河 北 轻 化 工 学 院 学 报

第 17 卷　第 2 期　JOURNAL OF HEBEI INSTITUTE OF CHEMICAL　Vol. 17　No. 2

总第 37 期　1996 年　TECHNOLOGY AND LIGHT INDUSTRY　Sum 37　1996

锁具装箱方案*

刘　芳　李天璞　陈　强

（河北轻化工学机械工程系，石家庄　050018）

摘　要：讨论了锁具装箱问题，首先用穷举法统计符合要求的一批锁具的数量，然后根据奇数和偶数的转换关系，给出装箱的销售方案。应用本方法比较完满地解决了锁具装箱问题，而且经过简单改动，可以进行推广。

关键词：数学建模；穷举法；组合设计

《中国图书资料分类法》分类号：O 157.2

The Packing Program of Locks

Liu Fang　Li Tianpu　Chen Qiang

(Department of Mechanical Engineering)

Abstract: The problems of locks packing is discussed in this paper, the quantity of a batch of qualified locks are counted first by enumeration, and according to the transformation of odd number and even number, it provides a market program of packing. This program solves successful in the problems of locks packing, and it can be extended after modifying simply.

Key words: mathematic modeling; enumeration; combination design

1　问题的提出

某厂生产一种弹子锁具，每个锁具的钥匙有 5 个齿，制造锁具时对齿的高度有一定的要求，满足这些要求制造出来的所有锁具称为一批。其中有某些锁具可以互开，若 60 个锁具装为一箱出售，而且要满足"一把钥匙开一把锁"的要求，则在出售前需解决以下问题：(1)每批锁具的数量及箱数；(2)提供一种方案，其中包括如何装箱，如何给箱子以标志，以及出售时如何利用这些标志，使得顾客购买较大数量锁具时，不出现互开的情况。

收稿日期：1995-04-05；修回日期：1995-10-12；责任编辑：许克明，张军

* 作者为本院 92 级工业自动化专业学生，本文在 1994 年全国大学生数学建模竞赛中获三等奖

2　模型设计、算法及结果

锁具的工艺要求是：每个锁具的钥匙有 5 个齿，每个齿的高度从{1，2，3，4，5，6}6 个数中任取一数。5 个齿的高度还有两个限制：其一至少有 3 个不同的高度，其二相邻两个齿的高度之差不能为 5。满足以上条件制造出来的所有互不相同的锁具就称为一批。设 A_i 表示第 i 个齿的高度，则约束条件的数学表达式为

$$\begin{cases} A_i \leqslant 6 \\ |A_i - A_{i+1}| \neq 5 \\ \exists\ A_i, A_i \neq A_j (i \neq j), A_i \neq A_k (i \neq k), A_k \neq A_j (k \neq j) (k, j \text{ 与 } i = 1,2,3,4,5,6) \end{cases}$$

此问题抽去其实际意义，实质就是有约束条件的排列组合。

定义 1　称 $S=\{1,2,3,4,5,6\}$ 为高度集。

定义 2　若两个锁具相对应的 5 个齿的高度中有 4 个相同，另一个齿的高度相差 1，则称之为互开情形。

定义 3　若两个锁具可以互开，则称与它们相对应的齿的高度的组合是相互关联的。

定义 4　称符合制造要求的锁具其 5 个齿的高度为符合要求的组合。

模型的主要部分是一个计算方法。其输入是 S 集合中任意元素所构成的 5 个数的组合，输出是所有满足约束条件的 5 个数的组合及其个数。

笔者的算法是穷举法，即(1)将 S 集合中任意元素所组成的 5 个数的组合进行穷举；(2)对每种组合进行判断，要求满足① $|A_i - A_{i+1}| \neq 5$，② $\exists\ A_i, A_i \neq A_j, A_i \neq A_k, A_k \neq A_j$；(3)对满足要求的组合进行统计。

根据设计的数学模型，用 True-BASIC 语言编制一个程序，具体算法是：(1) $A_0, \cdots, A_5$ 进行从 1 到 6 的嵌套循环；(2)若 $|A_i - A_{i+1}| = 5$，则退出循环；(3)若 $|A_i| = |A_j| (i \neq j)$ 则将 $T+1$ 赋值给 T；(4) $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$ 均互相比较后，若 $T>3$ 则退出循环，否则将 $Q+1$ 赋值给 Q；(5)循环结束后得到 Q 的值，即是一批锁具的数量。

经计算机计算，得出 $Q=5\ 880$(个)，按每箱 60 个锁具的装箱要求，可以装 98 箱。

3　装箱方案

为了避免或减少顾客买到互开的锁具，必须对装箱及出售方案进行规划，其实质就是找到尽可能多的符合要求的组合，使它们之间互不关联或关联最少。

根据每一个符合要求组合中奇数的个数，将一批锁具分为 6 类，记为 $J_n (n=0,1,2,3,4,5)$，其中 n 表示 J_n 类别中任一把钥匙 5 个齿的高度中有 n 个奇数。

任取 J_n 类别中第 i 个锁具，齿高的组合中有 n 个奇数、$(5-n)$ 个偶数(与该锁能够互开需满足 4 个对应齿高度相等，另一个齿高度差 1)，即将该锁具任意一个齿的高度 ± 1 可得其互开锁。根据奇数偶数转换关系，奇数 $\pm 1=$ 偶数，偶数 $\pm 1=$ 奇数，互开锁的齿高的组合中必然有 $(n-1)$ 或 $(n+1)$ 个奇数。故得出以下结论：(1) J_n 内部无互开现象；(2)与 J_n 互开的锁具必然包含在 J_{n+1} 或 J_{n-1} 中。笔者将 J_n 与 J_{n+1} 类、J_n 与 J_{n-1} 类称为相互关联。

例如在 J_1 类别中任取一组合 13253，与它互开的在 J_3 中有 23253，14253，12253，13243，13252，13254，在 J_5 中有 13353，13153。由此可得，该分类方式的关联关系如表 1。

为统计每个 J_n 类别中锁具的数量，对符合要求组合的每位数进行分析，若含有 n 个奇数，则在计算程序中赋值给 Y_n 数组，通过运行计算程序，得出各类钥匙个数如下：

$N_{J_0}=N_{J_5}=150$，$N_{J_1}=N_{J_4}=986$，$N_{J_2}=N_{J_3}=1804$。

要想达到最优，同一类别要尽可能装在具有相同标志的箱子中，见表 2。

表 1 类别之间的关联关系

m	n					
	0	1	2	3	4	5
0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	0
2	0	1	0	1	0	0
3	0	0	1	0	1	0
4	0	0	0	1	0	1
5	0	0	0	0	1	0

表中所列数字 1 表示第 J_m 类与第 J_n 类相互关联；而数字 0 表示 J_m 类与第 J_n 类相互不关联

表 2 各类装箱情况

类别(标志)	锁的数量	装箱数	余数
J_0	150	2	30
J_1	986	16	26
J_2	1 804	30	4
J_3	1 804	30	4
J_4	986	16	26
J_5	150	2	30

对上表所列余量采取如下装箱方式：J_0，J_2，J_4 类别的余量装为混合箱，标记为 J_{024}；J_1，J_3，J_5 类别的余量装为混合箱，标记为 J_{135}；使得各混合箱内部也不相互关联。再将装好的 98 箱分为两大类：第 1 类是标记为 J_0，J_2，J_4，J_{024} 的箱子，共 49 箱；第 2 类是标记为 J_1，J_3，J_5，J_{135} 的箱子，共 49 箱。

由上述结论可知，第 1 类与第 2 类各自内部不存在互开情形，但两类之间必然存在互开情形。因此，出售时应根据顾客的购买量进行销售，以消除或减少互开情形，具体做法如下：(1)若顾客购买箱数 $k\leqslant 49$，则可以选择两类中任一类中的 k 箱卖给该顾客，为了优化以后的销售工作，首先应卖出该类别中的混合箱，因为每一类别内部无互开现象；(2)若顾客购买箱数 $k>49$，可将第 1(或第 2)大类全部卖出，对于超出 49 箱的购买量，要尽可能地用第 2(或第 1)大类中编号小的箱子，来满足顾客要求。特别需要指出的是：对于上述情况，因为混合箱关联程度最大，故要最后卖出。采取如上方案，当顾客购买量不超过 49 箱时，就可以保证一定不会出现互开情形。若超过 49 箱，也可以将互开情形减至最低。

4 模型分析

该模型具有以下两个优点：

(1)算法新颖且简单，所编程序在 286 微机上运行时间小于 1 min；(2)可移植性强，易于推广，例如若齿的个数或高度改变，本算法稍加改动便可推广使用。

致谢：对指导教师仇计清副教授等表示感谢。

参 考 文 献

1 叶其孝. 大学生数学建模竞赛辅导材料. 湖南：湖南教育出版社，1993.

2 盛骤. 概率论与数理统计. 北京：高等教育出版社，1973.