交巡警服务平台的设置与调度

摘　　要

本文主要基于交巡警服务平台的原则和任务，使用深度优先搜索算法对交巡警服务平台设置与调度进行建模和求解，并给出了一些关键的优化搜索速度的方法。

首先，基于“就近处警”原则，使用图论中的最短路径算法给出管辖范围的分配方案。其中，6个节点不能在3分钟之内有交巡警到达，最大的到达时间是5.7min，平均到达时间1.10min。 全封锁模型本质上是一个组合优化问题，复杂程度属于中等水平，我们使用深度优先搜索算法和剪枝优化理论给出最优解。结果可靠性为 100%,程序运行时间为 4 秒钟。在增加工作台问题上，我们把出警时间作为主要因素，工作量的平均程度作为次要因素，构建规划模型并用深度优先搜索算法求解。

第二问，重点研究最佳围堵方案问题。使用时间圆坐标快速确定犯罪嫌疑人在任意时间所有可能存在的节点的集合，并给出邻接矩阵。 我们认为，该邻接矩阵的节点即为要封锁的点。最佳围堵方案即为，在犯罪嫌疑人到达邻接矩阵任一点之前警方完成全封锁工作。 如果给出封锁方案，则放大时间范围。使用分治算法的思想改进深搜算法并给出全封锁方案。

主要创新点:

1) 第一题第三小问，利用3σ原则确定了规划中时间数据的重要约束条件，即认为超出该区间的数据点视为孤立点，达到排除的目的。

2) 该问题复杂性属于中等水平，通过一些针对性的优化策略，深度优先算法可以在较短时间内给出可靠性为100%的结果。

3) 根据该问题的特殊情况，在求解全市围堵方案时，使用分治算法进行优化。

4) 通过构建时间圆，可以清晰而又简洁的描述犯罪嫌疑人所处的状态。

模型进一步扩展与提高:

由图 5 (见第 15页)可以发现，邻接矩阵中点的个数一直较少。并且在160-180之间存在一个极值点， 该点可以用最小的警力在较充裕的时间内完成较大范围的搜索。 该方案可以取代全城封锁作为最坏封锁方案。

关键词： floyd-Warshell ,深度优先搜索算法，剪枝优化，时间圆，邻接矩阵，分治算法，3σ原则

目录

1 问题重述 **3**

2 问题分析 **3**

2.1 问题背景介绍 3

2.2 问题一分析 3

2.2.1 管辖范围分配方案模型 3

2.2.2 全封锁方案的问题分析 4

2.2.3 第三问分析 5

2.3 问题二分析 6

2.3.1 第一问分析 6

2.3.2 第二问：最佳围堵方案的问题分析 6

3 模型的基本假设 **6**

4 符号说明 **7**

5 模型建立 **7**

5.1 管辖范围分配模型 7

5.1.1 仅考虑站点的管辖范围分配模型 7

5.1.2 道路区间的管辖范围分配模型 8

5.2 全封锁模型 9

5.3 最佳围堵方案模型建立 9

6 模型求解 **9**

6.1 问题一求解 9

6.1.1 第一问：管辖范围分配模型的求解 9

6.1.2 第二问求解 11

6.1.3 第三问求解 11

6.2 问题二求解 12

6.2.1 第一问求解 12

6.2.2 第二问求解 13

6.2.3 全市全封锁方案的求解 13

6.2.4 内层全封锁方案 14

7 模型评价 **14**

1 问题重述

为有效贯彻实施警察的四大职能，现需在市区设置交巡警服务平台。 每个交巡警服务平台的职能和警力配备基本相同，且警务资源有限。 试就某市设置交巡警服务平台的相关情况，建立数学模型分析研究下面的问题：

问题一：

1. 现要设置A区 20 个交巡警服务平台分配管辖范围，要求在出现突发事件时， 交巡警尽量能在 3 分钟内（警车的时速为 60 km/h）到达事发地。

2. 对于重大突发事件，给出该区警力合理的调度方案。 要求全区 20 个交巡警服务平台对进出该区的 13 条交通要道实现快速全封锁。

3. 为缓解现有交巡警服务平台的工作量不均衡和有些地方出警时间过长的实际情况，请在该区内再增加 2 至 5 个平台并确定具体个数和位置。

问题二：

1. 针对全市的具体情况，按照设置交巡警服务平台的原则和任务， 分析研究该市现有交巡警服务平台设置方案的合理性。如果有明显不合理，请给出解决方案。

2. 如果该市地点P（第 32 个节点）处发生了重大刑事案件， 在案发 3 分钟后接到报警，犯罪嫌疑人已驾车逃跑。为了快速搜捕嫌疑犯， 请给出调度全市交巡警服务平台警力资源的最佳围堵方案。

2 问题分析

2.1 问题背景介绍

交巡警是我国警种中的新兴队伍，采用交、巡警合一的警务模式。 现行的"交巡分"模式，"交警只管交通、巡警只管治安"存在较多警务矛盾， 也由此带来执法漏洞，并导致执法质量低下。 "交巡警合一，并不是将交警、巡警部门简单合并，而是要实现 '$1 + 1 > 2'$ 的效能。"

交巡警制度整合了警力资源，将刑事执法、治安管理、交通管理、服务群众四大职能有机融合的新型防控体系。

根据《110接处警规则》第三章，第21条，交巡警工作时实行"就近处警"原则。

2.2 问题一分析

2.2.1 管辖范围分配方案模型

本题重点研究交巡警服务平台管辖范围的分配问题，主要依据"就进出警"原则，使得尽量能在 3 分钟内有交巡警到达事发地。

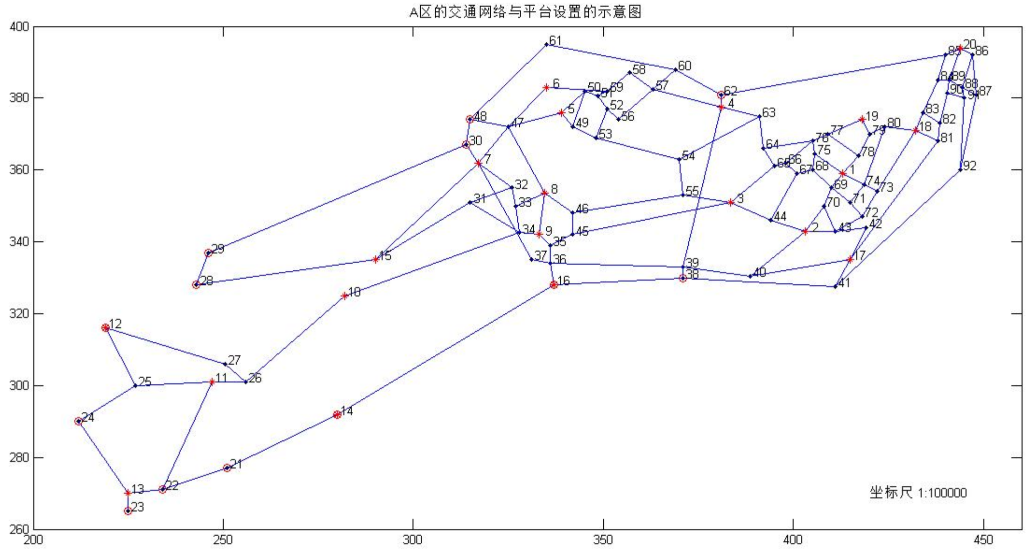

图 1: A 区的交通网络与平台设置的示意图

A 区的交通网络与平台设置如图 1所示，坐标尺 $1:100000$（即图上 $1mm$ 表示实际距离 $100m$）。初步考虑，首先可以尝试粗略地对A区进行划分，只要能满足 3 分钟内有交巡警到达事发地的条件，即可以把该路段划分在其相对应的服务平台内。经试验，被划分的路段共出现 3 种情况：

1. 路段区间只被一个平台管辖；

2. 路段区间被多个平台同时管辖；

3. 路段区间没有平台满足要求。

所以，此时需要再对此类部分路段再做划分，由此运算量会很大。为了减少运算时间，解决本题时，我们不从时间的角度出发，而是以路段为依据。以一个完整路段 S_iS_j 为例：

先找出距其两端点 S_iS_j 最近的两个服务平台 P_i、P_j，此时可以确定路段 S_iS_j 一定由 P_i、P_j 中的任意一个或两个平台分别管辖。设路段 S_iS_j 划分节点为 o，为了保证路段 S_iS_j 中的每一点都能被尽可能快地时间到达，需要建立模型找出 o 点位置，从而对路段 S_iS_j 进行划分。以此类推，按路段个数重复以上步骤，最终即可得各个路段的划分节点，找到各平台的服务范围。

2.2.2 全封锁方案的问题分析

对于重大突发事件，要求调度全区 20 个交警服务平台对 13 条交通要道实现快速全封锁。

我们以封锁完成时间最短为目标函数，13个点全部被封锁做为约束建立规划模型。

该模型的求解类似典型的组合优化问题的求解。 求解组合优化问题的方法很多，但没有一种方法均有自己的适用范围。 传统算法，比如 0-1 整数非线性规划，算法简单，实现难度较小， 但当问题规模较大时，求解时间过长，往往无法给出求解结果。人工智能方法，比如模拟退火、遗传算法，算法较为复杂，实现难度较大， 且仅能以一定的概率给出较优结果。 但当问题规模较大时，依然可以在较短时间内给出较优结果。 另外，深度搜索、分枝定界等方法，适合于处理中等规模的问题。

考虑到该问题的实际背景信息，对问题的准确性要求较高； 另外虽然该问题复杂度较高，但传统算法依然可以给出精确结果。 我们选用深度搜索算法进行求解。

2.2.3 第三问分析

已知现有交巡警服务平台的工作量不均衡及有些地方出警时间过长的问题， 现要求我们增加平台，降低某部分区域的工作量，致使服务台工作量能更均衡，出警时间减少。

首先，第一步我们要先明确工作量和出警时间的含义。 参考《中华人民共和国人民警察法》中的有关规定，做出合理假设：

已知出警为工作人员接到报案后,指派就近平台警员从平台出发赶到案发地;

平台出警时间：设 j 平台一天内总的出警次数的集为H_j； j 平台第 i 次出警所需时间为 $t_i\ (i \in H_j)$， 则该平台的出警时间为：

$$T_i = \max\{t_1, t_2, \cdots t_i,\ i\epsilon H_j\} \tag{2.1}$$

出警封锁时间：设 j 平台出警前往其所要封锁的路口 S_i 的时间为 E_{ji}， 其中，$j = 1 \cdots 20$； $i = 1 \cdots 92$。

工作量：设X_n是A区中第n个路口节点平均每天的案发数,其中$n = 1, 2, 3 \cdots 92$。S_{ji}是从j平台到i路口的距离（$j = 1, 2, 3 \cdots 20$;$i = 1, 2, 3 \cdots 92$）。 f_{ji}是交巡警从平台j前往路口i并返回的总返时间（$j = 1, 2, 3 \cdots 20$;$i\epsilon H_j$），

$$f_{ji} = 2 \times \frac{S_{ji}}{V}$$

（V为警车时速 $60\ km/h$），则工作量：

$$Lj = \sum_{i\epsilon H_j} X_i f_{ji} \tag{2.2}$$

然后，从现实角度出发，考虑警察出于保证人民财产安全方面， 在设置服务平台时，对于工作量均衡性与出警时间两方面的要求，优先考虑出警时间的长短。 使得A区在出现事件时，警察能保证以最快的时间到达。

由此，需要首先界定平台出警时间和出警封锁时间的值。 当时间满足在给定的范围内，则说明出警时间合理,人民安全有保障。 其次，出于经济的原则，由于警务资源有限,我们还需另界定增加平台的个数。 满足以上 3 个约束后，再来调整A区各平台工作量均衡问题。

为判断工作量的均衡度，我们需要找出一个指标。根据统计学的原理，利用离差可以表示工作量之间差距波动的程度。因此，建立模型：在满足以上约束的情况下，要求离差值最小，即可得出确定增加的平台个数及具体位置。

2.3 问题二分析

2.3.1 第一问分析

该问题要求根据服务平台的原则和任务，分析研究该市现有交巡警服务平台设置方案的合理性。首先判断方案合不合理，要先找出判断标准，本题即为服务平台的原则和任务。在此，我们假设原则包括：①交巡警出警时间尽量短；②各平台的工作量要尽量保持均衡。判断条件 1 : 当考虑平台出警时间时：若明显有路口节点与距其最近的平台之间距离远远超过3分钟，则说明存在不合理的现象。当考虑出警封锁时间时：若最优方案中的封锁时间过大，则也说明存在不合理的现象。

判断条件 2 时，若发现各平台之间的工作量明显存在差异性，则说明偏离平均值过大的平台附近区域也存在不合理现象。

2.3.2 第二问：最佳围堵方案的问题分析

我们对犯罪嫌疑人是充满理性的，即所追求的目标都是自身利益最大化。

我们认为一个优秀的封堵模型是，当犯罪嫌疑人选择不同的出逃方案，我们均能在较短时间内将犯罪嫌疑人封锁在最小区域内。

犯罪嫌疑人可能采用的三种最基本的逃离方案是：

- 以最短的时间出城。
- 先逃离最小的封锁圈（在本问题中，先逃离A区），然后以最短时间出城。
- 选择警方的封锁盲区作为逃离路线。

为了建立一个普适的模型，我们以案发地点 P 为圆心，其他各点到 P 的最短时间为半径做时间圆。则在案件发生后的 N 时刻，犯罪嫌疑人可能到达半径为 N 的时间圆（圆面，而不是圆的边界）内任意一点。

我们定义一个邻接矩阵，即半径为 N 的时间圆内的各点可直达的点的集合。

我们的全封锁模型即为，当犯罪嫌疑人位于半径为 N 的时间圆内时，调用全市服务平台全封锁 N 的邻接矩阵。

3 模型的基本假设

1. 每个服务平台的车辆足够调配（即可以不考虑各个服务平台的承受能力）。
2. 每条路的路况相同，交巡警在路段执行任务时难度一样。

3. 警车能顺利通过各条与之有通路的路段。

4. 一个服务平台有足够能力封锁一个路口。

5. 出现报案情况时，均有警察在服务平台里待命。

6. 犯人驾车逃跑速度和警车时速相等。

4 符号说明

符号	符号说明
S_i	第i个节点
P_i	第i个服务平台

5 模型建立

5.1 管辖范围分配模型

由问题分析（见第 2 页）可知， 不存在一种管辖方案使得任意一点都能在 3 分钟内有交警到达。 我们依据最近出警原则分配管辖范围。

管辖范围包括节点及道路区间（一个服务平台可以负责一条道路全部或者部分区间）。

5.1.1 仅考虑站点的管辖范围分配模型

对于节点问题,只需找出距离节点 S_i 最近的服务平台 P_j 即可, 该问题属于典型的图论最短路问题，我们使用 floyd 算法建立并求解模型。

根据附件 2 给出的通路节点和路线数据，可以生成图的邻接矩阵 A_0，

$$A_0 = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

来存各边长度。其中：

$a_{ii} = 0 \qquad i = 1, 2, \ldots, n;$

$a_{ij} = \infty \qquad i, j$ 之间没有直达道路，在程序中以各边都不可能达到的充分大的数代替；

$a_{ij} = \omega_{ij} \qquad \omega_{ij}$ 是 i, j 之间边的长度，$i, j = 1, 2, ..., n$。

对于无向图，A_0 是对称矩阵，$a_{ij} = a_{ji}$。

Floyd 算法的基本思想是：递推产生一个矩阵序列 $A_0, A_1, ..., A_k, ..., A_n$， 其中 $A_k(i, j)$ 表示从顶点 v_i 到顶点 v_j 的路径上所经过的顶点序号不大于的最短路径长度。

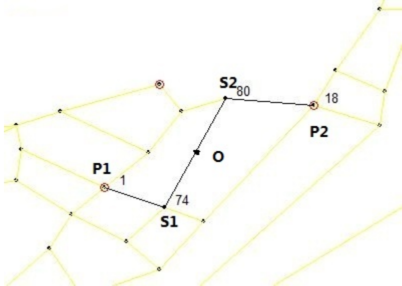

图 2: 路段 S_1S_2 由两个服务平台 $P_1, P2$ 管辖示意图

计算时用迭代公式：

$$A_k(i,j) = \min(A_{k-1}(i,j), A_{k-1}(i,k), A_{k,j}) \ldots$$

k是迭代次数，$i, j, k = 1, 2, ..., n$。

最后，当 $k = n$ 时，A_n 即是各顶点之间的最短通路值。

5.1.2 道路区间的管辖范围分配模型

对于道路上的每一点，我们依然遵循最近出警原则。 则道路的管辖范围有且只有以下两种情况：

1). 道路 L_i 的全部区间由两个服务平台 P_j 管辖。

以一条完整路段 S_1S_2（如图 2）为例进行分析， 在路段 S_1S_2上确定一个临界点 O，使得

$$L_1 + x = L_3 + L_2 - x \tag{5.1}$$

其中 $L_1 = |P_1S_1|$, $L_2 = |S_1S_2|$, $L_3 = |S_2P_2|$, $x = |S_1O|$, 同时需要满足约束条件

$$0 \leq x \leq L_3. \tag{5.2}$$

求解(5.1)式得：

$$x = \frac{1}{2}(L_3 + L_2 - L_1), \quad 0 \leq x \leq L_3. \tag{5.3}$$

2) 道路 L_i 的全部区间由一个服务平台 P_j 管辖。

即：临界点 O 与线段 S_1S_2 的端点 S_1 或 S_2 重合。 上述两种情况可以用一个模型描述：

$$min : \mid L_1 + x - (L_3 + L_2 - x) \mid \tag{5.4}$$

其中,边界条件：

当$|L_3| > |L_1 + L_2|$ 或 $|L_3| = |L_1 + L_2|$时，点O与点S_2重合。

当$|L_1| > |L_2 + L_3|$ 或 $|L_1| = |L_2 + L_3|$时，点O与点S_1重合时。

5.2 全封锁模型

该题的本质是一个组合优化问题。

一个调度方案可看成对正数集合 $C\{c_1, c_2, c_3 \cdots c_m\}$ 的一个分划 $\{\omega_1, \omega_2, \cdots \omega_i\}$;

$$\begin{cases} C = \bigcup\limits_{i \epsilon Q} \omega_i & \text{Q是所有方案的集合;} \\ \omega_i \bigcap \omega_j = \emptyset, & i \neq j; \\ \omega_i = max\{b1, b_2, \cdots b_{13}\}; & \end{cases} \tag{5.5}$$

因此，$C = \min\{\omega_i\}$;

5.3 最佳围堵方案模型建立

我们采用两层封锁模式，分别是

- 计算调用全市的服务平台对全市的出去口进行全封锁，作为最坏封锁方案。
- 根据时间圆计算最小全封锁方案，一旦封锁失败，或代价高于全市封锁，则执行全市封锁。

6 模型求解

6.1 问题一求解

6.1.1 第一问：管辖范围分配模型的求解

使用 matlab 求解得:

P序号	s序号	完整路径标号	部分路径$(S_i, S_j, 0S_i)$
	1 67	1 2 102 103	(64 76 -1.276860)(66 67 -2.576484)(66 76 -2.576484)
1	71 73 74	104 106 107	(67 44 4.628819)(69 70 5.188528)(71 72 5.508684)
	75 76 78	111 113 115	(72 73 -2.443963)(73 18 5.803926)(74 80 5.407674)
	68 69	117	(76 77 4.371681)(78 79 5.095288)(77 78 -1.385917)
	2 39 40	3 60 61	(4 39 3.563927)(17 40 -2.897709)(36 39 1.269594)
2	43 44	65 66	(38 39 1.984419)(42 43 -3.390152)(44 3 6.233404)
	70 72	108 109	(67 44 -2.364352)(69 70 -1.804643)(71 72 -1.484487)
			(72 73 6.161843)
	3 54	5 83	(3 45 5.886904)(44 3 -5.070434)(46 55 0.366253)
3	65 66	85	(64 65 -1.276860)(66 67 4.416687)(66 76 4.416687)
	55	98	(54 63 3.319052)(53 54 3.044883)

4	4 57 62 63 60 64	7 88 91 93 89 95	(4 39 0.479458)(54 63 -1.048166)(56 57 5.817280) (62 85 0.646974)(64 65 3.383930)(64 76 3.383930) (57 58 -0.454619)(61 60 8.572428)
5	5 49 50 51 52 53 56 58 59	8 9 75 76 77 78 79 80 81 90	(6 59 9.094485)(47 5 6.835783)(53 54 1.506355) (56 57 0.012622)(57 58 6.366158)
6	6		(6 59 -1.364061)(47 6 6.835783)
7	7 30 32 47 48 61	11 12 71 74 44 45	(8 47 1.761334)(15 7 6.517814)(29 30 10.357274) (31 32 3.573298)(32 33 3.113992)(37 7 1.700328) (47 6 0.342296)(47 5 0.342296)(61 60 0.681513)
8	33 46 8	50 69	(8 9 3.377406)(8 47 3.377406)(32 33 3.362298) (33 34 3.791230)(45 46 -0.177073)(46 55 3.842433)
9	34 35 9 45 31	51 52 15 47	(3 45 -5.886904)(8 9 1.761334)(10 34 3.907031) (15 31 6.517814)(31 32 3.823972)(33 34 2.175158) (36 35 1.269594)(45 46 4.423542)
10	10		(10 34 6.858653)(26 10 5.676211)
11	11 26 27	18 38	(11 22 9.077833)(25 11 7.127460)(26 10 8.627833) (27 12 8.999485)
12	12 25	19	(24 25 8.028848)(25 11 10.079082)(27 12 6.047863)
13	13 21 22 23 24	32 33 34 35	(11 22 6.126211)(14 21 5.146477)(24 25 10.980470)
14	14		(14 21 7.620750)(16 14 1.775646)
15	15 28 29	41 42	(15 7 3.847621)(15 31 3.847621)(29 30 5.274648)
16	16 36 37 38	24 54 55	(16 14 4.249920)(36 35 4.147695)(36 39 4.147695) (37 7 4.226864)(38 39 4.109420)(38 41 4.109420)
17	17 41 42	26 62	(17 40 7.600474)(17 81 7.600474)(38 41 1.984419) (41 92 8.025474)(42 43 7.108031)
18	18 80 81 82 83	28 29 123 124 125	(17 81 -2.897709)(73 18 -1.279821)(74 80 -0.897292) (79 80 -0.669868)(82 90 6.477732)(83 84 6.207316)
19	19 77 79	30 120	(76 77 -1.609524)(77 78 4.595288)(78 79 -0.885917) (79 80 5.311338)
20	20 84 85 86 87 91 92 88 89 90	131 132 133 31 128 129 130 134 135 136 137 138 139 140	(41 92 -2.472709) (62 85 3.746412) (83 84 0.226110)

6.1.2 第二问求解

在本题中，使用 matlab 进行深度优先搜索，算法描述如下：

第一步：初始化一个时间变量 t（t值足够大，保证一定大于最优方案的封锁时间），令其作为判断某个方案是否为当前最优方案的标准。当方案中的封锁时间大于给出的 t 值时，则排除该方案； 否则令 t 等于该方案的封锁时间，继续作为以后搜索到的方案的判断标准。 其中 t 值初始值的优化算法见第 3 步。

第二步：分枝、定界、探查。

已知分枝规则：每一个节点，即每个路口，都要对应一个警务平台。 从 S_1 开始，与之对应的服务平台有 20 种可能。 以 P_1 为例，当 S_1 与 P_1 结合时， 首先先判定其封锁时间，若小于初始值 t，则继续向下分枝并令t等于其封锁时间， 作为新的判断标准继续判断 S_2 的分枝情况。 若S_1P_1结合的封锁时间大于初始值 t，则停止该枝节，不再进行该分枝向下层的搜索，重新判断 S_1 与 P_2 结合的情况。 以此类推，利用$MATLAB$来实现这种带有剪枝优化的深度优先搜索，便可得出封锁时间最短的方案，即服务平台警力最优方案。

优化一：t值初始值优化。

为了减少运算时间，我们选取一个尽量接近最优组合的方案的时间t作为初始值。

优化二：搜索顺序的优化。

分析可知，不满足搜索条件的点出现越早，即距离父节点的距离最近，它以及以下的分枝越容易先被舍弃，从而大大降低算法的时间复杂度。 故我们可以对搜索顺序进行适当优化。

优化三：搜索前先删除部分不可行解 在遍历整颗搜索数前，先删除一些明显不可行的解，这样也可以大大提升程序的执行效率。

s点序号	29	12	14	28	38	24	22
P点序号	7	10	16	15	2	12	11
时间（min）	8.015	7.586	6.741	4.751	3.982	3.591	3.269
s点序号	21	30	16	23	48	62	
P点序号	14	8	9	13	5	4	
时间（min）	3.264	3.06	1.532	0.5	2.476	0.35	

6.1.3 第三问求解

利用 MATLAB 解决本题的规划模型，使用深度优先搜索的算法来进行求解。建立一颗搜索树，利用各平台到其所管辖的路口的时间的限值作为约束， 以此来确定可行解，并在搜索过程中及时将不符合该限值的子树剪去；将所有平台工作量的离差平方和最小作为目标，每次达到可行解后更新这个最小值。这样， 我们会以较高的时间效率遍历完整棵树，进而得到本题规划的结果。

结果如下：

增加的平台个数	增加的平台
2	28 36
3	28 39 86
4	28 39 60 86
5	29 39 30 60 86

当增加平台个数为4时，序号为60的新增平台的工作量低于所有平台的平均工作量。故增加平台个数为 3 时为本题最优解。

即，需要在该区内再增加3个平台，位置分别为28，39，86.

出警封锁时间：设j平台出警前往其所要封锁的路口S_i的时间为E_{ji}， 其中，$j = 1 \cdots 20$；$i = 1 \cdots 92$。

工作量：设X_n是A区中第n个路口节点平均每天的案发数,其中$n = 1, 2, 3 \cdots 92$。S_{ji}是从j平台到i路口的距离（$j = 1, 2, 3 \cdots 20$;$i = 1, 2, 3 \cdots 92$）。 f_{ji}是交巡警从平台j前往路口i并返回的总返时间（$j = 1, 2, 3 \cdots 20$;$i \epsilon H_j$），

$$f_{ji} = 2 \times \frac{S_{ji}}{V}$$

（V为警车时速 60 km/h），则工作量：

$$Lj = \sum_{i \epsilon H_j} X_i f_{ji} \tag{6.1}$$

然后，从现实角度出发，考虑警察出于保证人民财产安全方面， 在设置服务平台时，对于工作量均衡性与出警时间两方面的要求，优先考虑出警时间的长短。 使得A区在出现事件时，警察能保证以最快的时间到达。

由此，需要首先界定平台出警时间和出警封锁时间的值。 当时间满足在给定的范围内，则说明出警时间合理,人民安全有保障。 其次，出于经济的原则，由于警务资源有限,我们还需另界定增加平台的个数。 满足以上 3 个约束后，再来调整A区各平台工作量均衡问题。

为判断工作量的均衡度，我们需要找出一个指标。 根据统计学的原理，利用离差可以表示工作量之间差距波动的程度。 因此，建立模型：在满足以上约束的情况下，要求离差值最小， 即可得出确定增加的平台个数及具体位置。

6.2 问题二求解

6.2.1 第一问求解

问题要求根据服务平台的原则和任务，

分析研究该市现有交巡警服务平台设置方案的合理性。 首先判断方案合不合理，要先找出判断标准，本题即为服务平台的原则和任务。 在此，我们假设原则包括：①交巡警出警时间尽量短；②各平台的工作量要尽量保持均衡。 判断条件 1：当考虑平台出警时间时：若明显有路口节点与距其最近的平台之间距离远远超过3分钟， 则说明存

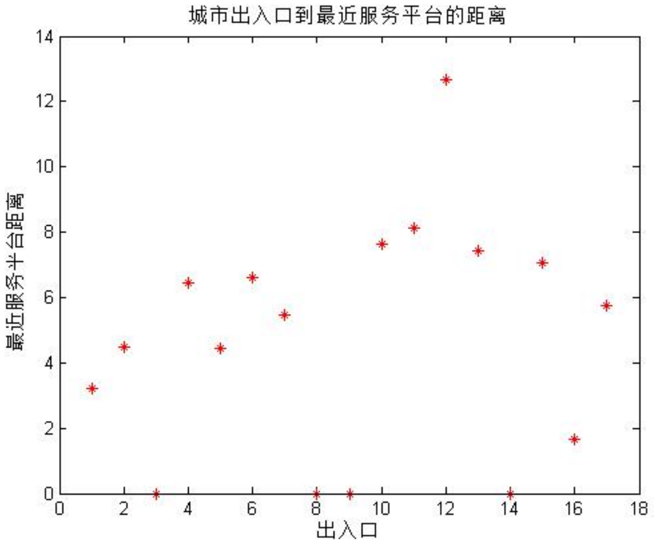

图 3: 各公共服务点距离进出口最近时间距离

在不合理的现象。 当考虑出警封锁时间时：若最优方案中的封锁时间过大，则也说明存在不合理的现象。

判断条件 2 时，若发现各平台之间的工作量明显存在差异性， 则说明偏离平均值过大的平台附近区域也存在不合理现象。

6.2.2 第二问求解

已知某地发生重大刑事案件， 3 分钟后接到报警，要求设计一个最佳的围堵方案。

本题类似于问题一中的第二小问，只要能确定出需要封锁的节点， 以及可以调度的服务平台个数，利用分枝定界法，即可给出最佳的围堵方案。 由题可知，可以调度的服务平台个数为整个市区的警力资源， 因此，现只需确定封锁节点。

首先找出据报案时间t时，逃犯能够到达的活动范围。 然后可知警察封锁的节点必须能把逃犯的活动范围全部包围住。 根据其活动范围，找出邻接路口。当把它定为封锁节点时，可以满足t最小。 然后再设定其他相关约束，便可求出t最小时的封锁节点。利用分枝定界法，最终得出最佳围堵方案。

6.2.3 全市全封锁方案的求解

该模型与问题一中 A 的全封锁模型相同，只是数据规模增大。 若不进行优化，则难以在有效时间内求解出有效值。

由图3 可以看出，存在一个点（索引为 12）的封锁时间远远高于其他点， 严重影响了深度搜索算法的收敛速度。

我们使用分治算法进行对求解过程进行优化，即： 将最短封锁时间远远高于平均值的点分为一组，在每一组内分别是用深度搜索算法进行求解，然后组间进行组合优化以得到最优解。 针对全市搜索模型，只有一个点（编号387）的最短封锁时间方差较

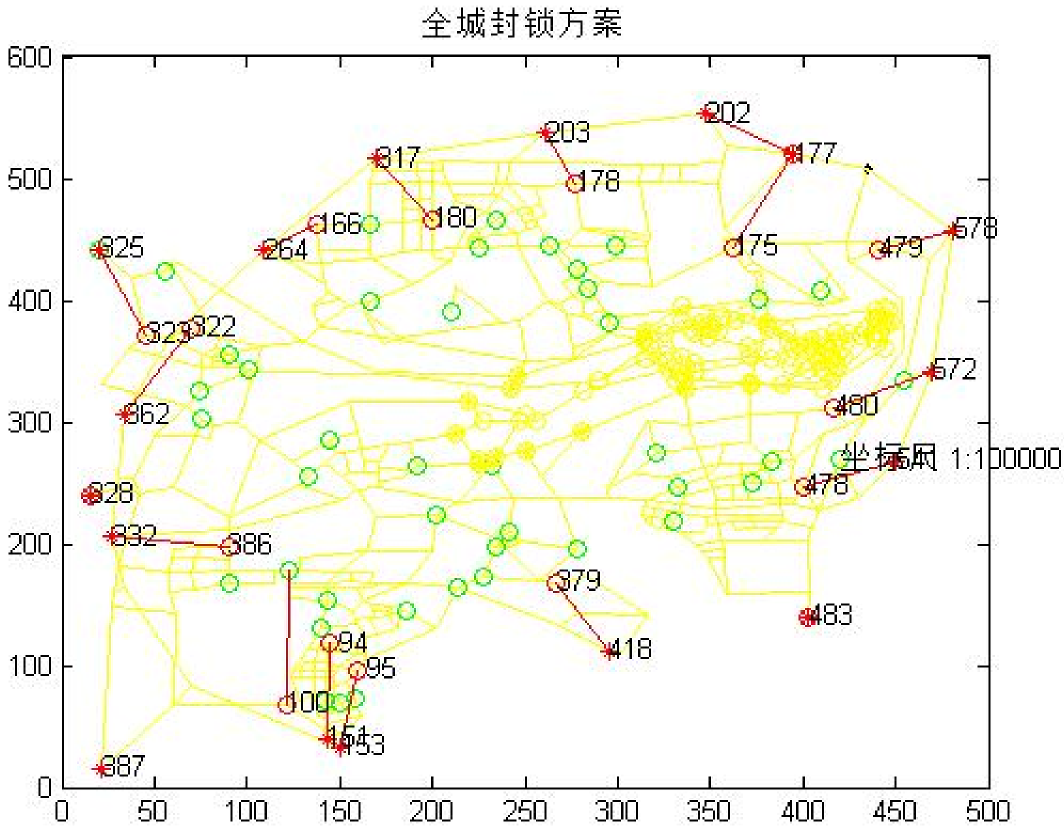

图 4: 全城封锁方案示意图

大，故将此点作为一组，剩下点作为第二组。 进行该优化方案后，代码运行时间提高至约 0.6 秒（进行 10 次测试，数据均在0.6秒左右浮动）。

封锁方案是:

94	95	175	177	178	166	180	323	328	386	322	379	483	478	480	479	151
151	153	177	202	203	264	317	325	328	332	362	418	483	541	572	578	387

6.2.4 内层全封锁方案

邻接矩阵中点的个数随时间变化规律如图5， 由图可以发现，邻接矩阵中点的个数一直较少。且，在160-180之间存在一个极值点， 该点可以用最小的警力在较充裕的时间内完成较大范围的搜索。 该方案可以取代全城封锁作为最坏封锁方案。

7 模型评价

优点:

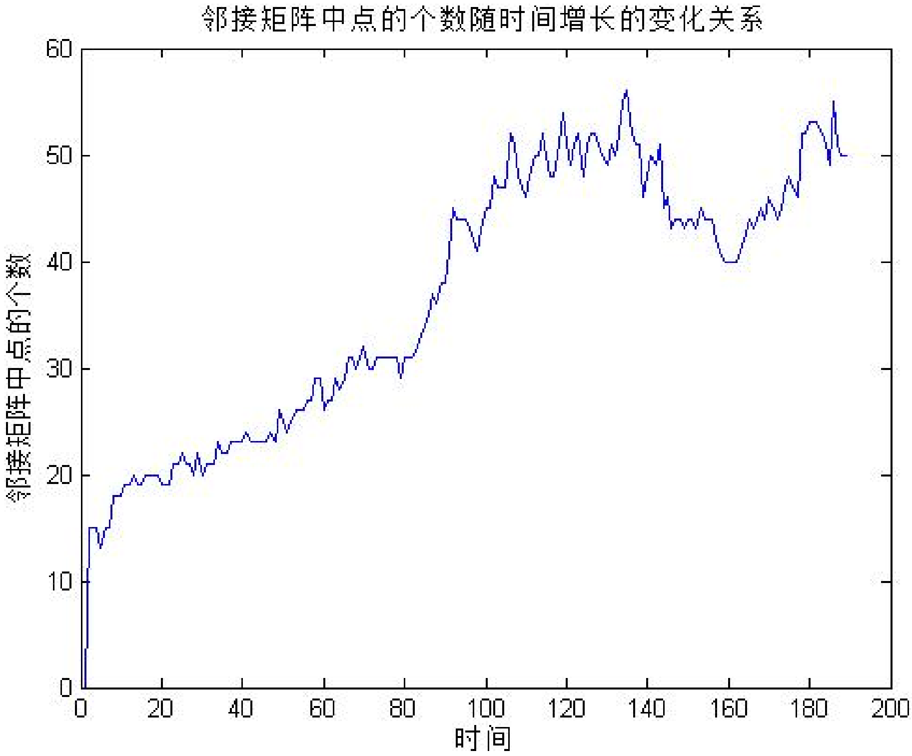

图 5: 邻接矩阵中点的个数随时间变化规律

1. 将各平台管辖范围具体划分到各个路段上明确的分界点，涵盖了A城区所有路段的范围。

2. 运用了分枝定界法，相比与组合优化算法中的传统算法，大大节省了数据运算的时间，使得模型的实现具有可行性。 同时也比人工智能法得到的搜索结果更准确。

3. 合理假设出警时间的定义，保留了各平台最大的出警时间。 因为封锁时间是一个方案中的最大出警时间，其大小直接影响逮捕犯人的成功率。 因此，保留了此种影响的数据，并对其最合理的调整，使得模型建立更具有现实意义。

4. 分别从经济，能否保证人民安全，交巡警工作分配是否均衡等方面全面考虑， 并且绕过多目标规划模型，建立了一个更加简单，合理的优化模型，易于理解，数据处理简便。

缺点:

1. 模型虽然考虑了很多因素，但出于建立模型的可实现性，理想化了许多因素， 具有一定的局限性，得到的最优方案可能与实际有一定的出入。

2. 附录中给出的全市六城区的面积及人口数量的数据没有充分利用， 可能导致模型求解的最终结果与真实值存在一定差距。

参考文献

1) 汪祖柱 ，程家兴 求解组合优化问题的一种方法一分枝定界法 ，安徽大学学报(自然科学版), 第28卷 第1期, 10-11页,2004,