

110 警车配置及巡逻方案

林阳斌, 陈碧黎, 苏圳泷

(厦门大学 信息科学与技术学院, 福建 厦门 361005)

摘 要: 针对 110 警车调度问题, 引入了图论中的最短路算法以及计算几何的相关理论, 建立了车辆调配模型、巡逻路线模型以及基于模糊数学的评价指标模型. 另外, 用 C++ 编写了一个可视化的软件, 不仅实现了手动描点, 自动求出覆盖线段集合的功能, 同时利用计算机模拟警车的巡逻路线, 最后通过计算机检验得到结果, 其合理性和实用性都令人满意. 针对问题一, 通过人机结合, 配置 17 辆警车就能实现 D1 的目标, 很好地兼顾了警车巡逻的运行成本, 减少公安部门车辆和人员等的投入. 针对问题二, 采用模糊数学相关理论使评价指标实现了从定性到定量的转变. 针对问题三和六, 在 D1 的基础上, 兼顾了巡逻效果的显著性, 采用最少被巡逻道路优先的贪心算法建立了动态巡逻模型, 得到了合理的巡逻方案. 在此方案中, 我们动用了 30 辆警车完成了问题一的目标. 另外还额外考虑了案发事件概率不均匀分布的情况, 建立了改进模型. 针对问题四, 在完成问题三指标的基础上, 为了尽可能提高巡逻车辆的隐蔽性和增强巡逻效果, 采用轮盘赌算法来引入随机性. 针对问题五, 采用最远距离道路优先贪心策略, 使模型尽可能满足条件 D1, D2. 针对问题七, 提出了一些额外因素及其解决方案, 进一步完善了模型, 使模型更贴近现实.

关键词: 车辆调度; 计算几何; 模糊数学; 贪心算法

1 问题的条件和假设

- 1) 重点区域不一定在道路上, 而非重点区域的事发现场都在道路上;
- 2) 相邻两个交叉路口之间的道路视为直线;
- 3) 110 警车在巡逻和接警后的行驶过程中均保持匀速行驶;
- 4) 接警后警车出行路线的路面状况是通畅的;
- 5) 110 警车的出行道路均是双行道, 事件发生等概率分布在每个点上;
- 6) 在同一时间内, 若发生两起以上事故, 其发生的地点相距较远;
- 7) 当警车接到任务后, 将根据 GPS 卫星定位系统选择最近路线前往案发现场;

2 符号约定和名词解释

$Dis(a, b)$: 点 a 与点 b 之间的欧式距离;

$R_{\min}(a, b)$: 道路上任意两点 a 和 b 的最短距离;

$CS(p, L)$: 距离点 p 小于 L 的线段集合;

收稿日期: 2010-05-12

$A(p)$: 点 p 事件响应时间, 表示地点发生事件报警后, 警车到达现场所用的时间;

$B(p)$: 点 p 事件响应能力值;

3 问题一建模

3.1 问题分析

我们的主要任务是将配置有 GPS 卫星定位系统及先进通讯设备的 110 警车合理的分配到该城市中, 使得当案件发生时, 巡逻的警车能及时赶到案发现场并进行处理; 在该前提下, 求出满足条件所需要的最少警车数。

对于重点区域, 要求必须在 2 分钟内到达, 因此我们可以考虑一个距离重点位置路程为 2 分钟的点的集合: 为了描述方便, 我们定义覆盖点集合 $CS(p_i, L)$, 它的形式化的定义如下: $CS(p_i, L) = \{q_j \mid R_{\min}(p_i, q_j) \leq L\}$: 现在要满足到达重点位置 p_i 的时间不超过 2 分钟, 只需令 $L = v * t = 1.333\text{km}$, 然后任选 $CS(p_i, L)$ 中的一个点作为警车的初始固定点, 这样就能保证在 2 分钟内到达重点位置。

对于非重点位置, 需要 90% 以上的概率到达事发现场; 由于已经固定了警车的初始位置, 因而对于每个初始位置 p_i , 计算 $\bigcup_i (CS(p_i, L))$, 其中 $L=2\text{km}$, 即接警后 3 分钟内警车可以行驶的路程。如果地图上 90% 的点都在 $\bigcup_i (CS(p_i, L))$ 内, 则说明该方案满足条件。现在要使得警车尽量少, 即要令每辆警车的 $CS(p_i, L)$ 尽可能大, 而交集尽可能的少。因此, 把每辆巡逻警车的 $CS(p_i, L)$ 划为自己的管辖区, 让每辆警车在固定位置静止候命。这样能比运动巡逻更好地控制管辖区, 保证在管辖区内均能及时到达事件现场。由于已假设同时发生两起事件的概率非常小, 并且如果同时发生, 它们相隔的距离较远, 即可认为它们不在同一个警车的管辖区域内, 不会影响两个管辖区域的警车调度。同时为了满足下一次事件发生时能以相同的概率处理事件, 假定警车处理完该区域案件后立即返回原来的固定点 p_i 。

3.2 模型建立与模型求解

3.2.1 模型建立

定义 L_{sum} 为城市道路总长度, n 为目标车辆数, 建立模型如下:

条件

$$\frac{\sum_{i=1}^n \|CS(p_i, L)\|}{L_{\Sigma}} \geq 90\% \quad (*)$$

目标函数: $\min\{n \mid n \text{ 满足条件} (*)\}$

在 vs2008 平台下采用 C++ 语言编写了一个可以自动求出 $CS(p_i, L)$ 的程序, 用户能够根据鼠标点击城市的坐标来自动计算出该点 (即警车) 的覆盖点集合 $CS(p_i, L)$ 并将覆盖区域以可视化形式描绘出来, 再采用人工方法选取警车的位置, 程序还提供了统计 $\bigcup_i (CS(p_i, L))$ 的长度与地图道路总长度的比值 F , 如果 F 大于等于 90%, 则说明警车可以在指定分钟内到达地图 90% 的区域, 也就是能及时处理案件的概率大于 90%。程序应用到 FLOYD 算法、最短路算法和计算几何中的相关算法 [1]。

3.2.2 模型求解

利用前面程序, 采用人机结合的方式, 可以很容易地计算出重点位置的 $CS(p, L)$ 。经过多

次实验,得到达到覆盖率为 90% 的最少警车数为 17 辆. 如图 1 所示. 因此, 我们可以根据左边白色框的位置, 给出这 17 辆车的分布位置, 由于这一问中我们假设警车是静止的, 所以我们只要给每个位置调派一辆警车即可. 具体的位置坐标如表 1 所示.

表 1 问题一解答结果

序号	X 坐标	Y 坐标	序号	X 坐标	Y 坐标	序号	X 坐标	Y 坐标
1	4511.90	5503.35	2	9178.13	5256.85	3	7442.06	1298.40
4	2141.98	7077.43	5	5624.37	7255.01	6	8064.41	7139.90
7	11576.64	7188.86	8	14418.01	6840.02	9	6646.80	3878.41
10	10177.51	2629.66	11	13158.28	3734.89	12	11931.65	196.28
13	3822.60	359.13	14	485.36	2102.13	15	2094.17	4266.05
16	4383.14	2928.14	17	6033.26	1896.52			

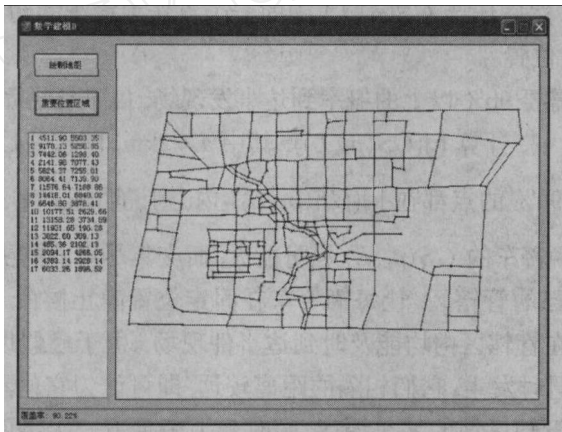


图 1 巡逻所需最少车辆的情况, 左边为警车守候地点坐标, 左下角显示覆盖率为 90.22%, 超过 90%.

4 问题二建模

4.1 模型分析与建立

问题二的主要任务是给出评价巡逻效果显著程度的有关指标, 这里采用模糊数学模型来完成 [2]. 在模糊数学模型中, 隶属函数的选择非常重要, 本问中, 将寻找各个指标的隶属度函数, 从而建立评价巡逻效果显著程度的模糊数学模型. 经过整体分析, 认为影响巡逻效果显著程度的主要因素包括以下 5 点:

1) 事件响应能力 (B), 表示当事件发生报警后能否在指定时间内到达指定区域的能力. 对于重点区域, 如果发生事件后警车无法在 2 分钟内到达, 则认为该方案的总体指标值 S 为 0, 无需再计算其他的指标, 而对于在 2 分钟内到达的情况则计算非重点区域的事件响应能力如下, 构造函数:

$$B(A_2(p)) = \begin{cases} 1 & A_2(p) \leq 3; \\ 0 & A_2(p) > 3 \end{cases}$$

其中, $A_2(p)$ 表示非重点区域中点 p 的事件响应时间; B_2 表示非重点区域中点 p 的事件响应

能力值. 考虑用如下形式的隶属函数来表示事件响应能力:

$$B_2 = \frac{\sum_{i=1}^n B(A_2(p_i))}{n}$$

当 n 足够大时, B_2 可以较准确的反映出巡逻警车对任意发生的事件的平均响应能力.

2) 事件响应时间 (A), 表示当事件发生后, 警车到达现场所用的时间; 由于本问题有分重点区域和非重点区域, 分别用 $A_1(p)$ 和 $A_2(p)$ 来表示点 p 的事件响应时间. 对于重点区域, 计算第 x 套方案 3 个重点区域的平均事件响应时间 $EA_1(x)$:

$$EA_1(x) = \frac{A_1(p_1) + A_1(p_2) + A_1(p_3)}{3}$$

对于非重点区域任意 n 个点, 计算每个点若发生事件所需响应时间, 然后计算巡逻方案 x 在非重点区域内平均事件响应时间 $EA_2(x)$:

$$EA_2(x) = \frac{\sum_{p=1}^n A_2(p)}{n}$$

为了使计算所得的平均时间能够尽量反映总体响应时间, 可以把 n 设为足够大.

根据 $EA_1(x)$ 和 $EA_2(x)$ 的值, 我们可以选择适当的隶属函数来对响应时间做一些适当的定量分析. 当警车能在 $0 \sim 1$ 分钟内到达, 其效果是非常好的, 基本可以认为相差不大, 这个区间段的指标值变化较平稳; 当警车在 $1 \sim 3$ 分钟内到达, 这段时间比较宝贵, 往往对犯罪事件遏制起到至关重要的作用, 当警车在大于 3 分钟之后到达, 基本可认为错过了最佳接处警时间, 对事件处理及时性的影响差别不大. 因此可以构造事件响应时间评价值的隶属函数: $SA = e^{-(EA)^2/6}$. 另外, 由于城市的犯罪事件发生概率分布不一致, 因此我们认为不同区域对总体的指标值贡献的程度是不一样的, 给它们赋予不同的权重, 重点区域是犯罪事件发生比较密集的地方, 根据历史经验, 我们假定重点区域权值 u_1 为 0.7, 非重点区域 u_2 为 0.3, U 表示区域权值向量: $U = (u_1, u_2) = (0.7, 0.3)$; 因此, 平均的事件响应时间 \overline{SA} 为:

$$\overline{SA} = U * (SA_1, SA_2)^T = (u_1, u_2) * (SA_1, SA_2)^T$$

3) 蔽性 (H), 表示 110 警车巡逻方案的隐蔽程度. 如果警车的巡逻路线越无规律, 则其隐蔽性越好. 因此定义一个街道的访问序列, 该序列是采集警车在执勤期间任意 4 小时内、时间间隔为 1 分钟时所处的街道标号. 另外若警车在连续的两个时间单位内处于相同的街道, 则只选择一个, 如警车 1 在前 5 分钟内所处的街道编号如表 2 所示.

表 2

时间 (分钟)	1	2	3	4	5
街道编号	1	2	2	1	3

最终获得街道的访问序列为 1213, 可以根据这个街道序列的周期性来体现隐蔽性. 比如: 1213 无周期性, 而街道序列 12341234123 可以认为具有周期性, 因为它具有周期序列 1234 (末尾的序列 123 由于与开头相同, 因此被认为也属于周期序列中). 因此根据街道序列的周期性来衡量隐蔽性这一个指标值. 由于周期性越大表示重复度越高, 隐蔽性就越弱. 采用隶属函数: $H = 1 - \frac{cl}{l}$ 来表示, 其中 cl 为周期序列的长度, l 为序列总长度; 其中, 周期序列的计算方法采用 KMP 算法.

4) 震慑性 (Z), 表示 110 警车的配置和巡逻方案对整个区域起到震慑作用, 达到降低犯罪率的效果. 震慑性可以通过所有警车巡逻覆盖的街道长度 (重复经过不再次计入, 记做 h) 占总街道长度 L 的比例来衡量, 因此构造隶属函数: $Z = \frac{h}{L}$.

5) 经济效益 (M), 表示某种巡逻方案产生的费用对巡逻系统经济性的影响, 由于每辆警车都是以巡逻速度在不断行驶, 所以油费开销、车辆折旧以及人力资源等费用可以用警车数量来直接衡量, 因此对于经济开销, 我们只简单考虑警车的车辆数. 我们假定该城市能动用的警车数最多为 50 辆, 一旦超过 50 辆, 产生的经济效益为 0, 因此, 我们定义一个简单的线性隶属函数来衡量经济效益 M :

$$M = \begin{cases} -\frac{N}{50} + 1 & 0 \leq N \leq 50 (N \in \mathbb{N}_+) \\ 0 & N > 50 (N \in \mathbb{N}_+) \end{cases}$$

到此, 可以根据隶属函数计算每个方案对应于考虑因素的不同隶属度. 对于每个方案, 定义一个隶属度向量 G , 表示方法如下: $G = (b, a, h, z, m)$, 由于每个指标对于评价巡逻方案的重要性不一样, 为此引入权重系数一列来表示每个指标在巡逻方案中的重要性. 根据历史和专家经验, 得到权重向量为:

$$C = (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5) = (0.25, 0.3, 0.1, 0.25, 0.1)$$

利用隶属度向量和权重向量, 我们就可以求评价向量:

$$S = C * G^T = (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5) * (b, a, h, z, m)^T$$

5 问题三建模

5.1 模型分析、建立与求解

第一问仅仅考虑使用最少的警车满足条件 D1, 因此让每辆警车都各自固定在某一个点上, 并将该点的覆盖线段集合作为该警车的管辖区域, 以保证在规定时间内到达其管辖区的任何点. 但静止等候的策略虽然理论上能保证办案效率, 却无法体现巡逻警示效果等弊端. 现考虑在保证 D1 的基础上, 使巡逻效果更显著的方案. 通过上面分析, 让警车以平均巡逻速度巡逻街道的同时, 又要加强巡逻效率, 因此问题转化为制定合理的巡逻路线以求达到最优的巡逻效果. 为了制定好的巡逻方案, 我们由划分区域着手, 根据整个城市的道路特征、交叉点密集程度等因素来对城市划分区域, 划分结果如图 2:

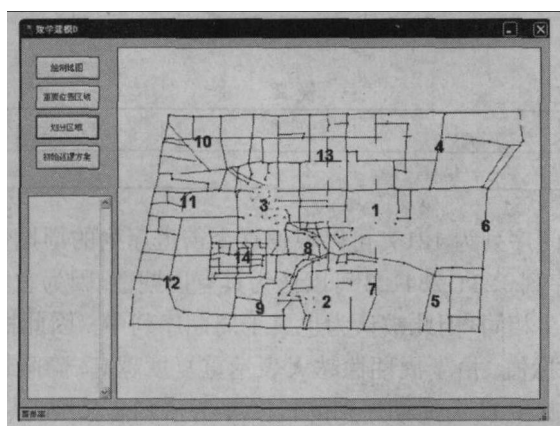


图 2 区域划分图说明: 每个区域块用颜色区分开来, 数字代表每个区域的区域号

在本模型中, 假定非重点区域事件发生的概率分布都是一致的, 结合我们编写的可视化软件进行不断测试, 最终得出能满足题目要求的最少车辆为: 30 辆警车. 下面重点说明 30 辆警车巡逻方案的制定. 为了使巡逻效果更显著, 我们结合贪心算法的思想来安排巡逻路线. 给区域划分图各个区域安排警车, 其数量可以大于 1, 即可由多辆警车以巡逻状态一同管辖该区域. 对于任意的某个划分区域 (假设有 n 条道路), 我们用它来说明如何制定巡逻路线. 首先给每条道路分配一个整型值 $Count_i$ 存储当前该道路被巡逻过的累计次数, 每当警车巡逻一次该值加 1, 初始时 $Count_i = 0, i = 1, 2, \dots, n$. 图中每条道路由 $(a_i, c_i), i = 1, 2, \dots, n$ 来标识, 其中 a_i 为道路编号, c_i 为道路 a_i 的 $Count_i$ 值. 每次警车行驶到交叉点时, 将判断该交叉点延伸的每条道路的 $Count_i$ 值, 采用贪心算法思想^[3], 优先选择被巡逻次数最少的道路. 具体算法步骤如下:

- 1) 遍历城市中的每个区域, $m = 1, 2, \dots, 14$;
- 2) 遍历每个区域中的每辆警车 $Cr[m, n]$, 为其随机指派一个起始位置, 开始巡逻该位置所在的道路 a , 同时 $Count_a$ 值增加 1;
- 3) 执行巡逻, 巡逻中遇到管辖的区域边界或者交叉点时, 检查是否有相交道路, 如果没有, 返回反向行驶, 然后继续巡逻, 执行步骤 3. 如果有, 转到步骤 4;
- 4) 如果某条道路已有警车在巡逻, 则放弃巡逻该道路, 找出当前无警车巡逻的道路中 $Count_i$ 值最大的道路 C_{max} , 巡逻道路 C_{max} ;
- 5) 若指挥中心接警后需要安排该警车去解决时, 则通过 GPS 寻找最优路线赶赴现场.

其中 m 代表区域编号, n 代表该区域的第 n 辆警车, $Cr[m, n]$ 表示第 m 区域的第 n 辆车; P_i 表示区域 i 的事件发生概率, ($i = 4, \dots, 14$); $Count_i$ 表示道路 i 的巡逻次数累计值.

需要说明的是, 由于采用街道的巡逻次数累计值 $Count_i$, 经过长期连续的运行, $Count_i$ 值会变得非常大, 到一定程度后巡逻路线更易形成周期性的特点, 因此规定每条道路的巡逻次数累计值 $Count_i$ 在一定时间内进行清零, 防止巡逻趋于规律性, 通常一周清零一次.

5.2 模型的评价指标值求解

问题二给出了各评价指标, 并建立了基于模糊数学理论的评价模型, 同时也将这个模糊评价的计算编写在软件中, 运行各个方案就能输出各个评价指标值. 计算结果如表 3 所示:

表 3

指标值名称	事件响应能力	事件响应时间	隐蔽性	震慑性	经济效益
指标值	0.9033	0.7730	0.9700	0.9076	0.4

最终求得隶属度向量:

$$G = (b, a, h, z, m) = (0.9033, 0.773, 0.97, 0.9076, 0.4)$$

而权重向量为:

$$C = (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5) = (0.25, 0.3, 0.1, 0.25, 0.1)$$

利用上述的隶属度向量和权重向量, 我们就可以求评价向量:

$$S = C * G^T = (c_1, c_2, c_3, c_4, c_5) * (b, a, h, z, m)^T$$

最后求得整体指标值: $S = 0.8216$.

6 问题四建模

6.1 问题分析

本节将巡逻的隐蔽性解释为巡逻路线的无规律性. 之前的模型给出的巡逻方案, 虽然已经能够满足 D1 和 D2 两个条件, 但若警车巡逻的路线有迹可寻, 则效果便会打些折扣. 所以对之前的模型进行改进. 为了提高巡逻方案的隐蔽性, 即使巡逻路线呈现更无规律的变化, 采用轮盘赌算法. 轮盘赌算法是一种常用的随机选择方法, 每次警车走到交叉点时, 需要选择下一条巡逻的街道, 每条街道有一个巡逻次数的累计值 $Count_i$, 轮盘赌思想按照要进行选择的街道的在一圆盘上进行比例划分, 每次转动圆盘后待圆盘停止后指针停靠扇区对应的街道即为选择的道路. 显然, 概率值越高的, 其在圆盘中所占的面积越大, 被选中的机会也就越多.

6.2 模型建立与求解

结合问题三的思路, 给出了两种模型, 一种是假定非重点区域的案发事件概率分布一致, 另一种是假定非重点区域中每个划分区域的案发事件概率是不一致的. 为了提高隐蔽性, 也就是让警车的巡逻更无规律性, 采用轮盘赌算法, 即当巡逻车到达交叉点时, 根据 $Count_i$ 值给予可行的每条道路一个概率, $Count_i$ 越低说明这条道路被巡逻的概率越高.

为每条可行道路设置概率 P_i 的算法如下:

1) 计算所有可行道路中 $Count_i$ 的最大值, 记为 $\max C$, 记 $V_i = \max C - Count_i$.

2) 记 $T = \sum_i V_i$, 则 $P_i = \frac{V_i}{T}$; 按照上面的算法步骤编程实现了上述的两种模型, 表 4 为计算结果:

表 4 两种模型程序运行结果

	重点区域 平均响应 时间	非重点区域 平均响应时间	道路覆盖率	重点区域事 件被及时处 理的概率	非重点区域 事件被及时 处理的概率	隐蔽性
模型一	1.04 分钟	0.52 分钟	59.71%	100.00%	90.00%	1
模型二	0.98 分钟	0.48 分钟	62.98%	100.00%	90.33%	1

从运行结果看, 两个模型的重点区域事件被及时处理的概率都达到了 100%, 这是因为我们已经给每个重点区域分别安排了一辆警车在覆盖线段集合内巡逻所起的效果; 另外非重点区域事件被及时处理的概率也都达到了 90% (特别说明, 由于随机性影响, 操作该程序时, 并不能马上得到超过 90% 的结果, 多次运行即可找到达到 90% 的运行结果), 另外, 隐蔽性指标也都达到了 1.00, 说明我们的模型已经满足条件 D3. 整体上, 都达到了题目给的要求.

7 问题五建模

7.1 问题分析

针对该问题, 由于只有 10 辆警车可供调度, 相对于第一个模型得出的 17 辆与第三个模型得出的 30 辆都有较大差距, 不可能满足 D1, D2 条件, 只能尽可能地去接近该目标. 前面几个模型基本上得出了静止候命的策略比运动巡逻的策略更能满足 D1, 而运动巡逻策略比静止候命策略更能满足 D2 的结论. 两个目标难以兼得, 应尽可能地找到均衡点. 我们要寻求的是既能保证重要区域安全, 同时使巡逻覆盖范围尽可能大, 再兼顾巡逻效果显著性的方案.

我们制定这样一个方案: 每个重点区域各分配一辆警车, 其余 7 辆随机分配到其他区域. 每辆警车按照这样的策略巡逻: 若是行驶到每个交叉点处, 在选择往何方向行驶时, 选择与其他车辆最短距离总和最大的街道行驶. 虽然有些笼统, 但这样基本上能尽可能地保证车与车之间的距离不会太小, 从而使车辆的覆盖区域相交较少, 总覆盖率得到较大满足.

7.2 模型建立与求解

目标函数: $\max \bigcup_{i=1}^{10} B_i(p_{ik})$, 其中 p_{ik} 代表警车 i 在 k 时刻所处的坐标点, $i = 1, 2, \dots, 10$; l_j 代表第 j 条路; $L(a_i, l_j)$ 表示点 a_i 到 l_j 的中点的最短路径; $B_i(p_{ik})$ 表示警车 i 在点 p_{ik} 处的覆盖区域. p_{ik} 在警车 i 所行驶的路上随时间 k 的变化连续变化, 应用从局部最优实现总体最优的原理, 在每个交叉点处, 目标函数的求解可以转化为警车 j 的决策函数 $\sum_{\substack{0 \leq i \leq 10 \\ i \neq j}} L(a_i, l_j)$ 的最大化问题, 其中, $p_{ik}, i = 1, 2, 3$ 在任意时刻均处于重点区域, $p_{i0}, i = 4, 5, \dots, 10$, 初始位置随机分布在重点区域之外. 采用贪心算法来求解该模型. 贪心准则为: 当行驶至某个交叉点处, 警车 j 将选择使得 $\sum_{\substack{0 \leq i \leq 10 \\ i \neq j}} L(a_i, l_j)$ 最大化的路径为前进方向. 值得注意的是, 警车 1, 2, 3 在任何时刻, 均只限制在重点区域内巡逻. 该方案的巡逻效果存在一定的随机性, 表 5 是某次运行得到的一次结果:

表 5

重点区域 平均响应时间	非重点区域 平均响应时间	道路巡逻 覆盖率	重点区域事件 被处理概率	非重点区域事件 被处理概率	隐蔽性 指标
0.98(分钟)	2.94(分钟)	15.53%	100.00%	56%	1.00

该模型在重点区域响应时间较短, 响应能力也得到保证, 且具有极高的隐蔽性, 但由于其具有较高随机性, 因此非重点区域平均响应时间、事件处理概率以及道路巡逻覆盖率波动较大, 很难对其给出一个定性的评价.

8 问题六建模

本问题将接警后的驾驶速度由 40km/h 变为 50km/h, 这样警车就能够更快更及时地赶到案发现场, 我们将这个速度应用于问题三建立的模型中, 用问题三所编写的软件求出的最后评价指标值. 如表 6 所示:

表 6

指标值名称	事件响应能力	事件响应时间	隐蔽性	震慑性	经济效益
指标值	0.9500	0.8300	1.0000	0.6066	0.4800

最后计算求得整体评价指标值为: $S = 0.7882$.

9 问题七

9.1 问题分析

模型是为了某个特定目的将原型一部分信息简缩、提炼构造而成^[4], 我们之前建立的模型做了一些简化假设, 但现实世界存在不稳定因素, 一些假设显得太过理想化, 因此在这一问

中将部分忽略掉的因素考虑进去. 另外由于假定前面的巡逻方案中每辆警车的行驶都是独立的, 没有考虑到警车之间的协作关系, 因此提出了一种警车协作的方案来提高巡逻效果. 下面将提供一些改进模型以及它们的解决方案.

9.2 不稳定因素的考虑与解决方案

前面假设派遣出的警车的出行状况都是畅通的, 忽略了很多不确定因素, 如天气恶劣、交通堵塞、警车故障等, 使得警车无法及时到达案发现场或者根本无法到达现场, 这时指挥中心就需要重新调度另一辆警车处理事件, 具体处理流程如下:

- 1) 指挥中心派遣一辆警车后, 及时获取报警人反馈意见, 如果发现该警车无法在最佳接处警时间按到达, 则转第二步.
- 2) 获取案发现场地点, 检测当前离点最近的警车前往处理.

9.3 计算机智能处理的考虑与解决方案

第一问中主要采用人机结合, 这里将手动处理改为计算机自动处理, 根据贪心算法来自动获取管辖区域, 该算法描述如下:

- 1) 遍历所有的道路交叉点 p , 找出该位置坐标的覆盖线段集合并计算其总长度, 将其保存于 $LCS[p]$ 中.
- 2) 依次找出 $LCS[p]$ 中找到最大无重复覆盖的值, 作为警车固定静候的位置.

表 7 为程序编程实现后找到的 17 辆警车安置点, 得到的覆盖率为 91.29%:

表 7

序号	坐标	序号	坐标	序号	坐标
1	(5616.00, 4050.00)	2	(7452.00, 2988.00)	3	(3726.00, 6012.00)
4	(8118.00, 6282.00)	5	(4086.00, 2070.00)	6	(1962.00, 3636.00)
7	(6642.00, 270.00)	8	(11574.00, 7164.00)	9	(11952.00, 2142.00)
10	(5616.00, 7920.00)	11	(9162.00, 5256.00)	12	(1314.00, 6480.00)
13	(13266.00, 5292.00)	14	(8748.00, 252.00)	15	(9162.00, 7992.00)
16	(306.00, 1386.00)	17	(11880.00, 198.00)		

虽然利用计算机比人工手动找最优解更方便, 更有针对性, 但其搜索空间大, 耗费时间长, 经过测试, 计算机要花费十几分钟才能输出解, 而且不能保证计算机得出的最佳解充分考虑了覆盖重点区域. 我们发现利用 vs2008 编写的手动描点显示覆盖线段集的软件, 采用手动来划分区域能得到更好的覆盖率, 同时能考虑到其他无法用计算机限制的因素, 因此第一问我们采用了手动划分区域获得了 17 辆警车的最优解.

9.4 警车协作模型的建立与解决方案

将这个模型建立在第三问 25 辆车的基础上, 考虑将区域合并使巡逻更具灵活性, 同时改变先前模型每辆警车的行驶都是独立的这一前提, 提出了警车协作模型.

为简化问题, 提出最简单的警车协作模型, 即两辆警车的协作模型, 定义一个数据结构 $X(Car1, Car2, i)$ 代表区域 i 中具有协作关系的两辆警车 $Car1$ 和 $Car2$ 的协作程度, 协作的目的就是在巡逻过程中尽量让两辆巡逻车的覆盖线段集合的并集保持最大. 为了更好地描述协作程度, 我们假定 $Car1$ 和 $Car2$ 的覆盖线段集合分别为 $CS(Car1)$ 和 $CS(Car2)$, 定义它们的并集为:

$$PCS(Car1, Car2) = CS(Car1) \cup CS(Car2)$$

另外, 令每个区域的道路总长为 L_i , 其中 i 为区域编号. 可以合理地定义下面的函数来衡量协作程度:

$$X(Car1, Car2, i) = \frac{PCS(Car1, Car2)}{L_i}$$

在以后的研究中, 我们可以通过设计算法使得每个区域中的两辆警车尽可能每次选择使 $X(Car1, Car2, i)$ 最大的道路行驶, 即目标函数: $\max\{X(Car1, Car2, i)\}$ 来更好完善该模型, 使得该问题的解更理想更符合实际.

参考文献

- [1] 张德富. 高级算法 [M]. 北京: 国防大学出版社, 2004.
- [2] 梁国业, 廖建平. 数学建模 [M]. 北京: 冶金工业出版社, 2004(343 页)
- [3] 严蔚敏, 陈文博. 数据结构及应用算法教程 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2001.
- [4] 姜启源. 数学模型 [M]. 北京: 高等教育出版社, 1993.

Distribution of 110 Police Wagon and The Patrol Scheme

LIN Yang-bin, CHEN Bi-li, SU Zhen-long

(School of Information Science and Technology Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: This paper mainly researches into the problem of 110 police car scheduling through using the shortest path algorithm of graph theory and some relevant theories of computational geometry. We establish the deployment model of the car, the patrol route model and the evaluation model based on fuzzy mathematics. In addition, we program a visual soft by C++ to get the results. It not only realizes tracing point manually and gets the covering segment sets automatically but also can simulate cars' patrol routes to obtain the result. And the result is valid and practical. Firstly, we use human-computer cooperation to solve problem 1 and the result is 17 cars to satisfy condition D1. It gives consideration to the operations costs to reduce the number of cars and people. Secondly, we use evaluation model to achieve the change from quality to quantity solve problem 2. Thirdly, for problem 3 and problem 6, taking account of the significance of patrol effects, we build dynamic patrol model based on D1 using greedy algorithm with the priority of the least patrolled road. And we obtain a reasonable patrol scheduling scheme. In this scheme, we use 30 cars to realize the object of problem1. Moreover, we make some modification on the previous model by considering the condition of uneven distribution of the incident event probability. For problem 4, we add randomness by using roulette algorithm for improving the imperceptibility and enhancing the patrol effects. For problem 5, we apply the most long distance road priority greedy policy to meet condition D1.D2 as much as possible. At last, we propose some extra factors and corresponding solutions for making the model closer to reality.

Keywords: car scheduling; computational geometry; fuzzy mathematics; greedy algorithm