西北大学数学建模竞赛

承　诺　书

我们仔细阅读了西北大学数学建模竞赛的竞赛规则与赛场纪律。

我们完全明白，在竞赛开始后参赛队员不能以任何方式（包括电话、电子邮件、网上咨询等）与队外的任何人研究、讨论与赛题有关的问题。

我们知道，抄袭别人的成果是违反竞赛规则的,如果引用别人的成果或其他公开的资料（包括网上查到的资料），必须按照规定的参考文献的表述方式在正文引用处和参考文献中明确列出。

我们郑重承诺，严格遵守竞赛规则，以保证竞赛的公正、公平性。如有违反竞赛规则的行为，我们将受到严肃处理。

我们参赛的题目是(从A/B中选择一项填写)：

参赛队编号为：

所属院系（请填写完整的全名）：物理学系

参赛队员(打印并签名)：

杨洁坤

王　飞

徐高峰

日期：2008年5月3日

评阅编号（由校组委会评阅前进行编号）：

西北大学数学建模竞赛

编　号　专　用　页

评阅编号(由校组委会评阅前进行编号):

评阅记录:

评阅人					
评分					
备注					

评奖结果:

1 摘要

本文针对自习教室开放的优化管理问题进行了模型研究

为将教室开放与否表达成数学形式，我们引入0-1变量d_i,建立0-1规划模型，使问题可以下手。

在处理学生上自习满意度的度量问题时，将满意度与距离看作是连续的余弦函数，且不考虑其他因素的影响。并结合实际对函数进行了适当的加工，使得针对这个问题的满意度函数可取区间[0,1]内的任一点。

针对第二问运算量较大的问题，对算法进行了一定的优化，主要采用隐枚举法减少算法的时间复杂度，通过减少不必要的近算量来提高运算速度。优化前需运算至少一个小时的问题只需不到十分钟，甚至90秒钟即可解决（取满意度大于0.85，隐枚举阈值取75182）

处理第三问搭建教室问题时，借用与第一问类似的0-1整数规划法,通过求解0-1变量e_i的取值判断是否搭建教室及所搭建教室的参数。

在三问的求解过程中以lingo软件编程计算，第二、三问在前一问代码的基础上进行适当的扩充得到新的代码。

$$\sum_{i=5j-4}^{5j} e_i \le 1 \qquad (j = 1, 2 \cdots 9) \tag{1}$$

这个不等式很简洁地反映了每区至多新建一个教室的要求。

全过程我们使用LINGO8.0软件解决线性规划问题，使用MATHLAB软件绘图

关键字：0-1规划距离满意度函数隐枚举法

2 问题的重述

近年来，大学用电浪费比较严重，集中体现在学生上晚自习上，一种情况是去某个教室上自习的人比较少，但是教室内的灯却全部打开，第二种情况是晚上上自习的总人数比较少，但是开放的教室比较多，这要求我们提供一种最节约、最合理的管理方法。

下面是某学校收集的部分数据:

表1 教室相关数据

教室	座位数	灯管数	开关数	一个开关控制的灯管数	每只灯管的功率
1	64	42	3	14	40w
2	88	42	3	14	40w
3	193	48	4	12	50w
4	193	50	5	10	48w
5	128	36	2	18	45w
6	120	36	2	18	45w
7	120	36	4	9	48w
8	120	36	3	12	45w
9	110	36	3	12	40w
10	120	36	4	9	45w
11	64	27	3	9	40w
12	247	75	5	15	45w
13	190	48	3	16	48w
14	210	50	5	10	50w
15	70	42	3	14	40w
16	85	42	3	14	40w
17	192	48	4	12	50w
18	195	50	5	10	48w
19	128	36	2	18	45w
20	120	36	2	18	45w
21	120	36	4	9	48w
22	120	36	3	12	45w
23	110	36	3	12	40w
24	160	36	4	9	45w
25	70	27	3	9	40w
26	256	75	5	15	45w

续表

教室	座位数	灯管数	开关数	一个开关控制的灯管数	每只灯管的功率
27	190	48	3	16	48w
28	210	50	5	10	50w
29	190	48	3	16	48w
30	205	50	5	10	50w
31	110	36	3	12	40w
32	160	36	4	9	45w
33	70	27	3	9	40w
34	256	75	5	15	45w
35	190	48	3	16	48w
36	210	50	5	10	50w
37	190	48	3	16	48w
38	190	48	3	16	48w
39	210	50	5	10	50w
40	200	48	3	16	48w
41	150	50	5	10	50w
42	150	48	3	16	48w
43	180	48	3	16	48w
44	70	25	5	5	50w
45	120	45	3	15	48w

管理人员只需要每天晚上开一部分教室供学生上自习，每天晚上从7：00—10：00开放（如果哪个教室被开放，则假设此教室的所有灯管全部打开）。

完成以下问题：

1．假如学校有8000名同学，每个同学是否上自习相互独立，上自习的可能性为0.7.要使需要上自习的同学满足程度不低于95%，开放的教室满座率不低于4/5，同时尽量不超过90%。问该安排哪些教室开放，能达到节约用电的目的.

2．假设这8000名同学分别住在10个宿舍区，现有的45个教室分为9个自习区，按顺序5个教室为1个区，即1,2,3,4,5为第1区，⋯，41,42,43,44,45为第9区。这10个宿舍区到9个自习区的距离见表2。学生到各教室上自习的满意程度与到该教室的距离有关系，距离近则满意程度高，距离远则满意程度降低。假设学生从宿舍区到一个自习区的距离与到自习区任何教室的距离相同。请给出合理的满意程度的度量，并重新考虑如何安排教室，既达到节约用电目的，又能提高学生的满意程度。另外尽量安排开放同区的教室。

3．假设临近期末，上自习的人数突然增多，每个同学上自习的可能性增大为0.85，要使需要上自习的同学满足程度不低于99%，开放的教室满座率不低于4/5，同时尽量不超过95%。这时可能出现教室不能满足需要，需要临时搭建几个教室。假设现有的45个教室仍按问题2中要求分为9个区。搭建的教室紧靠在某区，每个区只能搭建一个教室，搭建的教室与该区某教室的规格相同（所有参数相同），学生到该教室的距离与到该区任何教室

的距离假设相同。问至少要搭建几个教室，并搭建在什么位置，既达到节约用电目的，又能提高学生的满意程度.

表格2 学生区(标号为A)到自习区(标号为B)的距离(单位:米)

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9
A1	355	305	658	380	419	565	414	488	326
A2	695	533	469	506	434	473	390	532	604
A3	512	556	384	452	613	572	484	527	618
A4	324	541	320	466	422	650	306	607	688
A5	696	616	475	499	386	557	428	684	591
A6	465	598	407	476	673	573	385	636	552
A7	354	383	543	552	448	530	481	318	311
A8	425	305	454	573	337	314	545	543	306
A9	307	376	535	323	447	553	587	577	334
A10	482	477	441	361	570	580	591	491	522

3 问题分析

近年来，大学用电浪费比较严重，集中体现在学生上晚自习上，一种情况是去某个教室上自习的人比较少，但是教室内的灯却全部打开，第二种情况是晚上上自习的总人数比较少，但是开放的教室比较多，这要求我们提供一种最节约、最合理的管理方法。

有的教室人均耗电量大，且座位数也很多，导致总耗电量很大，应考虑适当关闭，节约能源。有的教室人均耗电量小，但是座位数很多，总的耗电量也会偏高，当需求的座位较少时，应考虑适当予以关闭。

在节约能源的同时，应考虑学生对自习室的要求。一，距离近，二，教室内人数适中。

4 模型假设

1. 假设每个同学是否上自习相互独立，概率相等,均为0.7。认为8000个人是个很大的数，能够使上自习实际频率接近于每个人上自习的概率，进而得到想上自习的人数为8000× 0.7=5600
2. 忽略宿舍区和自习区的地理位置分布对学生上自习的影响，即学生到各自习室上自习的可能性相等。
3. 容忍个别想上仔细但不能上自习的情况发生。
4. 需要上自习的同学满足程度不低于95%
5. 开放的教室满座率不低于4/5，同时尽量不超过90
6. 如果哪个教室被开放，则假设此教室的所有灯管全部打开
7. 二、三两问中假设8000名同学平均分布在10个宿舍区，即每个宿舍区有800人。认为每个自习区800个人仍是个较大的数，能够使上每区自习实际频率接近于每个人上自习的概率，进而得到想上自习的人数为800× 0.7=560
8. 同一自习区各教室坐落相对集中.不考虑区内性质差异。

9. 上自习的同学提前知道去哪个自习区较为省时省力，从而能够自主地决定去哪个区.
10. 学生满意度由自习室与宿舍区的距离决定。

5 符号

d_i 定义为0~1变量，d_i=1，教室开。d_i=0，教室关闭。
nl_i 第i个教室的灯管数.
p_i 第i个教室每个灯管的耗电量.
m_i 第i个教室实际坐的人数.
mm_i 第i个教室实际上自习的人数.
pp_i 第i个教室耗电功率.(pp(i)=d(i)×p(i)×nl(i);如果不开的话，pp(i)=0.)
Q 所有开放教室耗电功率之和。Q=$\sum pp(i)$.
x_{ij} 第i个宿舍区到第j个自习区的距离.
a_{ij} 第i个宿舍区到第j个自习区去上自习的人数。
s_{ij} 对一个学生而言，他从第i个宿舍区去第j个自习区的满意度（仅与距离有关）

6 模型的建立与求解

6.1 问题（1）:晚自习开放最佳方案模型

忽略自习室和宿舍区地理位置分布对学生上自习的影响
假设每个教室内所有灯管功率相等，如果那个教室打开，这个教室内所有灯管都打开。则开放的教室消耗的总能量pp_i只与教室内灯管数量p_i和功率p有关，关系为：

$$pp_i = p_i \times nl \tag{2}$$

6.1.1 模型分析

目标即为求解教室的开放状态，使得总功率最低。

为了将教室开与关这两个状态表示成数学形式，我们引入另一个0-1决策变量d_i.

d_i=1表示第i个教室开放；d_i=0表示第i个教室关闭. 定义第i个教室灯管数为nl_i；第i个教室每个灯管的功率为p_i;总共有45个教室，所以i=1,2,3......45;

所以P_t的表达式(即目标函数）可转化为如下数学关系：

$$P_t = \sum_{i=1}^{45} d_i \times nl_i \times p_i$$

我们的最终目标就是得到一组解向量$D = (d_1, d_2, ..., d_i), (i = 1, 2....45)$.使得目标函数取最小值。

学校现有学生8000，每个学生上自习的概率确定且相互独立的，为0.7.考虑到8000是一个足够大的样本，符合统计规律。可近似认为上自习的学生数

$$N_s = 8000 \times 0.7 = 5600$$

要求需要上自习的同学满足程度不低于95%(即最多容忍5%的同学想上自习但没处可去);用mm_i 表示在第i个教室上自习的学生数;由此可得:

$$8000 \times 0.7 \times 0.95 \leq \sum_{i=1}^{45} mm_i \leq 8000 \times 0.95$$

考虑到教师满座率不低于4/5且不超过90%,每个教室座位数为m_i,还有:

$$4/5 \times m_i \leq mm_i \leq 90\% \times m_i$$

定义决策变量d_i=1,则对应的第I个自习室开放,若d_i=0,怎么对应的自习室关闭。

6.1.2 模型建立

根据以上分析,我们对学校开放第i个教室的方案建立如下的数学模型

$$Min \qquad P_t = \sum_{i=1}^{45} d_i \times nl_i \times p_i$$

$$s.t. : 8000 \times 0.7 \times 0.95 \leq \sum_{i=1}^{45} mm_i \leq 8000 \times 0.95$$

$$\frac{4}{5} \times m_i \leq mm_i \leq 90\% \times m_i \qquad (i = 1, 2 \ldots 45)$$

6.1.3 模型的计算机求解

LINGO是一种专门用于求解数学规划问题的软件包。由于LINGO执行速度很快、易于方便输入、求解和分析数学规划问题。因此在数学、科研和工业界得到广泛应用。LINGO主要用于解线性规划、非线性规划、二次规划和整数规划等问题。也可以用于一些非线性和线性方程组的求解以及代数方程求根等。本文采用、并且之用LINGO软件进行科学计算

目标函数函数用lingo语言表示即为:

```
!代码说明:

一,用到的变量及其符号.
    灯light,单个功率P,个数nl,每个教室消耗的功率p(由p nl合成)
            pp=d*p
    座位seat,每个教室的容量M,实际做的人数MM
    教室是否开放d(0 1变量)

二,需要的数据文件
```

light.txt 包含 每个教室单个灯泡的功率p和个数nl

seat.txt 包含教室内座位数

全部文件读取函数如下:

```
p1=@file('light.txt')
nl=@file('light.txt')
M=@file('seat.txt');
```

```
model:

!宏定义数据个数;

    data:
         N=45;
    enddata



sets:

!0，1变量;
    txs/1..N/:d;

!灯,单个功率P,个数nl;
    light/1..N/:p1,nl;
    !总功率pp;
    power/1..n/:p,pp;!约束中用for函数写pp与p,nl的关系;

!座位,每个教室的容量M,实际做的人数MM;
    seat/1..N/:M,MM;!约束中写MM与M的关系;

endsets



data:

p1=@file('light.txt');
nl=@file('light.txt');
M=@file('seat.txt');

enddata
```

```
!目标函数; min=@sum(power(I):pp);
    !pp与p,nl的关系;
        @for(power(I):p(I)=p1(I)*nl(I));
        @for(power(I):pp(I)=d(I)*p(I));

!约束;

!d设为0 1变量; @for(txs:@BIN(d));

!上自习总人数tp及其约束;
    tp=@sum(seat(I):MM);
    @bnd(5320,tp,5600);

!每个自习室人数约束;
    @for(seat(I):MM(I)>0.8*d(I)*M(I));
    @for(seat(I):MM(I)<0.9*d(I)*M(I));
        !自习室内人数是整数变量;
            @for(seat(I):@gin(MM));

end
```

6.1.4 模型结果

关闭教室编号：1，2，7，15，16，41，42，44，45.

6.2 问题（2）的解答

6.2.1 满意度函数的构建与分析

满意度是可感知效果和期望值之间的变异函数。如果可感知效果低于期望值，学生就会不满意；如果可感知效果与期望值越接近，学生就越满意；如果可感知效果与期望相匹配，学生就会高度满意。

对题目中表（2）数据进行整理发现：所有距离都在305米到696米之间。所以对每个学生而言他的期望值为305米，即就是说他上自习所需走的距离如果高于305米它就会不满意，越接近305米他就越满意，如果让他他选择最近的305米，他会高度满意。所以假定305米对应的满意度为1而696米对应的满意度为0¿。

满意度函数有多种表现形式，根据实际经验，满读函数可以是连续的，也可以是离散的。对于连续的距离满意度函数可以是线性的，也可以是非线性的。

当距离在696米或305米附近变化时，可感知效果较低，学生的满意度变化不够灵敏。而在中间部分可感知效果较强，学生的满意度变化较灵敏。同时考虑到满意度是距离的减函数，故采用余弦函数来拟合。

$$s = \cos(x), x \in (0, \pi)$$

为了使y从0变到π，需要构造复合函数y=kx+b; 然后再确定系数k,b;

$$\pi = k * 696 + b; 0 = k * 305 + b; \tag{3}$$

解得：

$$k = 0.00803; b = -2.45; \tag{4}$$

然后进行复合，为了使满意度s从0变到1，再对函数进行伸缩平移变换，得：

$$s = 1/2(1 + \cos(0.00803x - 2.45)); (1); \tag{5}$$

$$s = 1/2(1 + \cos(0.00803x - 2.45)); (1); \tag{6}$$

6.2.2 函数的建立

我们将此函数设定为连续的余弦函数，即余弦分布时间满意度函数。余弦分布距离满意度函数是从余弦曲线的0到π 部分截取得到的，该曲线在阀值x(a)到x(b)附近的距离满意度变化较小，曲线中间部分的斜率较大。见图1和式（1）。

$$s = 1/2(1 + \cos(0.00803x - 2.45)); (1); \tag{7}$$

6.2.3 晚自习开放最佳方案模型

模型分析

由学校教室的相关数据表（表1）可以看出不同教室的规格相差很大.不同的教室开放方案所带来的总耗电功率也应是很不同的，而且应该存在一个最优方案，使得被开放教室的总耗电功率最小,我们将总耗电功率设为P_t.下面一段我们给出用来表示Q的变量。

为了将教室开与关这两个状态表示成数学形式,我么还需引入另一个0-1变量d(i).d(i)=1表示第i个教室开放；d(i)=0表示第i个教室关闭.再定义第i个教室灯管数为nl(i)；第i个教室每个灯管的功率为p(i);总共有45个教室，所以i=1,2,3......45;

由上面的定义，可以给出Q的表达式(即目标函数)：

$$P_t = \sum_{i=1}^{45} d_i \times nl_i \times p_i$$

我们的最终目标就是得到一组解向量$D = (d_1, d_2, ..., d_i), (i = 1, 2....45)$.使得目标函数取最小值。

学校现有8000名学生，每个学生上自习的概率是一定的，而且同学们是否上自习室相互独立的，其概率都为0.7.考虑到8000个人是个很大的数，能够使上自习实际频率接近

于每个人上自习的概率，进而得到想上自习的人数为8000*0.7=5600；要求需要上自习的同学满足程度不低于95%（即最多容忍5%的同学想上自习但没处可去）；用

$$mm_i$$

表示在第i个教室上自习的学生数；由此可得：

$$8000 \times 0.7 \times 0.95 \leq \sum_{i=1}^{45} mm_i \leq 8000 \times 0.95$$

考虑到教师满座率不低于4/5且不超过90%,每个教室座位数为m_i,还有：$4/5 \times m_i \leq mm_i \leq 90\% \times m_i$

8000名同学平均分布在10个宿舍区，即每个宿舍区有800人；定义从第i个宿舍区到第j个自习区上自习的人数为a_{ij};认为每个自习区800个人仍是个较大的数，能够使上每区自习实际频率接近于每个人上自习的概率，进而得到想上自习的人数为560；同时还要使这560位需要上自习的同学满足程度不低于95%，a_{ij} 应满足：

$$800 \times 0.7 \times 0.95 \leq \sum_{j=1}^{9} a_{ij} \leq 800 \times 0.7 \tag{8}$$

到第j个自习区上自习的同学来自于10个宿舍区，所以有：

$$\sum_{i=1}^{10} a_{ij} = \sum_{i=5j-4}^{5j} mm_i \qquad j = 1, 2 \cdots 9 \tag{9}$$

模型建立

根据以上分析，我们对学校开放第i个教室的方案建立如下的数学模型

决策变量：d_i

$$Min \qquad P_t = \sum_{i=1}^{45} d_i \times nl_i \times p_i \tag{10}$$

$$8000 \times 0.7 \times 0.95 \leq \sum_{i=1}^{45} mm_i \leq 8000 \times 0.95 \tag{11}$$

$$4/5 \times m_i \leq mm_i \leq 90\% \times m_i \qquad (i = 1, 2 \ldots 45) \tag{12}$$

$$800 \times 0.7 \times 0.95 \leq \sum_{j=1}^{9} a_{ij} \leq 800 \times 0.7 \tag{13}$$

$$\sum_{i=1}^{10} a_{ij} = \sum_{i=5j-4}^{5j} mm_i \qquad j = 1, 2 \cdots 9 \tag{14}$$

6.2.4 模型求解

采用lingo软件。

!代码说明

一,用到的变量及其符号.

保留第一问的东西

灯light,单个功率P,个数nl,每个教室消耗的功率p(由p nl合成) pp=d*p
座位seat,每个教室的容量M,实际做的人数MM
教室是否开放d(0 1变量)

新增的东西 二维数组

定义二维数组
（1）定义两个初始set（row vol）作为行变量和列变量
（2）合成二维数组 array(row,vol):属性列表
宿舍i到教室j的人数a_ij,距离x_ij,满意度s,满意度的权重as
求二维数组行、列的和: 定义两个set sum_row sum_vol
行sum_row/1..10/:sum_r
列sum_vol/1..9/:sum_v

二,需要的数据文件

light.txt 每个教室单个灯泡的功率p和个数nl
seat.txt 教室内座位数
array_two.txt 行数和列数 距离x
全部文件读取函数如下:
p1=@file('light.txt')
nl=@file('light.txt')
M=@file('seat.txt')

第二问新增

set定义
row/@file('array_two.txt')/:
vol/@file('array_two.txt')/:

data赋值
x=@file('array_two.txt')

算法及约束说明

约束:

上自习总人数tp及其约束

每个自习室人数约束

新增:

从每个宿舍区走出的人数sum_r<800

自习区接收的总人数sum_v等于开放的各教室内人数的和,即MM(I)求和

满意度约束

代码说明结束;

```
model:

!宏定义数据个数; data: N=45; enddata



sets:

!0，1变量;
    txs/1..N/:d;

!灯,单个功率P,个数nl;
    light/1..N/:p1,nl;
    !总功率pp;
    power/1..n/:p,pp;!约束中用for函数写pp与p,nl的关系;

!座位,每个教室的容量M,实际做的人数MM;
    seat/1..N/:M,MM;!约束中写MM与M的关系;

!二维数组的lingo定义法;
    !定义两个初始作为行变量和列变量;
        row/@file('array_two.txt')/:s_r,s_ave;
        vol/@file('array_two.txt')/;s_v;
    !合成二维数组;
        !宿舍i到教室j的人数a_ij,距离x_ij,满意度s,权重as;
        array(row,vol):a,x,s;
```

```
!二维数组行、列的和;
    !行;sum_row/1..10/:sum_r;
    !列;sum_vol/1..9/:sum_v;

endsets


data:

p1=@file('light.txt'); nl=@file('light.txt'); M=@file('seat.txt');
x=@file('array_two.txt');

enddata


!目标函数; min=@sum(power(I):pp);

                !插入隐枚举法代码;
                !@sum(power(I):pp)<=? ;!"?"实时数据处理

    !pp与p,nl的关系;
        @for(power(I):p(I)=p1(I)*nl(I));
        @for(power(I):pp(I)=d(I)*p(I));

!约束;

!d设为0 1变量;
    @for(txs:@BIN(d));

!@for(row(I):
    @for(vol(J):@gin(a(I,J))));

!上自习总人数tp及其约束;
    tp=@sum(seat(I):MM);
    @bnd(5320,tp,5600);

!每个自习室人数约束;
    @for(seat(I):MM(I)>0.8*d(I)*M(I));
    @for(seat(I):MM(I)<0.9*d(I)*M(I));
        !自习室内人数是整数变量;
```

```
        @for(seat(I):@gin(MM));

!第二问.从每个宿舍区走出的人数sum_r上下限;
    @for(sum_row(I):
        @sum(vol(J):a(I,J))=sum_r(I));!求解sum_r(I);
    !sum_r 介于800*0.7*0.95(即532)  800*0.7（即560）之间;
    @for(sum_row(I):@bnd(532,sum_r(I),560));

!第二问,自习区接收的总人数sum_v等于开放的各教室内人数的和,即MM(I)求和;
    !求接收的人数,即为求列的和sum_v,J不变,I循环累加;
    @for(sum_vol(J):
        @sum(row(I):a(I,J))=sum_v(J));
    @for(seat(J)|J #le# 9:
        @sum(seat(I)|(i #le# 5*j) #and# (i #ge# 5*j-4):MM)=sum_v(J));

!满意度约束;

    !计算单个满意度的函数;
     @for(row(I):
          @for(vol(J):s(I,J)=0.5*@cos(0.00803*x(I,J)-2.45)+0.5));

    !满意度加权求和;
        !每个宿舍区满意度总和;
        @for(row(I):
            @sum(vol(J):a(I,J)*s(I,J))=s_r(I));
        !每个宿舍区的人均满意度大于某个设置值;
              @for(row(I):s_ave(I)=s_r(I)/sum_r(I));
              @for(row(I):s_ave(I)>0.86);
```

6.2.5 模型结果分析

对该模型来说，变量之间相互制约，但由于变量太多，造成可行域含有数量相当大的的可行解。如果不进行人为的算法优化，将造成很大的运算量。关于这一点我们深有体会：在未优化算法之前，计算机需要迭代33001209次以至于需要一个多小时运算时间。因此我们需要优化算法以提高求解效率。

我们采用的时隐枚举法。

步骤1.用测算法求得一个可行解，计算对应的目标函数值设为P_t 作为阈值

步骤2.得出一个过滤条件：

$$\sum_{i=1}^{45} d_i \times nl_i \times p_i \leq P_t \tag{15}$$

步骤3.在计算机计算过程中，对于不满足过滤条件（即目标函数与阈值相比较差）的变量组合就不必验证其可行性。如果发现更好的可行解，则可根据它更新过滤条件。

虽然计算机需要将2^{45}个变量组合一一列出，但不需要一一判断可行性，甚至将一部分可行解也过滤掉了，因而可以大大提高求解效率。

跟据以上算法，我们将模型的最优解用解向量表示如下:

D=（0,0,1,1,1,1,0,1,1,1,1,1,1,1,0,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,1,0,0）

此时s=0.83;目标函数值为74525;

模型结果分析

当$s \leq 0.83$时，目标函数值均为74525;

当s=0.84时,目标函数值为75182;

当s=0.85时,目标函数值为75182;

当s=0.86时,目标函数值为76238;

当$s \geq 0.87$时,目标函数值无可行解;

对以上结果分析可知：最优解所对应的目标函数值为74525;满意度为s=0.83; 解向量D=（0,0,1,1,1,1,0,1,1,1,1,1,1,1,0,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,0,0,1,0,0）;

即关闭教室编号：1，2，7，15，16，41，42，44，45.学生满意程度较高。可以满足同学上自习的需求。

6.3 问题（3）的解答

6.3.1 模型分析

由于临近期末，同学上自习的可能性增大为0.85，人数增加为8000×0.85,需要临时搭建几个教室。设e_i是0-1变量，$e_i = 1$ 表示搭建一个与第i个教室规格相同的教室，$e_i = 0$ 不搭建。

则目标函数为：

$$Min \qquad P_t = \sum_{i=1}^{45} d_i \times nl_i \times p_i + \sum_{i=1}^{45} e_i \times nl_i \times p_i \tag{16}$$

由于每个区最多只能搭建一个教室，有

$$\sum_{i=5j-4}^{5j} e_i \leq 1 \qquad (j = 1, 2 \cdots 9); \tag{17}$$

满意度模型问题二中已解决，这里直接使用即可。

6.3.2 模型建立

决策变量d_i ,e_i

$$Min \qquad P_t = \sum_{i=1}^{45} d_i \times nl_i \times p_i + \sum_{i=1}^{45} e_i \times nl_i \times p_i \tag{18}$$

$$8000 \times 0.85 \times 0.99 \leq \sum_{i=1}^{45} mm_i + \sum_{i=1}^{45} nn_i \leq 8000 \times 0.85 \tag{19}$$

$$4/5 \times m_i \leq mm_i \leq 95\% \times m_i \qquad (i = 1, 2 \ldots 45) \tag{20}$$

$$4/5 \times m_i \leq nn_i \leq 95\% \times m_i \qquad (i = 1, 2 \ldots 45) \tag{21}$$

$$800 \times 0.85 \times 0.99 \leq \sum_{j=1}^{9} a_{ij} \leq 800 \times 0.85 \tag{22}$$

$$\sum_{i=1}^{10} a_{ij} = \sum_{i=5j-4}^{5j} mm_i + \sum_{i=5j-4}^{5j} nn_i \qquad j = 1, 2 \cdots 9 \tag{23}$$

$$\sum_{i=5j-4}^{5j} e_i \leq 1 \qquad (j = 1, 2 \cdots 9); \tag{24}$$

$$s = 1/2(1 + \cos(0.00803x - 2.45)); \tag{25}$$

$$s = \frac{\sum\limits_{i=1}^{10} \sum\limits_{j=1}^{9} a_{ij} \times sij}{\sum\limits_{i=1}^{10} \sum\limits_{j=1}^{9} a_{ij}} \tag{26}$$

6.3.3 模型求解

!代码说明

一,用到的变量及其符号.

保留第一问的东西

灯light,单个功率P,个数nl,每个教室消耗的功率p(由p nl合成)

pp=d*p

座位seat,每个教室的容量M,实际做的人数MM

教室是否开放d(0 1变量)

新增的东西 二维数组

定义二维数组

（1）定义两个初始set（row vol）作为行变量和列变量

（2）合成二维数组 array(row,vol):属性列表

宿舍i到教室j的人数a_ij,距离x_ij,满意度s,满意度的权重as

求二维数组行、列的和: 定义两个set sum_row sum_vol

行sum_row/1..10/:sum_r

列sum_vol/1..9/:sum_v

二,需要的数据文件

light.txt 每个教室单个灯泡的功率p和个数nl

seat.txt 教室内座位数

array_two.txt 行数和列数 距离x

全部文件读取函数如下:

```
p1=@file('light.txt')
nl=@file('light.txt')
M=@file('seat.txt')
```

第二问新增

set定义

```
row/@file('array_two.txt')/:
vol/@file('array_two.txt')/:
```

data赋值

```
x=@file('array_two.txt')
```

算法及约束说明

约束:

上自习总人数tp及其约束

每个自习室人数约束

新增:

从每个宿舍区走出的人数sum_r<800

自习区接收的总人数sum_v等于开放的各教室内人数的和,即MM(I)求和

满意度约束;

model:

```
!宏定义数据个数; data: N=45; enddata


sets:

!0，1变量;
    txs/1..N/:d;

!灯,单个功率P,个数nl;
    light/1..N/:p1,nl;
    !总功率pp;
    power/1..n/:p,pp;!约束中用for函数写pp与p,nl的关系;

!座位,每个教室的容量M,实际做的人数MM;
    seat/1..N/:M,MM;!约束中写MM与M的关系;

!二维数组的lingo定义法;
    !定义两个初始作为行变量和列变量;
        row/@file('array_two.txt')/:s_r;
        vol/@file('array_two.txt')/;s_v;
    !合成二维数组;
        !宿舍i到教室j的人数a_ij,距离x_ij,满意度s,权重as;
        array(row,vol):a,x,s;

!二维数组行、列的和;
    !行;sum_row/1..10/:sum_r;
    !列;sum_vol/1..9/:sum_v;

endsets


data:

 p1=@file('light.txt');
```

```
 nl=@file('light.txt');
 M=@file('seat.txt');
 x=@file('array_two.txt');

enddata



!目标函数; min=@sum(power(I):pp);

 !隐枚举法;
      @sum(power(I):pp)<=?;! “? ” 实时数据处理

    !pp与p,nl的关系;
        @for(power(I):p(I)=p1(I)*nl(I));
        @for(power(I):pp(I)=d(I)*p(I));

!约束;

!d设为0 1变量;
    @for(txs:@BIN(d));

!@for(row(I):
    @for(vol(J):@gin(a(I,J))));

!上自习总人数tp及其约束;
    tp=@sum(seat(I):MM);
    @bnd(5320,tp,5600);

!每个自习室人数约束;
    @for(seat(I):MM(I)>0.8*d(I)*M(I));
    @for(seat(I):MM(I)<0.9*d(I)*M(I));
        !自习室内人数是整数变量;
            @for(seat(I):@gin(MM));
```

```
!第二问.从每个宿舍区走出的人数sum_r上下限;
    @for(sum_row(I):
        @sum(vol(J):a(I,J))=sum_r(I));!求解sum_r(I);
    !sum_r 介于800*0.7*0.95(即532)  800*0.7（即560）之间;
    @for(sum_row(I):@bnd(532,sum_r(I),560));

!第二问,自习区接收的总人数sum_v等于开放的各教室内人数的和,即MM(I)求和;
    !求接收的人数,即为求列的和sum_v,J不变,I循环累加;
    @for(sum_vol(J):
        @sum(row(I):a(I,J))=sum_v(J));
    @for(seat(J)|J #le# 9:
        @sum(seat(I)|(i #le# 5*j) #and# (i #ge# 5*j-4):MM)=sum_v(J));

!满意度约束;

    !计算单个满意度的函数;
    @for(row(I):
        @for(vol(J):s(I,J)=0.5*@cos(0.00803*x(I,J)-2.45)+0.5));

    !满意度加权求和;
        !每个宿舍区满意度总和;
        @for(row(I):
            @sum(vol(J):a(I,J)*s(I,J))=s_r(I));
        !每个宿舍区的人均满意度大于某个设置值;
        @for(row(I):s_r(I)/sum_r(I)>0.8);
```

7 模型检验

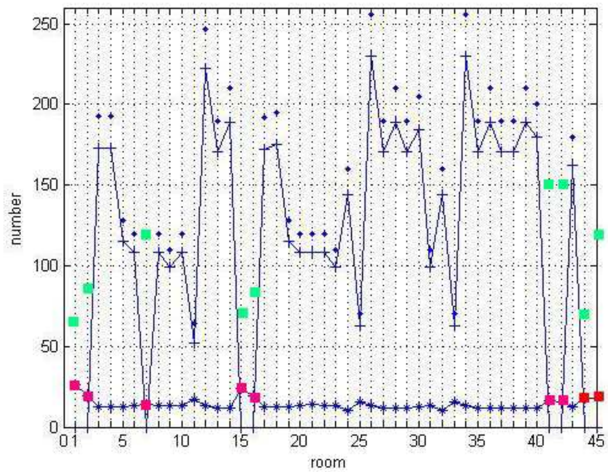

图 1: 教室容量，实际人数，人均耗电量综合图

关闭教室编号：1，2，7，15，16，41，42，44，45.

从图中可以看出，人均耗电量大且容量大的教室均被要求关闭。基本符合实际要求

少量人均耗电量大但容量小的教室仍开放。因为此类教室总耗电量较小，当需求的座位数较少时开放此类教室反而更节约能源。

8 模型的优缺点

8.1 优点

利用隐枚举法对程序进行了算法优化，计算效率显著增加

在程序开始时可利用lingo自带的init 自定义初始点功能进一步优化算法，减少运算次数。但是，定义init后计算的是局部最优解，而不是全局最优解。有可能求得的不是最优解。由于本程序已用隐枚举法对算法进行优化，且效果明显，为了不减弱结果的置信度，故未使用init自定义初始点。

程序利用@file文件读写函数实现数据和代码分离。增强了程序的可读性。

8.2 缺点

对满意度与距离的定量关系研究的不够深入，获取的试验信息较少，函数与实际问题可能拟合的不是很好。

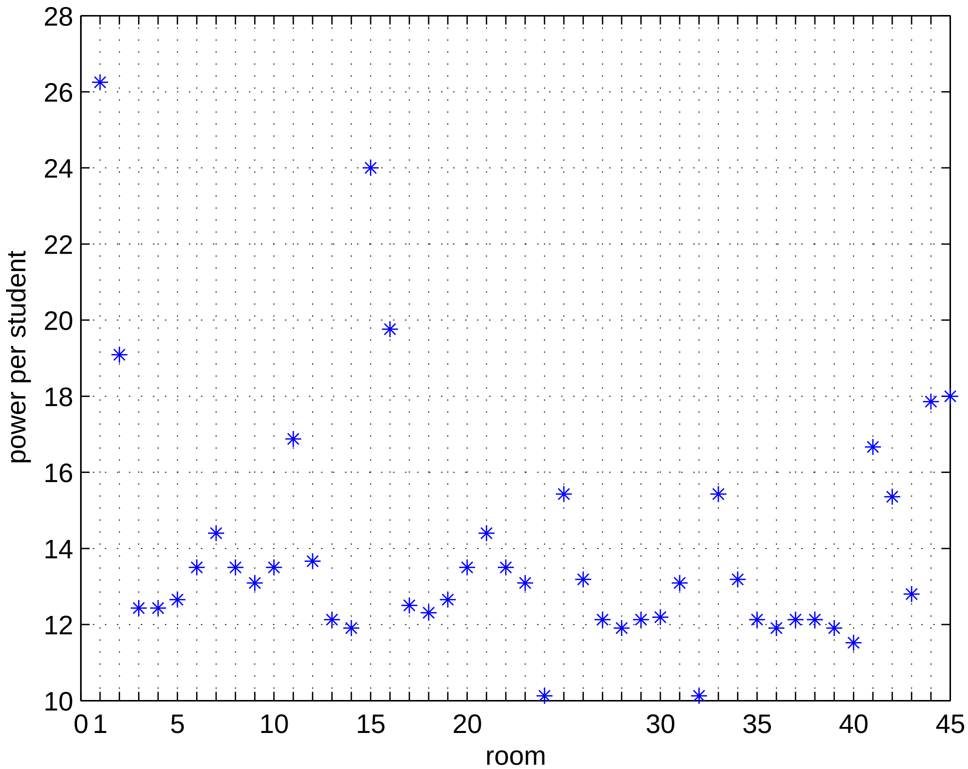

图 2: 人均耗电量

参考文献

[1] 物流设施选址问题中时间满意度函数的定义及应用马云峰，张敏，杨裙MA Y u n—n g, Z H AN G Min,Y AN G Jun (华中科技大学管理学院，湖北武汉430074)