbulage, détection des points extrêmes du squelette

Soient X une forme, et $\text{Sk}(X) = (X \bullet C)^\infty$

Soit E_1 , l'élément structurant suivant :



Soit E la famille d'éléments structurants définie par toutes les **rotations de $\pi/8$** de E_1 :



$$E = E_1, E_2, \dots, E_8$$

Les points extrêmes de $\text{Sk}(X)$ sont obtenus par l'union des applications en tout ou rien indépendantes des E_i sur $\text{Sk}(X)$:

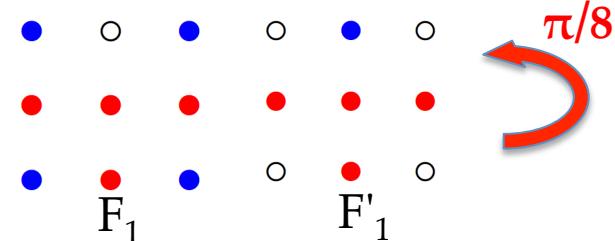
$$\text{Points extrêmes de } \text{Sk}(X) = \text{Sk}(X) \otimes^* E = \bigcup_k (\text{Sk}(X) \otimes E_k)$$

* Ébarbulage, détection des points multiples du squelette

Soient X une forme, et $\text{Sk}(X) = (X \bullet C)^\infty$

Soient F_1 et F'_1 les éléments structurants suivants :

Soient F et F' la famille d'éléments structurants définie par toutes les **rotations de $\pi/8$** respectives de F_1 et F'_1 :



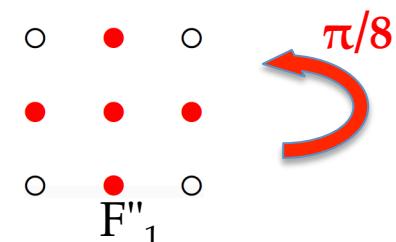
$$F = F_1, F_2, \dots, F_8$$

$$F' = F'_1, F'_2, \dots, F'_8$$

Soient F''_1 et F''_2 , sa **rotation de $\pi/8$** , constituant la famille F'' :



$$F'' = F''_1, F''_2$$

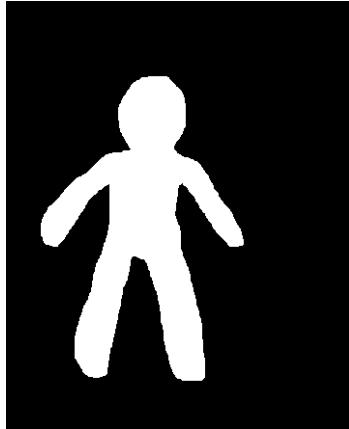


Les points multiples de $\text{Sk}(X)$ sont obtenus par l'union des unions des applications en tout ou rien indépendantes des F_i , F'_i et F''_i sur $\text{Sk}(X)$:

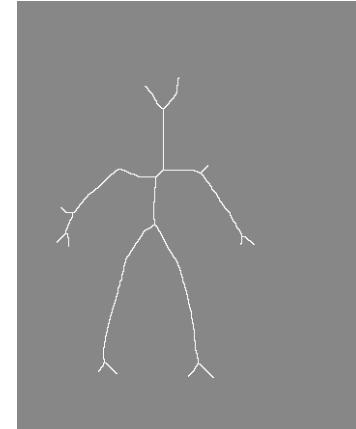
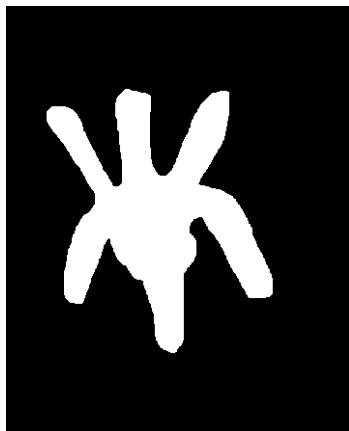
$$\text{Points multiples de } \text{Sk}(X) = (\text{Sk}(X) \otimes^* F) \cup (\text{Sk}(X) \otimes^* F') \cup (\text{Sk}(X) \otimes^* F'')$$

* Ébarbulage, mise en œuvre, exemples

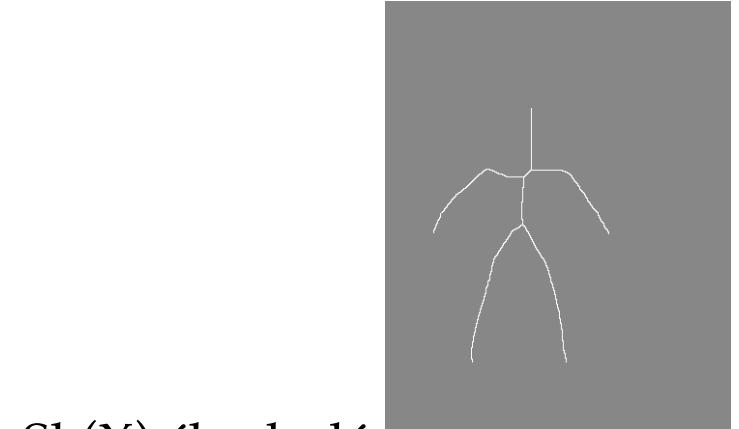
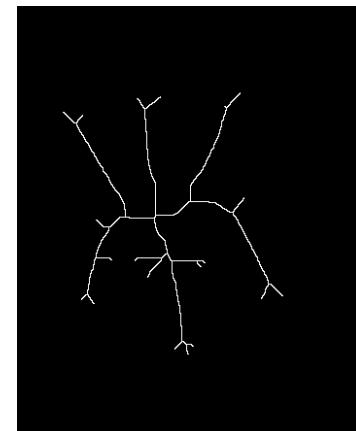
Une méthode : supprimer toutes les parties de $\text{Sk}(X)$ comprises entre un point extrême et un point double (et inférieure à une longueur seuil)



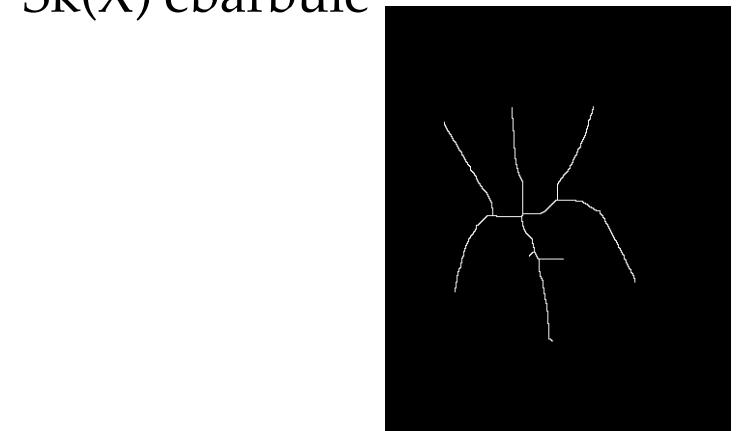
X



$\text{Sk}(X)$



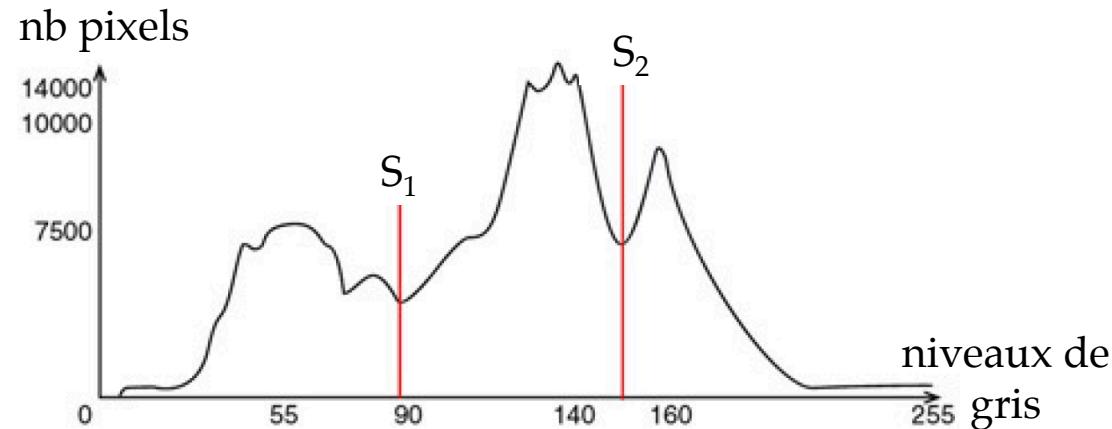
$\text{Sk}(X)$ ébarbulé



* Segmentation par analyse d'histogramme d'images en niveaux de gris, approche sommaire

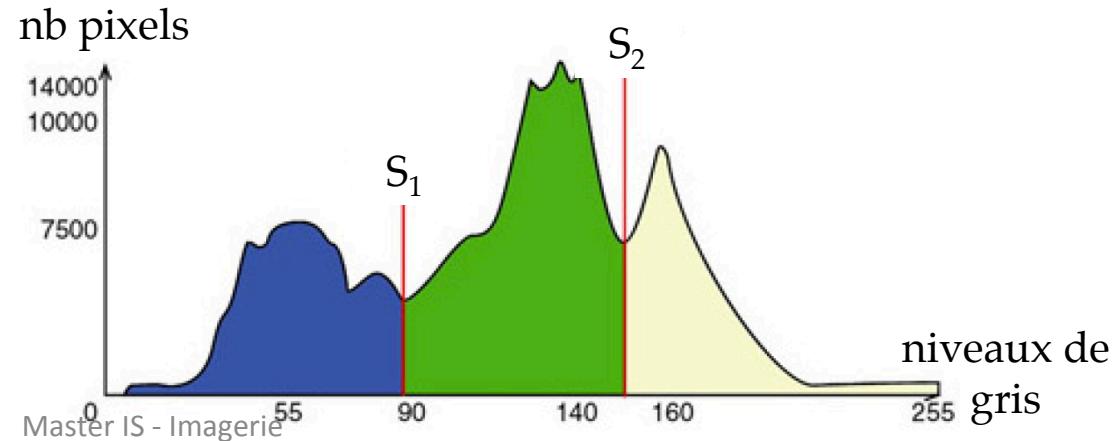
A priori : les n formes de l'image se discriminent sur la base de k classes d'intensité, k étant connu

Recherche de $k-1$ minima régionaux pertinents (seuils)



un exemple avec 3 classes recherchées

Détermination de $k-1$ classes

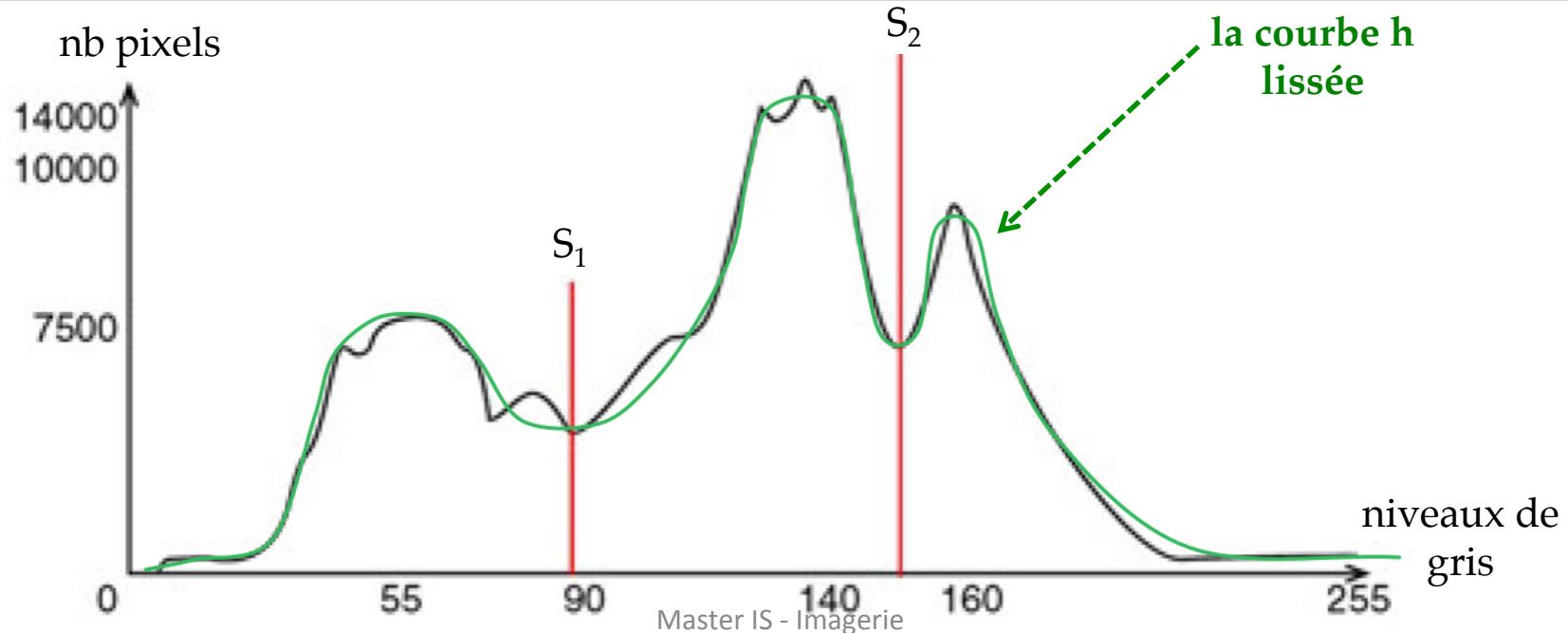


* Elimination des minima régionaux non significatifs dans l'histogramme

Jusqu'à obtention des $k-1$ minima, lissage de la courbe h représentant l'histogramme :

- soit par application (itérative) d'un filtre moyenne (fenêtre glissante)
- soit par application (itérative) d'un filtre médian
- soit par une méthode plus élaborée ...

Dans notre exemple, 2 minima apparaissent pour définir les 3 classes recherchées

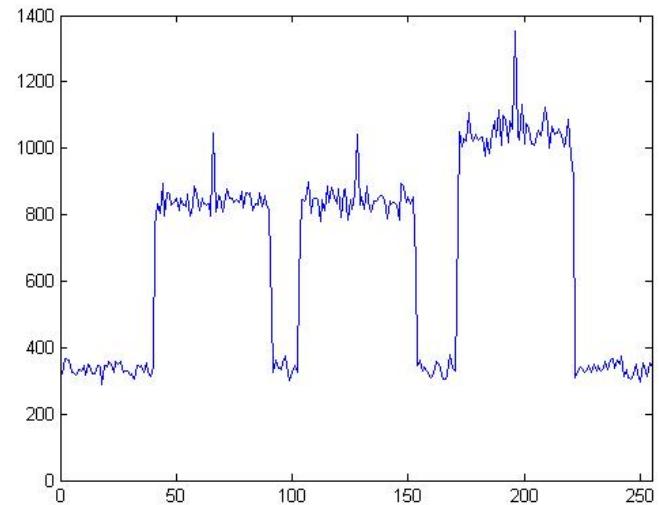


* Une proposition méthodologique, sur un exemple (d'école ☺)

A priori : on sait que 3 classes d'intensités dont discriminantes pour segmenter les formes présentes dans l'image X

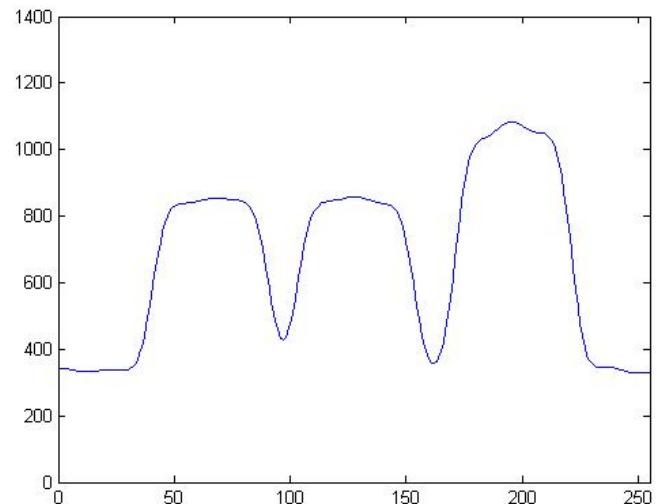


Après expansion dynamique,
l'histogramme fait bien
apparaître 3 modalités

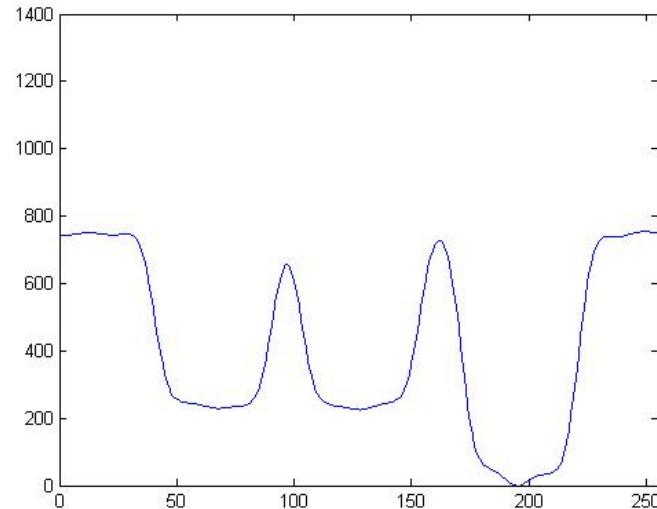


* Lissage

Lissage de l'histogramme par application itérative du filtre moyenne

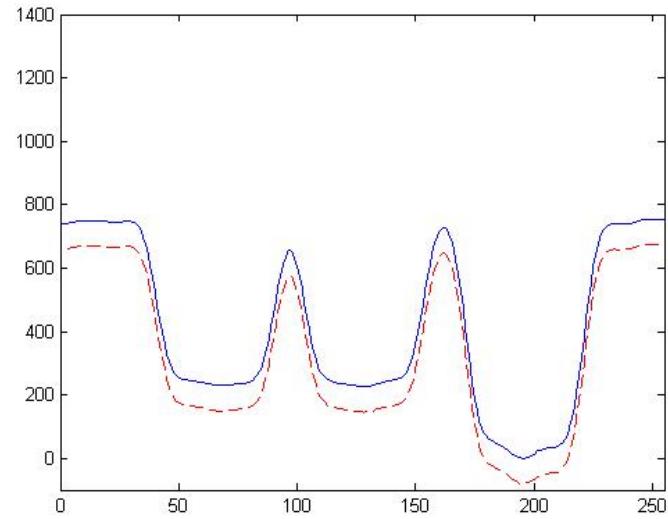


Retournement de l'histogramme,
les minima deviennent des
maxima ; la fonction F



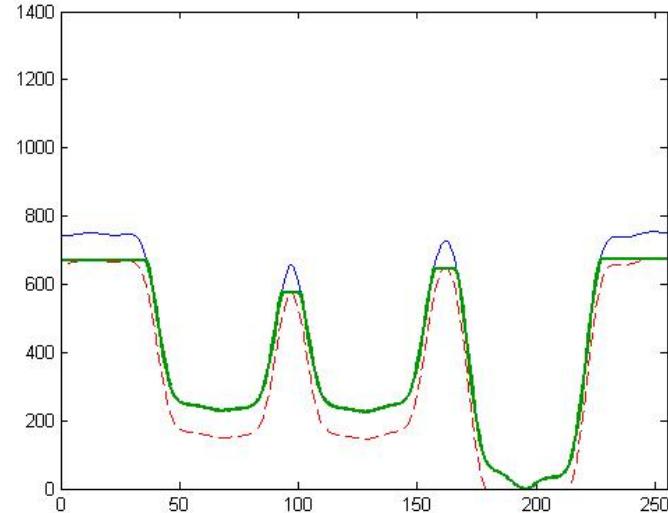
* Dilatation conditionnelle de la fonction F-k

Calcul de la fonction F-k



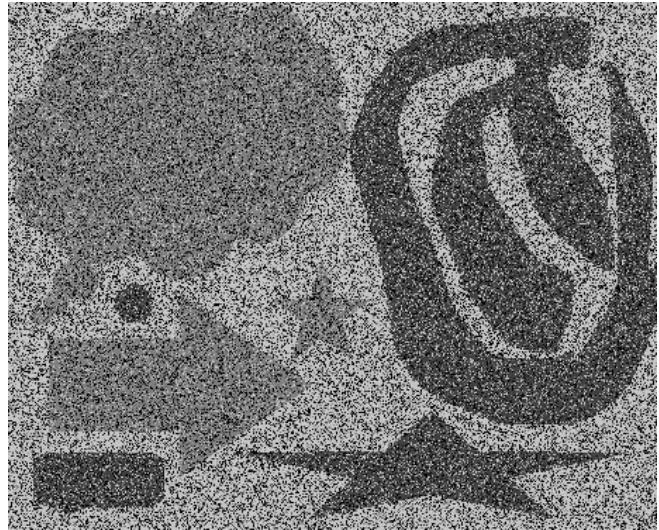
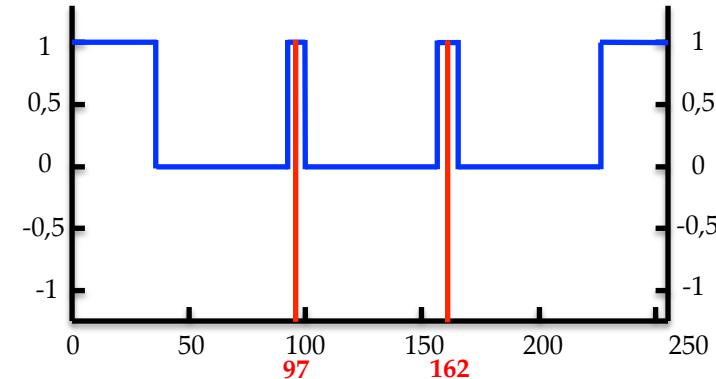
Dilatation de F-k, avec un élément structurant de largeur 3 (e3) conditionnelle à F, jusqu'à stabilité :

$$\mathbf{G} = (DC_{e3}^F(F-k))^{\infty}$$



* Détermination des intervalles pertinents, et des seuils correspondants, traitement de X

A partir de $F - G$, détermination des intervalles pertinents, et des **seuils associés** (dans l'exemple 2 seuils pour 3 modalités)



Substitution des intensités dans X ("fausses couleurs" initiées en fonction des seuils



Lissage de l'image par un médian itératif

* Segmentation par analyse d'histogramme, méthode des k-moyennes

Même a priori : les n formes de l'image se discriminent sur la base de k classes d'intensité, k étant connu

Recherche de $k-1$ seuils : S_1, S_2, \dots, S_{k-1}

On pose :

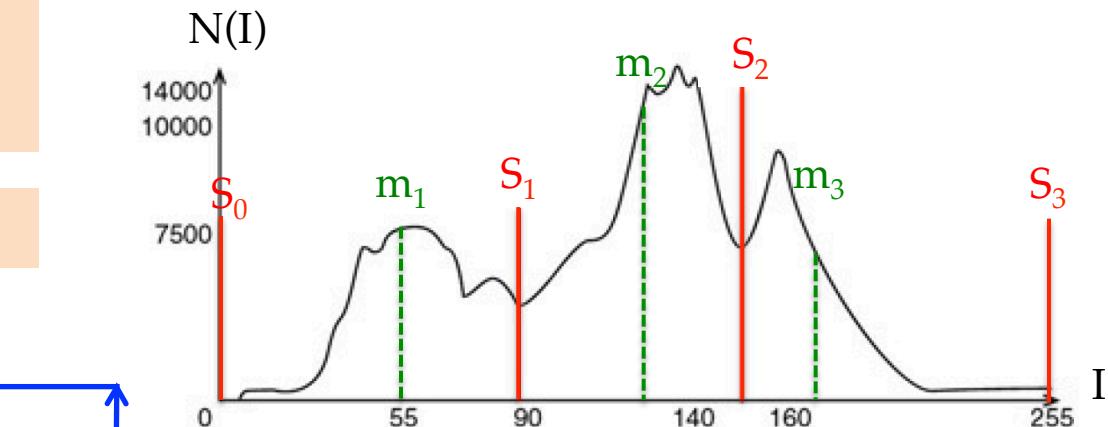
S_0 = intensité minimum

S_k = intensité maximum +1

Tirage au hasard des S_1, S_2, \dots, S_{k-1}

$$\text{Calcul des } m_i = \frac{\sum j \cdot N(j)}{\sum N(j)}, \text{ avec } S_{i-1} \leq j \leq S_i$$

$$\text{Calcul des } S_i = \frac{m_{i-1} + m_i}{2}, \text{ avec } 0 < i < k$$



Jusqu'à stabilité

Segmentation par régions, définition, contexte

Rappel du problème général

→ *Définition*

- Segmenter par régions est équivalent à partitionner une image en un sous-ensembles de zones connexes

→ *Contexte*

- La segmentation repose sur une recherche de zones connexes de l'image possédant des attributs communs (luminosité, texture, ...)

Segmentation par régions, contexte, intérêt

→ *Contexte*

- L'intérêt est de pouvoir ensuite manipuler les zones connexes détectées de façon à en extraire différentes caractéristiques : forme, position, taille, ...

*un exemple d'utilisation de
segmentation par régions : étiquetage
de pièces, d'objets, ...*



Segmentation par régions, contexte, mauvaise formulation

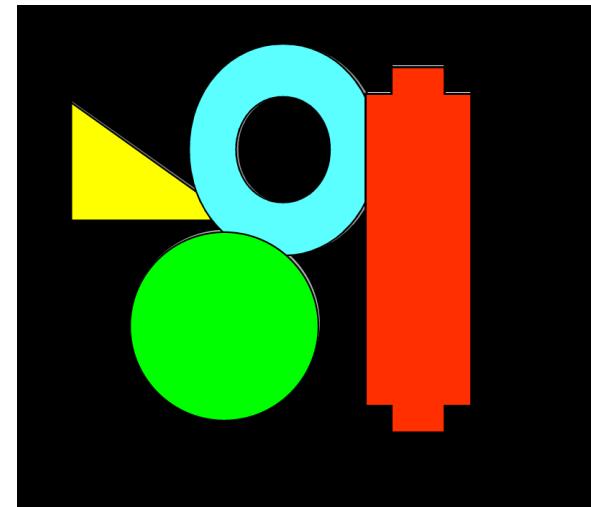
➡ *Contexte*

- Le problème de segmentation par régions est mal posé car il n'existe pas de segmentation idéale
- Le choix d'une méthode est lié :
 - ✓ à la nature des images (éclairage, texture, ...)
 - ✓ à la forme des primitives que l'on veut extraire ultérieurement des régions détectées
 - ✓ aux éventuelles contraintes de temps

Segmentation par régions, contexte, méthodes

⇒ *Fondement sur l'homogénéité*

- Segmentation à partir de propriétés intrinsèques aux régions



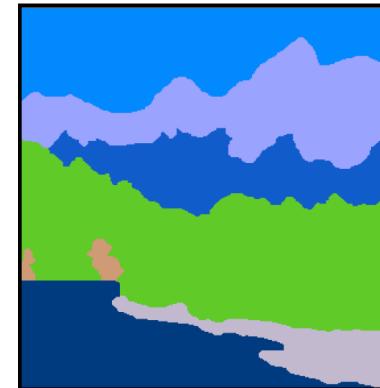
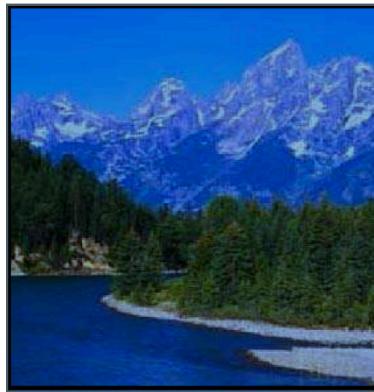
⇒ *Les différentes méthodes*

- Méthodes par transformation de régions
- Méthodes sur histogrammes
- Méthodes par optimisation

Segmentation par transformation de régions

→ *Approche fondée sur un partitionnement*

- ✓ Le traitement consiste à créer une partition de l'image I en **sous-ensembles de pixels connexes R_i** , appelés régions



→ *Differentes Méthodes*

- ✓ Croissance de régions
- ✓ Partage de régions
- ✓ Réunion de régions
- ✓ Ligne de partage des eaux

Prédicat d'homogénéité pour la segmentation par transformation de régions

⇒ Notion de prédicat d'homogénéité

- ✓ Un prédicat est une proposition logique dont la valeur dépend de son argument
- ✓ R_k est homogène si et seulement si $P(R_k)$ est vraie avec :
 - I , une image,
 - R_k , une région quelconque de I ,
 - P , un prédicat définissant l'homogénéité d'une région
exemple : $P(R_k) \Leftrightarrow (\text{variance des intensités des pixels de } R_k < \text{seuil})$

⇒ Le fondement de la segmentation par transformation de régions

- ✓ Méthodes qui s'appuient sur les notions de prédicat d'homogénéité et de partition en régions $\{R_i\}$ de l'image I :
 - $\forall i, j, (R_i \cap R_j) = \emptyset$
 - $\forall i, R_i \neq \emptyset$
 - $\bigcup_i R_i = I$

Quelques critères d'homogénéité d'une région

⇒ *Contraste sur la région*

$$P(R_k) = \text{vrai} \Leftrightarrow (\underset{R_k}{\text{Max}} \{ I(x,y) \} - \underset{R_k}{\text{Min}} \{ I(x,y) \}) < \sigma$$

avec :

- I , une image,
- R_k , une région quelconque de I ,
- σ , un seuil

⇒ *Ecart-type sur la région*

$$P(R_k) = \text{vrai} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{R_k} (I(x,y) - m)^2} < \sigma$$

avec :

- I , une image,
- R_k , une région quelconque de I ,
- σ , un seuil
- $N = \text{Card}(R_k)$

$$\bullet \quad m = \frac{1}{N} \sum_{R_k} I(x,y)$$

Quelques critères d'homogénéité d'une région, suite ...

⇒ *Entropie (mesure de la quantité d'information)*

$$P(R_k) = \text{vrai} \iff -\sum_{R_k} (p(I(x,y)) \log(p(I(x,y)))) < \sigma$$

avec :

- I , une image,
- R_k , une région quelconque de I ,
- σ , un seuil
- $p(I(x,y))$, la probabilité d'apparition du niveau de gris $I(x,y)$

➡ ...

Quelle partition ?

- ⇒ *Il existe un très grand nombre de partitions d'une image*
- ⇒ *De plus, il existe un très grand nombre partitions qui vérifient le prédicat d'homogénéité choisi*
- ⇒ *Comment choisir entre plusieurs partitions qui vérifient le même prédicat ?*
 - *minimiser le cardinal de la partition*
 - *maximiser la taille de la plus petite région*
 - *maximiser la "distance entre régions", i.e. la somme des distances entre zones adjacentes*

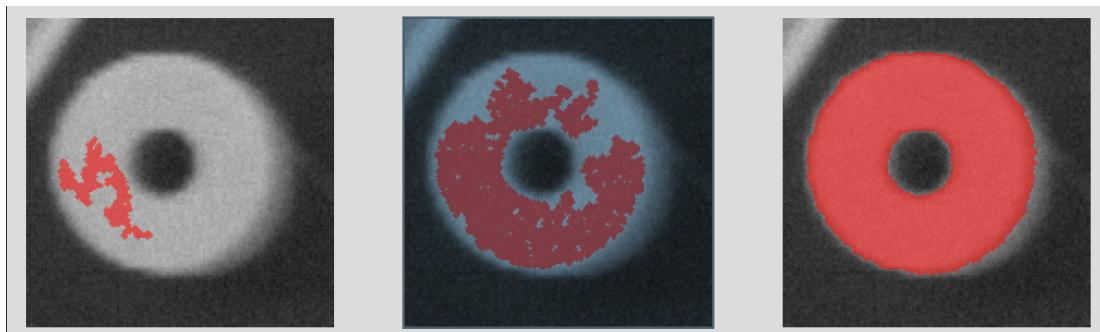
La croissance de région, principe

→ *Définition grossière*

Méthode fondée sur l'agglomération de pixels voisins à une région en maintenant vrai le prédicat d'homogénéité choisi

→ *Principe général*

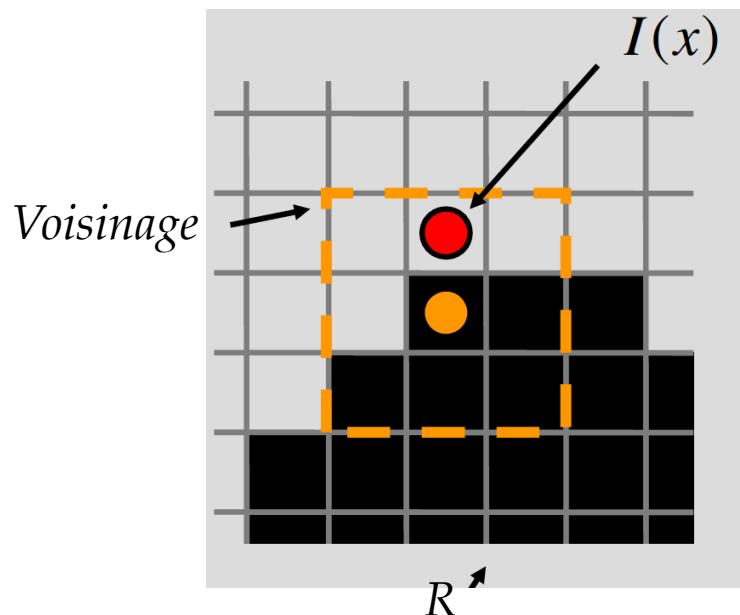
- Approche "ascendante"
- Le processus commence à partir d'un pixel (ou d'un groupe de pixels connexes) d'amorce (germe)
- Considération des pixels voisins et analyse du prédicat d'homogénéité
- Croissance de la région jusqu'au critère d'arrêt (plus aucun pixel ne peut être ajouté sans compromettre l'homogénéité de la région)



La croissance de région, une mise en œuvre

⇒ *Mise en œuvre avec un nouvel exemple de prédicat d'homogénéité*

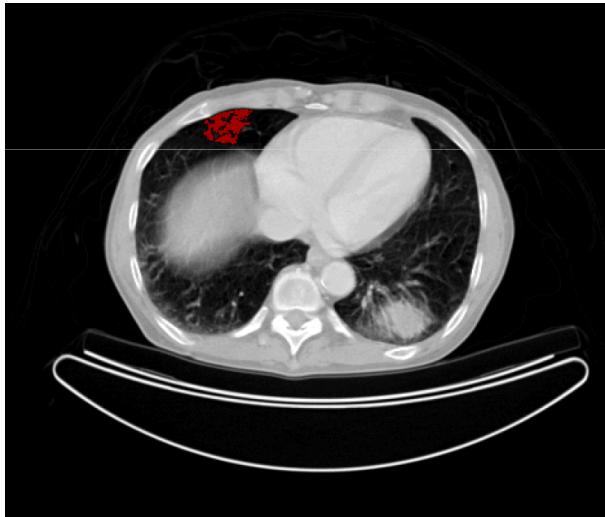
- Homogénéité suivant la moyenne de la région : μ_R ,
- μ_R est mise à jour à chaque itération,
- Pour chaque nouveau pixel voisin $I(x)$, le prédicat à vérifier est : $|I(x) - \mu_R| < \sigma$



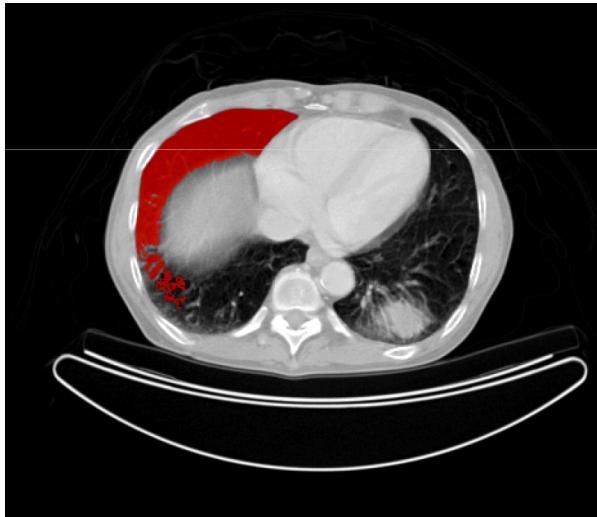
avec :

- I , une image,
- R , une région quelconque de I à détecter,
- σ , un seuil
- μ_R la moyenne de la région en croissance

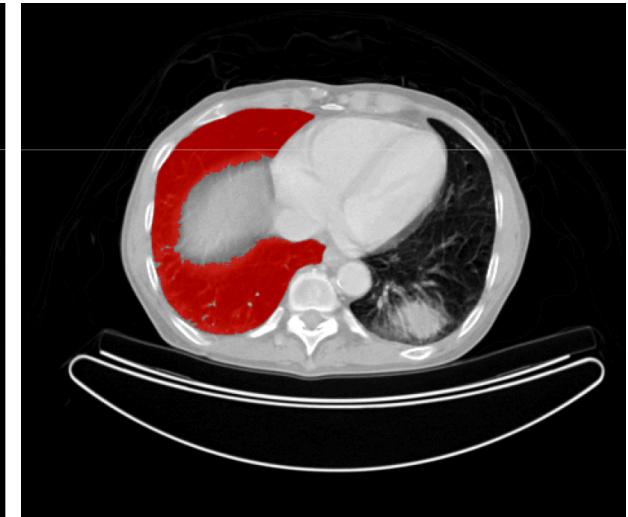
La croissance de région, exemple



*Après quelques
itérations*

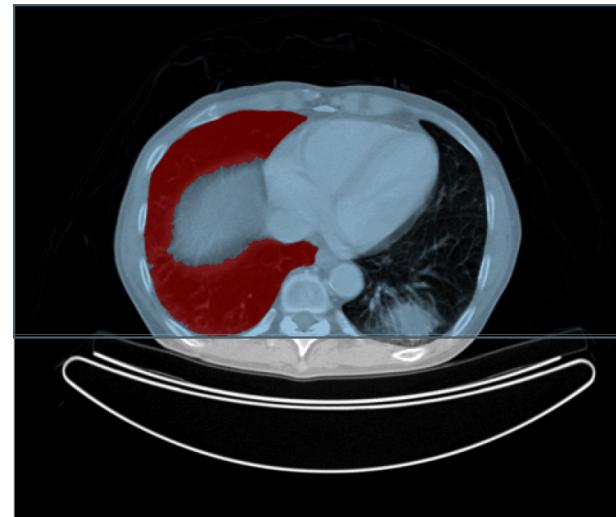


Après 5000 itérations

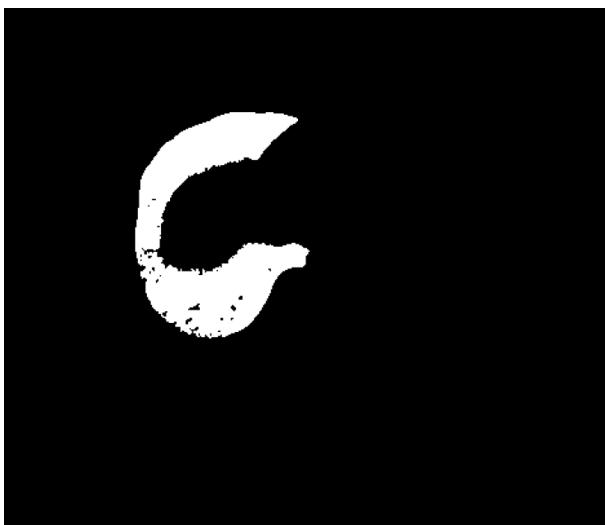


*Convergence obtenue à
10 119 itérations*

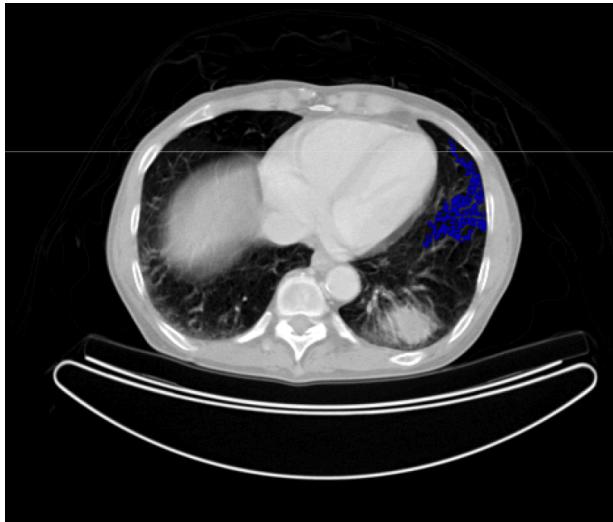
La croissance de région, exemple, post-traitement du résultat



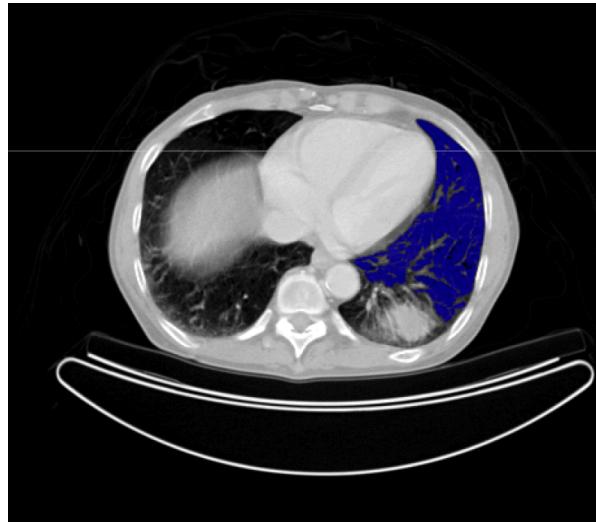
*Morphologie
mathématique*



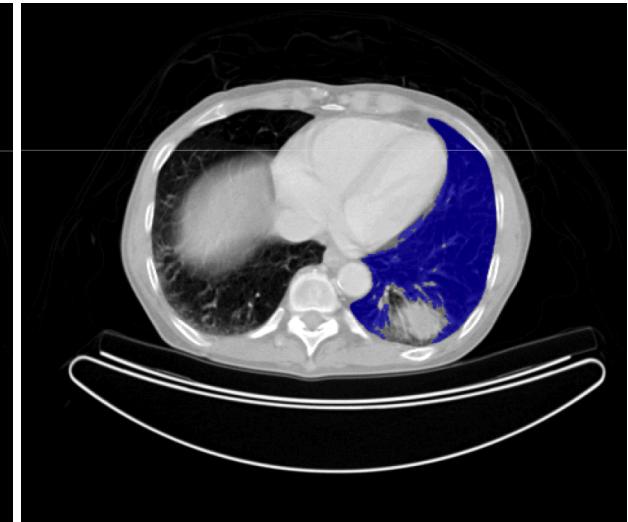
La croissance de région, exemple suite



*Après quelques
itérations*

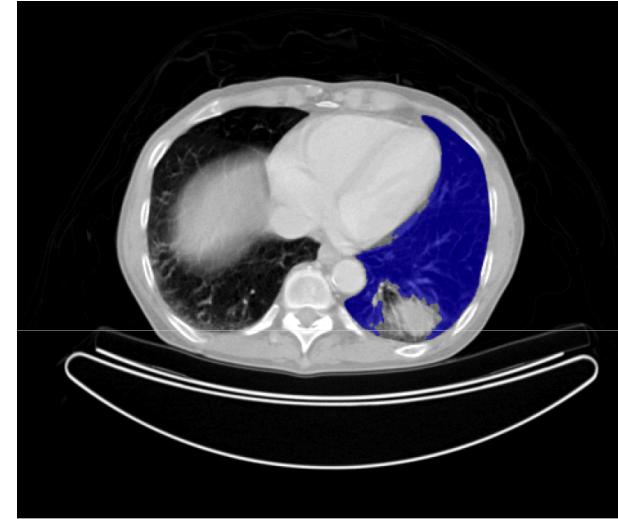
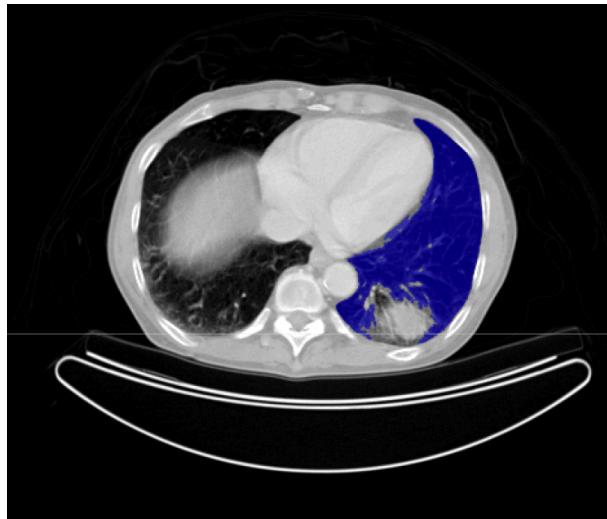


Après 5000 itérations

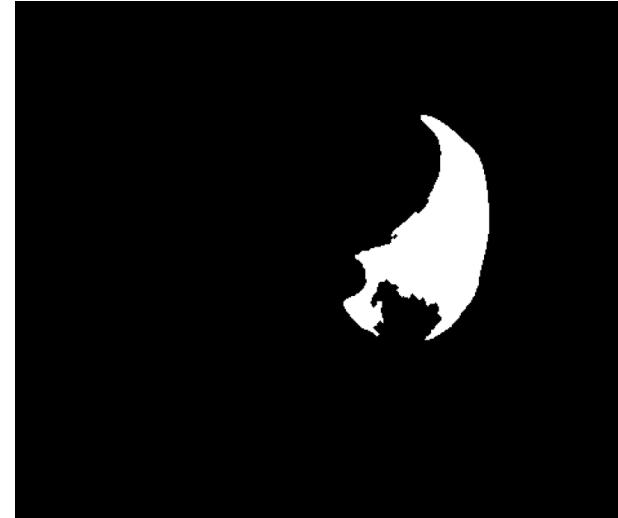
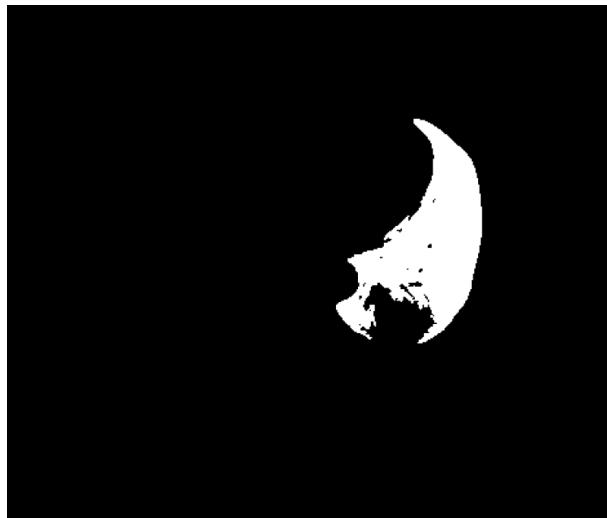


*Convergence obtenue à
10 085 itérations*

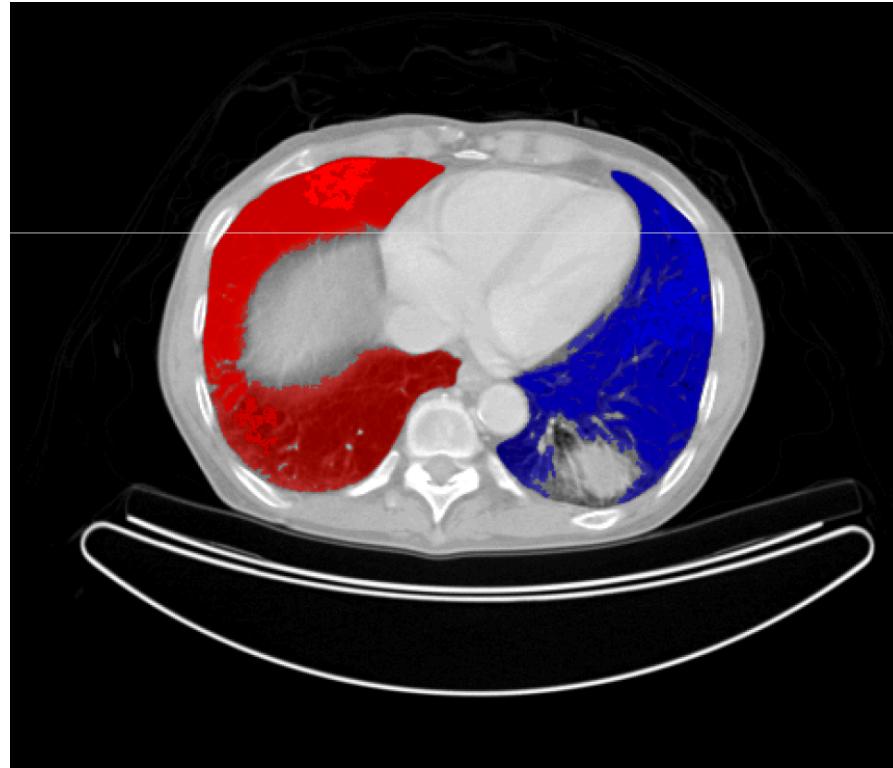
La croissance de région, exemple suite, post-traitement du résultat



*Morphologie
mathématique*



La croissance de région, exemple fin



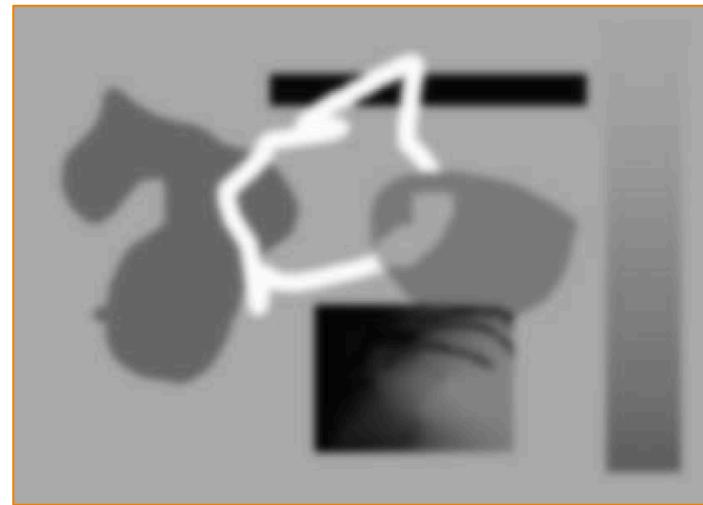
La croissance de région, choix des germes

→ *Propositions*

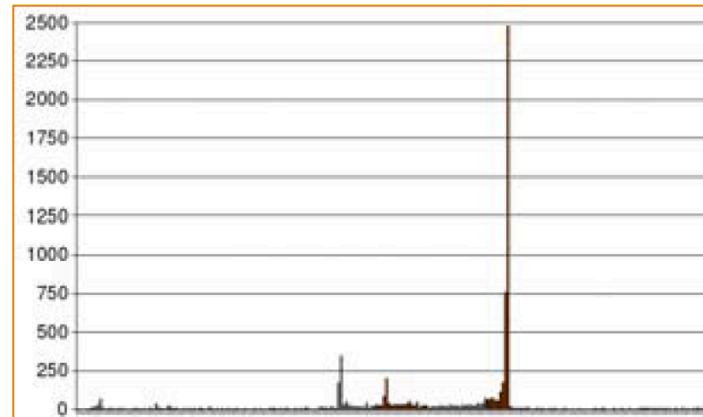
- Germes sont donnés par l'utilisateur (cadre supervisé)
- Germes tirés au hasard parmi les pixels qui n'ont pas été traités
- Germes pris au fur et à mesure des besoins, dans le sens du balayage vidéo
- Germes sélectionnés par analyse de l'histogramme

Choix des germes, une méthode par analyse d'histogramme

→ *Image à traiter*



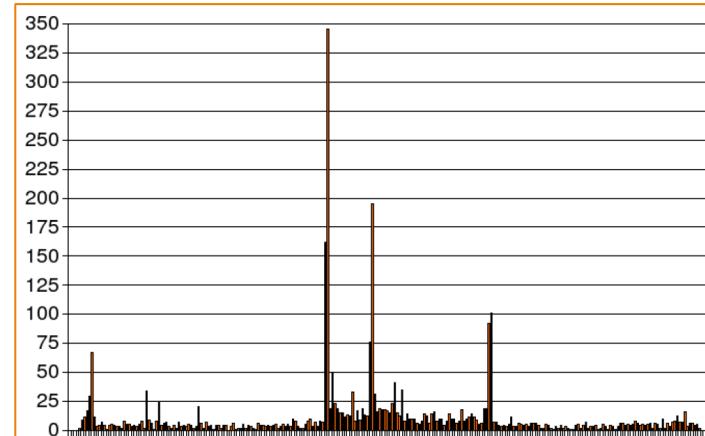
→ *Calcul de l'histogramme sur l'image entière*



→ *Extraction du mode principal*

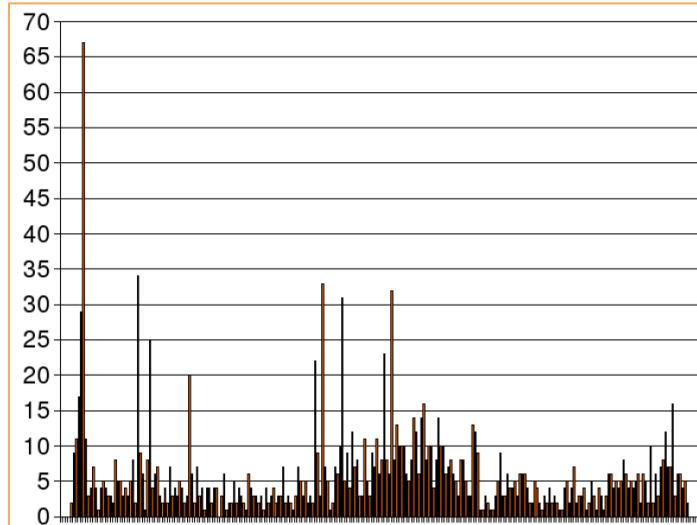
Choix des germes, une méthode par analyse d'histogramme

- *Croissance de régions à partir de ce(s) germe(s)*
- *Remise à jour de l'histogramme*
- *Recherche du mode principal*



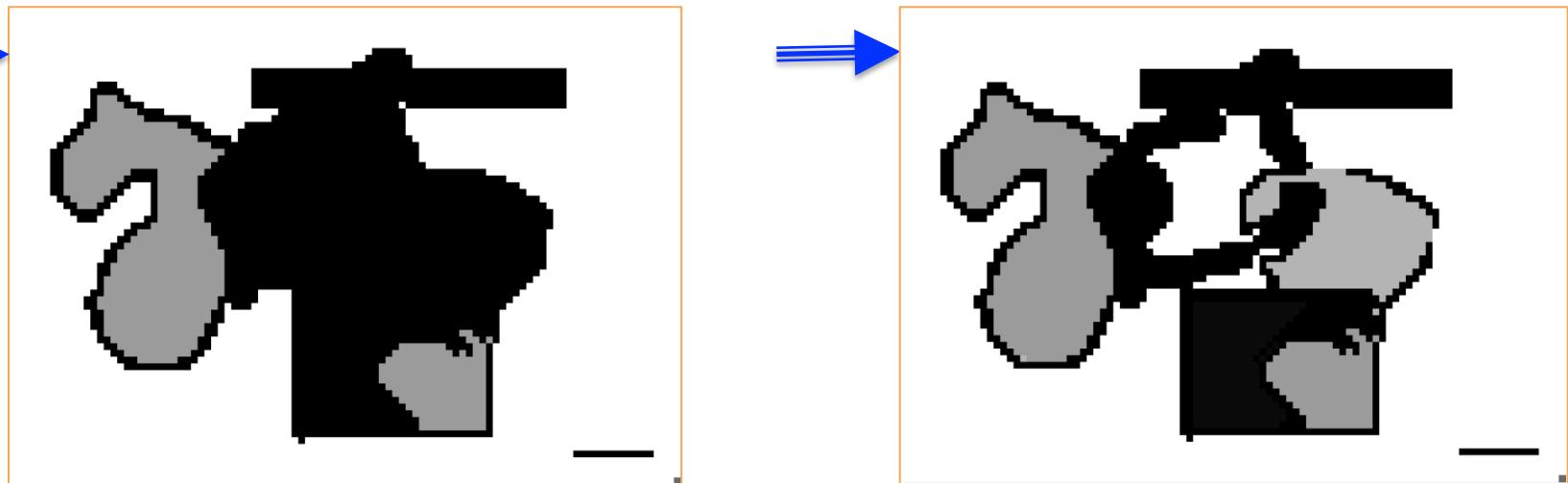
Choix des germes, une méthode par analyse d'histogramme

- *Croissance de régions à partir de ce(s) germe(s)*
- *Remise à jour de l'histogramme...*



→ *... et ainsi de suite...*

Choix des germes, une méthode par analyse d'histogramme



- Quels ont été les prédictats d'homogénéité utilisés ?...
- Quel a été le critère d'arrêt ? traite-t-on toute l'image ?

D'autres propositions pour le prédicat d'homogénéité

- l'image I , le pixel à traiter $p=I(x,y)$, le pixel précédemment traité $p_0=I(x_0,y_0)$,
- $\alpha(p)$ l'attribut considéré des pixels (niveau de gris, couleur, texture, ...),
- R_k la région de I en croissance, $\mu_{R_k}^\alpha$ la moyenne de la région R_k sur l'attribut α ,
- un seuil local σ_l , un seuil global σ_g , $D(a, b)$ la distance euclidienne,

⇒ *Question : p doit-il être agrégé à la région R_k ?*

✓ Critère d'homogénéité local : $P(p) = \text{vrai} \iff D(\alpha(p), \alpha(p_0)) < \sigma_l$

✓ Critère d'homogénéité global : $P(p) = \text{vrai} \iff D(\alpha(p), \mu_{R_k}^\alpha) < \sigma_g$

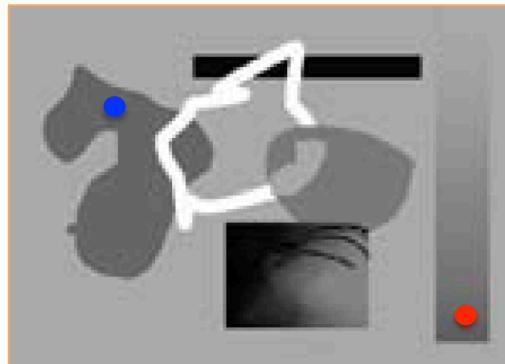
✓ Critère sur la variance locale : $P(p) = \text{vrai} \iff \sum_{p_v \in V_p} (\alpha(p_v) - \mu_{V_p}^\alpha)^2 < \sigma_{\text{var}}$

avec :

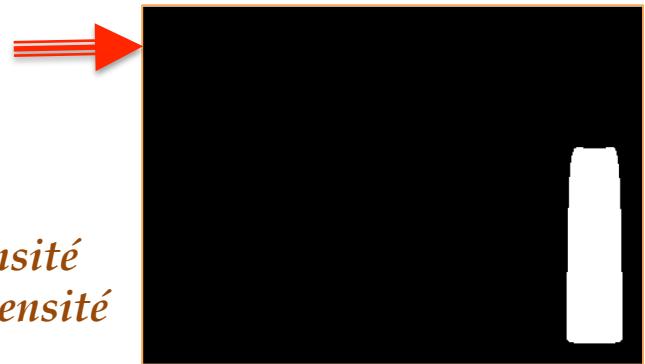
- V_p , un voisinage de p , et $V_p \subset R_k$
- $\mu_{V_p}^\alpha$ la moyenne sur l'attribut α dans V_p
- σ_{var} un seuil

✓ ...

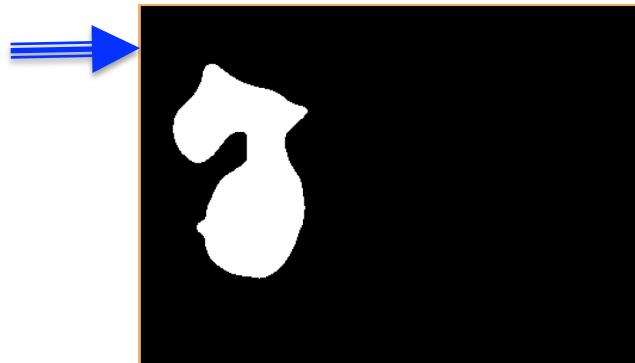
Exemple de croissance, influence des seuils



→ *Image originale*



→ $S_l = 20, S_g = 45$



→ $S_l = 20, S_g = 45$



→ $S_l = 20, S_g = 10$

La croissance de région, avantages et limites

→ *Avantages*

- ✓ Implémentation de cette méthode relativement simple
- ✓ Assez rapide

→ *Limites*

- ✓ Algorithmes très sensibles au bruit,
- ✓ Obtention de frontières non-régulières
- ✓ Peu efficace en cas de dégradés d'attributs
- ✓ Influence des nombre et ordre de prise en compte des germes, des voisins
- ✓ Choix critique des attributs et des valeurs des seuils
 - Risque de sur-segmentation ou de sous-segmentation
 - Dépend du type d'images à traiter

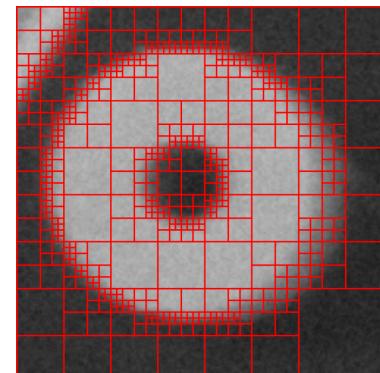
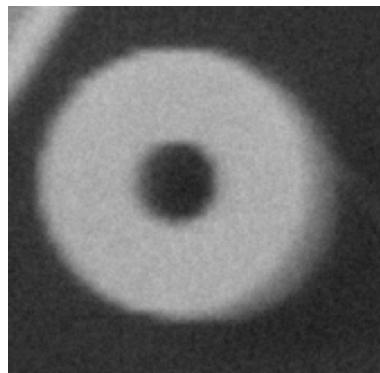
Le partage de région, principe

→ *Définition grossière*

L'objectif de cette méthode est de partager l'image à traiter de façon automatique en un ensemble de régions homogènes au regard d'un prédicat d'hétérogénéité P' choisi

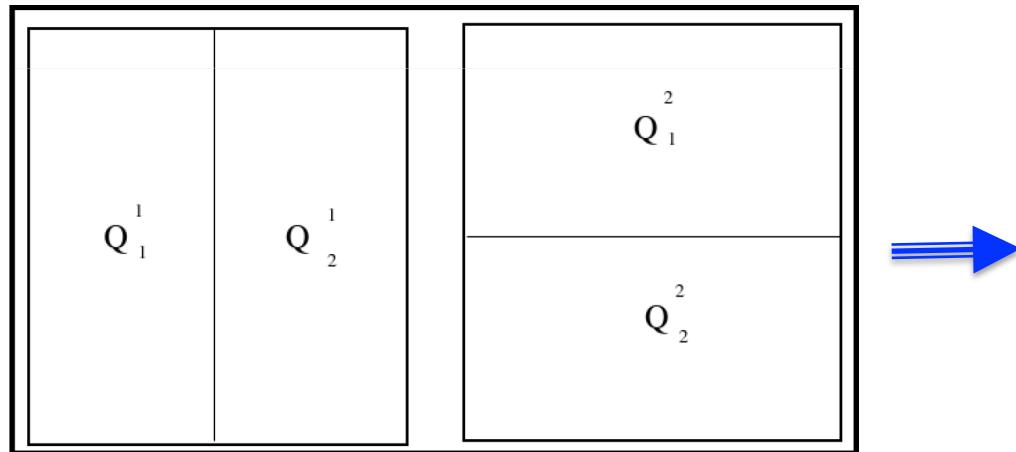
→ *Principe général*

- Approche "descendante"
- En général, au départ le prédicat d'homogénéité P n'est pas respecté sur l'image entière, c'est-à-dire que P' est vérifié ($P' = \neg P$)
- Si P' est vérifié , on divise en régions
- Arrêt du processus lorsqu'aucune région n'est hétérogène

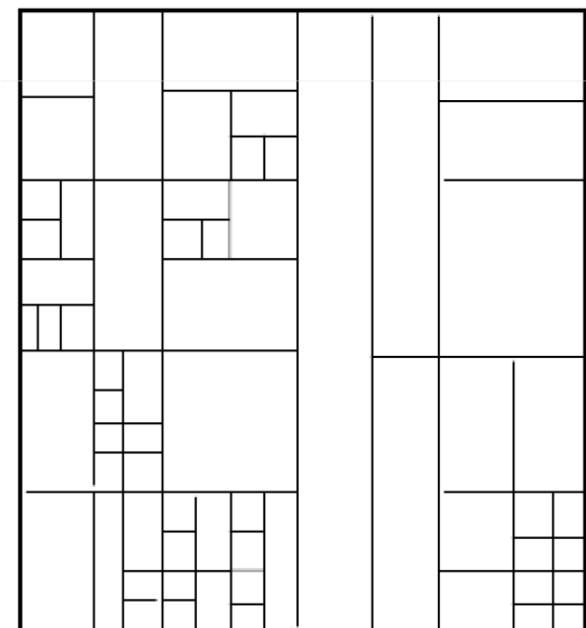


Exemple de partage en deux régions

→ *Choix de la meilleure partition : celle qui satisfait au mieux P*



→ *Choix entre partition verticale ou horizontale*



Partage en régions, paramètres, hétérogénéité

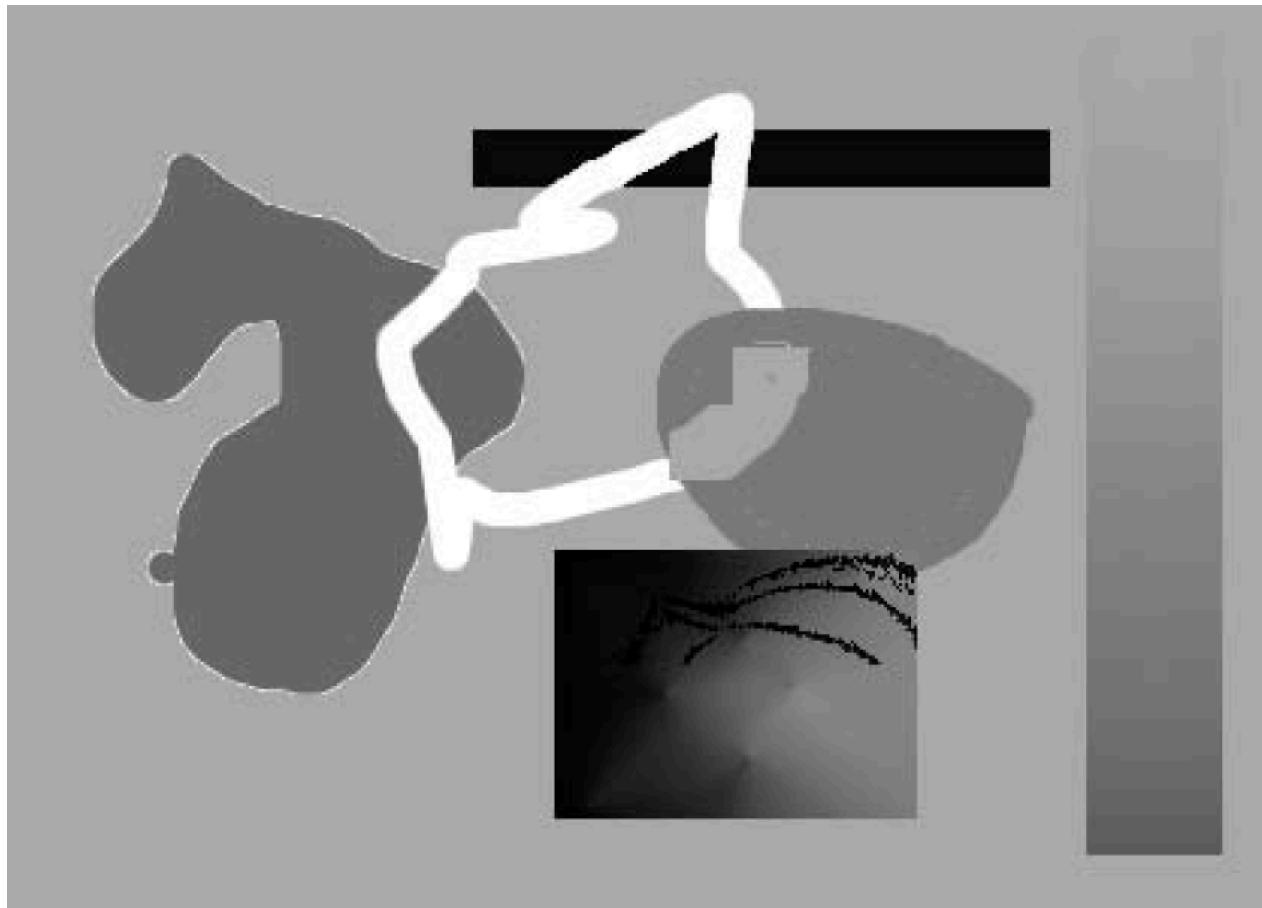
→ *Paramètres*

- Critère d'hétérogénéité choisi
- Forme des régions : rectangulaire, carrée, hexagonale, ...
- Type de décomposition : par 2, 4, 6, ...

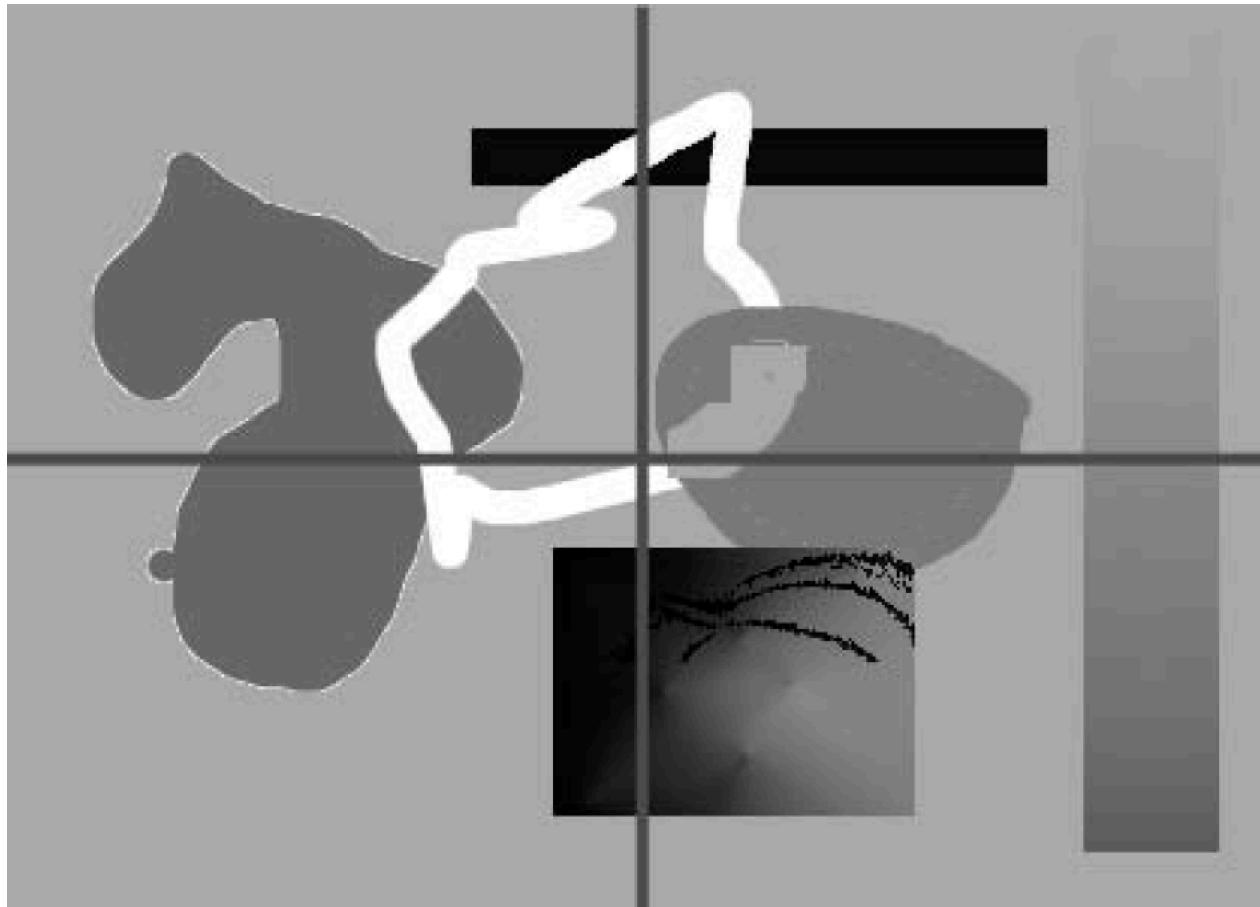
→ *Un principe qui reste à mettre en place : celui du prédictat d'hétérogénéité inter-régions*

- $\forall (R_u, R_v) \text{ 2 régions adjacentes, } P(R_u \cup R_v) = \text{Faux}$
- pose le problème de "fusion" éventuelle de 2 régions adjacentes

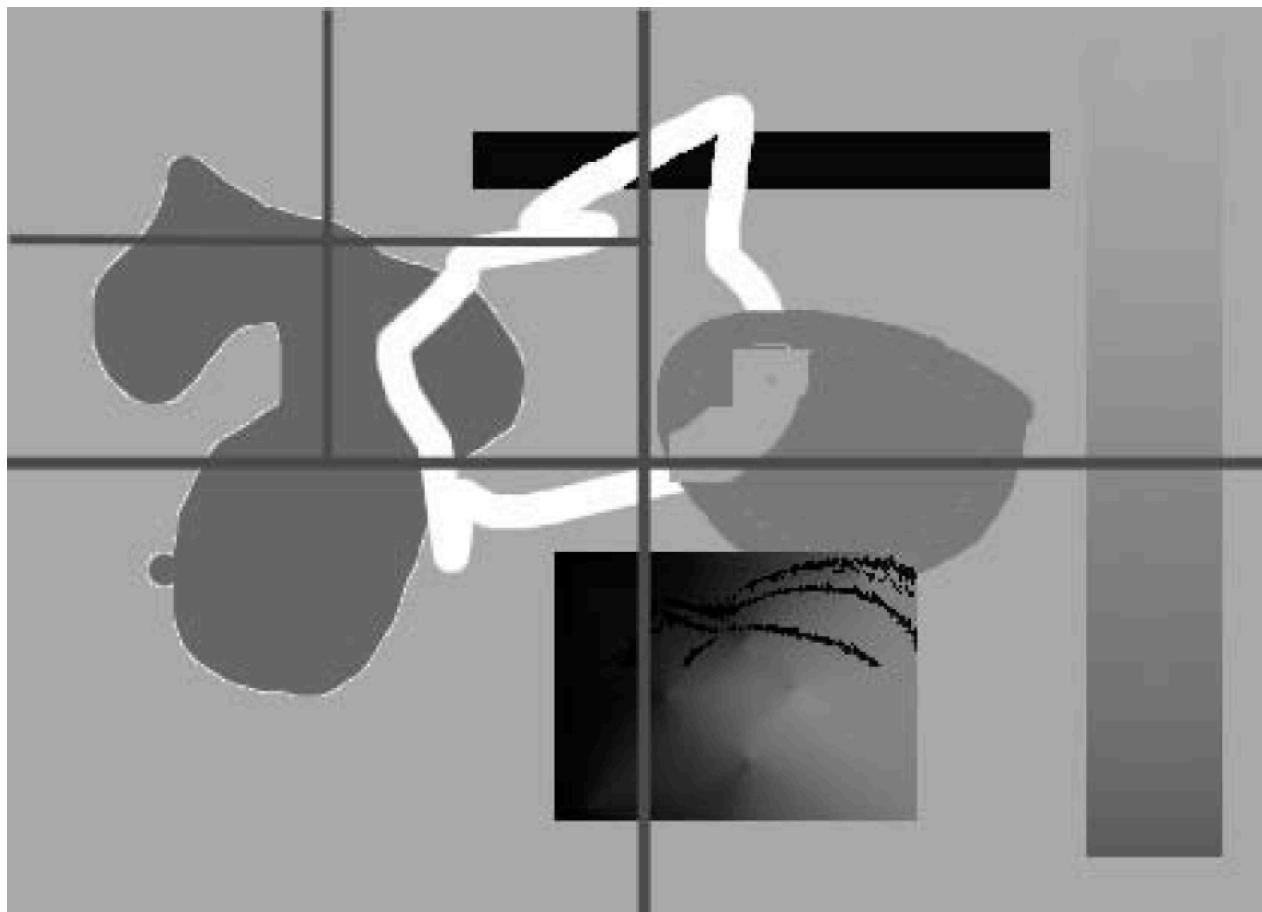
Partage en régions, un exemple de division



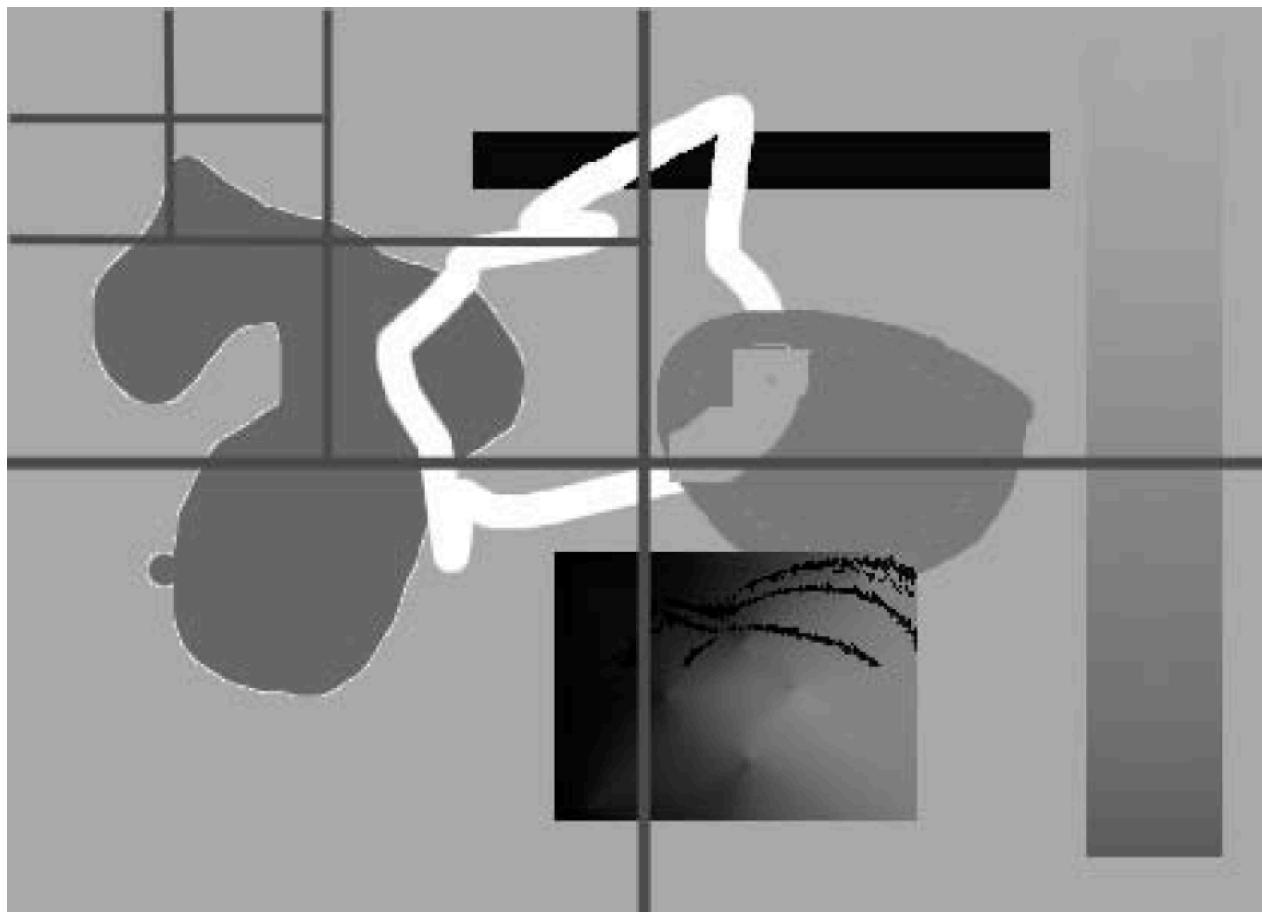
Partage en régions, un exemple de division



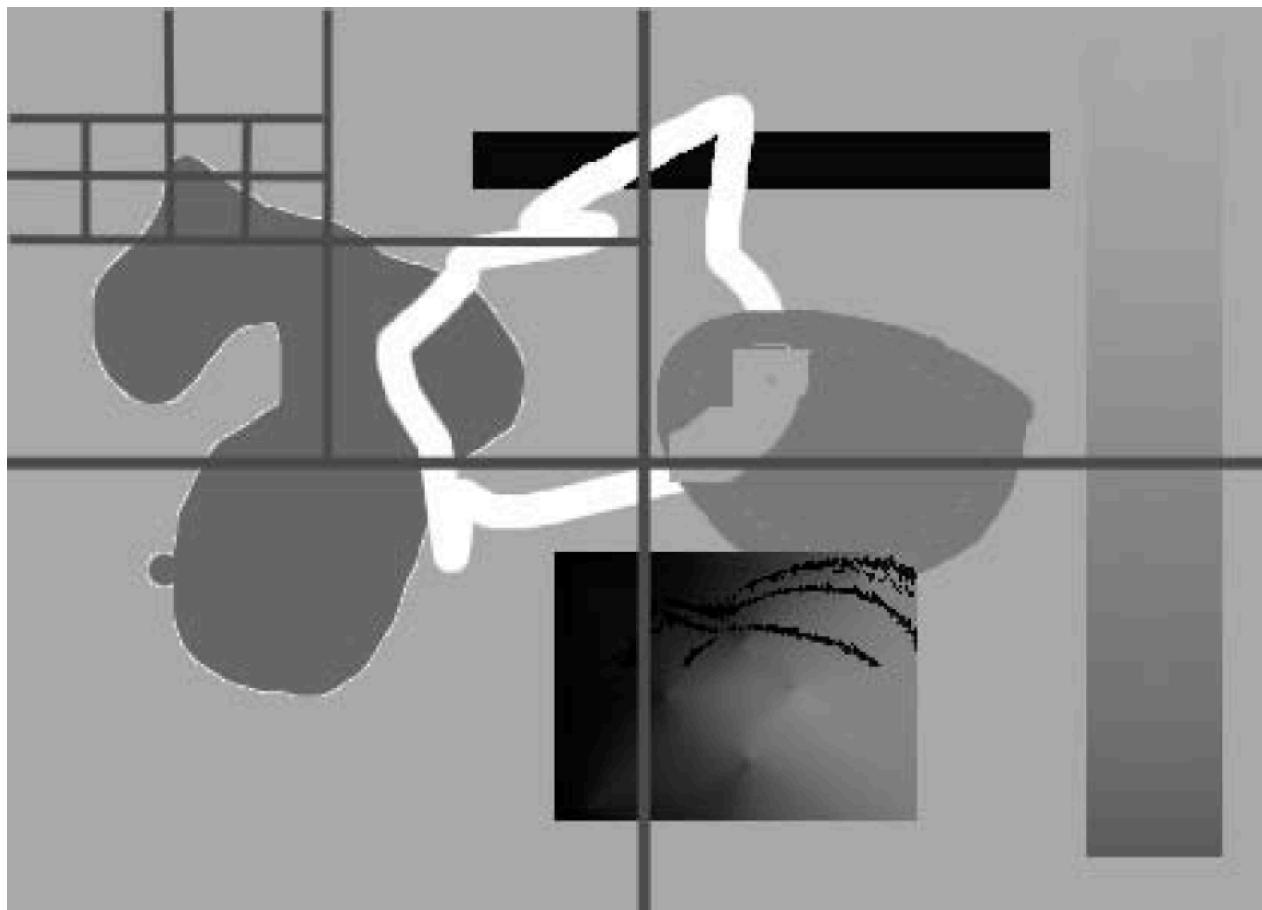
Partage en régions, un exemple de division



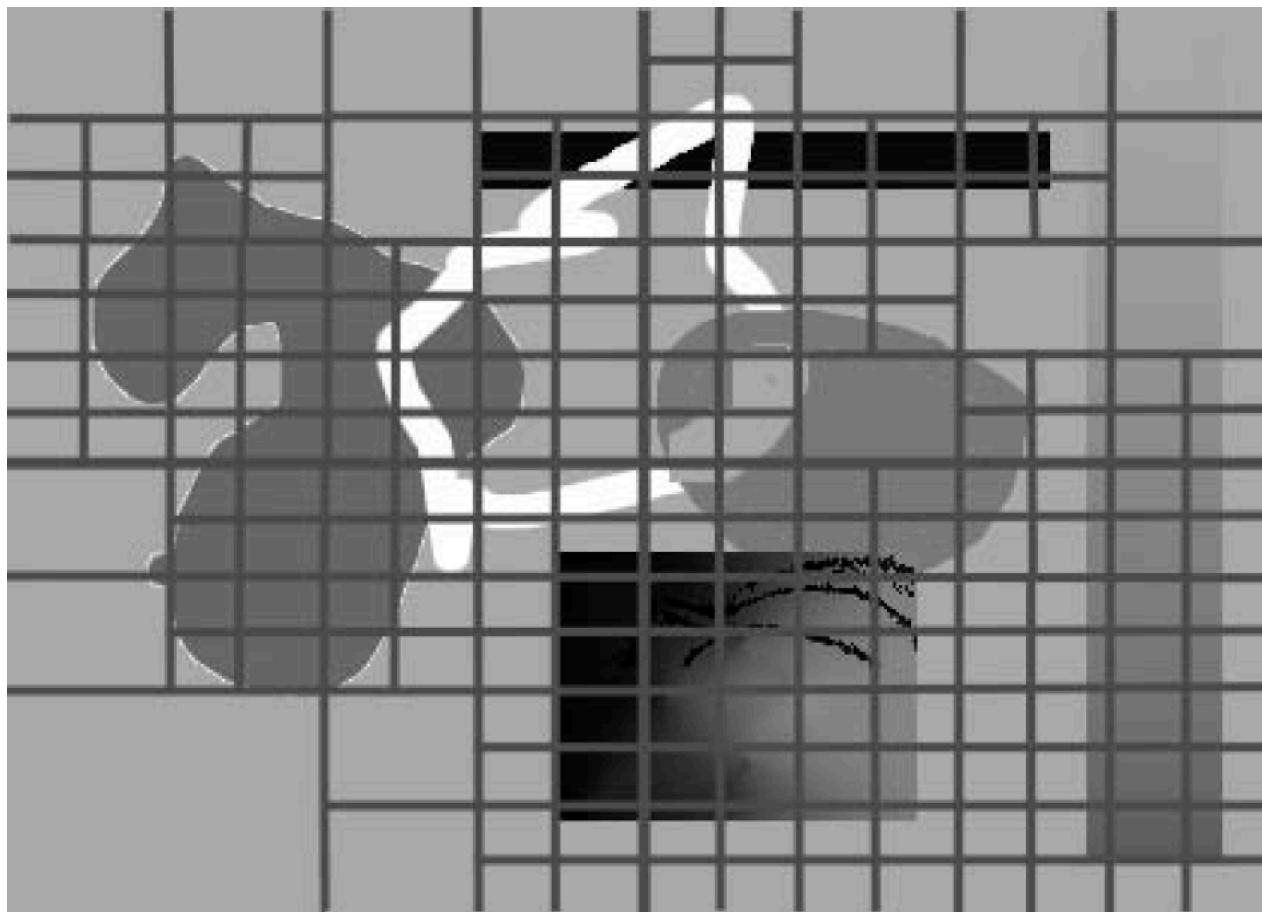
Partage en régions, un exemple de division



Partage en régions, un exemple de division



Partage en régions, un exemple de division



Quelques critères d'hétérogénéité d'une région (duale de l'homogénéité)

⇒ *Contraste sur la région*

$$P'(R_k) = \text{vrai} \Leftrightarrow (\underset{R_k}{\text{Max}} \{ I(x,y) \} - \underset{R_k}{\text{Min}} \{ I(x,y) \}) > \sigma$$

avec :

- I , une image,
- R_k , une région quelconque de I ,
- σ , un seuil

⇒ *Ecart-type sur la région*

$$P'(R_k) = \text{vrai} \Leftrightarrow \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{R_k} (I(x,y) - m)^2} > \sigma$$

avec :

- I , une image,
- R_k , une région quelconque de I ,
- σ , un seuil
- $N = \text{Card}(R_k)$

$$\bullet \quad m = \frac{1}{N} \sum_{R_k} I(x,y)$$

Quelques critères d'hétérogénéité d'une région, suite

⇒ *Distance interquartile sur la région*

$$P'(R_k) = \text{vrai} \Leftrightarrow D_{iq}(R_k) > \sigma$$

avec :

- I , une image,
- R_k , une région quelconque de I ,
- $D_{iq}(R_k)$ distance séparant les 25% inférieurs des 25 % supérieurs de l'histogramme de R_k
- σ , un seuil

⇒ *Différences limitées (au voisinage)*

$$P'(R_k) = \text{vrai} \Leftrightarrow \forall (p, q) \in V_o, \quad |\alpha(p) - \alpha(q)| > \sigma$$

avec :

- I , une image,
- R_k , une région quelconque de I ,
- $\alpha(o)$, l'attribut considéré sur tout pixel o ,
- V_o , un voisinage de o , avec $V_o \subset R_k$
- σ , un seuil

Quelques critères d'hétérogénéité d'une région, suite

⇒ *Entropie (mesure de la quantité d'information)*

$$P'(R_k) = \text{vrai} \Leftrightarrow -\sum_{R_k} (p(I(x,y)) \log(p(I(x,y)))) > \sigma$$

avec :

- I , une image,
- R_k , une région quelconque de I ,
- σ , un seuil
- $p(I(x,y))$, la probabilité d'apparition du niveau de gris $I(x,y)$

➡ ...

Partage en régions et Quad-tree, exemple

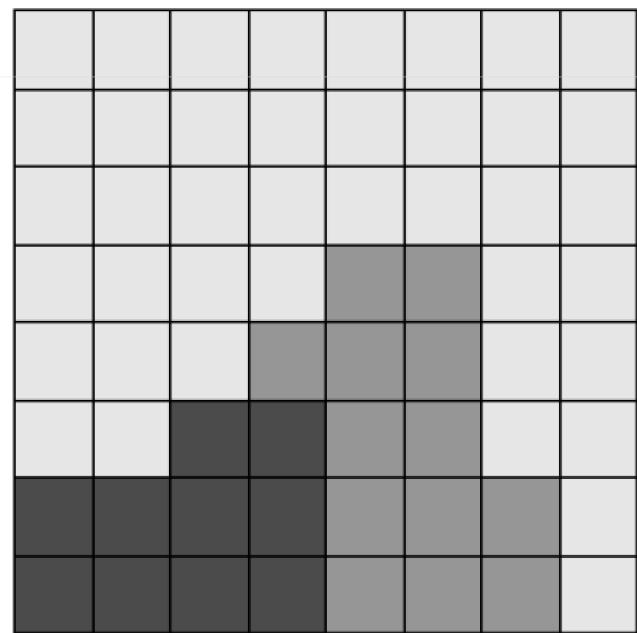
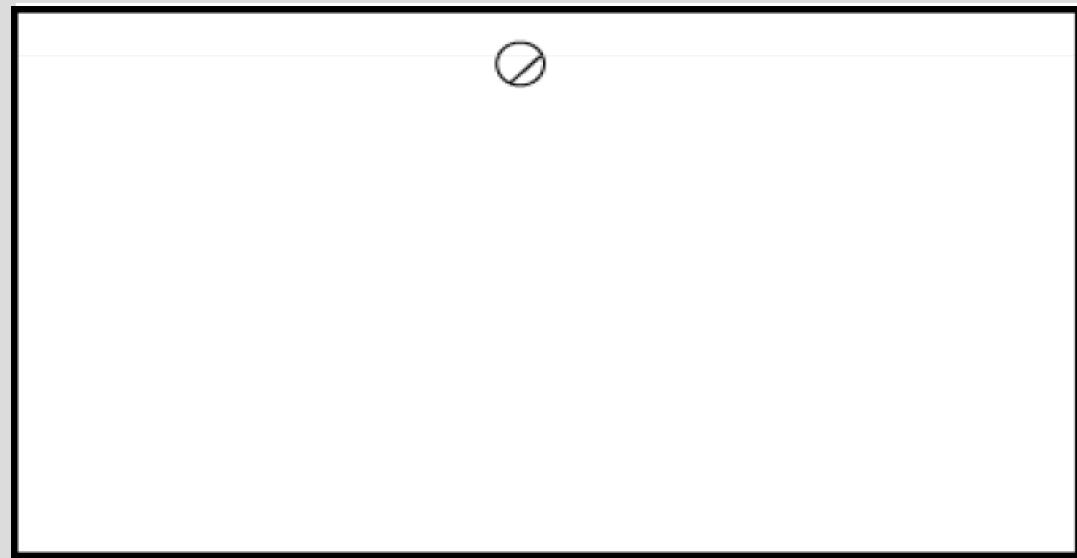


Image originale



Construction du Quad-tree correspondant

Partage en régions et Quad-tree, exemple

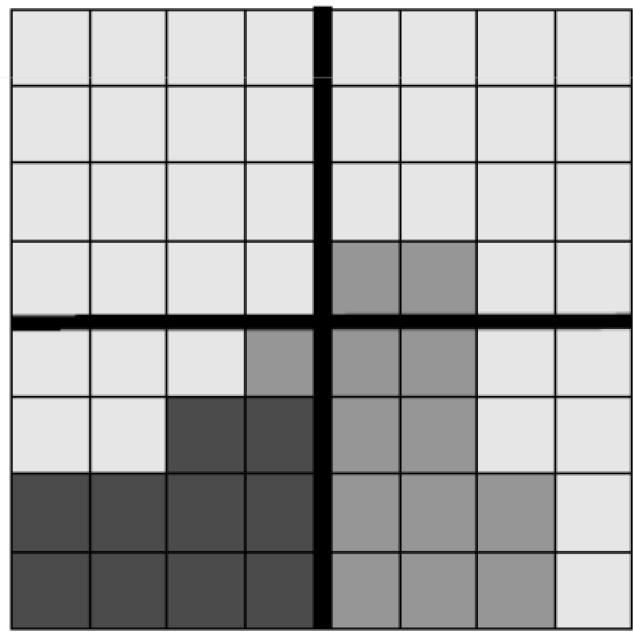
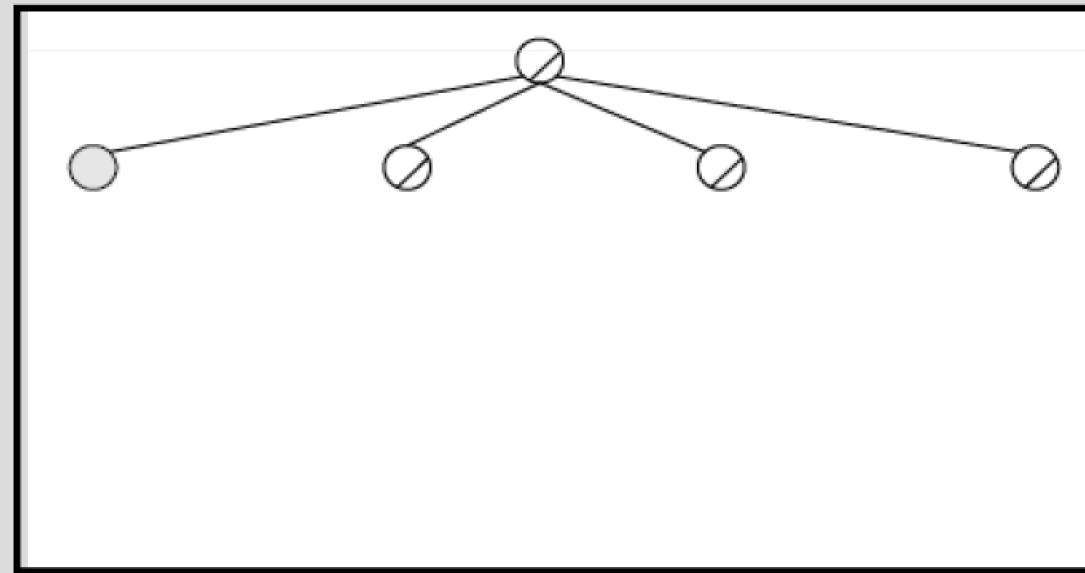


Image originale



Construction du Quad-tree correspondant

Partage en régions et Quad-tree, exemple

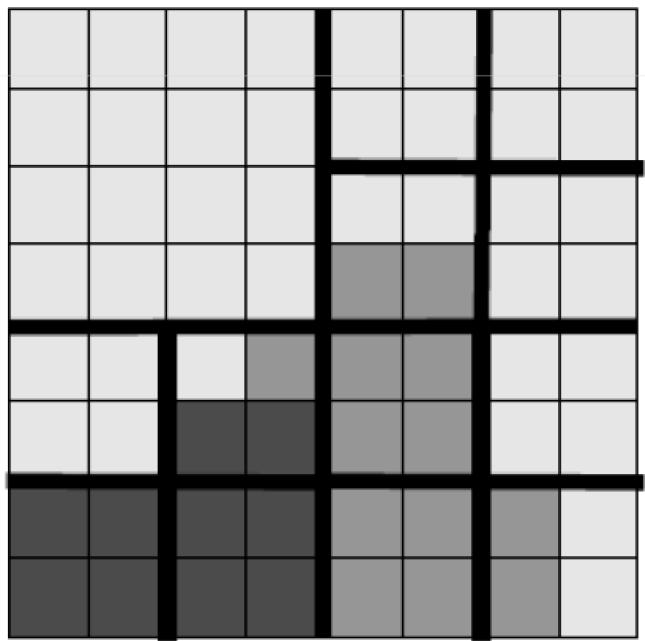
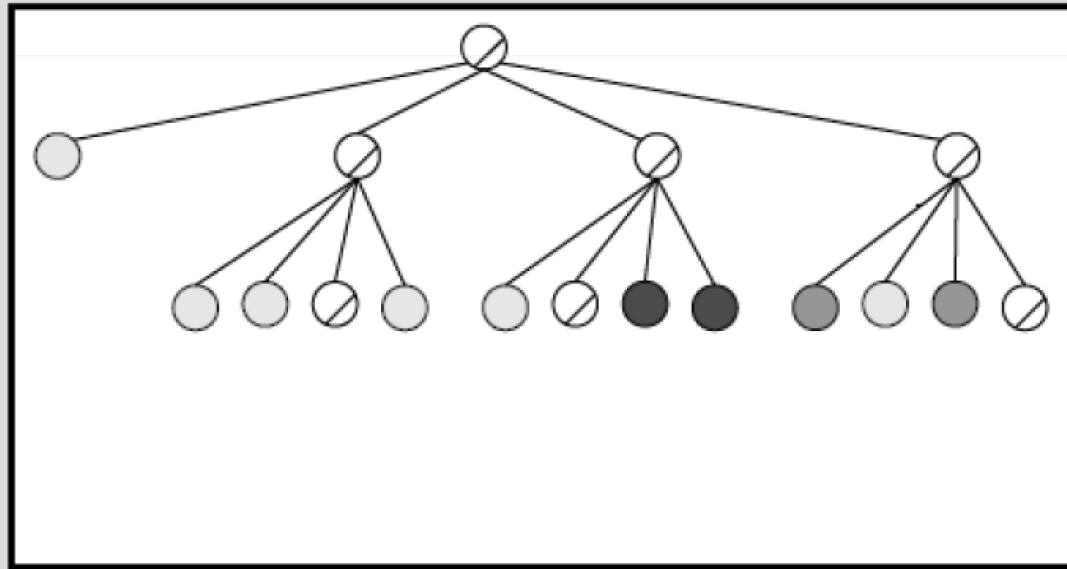


Image originale



Construction du Quad-tree correspondant

Partage en régions et Quad-tree, exemple, fin

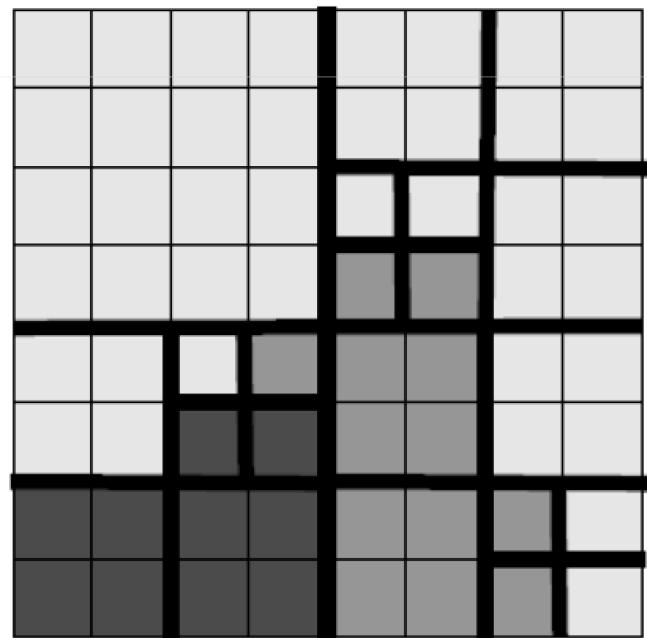
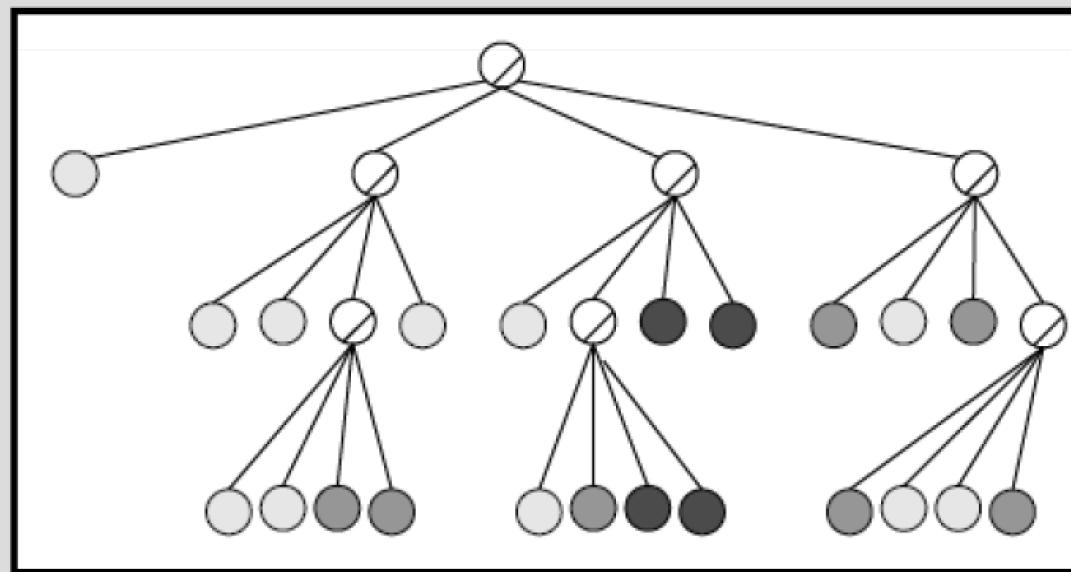


Image originale



*Construction du Quad-tree
correspondant*

Partage en régions, post traitement

→ *Après division*

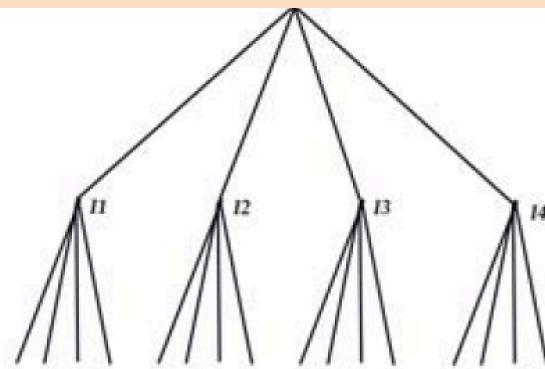
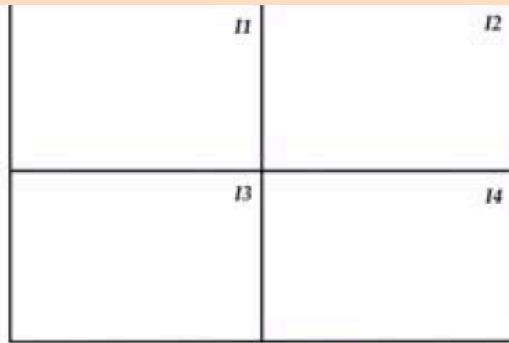
- ✓ La réunion de 2 régions adjacentes peut être homogène
- ✓ Il est alors nécessaire de fusionner ces régions : analyse des régions 2 à 2

→ *Pour simplifier le post traitement, utilisation de structures de données spécifiques*

- ✓ Quad-tree
- ✓ Graphes d'adjacence
- ✓ ...

Réunion de régions par analyse de Quad-tree

- La structure de l'arbre exprime les adjacences initiales à chaque niveau
- Les feuilles de l'arbre donnent les régions initiales



- Analyse des régions adjacentes :
 - ✓ Crédit d'une table des couples de régions adjacentes
 - ✓ Tri de la table sur le critère d'homogénéité
 - ✓ Jusqu'à ce qu'il n'existe plus de fusion possible :
 - Fusion des 2 régions composant le premier couple
 - Mise à jour de la table
 - Tri de la table sur le critère d'homogénéité

Partage en régions (split), et réunion de régions (merge) sur l'exploitation d'un Quad-tree, exemple

→ *Détection de variation d'intensité locale*

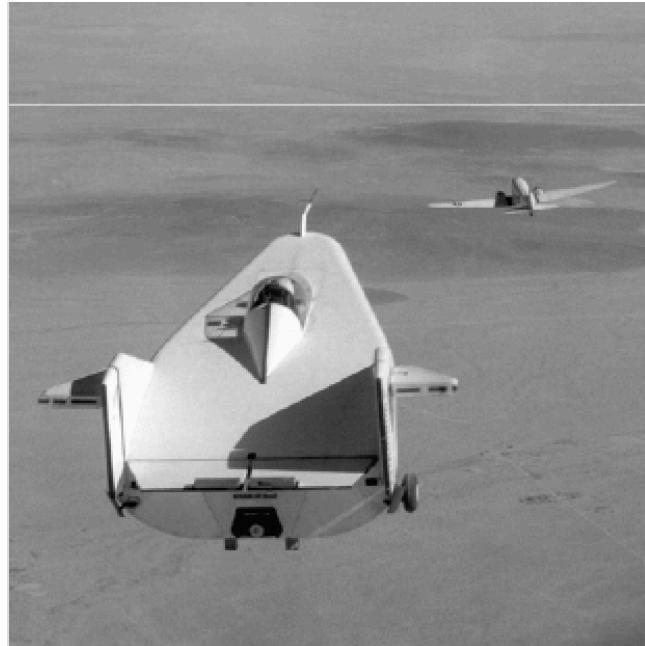
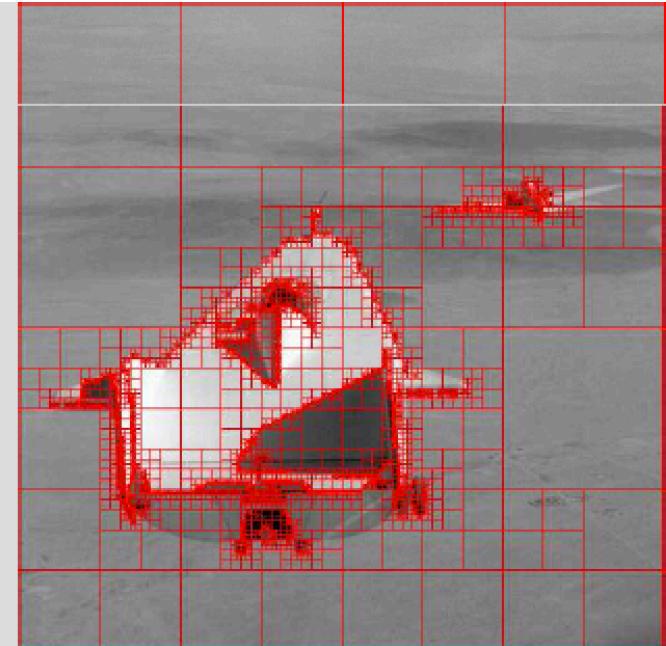


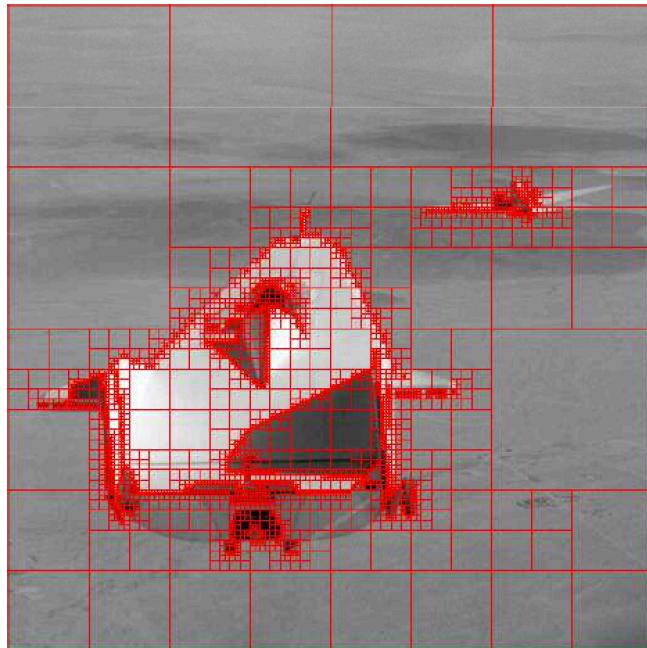
Image originale



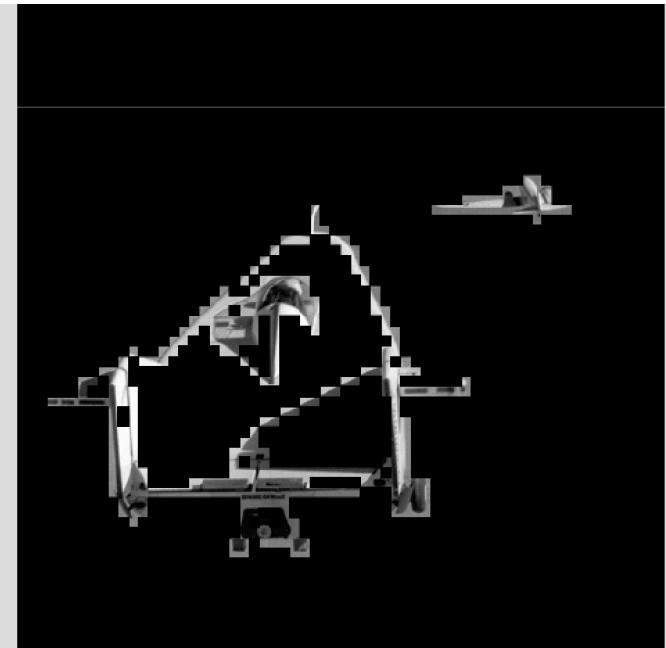
Construction du Quad-tree correspondant

Split & merge sur l'exploitation d'un Quad-tree, exemple suite

→ *Analyse que des plus petits blocs*



Construction du Quad-tree correspondant



Après analyse et exploitation du Quad-tree

Split & merge sur l'exploitation d'un Quad-tree, avantages et limites

→ *Avantages*

- ✓ Méthode à la fois globale (lors du partage) et locale (lors de la réunion)
- ✓ Moins sensible au bruit que la croissance de régions

→ *Limites*

- ✓ Mise en œuvre parfois complexe du point de vue algorithmique : manipulation de lourdes structures de données,
- ✓ Découpage en régions non fidèle à l'image originale : régions à "caractères rectangulaires"

Un autre support : les graphes d'adjacence de régions

→ *Concept*

- ✓ Structure de données établie au cours du partage et exploitée après une sur-segmentation
- ✓ Une région est représentée par un nœud
- ✓ Un arc définit une relation d'adjacence
- ✓ Une fonction d'homogénéité est définie entre deux nœuds, et définit le poids d'une arête

→ *Principe*

- ✓ Tri sur l'homogénéité de tous les couples de nœuds adjacents dans une liste, recherche de l'arête de poids maximal
- ✓ Regroupement du meilleur couple au regard de cette homogénéité, fusion des 2 sommets,
- ✓ Mise à jour du graphe, de la liste et itération
- ✓ Arrêt lorsque qu'aucune arête n'est affectée d'un poids supérieur à un seuil donné

Split & merge, graphe d'adjacence, partage

→ *Création d'un graphe au cours d'un partage en régions*

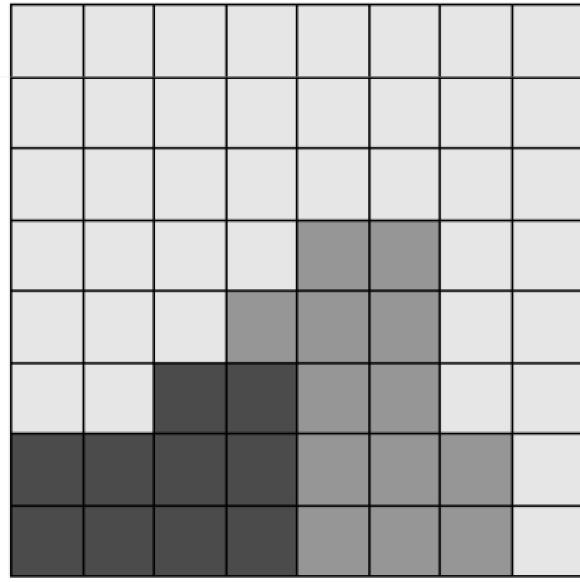
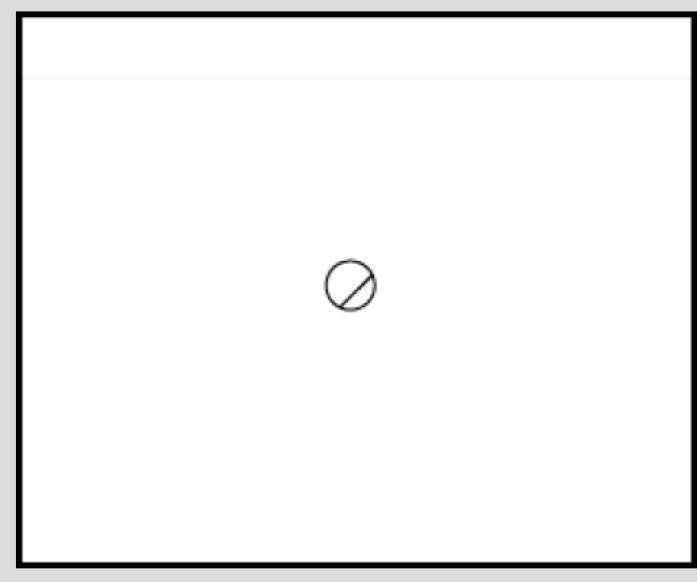


Image originale



*Construction du graphe
d'adjacence correspondant*

Split & merge, graphe d'adjacence, partage

→ *Création d'un graphe au cours d'un partage en régions*

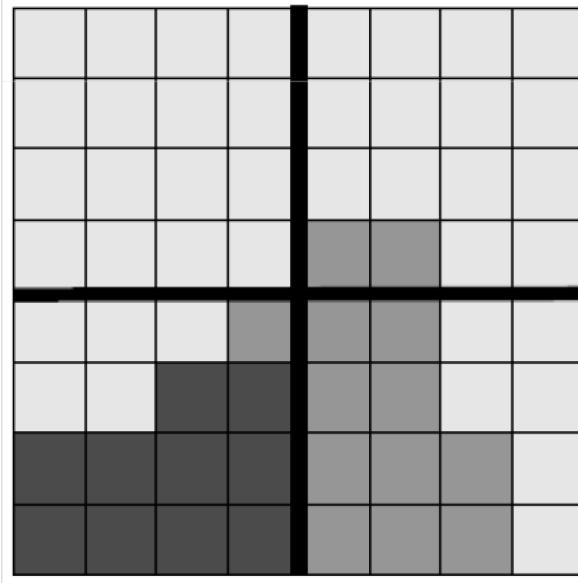
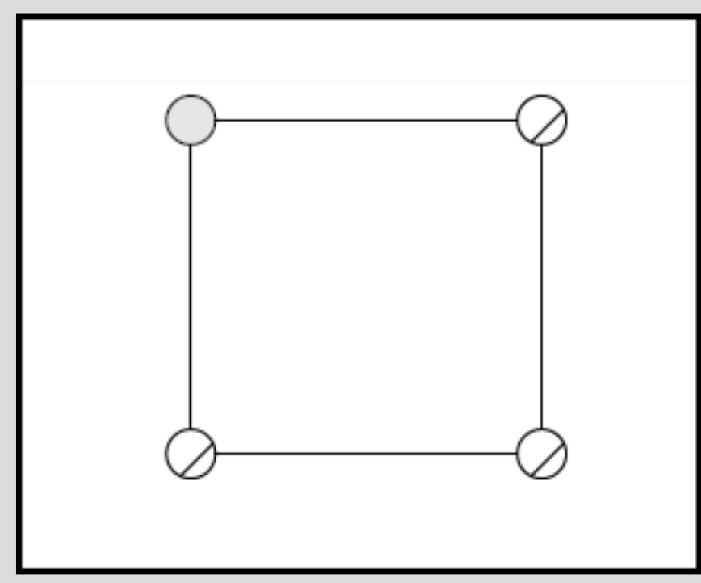


Image originale



Construction du graphe d'adjacence correspondant

Split & merge, graphe d'adjacence, partage

→ *Création d'un graphe au cours d'un partage en régions*

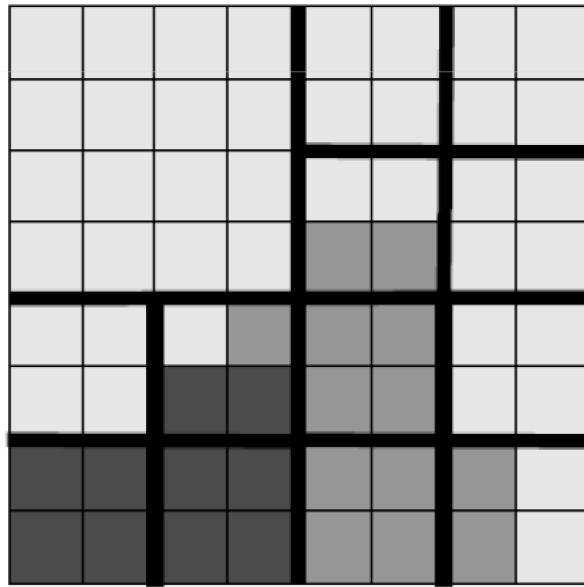
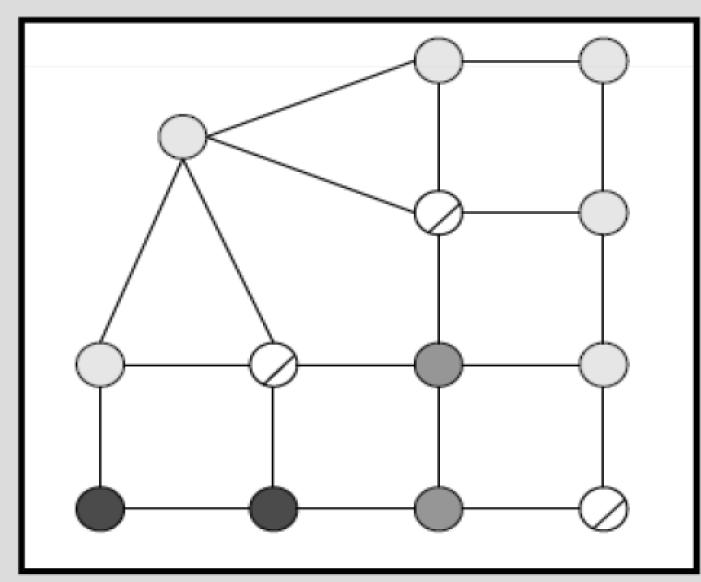


Image originale



Construction du graphe d'adjacence correspondant

Split & merge, graphe d'adjacence, partage

→ *Création d'un graphe au cours d'un partage en régions*

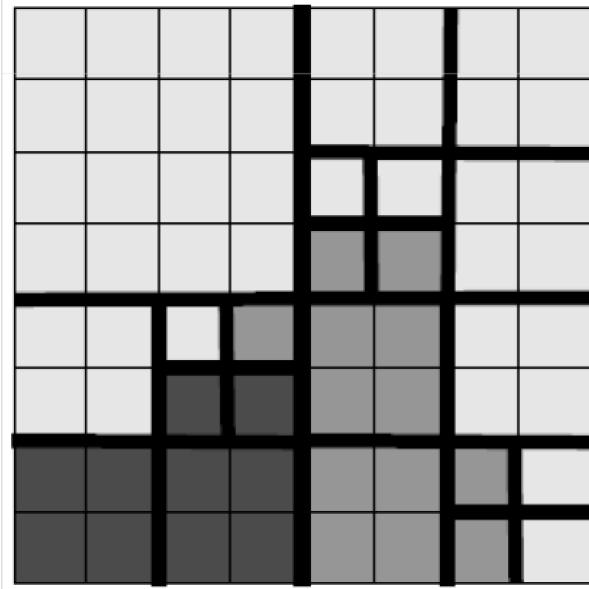
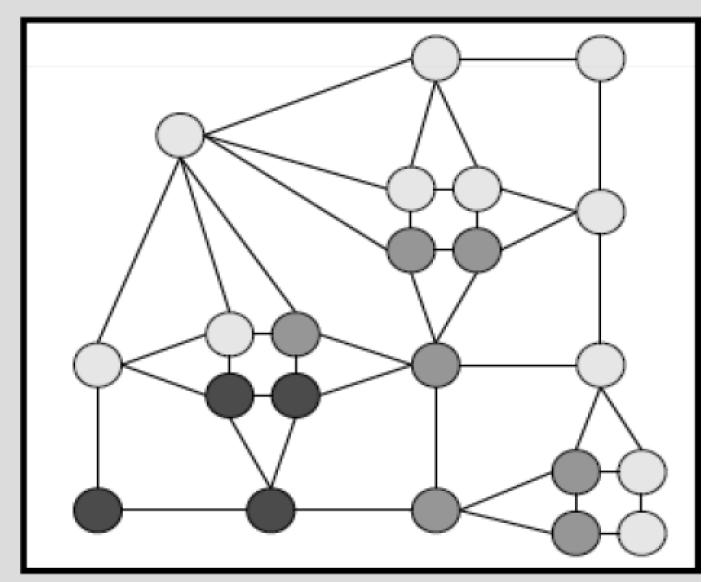


Image originale



Construction du graphe d'adjacence correspondant

Split & merge, graphe d'adjacence, réunion

→ *Exploitation d'un graphe d'adjacence*

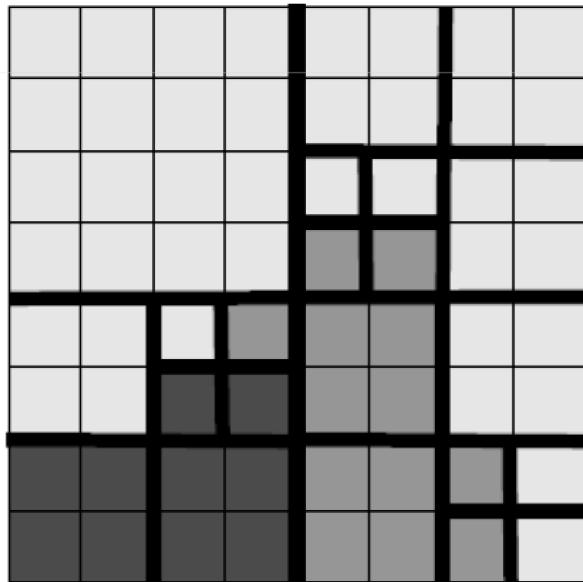
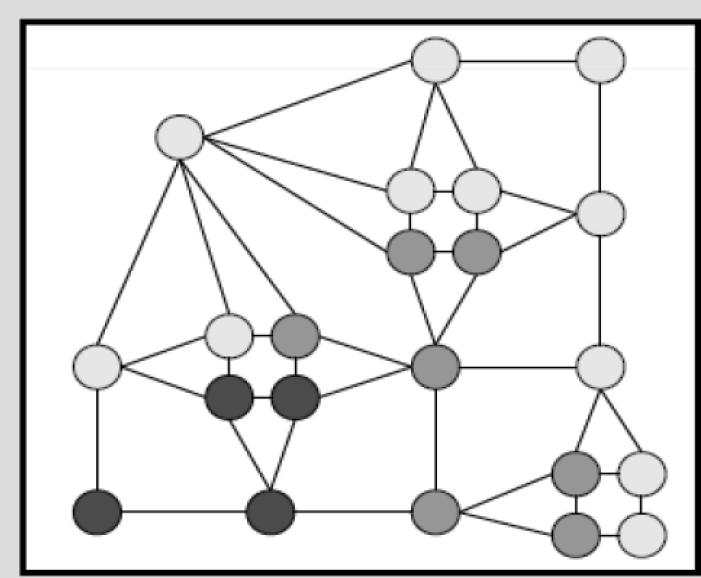


Image originale



Construction de la segmentation par régions correspondante

Split & merge, graphe d'adjacence, réunion

→ *Exploitation d'un graphe d'adjacence*

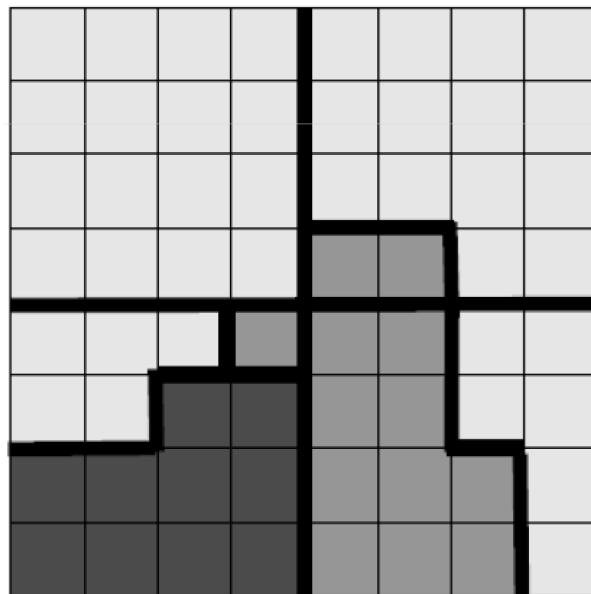
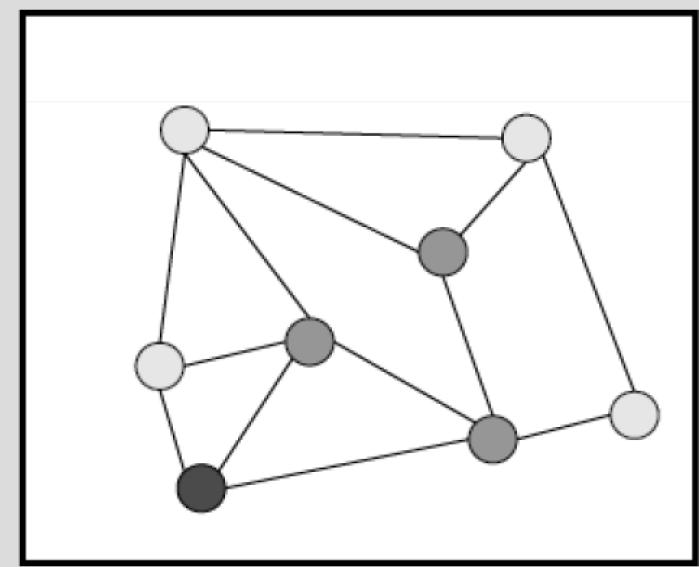


Image originale



Construction de la segmentation par régions correspondante

Split & merge, graphe d'adjacence, réunion

→ *Exploitation d'un graphe d'adjacence*

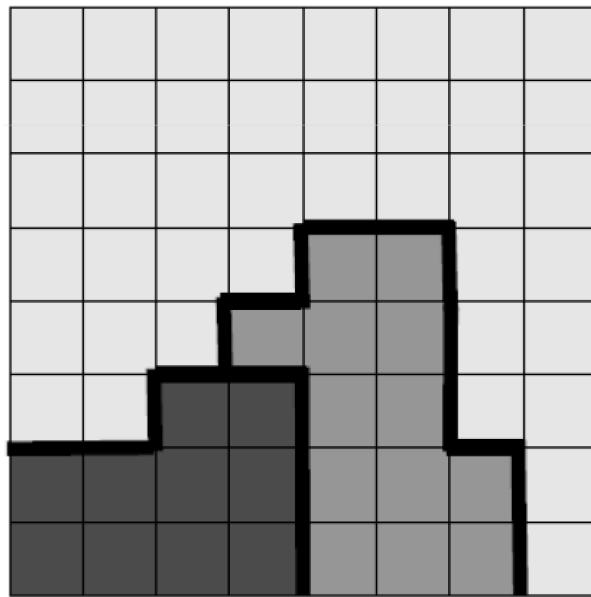
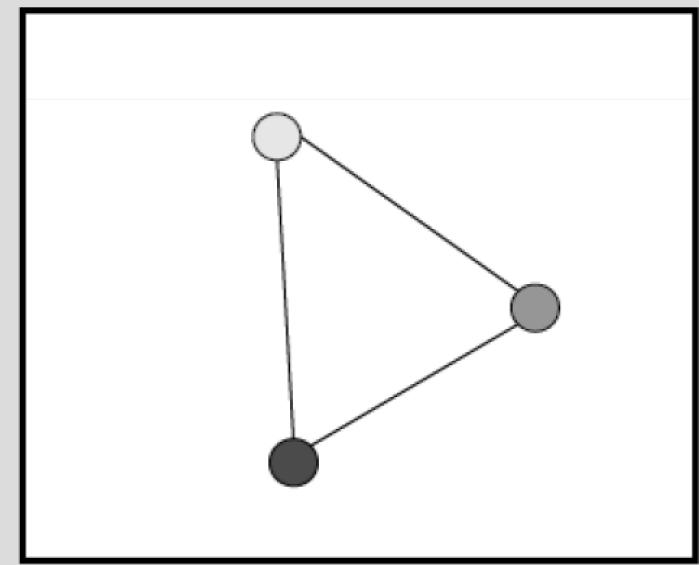


Image originale



Construction de la segmentation par régions correspondante