电磁学习题解答

第一章

1. 真空中两个点电荷$q_1=1.0\times10^{-10}$库仑， $q_2=1.0\times10^{-10}$库仑，相距**100**毫米，求q_1受的力。

解：依库仑定律，**q1**受力大小为：

$$F=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=9.0\times10^9\times\frac{1.0\times10^{-10}\times1.0\times10^{-11}}{(100\times10^{-3})^2}$$

$$=9.0\times10^{-10}\,\mathbf{(N)}$$

其方向由 **q1** 指向**q2**。

2. 真空中两个点电荷**q**与**Q**，相距**5.0**毫米，吸引力为**40**达因。已知**q=1.2**$\times$**10**$^{-6}$ 库仑，求**Q**。

解： 依库仑定律：$F=\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$$Q=\frac{F\bullet 4\pi\varepsilon_0 r^2}{q}$$

$$=\frac{-4.0\times10^{-4}\times4\times3.14\times8.85\times10^{-12}\times\left(5.0\times10^{-3}\right)^2}{1.2\times10^{-6}}$$

$$=-9.3\times10^{-13}\text{（库仑）}$$

3. 为了得到一库仑电量大小的概念，试计算两个都是一库仑的点电荷在真空中相距一米时的相互作用力和相距一千米时的相互作用力。

解：间距为**1**米时的作用力：

$$F_1 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} = 9.0\times10^9 \times \frac{1\times1}{1^2} = 9.0\times10^9 (N)$$

间距为**1000**米时的作用力：

$$F_2 = \frac{q_1 q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2} = 9.0\times10^9 \times \frac{1\times1}{1000^2} = 9.0\times10^3 (N)$$

4. 氢原子由一个质子（即氢原子核）和一个电子组成。根据经典模型，在正常状态下，电子绕核作圆周运动，轨道半径是**5.29□10^{-11}**米。已知质子质量**M=1.67□10^{-27}**千克，电子质量**m=9.11□10^{-31}**千克，电荷分别为 **±1.60 □ 10^{-19}**库，万有引力常数**G=6.67 □10^{-11}**牛顿米²/千克²。（**1**）求电子所受的库仑力；（**2**）库仑力是万有引力的多少倍？（**3**）求电子的速度。

解：电子受的库仑力大小为：

$$F_e=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=9.0\times10^9\times\frac{(1.6\times10^{-19})^2}{(5.29\times10^{-11})^2}=8.23\times10^{-8}(N)$$

电子的万有引力大小为：

$$\boldsymbol{F=G\frac{mM}{r^2}=6.67\times10^{-11}\times\frac{9.1\times10^{-31}\times1.67\times10^{-27}}{(5.29\times10^{-11})^2}=3.63\times10^{-47}(N)}$$

$$\frac{F_e}{F}=\frac{8.23\times10^{-8}}{3.63\times10^{-47}}=2.27\times10^{39}\text{（倍）}$$

5. 卢瑟福实验证明：当两个原子核之间的距离小到**10^{-15}**米时，他们之间的排斥引力仍遵守库仑定律。金的原子核中有**79**个质子，氦的原子核（即α粒子）中有**2**个质子。已知每个质子带电**$e=1.60\times10^{-19}$**库，α粒子的质量为**6.68×10^{-27}**千克。当α粒子与金核相距为**6.9×10^{-15}**米时（设这时它们都仍可当作点电荷），求（**1**）α粒子所受的力；（**2**）α粒子的加速度。

解：（**1**）从上题中得知：α粒子受的万有引力可以忽略，它受的库仑力为：

$$F=\frac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=9.0\times10^9\times\frac{(79\times1.6\times10^{-19})\times(2\times1.6\times10^{-19})^2}{(6.9\times10^{-15})^2}=7.84\times10^2(N)$$

（**2**）α粒子的加速度为：

$$a=\frac{F}{m}=\frac{7.84\times10^2}{6.68\times10^{-27}}=1.17\times10^{29}(m/s^2)$$

6. 铁原子核里两质子间相距4.0×10^{-15}米，每个质子带电$e=1.60\times10^{-19}$库，（**1**）求它们之间的库仑力；（**2**）比较这力与每个质子所受重力的大小。

解：（**1**）它们之间的库仑力大小为：

$$F=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}=9.0\times10^9\times\frac{(1.6\times10^{-19})^2}{(4.09\times10^{-15})^2}=14.5(N)$$

（**2**）质子的重力为：

$$P=mg=1.6\times10^{-27}\times9.8=1.64\times10^{-26}(N)$$

故：$$\frac{F}{P}=\frac{14.5}{1.64\times10^{-26}}=8.82\times10^{26}$$（倍）

7. 两个点电荷带电**2q**和**q**，相距**l**，第三个点电荷放在何处所受的合力为零?

解：依题意作如右图所示，$\mathbf{q_0}$受**2q**和**q**的库仑力相等。

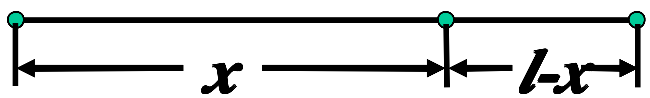
$$\frac{q(2q)}{4\pi\varepsilon_0 x^2}=\frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 (l-x)^2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{x}=\frac{1}{l-x}$$

$$\sqrt{2}l-\sqrt{2}x=x$$

$$(1+\sqrt{2})x=\sqrt{2}l$$

$$x=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}l=\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-1\right)l$$



8. 三个相同的点电荷放置在等边三角形的各顶点上。在此三角形的中心应放置怎样的电荷，才能使作用在每一点电荷上的合力为零?

解：设三个电荷相等为**q**，三边边长为**a**，其中心到三顶点距离为$\frac{\sqrt{3}a}{2}\times\frac{2}{3}$，此处置于电荷$\mathbf{q_0}$，则:

$$2\times\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\cos 30^0=\frac{q|q_0|}{4\pi\varepsilon_0(\frac{\sqrt{3}a}{3})^2}$$

$$\frac{\frac{\sqrt{3}\boldsymbol{q}}{2}\times 2}{\boldsymbol{a}^2}=\frac{|\boldsymbol{q}_0|}{\frac{3}{4}\boldsymbol{a}^2}$$

$$|\boldsymbol{q}_0|=\frac{\sqrt{3}\boldsymbol{q}}{3}\qquad \boldsymbol{q}_0=-\frac{\sqrt{3}\boldsymbol{q}}{3}$$

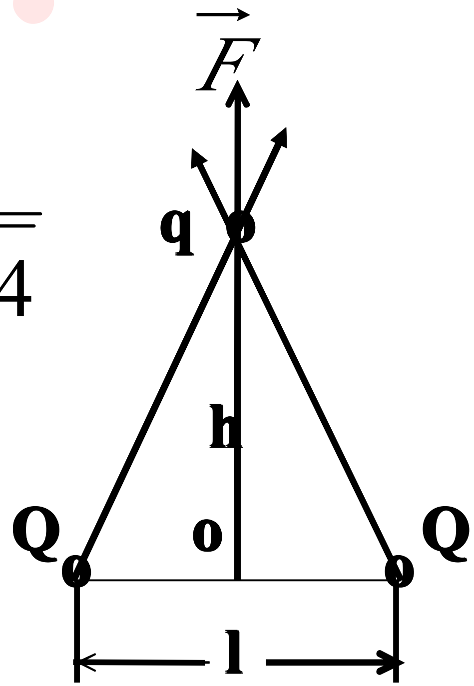
9. 电量都是**Q**的两个点电荷相距为**l**，连线中点为**O**；有另一点电荷**q**，在连线的中垂面上距**O**为**x**处。**(1)**求**q**受的力；

（**2**）若**q**开始时是静止的，然后让它自己运动，它将如何运动？分别就**q**与**Q**同号和异号情况加以讨论。

解：（**1**）**q**受的库仑力为：

$$F = 2\times\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0(h^2+l^2/4)^2}\frac{h}{\sqrt{h^2+l^2/4}}$$

$$=\frac{qQh}{2\pi\varepsilon_0(h^2+l^2/4)^{3/2}}$$ （**N**）



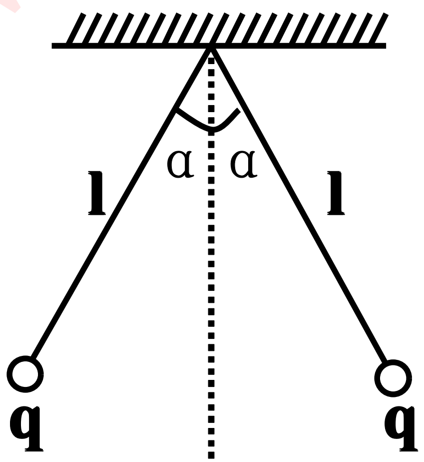
(2) 若**Q**与**q**同号，**q**向上运动；

若**Q**与**q**异号，**q**以**o**为中心作往复运动。

10. 两个小球质量都是**m**，都用长为**l**的细线挂在同一点；若它们带上相同的电量，平衡时两线夹角为**2**θ（见附图）。设小球的半径都可以略去不计，求每个小球上的电量。

解：依题意可知，**q**受三个力处于平衡：

$$\vec{F}+\vec{T}+m\vec{g}=0$$



写成分量形式：

$$\begin{cases} T\cos\alpha = mg \\ T\sin\alpha = \dfrac{q^2}{4\pi\varepsilon_0(2l\sin\alpha)^2} \end{cases}$$

$$\tan\alpha = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 mg(2l\sin\alpha)^2}$$

$$q=\pm 2l\sin\alpha\sqrt{4\pi\varepsilon_0 mg\tan\alpha}$$

1. 在地球表面上某处电子受到的电场力与它本身的总量相等，求该处的电场强度（已知电子质量 $\mathbf{9.1\times10^{-31}}$ 千克，电荷为 **- e=-1.60 × 10^{-19}** 库）。

解：若此处的电场为 $\boldsymbol{E}$，则

$$E=\frac{mg}{q}=\frac{9.1\times10^{-31}\times9.8}{1.6\times10^{-19}}=5.6\times10^{-11}(\text{伏}/\text{米})$$

2. 电子说带的电荷量（基本电荷 **-e** ）最先是由密立根通过油滴试验测的。密立根设计的试验装置如附图所示。一个很小的带电油滴在电场**E**内。调节**E**，使作用在油滴上的电场力与油滴的总量平衡。如果油滴的半径为$\mathbf{1.64 \times 10^{-4}}$厘米，在平衡时，**E**＝$\mathbf{1.92 \times 10^{5}}$牛顿/库仑。求油滴上的电荷（已知油的密度为**0.851**克/厘米^3）。

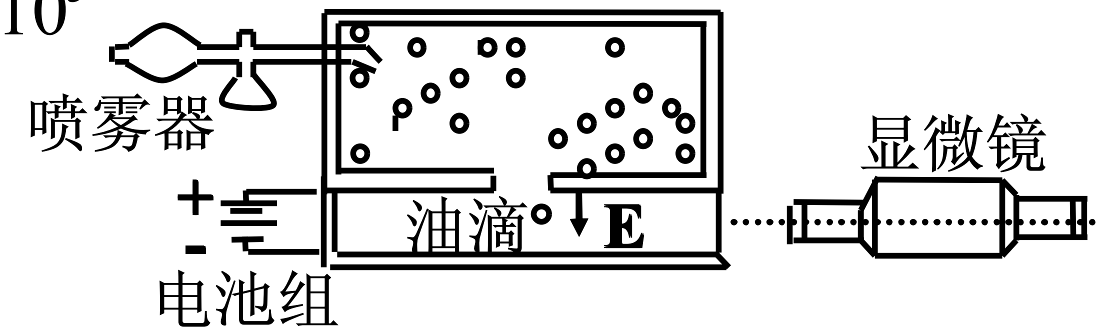
解：设油滴带电量为**q**，有电场力格重力平衡条件：**qE＝mg**

得：

$$q = \frac{mg}{E} = \frac{4/3\pi k^3 \times \rho g}{E}$$

$$= \frac{4/3 \times 3.14 \times (1.64 \times 10^{-6})^3 \times 0.851 \times 10^{-3} \times 10^6 \times 9.8}{1.92 \times 10^5}$$

$$= 8.02 \times 10^{-19}(库仑)$$



3. 在早期（**1911**年）的一连串实验中，密立根在不同的时刻观察单个油滴上呈现的电荷，其测量结果（绝对值）如下：

6.586×10^{-19}库仑	13.13×10^{-19}库仑	19.71×10^{-19}库仑
8.204×10^{-19}库仑	16.48×10^{-19}库仑	22.89×10^{-19}库仑
11.50×10^{-19}库仑	18.08×10^{-19}库仑	26.13×10^{-19}库仑

根据这些数据，可以推得基本电荷**e**的数值为多少？

解：把上下，自左向右每两组数相减得：

1.636×10^{-19}	3.296×10^{-19}	1.63×10^{-19}	3.18×10^{-19}
3.24×10^{-19}	3.35×10^{-19}	1.60×10^{-19}	1.63×10^{-19}

其中以1.6×10^{-19}作为一个基本数据，上面的总数为**12**个基本数据。故：

$$\frac{(1.639+3.296+1.63+3.35+1.60+1.63+3.18+3.24)\times10^{-19}}{12}$$

$=1.630\times10^{-19}$ (库仑）

4. 根据经典理论，在正常状态下，氢原子绕核作圆周运动，其轨道半径为**5.29　10^{-11}**米。已知质子电荷为**e＝1.60　10^{-19}**库，求电子所在处原子核（即质子）的电场强度。

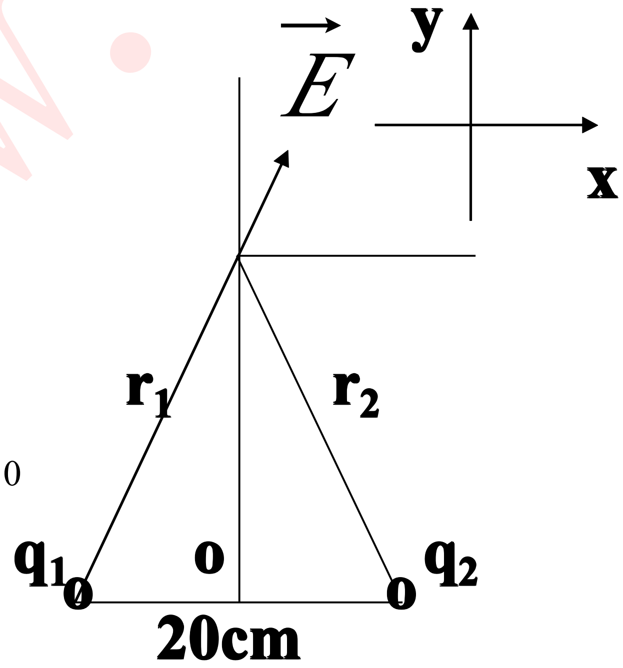
解：电子所在处的原子核（即质子）的电场由：

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{q}}{4\pi\varepsilon_0 \boldsymbol{r}^2} = 9.0\times10^9 \frac{1.6\times10^{-19}}{(0.529\times10^{-10})^2}$$

$$= 5.14\times10^{11}\left(\text{伏}/\text{米或牛顿}/\text{库仑}\right)$$

5. 两个点电荷，q_1 ＝＋8.0微库仑，q_2= - 16.0微库仑（1微库仑＝10^{-6}库仑），相距20厘米。求离它们都是20厘米处的电场强度E。

解：依题意，作如图所示：



$$E_1 = \frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 r_1^2} \quad E_2 = \frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 r_2^2}$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = E_1 \cos 60^0 + E_2 \cos 60^0$$

$$= 2.70\times 10^6$$

$$E_y = E_{1y} + E_{2y} = E_1 \sin 60^0 + E_2 \sin 60^0$$

$$= -9.0\times 10^6 \times \sqrt{3}$$

$$E = \sqrt{E^2{}_x + E^2{}_y} = 3.1\times 10^6 (伏/米)$$

$$方向\ \theta = \tan^{-1}\frac{E_y}{E_x} = \tan^{-1}\frac{27\times 10^5}{9\sqrt{3}\times 10^5} = 30^0$$

6. 如附图所示，一电偶极子的电偶极矩**p=ql**，**P**点到偶极子中心的距离为**r**，**r**与**l**的夹角微θ。在**r**》**l**时，求**P**点的电场强度**E**在**r**＝**OP**方向的分量E_r和垂直于**r**方向上的分量E_θ。

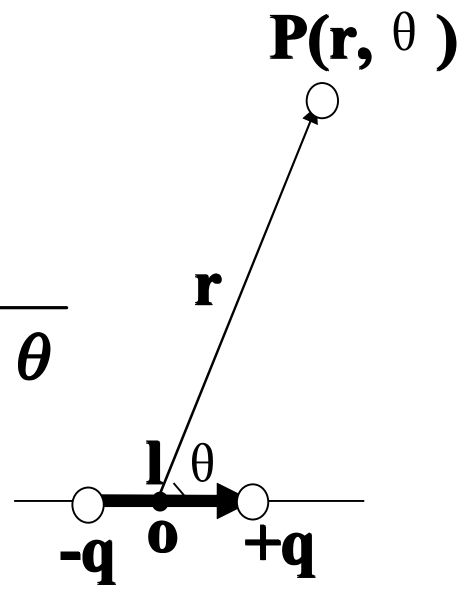
解：把**p**＝**ql**分解为：$p_\theta = p\sin\theta$，$p_r = p\cos\theta$，由电偶极子在延长线，垂直平分线公式得：

$$E_r = \frac{2p_r}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{2p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E_\theta = \frac{p_\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{p\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E = \sqrt{E_r^2 + E_\theta^2} = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sqrt{4\cos^2\theta + \sin^2\theta}$$

$$= \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\sqrt{3\cos^2\theta + 3}$$

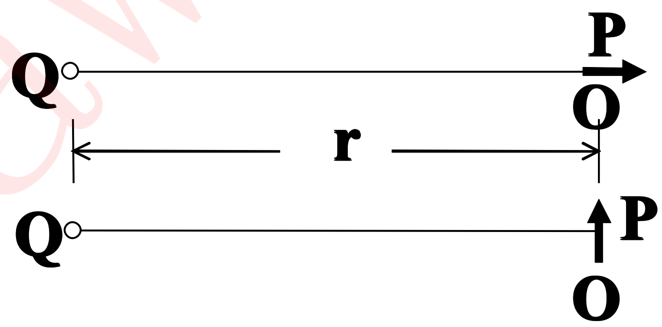


7. 把电偶极矩p＝ql的电偶极子放在点电荷Q的电场内，p的中O到Q的距离为r（r>>l）。分别求（1）p// $\overrightarrow{QO}$（图a）和 p⊥$\overrightarrow{QO}$（图b）时偶极子所受的力F和力矩L。

解：（1）在图中（上图）p// $\overrightarrow{QO}$ 时，P受力：

正电荷 $F_{+}=\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0(r+l/2)^2}(N)$

负电荷 $F_{-}=\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0(r-l/2)^2}(N)$



P受合力：

$$F=F_{+}+F_{-}=\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{(r+l/2)^2}-\frac{1}{(r-l/2)^2}\right)=-\frac{2qQ}{4\pi\varepsilon_0 r^3}(N)$$

（2）在图中（下图）**P**$\perp\overrightarrow{QO}$，**P**受力：

正电荷：$F_{+}=\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0(r^2+l^2/4)}$

负电荷：$F_{-}=\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0(r^2+l^2/4)}$

P受合力：$F=F_{+}+F_{-}=2\dfrac{qQ}{4\pi\varepsilon_0(r^2+l^2/4)}\dfrac{l/2}{\sqrt{r^2+l^2/4}}$

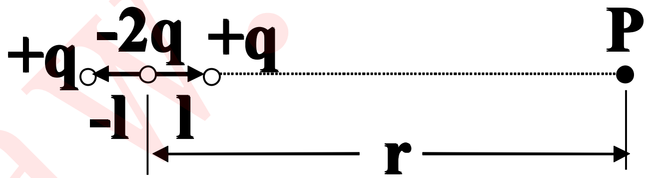
$$\approx\frac{qQl}{4\pi\varepsilon_0 r^3}=\frac{QP}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

P受的力矩：（1）中**P**// $\overrightarrow{QO}$，力矩$M=|\vec{P}\times\vec{E}|=0$

（2）中，**P**$\perp\overrightarrow{QO}$，力矩　$M=|\vec{P}\times\vec{E}|=PE=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}P$

8. 附图中所示是一种电四极子，它由两个相同的电偶极子 **p**＝**ql**组成，这两电偶极子在同一直线上，但方向相反，它们的负电荷重合在一起。证明：在它们的延长线上离中心（即负电荷）为**r**处，

$$E=\frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 r^4}\quad(r>>l),$$



式中**Q**＝**2ql²**叫做它的电四极矩。

解：依电场叠加原理，三个点电荷在**P**处的场强：

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(r+l)^2}+\frac{-2q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(r-l)^2}$$

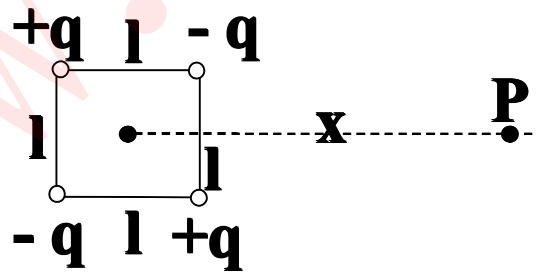
$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left[(1+l/r)^{-2}-2+(1-l/r)^{-2}\right]$$

利用 $(1+x)^{\alpha}=1+\dfrac{\alpha}{1!}x+\dfrac{\alpha(\alpha-1)}{2!}x^2+\cdots$ 取二级近似

$$\mathrm{E}\approx\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left[1-\frac{2l}{r}+\frac{3l^2}{r^2}-2+1+\frac{2l}{r}+\frac{3l^2}{r^2}\right]$$

$$=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{6l^2}{r^2}=\frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 r^4}$$

9. 附图中所示是另一种电四极子，设**q**和**l**都已知，图中**P**点到电四极子中心**O**的距离为**x**，　与正方形的一对边平行，求**P**点的电场强度**E**。当**x>>l**时,**E=?**



解:利用偶极子在中垂线上的场强公式来计算:

$$E_1=\frac{P}{4\pi\varepsilon_0(x+l/2)^3}\text{方向向下}$$

$$\boldsymbol{E}_2=\frac{\boldsymbol{P}}{4\pi\varepsilon_0(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{l}/2)^3}\text{方向向上}$$

故P点合场强为:

$$\mathrm{E}=\boldsymbol{E}_2-\boldsymbol{E}_1=\frac{\boldsymbol{P}}{4\pi\varepsilon_0(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{l}/2)^3}-\frac{\boldsymbol{P}}{4\pi\varepsilon_0(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{l}/2)^3}$$

$$=\frac{\boldsymbol{P}}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{l}/2)^3}-\frac{1}{(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{l}/2)^3}\right)$$

$$=\frac{\boldsymbol{P}}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3\boldsymbol{x}^2\boldsymbol{l}+\boldsymbol{l}^3/4}{(\boldsymbol{x}^2-\boldsymbol{l}^2/4)^3}\approx\frac{3\boldsymbol{P}\boldsymbol{l}}{4\pi\varepsilon_0\boldsymbol{x}^3}$$

10. 求均匀带电细棒**(1)**在通过自身端点的垂直面上和**(2)**在自身的延长线上的场强分布,设棒长为**2l**,带电总量为**q.**

解**:**依题意选坐标系如图所示. $\lambda = q/2l$

Y--y+dy带电**:** $dq = \lambda dy = qdy/2l$

(1)它在**x**处的电场为**:** $dE = \dfrac{\lambda dy}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)}$

$$E_x = \int dE\cos\alpha = \int_0^{2l}\frac{\lambda x dy}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)^{3/2}} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x\sqrt{x^2+4l^2}}$$

$$E_y = \int dE\sin\alpha = \int_0^{2l}\frac{\lambda y dy}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)^{3/2}} = -\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2+4l^2}}\right)$$

$dq = \lambda dy = qdy/2l$在y轴某点场强

$$E = \int_0^{2l}\frac{\lambda dy}{4\pi\varepsilon_0(\bar{y}-y)^2} = -\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\bar{y}-2l} - \frac{1}{\bar{y}}\right)$$

11. 两条平行的无线长直均匀带电导线,相距为**a**,电荷线密度分别为±η$_e$。（**1**）求这两线构成的平面上任一点（设这点到其中一线的垂直距离为**x**）的场强；（**2**）求两线单位长度间的相互吸引力。

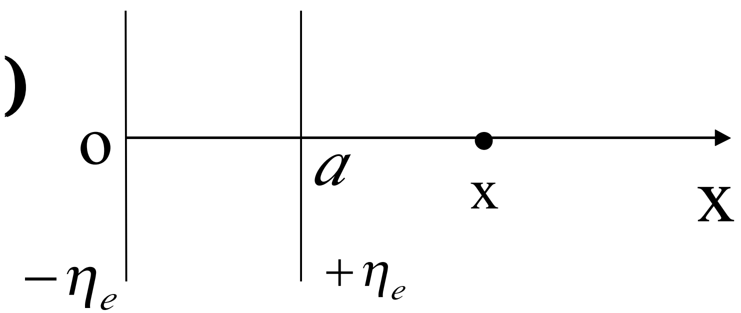
解：（**1**）依题意,做如图所示，故**x**处电场：

$$E=\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0 x}-\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0 (x-a)}=\frac{-\eta_e a}{2\pi\varepsilon_0 x(x-a)}$$

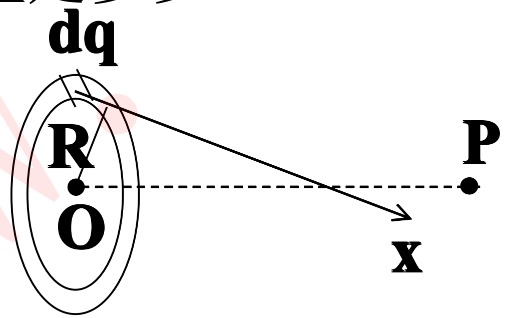
（**2**）第一直线电荷在第二直线电荷处的电场为：

第二直线电荷单位长度受力为：$E=\dfrac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0 a}$

$$F=\frac{-\eta_e^{\ 2}}{2\pi\varepsilon_0 a}$$(负号表吸引力)



12. 如附图，一半径为**R**的均匀带电圆环，电荷总量为**q**。（**1**）求轴线上离环中心为**x**处的场强**E**；（**2**）画出**E—x**曲线；（**3**）轴线上什么地方场强最大？其值是多少？



解：（**1**）$dE = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)}$

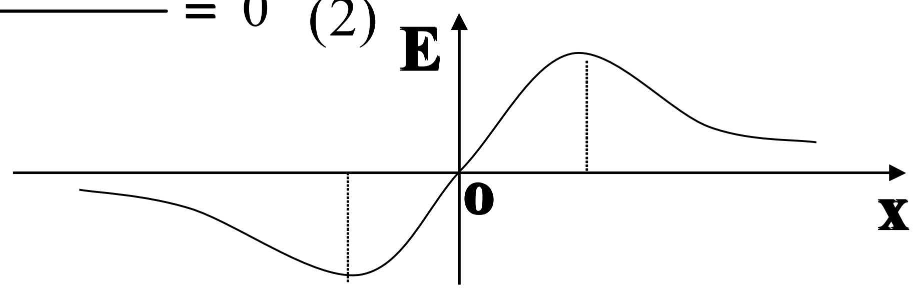
$$dE_x = dE\cos\alpha = \frac{xdq}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \int dE\cos\alpha = \frac{xq}{4\pi\varepsilon_0(x^2+y^2)^{3/2}}$$

(3)令 $dE/dx = 0,\ \dfrac{d}{dx}\left(\dfrac{x}{(x^2+y^2)^{3/2}}\right) = 0$

$$\frac{(x^2+y^2)^{3/2} - x\sqrt{x^2+y^2}\,2x3/2}{(x^2+y^2)^3} = 0$$

(2)



$$x = \pm R/\sqrt{2}$$

$$E_{max}\Big|_{x=\pm R/\sqrt{2}} = \frac{q}{6\sqrt{3}\pi\varepsilon_0 R^2}$$

13. 半径为**R**的圆面上均匀带电，电荷的面密度为σ$_{e}$。

（**1**）求轴线上离圆心的坐标为**x**处的场强；（**2**）在保持σ$_{e}$不变的情况下，当**R—>0**和**R—>**☠时的结果如何？（**3**）在保持总电荷**Q**＝**πR²**σ$_{e}$不变的情况下，当**R—>0**和**R—>**∞时结果如何？

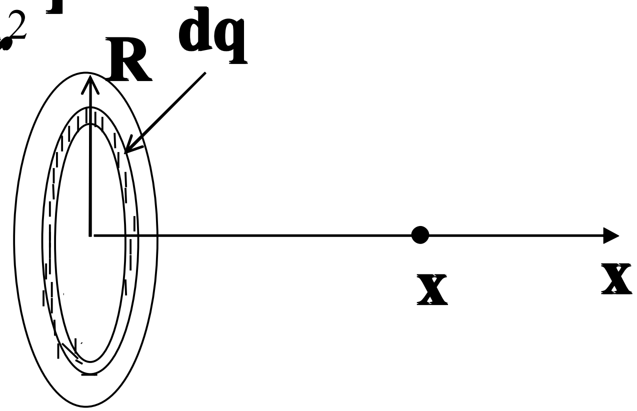
解：（**1**）在**r—r**＋**dr**取一小圆环，带电量**dq**＝ σ$_{e}$π**rdr**，它在**x**处电场：

$$dE=\frac{xdq}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{3/2}}=\frac{x\sigma_e rdr}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E=\int_0^R\frac{x\sigma_e rdr}{4\pi\varepsilon_0(x^2+r^2)^{3/2}}=\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}[1-\frac{x}{\sqrt{x^2+r^2}}]$$

$$(2)\lim_{x\to0}E=\lim_{x\to0}\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}[1-\frac{x}{\sqrt{x^2+r^2}}]=\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$$

$$\lim_{x\to\infty}E=\lim_{x\to\infty}\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}[1-\frac{x}{\sqrt{x^2+r^2}}]=0$$



(3) $$\lim_{R\to 0} E = \lim_{R\to 0} \frac{Q}{2\pi R^2 \varepsilon_0}\left[1-\frac{x}{\sqrt{x^2+r^2}}\right] = \frac{Q}{4\pi x^2 \varepsilon_0}$$

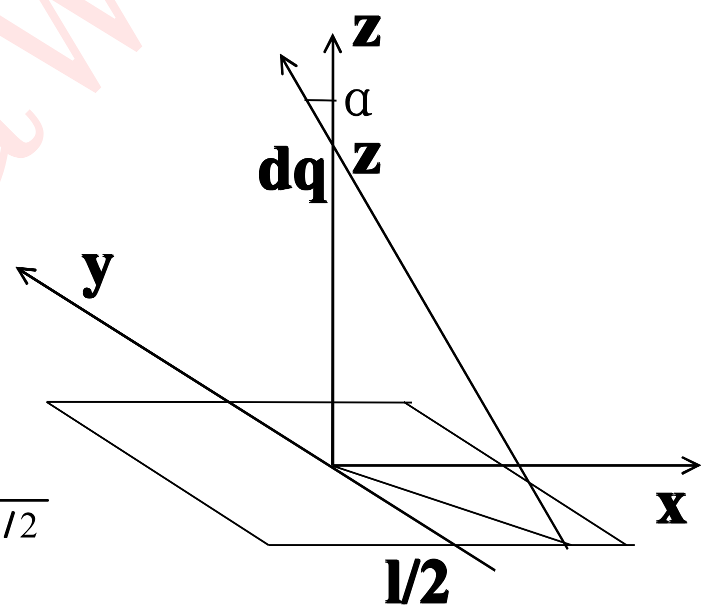
$$\lim_{R\to\infty} E = \lim_{R\to\infty} \frac{Q}{2\pi R^2 \varepsilon_0}\left[1-\frac{x}{\sqrt{x^2+r^2}}\right] = 0$$

14. 一均匀带电的正方形细框，边长为**l**，总电量为**q**。求这正方形轴线上离中心为**x**处的场强。

解：依题意作如图所示，线电荷密度为 λ ＝**q/4l**，其一个边上，**x—x**＋**dx**带电量为**dq**＝ λ **dx**。它在 **z**轴某点电场：

$$dE=\frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(l^2/4+x^2+y^2)}$$

$$dE_z=\frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(l^2/4+x^2+y^2)}\frac{z}{\sqrt{l^2/4+x^2+y^2}}$$



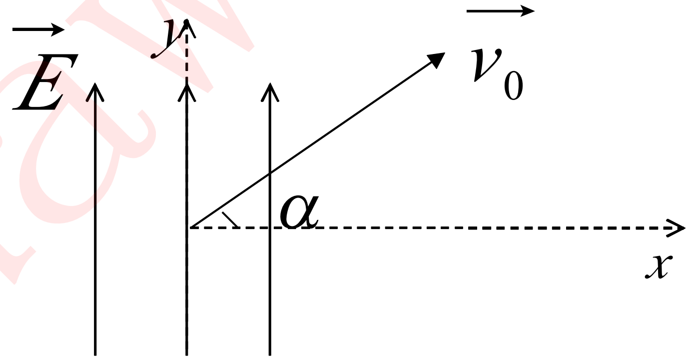
由于对称性，**z**处总场强**E**为：

$$E_z=4\int dE_z=4\int_{-l/2}^{l/2}\frac{z\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0(l^2/4+x^2+y^2)^{3/2}}$$

$$=\frac{qz}{4\pi\varepsilon_0(x^2+l^2/2)^{3/2}}$$

15. 证明带电粒子在均匀外电场中运动时，它的轨迹一般是抛物线。则抛物线在什么情况下退化为直线？

解：设电场**E**方向沿着**y**方向，且如图选取坐标系。**t**＝**0**时刻，带电粒子**q**位于**0**处，初速度$\mathbf{v_0}$与**x**轴夹角α，则：



$$\begin{cases} m\dfrac{d^2x}{d^2t}=0 \\ m\dfrac{d^2y}{d^2t}=qE \end{cases}$$

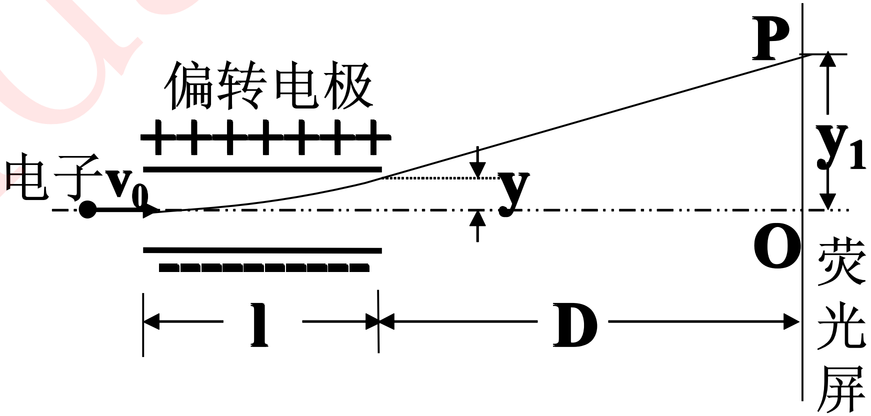
$$\begin{cases} x=v_0\cos\alpha t \\ y=v_0\sin\alpha t+at^2/2 \end{cases} \quad (a=qE/m)$$

上式中消去**t**得：$y=\dfrac{Eq}{2mv_0^2\cos^2\alpha}x^2+x\tan\alpha$

为开口向上抛物线。

16. 如附图，一示波管偏转电极的长度**l＝1.5**厘米，两极间电场是均匀的，**E＝1.2◎10⁴**伏/米（**E**垂至于管轴），一个电子一初速度$\mathbf{v_0}$**＝2.6◎10⁷**米/秒沿铅管轴注入。已知电子质量

m＝9.1 ◎10⁻³¹千克，电荷为－**e**＝－**1.6 ◎10⁻¹⁹**库。（**1**）求电子经过电极后所发生的偏转**y**；（**2**）若可以认为一出偏转电极的区域之后，电场立即为零。设偏转电极的边缘到荧光屏的距离**D＝10**厘米，求电子打在荧光屏上产生的光电偏离中心**O**的距离$\mathbf{y_1}$。



解：（**1**）电子在电场中的加速度为：$a=\dfrac{eE}{m}$　　$t=\dfrac{l}{v_0}$

$$y=\frac{1}{2}at^2=\frac{1}{2}\frac{eE}{m}\frac{l^2}{v_0^2}=\frac{1.6\times10^{-19}\times1.2\times10^{4}\times1.5\times10^{-2}}{2\times9.1\times10^{-31}\times(2.6\times10^{7})^2}$$

$$=0.35\times10^{-3}(\text{米})$$

（2）电子从极板道荧光屏所用的时间为t_1，则：

$$\begin{cases} D = v_0 t_1 \\ y_1 - y = v_y t_1 = a t t_1 = \dfrac{eEl}{mv_0} t_1 \Big|_{t_1 = D/v_0} = \dfrac{eElD}{mv_0^2} \end{cases}$$

$$y_1 = y + \frac{eElD}{mv_0^2} = 0.35\times10^{-3} + 0.15\times10^{-3}$$

$$= 5.0(\text{毫米})$$

1. 设一半径为**5**厘米的圆形平面，放在场强为**300** 牛顿/库仑的匀强电场中，试计算平面法线与场强的夹角 θ 取下列数值是通过此平面的电通量：（**1**） θ ＝**0º**； （**2**） θ ＝**30º**； （**3**） θ ＝**90º**； （**4**） θ ＝**120º**； （**5**） θ ＝**180º**。

解：电通量 $\phi_e = \vec{E}\vec{S} = ES\cos\theta = \pi r^2 \cos\theta = 2.36\cos\theta$

（**1**） θ ＝**0º**时：$\phi_e = 2.36\cos 0^o = 2.36$

（**2**） θ ＝**30º**：$\phi_e = 2.36\cos 30^o = 1.18\sqrt{3}$

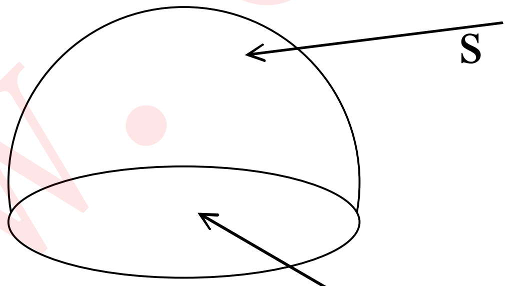
（**3**） θ ＝**90º**：$\phi_e = 2.36\cos 90^o = 0$

（**4**） θ ＝**120º**：$\phi_e = 2.36\cos 120^o = -1.18$

（**5**） θ ＝**180º**：$\phi_e = 2.36\cos 180^o = -2.36$

2. 均匀电场与半径为a的半球面的轴线平行，试用面积分计算通过此半球面的电通量。

解：设半球面和圆面组成闭合面：



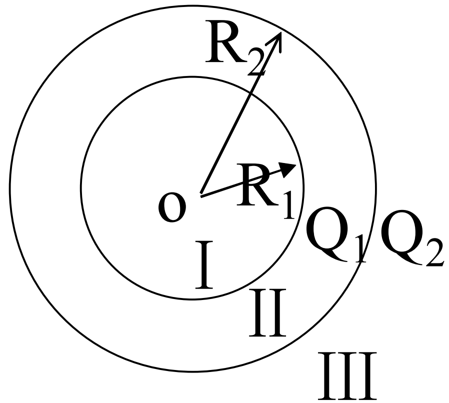
$$\oiint \vec{E}\vec{ds} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} = 0$$

$$\oiint_{s+s_1} \vec{E}\,\vec{ds} = \iint_s \vec{E}\,\vec{ds} + \iint_{s_1} \vec{E}\,\vec{ds} = 0$$

$$\iint_s \vec{E}\vec{ds} = -\iint_{s_1} \vec{E}\vec{ds} = -\iint(-Eds) = E\iint_{s_1} ds = E\pi a^2$$

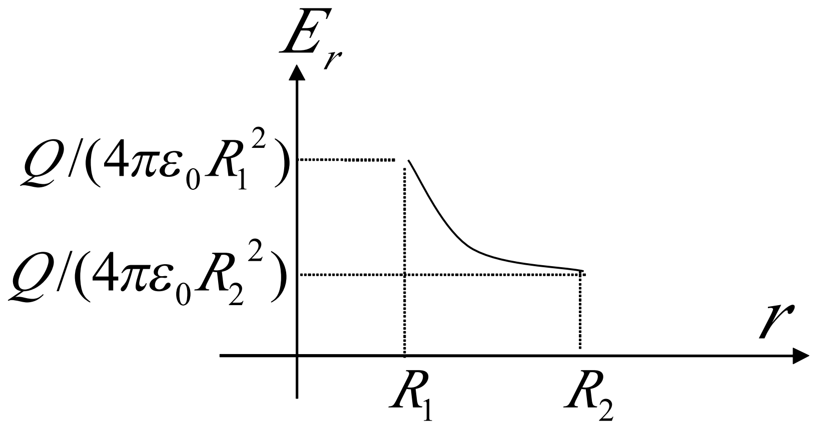
3．如附图所示，在半径为R_1和R_2的两个同心球面上，分别均匀地分布着电荷Q_1和Q_2，求：（1）Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ三个区域内的场强分部；（2）若$Q_1=-Q_2$，情况如何？画出此情形的E－r曲线。

解：（1）高斯定理：$\oiint \vec{E}\,\vec{ds}=\dfrac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$求E的分布：



$$E=\begin{cases}0 & r<R_1\\ Q_1/(4\pi\varepsilon_0 r^2) & R_1<r<R_2\\ (Q_1+Q_2)/(4\pi\varepsilon_0 r^2) & r>R_2\end{cases}$$

$$E=\begin{cases}0 & r<R_1\\ Q/(4\pi\varepsilon_0 r^2) & R_1<r<R_2\\ 0 & r>R_2\end{cases}$$



4. 根据量子理论，氢原子中心是一个带正电q_e的原子核（可以看成是点电荷），外面是带负电的电子云。在正常状态（核外电子处在s态）下，电子云的电荷密度分布是球对称的：$p_e(r) = -\frac{q_e}{\pi a_0^3} e^{-2r/a_0}$，

式中a_0为一常数（它相当于经典原子啊模型中s电子圆形轨道的半径，称为玻尔半径）。求原子内的电场分布。

解：在r处的电场E：$\oiint \vec{E}d\vec{s} = 4\pi r^2 E = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0} = \frac{+e-e_1}{\varepsilon_0}$

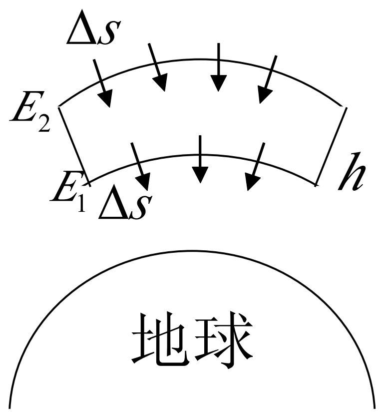
$$+e-e_1 = -e\int_0^r dq = -e\int_0^r \frac{e}{\pi a_0^3} e^{-2r/a_0} 4\pi r^2 dq$$

$$= (\frac{2r^2}{a_0^2} + \frac{2r}{a_0} + 1)ee^{-2r/a_0}$$

$$E = \frac{+e-e_1}{4\pi r^2 \varepsilon_0} = \frac{e}{4\pi r^2 \varepsilon_0}(\frac{2r^2}{a_0^2} + \frac{2r}{a_0} + 1)ee^{-2r/a_0}$$

5. 实验表明：在靠近地面出有相当强的电场，E垂直于地面向下，大小为100牛顿/库仑；在离地面1.5千米高的地方，E也是垂直于地面向下的，大小约为25牛顿/库仑。（1）试计算从地面到此高度大气中电荷的平均体密度；（2）如果地球上的电荷全部均匀分布在表面，求地面上电荷的面密度。

解：（1）由高斯定理：



$$\oiint \vec{E}\,\vec{ds} = E_1\Delta s - E_2\Delta s = \frac{\sum q}{\varepsilon_0} = \frac{\Delta s h \rho_e}{\varepsilon_0}$$

$$\rho_e = \frac{\varepsilon_0(E_1 - E_2)}{h} = \frac{8.85\times10^{-12}\times(100-25)}{1500}$$

$$= 4.4\times10^{-13}(库仑/米)$$

（2）若电荷全部分布在表面：（R为地球半径

$$\mathrm{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

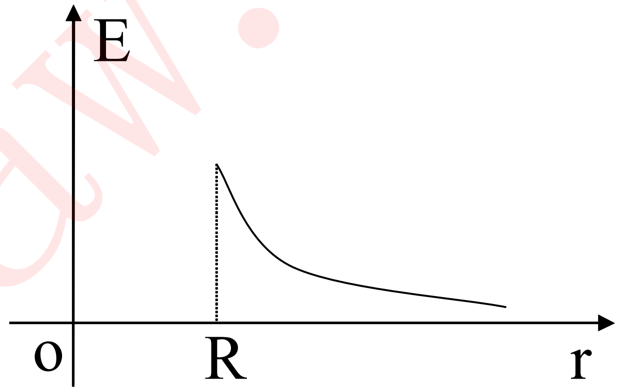
$$\sigma = -\varepsilon_0 E = -8.85\times10^{-12}\times100$$

$$= -8.9\times10^{10}(库仑/米)$$

6. 半径为R的无穷长直圆筒面上均匀带电，沿轴线单位长度的电量为λ。求场强分布，并画E－r曲线。

解：由高斯定理：$\oiint \vec{E}\,\vec{ds}=\dfrac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$求得：

$$E=\begin{cases}0 & r<R\\ \lambda/(2\pi\varepsilon_0 r) & r>R\end{cases}$$



7. 一对无限长的共轴直圆筒，半径分别为R_1和R_2，筒面上都均匀带电。沿轴线单位长度的电量分别为λ_1和λ_2。（1）求各区域内的场强分布；（2）若$\lambda_1=-\lambda_2$情况如何？画出此情形的E—r曲线。

解：由高斯定理：$\oiint \vec{E}\vec{ds}=\dfrac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$ 求得：

（1）电场分布：

$$E=\begin{cases}0 & r<R_1\\ \lambda_1/(2\pi\varepsilon_0 r) & R_1<r<R_2\\ (\lambda_1+\lambda_2)/(2\pi\varepsilon_0 r) & r>R_2\end{cases}$$

$$E=\begin{cases}0 & r<R_1\\ \lambda_1/(2\pi\varepsilon_0 r) & R_1<r<R_2\\ 0 & r>R_2\end{cases}$$

8. 半径为R的无限长直圆柱体内均匀带电，电荷的体密度为ρ$_e$。求场强分布，并画E－r曲线。

解：依题意作如图所示，由 $\oiint \vec{E} d\vec{s} = \dfrac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$ 求得E分布：

r<R 时：

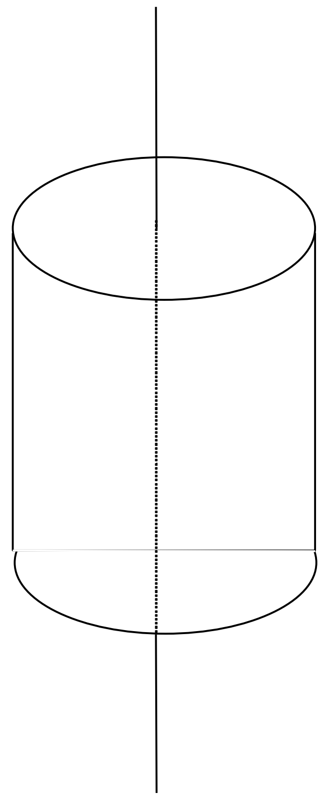
$$E 2\pi r l = \rho \pi r^2 l / \varepsilon_0$$

$$E = \frac{\rho r}{2\pi\varepsilon_0}$$

r>R 时：

$$E 2\pi r l = \rho \pi R^2 l / \varepsilon_0$$

$$E = \frac{\rho R^2}{2\pi\varepsilon_0 r}$$



9. 设气体放电形成的等离子体圆柱内的体电荷分布可用下式表示：

$$\rho_e(r) = \frac{\rho_0}{[1+(\frac{r}{a})^2]^2}$$

式中r是到轴线的距离，ρ $_0$是轴线上的ρ $_e$值，a是个常数（它是ρ $_e$减少到ρ $_0$/4处的半径）。求场强分布。

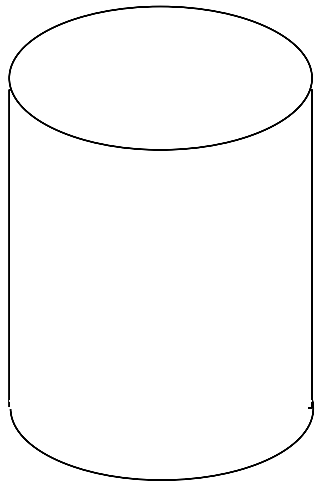
解：由高斯定理：$\oiint \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$

左边＝ $E2\pi rl$

右边式中 $\sum q_i = \int_0^r \rho dv = \int_0^r \frac{\rho_0}{[1+(\frac{r}{a})^2]^2} 2\pi r dv$

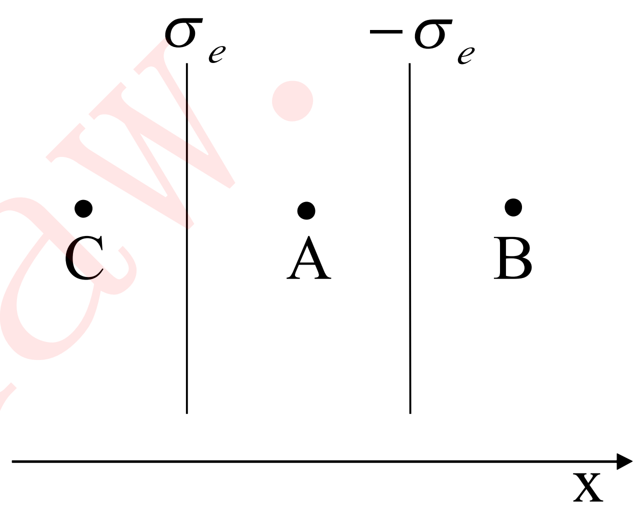
$$= \frac{\pi\rho_0 l a^2 r^2}{a^2 + r^2}$$

$$\therefore\ E = \frac{\rho_0 a^2 r}{2\varepsilon_0 (a^2 + r^2)}$$



10. 两无限大的平行平面均匀带电，电荷的面密度分别为 $\pm\sigma_e$，求各区域的场强分布。

解：由叠加原理可知：



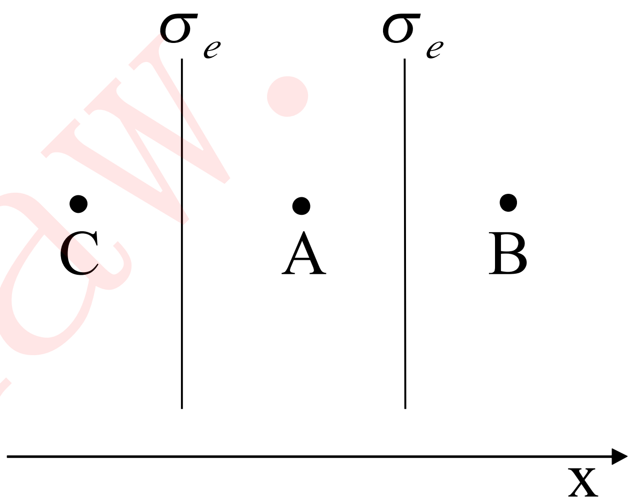
$$E_A = \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma_e}{\varepsilon_0}$$

$$E_B = \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$E_C = -\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} = 0$$

11. 两无限大的平行平面均匀带电，电荷的面密度都是 σ_e，求各处的场强分布。

解：由叠加原理可求得：



$$E_A = \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$E_B = \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma_e}{\varepsilon_0}$$

$$E_C = -\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} = -\frac{\sigma_e}{\varepsilon_0}$$

12. 三个无限大的平行平面都均匀带电，电荷的面密度分别为 σ_{e1}、σ_{e2}、σ_{e3}。求下列情况各处的场强：（1）$\sigma_{e1}=\sigma_{e2}=\sigma_{e3}=\sigma_{e}$；（2）$\sigma_{e1}=\sigma_{e3}=\sigma_{e}$，$\sigma_{e2}=-\sigma_{e}$；（3）$\sigma_{e1}=\sigma_{e3}=-\sigma_{e}$，$\sigma_{e2}=\sigma_{e}$；（4）$\sigma_{e1}=\sigma_{e}$，$\sigma_{e2}=\sigma_{e3}=-\sigma_{e}$。

解：（只解答（4），其它类似地解答）

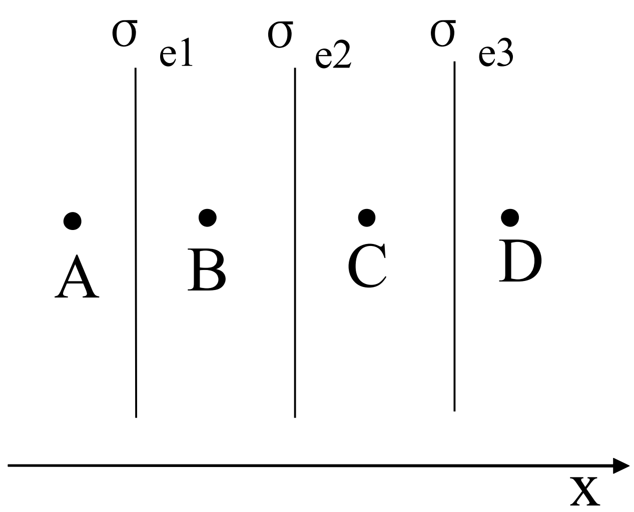
（4）$\sigma_{e1}=\sigma_{e}$，$\sigma_{e2}=\sigma_{e3}=-\sigma_{e}$

$$E_A=-\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}=\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$$

$$E_B=\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}=\frac{3\sigma_e}{2\varepsilon_0}$$

$$E_C=\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}=\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$$

$$E_D=\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}=-\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$$



$$\oiint \vec{E}\,\vec{ds} = \frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$$

$$E_A = -\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$$

$$E_B = \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} = \frac{3\sigma_e}{2\varepsilon_0}$$

$$\rho_e(r) = \frac{\rho_0}{[1+(\frac{r}{a})^2]^2}$$

$$E_C = \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} = \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho R^2}{2\pi\varepsilon_0 r}$$

$$E_D = \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0} = -\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$$

$$Q/(4\pi\varepsilon_0 R_2^{\ 2})E_r$$

13. 一厚度为d的无限大平板，平板内均匀带电，电荷的体密度为 。求板内外场强的分布。

解：板内：

由高斯定理得：$\oint\!\!\oint E \cdot dS = \sum q_i / \varepsilon_0$

$$2ES = 2xS\rho / \varepsilon_0$$

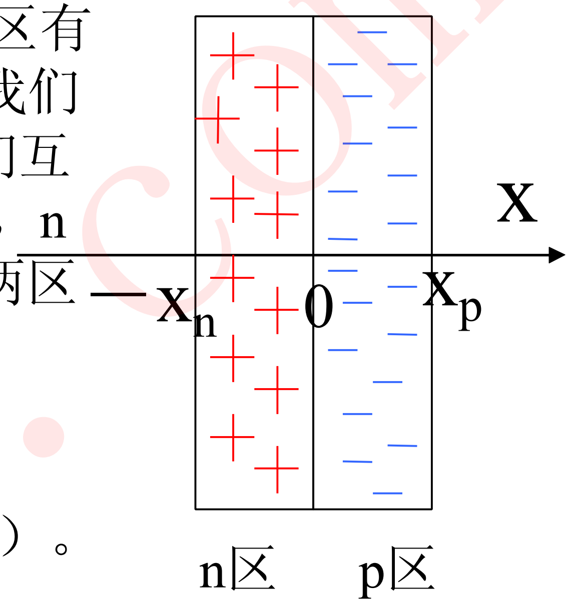
$$E = \rho x / \varepsilon_0$$

板外：$$2ES = dS\rho / \varepsilon_0$$

$$E = \rho d / 2\varepsilon_0$$

14. 在半导体p－n结附近总是堆积着正、负电荷，在n区有正电荷，p区内有负电荷，两区电荷的代数和为零。我们把p-n接看成是一对带正、负电荷的无限大平板，它们互相接触（见图）。取坐标x的原点在p,n区的交界面上，n区的范围是$-x_n \le x \le 0$, p区的范围是$0 \le x \le x_p$,设两区内电荷体分布都是均匀的：

$$\begin{cases} \text{n区}: \rho_e(x) = N_D e, \\ \text{p区}: \rho_e(x) = -N_A e. \end{cases}$$



这里N_D,N_A 是常数，且$N_A x_P = N_D x_n$(两区电荷数量相等）。试证明电场的分布为

$$\begin{cases} \text{n区：} E(x) = N_d e (x_n + x)/\varepsilon_0 \\ \text{P区：} E(x) = N_a e (x_p - x)/\varepsilon_0 \end{cases}$$

并画出 （x）和E（x）随x变化的曲线来。

证明：n区：$E = E_1 + E_2 + E_3 = \dfrac{\rho_n x_n}{2\varepsilon_0} - \dfrac{\rho_p x}{2\varepsilon_0} + \dfrac{\rho_p (x_p - x)}{2\varepsilon_0} = \dfrac{\rho_n x_n + \rho_p x_p}{2\varepsilon_0} - \dfrac{\rho_p x}{\varepsilon_0}$

$$= \frac{2\rho_n x_n}{2\varepsilon_0} - \frac{\rho_p x}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_n x_n}{\varepsilon_0} - \frac{\rho_p x}{\varepsilon_0} = \frac{\rho_p}{\varepsilon_0}(x_n - x) = \frac{N_D e}{\varepsilon_0}(x_n - x)$$

p区：$E = E_1 + E_2 + E_3 = \dfrac{\rho_n x_n}{2\varepsilon_0} - \dfrac{\rho_p x}{2\varepsilon_0} + \dfrac{\rho_p (x_p - x)}{2\varepsilon_0} = \dfrac{\rho_n x_n + \rho_p x_p}{2\varepsilon_0} - \dfrac{\rho_p x}{\varepsilon_0}$

$$= \frac{2\rho_p x_p}{2\varepsilon_0} - \frac{\rho_p}{2\varepsilon_0} = \frac{N_A e}{\varepsilon_0}(x_p - x)$$

15. 如果在上题中电荷的体分布为 $\begin{cases} P\cdot n\text{ 结外}:\rho(x)=0; \\ -x_n\le x\le x_p:\rho(x)=-eax. \end{cases}$ （线性缓变结膜型）

这里a是常数，$x_n=x_p$(为什么）。统一用$x_m/2$表示。试证明电场的分布为

$$E(x)=\frac{ae}{8\varepsilon_0}(x_m^2-4x^2).$$ 并画出 $\rho_e(x)$和$E(x)$随x变化的曲线。

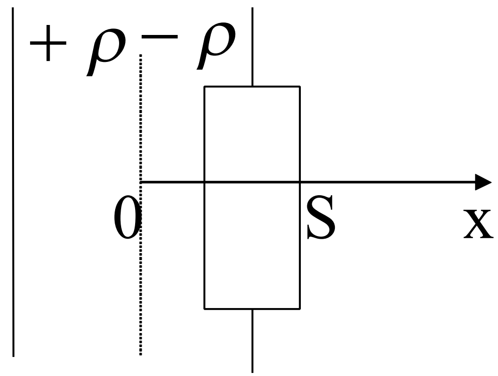
解：表面单位面积内：

$$q=\int_x^{x_m/2}\rho(x)dx=\int_x^{x_m/2}-eaxdx=-ea\frac{x^2}{2}\Big|_x^{x_m/2}=-eax_m^2/8+eax^2/2$$

由中性面两侧电荷密度对称且异号，故p_n结处E=0,

如图取高斯面，依高斯定理

$$E(x)\cdot\Delta S=q/\varepsilon_0=\frac{ae}{8\varepsilon_0}(x_m^2-4x^2).$$



1.在夏季雷雨中，通常一次闪电里两点间的电位差约为一百兆伏，通过的电量约为**30**库仑。问一次闪电消耗的能量是多少？如果用这些能量来烧水，能把多少水从 $0^{o}C$ 加热到 $100^{0}C$?

解:**(1)**一次闪电消耗的能量

$$\boldsymbol{W = q\times(V_A - V_B)} = 30\times10^{9} = 3\times10^{10}\text{（焦耳）}$$

(2)设水的质量为**m**,

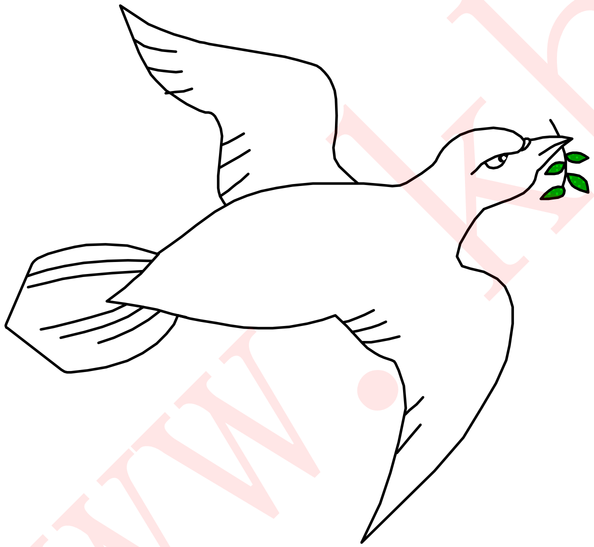
$$Q = W = cm(T_2 - T_1) = cm\Delta T$$

$$m = \frac{W}{c\Delta T} = \frac{3\times10^{10}\times0.24}{10^{3}\times100} = 7.19\times10^{4}\text{（千克）}$$

2 以知空气的击穿强为**2×10^6**伏/米，测得某次闪电的火花长**100**米，求发生这次闪电两端的电位差。

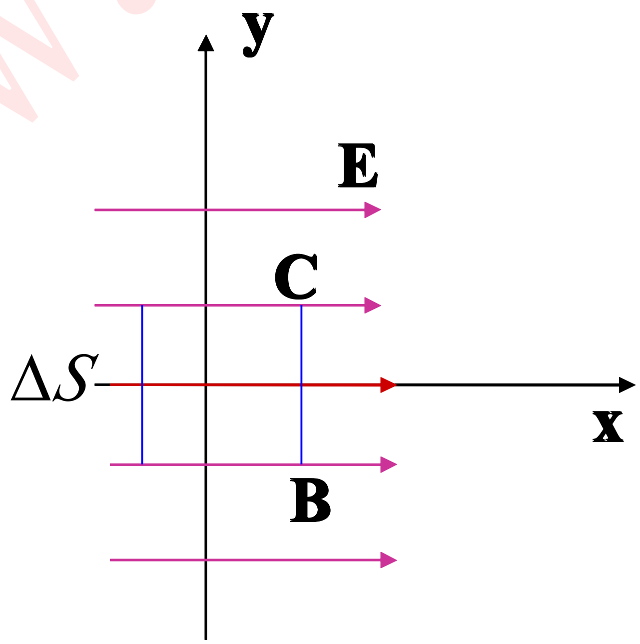
解：两端电位差为V_2-V_1，则

$$V_2-V_1=E\,d=2\times10^6\times100=2\times10^8\text{（伏）}$$



3. 证明：在真空静电场中凡是电力线都是平行直线的地方，电场强度的大小必定处处相等；或者换句话说，凡是电场强度的方向处处相同的地方，电场强度的大小必定处处相等。（提示：利用高斯定理和作功与路径无关的性质，分别证明沿同一电力线和沿同一等位面上两点的场强相等。）

解：**(1)**依题意做如图所示，由高斯定理：



$$-E_A\cdot\Delta S+E_B\cdot\Delta S=0$$

所以：$\mathbf{E_A=E_B}$.

(2) 与电力线重合方向上为等位面：

$\mathbf{U_B=U_C}$

$$E_B=\frac{\partial U_B}{\partial x};E_C=\frac{\partial U_C}{\partial x}$$

所以：$\mathbf{E_B=E_C}$.

4. 求与电电荷**q=1.0×10^-6**库仑分别相距**a= 1.0**米和**b=2.0**米的两点间的电势差。

解：两点间的电势差：

$$U_A - U_B = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 a} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 b}$$

$$= \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

$$= 9.0\times10^{9}\times1.0\times10^{-6}\left(\frac{1}{1.0} - \frac{1}{2.0}\right)$$

$$= 4.5\times10^{3}$$

5.一点电荷**q**在离它**10**厘米处产生的电位为**100**伏，求**q**。

解：由点电荷电势公式：$U=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ 求得

$$q=4\pi\varepsilon_0 rU=\frac{1}{9.0\times10^{9}}\times0.1\times100$$

$$=1.09\times10^{-9}$$ (库仑）

6.求一对等量同号点电荷连线中点的场强和电位，设电荷都是**q**，

两者之间距离**2l**。

解：由叠加原理，点电荷的场强和电势：

$$\boldsymbol{E}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l^2}-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l^2}=0$$

$$\boldsymbol{U}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l}$$

7. 求一对等量异号电荷连线中点的场强和电位，设电荷分别为正负**q**，两者之间距离为**2l**。

解：由叠加原理，点电荷组的场强和电势：

$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l^2}-\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 l^2}=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 l^2}$$

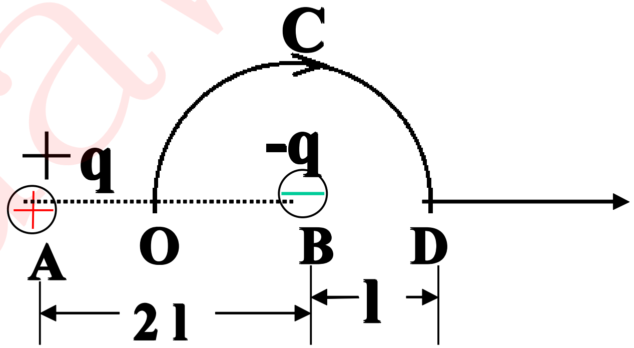
$$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 l}=0$$

8.如图所示，**AB=2l**，$\overset{\frown}{OCD}$是以**B**为中心，**l**为半径的半圆。**A**点有正点电荷**+q**，**B**点有负点电荷**-q**。

(1)把单位正电荷从**O**点沿$\overset{\frown}{OCD}$移到**D**点,电场力对它做了多少功？

(2)把单位负电荷从**D**点沿**AB**的延长线移到无穷远去，电场力对它做了多少功？

解：两电荷在**O**点,**D**点的电势为:



$$U_0=\frac{+q}{4\pi\varepsilon_0 l}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 l}=0$$

$$U_D=\frac{+q}{4\pi\varepsilon_0\times 3l}+\frac{-q}{4\pi\varepsilon_0 l}=-\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 l}$$

(1)电场力的功:$A_{\overset{\frown}{OCD}}=q_0(U_0-U_D)=1\times\left(0-\frac{-q}{6\pi\varepsilon_0 l}\right)=\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 l}$

(2)电场力的功:$A_{D\infty}=q_0(U_D-U_\infty)=-1\times\left(-\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 l}-0\right)=\frac{q}{6\pi\varepsilon_0 l}$

9. 两个点电荷的电量都是**q**，相距为**l**。求中垂面上到两者连线中点为**x**处的电位。

解：由电势叠加原理，求得：

$$U=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+y^2/4}}+\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+y^2/4}}$$

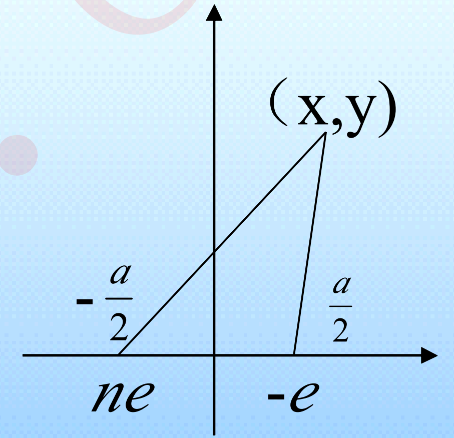
$$=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+y^2/4}}$$

10. 有两个异号点电荷***ne***和***-e(n>1)***,相距为**a**。

(1)证明电位为零的等位面是一个球面；

(2)证明球心在这两个点电荷的延长线上，且在**-e**点电荷的外边；

(3)这球的半径为多少？



解：依题意做如图所示，**p**点电势为：

$$U=\frac{ne}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(x+a/2)^2+y^2}}-\frac{e}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{(x-a/2)^2+y^2}}=0$$

$$\text{即}:\frac{n}{\sqrt{(x+a/2)^2+y^2}}=\frac{1}{\sqrt{(x-a/2)^2+y^2}}$$

$$(n^2-1)x^2-(n^2+1)ax+(n^2-1)a^2/4+(n^2-1)y^2=0$$

$$(n^2-1)(x^2-2ax+a^2/4+y^2)=0$$

$$(n^2-1)(x^2-2ax+a^2-3a^2/4+y^2)=0$$

$$(x-a)^2+y^2=3a^2/4$$

圆心在（**a,0**） 半径. $\frac{\sqrt{3}}{2}a$

11.求电偶极子$\boldsymbol{p}=q\boldsymbol{l}$电位的直角坐标表达式,并用梯度求出场强的直角分量表达式.

解:偶子电势 $U=\dfrac{p\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$,其中$r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

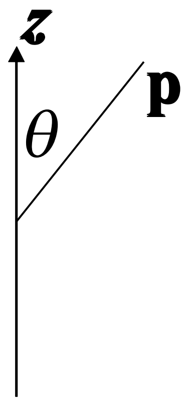
而 $\cos\theta=\dfrac{z}{r}=\dfrac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$ $\therefore U=\dfrac{p\bullet z}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

故梯度分量:

$$E_x=-\frac{\partial U}{\partial x}=\frac{3p}{4\pi\varepsilon_0}\bullet\frac{xz}{(x^2+y^2+z^2)^{2.5}}$$

$$E_y=-\frac{\partial U}{\partial y}=\frac{3p}{4\pi\varepsilon_0}\bullet\frac{yz}{(x^2+y^2+z^2)^{2.5}}$$

$$E_x=-\frac{\partial U}{\partial z}=\frac{3p}{4\pi\varepsilon_0}\bullet\frac{2z^2-x^2-y^2}{(x^2+y^2+z^2)^{2.5}}$$

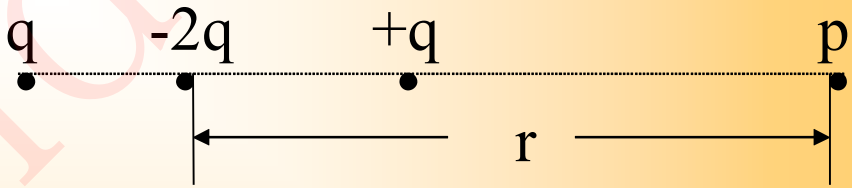


12.证明本章第二节习题**8**附图中电四极子在它的轴线沿长线上的电位为

$$U=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^3}\qquad (r\geq l)$$

式中 **Q=2ql²** 叫做它的电四极距。利用梯度验证，所得场强公式与该题一致。

解：

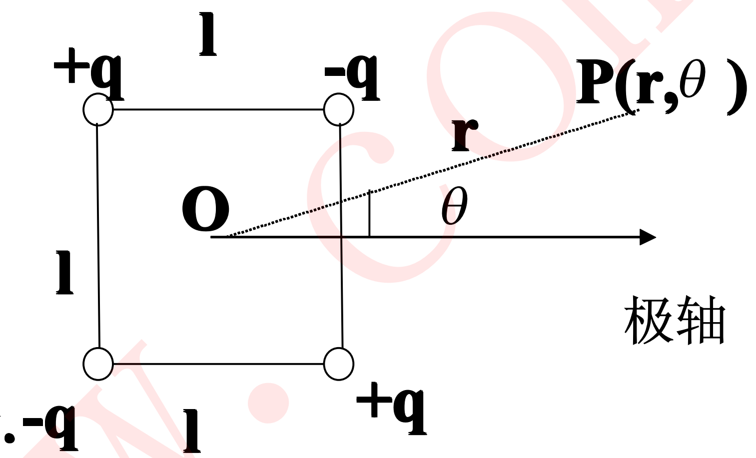


$$E=-\frac{\partial U}{\partial r}=\frac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 r^4}\qquad (r\geq l)$$

13.一电四极子如图所示.试证明:

当r>>l时,它在P(r,)点产生的电位为

$$U = -\frac{3ql^2 \sin\theta \cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \quad (r >> l)$$



图中极轴通过正方形中点O点,且与一对边平行.

证明:电偶子电子电势 $U = \dfrac{ql\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r}$

一个电偶极电势

$$U_1 = \frac{ql\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r_1} = \frac{ql\cos(\theta + \pi/2)}{4\pi\varepsilon_0 (r - l\cos\theta/2)^2}$$

另一个电偶极电势

$$U_2 = \frac{ql\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r_2} = \frac{ql\cos(\pi/2 - \theta)}{4\pi\varepsilon_0 (r + l\cos\theta/2)^2}$$

$$\therefore U = U_1 + U_2$$

$$= \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{-\sin\theta}{(r - l\cos\theta/2)^2} + \frac{\sin\theta}{(r + l\cos\theta/2)^2}\right]$$

$$\approx \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{-\sin\theta}{r^2 - rl\cos\theta} + \frac{\sin\theta}{r^2 - rl\cos\theta}\right]$$

$$= \frac{ql}{4\pi\varepsilon_0} \bullet \frac{r^2(\cos\theta - \sin\theta) - 2rl\sin\theta\cos\theta}{r^4 - r^2 l^2 \cos^2\theta}$$

$$= \frac{-3ql^2\sin\theta\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$$

14. 求本章第二习题**12**中均匀带电圆环轴线上的电位分布，并画**U—x**曲线。

解：

在圆环上 **l__l+dl** 的带电常量 $dq=\lambda dl$

它在中心轴上电 势为：$dU=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}$

整个圆环电势为：$U=\int_0^q\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{R^2+x^2}}$

15.求本章第二节习题**13**中均匀带电圆面轴线上的电位分布，并画**U—x**曲线。

解：在圆盘上**r—r+dr**取一圆环，带电量**dq=**$\sigma \cdot ds=\sigma \cdot 2\pi rdr$

它在中心轴的电势：

$$dU=\frac{dq}{4\pi\,\varepsilon_0\sqrt{r^2+x^2}}=\frac{\sigma \cdot 2\pi rrdr}{4\pi\,\varepsilon_0\sqrt{r^2+x^2}}=\frac{\sigma \cdot rdr}{4\pi\,\varepsilon_0\sqrt{r^2+x^2}}$$

整个圆盘的电势为：

$$U=\int_0^k dU=\int_0^k \frac{\sigma\ \ rdr}{\varepsilon_0\sqrt{r^2+x^2}}=\frac{\sigma}{2\,\varepsilon_0}(\sqrt{r^2+x^2}-x).$$

16.求 本章第三节习题**3**中同心球在 三个区域内的电位分布**.**

解**:**

电场分布为**:E=** $\begin{cases} 0 & r < R_1 \\ \dfrac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & R_1 < r < R_2 \\ \dfrac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} & r > R_2 \end{cases}$

由电势分布公式**:** $U=\int_r^{\infty} Edr$ 求得电势分步**:**

r<R1: $U_I=\int_r^{\infty} Edr=\int_r^{R1} 0dr+\int_{R1}^{R2}\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr+\int_{R2}^{\infty}\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{R_1}+\frac{Q_2}{R_2}\right)$

R_1<r<R_2: $U_{II}=\int_r^{R2}\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr+\int_{R2}^{\infty}\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r}+\frac{Q_2}{R_2}\right)$

r>R_2: $U_{III}=\int_r^{\infty}\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$

17.在上题中，保持内球上电量 Q_1 不变，当外球电量Q_2改变时，试讨论三个区域内的电位有何变化？两球面间的电位差有何变化？

解：

$$U_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{R_1}+\frac{Q_2}{R_2}\right),U_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q_1}{r}+\frac{Q_2}{R_2}\right),U_3=\frac{Q_1+Q_2}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

看出：各点电势均与　有关。故Q_2改变时，Q_2 **>0，**电势随Q_2增加而增加；当 Q_2 **<0**，结论相反。

两球的电势差：

$$\Delta U=\int_{k_1}^{k_2}\frac{Q_1}{4\pi r^2\varepsilon_0}dr=\frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1-R_2}\right)$$ 不变。

18.求本章第三节习题**2**中均匀带电球体的电位分布.

解:由电位的定义式 $U=\int_r^{\infty}\vec{E}d\vec{l}$ 求得电位分布

r<R时,$U=\int_r^{\infty}Edr=\int_r^{\infty}\frac{qr}{4\pi\varepsilon_0R^3}dr+\int_r^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r^2}dr$

$$=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0}\left(\frac{3}{R}-\frac{r^2}{R^3}\right)=\frac{q(3R^2-r^2)}{8\pi\varepsilon_0R^3}$$

r>R时, $U=\int_r^{\infty}Edr=\int_r^{\infty}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0r}$

19. 金原子核可当作均匀带电球，其半径约为 6.9×10^{-15} 米，电荷为 $Ze = 79\times1.6\times10^{-19} = 1.26\times10^{-17}$库。求它表面上的电位。

解：

金原子核表面的电位：

$$U = \frac{q}{4\pi k\varepsilon_0} = 9.0\times10^{9}\frac{1.26\times10^{-17}}{6.9\times10^{-15}} = 1.61\times10^{7}\text{（伏）}$$

20.(1)一质子(电荷为$e=1.60\times 10^{-19}$库,质量为1.67×10^{-27}千克)以1.2×10^{7}米/秒的速度从很远的地方射向金原子核,求它能达到金原子核的最近距离;(2) α粒子的电荷为2e,质量为6.7×10^{-27}千克,以1.6×10^{7}米/秒的速度从很远的地方射向金原子核,求它能达到金原子核的最近距离.

解:质子与金原子核最近间距为r_1,此处电势

$$U=\frac{2e}{4\pi\varepsilon_0}=9.0\times 10^{9}\times\frac{q}{r_1}$$ 质子势能: $$w=eu=\frac{eq}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$$

由质子的动能转化的电势能:$eu=0.5mv^2$, $$\frac{eq}{4\pi\varepsilon_0 r_1}=\frac{1}{2}mv^2$$

$$r_1=\frac{2qe}{4\pi\varepsilon_0 m v^2}=\frac{2\times 1.26\times 10^{-17}\times 1.60\times 10^{-19}}{1.67\times 10^{-27}\times(1.2\times 10^{7})^2}=1.51\times 10^{-13}\text{(米)}$$

α 粒子与金原子核最近间距为r_2,同理求得

$$r_2=\frac{2qe}{4\pi\varepsilon_0 m v^2}=4.2\times 10^{-14}\text{(米)}$$

21. 在氢原子中，正常状态下电子到质子的距离为 5.29×10^{-11} 米，已知氢原子核（质子）和电子带电各为正负 e（$e=1.60\times10^{-19}$ 库）。把氢原子中的电子从正常状态下离核的距离拉开到无穷远处所须的能量，叫做氢原子的电离能。求此电离能是多少电子伏和多少焦耳？

解：电子正能状态下（$a_0=5.29\times10^{-11}$).该处电势：

$$U=\frac{e}{4\pi\varepsilon_0 a_0}=9.0\times10^{9}\times\frac{1.6\times10^{-19}}{5.29\times10^{-11}}=27.2(\text{伏})$$

电量能：

$$W=-A=eU=1\times27.2=27.2(\text{伏})$$

22.1 轻原子核（如氢及其同位素氘，氚的原子核）结合成为较重原子核的过程，叫做核聚变。核聚变过程可释放大量能量。例如，四个氢原子核结合成一个氦原子核时，可以释放出

28MeV的能量。这类核聚变就是太阳发光发热的能量来源。实现核聚变的困难在于原子核都带正电，互相排斥，在一般情况下不能互相靠近而发生结合。只有在温度非常高时热运动的速度非常大，才能冲破库仑排斥力的壁垒，碰到一起发生结合，这叫做热核反应。根据统计物理学，绝对温度为**T**时，粒子的平均动能为 $mv^2/2 = 3kT/2$

式中$k=1.38\times10^{-23}$焦耳/开 叫做玻耳兹曼常数。已知质子质量$M=1.67\times10^{-27}$ 千克，电荷$e=1.6\times10^{-19}$ 库，半径的数量级为

10^{-15}米。试计算：

(1)一个质子以怎样的动能（以**eV**表示）才能从很远的地方达到与另一个质子接触的距离？

(2)平均热运动动能达到此值时，温度（以开表示）需位多少？

22.2

解：（1） 质子表面电势：$U = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{e}{r}$

另一质子达到这一质子表面的电势能：

$$W = eU = \frac{e^2}{4r\pi\varepsilon_0} = \frac{e}{4r\pi\varepsilon_0}\cdot e = e\cdot\frac{1.6\times10^{-19}}{10^{-15}}\times9.0\times10^{9} = e\times1.41\times10^{6}(J)$$

即质子具有1.41×10^6电子伏的动能才能接近另一质子。

（2）因 $\dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{3}{2}kT$ ，求得温度：

$$T = \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{3}{2}k} = \frac{1.41\times10^6\times1.6\times10^{-19}}{1.5\times1.38\times10^{-23}} = 10^{10}\ （开）$$

23.在绝对温度**T**时，微观粒子热运动能量具有**kT**的数量级（玻耳兹曼常数**k=1.38 10**$^{-23}$焦耳/开）。有时人们把能量**kT**折合成电子伏，就是说温度**T**为若干电子伏。问：

（**1**）**T=1eV**相当于多少开？

（**2**）**T=50keV**相当于多少开？

（**3**）室温（**T 300**开）相当于多少**eV**？

解：

$$(1)1kT = 1eV,\text{即}\ T = \frac{eV}{k} = \frac{1.6\times10^{-19}}{1.38\times10^{-23}} = 1.16\times10^{4}（\text{开}）$$

$$(2)T = \frac{eV}{k} = \frac{50\times10^{3}\times1.6\times10^{-19}}{1.38\times10^{-23}} = 5.8\times10^{8}（\text{开}）$$

$$(3)kT = 1.38\times10^{-23}\times300 = 2.6\times10^{-2}(\text{电子伏})$$

24.1 电量**q**均匀地分布在长为**2l**的细直线上,求下列各处的电位**U:**

(1) 中垂面上离带电线段中心**O**为**r**处，并利用梯度求E_r;

(2) 延长线上离中心**O**为**z**处,并利用梯度求E_z;

(3) 通过一端的垂面上离该端点为**r**处，并利用梯度求E_r;

解：（1）依题意作坐标系如图所示：**dy**带电量 $dq=\lambda dy$，它在**x**处的电势：

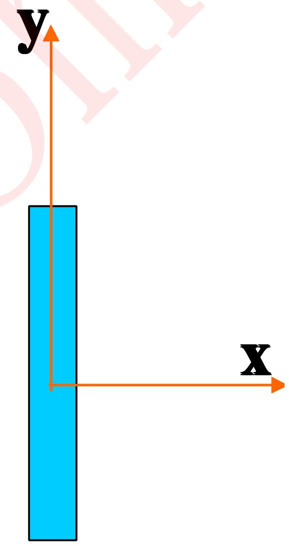
$$dU=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dq}{\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{U=\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

故整个带电直线在**x**处的电势：

$$U=\int_{-l}^{l}\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{l+\sqrt{x^2+y^2}}{x}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{l+\sqrt{x^2+y^2}}{x}$$

24.2

由 $\mathbf{E}=-\dfrac{\partial U}{\partial x}$求得:



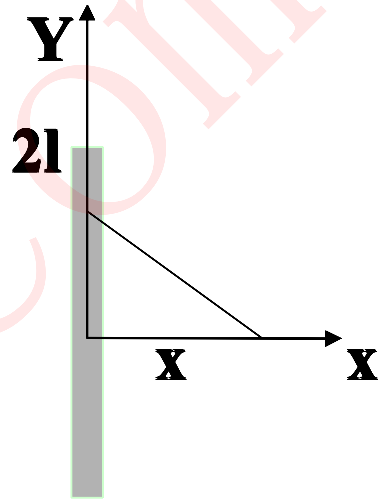
$$\mathbf{E}=-\frac{\partial U}{\partial x}=-\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 l}\frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\frac{l+\sqrt{x^2+y^2}}{x}\right)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 x\sqrt{x^2+y^2}}$$

(2)dy上电荷元在y处电势:

$$dU=\frac{\lambda dy}{4\pi\varepsilon_0(\bar{Y}-y)} \text{所以} U=\int_{-l}^{l}\frac{\lambda dy}{4\pi\varepsilon_0(\bar{Y}-y)}=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{\bar{Y}+l}{\bar{Y}-l}$$

$$E_z=-\frac{\partial U}{\partial\bar{Y}}=-\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\frac{\partial}{\partial\bar{Y}}\ln\frac{\bar{Y}+l}{\bar{Y}-l}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(\bar{Y}^2-y^2)}$$

24.3



$$(3)\,dU=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$U=\int_0^{2l}\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\frac{dy}{\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\ln\frac{2l+\sqrt{x^2+4l^2}}{x}$$

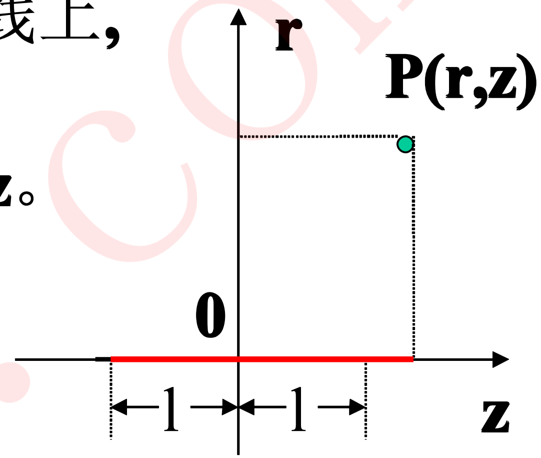
$$E_x=-\frac{\partial U}{\partial x}=-\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\cdot\frac{\partial}{\partial x}\left(\ln\frac{2l+\sqrt{x^2+4l^2}}{x}\right)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+4l^2}}$$

25.如图所示，电量q均匀分布在长为2l的细长直线上，

(1)求空间任一点P（r,z）的电位（r>0）.

(2)利用梯度求任一点P（r,z）的场强分量Er和Ez。

(3)将所得结果与上题中的特殊位置作比较。



解:(1)dz电荷在p处电势 $dU=\dfrac{\lambda dz}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{r^2+(Z-z)^2}}$

$$\therefore U=\int_{-l}^{l}dU=\int_{-l}^{l}\frac{qdz}{8\pi\varepsilon_0 l\sqrt{r^2+(Z-z)^2}}=\frac{qdz}{8\pi\varepsilon_0 l}\ln\left|\frac{Z+l+\sqrt{r^2+(Z-z)^2}}{Z-l+\sqrt{r^2+(Z-z)^2}}\right|$$

(2) $\vec{E}=E_r\bullet\vec{r}_0+E_z\bullet\vec{k}$　　其中，$E_r=-\dfrac{\partial U}{\partial r}$

$$=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\left[\frac{1}{(z-l)\sqrt{r^2+(Z-l)^2}+r^2+(z-l)^2}-\frac{1}{(z+l)\sqrt{r^2+(Z-l)^2}+r^2+(z+l)^2}\right]$$

$$E_{zr}=-\frac{\partial U}{\partial z}=\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 l}\left[\frac{1}{\sqrt{r^2+(Z-l)^2}}-\frac{1}{\sqrt{r^2+(Z+l)^2}}\right]$$

(3)上题中：　$z=0,U=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{l+\sqrt{r^2+l^2}}{r}$

$r=0,U=\dfrac{q}{8\pi\varepsilon_0}\ln\left|\dfrac{z+l}{z-l}\right|$　　$z=l,U=\dfrac{q}{8\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{2l+\sqrt{r^2+4l^2}}{r}$

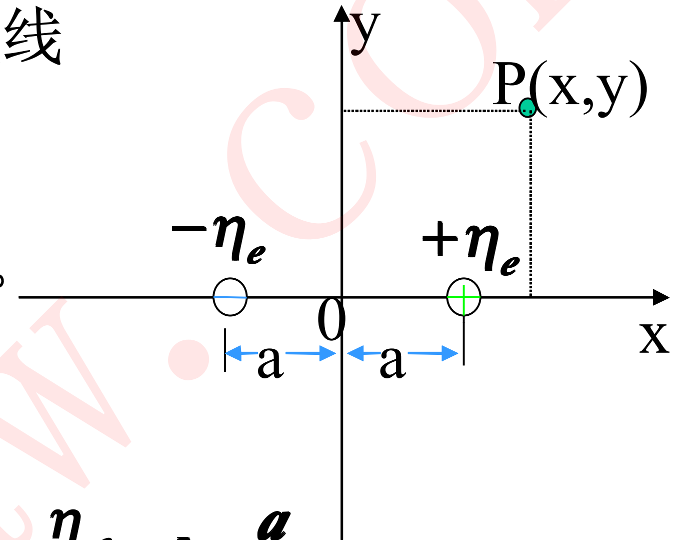
26.一无限长直线均匀带电，线电荷密度为 əu。求离这线分别为$\mathbf{r_1}$和$\mathbf{r_2}$的两点之间的电位差。

解：

两点电位差：

$$U_1 - U_2 = \int_{r_1}^{r_2} E dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0 r} dr = \frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0} \ln\frac{r_2}{r_1}$$

27.如图所示，两条均匀带电的无限长直线(与图纸垂直),电荷的线密度分别为 $\pm\eta_e$ 相距**2a**，求空间任一点**P**（**x,y**）的电位。



解：如图所示，设**0**点电位为零，则：

$+\eta_e$在P点电势 $$U_1=\int_{r_1}^{a}\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0 r}dr=\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{a}{r_1}$$

$-\eta_e$在P点电势 $$U_2=\int_{r_2}^{a}\frac{-\eta_e}{2\pi\varepsilon_0 r}dr=-\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{a}{r_2}$$

故P点电势 $$U=U_1+U_2=\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}(\ln r_2-\ln r_1)=\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

$$=\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{\sqrt{(x+a)^2+y^2}}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}}=\frac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{(x+a)^2+y^2}{(x-a)^2+y^2}$$

28. 证明：在上题中电位为**U**的等位面上半径为**r=2ka/(k²-1)**的圆筒面，圆筒的轴线与两直线共面，位置在**x=(k²+1)a/(k²-1)**处，其中$k=\exp(2\pi\varepsilon_0 U/\eta_e)$(有关等势面图，参见图**1-46**）。**U=0**的等势面是什么形状？

证明；上题中，$U=\dfrac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{\sqrt{(x+a)^2+y^2}}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}} \Rightarrow e^{\frac{2\pi\varepsilon_0 U}{\eta_e}}=\sqrt{\dfrac{(x+a)^2+y^2}{(x-a)^2+y^2}}=k$

故：$\dfrac{(x+a)^2+y^2}{(x-a)^2+y^2}=k^2$ 经调整可化为圆方程：$[x-\dfrac{a(k^2-1)}{k^2-1}]^2+y^2=(\dfrac{2ka}{k^2-1})^2$

（2）若U=0，即 $\dfrac{(x+a)^2+y^2}{(x-a)^2+y^2}=1$

$(x+a)^2+y^2=(x-a)^2+y^2 \Rightarrow 2ax=-2ax \Rightarrow x=0$

$x=0$,即**yoz**坐标面上电动势为零。

29.求本章第三节习题**7**中无限长共轴圆筒间的电位分布和两筒间的电位差（设$\lambda_1=-\lambda_2$）。

解：由第三节习题**7**可知：

$$\mathbf{E}=\begin{cases}0 & r<R_1\\ \dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r} & R_1<r<R_2\\ 0 & r>R_1\end{cases}$$

∴两筒之间的电势差

$$\Delta U=\int_{R1}^{R2}Edr=\int_{R1}^{R2}\frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0}dr=\frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

30.求本章第三节习题**8**中无限长直圆柱的电位分布（以轴线为参考点，设它上面的电位为零）。

解：由第三节习题**8**可知：**E**= $\begin{cases} \dfrac{\rho r}{2\varepsilon_0} & r < R \\ \dfrac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r} & r > R \end{cases}$

$$r<R\text{电势：}U=\int_r^0 E dr=\int_r^0 \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}dr=-\frac{\rho r^2}{4\varepsilon_0}$$

$$r>R\text{电势：}U=\int_r^R \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}dr+\int_R^0 \frac{\rho r}{2\varepsilon_0}dr=\frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0 r}\ln\frac{R}{r}-\frac{\rho r^2}{4\varepsilon_0}$$

31.求本章第三节习题 9 中无限长等离子体柱的电位分布（以轴线为参考点，设它上面的电位为零）。

解：$$U=\int_r^0 Edr=\frac{a^2\rho}{2\varepsilon_0}\int_r^0\frac{r}{\sqrt{a^2+r^2}}dr$$

$$=\frac{a^2\rho}{2\varepsilon_0}\ln\frac{a}{\sqrt{a^2+r^2}}$$

32.一电子二极管由半径**r＝0.50**毫米的圆柱形阴极K和套在阴极外同轴圆筒形的阳极A组成，阳极的半径R＝**0.45**厘米。阳极电位比阴极高**300**伏。设电子从阴极发射出来时速度很小,可不计。求：**(1)**电子从K向A走过**2.0**毫米时的速度；**(2)**电子到达A时的速度。

解： 二极管阴，阳极

可看作同轴圆筒，其间的电场为： $E=\dfrac{\eta_e}{2\pi\varepsilon_0 r}$

(1) $U_1=\int_{R_1}^{r}Edr=\int_{R_1}^{r}\dfrac{-\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}dr=\dfrac{-\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{r}{R_1}$ $U_2=\int_{R_1}^{R_2}Edr=\dfrac{-\eta_e}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$

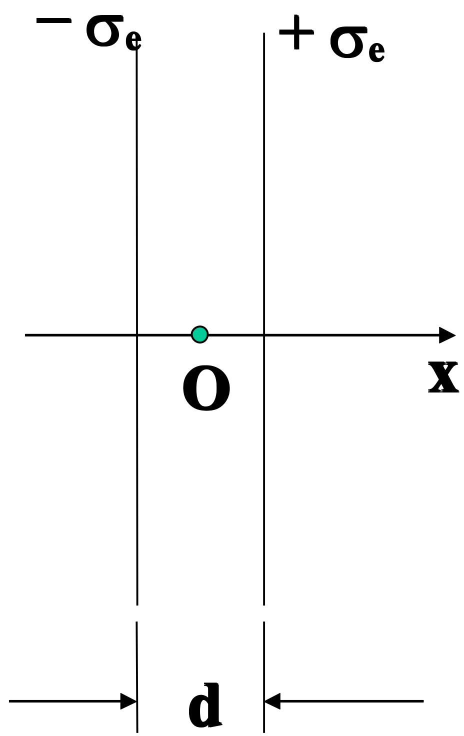
相除，得：$U_2=U_1\bullet\ln\dfrac{R_2}{r}\Big/\ln\dfrac{r}{R_1}$， 电子所做的功： $\dfrac{1}{2}mv^2=eU$

$$v=\sqrt{\frac{2eU_2}{m}}=\sqrt{\frac{2eU}{m}U_1\bullet\ln\frac{R_2}{r}\Big/\ln\frac{r}{R_1}}$$

$$=\sqrt{\frac{-1.6\times10^{-19}\times2\times(-300)}{9.1\times10^{-31}}\bullet\ln\frac{R_2}{r}\Big/\ln\frac{r}{R_1}}=8.81\times10^{6}(m/s)$$

(2)电子到A时： $v=\sqrt{\dfrac{2eU}{m}}=\sqrt{\dfrac{-1.6\times10^{-19}\times2\times(-300)}{9.1\times10^{-31}}}=1.03\times10^{7}(m/s)$

33.1 如图所示，一对均匀等量异号的平行带电平面。若其间距离**d**远小于带电平面的限度时，这对带电面可看成是无限大的。这样的模型叫做电偶极层。求场强和电位沿垂直两平面的方向**x**的分布，并画出**E_x** 和 **U_x**曲线（取离两平面灯具的**O**点为参考点，令该处电位为零）。



解：

电场分布 $\begin{cases} \text{两极内：} & E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} + \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} = \dfrac{\sigma}{\varepsilon_0} \\ \text{两极外：} & E = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} - \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0} = 0 \end{cases}$

(33.2)

电势分布：（取O点电势为零）

当 x< -d/2 时

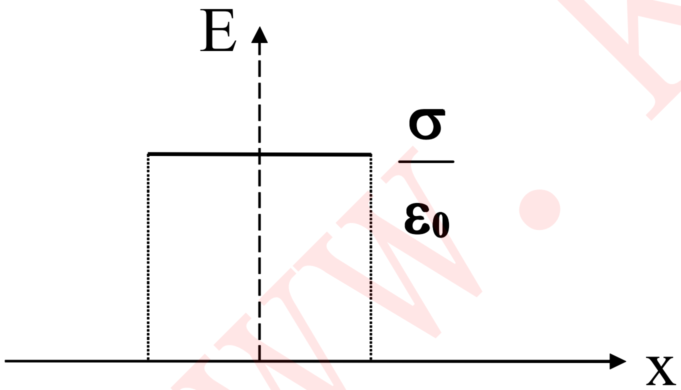
$$U=\int_{-x}^{0}Edx=\int_{-x}^{-q/2}E_{外}dx+\int_{-d/2}^{0}E_{内}dx=0+\int_{-d/2}^{0}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}dx=-\frac{\sigma d}{2\varepsilon_0}$$

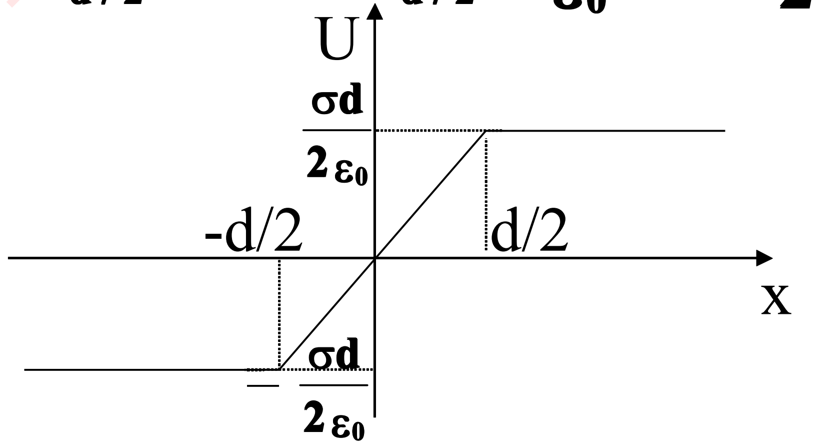
当 -d/2 < x < d/2 时

$$U=\int_{x}^{0}Edx=\int_{x}^{0}\frac{\sigma}{\varepsilon_0}dx=\frac{\sigma x}{\varepsilon_0}$$

当 x > d/2 时

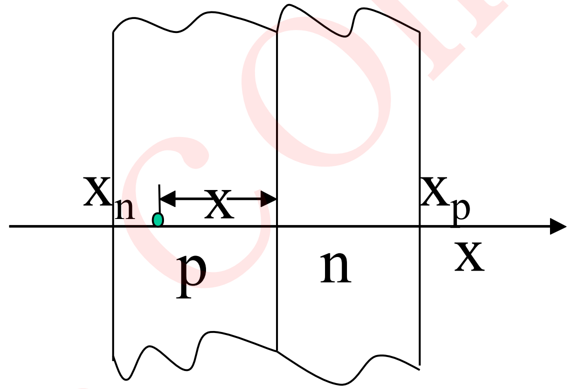
$$U=\int_{x}^{0}Edx=\int_{x}^{d/2}E_{外}dx+\int_{d/2}^{0}E_{内}dx=\int_{-d/2}^{0}-\frac{\sigma}{\varepsilon_0}dx=\frac{\sigma d}{2\varepsilon_0}$$





34.证明本章第三节习题**14**的突变型**p-n**结内电位的分布为

$$\begin{cases} n\text{区}, U(x) = -\dfrac{N_D e}{\varepsilon_0}\left(x_n x + \dfrac{1}{2}x^2\right) \\ p\text{区}, U(x) = -\dfrac{N_A e}{\varepsilon_0}\left(x_p x + \dfrac{1}{2}x^2\right) \end{cases}$$



这公式是以哪里作为电位参考点的？**p-n**结两侧的电位差为多少？

解：由第三节习题**14**中，**p-n**结内电场分布：

$$n\text{区}:\quad E = \frac{N_D e}{\varepsilon_0}(x_n - x) \qquad\qquad p\text{区}:\quad E = \frac{N_A e}{\varepsilon_0}(x_p - x)$$

选**x=0**处（**p-n**交界处）电势为零，则由电势差计算公式得：

$$n\text{区电势}:\ U_n = \int_x^0 E dx = \int_x^0 \frac{N_D e}{\varepsilon_0}(x_n + x)dx = -\frac{N_D e}{\varepsilon_0}\left(x_n + \frac{1}{2}x^2\right)$$

$$p\text{区电势}:\ U_p = \int_x^0 E dx = \int_x^0 \frac{N_A e}{\varepsilon_0}(x_p - x)dx = -\frac{N_A e}{\varepsilon_0}\left(x_p - \frac{1}{2}x^2\right)$$

p-n结两侧的电位差为：

$$\Delta U = U_p|_{x=x_p} - U_n|_{x=-x_n} = \frac{-N_A e}{2\varepsilon_0}x_p^2 - \frac{N_D e}{2\varepsilon_0}x_n^2 = -\frac{e}{2\varepsilon_0}(N_A x_p^2 + N_D x_n^2)$$

35. 证明本章第三节习题**15**的线性缓变型**p—n**结内电位的分布为

$$U(x)=\frac{ae}{2\varepsilon_0}\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x_m^2 x}{4}\right)$$，这公式是以哪里作为电位参考点的？

P—n结两侧的电位差为多少？

解：依**34**题仍设**x=0**处电势为：

$$U(x)=\int_x^0\frac{ae}{8\varepsilon_0}(x_m^2-4x^2)dx=\frac{ae}{2\varepsilon_0}\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x_m^2 x}{4}\right)$$

将:$x=x_m/2$ 和 $x=-x_m/2$ 分别代入上式可得：

P—n结右侧面处电势：$U_p=-\dfrac{ae\,x_m^3}{24\varepsilon_0}$

P—n结左侧面处电势：$U_n=\dfrac{ae\,x_m^3}{24\varepsilon_0}$

故**P—n**结两侧的电位差：

$$\Delta U=U_p-U_n=-\frac{ae\,x_m^3}{24\varepsilon_0}-\frac{ae\,x_m^3}{24\varepsilon_0}=-\frac{ae\,x_m^3}{12\varepsilon_0}$$

36.在本章第二节习题**16**的示波管中，若已知的不是偏转电极间的场强**E**，而是两极板间的距离**d=1.0**厘米和电压**120**伏，其余尺寸照旧。求偏转距离**y**和**y'**。

解：板间场强为：

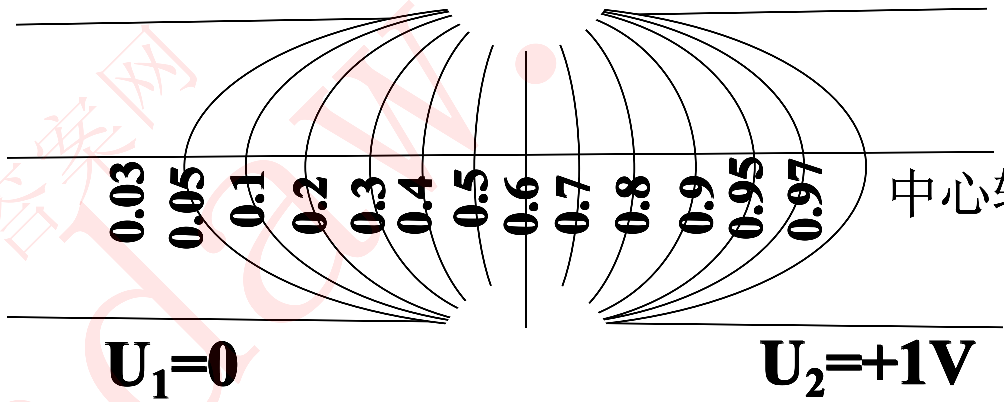
$$E=\frac{V}{d}=\frac{120}{1\times10^{-2}}=1.2\times10^{4}(V/m)$$

参考第二节习题 16：

$$y=\frac{1}{2}at^{2}=\frac{1}{2}\bullet\frac{eEl^{2}}{mv^{2}}=0.35\times10^{-3}(m)$$

$$y'=y+v_{y}\bullet t'=y+\frac{eElD}{mv_{0}^{2}}=0.5\times10^{-3}(m)$$

37. 电视显象管的第二和第三阳极是两个直径相同的同轴金属圆筒.两电极间的电场即为显象管中的主要聚焦电场.图中所示为主要聚焦带农场中的等位面,数字表示电位值.试用直尺量出管轴上各等位面间的距离,并求出相应的电场强度。



解:在中心轴线上:

$$E = \frac{\Delta U}{\Delta x}$$

首先量出中心轴线上各等位面的间距:

$$\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3 \cdots\cdots \Delta x_n$$

再用 $E_i = \dfrac{\Delta U_i}{\Delta x_i}$ 得 $E_1, E_2, E_3 \cdots\cdots E_n$ 的值

38.带电粒子经过加速电压加速后，速度增大。已知电子的质量**m=9.11　10^{-31}**千克，电荷的绝对值**e=1.60　10^{-19}**库。（**1**）设电子质量与速度无关，把静止电子加速到光速**c=3　10^{8}m/s**要多高的电压？（**2**）对于高速运动的物体来说，上面的算法不对，因为根据相对论，物体的动能不是**$mv^2/2$**，而是

$$mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right)$$

按照这公式，静止电子经过上述电压加速后，速度**v**是多少？它是光速的百分之几？（**3**）按照相对论，要把带电粒子从静止加速到光速**c**，需要多高的电压？这可能吗？

解：（**1**）利用经典公式

$$e\Delta U=\frac{1}{2}mc^2$$

$$\Delta U=\frac{mc^2}{2e}=\frac{9.1\times10^{-31}\times(3\times10^{8})^2}{2\times1.6\times10^{-19}}=2.55\times10^{5}(V)$$

（**2**）利用相对论公式

$$e\Delta U=mc^2\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right)$$

$$v=c\sqrt{1-\frac{m^2c^4}{(mc^2+e\Delta U)^2}}=3\times10^{8}\sqrt{1-\frac{(9.1\times10^{-31})^2\times(3\times10^{8})^4}{\left[9.1\times10^{-31}\times(3\times10^{8})^2+1.6\times10^{-19}\times2.55\times10^{5}\right]^2}}=2.24\times10^{8}(m/s)$$

$$(3)\Delta U=\frac{mc^2}{e}\left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}-1\right)=\lim_{v\to\infty}\Delta U=\lim_{v\to\infty}\frac{mc^2}{e}(\infty-1)=\infty$$

1.计算本章第一节习题8中三个点电荷的相互作用能,设三角形边长为l,顶点上的电荷都是q.

解:$w_{互} = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{3} q_i U_i$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 l} + \frac{2q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}\right)$$

$$= \frac{3q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}$$

2. 计算上题中心电荷处再其余三电荷产生的外电场中的电位能.

解: 如图所示,中心电荷为q,该处电势为:

$$U = 3\times\frac{q}{4\pi\varepsilon_0(\frac{\sqrt{3}}{3}l)} = \frac{3\sqrt{3}q}{4\pi\varepsilon_0 l}$$

则:电势能为W

$$W = QU = Q\cdot\frac{3\sqrt{3}q}{4\pi\varepsilon_0 l}\Big|_{Q=-\frac{\sqrt{3}}{3}q} = -\frac{3q^2}{4\pi\varepsilon_0 l}$$

3.求均匀带电球体的电位能，设球的半径为R，带电总量为q。

解：由题18可得球内电势 $U=\dfrac{q}{8\pi\varepsilon_0 R^3}(3R^2-r^2)$

由静电能公式： $W=\dfrac{1}{2}\iiint\rho\, v dv$

$$=\frac{\rho}{2}\int\frac{q}{8\pi\varepsilon_0 R^3}(3R^2-r^2)4\pi r^2 dr$$

$$=\frac{\rho q\times 4\pi}{16\pi\varepsilon_0 R^3}\left(\frac{3R^2r^3}{3}-\frac{r^5}{5}\right)\Big|_0^R$$

$$=\frac{3q\times q\times 4\pi}{4\pi R^3\times 16\pi\varepsilon_0 R^3}\left(R^5-\frac{1}{5}R^5\right)$$

$$=\frac{3q^2}{20\pi\varepsilon_0 R}$$

4.利用虚功概念重解本章第二节习题7。

解：电偶极子 $\vec{p}=q\bullet\vec{l}$

在均匀电场中的电势能为 $w=-\vec{p}\bullet\vec{E}$

(1)当 $\vec{p}//\vec{E}$时，$\theta=0$,

受力由虚功原理: $F=-\frac{\partial w}{\partial r}=-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{-Qql}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)=-\frac{2Qq}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$

受力矩：$M=-\frac{\partial w}{\partial\theta}=-\frac{\partial}{\partial\theta}(-pE\cos\theta)=-pE\sin\theta|_{\theta=0}=0$

(2) $\vec{p}$垂直E时，

力：$F=-\frac{\partial w}{\partial\theta}=-\frac{Qql\cos\theta}{2\pi\varepsilon_0 r^3}\Big|_{\theta=\frac{\pi}{2}}=0$

力矩：$M=-\frac{\partial w}{\partial\theta}=-pE\sin\theta=-pE\sin\theta|_{\theta=\frac{\pi}{2}}=-pE$

•5. 利用虚功概念证明:均匀带电球体壳在单位面积上受到的静电排斥力为$\sigma_e^2/2\varepsilon_0$.[(提示:利用例题3的结果式,并设想球面稍有膨胀($R \rightarrow R+\delta R_0$)]

解:带电为q, 半径为R的球壳的静电能为:

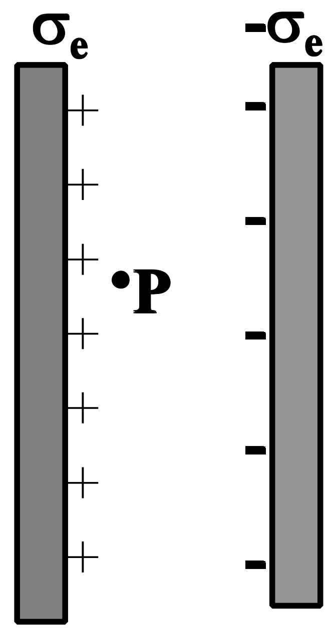
$$W = Uq/2 = \frac{q}{2} \cdot \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}$$

$$F = -\frac{\partial W}{\partial R} = -\frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}\right) = \frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R^2}$$

力密度：$f = \frac{F}{4\pi R^2} = \frac{q^2}{2(4\pi R^2)^2 \varepsilon_0} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$

第二章

1.如图所示，一平行板电容器充电后，**A**、**B**两板上电荷的面密度分别为 σ_e 和 $-\sigma_e$ 。设**P**为两板间任一点，略去边缘效应（或者把两板当作无限大也一样）。



解：（**1**）求**A**板上的电荷在**P**点产生的电场强度E_A;

（**2**）求**B**板上的电荷在**P**点产生的电场强度E_B;

（**3**）求**A**，**B**两板上的电荷在**P**点产生的电场强度**E**;

（**4**）若把**B**板拿走，**A**板上的电荷如何分布？**A**板上的电荷在**P**点产生的电场强度为多少？

解：

（1）由高斯定理求得无穷大平板外：

$\mathbf{E_1} = \sigma_e / 2\varepsilon_0$方向向右。

（2）同理，　$\mathbf{E_2} = -\sigma_e / 2\varepsilon_0$方向向右。

（3）由叠加法得，求得：

$\mathbf{E} = \mathbf{E_1} + \mathbf{E_2} = \sigma_e / \varepsilon_0$方向向右。

（4）若**B**板移走，**A**板电荷仍然均匀分布。

$\mathbf{E} = \sigma_e / 2\varepsilon_0$，方向向右。

3.两平行金属板分别带有等量的正负电荷。两板的电位差为**120**伏特，两板的面积都是**3.6**平方厘米，两板相距**1.6**毫米。略去边缘效应，求两板间的电场强度和各板上所带的电量。

解： 两板间的电场强度

$$E=（U_A - U_B)/d =120/0.0016=7.5\times10^4 (伏/米)$$

由$E= \sigma /\varepsilon_0 =Q/（\varepsilon_0 S）$求得：

$$Q=E\varepsilon_0 S= 7.5\times10^4\times 8.85 \times 3.6\times10^{-4} =2.38 \times10^{-10} (库仑)$$

4.两块带有等量异号电荷的金属板**a**和**b,**相距**5.0**毫米，两板的面积都是**150**平方厘米，电量大小都是**2.66×10^{-8}**库仑，**a**板带正电并接地（见附图）。以地的电位为零，并略去边缘效应，问：（**1**）**b**板的电位是多少？（**2**）**a**、**b**间离**a**板**1.0**毫米处的电位是多少？

（1）两板间电场$E=\sigma/\varepsilon_0=Q/(\varepsilon_0 S)$，故b板电势：

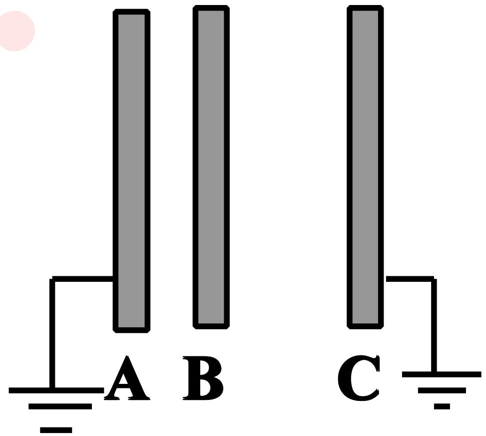
$$U_b=\int_b^a \vec{E}\,d\vec{x}=\int_b^a -E\,dx=-Qd/(\varepsilon_0 S)\qquad (d=\overline{ba})$$

$$=-(2.66\times10^{-8}\times5.0\times10^{-3})/(8.85\times10^{-12}\times1.5\times10^{-2})$$

$$=-1.002\times10^{2}=-1.0\times10^{3}\ (伏)$$

（2）$U_p=(U_b/d)d'=(-1.0\times10^{3}/5.0)\times1.0=-2.0\times10^{2}$ (伏）

5．三平行金属板**A B**和**C**，面积都要**200**厘米^2，**AB**相距**4.0**毫米，**AC**相距**2.0**毫米，**BC**两板都接地（见附图）。如果使**A**板带正电3.0×10^{-7}库仑，在略去边缘效应时，问**B**板和**C**板上感应电荷各是多少？以地的电位为零，问**A**板的电位是多少？



解：$d_1=4.0mm, d_2=2.0mm.$

(1)A板左边右边电荷分别为 q_1, q_2，则：

$$\begin{cases} q_1+q_2=q \\ E_1d_1=E_2d_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} q_1+q_2=q \\ q_1d_1/(\varepsilon_0S)=q_2d_2/(\varepsilon_0S) \end{cases}$$

$q_1=q/(1+d_1/d_2)=q/(1+0.5)=2.0\times10^{-7}$(库仑）

$q_2=q-q_1=1.0\times10^{-7}$(库仑）

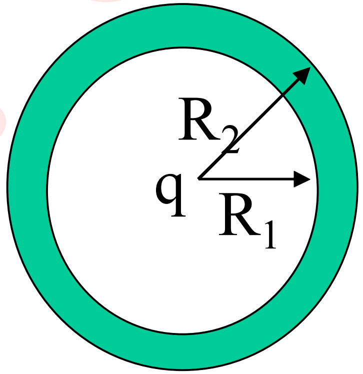
（2）A板电势：$U_A=E_1d_1=q_1d_1/(\varepsilon_0S)$

$=2.0\times10^{-7}\times2.0\times10^{-3}/(8.85\times10^{-12}\times200\times10^{-4})$

$=300$(伏）

6. 点电荷q处在导体球壳的中心，壳的内外半径分别为R_1和R_2（见附图）。求场强和电位的分布，并画出E-r和U-r曲线。

(1)由高斯定理与导体静电平衡性质求得电场分布：



q/(4$\pi\varepsilon_0$

E= 0

q/(4$\pi\varepsilon_0$

(2)由电势U= $\int_r^{\infty}$

$r<R_1$ U= $\int_r^{R_1}$ $\pi\varepsilon_0$ $\int_{R_2}^{\infty}$ $\pi\varepsilon_0$

=q/($\pi\varepsilon_0$ $\pi\varepsilon_0$

$R_1<r<R_2$ U= $\int_r^{R_2}$ $\int_{R_2}^{\infty}$ $\pi\varepsilon_0$ $\pi\varepsilon_0$

$r>R_2$ U= $\int_r^{\infty}$ $q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)dr=q/(4\pi\varepsilon_0 r)$

7． 在上题中若$q=4*10^{-10}$库仑，$R_1=2$厘米，$R_2=3$厘米，求：

（1）导体球壳的电位；（2）离球心$r=1$厘米处的电位；（3）把点电荷移开球心爱厘米，求导体球壳的电位。

（1）导体球壳电势

$U=q/(4\quad R_2)=9.0*10^9*4*10^{-10}/(3*10^{-2})=1.2*10^2$(伏）

（2）离球心$r=1$厘米处电势：

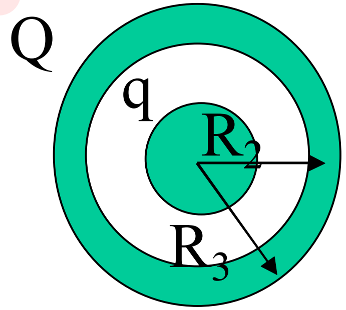
$U=q/(4\quad)*(1/r-1/R_1)+q/(4\quad R_2)$

$=9.0*10^9*4*10^{-10}(1/0.01-1/0.02)+120=3.6*(100-50)+120$

$=180+120=300$(伏）

（3）把点电荷移开球心爱厘米，只改变球壳内表面电荷分布，不影响球壳外表面电荷分布。球壳电势仍为本120伏.

8. 半径为R_1的导体球带有电荷q球内有一个内外半径为R_2，R_3的同心导体球壳，壳上带有电荷Q（见附图）。（1）求两球的电位U_1和U_2；（2）两球的电位差ΔU；（3）以导线把球和壳联接在一起后，U_1，U_2和ΔU分别是多少？（4）在情形（1），（2）中，若外球接地，U_1，U_2和ΔU为多少？（5）设为球离地面很远，若内球接地，情况如何？



(1)由高斯定理 $\oiint E dr = \sum q_i / \varepsilon_0$ 求得电场分布：

0	$r<R_1$
$E=q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$	$R_1<r<R_2$
0	$R_2<r<R_3$
$(Q+q)/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$	$r>R_3$

(1)内球电势：$U_1=\int_{R_1}^{R_2} q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)dr + \int_{R_3}^{\infty}(Q+q)/(4\pi\varepsilon_0 r^2)dr$

$=q/(4\pi\varepsilon_0)*(1/R_1-1/R_2)+(q+Q)/(4\pi\varepsilon_0 R_3)$

外球电势：$U_2=\int_{R_3}^{\infty}(Q+q)/(4\pi\varepsilon_0 r^2)dr$ ＝$(Q+q)/(4\pi\varepsilon_0 R_3)$

(2)两球电势差：U1-U2=q/(4 $\pi\varepsilon_0$)*(1/R1-1/R2)

(3)此时U1=U2, ΔU=U1-U2=0

(4)若外球接地 ,U2=0,则:U1-U2=ΔU　U1=U2+ΔU

=q/(4 $\pi\varepsilon_0$)*(1/R1-1/R2)

(5)若内球接地，电势为零，此时内球电势为 e,则:

U1=+e/(4 $\pi\varepsilon_0$ R1)+(-e)/(4 $\pi\varepsilon_0$ R2)+(Q+e)/(4 $\pi\varepsilon_0$ R3)=0

外球：$U_2=(Q+e)/(4\pi\varepsilon_0 R_3)$

解之：$U_2=Q*(R_3-R_1)/[4\pi\varepsilon_0(R_1R_2-R_1R_3+R_2R_3)]$

两球电势差：U1-U2=0-U2= -U2

$(+e)/R_1+(-e)/R_2+e/R_3+Q/R_3=0$

$e=(Q/R_3)/(1/R_1+1/R_2-1/R_3)=QR_1R_2/(R_1R_3+R_2R_3-R_1R_2)$

9．在上题中设$q=10^{-10}$库，$Q=11*10^{-10}$库，$R_1=1$厘米，$R_2=3$厘米，$R_3=4$厘米，试计算各情形中的U_1，U_2和ΔU，并画出U-r曲线来。

$(1) U_1=q/(4\pi\varepsilon_0)*(1/R_1-1/R_2)+(Q+q)/(4\pi\varepsilon_0 R_3)$

$=9.0*10^9[10^{-10}/0.01-10^{-10}/0.03+(11+1)*10^{-10}/0.04]=331$(伏）

$U_2=(Q+q)/(4\pi\varepsilon_0)=9.0*10^9*(11+1)*10^{-10}=271$(伏）

（2）$\Delta U=U_1-U_2=331-271=60$（伏）

（3）$U_1=U_2=271$（伏）　　$\Delta U=U_1-U_2=0$

（4）$U_2=0$　　$U_1=U_2+\Delta U=0+\Delta U=q/(4\pi\varepsilon_0)*(1/R_1-1/R_2)$

$=9.0*10^9*1*10^{-10}(1-1/3)*10^2=60$(伏）

$(5) U_1=0$　　$U_2=1/(4\pi\varepsilon_0)*Q(R_3-R_1)/(R_2R_3-R_1R_3+R_1R_2)$

$=9.0*10^9*11*10^{-10}*3*10^{-2}/[(3*4-1*4+1*3)*10^{-2}]=270$(伏)

$\Delta U=U_1-U_2=-270$(伏)

10.　假设范德格喇夫起电机的壳与传送带上喷射电荷的尖针之间的电位差为此。$3.0*10^{6}$伏特，如果传送带迁移电荷到球壳上的速率为$3.0*10^{-3}$库仑/秒，则在仅考虑电力的情况下，必须用多大的工功率来开动传送带？

所用功率：

$p=W/t=q*\Delta V/t=3*10^{-3}*3.0*10^{6}=9.0*10^{3}$(瓦）

（其中$q/t=3.0*10^{-3}$库仑/秒）

11。 范德格喇夫起电机的直径为1米，空气的击穿场强30千伏/厘米（即球表面的场强超过此值，电荷就会从空气中漏掉）。这起电机最多能达到多高的电位？

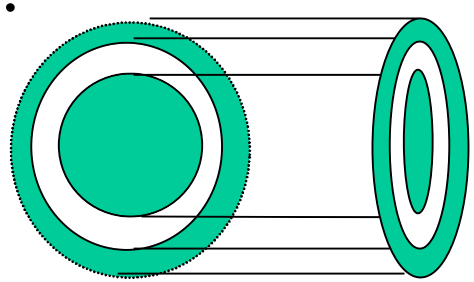
起电机的球面带电最大极限为Q_{max} 此时电场：

$E=Q_{max}/(4\quad R^2)=U_{max}/R=30*10^3*10^2$(伏/米）

$U_{max}=R*E=0.5*3*10^6=1.5*10^6$(伏）

12。 同轴传输线是由两个很长且彼此绝缘的同轴金属直圆柱体构成（见附图）。设内圆柱体的电位为U_1，半径为R_1，外圆柱体的电位为U_2，内半径为R_2求其间离轴为r处（$R_1<r<R_2$)的电位。

依题意，设圆柱体单位长度带电量为λ ，则：



$E=\lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)$.

$U_1-U_2=\int_{R_1}^{R_2}\lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)*dr=\lambda/(2\pi\varepsilon_0)*\ln(Q_2/R_1)$

$=2\pi\varepsilon_0(U_1-U_2)/\ln(R_2/R_1)$ 故$R_1<r<R_2$处的电势

$U_1-U=\int_{R_1}^{r}\lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)*dr=\lambda/(2\pi\varepsilon_0)*\ln(r/R_1)$

$U=U_1-(U_1-U_2)/\ln(R_2/R_1)*\ln(r/R_1)$

$U-U_2=\int_{r}^{R_2}\lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)dr=\lambda/(2\pi\varepsilon_0)*\ln(R_2/r)$

14　一根长直导线横截面的半径为a，这线外套有内半径为b的同轴导体圆筒，两者互相绝缘，外筒接地，它的电位为零。导线电位为U。求导线和筒间的电场强度分布。

设导线单位长度带电量为λ，则其间电场：

$E=\lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)$

$U=\int_a^b \lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)*dr=\lambda/(2\pi\varepsilon_0)*\ln(b/a)$

$=2\pi\varepsilon_0 U/\ln(b/a)$

故其间电场:

$E=\lambda/(2\pi\varepsilon_0 r)=U/[\ln(b/a)*r]$

解：

（1）。由高斯定理求得无穷大平板外：

$$E_1=\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$$ 方向向右。

（2）同理，$E_2=\frac{\sigma_e}{2\varepsilon_0}$ 方向向右。

（3）由叠加法得，求得：

$$E=E_1+E_2=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$$

（4）若B板移走，A板电荷仍然均匀分布。

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

，方向向右。

1。地球的半径为6370千米，把地球当作真空中的导体，求它的电容。

解：

地球是为导体，其电容：

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R = 7.07*10^{-4}\ (F).$$

2. 空气中电容器的两平行极板相距1mm，两极板都是正方形，面积相等。要想得到它的电容分别为：（1）100法;(2)1.0微法;（3）1法，正方形的边长需多大?

解：设长方形边长为a，其面积为s＝a^2。

平行板的电容： $c=\varepsilon_0 s/d=\varepsilon_0 a^2/d.$

$$a=\sqrt{cd/\varepsilon_0}.$$

1）.a=10.6cm.

2) .a=10.6m.

3) .a=10.6*10^4m.

3.面积都是2平方米的两平行导体板放在空气中相距5mm，两板电位差为1000v，略去边缘效应。求：

（1） 电容c；（2）各板上的电量Q和电荷密度；

（3） 板间的电场强度E。

解：（1）平板电容： $\boldsymbol{c} = \varepsilon_0 \boldsymbol{s} / \boldsymbol{d} = 3.6 * 10^{-9} (\boldsymbol{f})$

（2）电容带电，而电荷密度分别为：

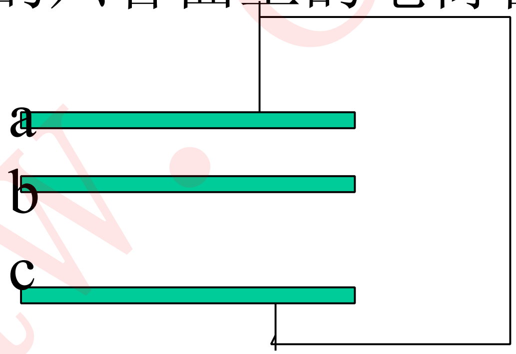
$Q=CU=3.6*10^{-9}*1000=3.6*10^{-6}$ (C).

$\sigma = \boldsymbol{Q} / \boldsymbol{s} = 3.6 * 10^{-6} / 2.0 = 1.8 * 10^{-6} (\boldsymbol{c} / \boldsymbol{m})$

(3)板间电场：

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{U} / \boldsymbol{d} = 2.0 * 10^{-5} (\boldsymbol{v} / \boldsymbol{m}).$$

4。如图，三块平面金属板A，B，C彼此平行放置，AB之间的距离是BC之间距离的一半。用导线将外侧的两板A，C相并联并接地，使中间导体板B带3微库，三导体的六各面上的电荷各为多少？



解：AB间的电容为C_1，BC 电容为C_2

$$C_1 = \varepsilon_0 s / d_1 \qquad C_2 = \varepsilon_0 s / d_2$$

$$C_1 / C_2 = d_1 / d_2 = 2 \qquad q_1 / q_2 = C_1 U / C_2 U_2 = 2.$$

$$q_1 = 2 q_2$$

$$\begin{cases} q_1 + q_2 = 3 * E - 6. \\ q_1 = 2 q_2 \end{cases} \qquad \begin{cases} q_1 = 2 * E - 6(\mu c) \\ q_2 = 1 * E - 6(\mu c) \end{cases}$$

5.如图，一电容器由三片面积都是6平方厘米的锡箔构成，相邻两铂的距离都是0.1mm，外边两铂片连在一起为一极，中间铂片作为另一极。

（1）求电容C;

(2)若在这电容上加上220伏电压，各铂上的电荷面密度分别是多少？

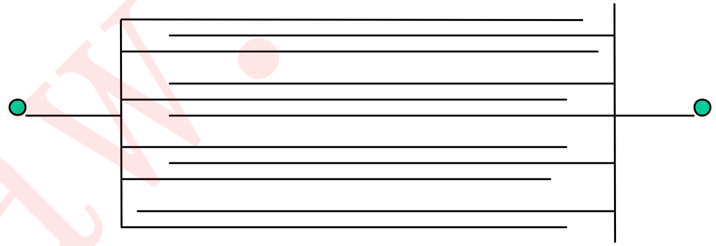
解：如图电容视为两个并联，则：

$$C = 2\times \varepsilon_0 s/d = 2.07\times 10^{-10}(F)$$

$$\sigma = q/s = CU/s = 1.96\times 10^{-5}(C/m^2)$$

6。 如图，面积为1平方米的金属铂11张平行排列，相邻两铂间的距离都是5mm，奇数铂连在一起作电容的一极，偶数连在一起作为另一极。求电容C。

解：



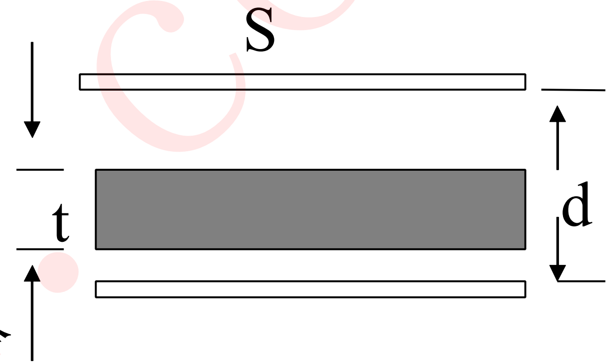
由上题可知此电容10个小电容并联。

其中：$C_1 = \varepsilon_0 s / d = 1.78 \times 10^{-9} (F)$

并联后的总电容：

$$C = 10C_1 = 1.78 \times 10^{-8} (F)$$

7.如图，平行班电容器两极板的面积都是S。相距为d，其间有一厚度为t的金属片。略去边缘效应。



（1）求电容C；

（2） 金属片离极板的远近有没有影响？

解：（1）此电容个看作两空气电容的串连。令

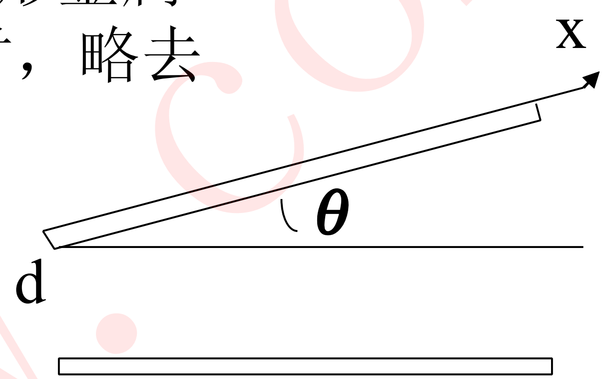
$d=x_1+t+x_2$。则： $C_1=\varepsilon_0 s/x_1, C_2=\varepsilon_0 s/x_2$

串连后的电容：

$$C=C_1C_2/(C_1+C_2)=\varepsilon S/(d-t).$$

（2） 从上式可以看出，金属片离板的远近无关。。

8 如图，一电容器两极板都是边长为a的正方形金属板，两板有一夹角θ 。证明：当 $\theta \ll \frac{d}{a}$ 时，略去边缘效应，它的电容：



$$C = \varepsilon_0 \frac{a^2}{d}\left(1 - \frac{a\theta}{2d}\right).$$

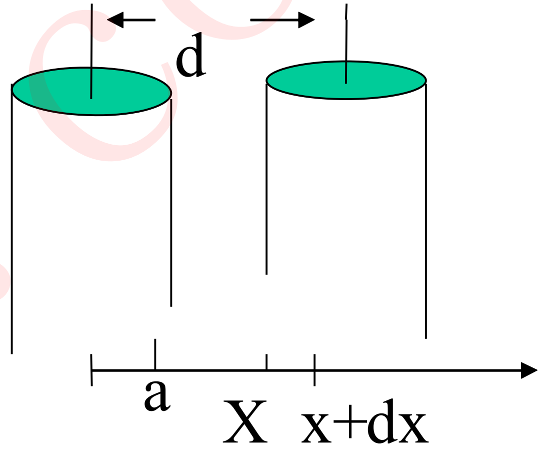
解：在x—>x＋dx间取一电容元：

$$dC = \varepsilon_0 a dx / (d + x \sin\theta);$$

这些电容元可以看作并联：$C = \sum dC$

$$C = \int_0^a \frac{\varepsilon_0 a dx}{d + x\sin\theta} = \quad 。\;。\;。= \quad (\varepsilon_0 a^2 / d)/(1 - a\theta / 2d).$$

9 半径都是a的两根平行长直导线相距为d（d>>a），求单位长度的电容。



解：二圆柱中心轴的连线上x处的电场：

$$E=\lambda/2\pi\varepsilon_0 x+\lambda/2\pi\varepsilon_0(d-x).$$

两导体的电势差：

$$U-U=\int_a^{d-a}Edr=\int_a^{d-a}\lambda/2\pi\varepsilon_0(1/x+1/(d-x))dx$$

$$=(\lambda/2\pi a)(\ln x-\ln(d-x))\Big|$$

$$=\frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-a}{a}.$$

单位长度电容：
$$C=\frac{\lambda}{U_1-U_2}=\pi\varepsilon_0/\ln\frac{d-a}{a}$$

10 证明：同轴圆柱形电容器的两极半径相差很小(即$R_B - R_A$《R_A）是，它的电容公式趋于平板电容公式。

解：

同轴电容器的电容：

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(R_2/R_1)}.$$

$$\because R_2 - R_1 = d, \therefore \ln(R_2/R_1) = \ln(R_1 + d)/R_1 \approx d/R_1$$

$$\therefore C = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{\ln(1 + d/R_1)} = \frac{2\pi\varepsilon_0 l}{d/R_1} = \varepsilon_0 s/d.$$

11.证明：同心球 形电容器两极的半径很小（即R－R 《R）时，它的电容公式趋于平板电容公式。

解：因球形电容器的电容：

$$C=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_1R_2}{R_2-R_1}=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}{d}$$

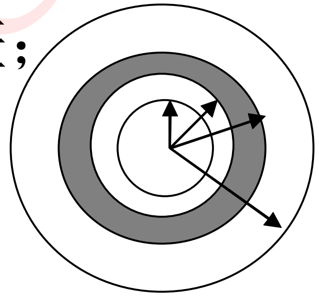
$$=\frac{4\pi\varepsilon_0 R_1^2}{d}=\varepsilon_0 s/d$$

$$(\because R_2-R_1=d\Rightarrow R_1\approx R_2)$$

12 一球电容器内外两壳的半径分别为R_1和R_4，今在两壳之间一个半径分别为R_2和R_3的同心球壳。

（1）给内壳（R_1）以电量Q，求R_1和R_4两壳的电位差；

（2）求电容（即以R_1和R_4为两极的电容）；



顺时针：R1R2R3R4

解：（1）内壳带电量Q_1，R_2面上感应为$-Q_1$，R_3球面上的电荷为Q，R_4为$-Q_1$。故由高斯定理得：

$$
E=\begin{cases}
0 & r < R_1 \\
Q/4\pi\varepsilon_0 r^2 & R_1 < r < R_2 \\
0 & R_2 < r < R_3 \\
Q/4\pi\varepsilon_0 r^2 & R_3 < r < R_4 \\
Q/4\pi\varepsilon_0 r^2 & r > R_4
\end{cases}
$$

12(1)续：

$$U-U=\int_{R_1}^{R_2} Q/4\pi\varepsilon_0 r^2+\int_{R3}^{R_4} Q/4\pi\varepsilon_0 r^2=$$

$$Q/4\pi\varepsilon_0(1/R_1-1/R_2+1/R_3-1/R_4)$$

（2）

$$C=Q/(U_1-U_4)$$

$$Q/4\pi\varepsilon_0(1/R_1-1/R_2+1/R_3-1/R_4)$$

13 收音机里的可变电容如图，其中共有n个面积为S的金属片，相邻两片的距离都是d，奇数片连在一起作一极，偶数片作另一极，它可以绕轴转动。

（1）为什么动片转动时电容C会变？转到什么位置时C最小？

（2）证明：略去边缘效应时，C的最大值为：

$$C_M = \frac{(n-1)\varepsilon_0 s}{d}$$

解：（1）平板电容器与电容与面积成正比，当转动时，它们的相对面积发生变化，故电容发生变化。

(2 ）若n板，实际上构成n－1平板电容器并联。每个电容 为：

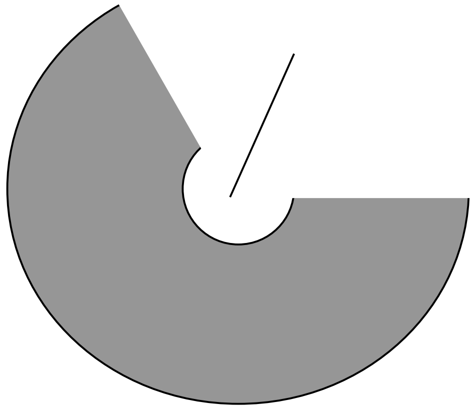
$\varepsilon_0 s/d$ 故总电容为它们的和：

c＝（n－1）$\varepsilon_0 s/d$

14 收音机里的可变电容如上题，其中共有n个金属片。每片形状如图，相邻两片间的距离都是d，当动片转到两片之间夹角为　　时，

证明：当 θ 较大，略去边缘效应，它的电容为（θ 以度计）：

$$C=\frac{(n-1)\pi\varepsilon_0(r^2{}_2-r^2{}_1)\theta}{360d}$$



解：同上题，处于等状态时，相对面积为：

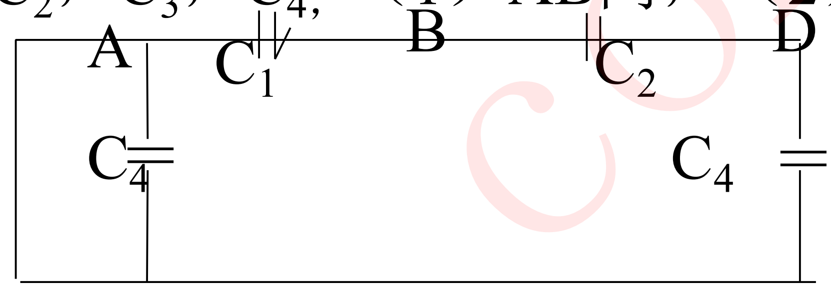
$$S=\frac{\pi r_2^{\ 2}-\pi r_1^{\ 2}}{360}\theta$$

N片构成n－1个并联电容：

$$c=(n-1)\frac{\varepsilon_0 S}{d}$$

$$C=\frac{(n-1)\pi\varepsilon_0(r^2{}_2-r^2{}_1)\theta}{360d}$$

15 四个电容器的电容分别是C_1，C_2，C_3，C_4，（1）AB间，（2）DE间（3）AE间。



解：

（1）

$$C_{AB}=C_1+\frac{C_2C_3}{C_2+C_3}=\frac{C_1C_2+C_2C_3+C_1C_3}{C_2+C_3}$$

（2）

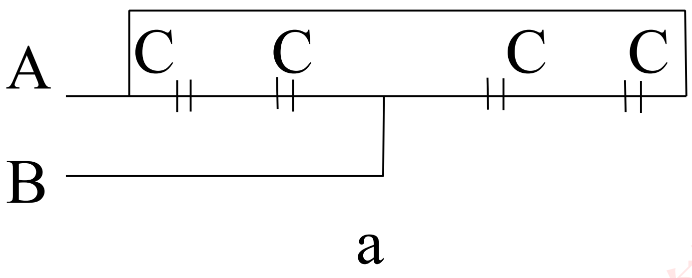
$$C_{DE}=C_3+\frac{C_1C_2}{C_2+C_1}=\frac{C_1C_2+C_2C_3+C_1C_3}{C_1+C_3}$$

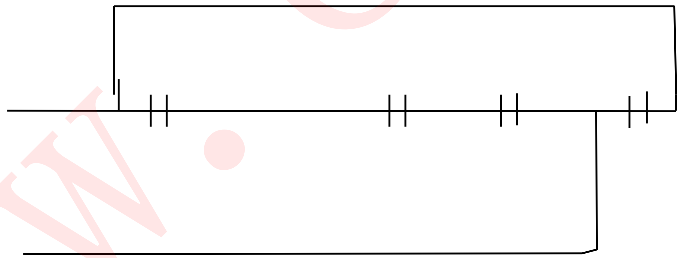
（3）

A，E之间短路，A，E的电势差为零。

$$C_{AE}=Q/U=\infty$$

16。四个电容器的电容都是C，分别按图中a，b连接，求A，B间的电容。那种结法电容大？



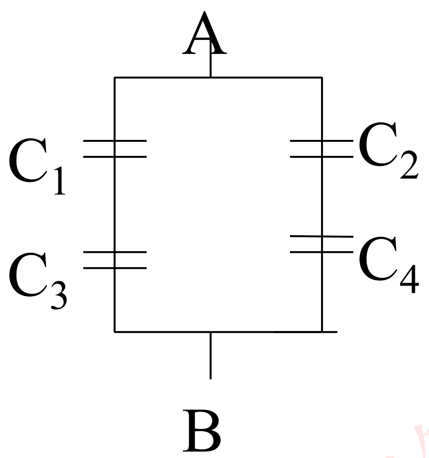


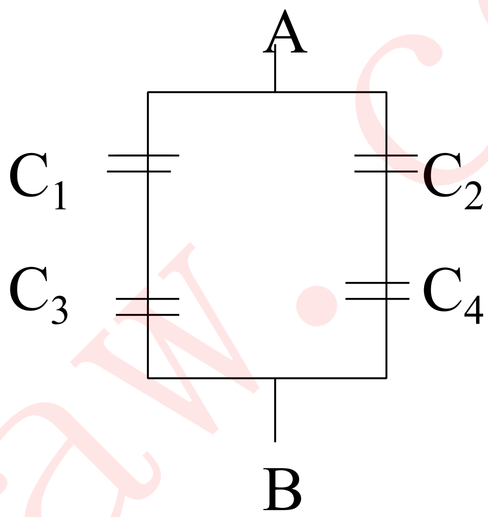
解：

$$a.C_{AB}=\frac{CC}{C+C}+\frac{CC}{C+C}=C/2+C/2=C$$

$$b.C_{AB}=C/3+C=4C/3$$

17 四个电容C，C，C，C都已知，求a，b两种连法时AB间的电容。

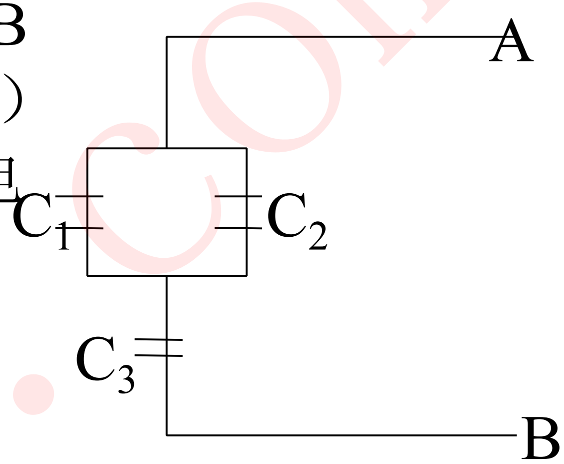




a $$C_{AB}=\frac{C_1\bullet C_3}{C_1+C_3}+\frac{C_2\bullet C_4}{C_2+C_4}$$ （先串后并）

b $$C_{AB}=\frac{(C_1+C_2)(C_3+C_4)}{C_2+C_4+C_1+C_3}$$ （先并后串）

18（1）求附图中A，B间的电容；（2）在A，B间加上100v的电压，求C_2上的电荷和电压；（3）如果这时C_1被击穿（即变成通路），问C_3上的电荷和电压是多少？



$$\begin{cases} C_1 = 10\text{微法} \\ C_2 = 5\text{微法} \\ C_3 = 5\text{微法} \end{cases}$$

解：(1)

$$C_{AB} = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3} = 3.75(\mu F)$$

$$Q = C_{AB} \bullet U_{AB} = 3.75 \times 10^{-4}(C)$$

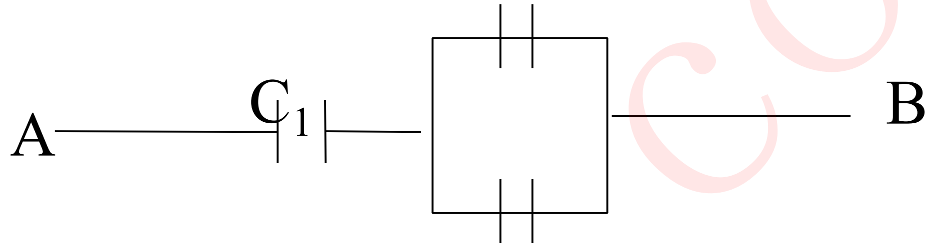
$$U_{C_2} = U_{AB} - U_3 = U_{AB} - Q / C_3 = 25V$$

$$Q_2 = C_2 U_{C_2} = 125 \times 10^{-6} C$$

（3）C_1击穿。U_3＝100v。

$Q_3 = C_3 U_3 = 500 \times 10^{-6}$c

19 如图，已知C_1＝0.25微法，C_2＝0.15微法，C_3＝0.20微法，C_1上的电压为50伏，求U_{AB}。



解：

因：$Q_1 = C_1U_1 = Q_2 + Q_3$

$$U_2 = U_3 = Q_1/(C_3 + C_2) = (Q_2 + Q_3)/(C_1 + C_2) = C_1U_1/(C_1 + C_2)$$

$$U_{AB} = U + U = U_1(1 + C_1/(C_2 + C_3) = 86V$$

20 标准电容箱的线路图如图。

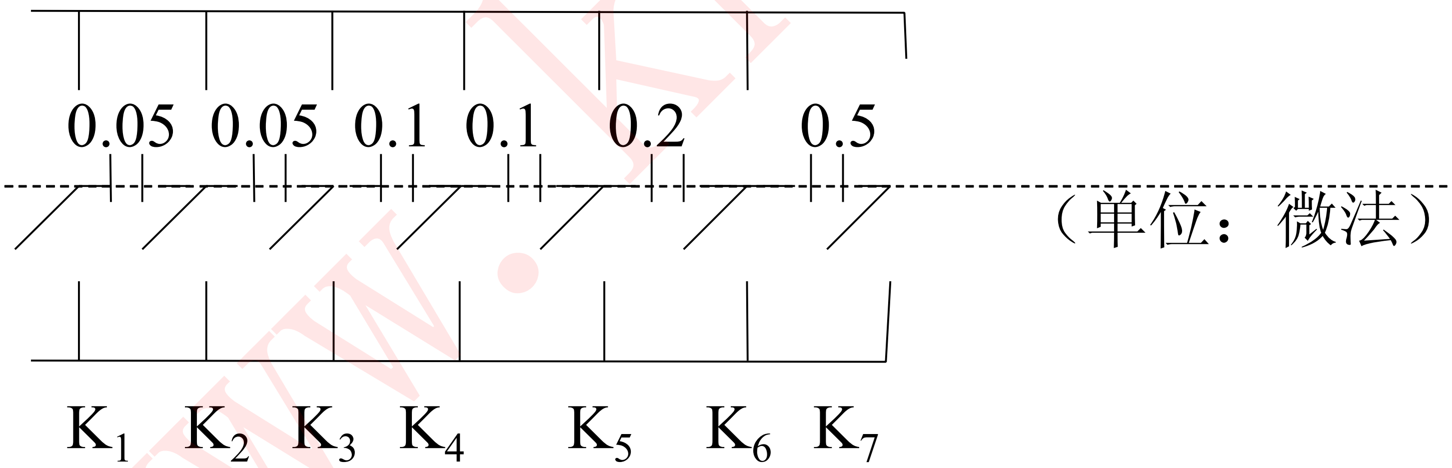
（1）当k和k接到上边，k和k接到下边，而其他k上下都不接时，AB间的电容是多少？

（2）当k向上，k向下接通而其余k上下都不接时，AB间的电容是多少？

（3）要得到0。4微法的电容，各k如何连接？

（4）能得到最大的电容是多少、如何接？

（5）能得到最小电容是多少？如何接？



（1）. AB间电容为最末三个电容并联而成：

C_{ab}＝0。1＋0。2＋0。5＝0。8 （μF）

（2）。 AB 间电容器为最前三个电容的串联而成

C_{AB}＝0。05×0。05/（0。05＋0。05）＝0。025 （μF）

（3）。 K_4，K_6向下接近。K_3，K5向上接通

（4）。 最大的电流应是图中所有的并联 K_1，K_3，K_5，K_7向下

K_2，K_4，K_6向上！

C＝0.05＋0.05＋0.1＋0.1＋0.2×0.5＝1 （μF）

（5）。 最小电容为所围串联 K_1 向下 K_2 向上 故：

$$1/C = \frac{1}{0.05} + \frac{1}{0.05} + \frac{1}{0.1} + \frac{1}{0.1} + \frac{1}{0.2} + \frac{1}{0.5} = 67$$

C＝1/67=0。149 （μF）

21 有一些相同的电源，每个电容都是2微法，耐压都是200伏。现在要用他们连接成耐压1000伏，（1）C＝0 .40微法和（2）C·＝1.2微法的电容，问各需这种电容器多少个？如何联法？

解：

（1）串连电容的各部分之和，故用5个这样的串连可耐压1000伏。

（2）用5个串连起来，组成一组耐压1000伏，电容为0。4微法。

用这样三组并联起来，耐压1000伏，容量1。2微法。

这样共用15个电容。

22、两个电容器C和C，分别标明为C：200PF500V；C：300PF900V.把他们串连后，加上一千伏电压，是否会被击穿？

解：串连后电容：

$$C = C_1C_2/(C_1 + C_2) = 120(PF)$$

各板的带电量Q：

$$Q = CU = 120\times10^{-12}\times1000 = 1.2\times10^{-7}(C)$$

C_1两端的电压：

$$U_1 = Q/C_1 = 600 > 500V$$

故C_1会被击穿，接着C_2也会被击穿：

23 四个电容器C＝C＝0.20微法，C＝C＝0.60微法

连接如图。

（1）分别求K断开和接通时的C；

（2）当U=100伏时，分别求K断开和接通时各电容上的电压。

解：（1）k断开时，

$$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2}+\frac{C_3C_4}{C_3+C_4}=0.3(\mu F)$$

k接通时，

$$C=\frac{(C_1+C_3)\bullet(C_2+C_4)}{C_1+C_2+C_3+C_4}=0.4(\mu F).$$

（2）当k断开时，C与C串连，
$$Q_1=Q_2=C_1U_1=C_2U_2$$

$$\frac{C_1}{C_2}=\frac{U_2}{U_1} \qquad \frac{C_1+C_2}{C_2}=\frac{U_1+U_2}{U_1}$$

$$\therefore U_1 = \frac{C_2}{C_1 + C_2}(U_1 + U_2) = 75V$$

同理：$U_2 = U_{ab} - U_1 = 25V$，$U_1 = U_4 = 75V$ ，$U_2 = U_3 = 75V$

当k接通时：

C_1与C_3并联电容： $C_1 + C_3 = 0.8$微法

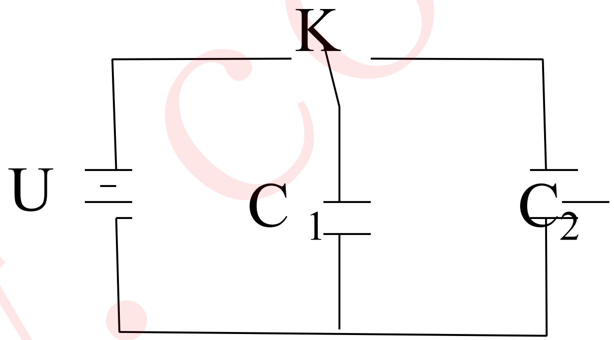
C_1与C_3并联电容: $C_2 + C_4 = 0.8$微法

故：

$U_{13} = U_{24} = 50$伏 即：

$U_1 = U_2 = U_3 = U_4 = 50$伏

24。如图，C_1＝20微法，C_2＝5微法，先用U＝1000伏把C充电，然后把k拨到另一侧使C_2与C_1串连。求：



（1）C_1和C_2所带的电量；

（2）C_1和C_2两端的电压；

解：（1）当对C 1充电时，稳定电压为1000伏，故C1带电：

$q_1＝C_1U＝2\times10^{-2}$（C）。

当K拨到C2时，这时C1对C2放电，平衡状态时：

$$\begin{cases} q1+q2=q \\ q1/C1=q2/C2 \end{cases}$$

解之：$$\begin{cases} q1＝C1q/(C1+C2)=1.6\times10^{-2}\text{库} \\ q1＝C1q/(C1+C2)=1.6\times10^{-2}\text{库} \end{cases}$$

（2）并联，U相等。

U1＝U2＝800伏。

25 附图中的电容C1，C2,C3都是已知，电容C是可以调节的。

问：当C调节到A，B两点的电位相等时，C的值是多少？

解：当Ua＝Ub时，U1＝U3，U2＝U4。故：

$$q1\ /C1=q3/C3,q2/C2=q4/C4.$$

由于C1与C2，C3与C4分别串连，故各板上的带电量：

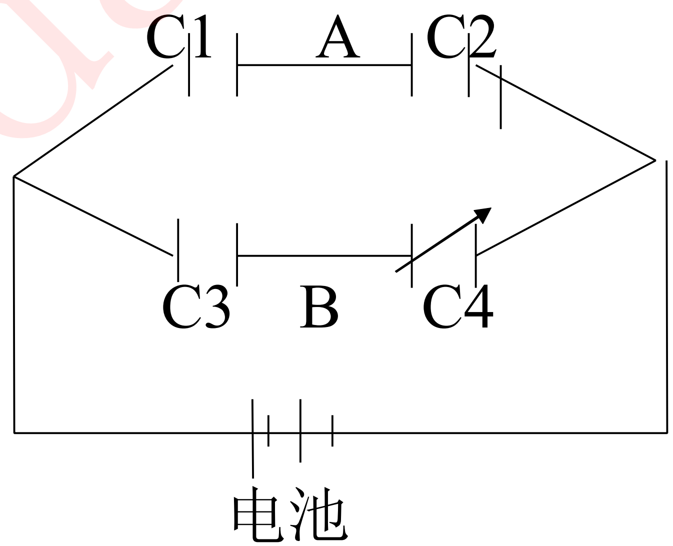
$$q1＝q2，q3＝q4。$$

故前面两式相比：

$$C2/C1=C4/C3$$

所以： C4＝C2C3/C1

end;



26 把C1＝1微法和C2＝2微法并联后接到900伏的直流电源上，

（1）求每个电容器上的电压和电量；

（2）去掉电源，并把C1和C2彼断开，然后把他们带负号电荷的极板分别接在一起，求每个电容器上的电压和电量。

解：（1）并联接到900伏电源上，故：

$U1 = U2 = 900$伏

$q1 = C1U1 = 9\times10^{-4}$ 库

$q2 = C2U2 = 1.8\times10^{-3}$库

（2）去掉电源，反向连接，成并联状态：

中和剩下的电荷：$(18-9)\times10^{-4} = 9\times10^{-4}$库。

并联电容$C = C1 + C2 = 3\times10^{-6}$法　故此时分别带电：

$q = CU$，　所以 $q1 = 3\times10^{-4}$库　$q2 = 6\times10^{-4}$库。

27　把C1＝2微法和C2＝8微法串连后，加上300伏的直流电压。

（1）求每个电容上的电量和电压；

（2）去掉电源，并把C1和C2彼此断开，然后把他们带正电的两极连在一起，带负电的两极连在一起，求每个电容上的电量和电压。

（3）如果去掉电源并彼此断开后，再把他们带异号电荷的极板分别接在一起，求每个电容器上的电压和电量。

解：（1）C1与C2串连后电容：C＝C1C2/（C1＋C2）＝1.6微法。

电容分别带电：$q=CU=1.6*10^{-6}*300=4.8*10^{-4}$伏。

故U1＝240伏　U2＝60伏。

（2）并联后总电量2q，电容为C1＋C2＝1×10^{-5}法

故：U＝2q/C1+C2=96伏　　q1＝C1U1＝C1U＝$1.89*10^{-4}$库

$q2=7.71*10^{-4}$库。

（3）此时　q＝0，　U＝0。

28 C1＝100微法充电到50伏后去掉电源，再把C1的两极板分别接到C2的两极板上（C2原来不带电），测得这时C1上的电位差降低到3.5伏。，求C2。

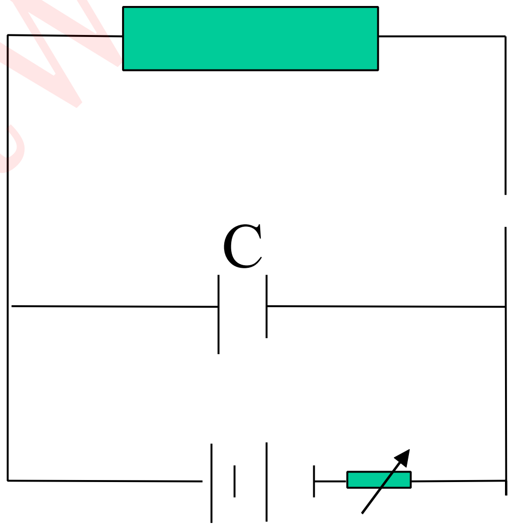
解：

C1与C2并联后电容为C1＋C2，设并联后电压为U。

Q＝C1U1＝（C1＋C2）U

C2＝C1（U1/U－1）＝$1.33*10^{-3}$法。

29 激光光灯的电源线路如图所示，由电容C储存的能量，通过闪光灯线路放电，给闪光灯提供能量。电容C＝6000微法，火花间隙击穿电压为20000伏，问C在一次放电过程中，能放出多少能量？



解： $W=0.5CU^2=1.2*10^4$焦耳。

30 两电容器的电容之比为C1:C2=1:2.把他们串连后接到电源上充电，他们的电能之比是多少？如果并联充电，电能之比是多少？

解：串连两电容带电量相等为q，则：

$$W1 = q^2/2C1.\ W2 = q^2/2C2\ .\qquad W1/W2=2:1;$$

并联后两电容器电压相等为U，则：

$$W1 = 1/2*C_1U2 \qquad W_2 = 1/2*C_2U2$$

$$W1/W2=1:2$$

31 已知两电容器C1＝10沙法，C2＝20沙法，把他们串连后充电2伏，

问他们各蓄了多少电能？

解：串连两电容带电量相等为q，则：$C = C_1 C_2 /(C_1 + C_2)$

$$q = CU = [C_1 C_2 /(C_1 + C_2)]U.$$

则：

$$W_1 = q^2 / 2C_1 = \frac{C_1}{2}\left(\frac{C_2}{C_2 + C_1}U\right)^2 = 8.91*10^{-12}（焦耳）$$

$$W_2 = q^2 / 2C_2 = \frac{C_2}{2}\left(\frac{C_1}{C_2 + C_1}U\right)^2 = 4.79*10^{-12} J$$

32 （1）一平行板电容器两极板的面积都是S，相距为d，电容便为 $C=\varepsilon_0 S/d$ 。当在两板上加电压U时，略去边缘效应，两板间的电场强度为E＝U/d。其中一板所带的电量为Q＝CU,故它受的力为： F＝QE＝CU(U/d）＝CU^2/d.

你说这个说法对不对？为什么？

（2）用第一章第五节讲的虚功原理来证明：正确的公式为：

F $=1/2(Q^2/Cd)=0.5CU^2/d.$

解：（1）不对；因为F为一极板在另一极板处的场强 $E_1=\sigma/2\varepsilon_0$

受力： F＝QE_1＝ $CU(\frac{1}{2}U/d)=CU^2/2d.$

（2）

$$\omega_e=\frac{1}{2}CU^2=\frac{\varepsilon_0 S}{2d}U^2=\frac{Q^2}{2Cd}.$$

33 一平行板电容器极板面积为S，间距为d，带电Q，将极板的距离拉开一倍。

（1）静电能改变多少？

（2）抵抗电场做了多少功？

解：（1）拉开前电容器储能：$$W_1=\frac{Q^2}{2C_1}=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 s/d}=\frac{dQ^2}{2\varepsilon_0 s}$$

拉开后电容器储能：

$$W_2=\frac{Q^2}{2C_2}=\frac{Q^2}{2\varepsilon_0 s/2d}=\frac{dQ^2}{\varepsilon_0 s}$$

能量改变： $$\Delta W=W_2-W_1=dQ^2/2\varepsilon_0 s$$

（2）依能量守恒，外力的功等于静电能的增加：

A＝ $$\Delta W=dQ^2/2\varepsilon_0 s$$

34 一平行板电容器极板的面积为S，间距为d，接在电源上以保持电压为U。将极板的距离拉开一倍，计算：（1）静电的改变; (2) 电场对电源作的功；（3）外力对极板做的功。

解：（1）拉开过程中电压保持不变：

拉开前：
$$W_1=\frac{1}{2}C_1U^2=\frac{\varepsilon_0 s}{2d}U^2$$

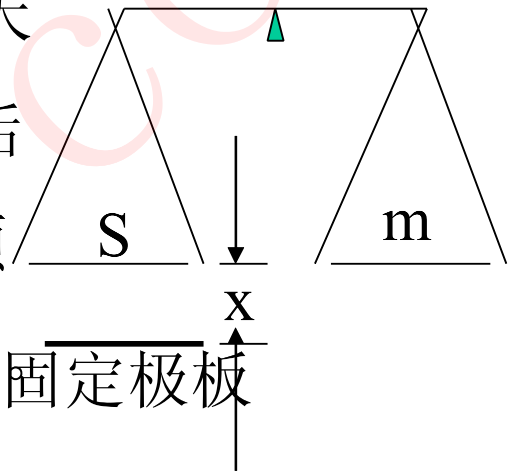
拉开后：
$$W_2=\frac{1}{2}C_2U^2=\frac{\varepsilon_0 s}{4d}U^2$$

能量改变：
$$\Delta W=W_2-W_1=-\frac{\varepsilon_0 s}{4d}U^2$$

（2）电源作功为qU，电场对电源作功：
$$A=-\Delta qU=-(q_2-q_1)U=\varepsilon_0 sU^2/2d$$

（3）依能量守恒定理得：外力的功为电场能量的增加和对电源作功之和：
$$W=\Delta W+A=\frac{\varepsilon_0 s}{4d}U^2$$

35 静电天平的装置如图，一空气平行板电容器两极板的面积都是S，相距为x，下板固定，上板接到天平的一头，当电容不带电时，天平正好平衡。然后把电压U加到电容器的两极上，则天平的另一头须加上质量为m的砝码，才能平衡。求所加的电压U



解：

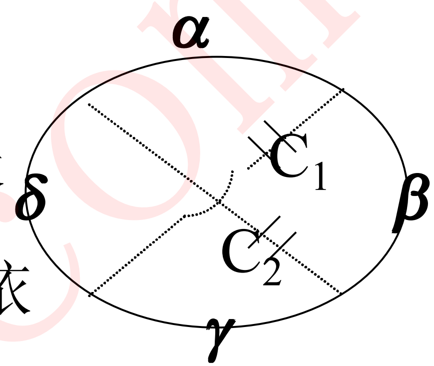
$$F = E_1 \bullet Q = \sigma s Q / 2\varepsilon_0 s = C^2U^2 / 2\varepsilon_0 s = \varepsilon_0 s U^2 / 2x^2$$

平衡时：

$$\varepsilon_0 s U^2 / 2x^2 = mg.$$

$$U = x\sqrt{\frac{2mg}{\varepsilon_0 s}}$$

36 制作精密的标准电容器时，欲使电容器的计算准确度提高，就要求制作电容器的几何尺寸准确。电容C至少依赖一个几何尺寸（如孤立球形电容器的C只依赖于极板间的间隔d和面积S）。C所依赖的尺寸数越多制作引起的误差就越大。由于孤立球形电容器实际中不能实现，50年代兰帕德和汤普逊证明了一条定理：如图所示，若将一个任意形状截面德无穷长金属直筒在 $\alpha,\beta,\gamma,\delta$ 处开四条平行于筒轴德直缝，则相对于两块极板间单位长度内的电容 C^*_1 和 C^*_2 满足如下关系：



$$2^{-C^*_1/C^*_0}+2^{-C^*_2/C^*_0}=1$$

其中

$$C_0^*=\frac{\varepsilon_0}{\pi}\ln 2=0.01953549043\mu F/cm.$$

令 $$\overline{C^*} = \frac{1}{2}(C_1^* + C_2^*)$$

$$\Delta C^* = C_1^* - C_2^* << C_1^* \, or \, C_2^*,$$

试根据上述定理推导依下公式：

$$\overline{C^*} = C_0^*[1 + \frac{\ln 2}{8}(\frac{\Delta C_0^*}{C_0^*})^2 - \frac{(\ln 2)^3}{192}(\frac{\Delta C_0^*}{C_0^*})^4 + \frac{(\ln 2)^5}{2880}(\frac{\Delta C_0^*}{C_0^*})^6 - \ldots],$$

这样，平均电容 $\overline{C} = \overline{C^*} L$ 就几乎是只与一个几何尺寸L（筒长）有关了。现在国际上和我国计量院制作标准电容器都采用这个原理。

1 一平行 板电容器两极板相距2mm，电位差为400伏，其间充满了介电常数$\boldsymbol{\varepsilon}_0$ ＝5的玻璃片。略去边缘效应，求玻璃表面上激化电荷的面密度。

解：

玻璃中的电场：

E＝U/d＝2×10^5 伏 /米

P＝ $(\varepsilon_r - 1)\varepsilon_0 E$

$$\sigma = P_n = \varepsilon_0(\varepsilon_r - 1)E = 7.1\times10^{-6}(C/m^2)$$

2 一平行板电容器由面积都是50平方厘米的两金属薄片贴石蜡上构成，已知石蜡厚为0.10mm ,ε ＝2，略去边缘效应，问这电容器加上100伏电压时，极板上的电荷 量Q是多少？

解：　　　　　极板上的电量为：

$$Q=CU=\frac{\varepsilon_0\varepsilon s}{d}U=8.9\times10^{-8}C$$

3 面积为1平方米的两平行金属板，带有等量异号电荷30微库，其间充满了介电常数ε =2的均匀电介质。略去边缘效应，求介质的电场强度E和介质表面上的激化电荷密度。

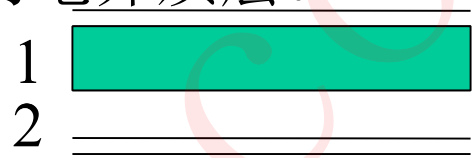
解：　　电介质内的电场：

$$E = E_0 / \varepsilon = \sigma_e / \varepsilon\varepsilon_0 = q / \varepsilon\varepsilon_0 s = 1.7 \times 10^6 (V/m)$$

激化面电荷密度：

$$\sigma_e' = (\varepsilon - 1)\varepsilon_0 E = 1.5 \times 10^{-5} (C/m^2)$$

4 平行板电容器（极板面积为S，间距为d）中间有两层厚度各为d_1和d_2（$d_1+d_2=d$），介电常数各为ε_1和ε_2的电介质层。



求：（1）电容C。

（2）当金属极板上带电而面密度为$\pm\sigma_{e0}$时，两层介质间的分界面上的极化电荷密度；

（3）极板间电位差U；（4）两层介质中的电位移D。

解：（1）可看作两电容串连:

$$C = C_1C_2/(C_1+C_2) = \varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 s/(\varepsilon_1 d_2+\varepsilon_2 d_1)$$

(2) $$\sigma_{1e}' = P_n = \varepsilon_0(\varepsilon_r-1)E = \varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\sigma_{e0}/\varepsilon_0\varepsilon_1$$

$$= (\boldsymbol{\varepsilon}_1 - 1)\boldsymbol{\sigma}_{e0}/\boldsymbol{\varepsilon}_1$$

$$\sigma_{2e}' = (\varepsilon_2 - 1)\sigma_{e0} / \varepsilon_2$$

$$\boldsymbol{\sigma_e' = (\sigma_{1e}' - \sigma_{2e}') = (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\sigma_{e0} / \varepsilon_1\varepsilon_2}$$

（3）两极板电势差：

$$\boldsymbol{U = E_1 d_1 + E_2 d_2 = \sigma_{e0} d_1 / \varepsilon_0\varepsilon_1 + \sigma_{e0} d_2 / \varepsilon_0\varepsilon_2 =}$$

$$\boldsymbol{(\varepsilon_1 d_2 + \varepsilon_2 d_1)\sigma_{e0} \Big/ \varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2}$$

（4）

$$\boldsymbol{D_2 = D_1 = \varepsilon_0\varepsilon_0 E_1 = \sigma_{e0}}.$$

5 两平行导体板相距5mm，带有等量的异号电荷，面密度为20微库每平方米，其间有两片电介质，一片厚2mm，$\varepsilon_1 = 3$ 另一片厚3mm，$\varepsilon_2 = 4$ 。略去边缘效应，求各介质内的E和D和介质表面的 σ'_e

解：第一，二介质内的E，D σ'_e，分别为：（...）$_1$，和（...）$_2$

故：

$$E_1 = E_0/\varepsilon_1 = \sigma_{0e}/\varepsilon_0\varepsilon_1 = 7.5\times10^5 V/m$$

$$E_2 = E_0/\varepsilon_2 = 5.6\times10^5 V/m$$

$$D_1 = D_2 = \sigma_{0e} = 2\times10^{-5} C/m^2$$

$$\sigma'_{1e} = \frac{\varepsilon_1 - 1}{\varepsilon_1} e_{0e} = 1.33\times10^{-5} C/m^2$$

$$\sigma'_{2e} = 1.5\times10^{-5} C/m^2$$

6 一平行电容器两极板的面积都是2平方米，相距为5mm，两板加上10000伏电压后，取去电源，再在其间充满两层介质，一层厚2mm， =5；另一层厚3mm， =2 。略去边缘效应。求：

（1）各介质中的电极化强度P；

（2）电容器靠近电介质2的极板为负极，将它接地，两介质接触上的电位是多少？

解：（1）根据面电荷密度： $\sigma_{0e} = D = \varepsilon_0 E = \varepsilon_0 U/d$

$$E_1 = D/\varepsilon_0 = \sigma_0 e/\varepsilon_0$$

$$P1 = \varepsilon_0 \chi_e E_1 = \varepsilon_0(\varepsilon_1 - 1)\frac{\sigma_0 e}{\varepsilon_0 \varepsilon_1} = 1.4\times10^{-5}(C/m^2)$$

$$P2 = \varepsilon_0(\varepsilon_2 - 1)\frac{U\varepsilon_0}{\varepsilon_2 d} = 8.9\times10^{-6}(C/m^2)$$

（2）接触面上的电位为：

$$U = E_2 d_2 = E_0 d_2/\varepsilon_2 = 3.0\times10^3 V$$

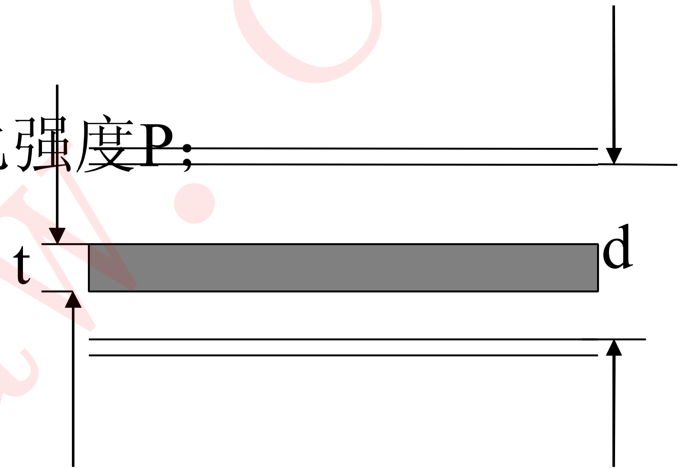
7 如图所示，一平行板电容器的两极板相距为d，面积为S，电位差为U。其中放有一层厚度为L的介质，介电常数为 ，介质两边都是空气。略去边缘效应。求：

（1）介质中的电场强度E，电位移D和极化强度P；

（2）极板的电荷量Q；

（3）极板和介质间隙中的场强E；

（4）电容；



解：（1）若真空中的电场为E_0，则：$U = E_0(d-t) + Et = \varepsilon E(d-t) + Et;$

$$E = U\Big/(1-\varepsilon)t + \varepsilon d \qquad D = \varepsilon_0 \varepsilon E = \varepsilon_0 \varepsilon U/[(1-\varepsilon_0)t + \varepsilon d]$$

$$P = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)U/[(1-\varepsilon)t + \varepsilon d]$$

（2）由高斯定理得：

$$D\bullet\Delta s=\sigma_{0e}\Delta s. \qquad D=\sigma_{0e}$$

$$Q=\sigma_{0e}S=DS=\varepsilon\varepsilon_0 sU/[(1-\varepsilon)+\varepsilon d]$$

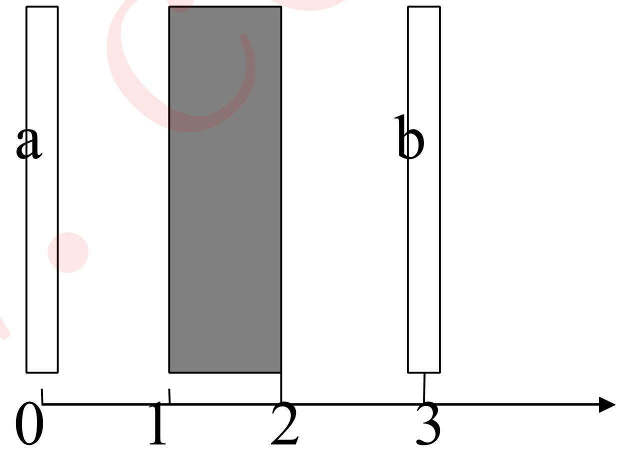
（3）空隙的电场为：

$$E_0=\varepsilon E=\varepsilon U/\left[\varepsilon d+(1-\varepsilon)t\right]$$

（4）电容：

$$C=Q/U=\varepsilon_0\varepsilon s/\left[(1-\varepsilon)t+\varepsilon d\right]$$

8 平行板电容器两极板间相距3cm，其间放有一层 $\varepsilon=2$ 的介质，已知如图，极板上面电荷密度为 $\sigma_{e0}=8.9\times10^{-10}\,C/m^2$ 略去边缘效应，求：



（1）极板间各处的P，E和D；

（2）极板间各处的电位（设Ua＝0）；

（3）画E－x，D－x，U－x曲线；

（4）已知极板面积为0.11平方米，求电容C，并与不加介质时的电容C_0比较。

解：（1）由高斯定理得：　$D_0=D=\sigma_{e0}=8.9\times10^{-10}\,C/m^2$

$D=\varepsilon_0\varepsilon E\Rightarrow$　$E_0=D_0/\varepsilon_0=1.0\times10^2\,V/m$

$E=D_0/\varepsilon_0\varepsilon=50V/m$

介质内：$$p=\varepsilon_0(\varepsilon-1)E=4.43\times10^{-10}C/m^2$$

（2）

$$0<x<1, U_1=E_0x$$
$$1<x<2, U_2=E_0xd_1+E(x-d_1)$$
$$2<x<3, U_3=E_0d_1+E_0(x-d_1)+E_0(x-2)$$

（3）略。

（4）

$$C=Q/u=\sigma_{e0}s/U=8.9\times10^{-12}F$$
$$C_0=\varepsilon_0 s/d=32\times10^{-12}F$$
$$C/C_0=1.2$$

9 两块平行导体板带有同号电荷，面电荷密度分别为

库/米²，　　　　　　　　　　库/米²，两板间距 1cm。在其间平行的放有一块厚度为5mm的均匀石蜡平板，它的　　　　。略去边缘效应。求：

（1）石蜡内的E内；（2）极板间的石蜡外的E外

（3）两级板的电位差；（4）石蜡表面的极化面电荷密度。

解：（1）石蜡内的电场：

$$E=\left(\frac{\sigma_{e1}}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_{e0}}{2\varepsilon_0}\right)/\varepsilon=9.3V/m$$

（2）空隙处的电场：

$$E_0=\varepsilon E=2\times 9.3=18.6(V/m)$$

（3）两极板的电势差：

$$U=E_0(d-t)+Et=14\times 10^{-2}V$$

$$(4),\sigma'_e=P_n=\varepsilon_0(\varepsilon-1)E=8.31\times 10^{-11}(C/m^2)$$

10 平行板电容器的极板面积为S，间距为d，其间充满介质，介质的介电常数是变化的，在一极板处为 ，在另一极板处为 ，其他处的介电常数与到 处的距离成线性关系，略去边缘效应。

（1）求这电容的C；（2）当两极板上的电荷分别为Q和－Q时，求介质内的极化电荷体密度 ρ'_e 和表面上的极化电荷面密度

解：（1）介电常数为 $\varepsilon=\varepsilon_1+(\varepsilon_2-\varepsilon_1)x/d=[\varepsilon_1 d+(\varepsilon_2-\varepsilon_1)x]/d$

板间电场：

$$E=\sigma_e/\varepsilon_0 s=Q/\varepsilon\varepsilon_0 s=dQ/\varepsilon_0 s[\varepsilon_1 d+(\varepsilon_2+\varepsilon_1)x]$$

$$U=\int_0^d E\,dx=\frac{dQ}{\varepsilon_0 s}\int_0^d\frac{dx}{\varepsilon_1 d+(\varepsilon_2-\varepsilon_1)x}$$

$$=\frac{dQ}{\varepsilon_0 s(\varepsilon_2-\varepsilon_1)}\ln[\varepsilon_1 d+(\varepsilon_2-\varepsilon_1)x]\Big|$$

$$\therefore C=q/U=\varepsilon_0 s(\varepsilon_2-\varepsilon_1)\Big/ d\ln\varepsilon_2/\varepsilon_1$$

（2）两个介质表面附近的电场：

$$E_1\big|(x=0)=dQ/\varepsilon_0 s\varepsilon_1 d$$

$$E_2\big|(x=d)=dQ/\varepsilon_0 s\varepsilon_2 d$$

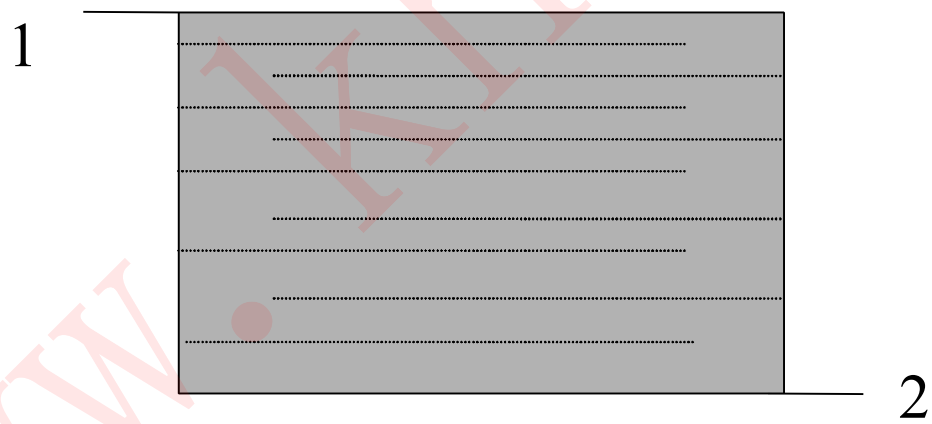
$$\sigma_1=P_{1}n=-\varepsilon_0(\varepsilon\ -1)E_1=\varepsilon_0(\varepsilon_1-1)dQ/\varepsilon_0 s\varepsilon_1 d=-(\varepsilon_1-1)Q/\varepsilon_1 s$$

$$\sigma_2=P_{2}n=-\varepsilon_0(\varepsilon\ -1)E_2=\varepsilon_0(\varepsilon_2-1)dQ/\varepsilon_0 s\varepsilon_2 d=(\varepsilon_2-1)Q/\varepsilon_2 s$$

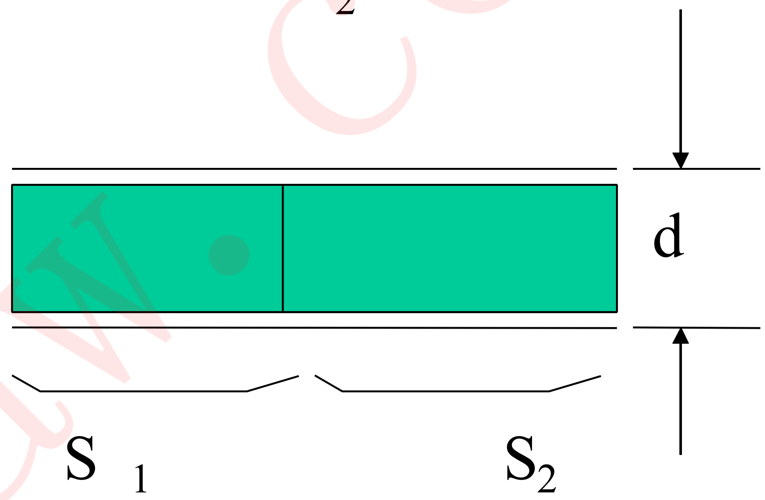
11 一云母电容器是由10张铂片和9张云母平行相间叠放而成，奇数铝铂接在一起作为一极，偶数铝铂接在一起作为另一极，如图所示。 每张Al铂和每张云母的面积都是2.5平方厘米，每片云母的相对介电常数都是7，厚度都是0.15mm，略去边缘效应，求电容C。

解： 由题意可知，此电容为几个小电容的并联：

$$C = 9\times \varepsilon_0 \varepsilon s/d = 9.29\times 10^{-10}(F).$$



12 一平行板电容器的两极板间距为d，其间充满了两部分介质，介电常数为ε_1的介质所占的面积为S_1，介电常数为ε_2的介质所占的面积为S_2。略去边缘效应，求电容C。



解：

依题意得：

此电容由两部分组成的电容的并联：

故：

$$C = C_1 + C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 s_1}{d} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 s_2}{d} = \frac{\varepsilon_0 (\varepsilon_1 s_1 + \varepsilon_2 s_2)}{d}$$

13 如图，一平行板电容器两极板的面积都是S，相距为d，今在其间平行的插入厚度为t，介电常数为 ε 的均匀介质，其面积为S/2。 设两板分别大电荷Q和－Q，略去边缘效应，求：

（1）电容C；（2）两极板的电位差U；

（3） 介质的极化电荷密度 σ_e'；

解：（1) 极板间的电势差：U＝Q/C＝ $\dfrac{2[(1-\varepsilon)+\varepsilon d]dQ}{\varepsilon_0 s[(1-\varepsilon)t+2\varepsilon d]}$

（2）首先看作两电容的并联，左半部参看3。7，则：

$$C=C_1+C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon s}{2[(1-\varepsilon)t+\varepsilon d]}+\varepsilon_0 s/2d$$

$$=\frac{\varepsilon_0 s[(1-\varepsilon)t+2\varepsilon d]d\bullet Q}{2[(1-\varepsilon)t+\varepsilon d]d}$$

＝

（3）设左半部带电常量为Q1，则：

$$Q_1 / C_1 = Q / C$$

$$\sigma_{e1} = 2Q_1 / S = 2QC_1 / C = 2\beta\varepsilon Qd / S[(1-\varepsilon)t + 2\varepsilon d]$$

$$\sigma_e' = (\varepsilon - 1)\sigma_e / \varepsilon = 2(\varepsilon - 1)Qd / S[(1-\varepsilon)t + 2\varepsilon d]$$

14 一平行板电容器两极板的面积都是2平方米，相距为5mm。当两极之间是空气时，加上10000伏的电压后，取去电源，再在其间插入两平行介质层，一层 $\varepsilon_1 = 5$，厚为2mm，另一层 $\varepsilon_2 = 2$ ，厚为3mm。略去边缘效应。求：（1）介质内的E和D；（2）两极板的电位差U；（3）电容C；

解：（1）电容器带电： $Q = CU = \varepsilon_0 sU/d = 3.54\times10^{-5}(C)$

由高斯定理求得： $D_1 = D_2 = \sigma = Q/s = 1.77\times10^{-5}(C/m^2)$

由 $D = \varepsilon_0\varepsilon E$ 求： $E_1 = D_1/\varepsilon_0\varepsilon_1 = 3.98\times10^5(V/m)$

$$E_2 = D_2/\varepsilon_0\varepsilon_2 = 1.0\times10^6(V/m)$$

（2）$U = E_1d_1 + E_2d_2 = 3.79\times10^3$伏

（3）$C = Q/U = 9.41\times10^{-9}$法拉

15 同心球内外半径分别为R1和R2，两球间充满介电常数为　的均匀介质，内球的电荷时Q。求：

（1）电容器内各处的电场强度E的分布和电位差U；（2）介质表面的极化电荷密度　；（3）电容C。（它是真空时电容的多少倍）

解：（1）有高斯定理得：

$$D=\begin{cases}0 & r<R_1\\ Q/4\pi r^2 & R_1<r<R_2\\ 0 & r>R_2\end{cases}$$

由 $D=\varepsilon_0\varepsilon E$ 得E的分布：

$$E=\begin{cases}0 & r<R_1\\ Q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2 & R_1<r<R_2\\ 0 & r<R_2\end{cases}$$

（2）由 $P=\varepsilon_0(\varepsilon-1)E$ 求介质内：

$$P=\varepsilon_0(\varepsilon-1)Q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2=(\varepsilon-1)Q/4\pi\varepsilon r^2$$

$$\sigma'=-P=-(\varepsilon-1)Q/4\pi\varepsilon R_1^{\ 2},(r=R_1)$$

$$\sigma'=P=-(\varepsilon-1)Q/4\pi\varepsilon R_2^{\ 2},(r=R_2)$$

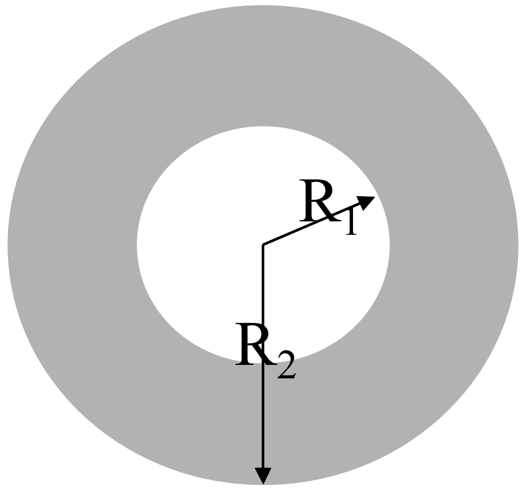
（3） $$C = Q/U = \frac{Q}{\int_{R_1}^{R_2} (Q/4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r)dr} = \frac{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R_1 R_2}{(R_1 - R_2)} = \varepsilon C_0$$

16 在半径为R_1的金属球之外有一层半径为R_2的均匀介质层。设电介质的介电常数为　　，金属球带电荷量为Q，求：

（1）介质内外的场强分布；

（2）介质内外的电位分布；

（3）金属球的电位。



解：（1）由高斯定理求得D分布：

$$D=\begin{cases}0 & r<R_1\\ Q/4\pi r^2 & R_1<r<R_2\\ 0 & r>R_2\end{cases}$$

由$D=\varepsilon\varepsilon_0 E$求得E的分布：

$$E\begin{cases}0 & r<R_1\\ Q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2 & R_1<r<R_2\\ 0 & r>R_2\end{cases}$$

（2）电位分布：

$$r<R_1, U=\int_r^{\infty}Edr=\int_{R_1}^{R_2}(Q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2)dr+\int_{R2}^{\infty}(Q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2)dr$$

$$R_1<r<R_2, U=\int_r^{\infty}Edr=\int_{R_1}^{R_2}(Q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2)dr+\int_{R2}^{\infty}(Q/4\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2)dr$$

$$r>R_2, U=\int_r^{\infty}Edr=Q/4\pi\varepsilon_0 r$$

（3）金属球的电位：

$$U=\int_R^{\infty}Edr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$$

17 一半径为R的导体球带电荷Q，处在介电常数为 的无限大均匀分布的介质中。求：（1）介质中的的电场强度E，电位移D和极化强度P的分布；（2）极化电荷的面密度。

解：（1） 由高斯定理求得： $D = Q/4\pi r^2$

由 $D = \varepsilon_0 \varepsilon E$ 得：

$$E = Q/4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2$$

由 $P = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)E$ 得 $P = \dfrac{(\varepsilon - 1)Q}{4\pi\varepsilon r^2}$

$$(2),\sigma' = P_n = -\frac{(\varepsilon - 1)Q}{4\pi\varepsilon R^2}$$

18 半径为R，介电常数为　　的均匀介质球中心放有点电荷Q，球外是空气。（1）求球内外的电场强度E和电位U的分布；（2）如果要使球外的电场强度为零且球 内的电场强度不变，则球面上需要有面密度为多少的电荷？

解：（1）由高斯定理得：D＝ $\begin{cases} Q/4\pi r^2, r<R \\ Q/4\pi r^2, r>R \end{cases}$

由D＝$\varepsilon\varepsilon_0 E$　得：

$$E=\begin{cases} Q/4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2, r<R \\ Q/4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2, r>R \end{cases}$$ 由 $U=\int_r^\infty Edr$ 得：

$$r<R, U=\int_0^\infty Edr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}(1/r-1/R)+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$r>R, U=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

（2）要使球外电场E为零且球内E不变，则球面上有电荷密度为

：

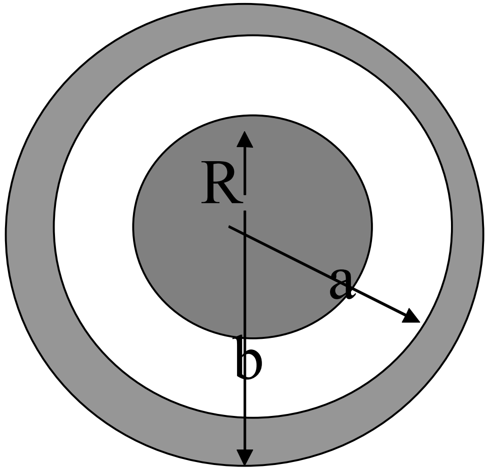
$$\sigma=-Q\Big/4\pi R^2$$

19 一半径为R的导体球带电荷Q，球外有一层同心球壳的均匀电介质，其内外半径分别为a和b，介电常数为 ε ，求：

（1）介质内外的电场强度E和电位移D；

（2）介质内的极化强度P和表面上的极化电荷密度 σ_e' ；

（3）介质内的极化电荷体密度 ρ_e 为多少？



解：（1）由高斯定理得：

$$D=\begin{cases}0 & r<R\\ Q/4\pi r^2, & r<R\end{cases}$$

由 $D=\varepsilon\varepsilon_0 E$ 得：

$$E=\begin{cases}0 & r<R\\ Q/4\pi\varepsilon r^2 & R<r<a, r>b\\ Q/4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2 & a<r<b\end{cases}$$

（2）由 $$\boldsymbol{P}=\varepsilon_0(\varepsilon-1)\boldsymbol{E}$$ 求介质得极化强度：

$$\boldsymbol{P}=\varepsilon_0(\varepsilon-1)\boldsymbol{E}=(\varepsilon-1)\boldsymbol{Q}/4\pi\varepsilon_0\boldsymbol{r}^2$$

$$\sigma=-\boldsymbol{P}_n=-(\varepsilon-1)\boldsymbol{Q}/4\pi\varepsilon\boldsymbol{a}^2,(\boldsymbol{r}=\boldsymbol{a})$$

$$\sigma=\boldsymbol{P}_n=(\varepsilon-1)\boldsymbol{Q}/4\pi\varepsilon\boldsymbol{b}\ ,(\boldsymbol{r}=\boldsymbol{b})$$

（3）由于电介质均匀，介质内不会出现极化体电荷。

20　球形电容器由半径为R得导体球和与他同心得导体球壳构成，壳内的半径为R，其间有两层均匀介质，分界面分别半径分别为r，介电常数分别为　和　。

求：（1）电容C。（2）当内球带电－Q时，（图见下页）

求各介质表面上极化电荷的面密度。

解：（1）设内球带电Q，球壳带电为－Q，故电场分布：

$$E=\begin{cases} 0 & r<R_1 \\ Q/4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2 & R_1<r<r \\ Q/4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2 & r<r<R_2 \\ 0 & r>R_2 \end{cases}$$

故　$$U=\int_{R_1}^{R_2} E dr=\int_{R_1}^{r}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 r^2}\right)dr+\int_{r}^{R_2}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_2 r^2}\right)dr$$

$$=\frac{Q(\varepsilon_2 rR_2-\varepsilon_2 R_1R_2+\varepsilon_1 R_1 r)}{4\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 R_1R_2 r}$$

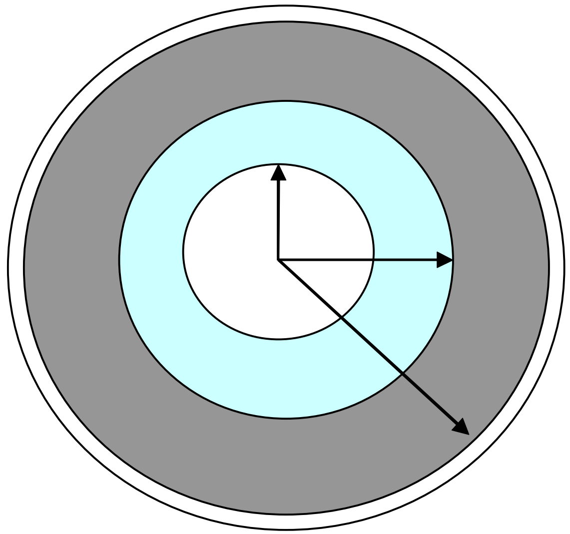
$$\therefore C = Q/U = \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_1\varepsilon_2 R_1 R_2 r}{\varepsilon_2 R_2 r - \varepsilon_2 R_2 R_1 + \varepsilon_1 R_2 R_1 - \varepsilon_1 R_1 r}$$

（2）当内球带电－Q时，极化面电荷密度：

$$\sigma = -P_n = \frac{Q}{4\varepsilon_0\varepsilon_1\pi R_1^{\ 2}}, (r = R_1)$$

$$\sigma = -(P_{2n} - P_{1n}) = \frac{+Q}{4\varepsilon_0\varepsilon_1\pi R_1^{\ 2}} + \frac{-Q}{4\varepsilon\ \ \varepsilon_1\pi R_1^{\ 2}}, (r = r)$$

$$\sigma = P_n = \frac{Q}{4\varepsilon_0\varepsilon_2\pi R_2^{\ 2}}, (r = R_2)$$

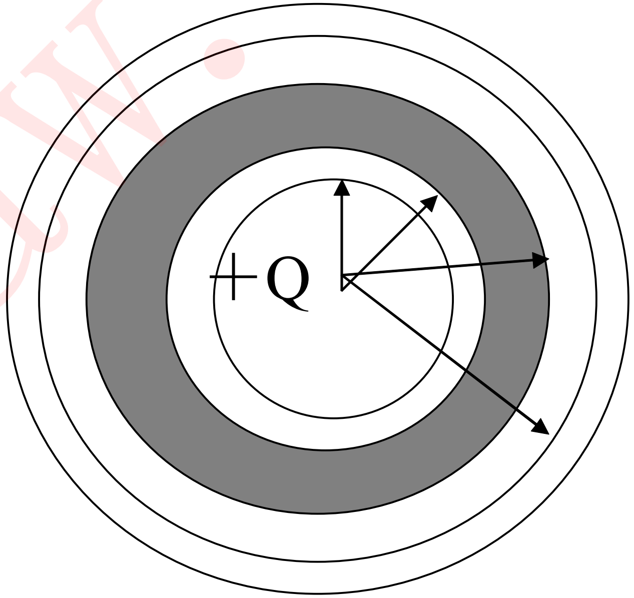


（顺时针：R_1，r，R_2）

21 球形电容器由半径为R_1的导体球和与它同心的导体球壳组成。壳的内半径为R_2，其间有一层同心的均匀介质球壳，内外半径分别为a和b，介电常数为 ε.。求：

（1）电容C；（2）当内球电荷为Q时，介质表面上的极化电荷密度是多少？

解：（1）球形内的电场分布：



$$E=\begin{cases} \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},(R_1<r<a) \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2},(a<r<b) \\ \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2},(b<r<R_2) \end{cases}$$

（顺时针：R_1，a，b，R_2）

$$U=\int_{R_1}^{R_2} E\,dr=\int_{R_1}^{a}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)dr+\int_{a}^{b}\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r^2}\right)dr+\int_{b}^{R_2}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$=\frac{Q(\varepsilon ab(R_2-R_1)+(1-\varepsilon)(b-a)R_1R_2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 abR_1R_2}$$

$$\therefore C = Q/U = \frac{4\pi\varepsilon_0 abR_1R_2}{\varepsilon ab(R_2 - R_1) + (1-\varepsilon)(b-a)R_1R_2}$$

（2)

$$\sigma' = -p_n = -\frac{(\varepsilon - 1)Q}{4\pi\varepsilon a^2}, (r = a)$$

$$\sigma' = p_n = \frac{(\varepsilon - 1)Q}{4\pi\varepsilon b^2}, (r = b)$$

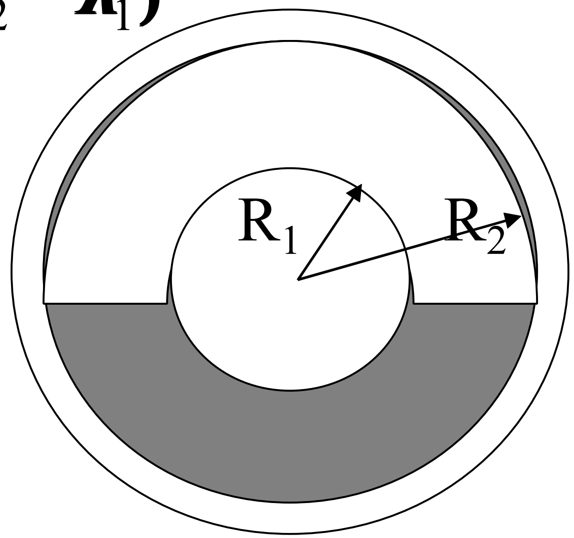
22 球形电容器由半径为R的导体球和与它同心的导体球壳构成，壳的内半径为R，其同一半径充满介电常数为$\boldsymbol{\varepsilon}$　的均匀介质。求C。

解：依题意可知，此电容可看作两半球形电容器的并联：

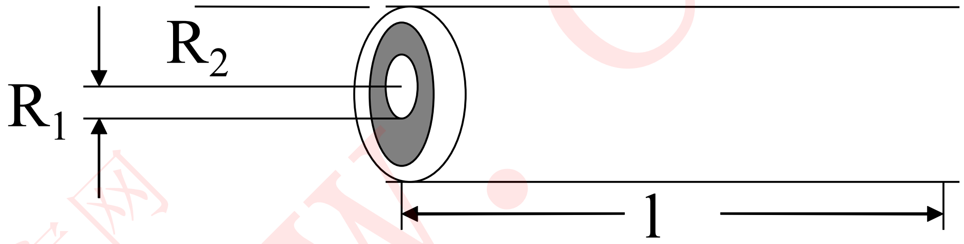
故：

$$\boldsymbol{C} = \boldsymbol{C} + \boldsymbol{C} = \frac{4\pi\varepsilon_0(\boldsymbol{R}_2 - \boldsymbol{R}_1)}{2(\boldsymbol{R}_2 - \boldsymbol{R}_1)} + \frac{4\pi\varepsilon_0\varepsilon(\boldsymbol{R}_2 - \boldsymbol{R}_1)}{2(\boldsymbol{R}_2 - \boldsymbol{R}_1)}$$

$$= \frac{2\pi\varepsilon_0(1+\varepsilon)(\boldsymbol{R}_1 + \boldsymbol{R}_2)}{\boldsymbol{R}_2 - \boldsymbol{R}_1}$$



23 圆柱形电容器是由内半径为R1的导线和与它同轴的导体圆筒构成，圆筒内半径为R2， 长为l，其间充满了介电常数为ε 的介质。设沿轴线单位长度上，导线的电荷为λ_0 ，圆筒的电荷为$-\lambda_0$ 。略去边缘效应。求：



（1）两极的电位差U；

（2）介质中的电场强度E，电位移D，极化强度P；

（3）介质表面的极化电荷面密度 ；(4)电容C。

解：（1）由高斯定理得： $E=\lambda_0/2\pi\varepsilon_0\varepsilon r$

故电势差： $U=\int_{R_1}^{R_2}Edr=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$

（2）由 $D=\varepsilon_0\varepsilon E=\lambda_0/2\pi r$

$P=\varepsilon(\varepsilon-1)E=(\varepsilon_0-1)\lambda_0/2\pi\varepsilon r$

(4)$C=l\lambda_0/U={2\pi l\varepsilon_0\varepsilon}\Big/{\ln R_2/R_1}=\varepsilon C_0$

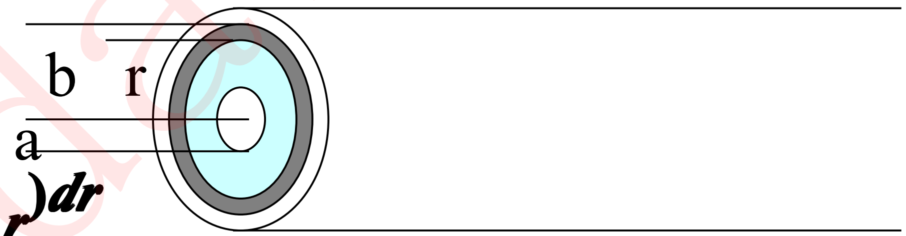
（3）极化面电荷密度：

$\sigma'=-P_n={(1-\varepsilon)\lambda_0}\Big/{2\pi\varepsilon R_1},(r=R_1)$ $\sigma'=P_n=-{(1-\varepsilon)\lambda_0}\Big/{2\pi\varepsilon R_2},(r=R_2)$

24．圆柱形电容器是由半径为a得导线和与它同轴得圆筒构成，圆筒得内半径为b，长为l，其间充满了两层同轴圆筒形得均匀介质，分界面的半径为r,介电常数分别为ε_1 和 ε_2，略去边缘效应,求电容C。

解：柱形电容器的内电场：（设单位长度带电 λ ）

$$E=\begin{cases}\lambda/2\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 r,(a<r<r)\\ \lambda/2\pi\varepsilon_0\varepsilon_2 r,(r<r<b)\end{cases}$$



$$U=\int_a^r(\lambda/2\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 r)dr+\int_r^b(\lambda/2\pi\varepsilon_0\varepsilon 2r)dr$$

$$=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{\varepsilon_1}\ln r/a+\frac{1}{\varepsilon_2}\ln b/r\right)$$

电容：

$$C=Q/U=l\lambda/U=\frac{2\pi\varepsilon_0 l\varepsilon_1\varepsilon_{+2}}{\varepsilon_2\ln r/a+\varepsilon_1\ln b/r}$$

25 一长直导线半径为1.5cm，外面套有内半径为3cm的导体圆筒，两者共轴。当两者电位差为5000伏，何处电场强度最大？是多少与其间介质有无关系？

解：柱形电容器内电场E为：
$$E = \lambda_0 / 2\pi\varepsilon_0\varepsilon r$$

电势差：
$$\Delta U = \int_a^b E dr = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \ln b/a$$

两式比：
$$E/\Delta U = 1 / r\ln b/a$$

$$E = \Delta U / r\ln b/a$$

当r＝a时，场强最大。
$$E = \Delta U / a\ln b/a = 4.81\times10^5\ v/m$$

26，求垂直轴线均匀极化的无线长圆柱形电介质上的退极化电场，已知极化强度为P。

解：均匀极化的圆柱体表面的极化面密度 为：

$$\sigma' = \boldsymbol{P} \bullet \boldsymbol{r}^0 = P\cos\theta$$

圆柱表面上极化面电荷可以看作许许多多平行于中心轴的细带电直线在中心轴处的电场的叠加；

$\theta \to \theta + d\theta$　　单位长度的带电量：

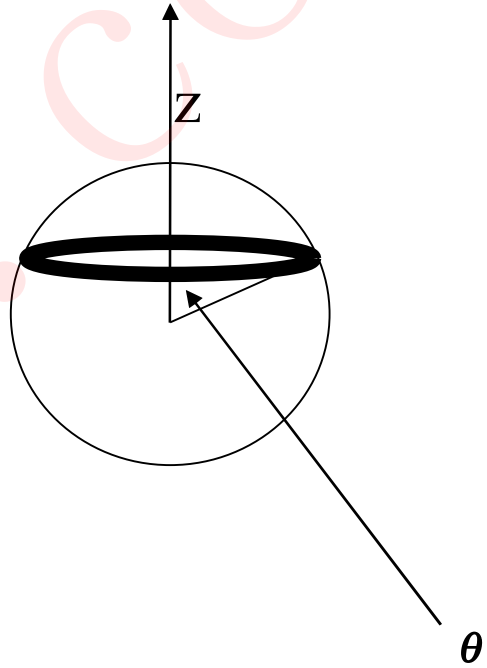
$$d\lambda = \sigma \bullet dl = P\cos\theta \bullet R \bullet d\theta$$

$$dE = d\lambda \big/ 2\pi R\varepsilon_0 = P\cos\theta d\theta / 2\pi\varepsilon_0$$

$$dE_x = dE\cos\theta = P\cos^2\theta d\theta / 2\pi\varepsilon_0$$

$$Ex = 2\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{P\cos^2\theta d\theta}{2\pi\varepsilon_0} = \frac{P}{2\varepsilon_0}$$

27 在介电常数为　的无限大的均匀介质中存在均匀电场E_0。今设想以其中某点O为中心作一球面，把介质分为内外两部分。求球面外全部电荷在O点产生的E（E比E_0大还是小?).



解：球形空穴表面的面荷$\boldsymbol{\sigma}' = \boldsymbol{P} \bullet \boldsymbol{r} = \boldsymbol{P}\cos\theta$

而：　$\boldsymbol{P} = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\boldsymbol{E}_0$

$$\therefore \sigma' = \varepsilon_0(\varepsilon - 1)\boldsymbol{E}_0 \cos\theta$$

在 $z--z+dz$ 处取一园环，带电量：

$$dq = 2\pi\sigma' R^2 \sin\theta d\theta = 2\pi\varepsilon(\varepsilon - 1)E_0 \cos\theta \sin\theta d\theta R^2$$

$$dE' = zdq \Big/ 4\pi\varepsilon(z^2 + r^2)^{3/2} = R^3(\varepsilon - 1)E\cos^2\theta \sin\theta d\theta \Big/ R^3$$

$$E' = 2\int_0^{\pi/2} (\varepsilon - 1)E\cos^2\theta \sin\theta d\theta \Big/ 2 = (\varepsilon - 1)E_0/3$$

空穴中心处的电场：

$$E = E_0 + E' = E + \frac{\varepsilon - 1}{3}E_0 > E_0$$

28 在介电常数为 的无限大的均匀介质中存在均匀电场E。。今设想在其中作一轴线与E。垂直的无限长的圆柱面，把介质分为内外两部分。求柱面外全部电荷在柱轴上产生的场强E。

解：由题意可知。介质中$\boldsymbol{p}=\varepsilon_0(\varepsilon-1)\boldsymbol{E}_0$ 表面极化面电荷密度

$$\therefore\sigma'=\boldsymbol{P}\bullet\boldsymbol{r}=P\cos\theta=\varepsilon_0(\varepsilon-1)E_0\cos\theta$$

由26题计算结果，在空穴中心场强的大小为：

$$\boldsymbol{E}'=\frac{\boldsymbol{P}}{2\varepsilon_0}=\frac{(\varepsilon-1)\boldsymbol{E}}{2}$$

$$\boldsymbol{E}=\boldsymbol{E}_0+\boldsymbol{E}'=\frac{(\varepsilon-1)\boldsymbol{E}_0}{2}+\boldsymbol{E}_0>\boldsymbol{E}_0$$

29 空气的介电强度为3000千伏/米，问直径为1cm，1mm和0.10mm的导体球，在空气中最多能带多少电荷量？

解：带电球面处的场强：

$$E = Q / 4\pi\varepsilon_0 R^2$$

$$Q = 4\pi\varepsilon_0 R^2 E$$

所以：

Q1＝8.29*E-9C

Q2=8.29*E-10C

Q3=8.29*E-11C

30 空气的介电强度为3×10^6伏/米，铜的密度为8 .9克/立方厘米，铜的原子量时63.75克/mol，阿附加的罗$N_0=6.002\times10^{-19}$，金属铜里每个原子有一个电子，每个电子电量为 $1.60*10^{-19}$库。

（1）半径为1cm的铜球在空气中最多能带多少电荷？

（2）这铜球所带的电量最多时，求它所缺少或多出的电子数与自由电子数之比.

解：（1）设电量Q。 $E=Q/4\pi\varepsilon_0 R^2$

$$Q=4\pi\varepsilon_0 R^2 E=3.31\times10^{-3}C$$

（2）Q相当于m个带电粒子的电量，则m为：

$m=Q/e=3.31\times10^{-3}/1.60\times10^{-19}$

铜球有N个自由电子：

$N=4\pi R^3\rho/3\mu$

故：$m/N=6\times10^{-13}$

31 空气的介电强度为30000千伏每米，问空气中半径为1cm，1mm，0.1mm的长直导线上单位长度最多各能带多少电量？

解：若在导线上电荷线密度为 η 时，电场：

$$E = \eta / 2\pi\varepsilon_0 r$$

$$\therefore \eta = 2\pi\varepsilon_0 rE$$

$$1).r = 1cm, \eta = 1.7\times10^{-6} C/m$$

$$2).r = 1mm, \eta = 1.7\times10^{-7} C/m$$

$$3).r = 0.1mm, \eta = 1.7\times10^{-8} C/m$$

32 空气介电强度为30千伏每厘米，今有一平行办电容器，两极板相距为0.50cm，极板间是空气，问能耐多高的电压？

解： $U = Ed = 3\times10^{6}\times0.5\times10^{-2} = 1.5\times10^{4}$伏

33　空气的介电常数为3000千伏每米，当空气平行板电容器两极板的电位差为50千伏时，问每平方米的电容量有多大?

解：

$$C=\frac{\varepsilon_0 s}{d}=\frac{\varepsilon_0 s}{U/E}=5.29\times10^{-10}\ F$$

34 一圆柱形电容器，由直径为5cm的直圆筒和与它共轴的直导线构成，导线的直径为5mm筒与导线间是空气，已知空气的击穿电场30000伏每厘米，问这电容器能耐多高的电压？

解： 圆柱形电容器内电场，内径处电场最大：

$$E = \eta / 2\varepsilon\pi R_1$$

两极的电压：
$$U = \frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0} \ln R_2 / R_1$$

上两式之比：U/E= $1/R_1 \ln R_2 / R_1$

$$U = R_1 E \ln R_2 / R_1 = 1.7 \times 10^4 V$$

35 两共轴的导体圆筒，内筒外半径为R1，外筒内半径为R2（R2<2R1），其间有两层均匀介质，分界面的半径为r，内层介电常数为 ε_1 外层介电常数为 $\varepsilon_2=\varepsilon_1/2$ 两介质的介电强度都是 E_M。当电压升高时，哪层介质先击穿？证明：两筒间的最大电位差：

$$U_M=E_{Mr}/2\ln R_2^{\,2}/rR_1$$

解：介质中的电场：$E=\eta/2\pi\varepsilon_0\varepsilon r$

第一种介质 ε_1 中电场最大在R1处：$E_1=\eta/2\pi\varepsilon_0\varepsilon R_1$

第一种介质 ε_2 中电场最大在r处：$E_2=\eta/2\pi\varepsilon_0\varepsilon r$

但r＝R2的场强：$E_2=\eta/2\pi\varepsilon_0\varepsilon R_2>E_1$

故介质2 先击穿。

最大电势差：$$U_1-U_2=\int_{R_1}^{r}(\eta/2\pi\varepsilon_1\varepsilon_0)dr+\int_{r}^{R_2}(\eta/2\pi\varepsilon_2\varepsilon_0)dr$$

$$=(rE_M/2)\ln R_2^{\,2}/R_1r$$

36 一圆柱形电容器内充满两层均匀介质，内层是 $\varepsilon_1 = 4.0$ 的油纸

$\varepsilon_2 = 7.0$

，其内半径为2cm，外半径为2.3 cm.；外层是 的玻璃，其外半径为2.5cm。已知油纸的介电强度为120千伏每cm，玻璃的介电强度为100千伏每cm，问这电容器能耐多高的电压？当电压升高时，哪层先被击穿？

$$E = \eta / 2\pi\varepsilon_0\varepsilon r$$

解：圆柱形电容的内电场

$$E_1 = \eta / 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 R_1$$

ε_1 中，电场最大处在r＝R1

$$E_2 = \eta / 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_2 R_2$$

ε_2 中，电场最大处在r＝R2

so：E1/E2＝2.19.

又由题意可知： $E_{1M}/E_{1M}=1.2.$ 所以，$E1/E2>E_{1M}/E_{1M}$

内层先击穿；

此时电容器的耐压：

$$U=\int_{R_1}^{R_2} E_1 dr+\int_{R_2}^{R_3} E_2 dr=\frac{\eta}{2\pi\varepsilon_0}\left[\int_{R_1}^{R_2}+\int_{R_2}^{R_3}\right]$$

$$=4.19\times10^4 V$$

37 设一同轴电缆里面导体的半径是R1，外面内半径是R3，两导体间充满了两层均匀介质，它们的分界面是R2,设内外两层介质的介电常数分别为ε_1 和ε_2 它们的介电强度分别为E1和E2，证明：当两极（即导体）间的电压逐渐升高时，在

条件下，首先被击穿的是外层电介质。

解： 圆柱形电容器内部的电场 $E = \eta / 2\pi\varepsilon_0\varepsilon r$

在 ε_1 中先达到了E1在r＝R1处：$E_1' = \eta / 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_1 R_1$

在 ε_2 中先达到了E1在r＝R1处：$E_2' = \eta / 2\pi\varepsilon_0\varepsilon_2 R_2$

故：

$$E_1' / E_2' > \varepsilon_2 R_2 / \varepsilon_1 R_1$$

故

E2‘先达到极限，外壳先击穿；

38 一平行板电容器的极板面积为S，间距为d，电荷为Q，将一块厚度为d，介电常数为 的均匀电介质极板插入极板间的空隙。计算

（1）静电能的改变；（2）电场力对介质作的功；

解：（1）电容器电荷保持不变，

插入前：$W_1 = Q^2/2C_0 = dQ^2/2\varepsilon_0 s$

插入后：$W_2 = Q^2/2C_0 = dQ^2/2\varepsilon_0\varepsilon s$

故静电能的改变：$\Delta W = W_2 - W_1 = -\dfrac{(\varepsilon - 1)dQ^2}{2\varepsilon_0\varepsilon s}$

（2）电场力对介质板作的功等电路的减少：

即 $$\frac{(\varepsilon - 1)dQ^2}{2\varepsilon_0\varepsilon s}$$

39 ，一平行板电容器的极板面积为S，间距为d，接在电源上以维持其电压为U。将一块厚度为d，介电常数为r的均匀电介质差插入极板间的空隙。计算：（1）静电能的改变；（2）电场对电源所作的功；（3）电场对介质板所作的功。

解：（1）插入过程中电压保持不变：

插入前电场能：$W_1 = \frac{1}{2}CU^2$

插入后电场能：$W_2 = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}\varepsilon C_0 U^2$

静电场能的改变：$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{1}{2}(\varepsilon - 1)C_0 U^2$

（2）电源对电场做的功等于静电能的增加：$A = \Delta q U$

静电场对电源做的功：$A' = -A = 1(q - q_0)U = (1-\varepsilon)\varepsilon_2 sU^2 / d$

（3）电场对极板所做的功等于电源对电场做的功减去静电场能的增加：

$$A = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)s}{d}U^2 - \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)s}{2d}U^2 = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)s}{2d}U^2$$

40 一平行板电容器极板是边长为a的正方形，间距为d，电荷为Q，把一厚度为d，介电常数为　的电介质极板插入一半，它受力多少？方向？

解：设介质半插入l（l<a）长度，这时电容：

$$C=C_1+C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon al}{d}+\frac{\varepsilon_0 a(a-l)}{d}=\frac{\varepsilon_0 a}{d}(a+(\varepsilon-1)l)$$

$$W=\frac{1}{2}Q^2/C=\frac{dQ^2}{2\varepsilon_0 a[a+(\varepsilon+1)l]}$$

由虚功原理：

$$F=-dW/dl=-\frac{d}{dl}\left(\frac{dQ^2}{2\varepsilon_0 a[a+(\varepsilon-1)l]}\right)=$$

$$=\frac{2d(\varepsilon-1)Q^2}{\varepsilon_0(\varepsilon+1)^2a^2}$$

41 两个相同的平行半电容器，他们的极板都是半径为10cm的圆形，极板相距都是1mm，其中一个两极板间是空气，另一个两极板间是

的酒精。把两个电容器并联后并联后充电到120伏，求他们所蓄的总能量；再断开电源，把他们带异号电荷的两极分别连在一起，求这时两者所蓄的总能量。少的能量哪里去了？

解：两电容并联后电容：

$$C = C + C = \varepsilon_0 s / d + \varepsilon_0 \varepsilon s / d = (\varepsilon + 1)\varepsilon_0 s / d = (\varepsilon_1 + 1)C_1$$

对它充电所蓄的总能量： $W = CU^2 / 2 = \frac{\varepsilon_0(\varepsilon + 1)s}{d} U^2 = 5.4 \times 10^{-5} J$

$$Q_2 = C_2 U = \varepsilon C_1 U = \varepsilon Q_1$$

反接时，电容任为C，但电荷变： $Q_2 - Q_1 = \varepsilon Q_1 - Q_1 = 25 Q_1$

电能变为： $W' = \frac{1}{2}\frac{1}{C}(Q_2 - Q_1) = 4.63 \times 10^{-5} J$

1，计算例题1中场能的一半分布再半径多大的球面内？

解：　带电导体球外的电场

故：　$$E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$\frac{1}{2}W_c=\frac{1}{2}\times\frac{q^2}{8\pi\varepsilon_0 R}=\int_R^{R'}\frac{1}{2}\varepsilon E^2 dr$$

$$=\int_R^{R'}\frac{1}{2}\varepsilon(\frac{q}{4\pi\varepsilon r^2})^2 4\pi r^2 dr$$

$$=\frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0 R}$$

$$\frac{1}{R}-\frac{1}{R'}=\frac{1}{2R}$$

$$\therefore R'=2R$$

2 空气中有一直径为10cm的导体球，电位为8000伏，问它表面处的场能密度（即单位体积内的电场能量）是多少？

解： 导体表面处的电势：$$U=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

电场为：$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=U/R$$

故场能密度：$$\varpi=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2=\frac{1}{2}\varepsilon_0 (U/R)^2=0.113J/m^3$$

3 在介电常数为 的无限大的均匀介质中，有一半径为R的导体球带电荷Q。球电场的能量。

解： 由高斯定理得：

$$E=\begin{cases} 0,(r<r) \\ \dfrac{Q}{4\varepsilon\varepsilon_0\pi r^2} \end{cases}$$

其能量密度：$$\varpi_e=\frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2=\frac{Q^2}{3Q\pi^2\varepsilon_0\varepsilon r^4}$$

电场能：

$$W=\int_R^{\infty}\varpi_e dr=Q^2\Big/8\pi\varepsilon_0\varepsilon R$$

4。半径为2cm的导体球外套有一个雨它同心的导体球壳，壳的内外半径分别为4cm和5cm，球与壳间时空气。壳外也是空气，当内球的电荷量为3×10⁻⁸库时，（1）这个系统储藏了多少电能？（2）如果用导线把壳与球连在一起，结果如何？

解:(1)依题意可知：内球带电为Q，外球内表面－Q，外表面为Q，则电场分布：

$$E=\begin{cases} 0 & r<2cm \parallel 4<r<5cm \\ Q/4\pi\varepsilon_0 r & 2cm<r<4 \parallel r>5cm \end{cases}$$

系统储能：$W=\int_{0.02}^{0.04}\frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr+\int_{0.05}^{\infty}\frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr$

$=1.819\times10^{-4}J$

（2）此时内球的电荷为0，外壳外表面为Q；故：

球壳电势：$U=Q/4\pi\varepsilon_0 r_3$

储能：$W=QU/2=8.1\times10^{-5}J$

5 球形电容其的内外半径分别为R1和R2，电位差为U。（1）求电位能；（2）求电场能;比较.

解：（1）电位能：

$$W = CU^2/2 = \frac{2\pi\varepsilon_0 R_2 R_1}{R_2 - R_1}$$

（2）电场能：

$$W' = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 dr = \int_{R_1}^{R_2} \frac{1}{2}\varepsilon_0 \left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\right)^2 4\pi r^2 dr =$$

$$= \frac{2\pi\varepsilon_0 R_2 R_1}{R_2 - R_1}$$

6 半径为a的导体圆柱外面，套有一半径为b的同轴导体圆筒，长度都是l，其间充满介电常数为ε 的均匀介质。圆柱带电为Q，圆筒带电为－Q，略去边缘效应：

（1）整个介质内的电场总能能？（2）证明：$W_e = Q^2/2C$ 中的C是圆柱和圆筒间的电容。

解：（1）由高斯定理得，柱形电容器的内电场：

$$E = \frac{Q/l}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 r}$$

电场能：

$$W = \int_a^b \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0 E^2 dr = \frac{Q^2}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}\ln b/a$$

（2） $$W = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l \big/ \ln b/a} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}$$

7 半径为a的长直导线，外面套有共轴导体圆筒，筒的内半径为b，导线与圆筒间充满介电常数为　的均匀介质。沿轴线单位长度上导线带电为 $\boldsymbol{\varepsilon}$ ，圆筒带电为$-\lambda$　。略去边缘效应，求园轴线单位长度的电场能量。

解：　由高斯定理得：

$$\boldsymbol{E}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0 \boldsymbol{r}}$$

故单位长度内得电场能：

$$\boldsymbol{W}=\int\frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0\boldsymbol{E}^2\boldsymbol{dr}=\int_{\boldsymbol{a}}^{\boldsymbol{b}}\frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0\left(\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon\boldsymbol{r}}\right)^2 2\pi\boldsymbol{r}\boldsymbol{dr}$$

$$=\frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\ln\boldsymbol{b}/\boldsymbol{a}$$

8 圆柱电容器由一长直导线和套在它外面得共轴导体圆筒构成，设导体的半径为a，圆筒的内半径为b。证明：这电容器所储的能量有一半是在半径 $r=\sqrt{ab}$ 的圆柱体内。

解：由7题知：单位长度内分别储能为：$w=\dfrac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln b/a$

一半在：

$$\int_a^r \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 dr=\int_a^r \frac{1}{2}\varepsilon\varepsilon_0\left(\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon\varepsilon_0}\right)^2 2\pi r dr=$$

$$\frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln r/a=\frac{1}{2}\left(\frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\ln b/a\right)$$

$$\therefore \ln r/a=\frac{1}{2}\ln b/a=\ln\sqrt{b/a}$$

$$\therefore r=\sqrt{ab}$$

第三章

1. 一导线载有10安培直流电，在20秒内有多少电子流过它的横截面？已知每个电子所带电荷量为1.6×10^{-19}库仑。

解：设电子数为N

$$N=Q/e=It/e=10\times20/1.6\times10^{-19}=1.25\times10^{21}$$(个电子）

2. 技术上为了安全，铜线内电流密度不得超过6安/毫米^2，某车间用电20安培，导线的直径不得小于多少？

解:设导线直径为D，则电流密度：

$j=I/s=4I/\pi D^2$

$D=\sqrt{4I/\pi j}=2\sqrt{I/\pi j}=2\sqrt{20/3.14x6}=2\times(1.03)=2.06$(毫米）

3。 试根据电流的连续方程证明：在稳恒条件下通过一个电流管任意两个截面的电流强度相等。

解：

由稳恒电流条件：

可得：

$$_1 \qquad _2=0$$

$$I_1=I_2$$

4. 有一种康钢丝的横截面积为0.10毫米^2，电阻率为 $^{-8}$欧

米，用他绕一个6.0欧的点阻，需要多长？

解：

6.0 0.1 $10^{-6}/49$ $10^{-8}=$

.

1.22(米)

5。 在某一电路中，原准备用截面积为10豪米^{2}的铜线作输电线，为了节约用铜，改用相铜电阻，相同长度的铝线代替，问应选多大截面的铝导线。

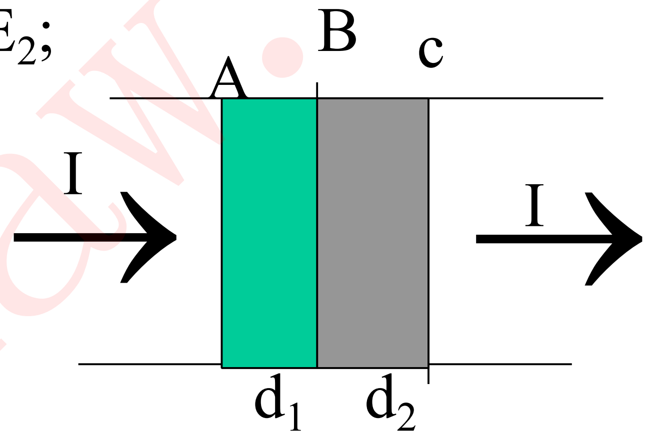
解： ∵ $\rho_1 l_1/s_1=\rho_2 l_2/s_2$ (设前者为铜，后者为铝)

∴ $S_2=(\rho_2/\rho_1)S_1=2.5/1.6\times10=15.6$(毫米^2)

6。 附图中两边为电导率很大的导体，中间两层是电导率分别为 σ_1，σ_2 均匀介质，其两边厚度分别为 d_1,d_2,导体的截面积为S,通过导体的稳恒点电流强度为I,求：

（1） 两层导电介质中的场强 E_1 和 E_2;

(2) 电位差 U_{AB} 和 U_{BC}。



解：

(1) 由 $j=\sigma E$ 求得

$E_1=j_1/\sigma_1=I/s\sigma_1$ $E_2=j_2/\sigma_2=I/s\sigma_2$

(2) $U_{AB}=E_1d_1=Id_1/s\sigma_1=IR_1$

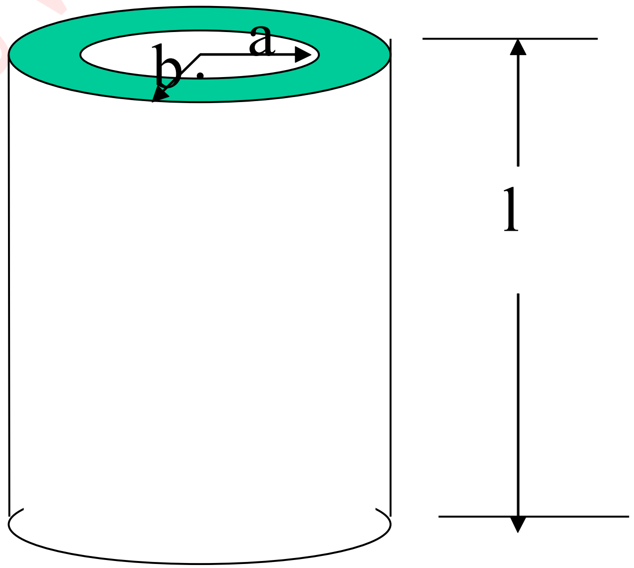
$U_{BC}=E_2d_2=Id_2/s\sigma_2=IR_2$

7.　一个铜圆柱体半径为a,长为l，外面套一个与它共轴且等长的圆筒，筒的半径为b,在圆柱与筒之间充满电导率为σ的均匀导电物质如附图中所示。求柱与筒之间的电阻。

解：

设 r-r+dr 之间的电足阻：

dR= ρ dr /s=dr/2$\sigma\pi$r l



故柱筒间电阻为：

$$R=\int_a^b \frac{dr}{2\pi\sigma r l}=\frac{1}{2\pi\sigma l}\ln\frac{b}{a}$$

8. 把大地可看成均匀的导电介质，其电阻率为ρ。用一半径为 a 的球形电极与大地表面相接，半个球体埋在地面下（见附图）电极本身的电阻可以忽略。试证明此电极的接地电阻为

$$R=\rho/2\pi a$$

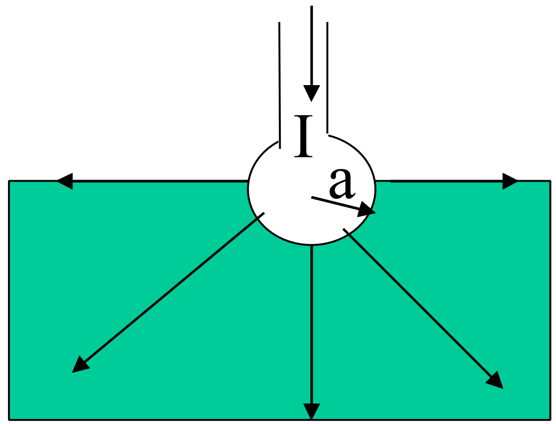
解： 电极的接地电阻应理解为电极与地的无限远处之间的电阻。故选电极中心作为球心。在球作标下：

r-r+dr之间半球面电阻：

$$dR=\rho\frac{dr}{2\pi r^2}$$

$$\therefore R=\int_a^{\infty}\frac{\rho}{2\pi}\frac{dr}{r^2}=\frac{\rho}{2\pi}\left.\frac{1}{r}\right|_a^{\infty}$$

$$=\frac{\rho}{2\pi a}$$



9。 一铂电阻温度计在0°c时的阻值为200.0欧姆，当浸入正在熔解的三氯化锑中时，阻值变为257.6欧，求三氯化锑的熔点。已知铂电阻的温度系数α=0.00392度$^{-1}$。

解：

由 $Rt=Ro(1+\alpha t)$

$$t=\frac{1}{\alpha}\left(\frac{Rt}{Ro}-1\right)=\frac{1}{3.92\times10^{-3}}\left(\frac{257.6}{200}-1\right)=73.5(\ ^{o}c)$$

10。 电动机未运转时，在20°c时它的铜绕阻的阻为50欧。运转几小时后，电阻上升到58欧。问这时铜绕的温度为多高。

解：

由$R=Ro(1+\alpha t)$

$R_1=Ro(1+\alpha t_1)$

$R_2=Ro(1+\alpha t_2)$

$\bullet R_1/R_2=(1+\alpha t_1)/(1+\alpha t_2)$

$t_2=1/\alpha\left[R_2(1+\alpha t_1)/R_1-1\right]$

$=R_2/\alpha R_1+(R_2/R_1)t_1$

$=(1/4.3\times10^{-3})\ X58/50+(58/50)x20=60.4(°c)$

1。11 求220V15W和220V25W灯泡的灯丝电阻和工作电流。

解： $\because P=\dfrac{V^2}{R}$ R=V^2/P

P_1=15W: R_1=V^2/P_1=220^2/15=3.22(kΩ)

P_2=25W: R_2=220^2/25=1.93 (kΩ)

$$\because I=\frac{V}{R}$$

$\therefore I_1$=V/R_1=220/3.22x10^3=69x10^{-3}（毫安）

I_2=V/R_2=220/1.93x10^3=1.4x10^{-3}（毫安）

12。 在220伏的电路上，接有30安允许电流的保险丝，问在次电路上可接多少个40瓦的灯泡？

解：

每个灯泡工作电流 $I=P/V$

可接n 个灯泡： $I_m=nI=nP/V$

$n=I_mV/P=30x220/40=165$(个)

13。 有一个标明1KΩ40W 的电位器，问：

（1） 允许通过这个电位器的最大电流是多少安培？

（2） 允许加在这个电位器上的最大电压是多少伏特？

（3） 当在这个电位器上加10伏特的电压时，电功率时多少瓦？

解： （1）$\because P = I^2R$, $\quad I=\sqrt{P/R}=\sqrt{40/1x10^3} \;=0.2(A)$

(2) $\because P = V^2/R$, $\quad U=\sqrt{PR} \;=\sqrt{40\ x1x10^{-3}}$

$=200(V)$

(3) $P=V^2/R=10^2/10^3=0.1(W)$

14。 室内装有40瓦电灯两盏，50瓦收音机一架，平就、均每日用电5小时，问：

（1） 总闸处应装允许多大电流通过的保险丝？

（2） 每月（以30日计）共用电多少度？

解：

（1） 该室用电功率为130瓦，故保险丝允许电流：

$$I=P/V=130/220=0.59(A)$$

（2） 每月用电量:

$W=Pt=130x30x5=19.5x10^{3}$(瓦。小时）=19。5（度）

15., 某工厂与配电所相距1千米，其间有两条输电线，每条的电阻是0.2欧/千米。工厂用电为55KW，入厂时两输电线间的电压U==220V，求配电所输出的功率。

解：

通过电线电流为：$I=P/V=55\times10^3/220=250(A)$

配电所输出的功率：$P=I^2R+P=(250)^2 x2 x 0.2x10^{-3}x10^3+55x10^3$

$=62500x0.4+55x10^3$

$=25.0x10^3+55x10^3$

$=80.0x10^3(w)$

1。16 实验室常用的电阻箱中每一电阻的额定功率规定为0.25瓦，试求其中100欧和10欧电阻的额定电流。

解： $\because P = I^2 \times R$　　I= $\sqrt{P/R}$

对　$R_1=100\ \Omega$　　$I_1=\sqrt{0.25/100}=0.5\times10^{-1}$(A)

对　$R_2=10\ \Omega$　　$I_2=\sqrt{0.25/10}=0.158$(A)

1。17　推导焦耳定律的微分形式。

解：

$\because$ $dp = dI^2 x dR$

$= j^2 ds^2\ \rho dl/ds$

$= 1/\rho\ \ j^2 dV$

$P = dp/dv = j^2\ \rho = 1/\sigma\ (\sigma E)^2 = \sigma\ E^2$

1。18　一铜导线直径为1.0厘米，载有200安电流，已知铜内自由电子数密度为=8.5x10^{22}/厘米^3，每个电子的电荷为1.6x10^{-19}库，求其中电子的漂移速率。

解：

导体内电子的漂移速率为：

$$u=j/ne=I/nes=I/(ne\pi\left(\frac{D}{2}\right)^2=4I/(neD^2\pi)$$

$$=\frac{4x200}{8.5x10^{22}x\ 1.6x10^{-19}x3.14x(1.0)^2}$$

$$=1.87x10^{-2}(cm/s)$$

19. 已知铜的原子量为63.75，密度为8.9克/厘米^3，在铜导线里，每一个原子都有一个自由电子，电子电荷的大小为1.6x10^{-19}库，阿伏加德罗数No=6.02x10^{23}摩尔$^{-1}$。

（1） 计术上为了安全，铜导线内电流密度不能超过j_M=6安/毫米^2，求电流密度为j_M时，铜内电子的漂移速率u：

（2） 按下例公式求T=300K时铜内电子热运动的平均速率 $\bar{v}$ ；

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

式中m=9.11x10^{-31}千克是电子质量，k=1.38x10^{-23}焦耳/开是玻耳兹曼常数，T是绝对温度。$\bar{v}$ 是u的多少倍？

解：点子数密度 $n=\frac{\rho}{A}No$ （为质量数密度，原子量）

故铜内电字的漂移速率u：

$$u=\frac{j}{ne}=\frac{jA}{No e\rho}=\frac{63.75\times 600}{6.0\times 10^{23}\times 8.9\times 1.6\times 10^{-19}}=4.44\times 10^{-2}(cm/s)$$

平均速率：

$$\bar{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}=\sqrt{\frac{8\times 1.38\times 10^{-23}\times 300}{3.14\times 9.11\times 10^{-31}}}=1.08\times 10^{5}(m/s)$$

20。 一铜棒的截面积为20x80毫米^2，长为2.0米。两端电位差为50毫伏。已知铜的电导率为 σ =5.7x10^{7}西门子/米，铜内自由电子的电荷密度为1.36x10^{10}库/米^3。求；

（1）他的电阻R：（2）电流I；（3）电流密度的大小；（4）棒内电强度的大小E；（5）所消耗的功率P：（6）一小时所消耗的能量W：（7）棒内电子的瓢移速度u：

解：（1）电阻： $R=\rho l/s=l/\sigma s=\dfrac{2}{5.7\times10^{7}\times16\times10^{-4}}=2.2\times10^{-5}(\Omega)$

（2）电流： $$I=U/R=\frac{50\times10^{-3}}{2.2\times10^{-5}}=2.27\times10^{3}(A)$$

（3）电流密度： $$j=I/s=\frac{2.27\times10^{3}}{20\times80}=1.41\times10(A/mm^{2})$$

（4）电场： $$E=U/l=\frac{50\times10^{-3}}{2}=2.5\times10^{-2}(V/m)$$

（5）消耗功率： $$P=U^{2}/R=I^{2}R=(2.27\times10^{3})^{2}\times2.2\times10^{-5}=114(W)$$

（6）漂移速率： $$u=j/ne=\frac{1.41}{1.36\times10^{10}\times10^{-9}}=1.04\times10^{-1}(mm/s)$$

1。 电动势为12伏的汽车电池的内阻为0。05欧，问：

（1）它的短路电流多大？

（1）若启动电流为100安，则启动马达的内阻多大？

解：

$$(1).I=\frac{\varepsilon}{r}=\frac{12}{0.05}=240(A)$$

（2）由全电路欧姆定律：

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}$$

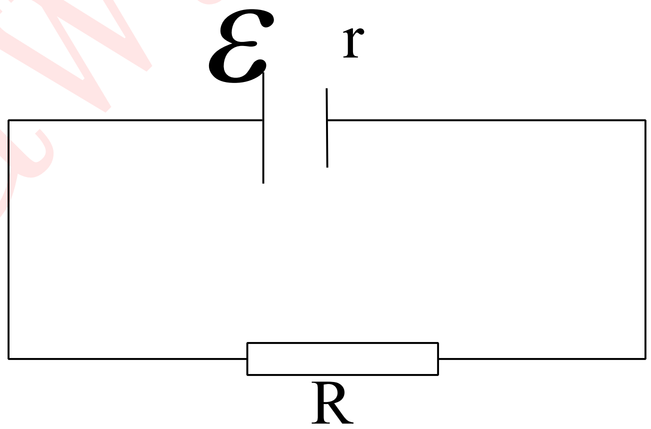
$$R=\frac{\varepsilon}{I}-r=\frac{12}{100}-0.05=0.07(\Omega)$$

2.. 如图所示，在电动势为 ε ，内阻为 的电池上连接一个R_1=10.0 的电阻时，测出的端电压为8.0伏，若将R_1换成R_2=5。0欧的电阻时，其端电压为6，0伏。求此电池的 ε 和r.

解：

端电压

$$U = IR = \frac{\varepsilon}{R+r}R$$



$$\begin{cases} 8.0 = \varepsilon \dfrac{10}{10+r} \\ 6.0 = \varepsilon \dfrac{5}{5+r} \end{cases}$$

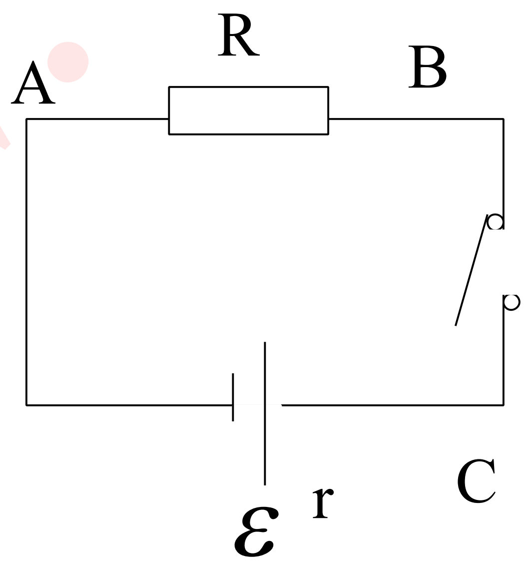
解得 $\begin{cases} \varepsilon = 12(V) \\ r = 5(\Omega) \end{cases}$

3。 在附图中，ε =6.0伏，r=2.0欧，R=10.0欧，当开关K闭合时，U_{AB}，U_{AC}和U_{BC}分别是多少？当K断开时，又各是多少？

解：

当合上时：

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r}=\frac{6}{10+2}=0.5(A)$$



U_{AB}=IR=0.5x10=5(V)

U_{BC}=IR_1=0.5x0=0

U_{AC}=U_{AB}+U_{BC}=5(V)

当断开时：I=0

$$\therefore U_{AB}=0$$

$$U_{BC}=\varepsilon-U_{AB}=\varepsilon-0=\varepsilon=6(V)$$

U_{AC}=U_{AB}+U_{BC}=0+6=6(V)

4。在上题中，K闭合时，电源的输出功率为多少？

解：

电源输出功率：

$$P = I^2 R = (\frac{\varepsilon}{R+r})^2 R = (\frac{6}{12})^2 \times 10 = 2.5(w)$$

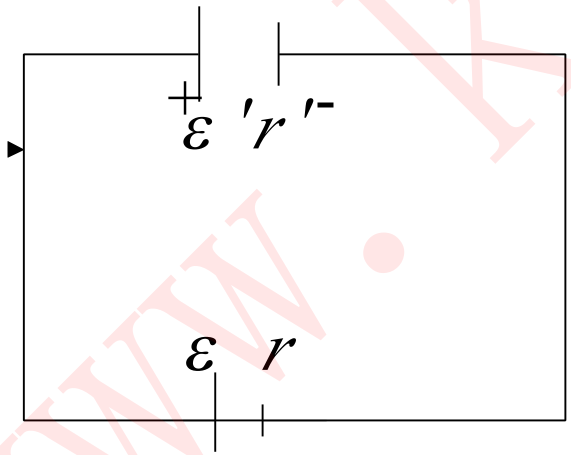
5。在2.3节的图3-13中，若两电源都是化学电池，电动势 $\varepsilon'=6$ 伏，$\varepsilon=4$伏，内阻r'=0.1欧，r =0.1欧，求（1）充电电流，（2）每秒内电源ε'消耗的化学能 。(3)每秒内电源 ε 获得的化学能。

解：

（1）充电电流： $$I=\frac{\varepsilon'-\varepsilon}{r'+r}=\frac{6-4}{0.2}=10(A)$$

（2） 消耗的化学能：$$W_1=I\varepsilon' t=10\times6\times1=60(J)$$

（2）获得的化学能： $$W_2=I\varepsilon t=10\times4\times1=40(J)$$



6。求第一节习题6中A,B,C三界面上的面电荷。

解： 如图作高斯面，由高斯定理：（导体中 $\sigma=\infty$ ）

对A:

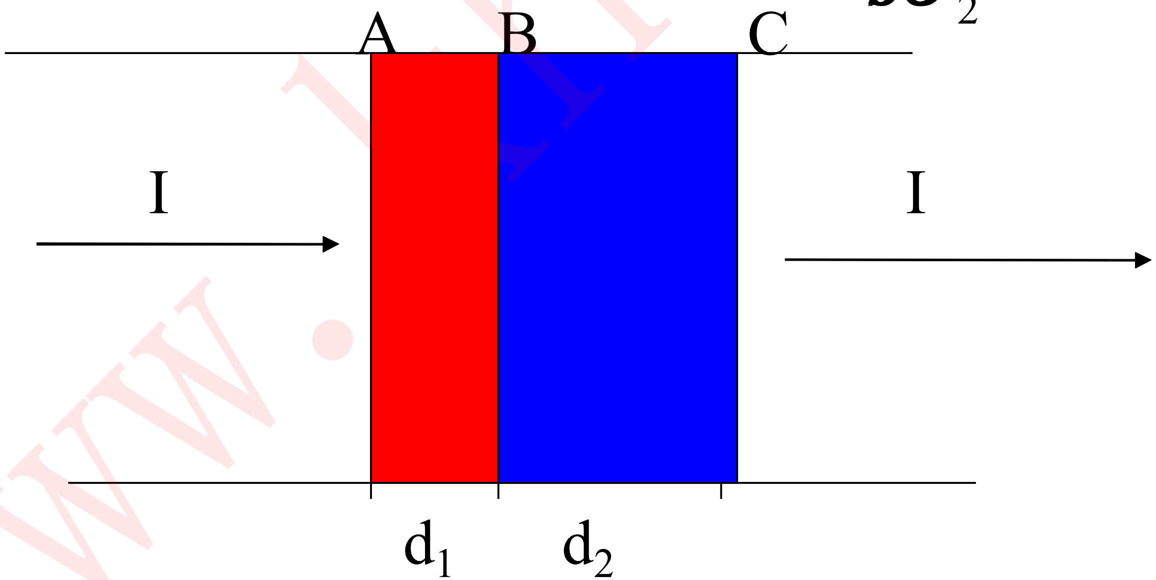
$$0 + E_1 \cdot \Delta s = \frac{\sigma_{eA} \cdot \Delta s}{\varepsilon_0} \qquad \sigma_{eA} = \varepsilon_0 \cdot E_1 = \frac{\varepsilon_0 \cdot j_1}{\sigma_1} = \varepsilon_0 \frac{I}{\sigma_1 \cdot s}$$

对B:

$$(E_2 - E_1)\Delta s = \frac{\sigma_{eB} \cdot \Delta s}{\varepsilon_0} \qquad \sigma_{eB} = \varepsilon_0 (E_2 - E_1) = \frac{\varepsilon_0 I}{s}\left(\frac{1}{\sigma_2} - \frac{1}{\sigma_1}\right)$$

对C:

$$0 - \boldsymbol{E}_2 \cdot \Delta \boldsymbol{s} = \frac{\boldsymbol{\sigma}_{eC} \cdot \Delta \boldsymbol{s}}{\boldsymbol{\varepsilon}_0} \qquad \boldsymbol{\sigma}_{eC} = -\frac{\boldsymbol{\varepsilon}_0 \boldsymbol{I}}{\boldsymbol{s}\boldsymbol{\sigma}_2}$$



1、**6**伏，**2**欧的灯泡用**12**伏的直流电源，后者的内阻为**0.5**欧，问应串联多大的电阻。

解：

灯泡允许电流：**I=U/R=6/2=3(A)**

需串联电阻为：

$$I=\frac{\varepsilon}{R+r+R'}=3$$

$$R'=\frac{\varepsilon}{I}-R-r=\frac{12}{3}-2-0.5=1.5(\Omega)$$

2。 四个电阻均为6.0伏的灯泡，工作电压为12伏，把它们并联起来接到一个电动势为12伏，内阻为0.20欧的电源上。问：

（1）开一盏灯时，由此两端的电压多大？

（2）四盏灯全开时，灯两端的电压多大？

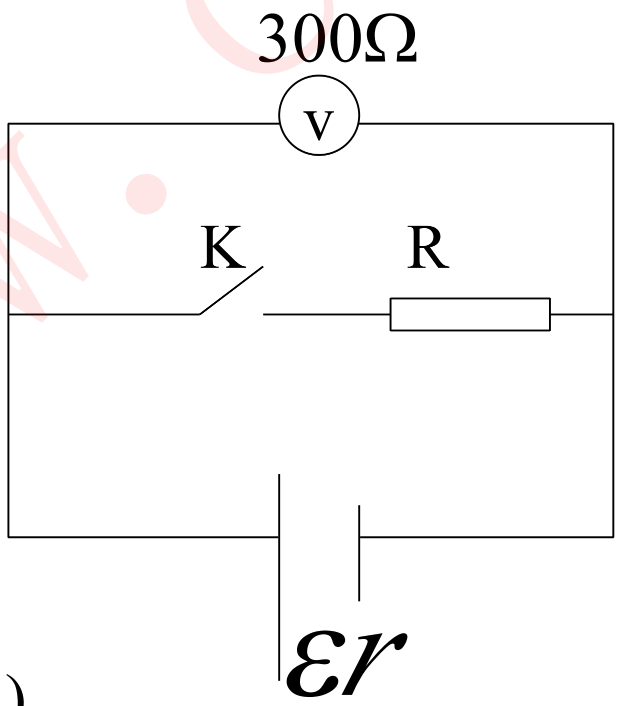
解：

（1） 端电压为：$U=\dfrac{\varepsilon R}{R+r}=\dfrac{12\times 6.0}{6+0.2}=\dfrac{72}{6.2}=11.6(V)$

（2）端电压为：

$$U=\frac{\varepsilon\cdot\frac{1}{4}R}{\frac{R}{4}+r}=\frac{12\times 0.5}{1.5+0.2}=10.6(V)$$

3。　附图中伏特计的内阻为300欧，在开关未合上时其电压读数为1.49伏，开关合上时其读数为1.46伏，求电源的电动势和内阻。



解：

电源端电压　$U = IR = \dfrac{\varepsilon}{R+r}R$

K 未合上时 $R = 300$

$$1.49 = \varepsilon \times 300/(300+r)$$

K合上　R=300x100/(300+100)=75(Ω)

$$\therefore 1.46 = \frac{75\varepsilon}{75+r}$$

解得 $\begin{cases} \varepsilon = 7.5(V) \\ r = 2.07(\Omega) \end{cases}$

4。 为使一圆柱形长导体棒的电阻不随温度变化，可将两不同截面的碳棒串联起来。问两棒长度之比应为若干？

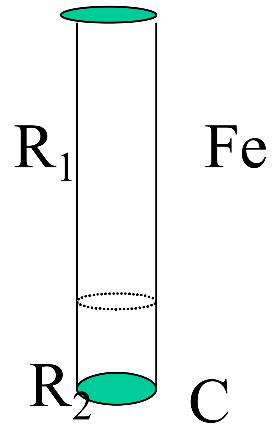
解：

$$R_1 = R_{10}(1+\alpha_1 t)$$

$$R_2 = R_{20}(1+\alpha_2 t)$$

$$\therefore R_1 - R_{10} = R_{10}\alpha_1 t$$

$$R_2 - R_{20} = R_{20}\alpha_2 t$$



两电阻不随温度变化，即

$$R_{10}\alpha_1 t + R_{20}\alpha_2 t = 0$$

可得

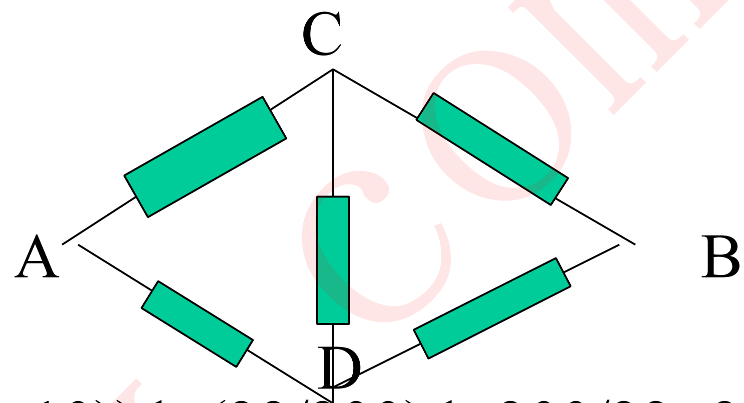
$$R_{10}\alpha_1 + R_{20}\alpha_2 = 0$$

$$\frac{\rho_{10} l_1 \alpha_1}{s} = \frac{\rho_{20} l_2 \alpha_2}{s}$$

$$\therefore \frac{l_1}{l_2} = \frac{\rho_{20}\alpha_2}{\rho_{10}\alpha_1} = -\frac{-5\times10^{-4}\times3500\times10^{-8}}{5\times10^{-3}\times8.7\times10^{-8}} = 4$$

6。在附图所示的电路中，求：

（1）R_{CD};　(2)R_{BC};　(3)R_{AB}.



解：

（1）求时看作三部并联：

R_{CD}=(1/(20+10)+1/100+1/(5+10))$^{-1}$=(33/300)$^{-1}$=300/33=9.1 (欧姆）

（2）R_{BC} $$\frac{1}{R_{BC}}=\frac{1}{5}+\frac{1}{10+\frac{(20+10)\times 100}{(20+10)+100}}=\frac{990}{4300}$$

$$R_{BC}=\frac{4300}{990}=4.35(\Omega)$$

（3）该图相当于一个平恒电桥。($\because$ 10x10=20x5)

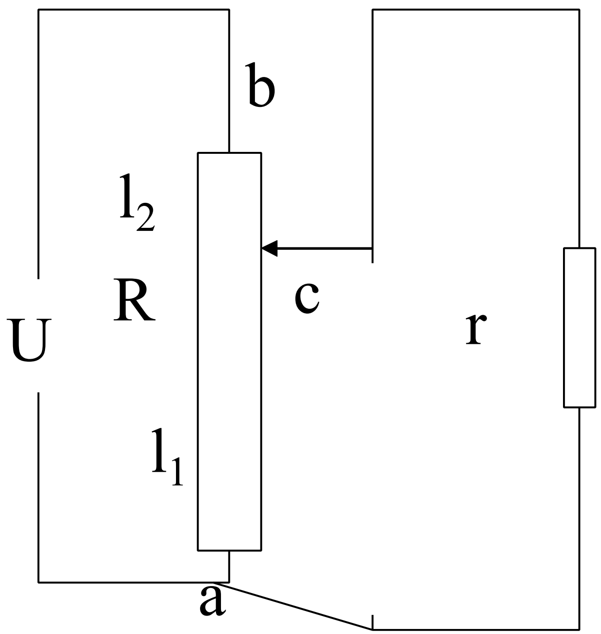
$$\frac{1}{R_{AB}}=\frac{1}{10+5}+\frac{1}{20+10}=\frac{1}{15}+\frac{1}{30}=\frac{1}{10}$$

$\therefore$ R_{AB}=10(欧姆）

5。 变阻器可用作分压器，用法如附图所示。U是输入电压，R是变阻器的全电阻，r是负载电阻，c是R上的滑动接头。滑动c，就可以在负载上得到从0到U之间的任何电压U_r。设R的长度ab=l上各长度的电阻都相同，a,c之间的长度ac=x，求加到r上的电压U_r与x的关系。用方格纸画出当r=0.1R和 r=10R时的U_r-x图。

解：
$$R_{ab}=R_{bc}+R_{ca}/r=\frac{l-l_1}{l}R+\frac{Rrl_1/l}{Rl_1/l+r}$$

$$\therefore I_r=I\frac{Rl_1/l}{Rl_1/l}$$ 其中 I=U/R_{ab}



由以上三式求得 $$I_r=\frac{lUl_1}{l^2r+Rl_1(l-l_1)}$$

$$\therefore U_r=r\cdot I_r$$

当 r=0.01R时 $$U_r=\frac{lUl_1}{0.1Rl^2+Rl(l-l_1)}$$

当r=10R时 $$U_r=\frac{lUl_1}{10Rl^2+Rl(l-l_1)}$$

这样 可适当选择的值，得U 可画出曲线。

7。判断一下，在附图中各电路哪些可以化为串，并联的电路的组合，哪些不能。如果可以，就利用串并联公式写出它们的总等效电阻。（图见电磁学下册281页）

解： a 可以 $R=R_1+R_2+R_3(R_4+R_5)/[R_3+(R_4+R_5)]$

b可以 $R=(R_1+R_2)(R_3+R_4)/(R_1+R_2+R_3+R_4)$

c可以

$$R=\frac{R_4(R_1+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3})}{R_1+R_4+\frac{R_2R_3}{R_2+R_3}}$$

e 可以

$$R=R_1+\frac{R_3(R_2+\frac{R_4R_5}{R_4+R_5})}{R_3+R_2+\frac{R_4R_5}{R_4+R_5}}$$

g 可以

$$R=R_1+\frac{1}{\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}}$$

d f h 不可以

8。 无轨电车速度的调节，是依靠在直流电动机的回路中串入不同数值的电阻，从而改变通过电动机的电流，使生变化。例如，可以在回路中串入四个电阻R_1,R_2,R_3和R_4，再利用一些开关$K_{1,}$ $K_2,K_{3,}$和K_4 使电阻分别串联或并联，以改变总电阻的数值，如附图中所示。 设$R_1=R_2=R_3=R_4=1.0$欧 求下列四种情况下的等效电阻；

（1） K_1,K_5合上，$K_2,K_3.K_4$ 断开；

（2） K_2,K_3,K_5合上，$K_{1,},K_{,4}$断开；

（3） $K_1,K_{3,}K_4$合上，$K_{2,},K_5$断开：

（4） $K_{1,}K_2,K_3,K_4$合上，K_5断开：

解：(1)R_4短路，R_1,R_2,R_3串联 $R_{ab}=R_1+R_2+R_3$

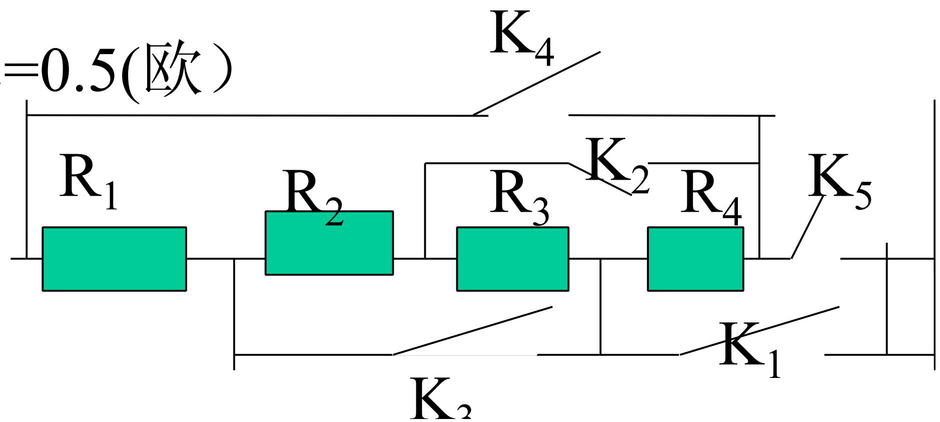
(2)此时 $R_{ab}=R_1+1/(1/R_4+1/R_2+1/R_3)=1.33$(欧）

（3）相当$R_{1,}R_4$并联

$R_{ab}=R_1R_4/(R_1+R_4)=1/2=0.5$(欧）

（4）相当$R_{1,}R_{2,}R_3R_4$并联

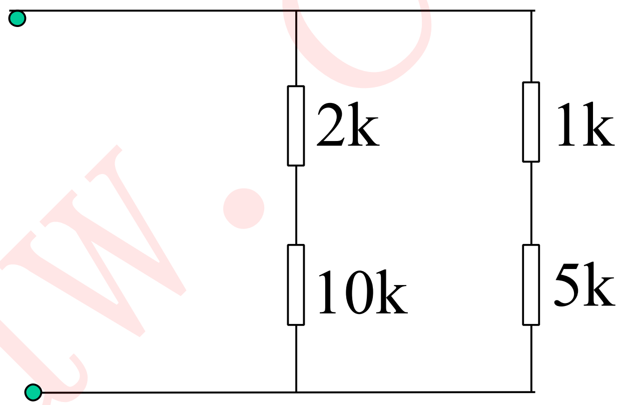
$R_{ab}=(1/4)R_1=0.25$(欧）



9. 如图所示的电路中,a,b两端电压为9.0伏,试求

(1)通过每个电阻的电流强度.

(2)每个电阻两端的电压.



解法：（1）通过2 k，1 0 k的电流$I_1 = \frac{9.0}{2+10} = 0.75$（毫安）

通过1 k，5 k的电流$I_2 = \frac{9.0}{1+5} = 1.5$（毫安）

（2）上两个电阻端电压 $0.75\times 2 = 1.5\times 1 = 1.5$（伏特）

下两个电阻端电压 $0.75\times 10 = 1.5\times 5 = 7.5$（伏特）

10.如图所示电路中 R_1=10千欧，R_2=5.0千欧，R_3=2.0千欧
，

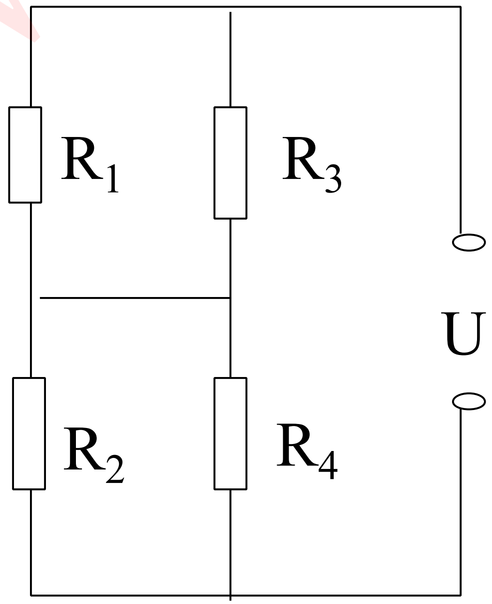
R_4=1.0千欧，U=6.0伏特，求通过R_3的电流。

解：总电流

$$I=\frac{U}{\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}+\frac{R_2R_4}{R_2+R_4}}=\frac{6.0}{\frac{10\times 2}{10+2}+\frac{5\times 1}{5+1}}$$

$$=\frac{6.0}{\frac{10}{6}+\frac{5}{6}}=\frac{6\times 6.0}{15}=0.24(\text{毫安})$$

$$I_{R_3}=I\frac{R_1}{R_1+R_3}=2.4\times\frac{10}{12}=2(\text{毫安})$$



11.有两个电阻,并联时总电阻是2.4欧,串联时总电阻是10欧,问这两个电阻的阻值是多少?

解:设两个电阻阻值是R_1,R_2 则

$$\begin{cases} R_1+R_2=10 \\ \dfrac{R_1R_2}{R_1+R_2}=2.4 \end{cases}$$

解得:

$$\begin{cases} R_1=4\text{(欧)} \\ R_2=6\text{(欧)} \end{cases} \qquad \begin{cases} R_1=6\text{(欧)} \\ R_2=4\text{(欧)} \end{cases}$$

12.有两个电阻R_1=3.6千欧,R_2=6.0千欧.

(1)当它们串联接入电路中时,测得R_1两端的电压为U_1=50伏,求R_2两端的电压U_2;

(2)当它们并联接入电路中时,测得R_1两端的电流为I_1=6.0安,求通过R_2的电流I_2。

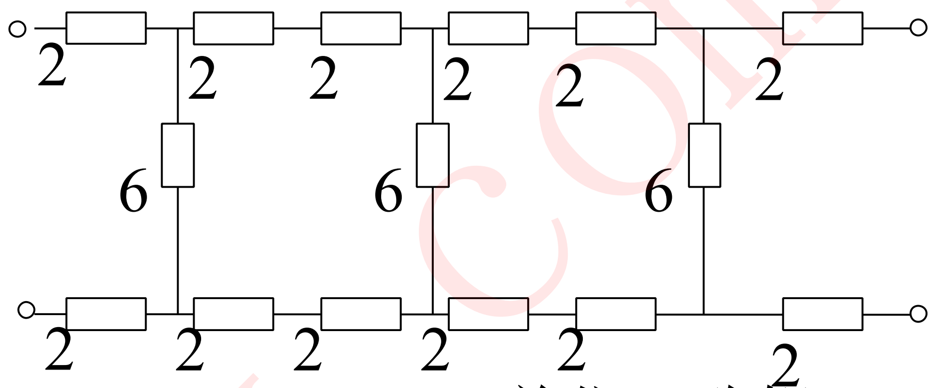
解:(1) $\because \dfrac{U_2}{U_1}=\dfrac{IR_2}{IR_1}$ $\quad U_2=\dfrac{R_2}{R_1}U_1=\dfrac{6.0}{3.6}\times 50=83$（伏特）

(2) $\because \dfrac{I_2}{I_1}=\dfrac{R_1}{R_2}$ $\quad I_2=\dfrac{R_1}{R_2}I_1=\dfrac{3.6}{6.0}\times 6.0=3.6$ （安培）

13 电阻的分布如图所示,

(1)求R_{ab}(即a,b间的电压).

(2)若4欧电阻中的电流为1安,求U_{ab}(既a,b间的电压).



单位：欧姆

解法:(1)从右向左看:

$$R_1=\frac{6\times12}{6+(2+2+4+2+2)}=\frac{6\times12}{18}=4(欧)$$

R_1与前面四个串联R_2=(2+2)+4+(2+2)=12(欧)

R_2与6欧并联　得 R_3=4欧

R_3与2欧,1欧串联 则R_{ab}=4+2+2=8(欧)

(2)4欧中电流为1安培.则中间6欧两端电压12伏

通过中间6欧电流2安培.

得最前6欧两端电压 $12\times(2+1)=36$（伏）

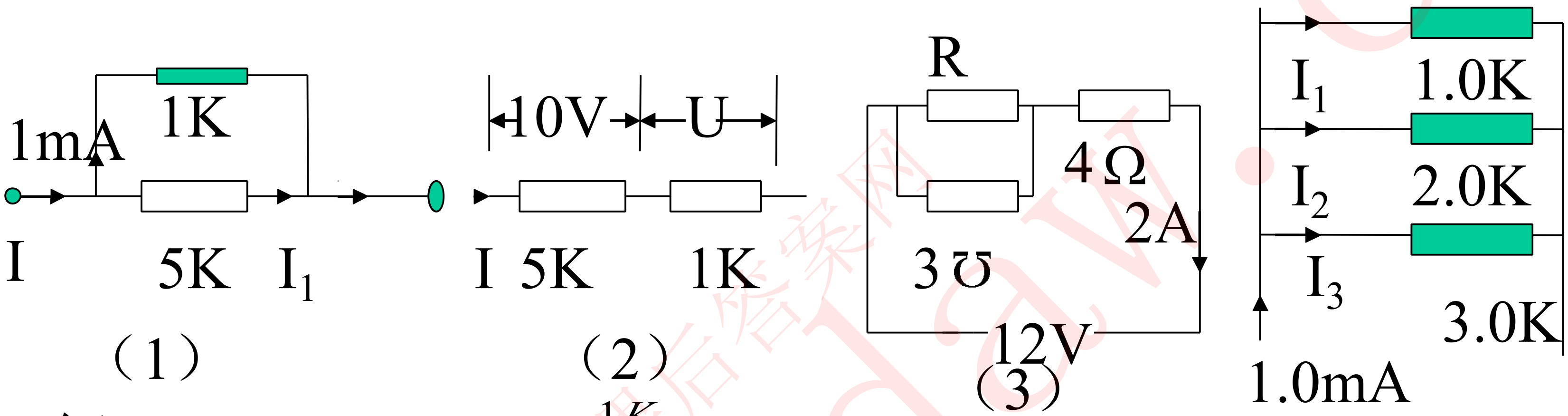
流过最前6欧的电流 $\frac{36}{6}=6$（伏）

这样流过最后2欧电阻的电流为 9安培.

$U_{ab}=9\times(2+2)+36=72$ (伏特)

14.在附图示的四个电路中，求出所标文字的数值：

（1）求I_1，I_2；（2）求I, U；（3）求R；（4）求I_1, I_2, I_3。



解：$(1) I_2 = 1mA.$ $\quad I_1 = I_2 \dfrac{1K}{2K} = 0.2mA$ $\quad I = I_1 + I_2 = 1 + 0.2 = 1.2mA$

$(2) I = \dfrac{10}{5K} = 2mA$ $\quad U = 1K \times I = 2.0V$

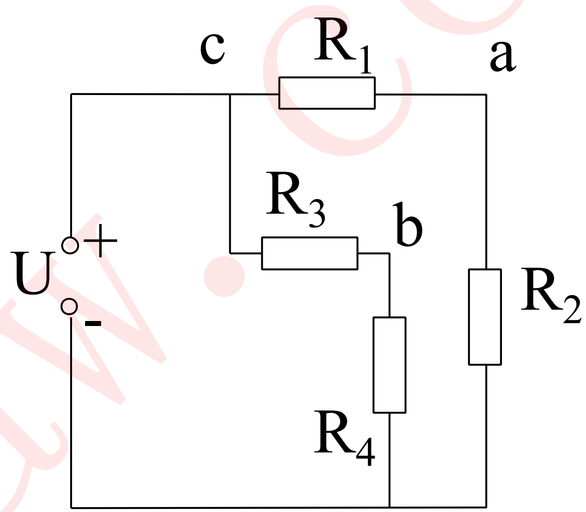
$(3) U_1 = U - U_2 = 12 - 2 \times 4 = 4V$ $\quad R = \dfrac{U_1}{I} + 4 = \dfrac{4}{2} + 4 = 6\Omega$

$(4) U = 1 \times I_1 = 2 \times I_2 = 3 \times I_3$ $\quad I_1 = U$ $\quad I_2 = \dfrac{1}{2}U$ $\quad I_3 = \dfrac{1}{3}U$

$$U = I \times R = I \times \frac{1}{\frac{1}{1.0} + \frac{1}{2.0} + \frac{1}{3.0}} = 1 \times \frac{6}{11}$$

$I_1 = \dfrac{6}{11}mA$ $\quad I_2 = \dfrac{3}{11}mA$ $\quad I_3 = \dfrac{2}{11}mA$

15 如图所示的电路中， 已知U=3.0伏特，$R_1=R_2$.求下列情况下 a,b两点的电压。



（1）$R_3=R_4$ (2)$R_3=2R_4$ (3)$R_3=R_4/2$

解：（1）$R_1=R_2$ $R_1+R_2=2R_1$

$R_3=R_4$ $R_3+R_4=2R_3$

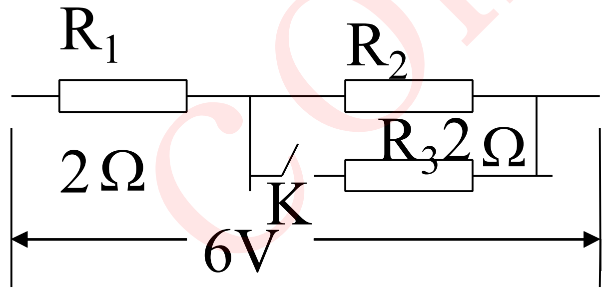
$$U_{ba}=\frac{1}{2}U-\frac{1}{2}U=0$$

（2）$R_3=2R_4$ 得到$U_{cb}=2U/3$ $U_{ca}=U/2$

$$U_{ab}=U_{ac}+U_{cb}=-\frac{1}{2}U+\frac{2}{3}U=\frac{1}{6}U=0.5\text{（伏）}$$

（3）由$U_{cb}=U/3$ 得到$U_{ab}=-\frac{U}{2}+\frac{U}{3}=-\frac{U}{6}=-0.5$（伏）

16.附图所示的电路中，当开关K断开时，通过R_1, R_2的电流各为多少？当开关K接通时，通过R_1, R_2的电流又各为多少？



（16）

解：当K断开时，通过R_1, R_2电流 相等：

$$I_1=\frac{U}{R_1+R_2}=\frac{6}{2+2}=3A$$

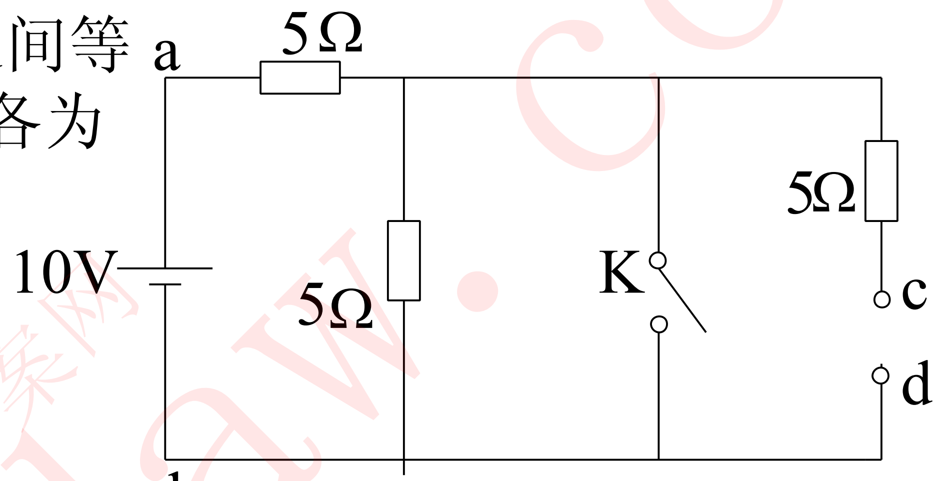
当K接通时：通过R_1电流：

$$I_2=\frac{U}{R_1+\dfrac{R_2R_3}{R_1+R_3}}=\frac{6}{2+\dfrac{2\times2}{2+2}}=2A$$

通过R_2流

$$I_3=\frac{1}{2}I_2=\frac{1}{2}\times2=1A$$

17 如图所示电路，在开关k断开和接通的两种情况下，a,b之间等效电阻R_{ab}和c,d之间电压U_{cd}各为多少？



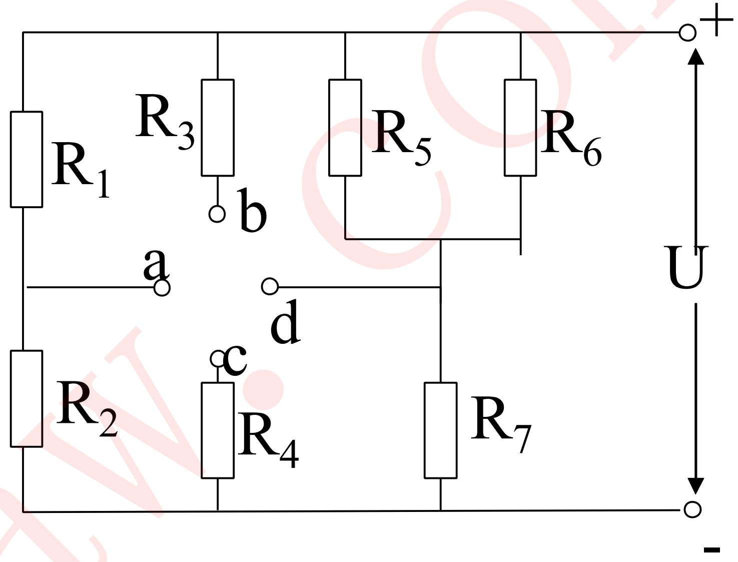
解：当K断开时U_{ab}=5+5=10(欧姆）

$$U_{cd}=\frac{10}{10}\times 5=5\ (欧姆)$$

当K合上时R_{ab}=5(欧姆）

U_{cd}=0.

18　如图 中所示的电路，U=12伏 R_1=30千欧，R_2=6.0千欧,R_3=100千欧,R_4=10千欧,R_5=100千欧,R_6=1.0千欧,R_7=2.0千欧,求电压U_{ab}, U_{ac} 和 U_{ad}.



解：如图所示　$I=\dfrac{U}{R_1+R_2}$　　$I'=\dfrac{U}{R_7+\dfrac{R_5R_6}{R_5+R_6}}=\dfrac{12}{2+\dfrac{100\times1}{100+1}}=4(\text{mA})$

$$U_{ab}=-I\times R_1+0\times R_3=-\frac{UR_1}{R_1+R_2}=-\frac{12}{36}\times30=-10(\text{V})$$

$$U_{ac}=I\times R_2+0\times R_3=\frac{UR_2}{R_1+R_2}=\frac{12}{36}\times6=2(\text{V})$$

$$U_{ad}=I\times R_2-I'\times R_7=\frac{U}{R_1+R_2}\times R_2-I'\times R_7=\frac{12}{36}\times6-4\times2=-6(\text{V})$$

19.有一适用于电压为110伏特的电烙铁，允许通过的电流为0.7A，先准备接入电压为220伏特的电路中，问串联多大的电阻。

解：电路中内阻为：

$$R=\frac{U}{I}=\frac{100}{0.7}=157\Omega$$

若接入220伏特电路中，应串联电阻：

$$R^{'}=\frac{220}{0.7}-R=314-157=157\Omega$$

20　一简单串联电路中的电流为5 安，当我们把另外一个 2 欧的电阻插入时候，电流减小为4安培，问原来电路中的电阻是多少？

解：依题意，可列以下方程

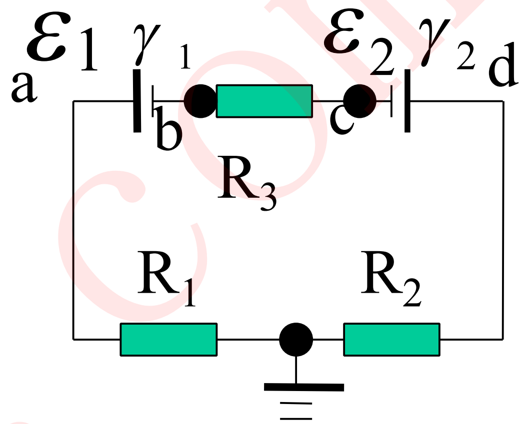
$$U=I_1R_1$$

$$U=I_2(R_1+R_2)$$

$$I_1R_1=I_2(R_1+2)$$

有$R_1=8$（欧姆）

21在附图中ε_1=24伏特，r_1=2.0欧，ε_2=6.0伏特，r_2=1.0欧，R_1=2.0欧，R_2=1.0欧，R_3=3.0欧，求：（1）电路中的电流 ；



（2）a,b,c和d各点的电位；（3）二个电池的路端电压；（4）若把6.0伏特的电池反转相接，重复以上计算。

解：由全电路欧姆定律求得电流

$$(1)\ I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{R_1+R_2+R_3+\gamma_1+\gamma_2}=\frac{18}{9}=2.0A$$

$$(2)\ U_a=IR_1=2\times2=4V$$

$$U_b=-\varepsilon_1+I\gamma_1+U_a=-24+2\times2+4=-16V$$

$$U_c=U_b+IR_3=-16+2\times3.0=-10V$$

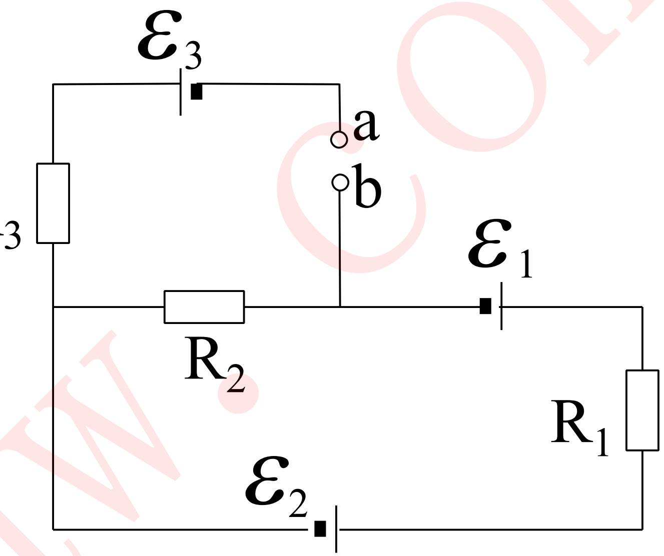
$$U_d=-IR_2=-2\times1=-2V$$

$(3)\varepsilon_1$路端电压　$U_1=\varepsilon_1-I\gamma_1=24-2\times2=20V$

ε_2路端电压　$U_2=\varepsilon_2-I\gamma_2=6-2\times1=4V$

（4） ε_2反接按（1）（2）（3）讨论

22　在附图的电路中已知 $\mathcal{E}_1$ =12.0伏，$\mathcal{E}_3$= $\mathcal{E}_2$=6.0伏 $R_1=R_2=R_3=3.0$欧，电源的内阻可忽略不计。求(1)U_{ab}，(2)U_{ac} (3) U_{bc},



解：回路中电流I= $(\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2)/(R_1+R_2)$ =(12-6)/(3+3)=1(A)

(1)$U_{ab}=-\mathcal{E}_3+0\times R_3+I\times R_2=-6+0+1\times 3=-3$ (V)

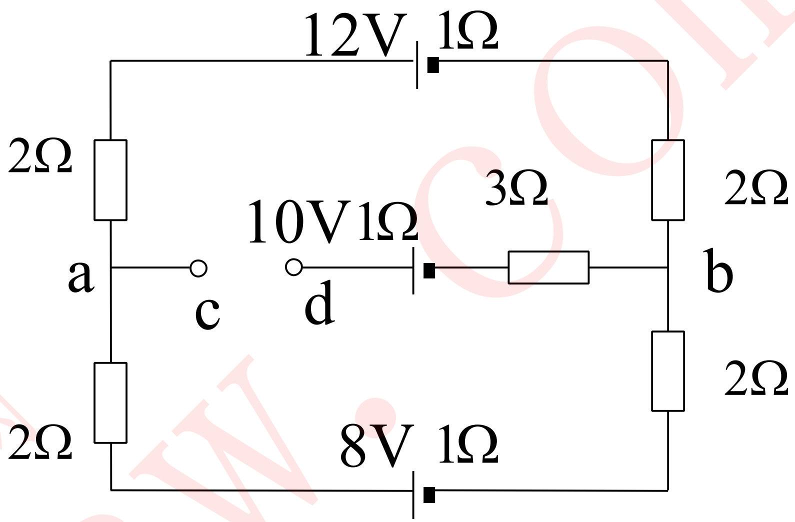
(2)$U_{ac}=-\mathcal{E}_3+0\times R_3+(-\mathcal{E}_2)=-6+0-6=-12$ (V)

$U_{bc}=-\mathcal{E}_1+IR_1=(-12.0+1\times 3.0)=-9$ (V)

23　一电路如图所示，求

（1）a,b两点之间的电位差U_{ab}

（2）c,d两点之间的电位差U_{cd}



解：由全电路欧姆定律求电流

$$I=\frac{12-8}{4\times2+2}=0.4\ （安培）$$

$$U_{ab}=0.4\times2+8+0.4\times2+0.4\times1=10.0(伏）$$

$$U_{cd}=U_{ad}=U_{ab}+0\times3+10=10+0-10=0$$

24.一个电阻为R_g=25欧的电流计，当其指针正好到头时，通过的电流I_g=1.00毫安，问：

（1）把它改装成最对能测到1.00安的安培计试时，应并？联多大电阻？（2）把它改装成最多能测到1.00伏特计，应串联多大电阻？

解：（！）电流计安装成电流表必须并联一电阻R_1则：

$$R_1 I_1 = R_g I_g = 25\times10^{-3} = 2.5\times10^{-2}\,A$$

$$I_1 = I - I_g = 999mA \qquad R_1 = \frac{2.5\times10^{-2}}{999\times10^{-3}} = 2.5\times10^{-2}\,\Omega$$

(2)电流计安装成电压表必须串联一电阻R_2则：

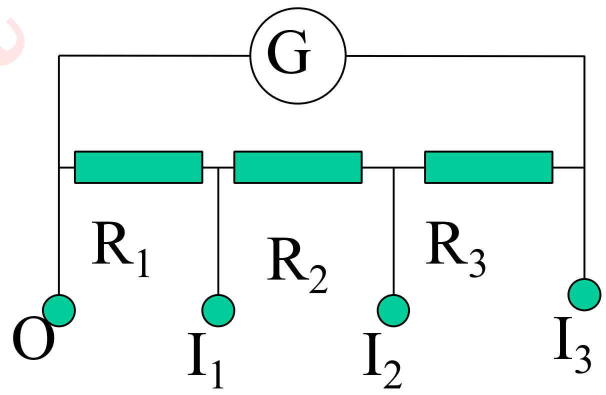
$$I_g(R_g + R_2) = U = 1.00$$

$$R_2 = \frac{U}{I_g} - R_g = \frac{1.00}{1\times10^{-3}} - 25 = 975\,\Omega$$

25.闭路抽头式多量程安培计的电路如思考题12附图b所示，设各抽头分别与公共端组成的安培计的量程为I_1, I_2, I_3。它们之中哪个量程最大？哪个最小？试证明。R_1，R_2，R_3的数值可用：

$$R_1+R_2+R_3=\frac{I_g}{I_3}\Sigma,\ R_1+R_2=\frac{I_g}{I_2}\Sigma,\ R_1=\frac{I_g}{I_1}\Sigma.$$

其中$\Sigma=R_1+R_2+R_3$, R_g为表头的电阻，I_g是它的满度电流。各档的满度电压是否相同？



解：依题意可知：

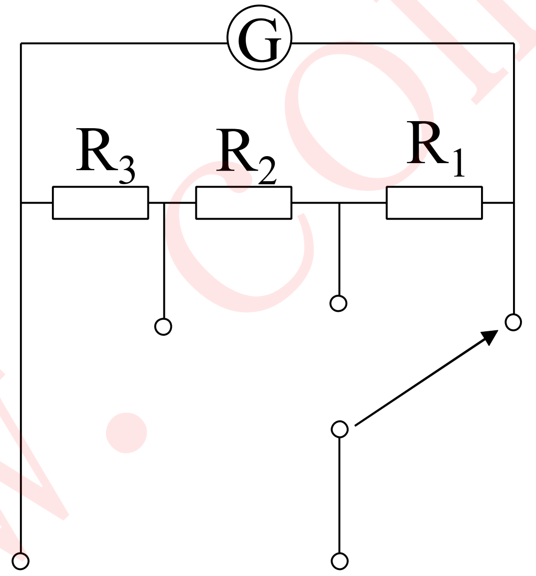
$$I_1:\frac{I_1'}{I_g}=\frac{R_2+R_3+R_g}{R_1}\ \therefore\frac{I_1}{I_g}=\frac{I_1'+I_g}{I_g}=\frac{\Sigma}{R_1}\ \therefore R_1=\frac{I_g}{I_1}\Sigma$$

$$I_2:\frac{I_2'}{I_g}=\frac{R_3+R_g}{R_1+R_2},\ \therefore\frac{I_2}{I_g}=\frac{R_1+R_2+R_3+R_g}{R_1+R_2}=\frac{\Sigma}{R_1+R_2}\ \therefore R_1+R_2=\frac{I_g}{I_2}\Sigma$$

$$I_3:\frac{I_3'}{I_g}=\frac{R_g}{R_1+R_2+R_3},\ \therefore\frac{I_3}{I_g}=\frac{I_3'+I_g}{I_g}=\frac{R_1+R_2+R_3+R_g}{R_1+R_2+R_3}=\frac{\Sigma}{R_1+R_2+R_3}$$

$$\therefore R_1+R_2+R_3=\frac{I_g}{I_3}\Sigma$$

26　MF-15型万用电表的电流档为闭路抽头式,如图所示表头的内阻为R_g=2333欧,满度电流为I_g=150毫安,将其改装为量程是500微安,10毫安,100毫安的多量程安培计,试求出R_1,R_2,R_3的阻值,并标出三个接头的量程



解::根据25题的结论

$$(1)R_1+R_2+R_3=\frac{I_g}{I_1}(R_1+R_2+R_3+R_g)=0.3(R_1+R_2+R_3+2333)$$

$$得7(R_1+R_2+R_3)=699.9 \qquad \therefore R_1+R_2+R_3=1\times10^3(欧姆)$$

$$故R_1+R_2+R_3+R_g=2333+1\times10^3=3333(欧姆)$$

$$(2)\because R_2+R_3=\frac{I_g}{I_2}I=\frac{150}{10^4}\times3333=50(欧姆)$$

$$(3)R_3=\frac{I_g}{I_3}I=\frac{150}{10^5}=5.0(欧姆)$$

$$\therefore R_2=50-5.0=45.0(欧姆)$$

$$R_1=1000-50=950(欧姆)$$

27.多量程安培计为闭路插头式，表头的满度电流I_g=1.00毫安，内阻R_g=100欧，改装为安培计的量程为2.0，10和100毫安，内电阻，画出线路图，并指出各接头的量程。

解：根据25题结论：

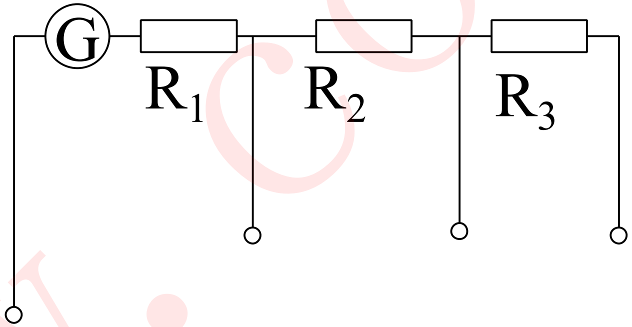
$$R_1+R_2+R_3=\frac{I_g}{I_1}\Sigma=\frac{1}{2}(R_1+R_2+R_3)\therefore 0.5(R_1+R_2+R_3)=500.$$

$$\therefore R_1+R_2+R_3=100\Omega\therefore\Sigma=R_1+R_2+R_3+100=100+100=200\Omega$$

$$\text{又}\because\text{由}R_2+R_3=\frac{I_g}{I_2}\Sigma=\frac{200}{100}=20\Omega,\ R_3=\frac{I_g}{I_3}\Sigma=\frac{200}{100}=2\Omega$$

$$R_2=20-R_3=20-2=18\Omega,\ R_1=100-20=80\Omega$$

28　多量程伏特计的电路如思考题13的附图所示,试证明,各档的内阻与量程的关系是



$$内阻=量程/I_g$$

例如对于量程为U_1,U_2,U_3的各档的电阻分别是

$$R_g+R_{m1},\quad R_g+R_{m1}+R_{m2},\quad R_g+R_{m1}+R_{m2}+R_{m3}$$

则

$$R_g+R_{m1}=U_1/I_g$$

$$R_g+R_{m1}+R_{m2}=U_2/I_g$$

$$R_g+R_{m1}+R_{m2}+R_{m3}=U_3/I_g$$

$_j$证明: 如图所示 $U_1=I_g(R_g+R_1)$

$$U_2=I_g(R_g+R_1+R_2)$$

$$U_3=I_g(R_g+R_1+R_2+R_3)$$

从上看出,每档的内阻为电压量程与电流I_g之商

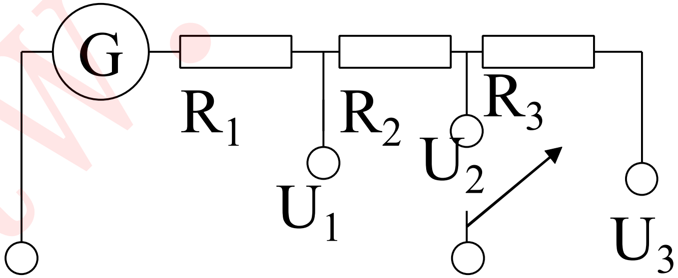
由此可见,只要知道$1/I_g$这个量,就很容易计算出所需的各个扩程电阻来

$1/I_g$的单位是1/安培=欧姆/伏特,它叫做表头的每伏欧姆数,一个表头的每伏欧姆数越大,意味着表头的灵敏度越高,改装成的伏特表的内阻就越高

29. MF-15型万用表的电压档如附图所示，表头满度电流I_g=0.50毫安，内阻R_g=700欧，改装为多量程伏特计的量程分别为

U_1=10伏特，U_2=50伏特，U_3=250伏特，求各档的降压电阻R_1，R_2, R_3。若再增加两个量程U4=500伏特，U5=1000伏特，

又改如何？



解：由28题结果：

$$R_1=\frac{U_1}{I_g}-R_g=\frac{10}{0.5\times10^{-3}}-700=20000-700=1.93\times10^4\Omega$$

$$R_2=\frac{U_2}{I_g}-(R_1+R_g)=\frac{50}{0.5\times10}-20000=100000-20000=8\times10^4\Omega$$

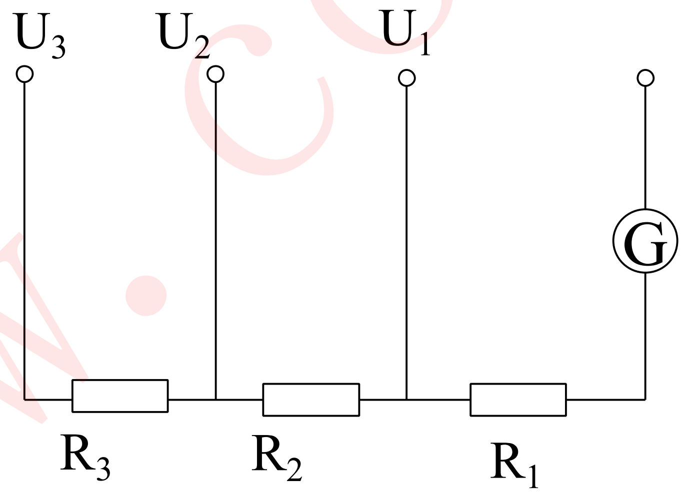
$$R_3=\frac{U_3}{I_g}-(R_1+R_2+R_g)=\frac{250}{0.5\times10^{-3}}-8000=500000-100000=4.0\times10^4\Omega$$

增加两个量程：U_4=500V，U_5=1000V得：

$$R_4=\frac{U_4}{I_g}-(R_1+R_2+R_3+R_g)=\frac{500}{05\times10^{-3}}-500000=1000000-500000=5\times10^5\Omega$$

$$R_5=\frac{U_5}{I_g}-(R_1+R_2+R_3+R_4+R_g)=\frac{1000}{0.5\times10^{-3}}-1.0\times10^6=2.0\times10^6-1.0\times10^6=1.0\times10^6\Omega$$

30　一伏特计,工友四个接头,如图所示,量程U_1 U_2 及 U_3分别为3.0伏,15及150伏电流计的满度电流3.0毫安,内阻为100欧,问



(1)该伏特计的灵敏度(及每伏欧姆数)

(2)当用不同接头时,伏特计的降压电阻R_1 R_2 R_3各是多少?

解:(1)灵敏度为$1/I_g$=1/(3.0毫安)=333(欧姆/伏特)

(2)

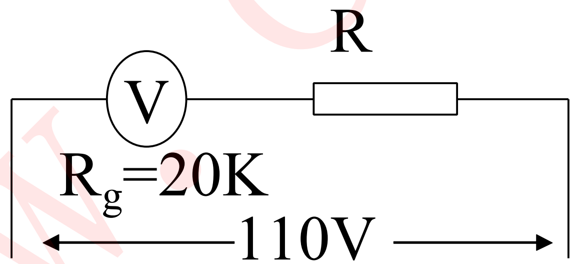
$$R_1=\frac{U_1}{I_g}-R_g=\frac{3}{3\times10^{-3}}-100=900(\text{欧姆})$$

$$R_2=\frac{U_2}{I_g}-(R_g+R_1)=\frac{15}{3\times10^{-3}}-1000=5000-1000=4000(\text{欧姆})$$

$$R_3=\frac{U_3}{I_g}-(R_g+R_1+R_2)=\frac{150}{3\times10^{-3}}-5000=50000-5000=45000(\text{欧姆})$$

31.一个量程的伏特计，它的内阻为20千欧，当它与一个高电阻R串联后接到110伏特电路上时，它的读数为5.0伏特，求R。

解：

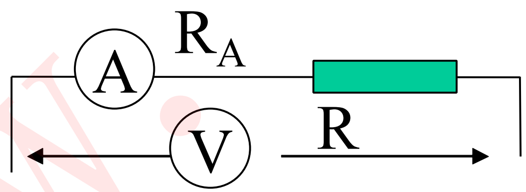


$$\because I_g = \frac{U_V}{R_g} = \frac{U_R}{R}$$

$$\therefore \frac{R}{R_g} = \frac{U_R}{U_V} = \frac{U - U_V}{U_V} = \frac{110 - 5.0}{5.0} = \frac{105}{5.0}$$

$$\therefore R = R_g \times \frac{105}{5.0} = 20 \times 10^3 \times \frac{105}{5.0} = 4.2 \times 10^5 \Omega$$

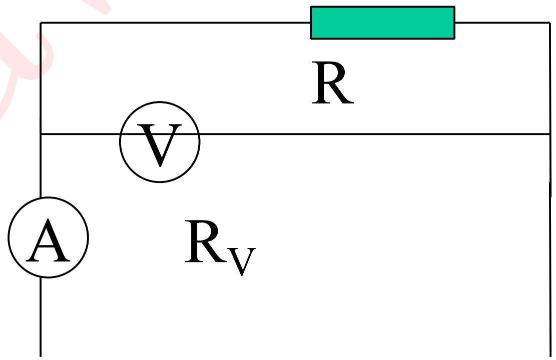
32.用伏安法测电阻R，由U/I=R’计算近似值，。证明：当已知伏特计的内阻Rv，安培计的内阻为Ra时，对于安培计内接，电阻的精确值为Rx=R’-Ra，对于安培计外接，电阻的精确值由下式决定：1/Rx=1/R’— 1/Rv



解（1）电流计内接时而伏特计的数值

$$U = U_A + U_R = IR_A + IR$$

$$R = \frac{U}{I} - R_A = R' - R_A$$



（2）电流计外接时：

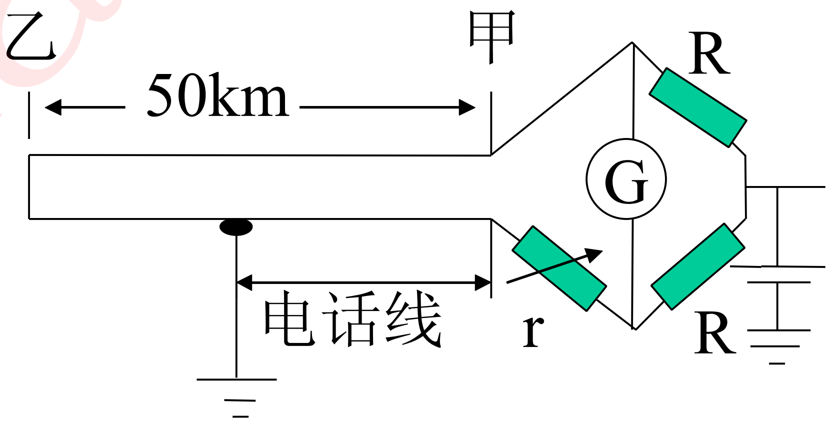
$$I = I_A + I_V = \frac{U}{R} + \frac{U}{R_V} = \frac{U}{R + R_V} = \frac{U}{R'}$$

$$\therefore \frac{1}{R'} = \frac{1}{R} + \frac{I}{R_V}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R'} - \frac{1}{R_V} \qquad (R' = \frac{U}{I})$$

33.甲乙两地相距50千米，其间有两条相同的电话线，有一条在某触出地而发生故障，甲站的检修人员用附图所示的办法找出触地到甲站的距离x，让乙站把两条电话线短路，调节r使通过检流计G的电流为0。已知电话线每千米长的电阻为360千欧，求x。

解：依题意思可知，如图实际直流电桥.若每米的电缆电阻为Ro则平衡时：含L=50千米，则：

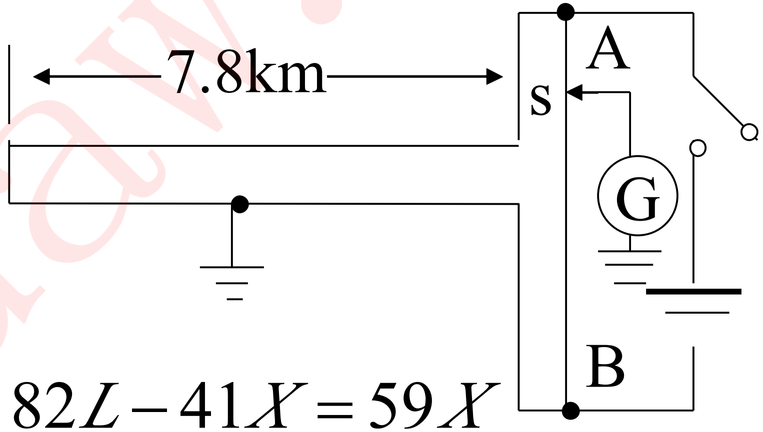


$$(L+L-X)R_0\times R=(XR_0+r)R$$

$$2L-2X=\frac{r}{R_0}$$

$$X=L-\frac{r}{2r_0}=50-\frac{360}{2\times 6.0}=20km$$

34.为了找出电缆在某出由于损坏而通地的地方，也可以用附图所示的装置。AB是一条长为100厘米的均匀电阻线，接触点S可在它上面滑动。已知电缆长为7.8千米，设当S滑到SB=11 cm时，通过电流计G的电流为0，求电缆损坏处到B的距离X。



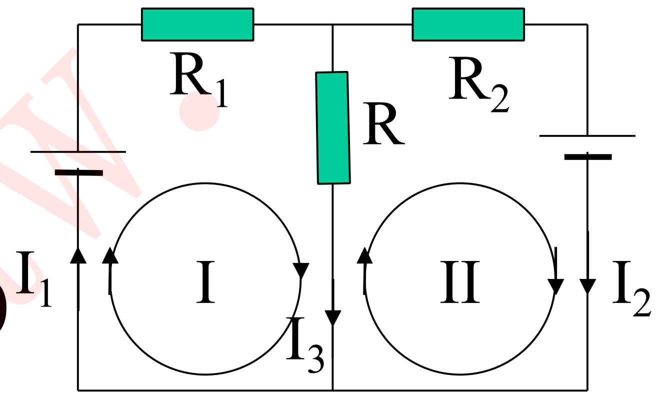
解：根据上题结果

$$\frac{L+L-X}{X}=\frac{AS}{BS}=\frac{100-41}{41}=\frac{59}{41}\qquad 82L-41X=59X$$

$$18X=82L\qquad X=\frac{82}{18}\times 7.8=3.55\times 10^{3}\,KM$$

$$100X=82L\qquad X=\frac{82}{100}\times 7.8\times 10^{3}=2.296\times 10^{3}\,M$$

1.一电路如附图，已知$\mathcal{E}_1$=1.5伏特,$\mathcal{E}_2$=1.0伏特，R_1=50欧，R_2=80欧，R=10欧，电池的内阻都可忽略不计。求通过R的电流。



解：对I回路：

$$-I_1+I_2+I_3=0$$

$$I_1R_1+I_3R-\varepsilon_1=0$$

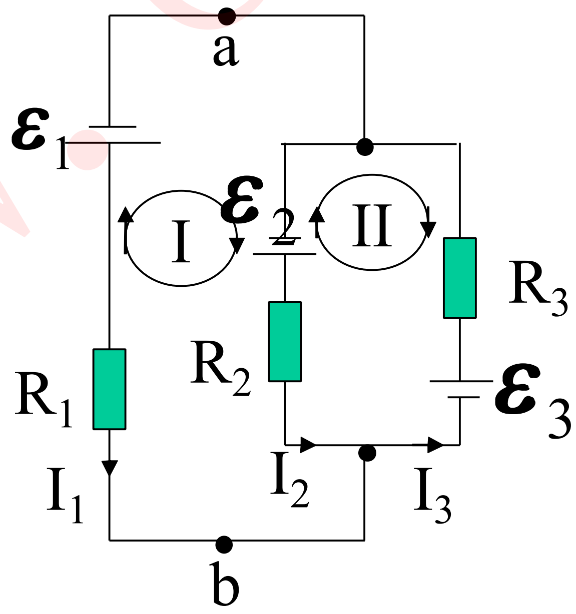
对II回路：

$$I_2R_2-I_3R+\varepsilon_2=0$$

解之：

$$I_3=3.2\times10^{-2}A$$

2.一电路如附图，已知$\boldsymbol{\varepsilon}_1$=3.0伏特,$\boldsymbol{\varepsilon}_2$=1.5伏特,$\boldsymbol{\varepsilon}_3$=2.2伏特，$R_1$=1.5欧，$R_2$=2.0欧，$R_3$=1.4欧，电源的内阻都已分别算在$R_1$，$R_2$，和$R_3$内，求$U_{ab}$。

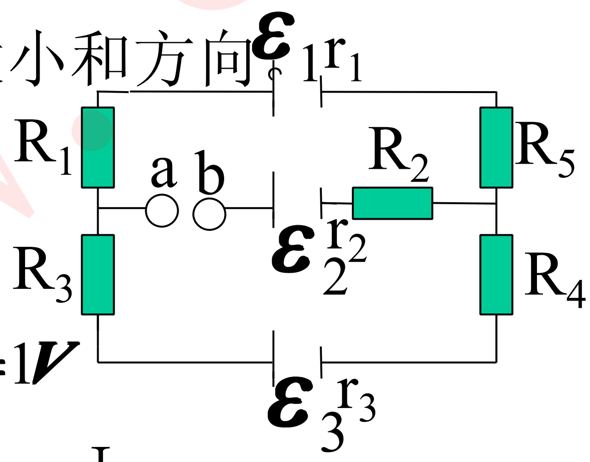


解：

$$-I_1+I_2+I_3=0$$
$$-\varepsilon_2+I_2R_2-I_1R_2+\varepsilon_1=0$$
$$I_3R_3+\varepsilon_3-I_2R_2+\varepsilon_2=0$$
$$\text{解之:}I_1=1.58A$$
$$U_a-U_b=-\varepsilon_1+I_1R_2=-3+1.58\times1.5=-0.6V$$

3.一电路如附图所示，已知ε_1=12伏特，ε_2=9伏特，ε_3=8伏特，$r_1=r_2=r_3=1$欧，$R_1=R_3=R_4=R_5=2$欧，$R_2=3$欧。求：（1）a,b断开

时的U_{ab}。（2）a,b短路时通过 的电流的大小和方向。



解:(1)依全电路欧姆定律:

$$I=\frac{\varepsilon_1-\varepsilon_2}{R_1+R_3+R_4+R_5+r_1+r_3}=\frac{4}{10}=0.4A$$

$$\therefore U_a-U_b=I(R_3+R_4+r_3)+\varepsilon_3-\varepsilon_2=0.4\times(2+1+2)+8-9=1V$$

(2) a，b短路时通过ε_1,ε_2,ε_3分别为－I_1，I_2，I_3

$$-I_1+I_2+I_3=0$$

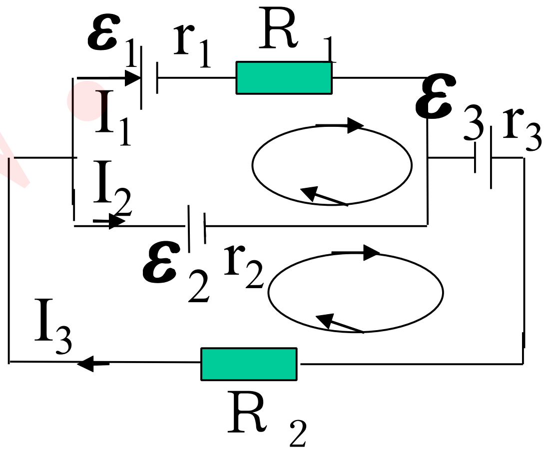
$$-I_1R_1-I_1r_1-I_1R_5+\varepsilon_1-I_2R_2-\varepsilon_2=0$$

$$\varepsilon_2+I_2(r_2+R_2)-I_3(R_4+r_3+R_3)-\varepsilon_3=0$$

解之的，I_2＝2／13 A

I_2电流方向从ε_2正极流向负极.

一电路如附图，已知ε_1= 1.0 伏特，ε_2= 2.0 伏，ε_3 = 3.0 伏特，$r_1 = r_2 = r_3$ = 1.0 欧， R_1 = 1.0 欧， R_2 = 3.0 欧，求：（1）通过电源 3 的电流；（2）R_2消耗的功率；（3）电源 3 对外供给的功率.



解:(1)

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$
$$I_1(r_1 + R_1) + \varepsilon_1 - I_2 r_2 - \varepsilon_2 = 0$$
$$\varepsilon_2 + I_2 r_2 + I_3 r_3 - \varepsilon_3 + I_3 R_3 = 0$$

解得：$I_3 = 0.29A$

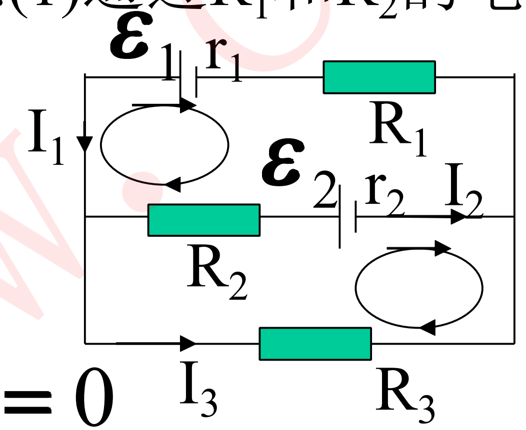
(2)R_2消耗的功率:

$$P_2 = I_3^2 R_2 = (0.29)^2 \times 3.0 = 0.24W$$

(3)ε_3 对外功率:

$$P_3 = I_3\varepsilon_3 - I_3^2 r_3 = 0.29 \times 3.0 - (0.29)^2 \times 1.0 = 0.77W$$

5.一电路如附图,已知ε_1=12伏特,ε_2=6.0伏,$r_1=r_2=R_1=R_2$=1.0欧,通过R_3的电流I_3=3.0欧,方向如附图所示.求:(1)通过R_1和R_2的电流;(2)R_3的大小.



解: (1)

$$-I_1+I_2+I_3=0$$

$$\varepsilon_1-I_1(r_1+R_1)-\varepsilon_2-I_2(R_2+r_2)=0$$

$$\varepsilon_2+I_2(R_2+r_2)-I_3R_3=0$$

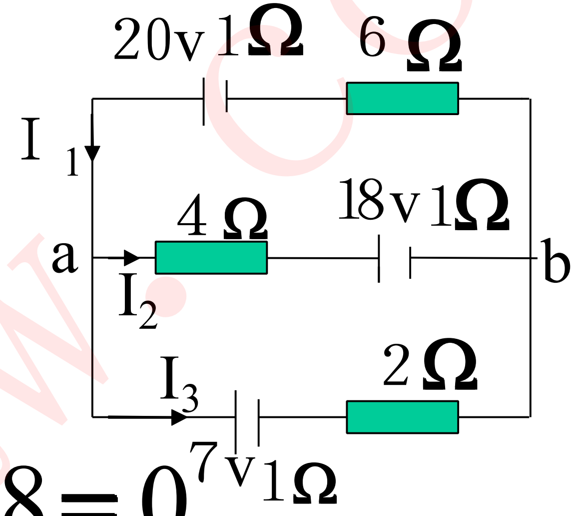
解得: $I_1=3A,\ I_2=0,\ I_3=3A$

(2) $I_3R_3=I_2R_2+I_2r_2+\varepsilon_2$

$$R_3=\frac{I_2(R_2+r_2)+\varepsilon_2}{I_3}=\frac{0\times(R_2+r_2)+6.0}{3}=2.0\Omega$$

6.一电路如附图,求各支路电流及U_{ab}.

解：电流方向如图所示，



$$-I_1+I_2+I_3=0$$

$$I_1(6+1)-20+I_2(14+1)+18=0$$

$$-I_2(14+1)-18-I_3(2+1)+7=0$$

解之: $I_1=1A,\ I_2=-1A,\ I_3=2A$

$$U_{ab}=U_a-U_b=-|I_2|\times4+18-|I_2|\times1=13V$$

7.分别求出下列图中a,b的电阻.

解 :(a)中由于对称性为一平横电桥:$R_{ab}=\dfrac{2r\times 2r}{2r+2r}=r$

（c）中电路也是一平衡电桥，与a相同.

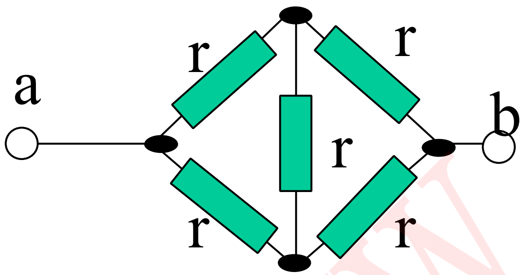
故 $R_{ab}=r$.

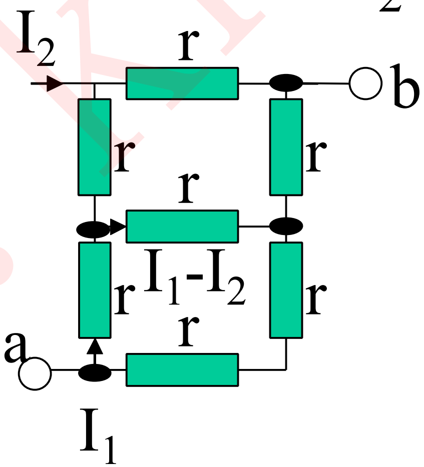
（b）中电路由于对称性，可知电流为 I_1，I_2，I_1-I_2如图所示:

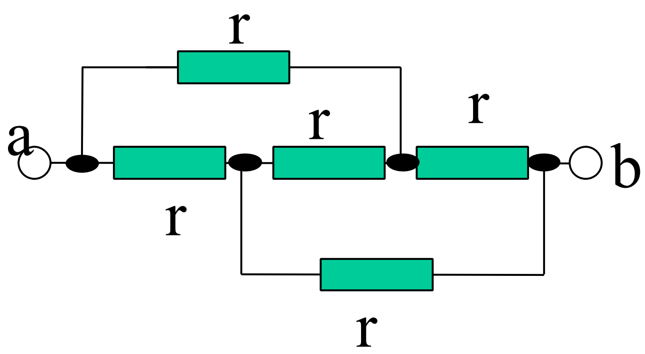
$$U_{ab}=I_1r+I_2\times 2r \qquad U_{ab}=I_1r+(I_1-I_2)r+I_1r$$

$$2I_2+I_1=I_1+I_1-I_2+I_1 \qquad I_1=\frac{3}{2}I_2$$

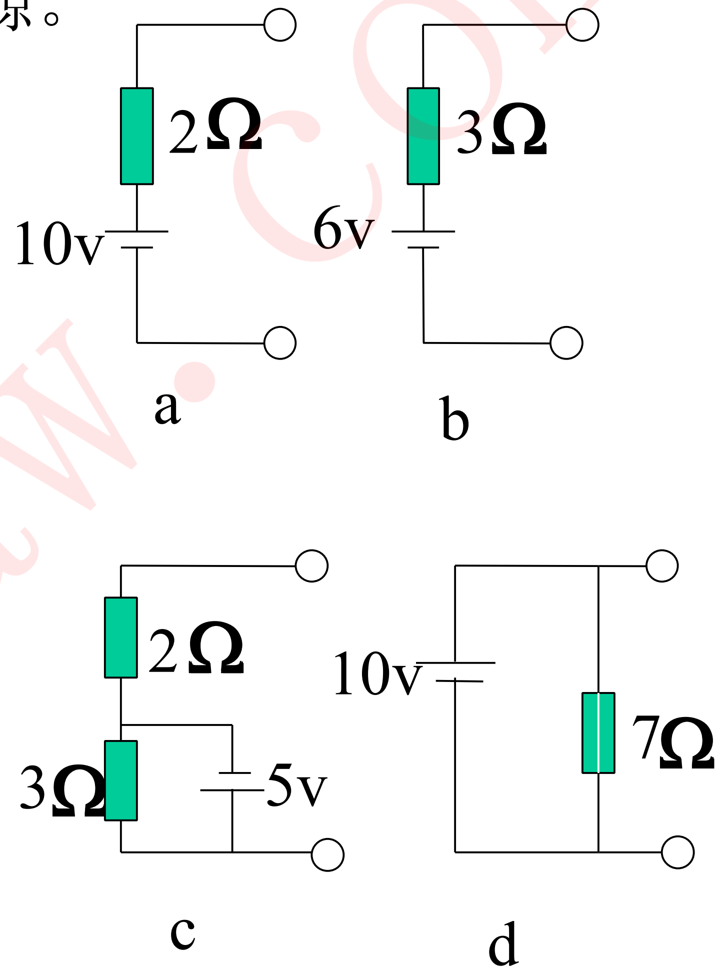
$$\therefore R_{ab}=\frac{U_{ab}}{I_1+I_2}=\frac{I_1r+I_2 2r}{\frac{3}{2}I_2+I_2}=\frac{\frac{3}{2}I_2r+2I_2r}{\frac{5}{2}I_2}=\frac{7}{5}r$$







8.将附图中的电压源变换成等效的电流源。



$$a):I_0=\frac{\varepsilon}{r}=\frac{10}{2}=5A$$

$$r_0=r=2\Omega$$

$$b):I_0=\frac{\varepsilon}{r}=\frac{6}{3}=2A$$

$$r_0=r=3\Omega$$

$$c):I'=\frac{I_0 r_0}{R+r_0}=\frac{I_0\times 3}{2+3}=\frac{3}{5}I_0$$

$$I_0=\frac{5}{2}=2.5A$$

$$r_0=2\Omega$$

$$d)\because r=0$$

故不能变换等效的电流源。

9.将附图中的电流源转换成等效电压源。

解：

$a):\varepsilon = I_0 r_0 = 5\times 2 = 10\ V$

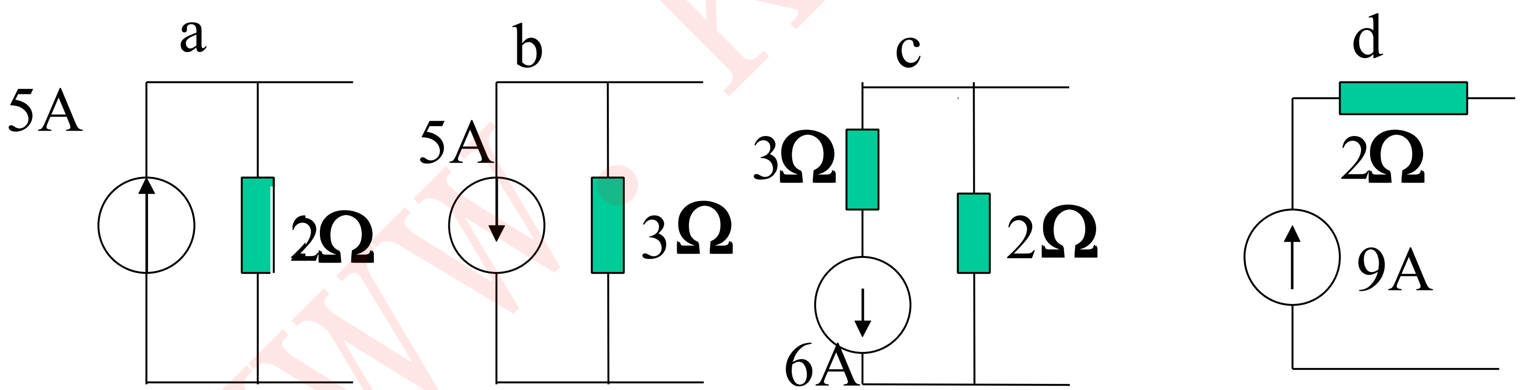
$r = r_0 = 2\ \Omega$

$b):\varepsilon = I_0 r_0 = 5\times 3 = 15\ V$

$r = r_0 = 3\ \Omega$

$c):\varepsilon = I_0 r_0 = 6\times 2 = 12\ V$

$r = r_0 = 2\ \Omega$



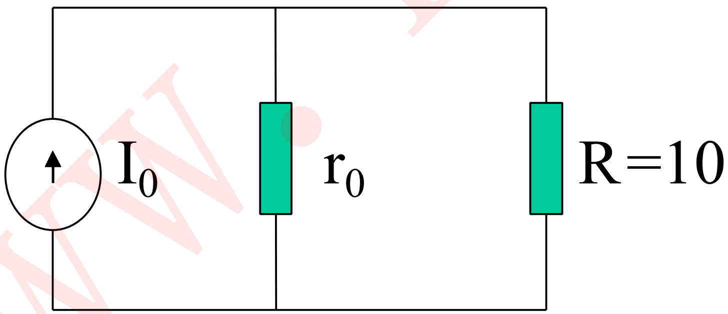
用等效电源定理解习题1。

解：

$$I_0=\frac{\varepsilon_1}{R_1}+\frac{\varepsilon_2}{R_2}=\frac{1.5}{50}+\frac{1.0}{80}0.045A$$

$$r_0=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}=\frac{50\times 80}{50+80}=30.8\Omega$$

$$I_R=\frac{I_0r_0}{R+r_0}=\frac{0.045\times 30.8}{10+30.8}=3.3\times 10^{-2}A$$



11.用等效电源定理解习题3中的（2）。

解：a,b间断开时，回路电流为零，故：

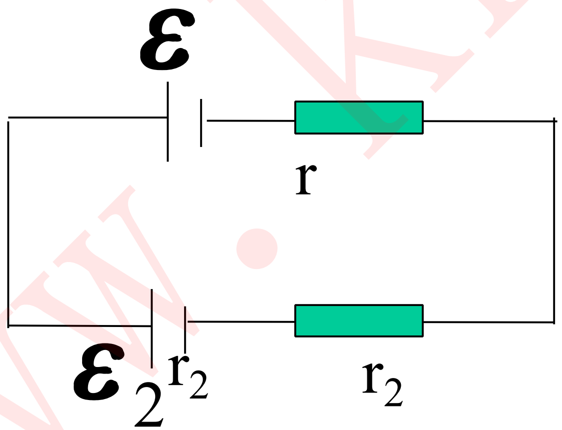
$$\varepsilon = I \times (2+2+1) + 8 = 0.4 \times 5 + 0.8 = 10V$$

a，b 间等效电阻：

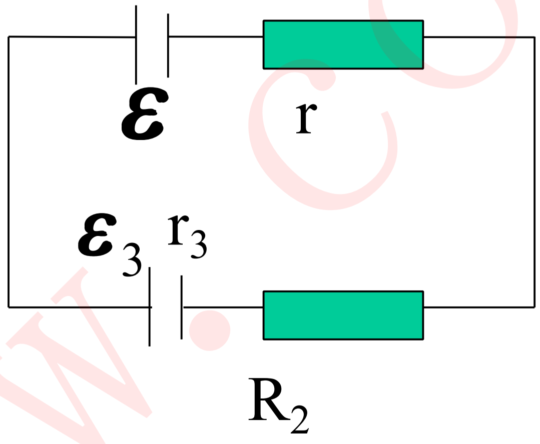
$$r = \frac{(R_1 + R_5 + r_1)(R_3 + R_4 + r_3)}{R_1 + R_5 + R_3 + R_4 + r_1 + r_3} = \frac{(2+2+1)(2+2+1)}{2+2+2+2+1+1} = \frac{25}{10} = 2.5\Omega$$

故

$$I_2 = \frac{(\varepsilon - \varepsilon_2)}{R_2 + r_2 + r} = \frac{10-9}{3+1+2.5} = \frac{1}{6.5} = 0.15A$$



12.
用等效电源定理理解习题4.



解：习题4的等效电路如图：
等效电源电动势：

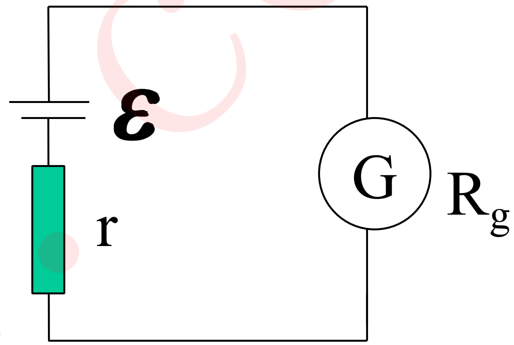
$$\varepsilon = \varepsilon_2 - \frac{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1) r_2}{R_1 + r_1 + r_2} = \frac{5}{3} V$$

内阻：
$$r = \frac{(R_1 + r_1) r_2}{R_1 + r_1 + r_2} = \frac{2}{3} \Omega$$

$$I_3 = \frac{\varepsilon_3 - \varepsilon}{R_2 + r_3 + r} = 0.29 A$$

13.用等效电源定理来求图3-34中电桥电路的I_g。

解：用3-3中电桥的等效电路：



$$\varepsilon=\frac{R_3}{R_1+R_3}\varepsilon-\frac{R_4}{R_2+R_4}\varepsilon=\frac{\varepsilon(R_2R_3-R_1R_4)}{(R_2+R_4)(R_1+R_3)}$$

$$r=\frac{R_1R_3}{R_1+R_3}+\frac{R_2R_4}{R_2+R_4}$$

$$\therefore I_g=\frac{\varepsilon}{R_g+r}=\frac{\varepsilon(R_2R_3-R_1R_4)}{R_1R_2R_3+R_2R_3R_4+R_3R_4R_3+R_4R_1R_2+R_g(R_2+R_4)(R_1+R_3)}$$

14.电路中某两端开路时测得的电压为10伏特，而此两端短接时，

通过短路上的电流I_S=2.0A。（1）等效电压源或电流源的内阻为多少？（2）在此两端接上5.0欧的电阻时，通过此电阻的电流为多少？

解：从断开两端看进去（电源）ε =10伏特，内阻r的电压源。

（1）内阻：$r=\dfrac{\varepsilon}{I_3}=\dfrac{10}{2.0}=5\ \Omega$

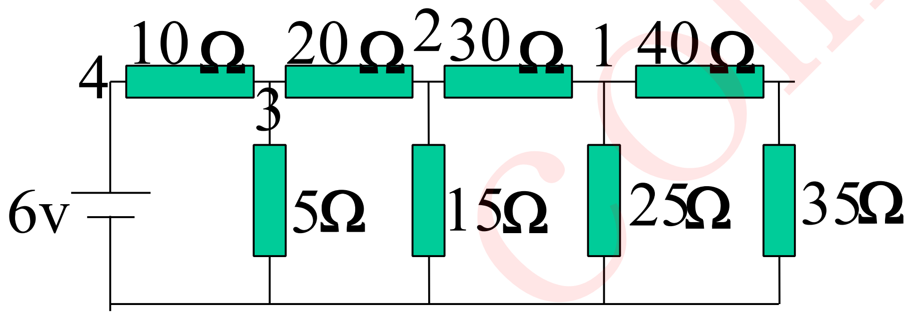
（2）电流：

$$I=\frac{\varepsilon}{r+R}=\frac{10}{5+5}=1A$$

忽略。

16.求附图中ab支路中的电流。

解：从右到左分别算出：
（算原电阻时，与前面断开）



$$R_{1b}=\frac{25\times 75}{25+75}=\frac{75}{4}=19\Omega$$

$$R_{2b}=\frac{15\times 49}{15+49}=11.5\Omega,\ R_{3b}=\frac{25\times 11.5}{25+11.5}=4.3\Omega$$

故：$$I_{43}=\frac{\varepsilon}{10+R_{43}}=\frac{10}{10+4.3}=0.42(A)$$

$$I_{32}=I_{43}\times\frac{5}{5+20+R_{3b}}=0.42\times\frac{5}{5+20+11.5}=0.058A$$

$$I_{21}=I_{32}\times\frac{15}{15+30+R_{2b}}=0.058\times\frac{15}{15+30+11.5}=1.36\times 10^{-2}A$$

$$I_{1a}=I_{21}\times\frac{25}{75+25}=1.36\times 10^{-3}\times\frac{1}{4}=3.4\times 10^{-3}A$$

用叠加定理求解习题14.

解：当ε_2=0时，R上的电流：

$$I'_R = \frac{\varepsilon_1}{R_1 + \frac{R_2 R}{R_2 + R}} \cdot \frac{R_2}{R_2 + R} = \frac{\varepsilon_1 R_2}{R_1(R + R_2) + R_2 R}$$

$$= \frac{1.5 \times 80}{50(10 + 80) + 80 \times 10} = 2.26 \times 10^{-2}\ A$$

当$\varepsilon_1 = 0$：$I''_R = \frac{\varepsilon_2}{R_2 + \frac{R_1 R}{R_1 + R}} \cdot \frac{R_1 R}{R_1 + R} = \frac{\varepsilon_2 R_1}{R_2(R + R_1) + R_1 R}$

$$= \frac{1.0 \times 50}{80(10 + 50) + 50 \times 10} = 9.4 \times 10^{-3}\ A$$

由叠加定理：

$$I_R = I'_R + I''_R = (22.6 + 9.4) \times 10^{-3}\ A = 32 \times 10^{-3}\ A$$

18.用叠加定理理解习题4。

解：（1）当去掉电源$\varepsilon_3\varepsilon_2$，只得 ε_1时，通过R_2的电流：

$$I_3' = \frac{r_2}{(r_3 + R_2) + r_2} \times \frac{-\varepsilon_1}{r_1 + R_1 + \dfrac{(r_3 + R_2)r_2}{r_3 + R_2 + r_2}} = -0.07A$$

当去掉 $\varepsilon_1\varepsilon_3$ 只得留 ε_2 时，通过R_2电流，同理可得：

I_3''=-0.28 A

当去掉$\varepsilon_1\varepsilon_2$ 只得留 ε_3 时，通过R_2的电流，同理可得：

I_3''' =0.65A

依电流叠加定理，通过电阻R_2电流。

$$I_3 = I_3' + I_3'' + I_3''' = -0.07 - 0.28 + 0.65 = 0.29A$$

1.试推导当气体中有正负两种离子参与导电时，电流密度公式为

$\vec{j}=n_+q_+\vec{u}_+ + n_-q_-\vec{u}_-$， 式中 $n_+, q_+, \vec{u}_+$ 分别代表正离子的数密度，所带电量和漂移速率，$n_-, q_-, \vec{u}_-$ 分别代表负离子的相应量。

解：当气体正负极参与导电，正负离子虽漂移方向相反，但电流方向相同：故

正离子电流密度

$\vec{j}_+ = n_+q_+\vec{u}_+ \qquad (q_+ > 0)$

$\vec{j}_- = n_-q_-\vec{u}_- \qquad (q_- < 0)$

$\vec{u}_+, \vec{u}_-$方向相反

故$\vec{j}_+$与$\vec{j}_-$方向相同：$\vec{j} = \vec{j}_+ + \vec{j}_- = n_+q_+\vec{u}_+ + n_-q_-\vec{u}_-$

２.若有一个真空二极管，其中阴极和阳极是一对平行导体片，面积都是２.０厘米，它们之间的电流Ｉ完全由电子从阴极飞向阳极形成的，若电流Ｉ＝５０毫安，电子达到阳极时的速率是１.２×１０⁻¹⁹库仑，求阳极表面外每立方毫米内的电子数。

解：由电流密度

$$j = neu = \frac{I}{S}$$

$$\therefore n = \frac{I}{eus} = \frac{5\times10^{-2}}{1.6\times10^{-19}\times1.2\times10^{7}\times2\times10^{-4}\times10^{9}} = 1.3\times10^{5}\ 个/毫米^{3}$$

3.用X射线使空气电离，平衡情况下，每立方厘米有10^{8}对离子，已知每个离子的电量都是$1.6\quad 10^{-19}$库仑，正离子的漂移速率为1.27厘米/秒，负离子的平均定向速率为1.84厘米/秒。求这时空气中电流密度的大小。

解：由习题1结论：

$$
\begin{aligned}
\vec{j} &= n_{+}q_{+}\vec{u}_{+} + n_{-}q_{-}\vec{u}_{-} \\
&= n_{+}q_{+}(\vec{u}_{+} - \vec{u}_{-}) \\
&= 10^{8} \times 1.6 \times 10^{-19}(1.27 + 1.84) \\
&= 5 \times 10^{-11}\ A/cm^{3} \\
&= 5 \times 10^{-5}\ A/m^{3}
\end{aligned}
$$

第四章

3.如附图所示,一条无穷长载流质导线在一处折成直角,p点在折线的延长线上,到折点的距离为a,

(1)设所在电流为I，求P点的B;

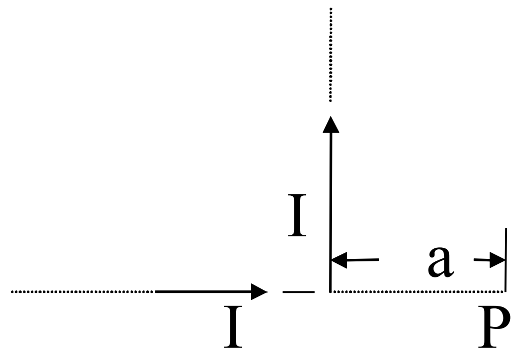
(2)当I=20安,a=2.0厘米时,B=?

解(1)P点磁场看作两半无限长电流产生磁场的叠加,但其中有一贡献为零,故

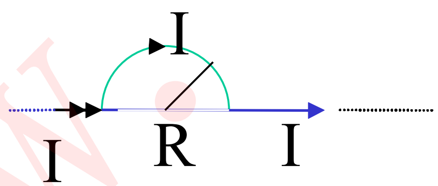
$B=0.5*(\mu_0 I/2\ \ r)$

$=0.5*\mu_0 I/2\ \ a=\mu_0 I/4\ \ a$

$(2)B=4\ \ *10^{-7}*20/4\ \ *0.02=1.0*10^{-4}(T)$



4.如附图所示,一条无穷长直导线在一处弯成半径为的半圆，已知导线中的电流为,求圆心的磁感强度.



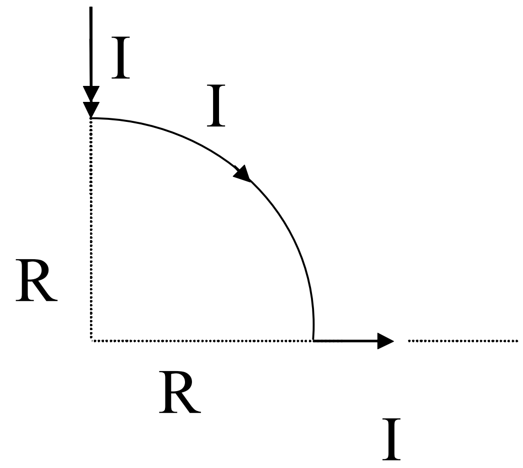
解：两半直线电流在O点贡献为零,只半圆电流对O点的磁场为:

$B=0.5(\mu_0 I/2R)=\mu_0 I/4R$.方向垂直向内.

5.如附图所示,一条无穷长直导线在一处弯折成1/4圆弧,圆弧的半径为R，圆心在O，直线的延长线都通过圆心,已知导线中的电流为I，求O点的磁感强度.

解：两半直电流在点的磁场为零,四分之一圆电流的磁场:

$B=1/4(\mu_0 I/2R)=I\mu_0/8R$ 方向垂直向里.



6.一条无穷长的导线载有电流I,这导线成一抛物线形状,焦点到顶点的距离为a,求焦点的磁感应强度B。

解：选取焦点为极点的极坐标系,其方程 $r=P_0/(1-\cos\alpha)$

$|dB|=\mu_0 I dl\sin\theta/4\pi r^2$

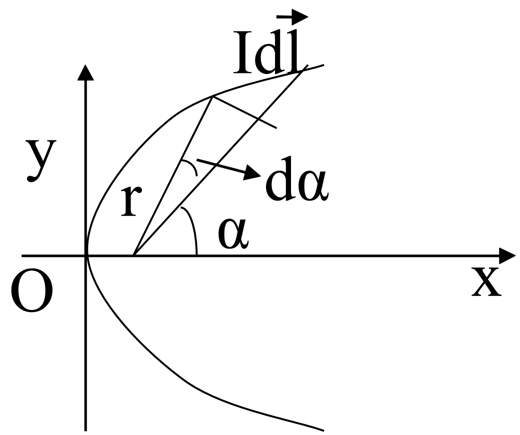
$dl\sin\theta=rd$

$=\mu_0 I d\alpha/4\pi r$

$=\mu_0 I(1-\cos\alpha)d\alpha/4\pi P_0$

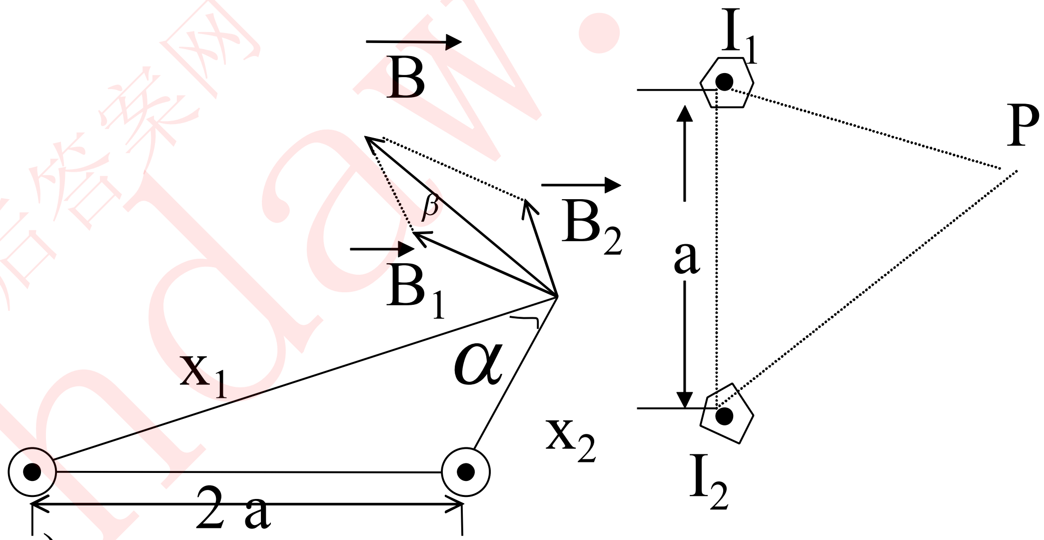
$$B=2\int_0^{\pi}\frac{\mu_0 I(1-\cos\alpha)}{4\pi P_0}d\alpha$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4P_0}=\frac{\mu_0 I}{4a}\qquad(P_0=a)$$



7.如附图所示，两条无穷长的平行直导线相距为2a,分别载有方向相同的电流I_1和I_2，空间任意点P到I_1的垂直距离为x_1，到I_2的垂直距离为x_2求点的磁感应强度B.

解：由题意可知:



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2 x_1 \pi}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2 x_2 \pi}$$

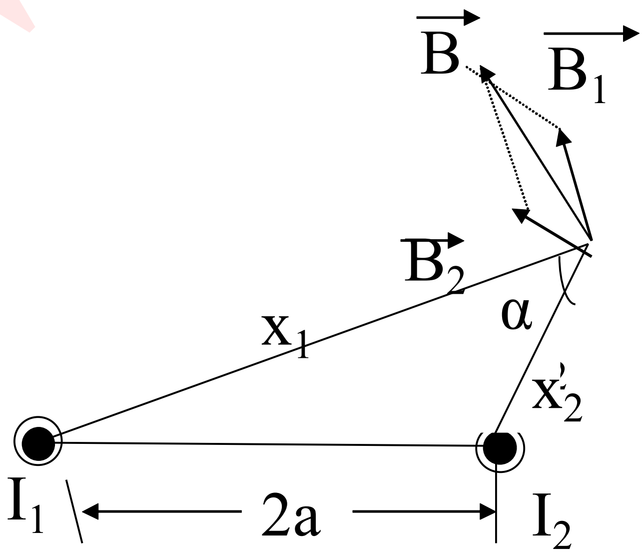
$$\therefore \cos\alpha =$$

$$\cos\beta = \cos(\pi - \alpha) = -\cos\alpha$$

$$B=\sqrt{B_1^2+B_2^2-2B_1B_2\cos\beta}=\frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\frac{I_1^2}{x_1^2}+\frac{I_2^2}{x_2^2}-\frac{2I_1I_2}{x_1x_2}\bullet\frac{4a^2-x_1^2-x_2^2}{2x_1x_2}}$$

8.如附图所示,两条平行的直导线相距为2a,载有大小相等而方向相反的电流I。空间任意点到两导线的垂直距离分别为x_1和x_2，求P点的磁感应强度B.（图与上题同）

解： 由题意知，



$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x\ \ x_1}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi x_2}$$

$$\cos\alpha = \frac{x_1^2 + x_2^2 - 4a^2}{2x_1x_2}$$

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2 - 2B_1B_2\cos\alpha}$$

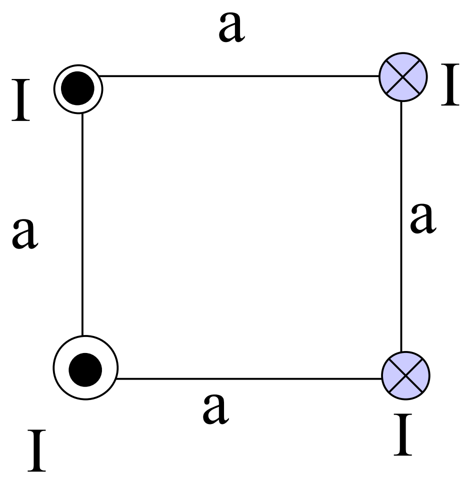
$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\left(\frac{I_1}{x_1}\right)^2 + \left(\frac{I_2}{x_2}\right)^2 - 2\frac{I_1}{x_1}\frac{I_2}{x_2}\frac{x_1^2 + x_2^2 - 4a^2}{2x_1x_2}}$$

$$= \frac{\mu_0}{2\pi}\sqrt{\frac{4a^2}{x_1^2x_2^2}} = \frac{\mu_0 Ia}{\pi x_1 x_2} \qquad (I_2=I_2)$$

9.四条平行的载流无限长直导线,垂直的通过一边长为a的正方形顶点,每条导线中的电流都是I，方向如附图所示.

(1)求正方形中心的磁感应强度B;

(2)当a=20厘米，I=20安时,B=?



解：(1)依题意可知,四电流的磁场B方向如图

$$\because B_1 = B_2 = 2\left(\frac{\mu_0 I}{2\pi r}\right) = \frac{\mu_0 I}{\pi \frac{\sqrt{2}}{2} a} = \frac{\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a}$$

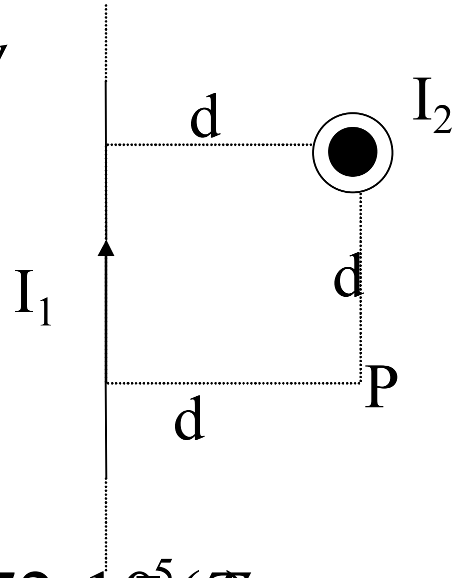
$$\therefore B_0 = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \frac{2\mu_0 I}{\pi a}$$

$$(2) B = \frac{2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 20}{\pi \times 20 \times 10^{-2}} = 8.0 \times 10^{-5} (T)$$

10.如附图所示，两条无限长直载流导线垂直而不相交,其间最近距离为d=2.0厘米，电流分别为I=4.0安和I=6.0安.点到两直线距离都是d，求点的磁感强度B.

解：依题意可求得 $B_1 = \mu_0 I_1 / 2\pi d$

$B_2 = \mu_0 I_2 / 2\pi d$



但 $\vec{B}_1 \perp \vec{B}_2$ 故

$$B=\sqrt{B_1^2+B_2^2}=\frac{\mu_0}{2\pi d}\sqrt{I_1^2+I_2^2}=\frac{4\pi\times10^{-7}}{2\pi\times0.02}\sqrt{4.0^2+6.0^2}=7.2\times10^{-5}(T)$$

11.载流线圈半径R=11厘米，电流I=14安,求它轴线上距离圆心r_0=0和r_0=10厘米的磁感强度B等于多少高斯？

解：由圆电流的磁场公式 $$B=\frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2+r^2)^{2/3}}$$

求得:当r=0时 $$B=\frac{\mu_0 I}{2R}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times14}{2\times0.11}=8.0\times10^{-5}(T)$$

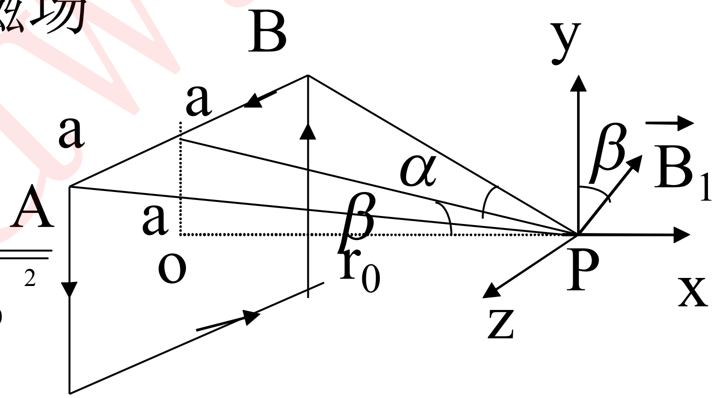
当r=10cm时 $$B=\frac{4\pi\times10^{-7}\times14}{2\times\left(0.1^2+0.11^2\right)^{3/2}}=3.3\times10^{-5}(T)$$

12..载流正方形线圈边长为2a，电流为I，

(1)求轴线上距中心为r_0处的磁感应强度；

(2)当a=1.0厘米，I=5.0安，r_0=0和10厘米时，B等于多少高斯?

解：(1)依题意做图,直电流AB在P的磁场



$$B_1 = 2\frac{\mu_0 I}{4\pi\sqrt{a^2+r_0^2}}\sin\alpha = \frac{\mu_0 I}{2\left(a^2+r_0^2\right)^{1/2}}\bullet\frac{a}{\sqrt{2a^2+r_0^2}}$$

$$B_{1y} = B_1\cos\alpha = B_1\frac{r_0}{\sqrt{a^2+r_0^2}} = \frac{\mu_0 a r_0}{2\pi(a^2+r_0^2)^2\sqrt{2a^2+r_0^2}}$$

由于对称性，P点的磁场

$$B = 4B_{1y} = \frac{2\mu_0 I a r_0}{\pi(a^2+r_0^2)\sqrt{2a^2+r_0^2}}$$

(2)将各量代入,求得:

$$B = \frac{2\times4\pi\times10^{-7}\times5}{\pi\times0.01^2\times1.41\times0.01} = 2.8\times10^{-4}(T)$$

$$B = \frac{2\times4\pi\times10^{-7}\times5}{\pi\left(0.01^2+0.1^2\right)\sqrt{2\times0.01^2+0.1^2}} = 3.9\times10^{-4(\ )}(T)$$

13.载流矩形线圈边长分别为2a和2b,电流为I,求轴线上举中心为r_0处的磁感应强度.

解：参考上题可得:

AB,CD直电流的磁场:

$$B_1' = 2b_{1y} = 2\frac{\mu_0 I a r_0}{4\pi\left(b^2+r_0^{\ 2}\right)\sqrt{a^2+r_0^{\ 2}+b^2}} = \frac{\mu_0 I a r_0}{2\pi(b^2+r_2^{\ 2})\sqrt{a^2+b^2+r_0^{\ 2}}}$$

同理求得BC,DA磁场

$$B_2' = 2B_{1y} = \frac{\mu_0 I b r_0}{2\pi(b^2+r_0^{\ 2})\sqrt{a^2+r_0^{\ 2}+b^2}}$$

由于 $B_1' \perp B_2'$

$$\therefore B_p = \sqrt{B_1'^2+B_2'^2} = \frac{\mu_0 I r_0}{2\pi\sqrt{a^2+r_0^{\ 2}+b^2}}\sqrt{\frac{a^2}{(b^2+r_0^{\ 2})^2}+\frac{b^2}{(a^2+r_0^{\ 2})^2}}$$

14。载流等边三角形线圈边长为2a，电流为I，求轴线上距中心为r_0处的磁感强度。

解：由直线段AB电流的磁场：

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi r}(\sin\theta_1-\sin\theta_2)=\frac{I\mu_0\sqrt{3}}{4\pi\sqrt{a^2+3r_0{}^2}}\left(\frac{\sqrt{3}a}{\sqrt{4a^2+3r_0{}^2}}\times 2\right)$$

$$=\frac{3\mu_0 Ia}{2\pi\sqrt{a^2+3r_0{}^2}\sqrt{4a^2+3r_0{}^2}}$$

故中心轴上的磁场:

$$3(B\cos\alpha)=3\frac{3\mu_0 Ia}{2\pi\sqrt{a^2+3r_0{}^2}\sqrt{4a^2+3r_0{}^2}}\times\frac{\sqrt{3}\frac{1}{\sqrt{3}}a}{\sqrt{a^2+r_0{}^2}}$$

$$=\frac{9\mu_0 Ia^2}{2\pi(a^2+3r_0{}^2)\sqrt{4a^2+3r_0{}^2}}$$

15。一个载流线圈的磁距m定义为m=SI其中为线圈面积。试证明，对于习题11_4中各种形状的线圈，到中心的距离r_0远大于线圈的线度使，轴线上磁感强度都具有如下形式$B=\mu_0 m/2\pi r_0^3$

证明：(1)圆电流中心轴线上 $B=\dfrac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2+x^2)^{3/2}}$

它可写为

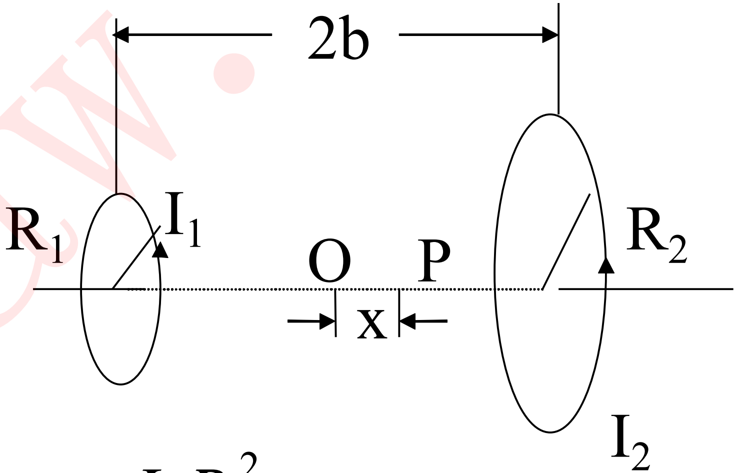
$$B=\frac{\mu_0 \pi R^2 I}{2\pi(R^2+x^2)^{3/2}} \approx \frac{\mu_0 m}{2\pi x^3}$$

(2)上题中：

$$\mathrm{B}=\left.\frac{9\mu_0 I a^2}{2\pi(a^2+3r_0^2)\sqrt{4a^2+3r_0^2}}\right|_{r_0>>a}$$

$$\approx \frac{9\mu_0 I a^2}{2\pi\times 3\sqrt{3}r_0^3}=\frac{\mu_0\ I(\sqrt{3}a^2)}{2\pi r_0^3}+\frac{\mu_0 SI}{2\pi r_0^3}=\frac{\mu_0 m}{2\pi r_0^3}$$

16.如附图，两线圈共轴,半径分别为R_1和R_2,电流分别为I_1和I_2,电流方向相同,两圆心相距为2b,连线的中点为O.求轴线上距O为x处点P的磁感强度B.



解：两圆电流在离轴处的磁场方向相同

$$B=B_1+B_2=\frac{\mu_0 I_1 R_1^2}{2\left[R_1^2+(b+x)^2\right]^{3/2}}+\frac{\mu_0 I_2 R_2^2}{2\left[R_2^2+(b-x)^2\right]^{3/2}}$$

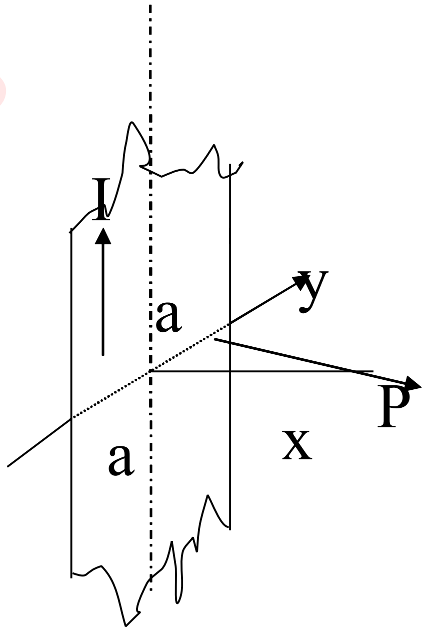
17.上题中如果电流反向,情形如何?

解：若电流方向相反,则产生磁场方向相反

$$B = B_1 + B_2 = \frac{\mu_0 I_1 R_1^2}{2\left[R_1^2 + (b+x)^2\right]^{3/2}} - \frac{\mu_0 I_2 R_2^2}{2\left[R_2^2 + (b-x)^2\right]^{3/2}}$$

18. 电流均匀地穿过宽为2a的无穷长平面薄板,电流强度为I，通过板的中线并与板面垂直的平面上有一点P,P到板的垂直距离为x，设板厚可略去不极,求P点的磁感应强度B.

解：依题意，做如图所示.y~y+dy细长电流



$$dI = jdx = Idy/2a$$

$$dB = \frac{\mu_0 dI}{2\pi r} = \frac{\mu_0 Idy/2a}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}}$$

$$dB_y = dB\cos\alpha = \frac{\mu_0 Idy/2a}{2\pi\sqrt{x^2+y^2}}\frac{x}{\sqrt{x^2+y^2}} = \frac{\mu_0 Ixdy/2a}{2\pi(x^2+y^2)}$$

$$\therefore B_y = \frac{\mu_0 Ix}{4\pi a}\frac{1}{x}arctg\frac{y}{x}\Bigg|_{-a}^{a}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{2\pi a}arctg\frac{a}{x}$$

19求上题当a趋向无穷大，但维持i=I/2a（单位宽度上的电流强度，叫做面电流密度）为一长数时P点的磁感应强度

解：保持i=I/2a不变,而 $a \to \infty$ 时

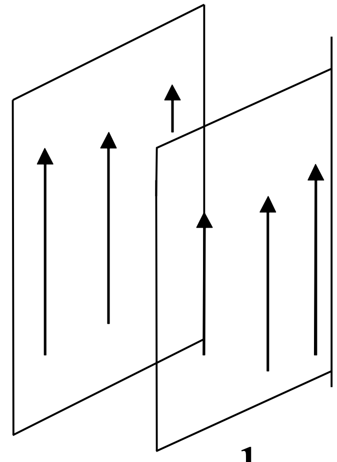
$$B = \frac{\mu_0 I}{\pi 2a} \lim_{R \to \infty} arctg a / x = \mu_0 j / 2$$

20.如附图，两无穷大平行平面都有均匀分布的面电流，面电流密度分别为i_1和i_2，两电流平行。求：

(1)两面之间的磁感强度(2)两面之外的磁感强度

(3)$i_1=i_2$时结果如何?

解：由上题的结果知，电流密度为j的无限载流平面外磁场均匀，即 $B=j\mu_0/2$,由叠加原理求得的磁场



(1)两板之间方向相反$B=B_1-B_2=\mu_0(j_1-j_2)/2$

(2)两板之外方向相$B=B_1+B_2=\mu_0(j_1+j_2)/2$

(3)当$i_1=i_2$时

两板之间$B=(j_1-j_2)\mu_0=0$

两板之外$B=(j_1+j_2)\mu_0/2=j\mu_0$

21.上题中若i_1和i_2反平行，情形如何？

解：若i_1和i_2反平行，则

（1）两板之间，两磁场方向相同 $B=B_1+B_2=\mu_0(j_1+j_2)/2$

（2）两板之外，两磁场方向相反$B=B_1-B_2=\mu_0(j_1-j_2)/2$

（3）若，则 两板之间$B=\mu_0(j_1+j_2)/2=j\mu_0$

两板之外$B=\mu_0(j_1-j_2)/2=0$

22.习题20中若i_1和i_2方向垂直，情形如何？

解：当两电流方向垂直时，则：

（1）两板之间磁场互相垂直，则磁场

$$B=\sqrt{B_1^2+B_2^2}=\sqrt{(\frac{\mu_0 j_1}{2})^2+(\frac{\mu_0 j_2}{2})^2}=\mu_0\sqrt{j_1^{\ 2}+j_2^2}\Big/2$$

（2）两板之外，两磁场互相垂直，则：

$$B=\sqrt{B_1^2+B_2^2}=\sqrt{(\frac{\mu_0 j_1}{2})^2+(\frac{\mu_0 j_2}{2})^2}=\mu_0\sqrt{j_1^{\ 2}+j_2^2}\Big/2$$

（3）当$j_1=j_2=j_3$时，板内外磁场为：

$$B=\frac{\sqrt{2}\mu_0}{2}j$$

23.习题20中若i_1和i_2之间成任意夹角　，情形如何？

解：依题意要求，可知磁场分布：

（1）两板之间，

$$B=\sqrt{B_1^{\ 2}+B_2^{\ 2}-2B_1B_2\cos\theta}=\frac{\mu_0}{2}\sqrt{j_1^{\ 2}+j_1^{\ 2}-2j_1j_2\cos\theta}$$

（2）两板之外，

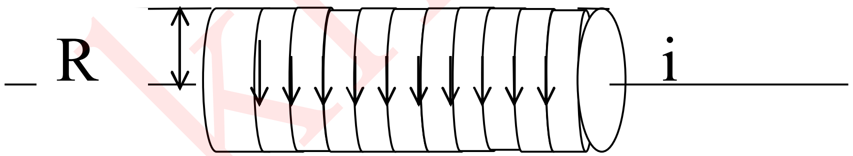
$$B=\sqrt{B_1^{\ 2}+B_2^{\ 2}+2B_1B_2\cos\theta}=\frac{\mu_0}{2}\sqrt{j_1^{\ 2}+j_1^{\ 2}+2j_1j_2\cos\theta}$$

（3）若j_1=j_2=j_3时，

$$B=\frac{\sqrt{2}}{2}\mu_0 j\sqrt{1\mp\cos\theta}=\sqrt{2}\mu_0 j\begin{pmatrix}\sin 2\theta\\ \cos 2\theta\end{pmatrix}$$

24. 半径为R的无限长直圆筒有一层均匀分布的面电流，电流都绕着轴线流动并与轴线垂直（见附图),面电流密度（即通过垂直方向上的电流)为i，求轴线上的磁感强度.

解：由长直螺线管内部均匀磁场,若单位长度上电流密度为$B=\mu_0 nI$时,即$I\mu=i$　则$B=\mu_0 i$



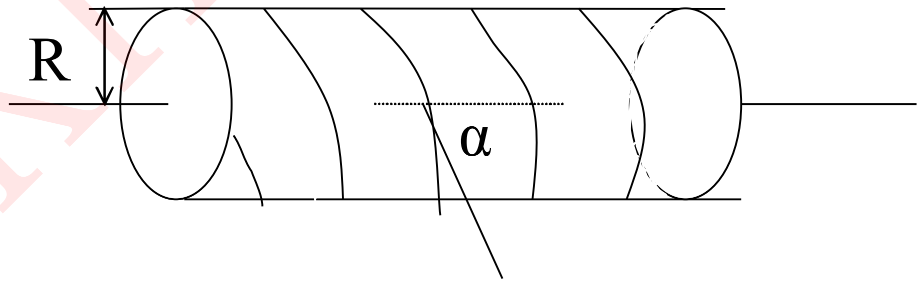
25.半径为的无限长直圆桶上有一层均匀分布的电流,电流都环绕轴线流动并与轴线方向成一角度α。设面电流密度为i,求轴线上的磁感应强度.

解：若电流方向与中心轴线夹角为时，

$i_{垂直}=i\sin\ ,i_{平行}=i\cos$,则

$r<R$: $B=\mu_0 i_{垂直}=\mu_0 i\sin$

$r<R$: $B=\mu_0 i_{平行}/2\ \ r=\mu_0 i\cos\ /2\ \ r$



26.一很长的螺线管，由外皮绝缘的细导线密绕而成，每厘米有35匝。当导线中通过的电流为2.0安时，求这螺线管轴线上中心和端点的磁感应强度B是多少高斯。

解：中心轴线处：$B=\mu_0 nI=4\quad *10^{7}*35*10^{2}*2.0$

$=8.8*10^{3}\quad (T)=88\quad (Gass)$

轴线端点处：$B=\mu_0 nI/2=88/2=44\quad (Gass)$

27. 一螺线管长1.0米，平均直径为3.0厘米，它有五层绕组，每层有多匝，通过的电流是5.0安，求管中心处的磁感强度。

解：由于l>>r，则

$B=\mu_0 nI=4*3.14*10^{-7}*(850*5)*5.0=2.7*10^{-2}$ (T)

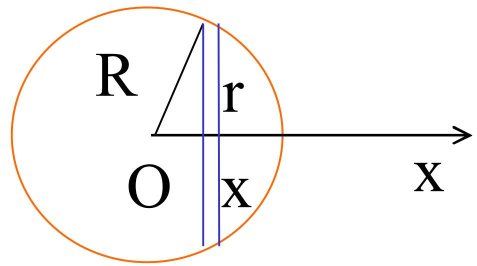
28.用直径0.163厘米的铜线绕在6厘米的圆桶上，作成一个但层螺线管。管长30厘米，每厘米绕5匝。铜线在75^0C时每厘米电阻0.010欧姆（假设通电后导线将大次温度）。将此螺线管接在2.0伏的电源上，其中磁感强度和功率消耗各是多少？

29.球形线圈是由表面绝缘的细导线在半径为R的球面上密绕而成，线圈的中心都在同一直径上，沿这直径的单位匝数为n，并且各处的n都相同。设该直径上的一点P到球心的距离为x，求下列各处的磁感强度B：

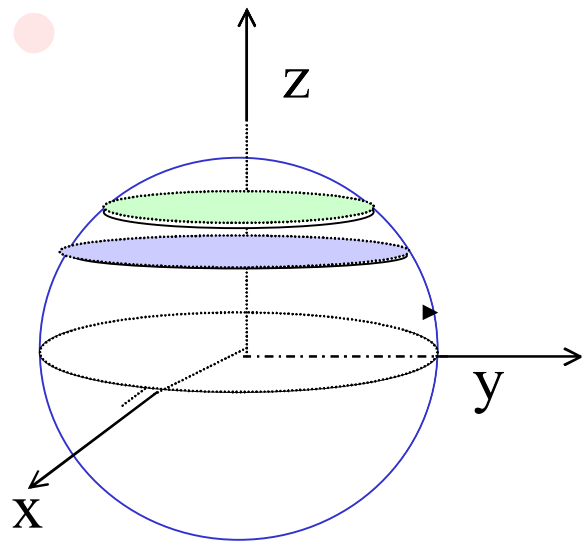
（1）x=0（球心）（2）x=R（该直径与球面的交点）

（3）x<R（球内该直径上任意一点）

（4）x>R（球外该直线延长线上任意一点）。设电流强度为I.

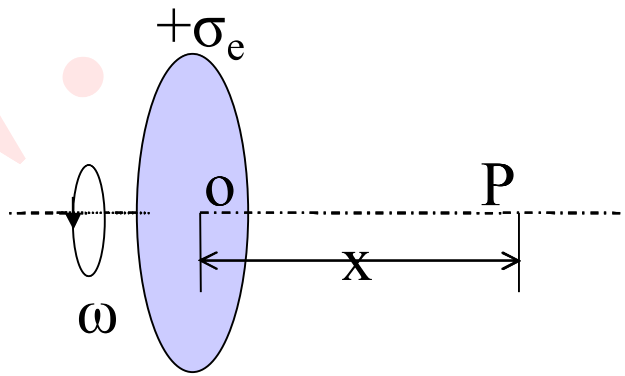


30.半径为R的球面上均匀地分布着电荷，面密度为σ_e；当这个球面以角速度ω绕它的直径旋转时，求轴上球内和球外任意点（该点到球心的距离为x）的磁感强度B。



31.半径为的圆片均匀带电，面密度为σ_e，令该片以均匀角速度ω绕它旋转，求轴线上距圆片中心O为x处的磁场。

解：在取圆环，



32。氢原子处在正常状态（基态）时，它的电子可看作是在半径为$a=0.53*10^{-8}$厘米的轨道（叫做玻尔轨道）上做圆周运动，速率为$v=2.2*10^{8}$厘米/每秒，已知电子电荷的大小为$e=1.6*10^{-19}$库仑，求电子的这种运动在轨道中心产生的磁感应强度B的值。

解：电子绕氢原子核旋转形成圆电流。$R=a=0.529A^{0}=0529*10^{-10}m$

电流大小: $I=f*e=\omega e/2\pi=ve/2\pi R$

它在中心出磁场：$B=\mu_{0I}/2a=\mu_0 ev/4\pi a^2$

$=10^{-7}*1.6*10^{-19}*2.2*10^{6}/(0529*10^{-10})^{2}$

$=126\ (T)=1.26*10^{5}$ (Gass)

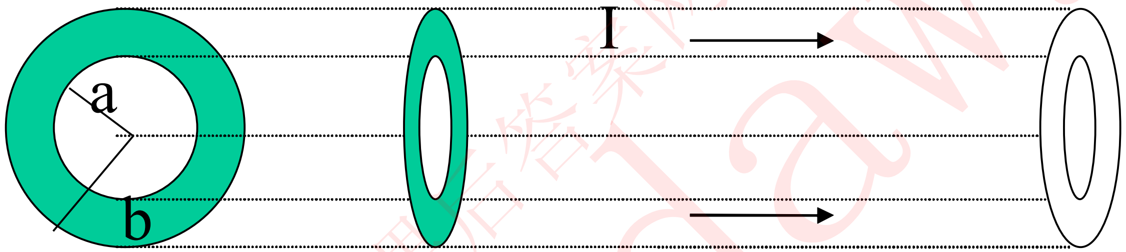
4.3.1　一载有电流I的无穷长直空心圆筒,半径为R（圆筒壁厚度可以忽略），电流沿它的轴线方向流动，并且是均匀地分布的，分别求离轴线为r<R和r>R处的磁场。

解法：依安培环路定理求得B的分布：

r<R,　$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi r = 0 \therefore B = 0$

r>R,　$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = B \cdot 2\pi r = \mu_0 I \therefore B = \dfrac{\mu_0 I}{2\pi rr}$

4.3.2　有一很长的载流导体直圆管，内半径为a，外半径为b，电流强度为I，电流沿轴线方向流动，并且均匀的分布在管壁的横截面上。空间某一点到管轴的垂直距离为r（见附图），求（1）r<a;(2)a<r<b;(3)r>b等各处的磁感强度。



解法：有安培环路定理求得的分布：

(1)r<a,　　$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\cdot 2\pi r = 0 \quad \therefore B = 0$

(2)a<r<b　　$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = B\cdot 2\pi r = \mu_0 I' = \mu_0 \frac{I}{\pi(b^2-a^2)}\pi(r^2-a^2) = \mu_0 \frac{(r^2-a^2)I}{(b^2-a^2)}$

$$\therefore B = \frac{\mu_0 (r^2-a^2) I}{2\pi r (b^2-a^2)}$$

(3)r>b

4.3.3　一很长的导体直圆管，观厚为5.0毫米，载有50安的直流电，电流沿轴线流动，并且均匀的分布在管的横截面上。求下列几处的磁感强度的大小；

（1）管外靠近内壁；

（2）管内靠近内壁；

（3）内外壁之间的中点。

解：　由安培环路定理求得：

$$R_2=25mm\ R_1=R_2-d=20mm$$

（1）管外靠近外壁：　$B\cdot 2\pi R_2=\mu_0 I$，$B=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi R_2}=\dfrac{4\pi\times10^{-7}\times50}{2\pi\times25\times10^{-3}}=4.0\times10^{-4}(T)$

（2）管外靠近内壁：　$B\cdot 2\pi R_1=0$，$B=0$

（3）两壁中点：　$r=22.5mm$

4.3.4　电缆又一导体圆柱和一同轴的导体圆筒构成。使用时，电流I从一导体流去，从另一导体流回，电流都是均匀的分布在横截面上。设圆柱的半径为r1，圆柱的内外半径分别为r2和r3（见附图），r为到轴线的垂直距离，求从r到的范围内各处的磁感强度B。

解：由安培环路定理求得B得分布：

$$(1)\ r < r_1,\ B\cdot 2\pi r = \mu_0 \frac{I}{\pi r_1^2}\pi r^2 \therefore B = \frac{\mu_0 r I}{2\pi r_1^2}$$

$$(2)\ r_1 < r < r_2,\quad B\cdot 2\pi r = \mu_0 I \therefore B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

$$(3)\ r_2 < r < r_3,\quad B\cdot 2\pi r = \mu_0\left[I - \frac{I}{\pi\left(r_3^2 - r_1^2\right)}\pi\left(r^2 - r_1^2\right)\right]$$

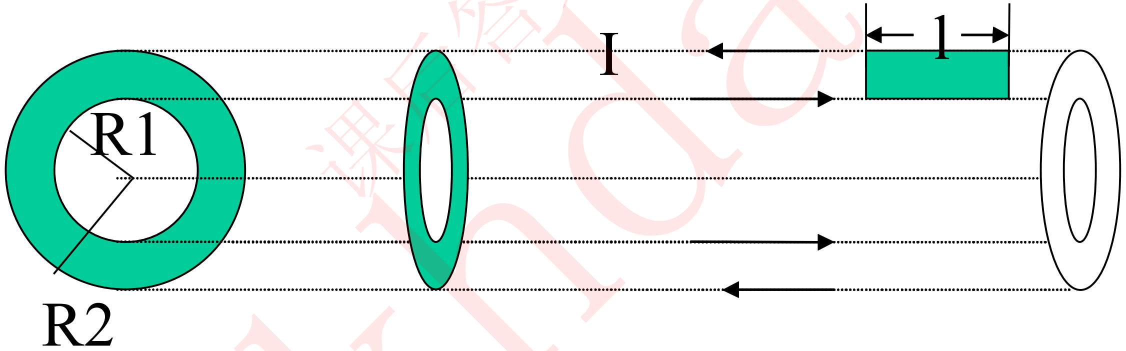
$$\therefore B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\left(1 - \frac{r^2 - r_1^2}{r_3^2 - r_1^2}\right) = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\frac{r_3^2 - r^2}{r_3^2 - r_1^2}$$

$$(4)\ r > r_3,\ B\cdot 2\pi r = \mu_0 \sum I = 0 \therefore B = 0$$

4.3.5　一对同轴无穷长的空心导体圆筒，内，外铜半径分别为和（筒壁厚度可以忽略）。电流沿内筒流去，沿外筒流回（见图）。

（1）计算两桶间的磁感强度；

（2）通过长度为的一段截面（途中阴影区），的磁通量。



解：由安培环路定理求得B得分布：

$$(1)\ \boldsymbol{r} < \boldsymbol{R}_1,\ \boldsymbol{B}\cdot 2\pi \boldsymbol{r} = 0\ \therefore\ \boldsymbol{B} = 0$$

$$(2)\ \boldsymbol{R}_1 < \boldsymbol{r} < \boldsymbol{R}_2,\ \boldsymbol{B}\cdot 2\pi \boldsymbol{r} = \mu_0 \boldsymbol{I}\ \therefore\ \boldsymbol{B} = \frac{\mu_0 \boldsymbol{I}}{2\pi \boldsymbol{r}}$$

$$(3)\ \boldsymbol{r} > \boldsymbol{R}_2,\ \boldsymbol{B}\cdot 2\pi \boldsymbol{r} = \mu_0(\boldsymbol{I} - \boldsymbol{I}) = 0\ \therefore\ \boldsymbol{B} = 0$$

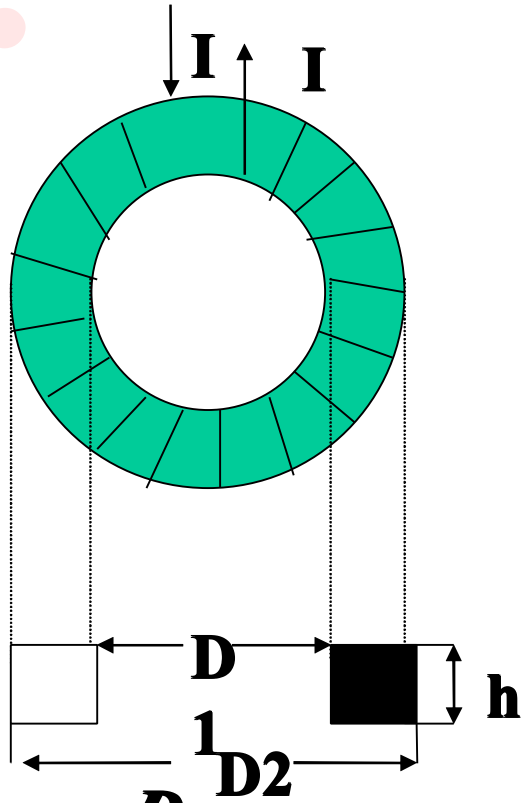
4.3.6　矩形截面的螺绕环，尺寸见附图，

（1）求环内磁感强度的分布；

（2）证明通过螺绕环截面（图中阴影去）的磁通量

其中为螺绕环

总匝数，为其中电流强度。



解:(1)由安培环路定理求得:

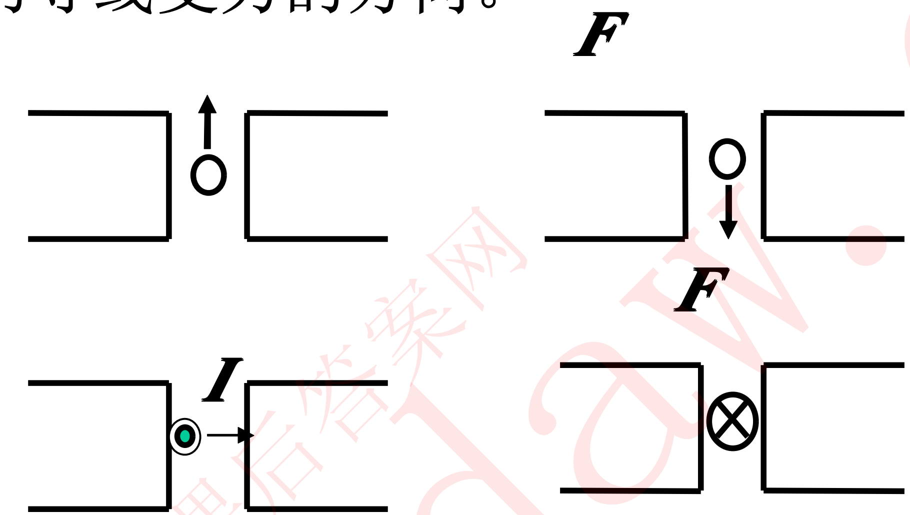
$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 NI \;\therefore\; B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r}$$

(2)r--$r+dr$的磁通:

$$d\phi = B \cdot hdr = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} hdr$$

$$\phi = \int_{\frac{D_2}{2}}^{\frac{D_1}{2}} \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} hdr = \frac{\mu_0 NIh}{2\pi} In \frac{D_1}{D_2}$$

4.4.1 附图中的载流导线与纸面垂直，确定和中电流的方向，以及和中的导线受力的方向。

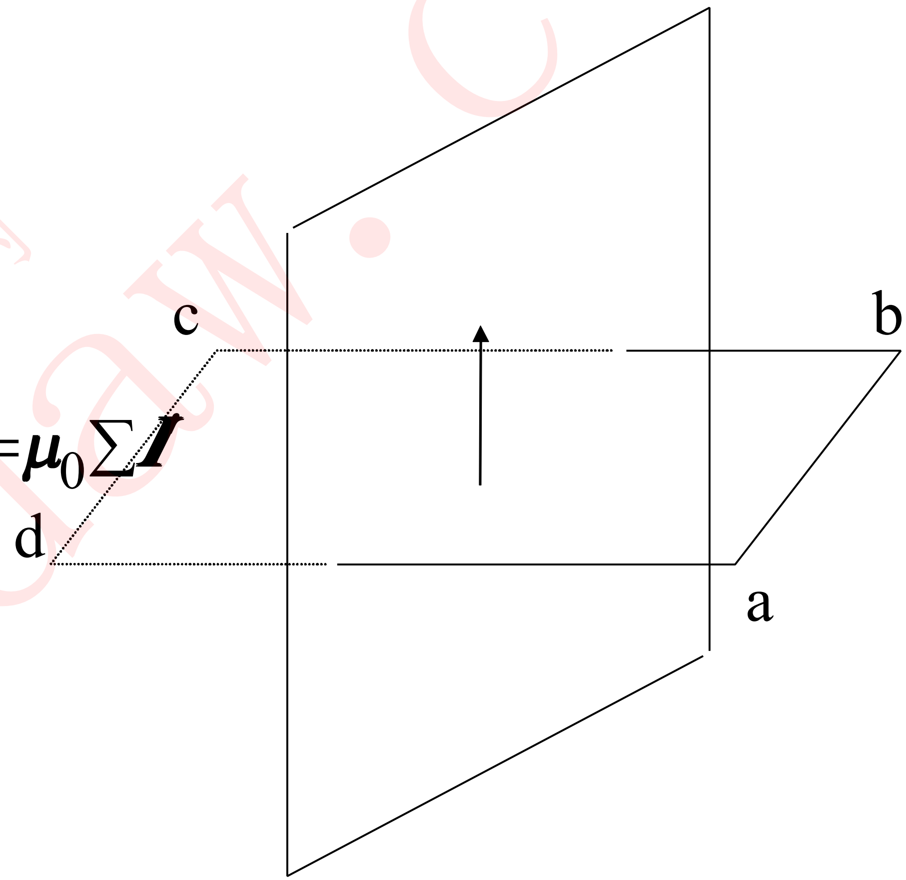


电流方向向外　　电流方向向内

答：（）中的电流方向垂直纸面向外。
（）中的电流方向垂直纸面向内。
（）中的受力的方向向上。
（）中的受力的方向向下。

4.3.7 用安培环路定理重新计算习题中无限大均匀载流平面外的磁感强度。

解：由安培环路定理求得:



$$\oint \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I_i$$

$$\int_{ab} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{B}\cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 \sum I$$

$$B\cdot \overline{ab} + 0 + B\cdot \overline{cd} + 0 = \mu_0 \overline{ab}\, j$$

$$2B\overline{ab} = \mu_0 \overline{ab}\, j$$

$$B = \frac{\mu_0 j}{2}$$

4.4.1.附图中的载流导线与纸面垂直，确定**a**和**b**中电流的方向，－
及**c**和**d**中导线受力的方向。

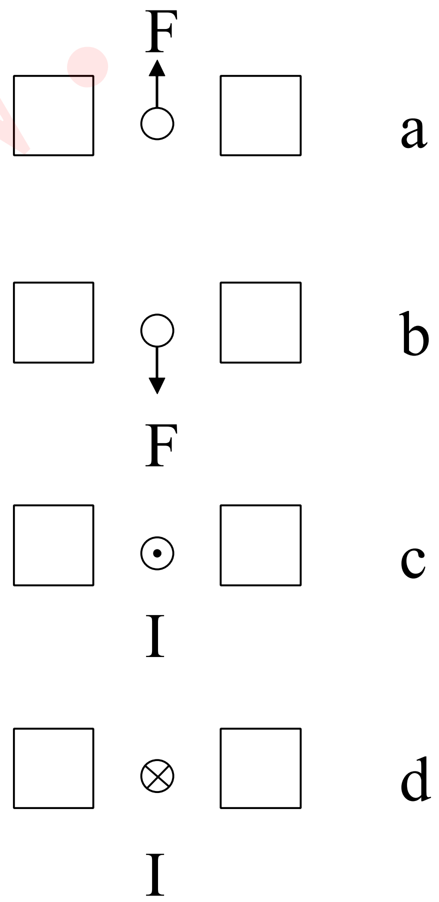
解法：

（**a**）中的电流方向垂直纸面向外。

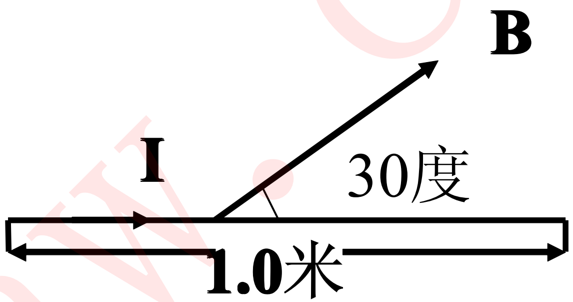
（**b**）中的电流方向垂直纸面向内。

（**c**）中的受力的方向向上。

（**d**）中的受力的方向向下。



4.4.2 载有**10**安的一段直导线，长**1.0**米，在特斯拉的均匀磁场中，电流与成角（见附图），求这段导线所受的力。



解：由安培定律

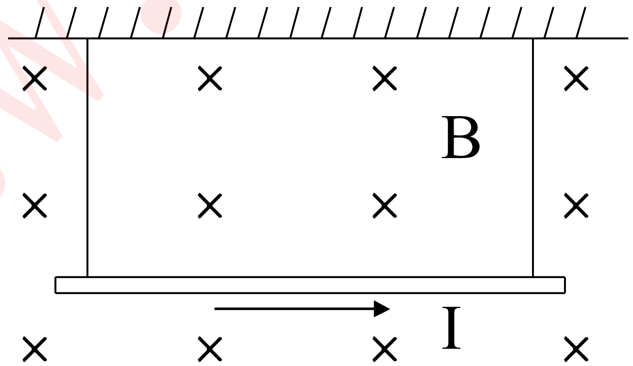
$$\boldsymbol{F} = \int(\vec{I}dl \times \vec{B}) = \int IBdl\sin\theta = IBl\sin\theta$$

$$\therefore \boldsymbol{F} = 10\times1.5\times1\times\sin 30^{o} = 7.5\boldsymbol{N}$$ 方向向外

4.4.3. 如附图所示,有一根长为**l**的直导线,质量为**m**,用细绳子平挂在外磁场**B**中,导线中通有电流**I**, **I**的方向与**B**垂直.

(1)求绳子张力为**0**时的电流**I**.当**I=50cm,m=10**克,**B=1.0**特斯拉时,**I=?**

(2)在什么条件下导线会向上运动?



解法:

(1)直电流受的安培力**F=IBL**,与重力平衡时:

$$IBL=mg, \qquad I=\frac{mg}{Bl}=\frac{10\times10^{-3}\times9.8}{1.0\times50\times10^{-2}}=0.2 \text{(安培)}$$

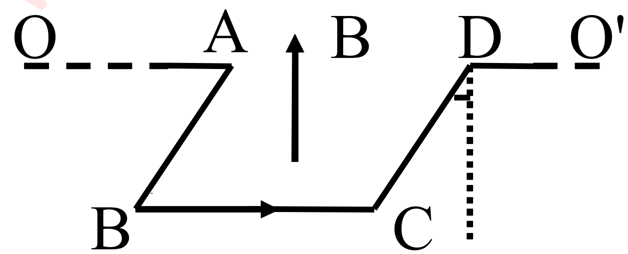
(2)当安培力**IBl**大于**mg**时, 即

$$IBl>mg \qquad I>\frac{mg}{Bl}$$

直导线向上运动

4.4.4. 横截面积**S=2.0**毫米^{2}的铜线弯成附图中所示形式,其中**OA** 和**DO'**段固定在水平方向不动,**ABCD**段是边长为**a**的正方形的三边,可以绕**OO'**转动;整个导线放在均匀磁场**B**中,**B**的方向竖直向上.已知铜的密度ρ= **8.9**克/厘米^3 ,当这铜线中的**I=10**安时,在平衡情况**AB**段和**CD**段与竖直方向的夹角α=**15°** ,求磁感强度**B**的大小.

解法:



ABCD受安培力大小相等,方向相反,对转动轴**OO'**的力矩为**O,**

BC受安培力: $F_{BC}=IaB$, 对**OO'** 轴的力矩:$M=F_{BC}\cdot a\cos\alpha=Ia^2B\cos\alpha$

ABCD的重力**ABS**ρ**g = aS**ρ**g,**对**OO'**力矩为**2a/2aSρgsin**。 **BC**的重力**aS**ρ**g,**对**OO'**力矩 **aS**ρ**gsin**α **,**合力矩:$M=2a^2S\rho g\sin\alpha$ **.**

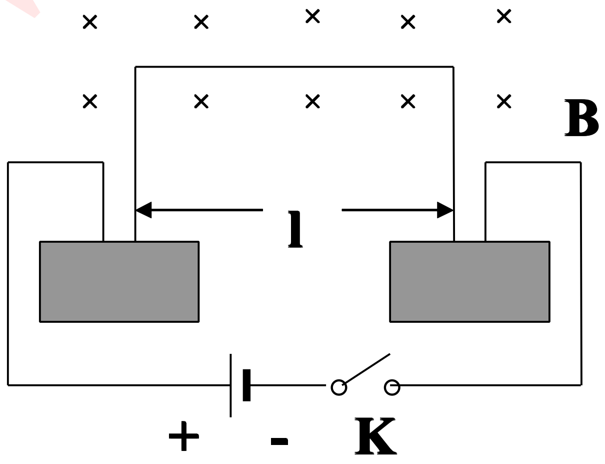
两力矩平衡:$Ia^2B\cos\alpha=2a^2sg\sin\alpha$

$$B=\frac{2sg\rho}{2}\tan\alpha=\frac{2\times8.9\times10^3\times2.0\times10^{-6}\times9.8\times\tan15^\circ}{10}=9.39\times10^{-3}(T)$$

4.4.5. 一段导线弯成附图中所示的形状，它的质量m,上面水平一段长为l，处在均匀磁场中，磁感强度为B，与导线垂直；导线下面量段分别插在两个浅水银槽里，两槽水银与一带开关K的外电源连接。当K一接通，导线便从水银槽里跳起来。

（1）没跳起来的高度为h，求通过导线的电量q；

（2）当m=10克,l=20厘米,h=3.0米,B=0.10特斯拉时，求q的量值.



解法:

(1) 设 $I = I(t)$，导线受安培力 $F = IBl$

由冲量定理：$\int_0^{\Delta t} F\Delta t = mv - mv_0 = mv - 0$

$$\int_0^{\Delta t} IBldt = m\sqrt{2gh}$$

$$BL\int Idt = m\sqrt{2gh}$$

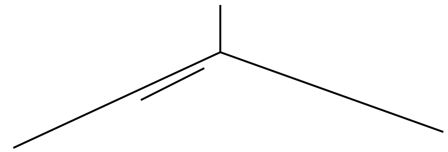
$$q = \frac{m\sqrt{2gh}}{BL}$$

(2) $$q = \frac{10\times 10^{-3}\sqrt{2\times 9.8\times 3}}{0.1\times 20\times 10^{-2}} = 3.8\text{ (库仑)}$$

4.4.6 安培秤如附图所示,它的一臂下面挂有一个矩形线圈,线圈共有九匝,它的下部悬在均匀磁场内,下边一段长为**l**,它与垂直.当线圈导线中通有电流**I**时,调节砝码使两臂达到平衡;然后是电流反向,这时需要在一臂加质量为**m**的砝码,才能使两臂再达到平衡.(设**g = 9.80** 米/秒²).)

(1) 求磁场强度 **B**的大小**B**;

(2)当**l = 10.0** 厘米,**I = 0.100**安,**m = 8.78** 克时, **B =?**



解法:

(1) 当通有电流 **I**,带线圈的盘中质量为m_1

质量为m_2, 天平的臂长为**l**,由平衡条件:

$$m_2 g l_1 = m_1 g d - nBlId$$

反向电流时的平衡:

$$(m_1 g + mg)d = m_1 g d + nBlId$$

上两式之差: $$mg = 2nBlI$$

$$B = \frac{8.78\times10^{-3}\times9.8}{2\times9\times10\times10^{-2}\times0.1} = 0.477\ \text{(特斯拉)}$$

4.4.7 空间某处有互相垂直的两个水平磁场**B_1**和**B_2**. **B_1**向北,**B_1=1.73**高斯;**B_2**向东,**B_2=1.00**高斯.现在该处有一段直导线. 问这导线应如何放置,才能使两磁场作用在它上面的合力为 **0 ?**

解法:

依题意可知, $\vec{B}_1$向北, $\vec{B}_2$向东 $\vec{B}_1+\vec{B}_2$ 与 $\vec{B}_2$ 夹角为 θ

则:

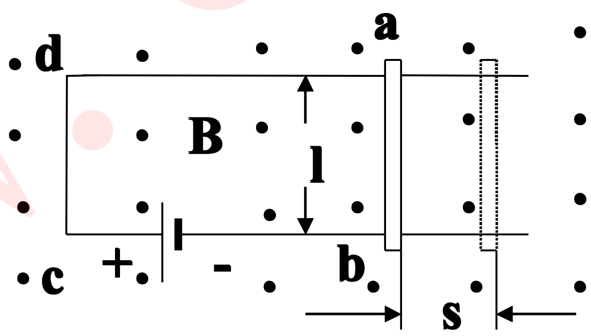
$$\tan\theta = \frac{B_2}{B_1} = \frac{1.0}{1.37} = 0.578$$

$$\therefore \quad \theta \approx 30^\circ$$

又由安培公式 $d\vec{F} = I\vec{dl} \times B$ 可知 $I\vec{dl} \parallel (\vec{B}_1+\vec{B})$ 时受力为零

故, 电流方向与 $\vec{B}_2$ 方向夹角为 30° 或 150°

4.4.8 载有电流 **I** 的闭合回路 **abcd** ,**ab**是一段导体,可以滑动,它在回路上的长为 **l** ;一外磁场 **B** 与回路平面垂直(见附图).求 **ab** 向右滑动距离**s**时 ,磁场所作的功是多少?



解法:

依题意可知,回路中电流方向是逆时针方向:

当**ab**移动**s**距离,磁场的功为: $A = \vec{F}_{ab} \bullet \vec{s} = -IlB \bullet s$

但安培力反向,做功为负值:

$$A' = \vec{F}'_{ab} \bullet \vec{s} = -F_{ab} \bullet s = -IlBs$$

4.4.9. 长**l=10**厘米，载有电流**I =10**安的直导线在均匀外磁场 **B** 中，**B**与电流垂直， **B=30**高斯。（**1**）求磁场作用在这段导线上的力**F**；（**2**）当这段导线以 **v=25**厘米/秒的速率逆**F**的方向运动时，求**F**做功的功率**P**。

解法：

(1)安培力公式：

$$F = IlB = 10\times 10\times 10^{-2}\times 3.0\times 10^{-3}\ \text{(牛顿)}$$

(2) $\vec{F}$做功的功率：

$$P = -Fv = -3\times 10^{-3}\times 2.5\times 10^{-1} = -7.5\times 10^{-4}\ \text{(瓦特)}$$

4.4.10.正方形线圈由外皮绝缘的细导线绕成，共绕有**200**匝，每边长为**150**毫米，放在**B=4. 0** 特斯拉的外磁场中，当导线中通有**I=8.0** 安的电流时，求：（**1**）线圈磁矩**m**的大小；（**2**）作用在线圈上的力矩 **L=m×B**的最大值。

解法：

(1)电流的磁矩**：**

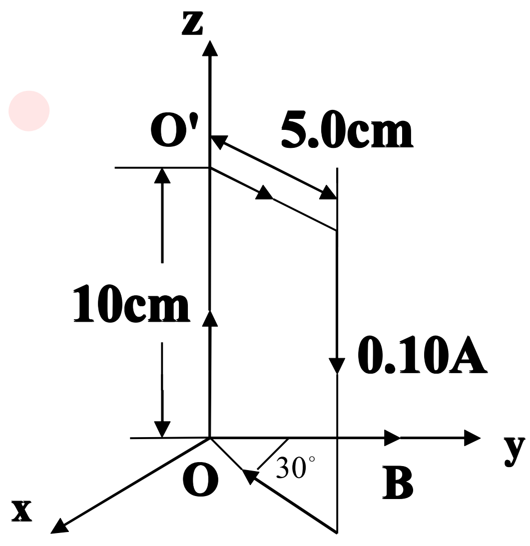
$$m = nIs = 200\times 8\times (1.5\times 10^{-1})^{-2} = 36\ (\text{安}\cdot\text{米}^2)$$

(2)线圈在此长的力矩**：**

$$\vec{L} = \vec{m}\times\vec{B}$$

最大值**：** $l = mB\sin 90^\circ = 36\times 4.0\times 1 = 144$(牛顿·米)

4.4.11. 一矩形载流线圈由20匝互相绝缘的细导线绕成，矩形边长为10.0厘米和5.0厘米，导线中的电流为0.10安，这线圈可以绕它的一边OO'转动（见附图）。当加上B=0.50特斯拉的均匀外磁场，B与线圈平面成30°角时，求这线圈受到的力矩。



解法：

线圈所受力矩大小为

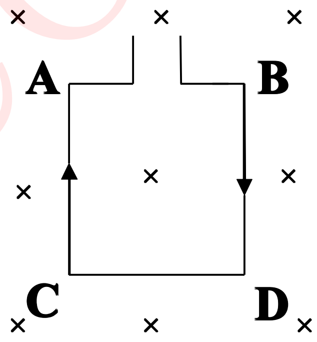
可由 $\vec{L}=\vec{m}\times\vec{B}$ 求得：

$$L = mB\sin\frac{\pi}{3}$$
$$= nIsB\sin\frac{\pi}{3}$$
$$= 20\times0.1\times10\times5\times10^{-4}\times0.5\times\frac{\sqrt{3}}{2}\ (\text{牛顿·米})$$
$$= 4.29\times10^{-3}$$

4.4.12 一矩形线圈长**20**毫米,宽**10**毫米,由外皮绝缘的细导线米绕而成,共绕**1000**匝,放在 **B=1000** 高斯的均匀外磁场中,当导线中通有**100**毫安的电流时,求附图中两种情况下线圈每边所受的力与整个线圈所受的力和力矩.

(1) B与线圈平面的法线重合(图**a**);

(2) B与线圈平面的法线垂直(图**b**)



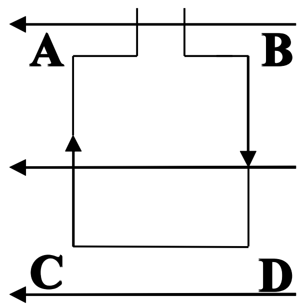
a

解法:

(1)由安培公式求得安培力:

$$F_{BC} = F_{AD} = nIB \bullet \overline{AB} = 10^3 \times 10^2 \times 10^{-3} \times 10^3 \times 10^{-4} \times 20 \times 10^{-2} = 0.2 \text{ (牛顿)}$$

F_{BC}方向向右,而 F_{AD} 方向向左,相互抵消.



b

$$F_{AB} = F_{CD} = nIlB \bullet \overline{AB} = 10^3 \times 10^2 \times 10^{-3} \times 10^{-4} \times 10 \times 10^{-3} = 0.1 \text{(牛顿)}$$

F_{AB} , F_{CD} 的方向分别向上,向下, 相互抵消

故线圈**ABCD**受力矩为零.

(2) ABCD 边受力: $F = nIB\overline{AD} = 1000 \times 0.1 \times 0.1 \times 10^{-2} = 0.2$ **(牛顿)**

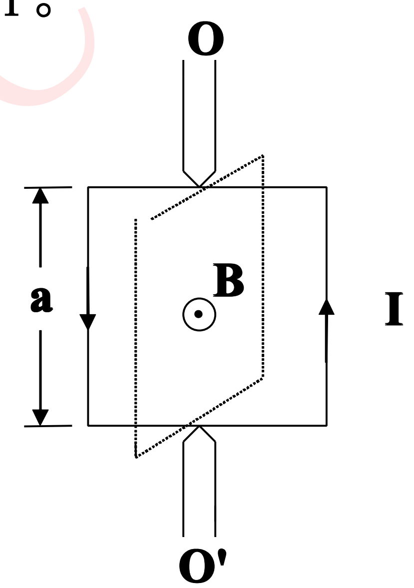
方向相反

ABCD 边受力: **F'=0**

虽然整个线圈的安培力合力为零,但力矩不为零.

$$L = 2F \times \frac{1}{2}\overline{AB} = 0.2 \times 10^{-3} \times 10 = 2.0 \times 10^{-3} \text{ (牛顿·米)}$$

13. 一边长为a的正方形线圈载有电流I，处在均匀外磁场B中，B沿水平方向，线圈可以绕通过中心的竖直轴OO’（见附图）转动，转动惯量为J。求线圈在平衡位置附近作微小摆动的周期T。



解法：

因为载流线圈磁矩为 $\vec{m} = I\vec{S} = Ia^2\vec{n}$

在 $\vec{B}$ 中的力矩：

$$\left|\vec{L}\right| = \left(\vec{m}\times\vec{B}\right) = mB\sin\alpha = Ia^2B\sin\alpha$$

依角动量定理： $L = -J\dfrac{d^2\alpha}{dt^2}$

即 $Ia^2B\sin\alpha + J\dfrac{d^2\alpha}{dt^2} = 0$ （α 很小，$\sin\alpha \approx \alpha$ ）

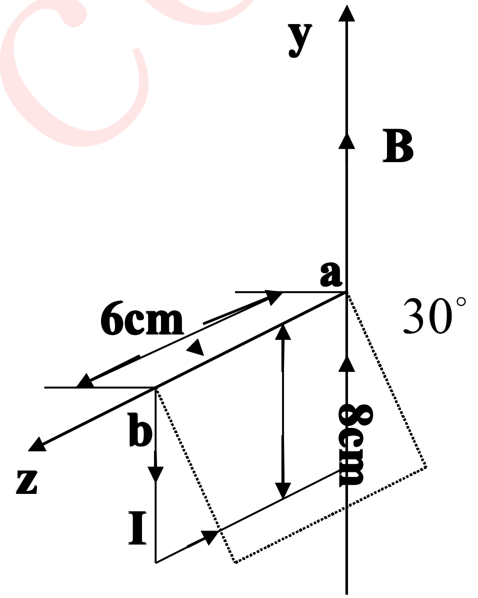
$$\therefore \frac{d^2\alpha}{dt^2} + \frac{Ia^2B}{J}\alpha = 0$$

$$T = \frac{2\pi}{\varpi} = 2\pi\sqrt{\frac{J}{Ia^2B}}$$

14. 如附图所示，一矩形线圈的大小为8.0*6.0厘米^2，每厘米长的质量为0.10克，可以绕ab边自由转动，外磁场B沿y轴方向。当线圈中载有电流I=10安时，线圈离开竖直位置，偏转30°角。

（1）求磁感应强度的大小B；

（2）如果B是沿x轴方向，线圈将如何？



解法：

(1)线圈磁矩　**m=Is**

受的力矩：$L = mB\sin 60^\circ = IsB\sin 60^\circ$

线圈的重力矩：$L' = (a + a')\rho g a' \sin 30^\circ = IsB\sin 60^\circ$

$$\therefore B = \frac{(a + a')\rho g a' \sin 30^\circ}{IsB\cos 30^\circ} = \frac{(a + a')\rho g a' \sin 30^\circ}{Iaa' B\cos 30^\circ}$$ **(a ，a’ 为边长)**

$$= \frac{\rho g}{I}(1 + \frac{a}{a'})\tan 30^\circ$$

$$= \frac{0.1 \times 9.8}{10}(1 - \frac{8}{6}) \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 1.31 \times 10^{-2} \text{ (T)}$$

(2)如果**B**是沿 **x** 轴方向**,**重力与安培力方向相同**,**故线圈不发生转动**.**

15. 一半径R=0.10米的半圆形闭合线圈，载有电流I=10安，放在均匀外磁场中，磁场方向与线圈平行（见附图），磁感应强度B=5.0×10^{3}高斯。

（1）求线圈受到的磁力矩的大小和方向；

（2）在这力矩的作用下线圈转90°（即转到线圈平面与B垂直），求力矩所作的功。

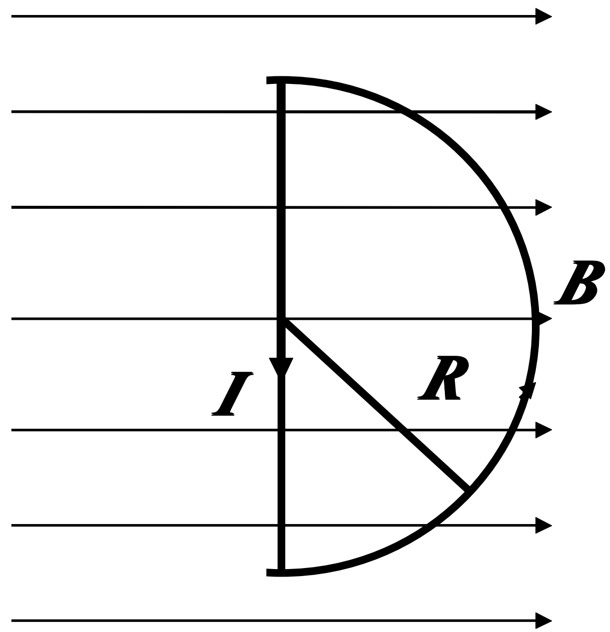
解法：

(1)线圈的磁矩 **m=Is** $= \frac{\pi R^2 I}{2}$

受的力矩**:**

$$L = mB = \frac{\pi R^2}{2} IB = \frac{3.14\times 0.1^2}{2}\times 10\times 5\times 10^3\times 10^{-4}$$

$$= 7.9\times 10^{-2}$$ **(**牛顿 ·米**)**



(2)力矩的功**:**

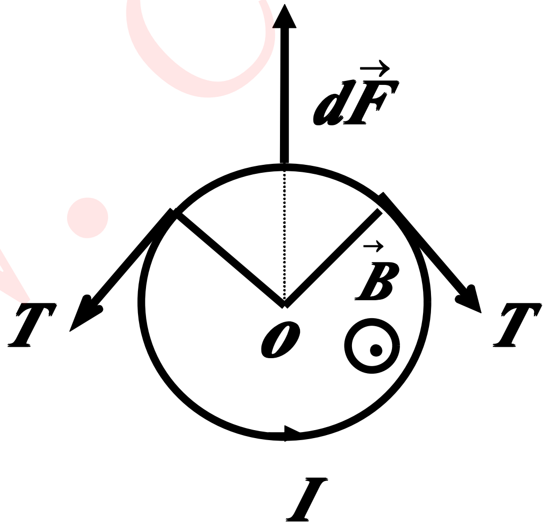
$$W = \int_0^{\frac{\pi}{2}} mB\sin\theta d\theta = -mB = 7.9\times 10^{-2}$$ **(**焦耳**)**

16 ． 一圆线圈的半径为R，载有电流I，放在均匀外磁场B中，线圈的右旋法线与B的方向相同，求线圈导线上的张力。

解法：

在圆上取一电流元 **Idl** ,受安培力：

$$dF = \left| I\vec{dl} \times \vec{B} \right| = IdlB = IBdl$$



由力平衡：

$$2T\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\Delta\theta}{2}\right) = IBdl$$

$$2T\sin\frac{\Delta\theta}{2} = IBR\Delta\theta$$

$$2T \bullet \frac{\Delta\theta}{2} = IBR\Delta\theta$$

$$T = IBR$$

17. 半径R=10厘米的圆线圈由表面绝缘的细导线密绕而成，共绕有2000匝，当导线中通有2.0安的电流时，加上外磁场B，B的方向与线圈平面平行，B的大小为$5.0*10^{-2}$特斯拉，求磁场作用在线圈上的力矩。

解法：圆线圈的磁矩：m=nIS

磁场作用在线圈上的力矩：

$$L = mB = n\pi IR^2$$

$$= 2000 \times 3.14 \times 5.0 \times 10^{-2} \times (0.1)^2$$

$$= 6.3 \text{ (牛·米)}$$

18. 一螺线管长30厘米，横截面的直径为15毫米，由表面绝缘的细导线密绕而成，每厘米绕有100匝。当导线中通有2.0安的电流后，把螺线管放在B=4.0特斯拉的均匀磁场中，求：（1）螺线管的磁矩；（2）螺线管所受的力矩的最大值。

解：

(1)磁矩： $m = nIs = 100\times30\times2.0\times3.14\times(7.5\times10^{-3})^2$

$= 1.06$ (安·米^2)

(2)力矩的最大值：

$$L = mB\sin 90^\circ = 1.06\times4.0 = 4.24(\text{牛}\bullet\text{米})$$

19. 两条很长的平行输电线相距20毫米，都载有100安的电流，分别求电流方向相同和相反时，其中两段一米长的输电线之间的相互作用力。

解法：

一直电流在另一直电流处的磁场

$$B = \frac{\mu_{\circ} I}{2\pi a}$$

由安培定律：

$$dF = Idl \cdot B$$

力密度：

$$\therefore f = \frac{dF}{dl} = IB = \frac{\mu_{\circ} I^2}{2\pi a} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 100^2}{2 \times 3.14 \times 2.0 \times 10^{-2}}$$

$$= 0.1(\text{牛顿})$$

20. 发电厂的汇流条是两条三米长的平行铜棒，相距50厘米；当向外输电时，每条棒中的电流都是10000安。　　作为近似，把棒当成无限长的细线，计算它们之间的相互作用力。

解法：

利用上题的结果：　**f=IB**

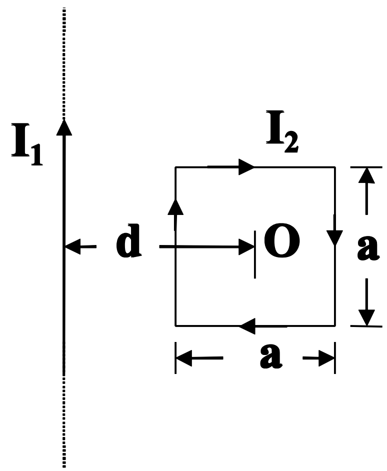
$$F=lf=lIB=\frac{\mu_{\circ}I^{2}l}{2\pi a}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times1000^{2}\times3}{2\pi\times50\times10^{-2}}$$

$$=120(\text{牛顿})$$

4.4.21 长直导线与一正方形线圈在同一个平面内,分别载有电流 I_1 和 I_2;正方形的边长为**a**,它的中心到直导线的垂直距离为**d**(见附图).

(1)求这正方形载流线圈各边所受 I_1 磁场力以及整个线圈所受的合力;

(2)当 I_1=3.0安,I_2=2.0安,a=4.0厘米,=4.0厘米时,求合力的值.



解法:

(1) 依题意可求各边磁力:

$$F_1 = IaB_1 = \frac{\mu_0 a I_1 I_2}{2\pi\left(d - \frac{a}{2}\right)} \text{(向左)} \qquad F_2 = IaB_2 = \frac{\mu_0 a I_1 I_2}{2\pi\left(d + \frac{a}{2}\right)} \text{(向右)}$$

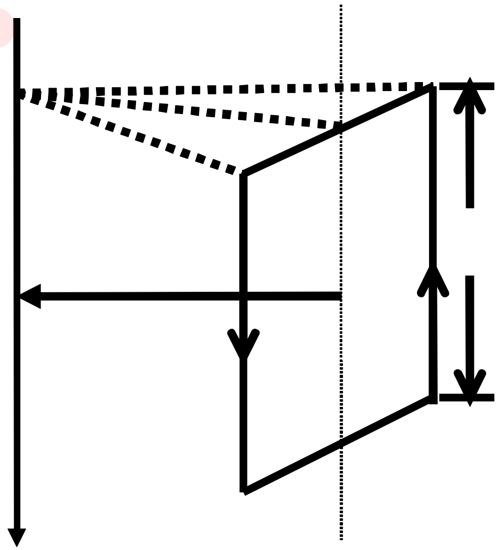
$$F_3 = \int_{d-\frac{a}{2}}^{d+\frac{a}{2}} \frac{\mu_0 I_1 I_2 dr}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{d+\frac{a}{2}}{d-\frac{a}{2}} \quad \text{(方向向上)}$$

$$F_4 = \int_{d-\frac{a}{2}}^{d+\frac{a}{2}} \frac{\mu_0 I_1 I_2 dr}{2\pi r} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln \frac{d+\frac{a}{2}}{d-\frac{a}{2}} \quad \text{(方向向下)}$$

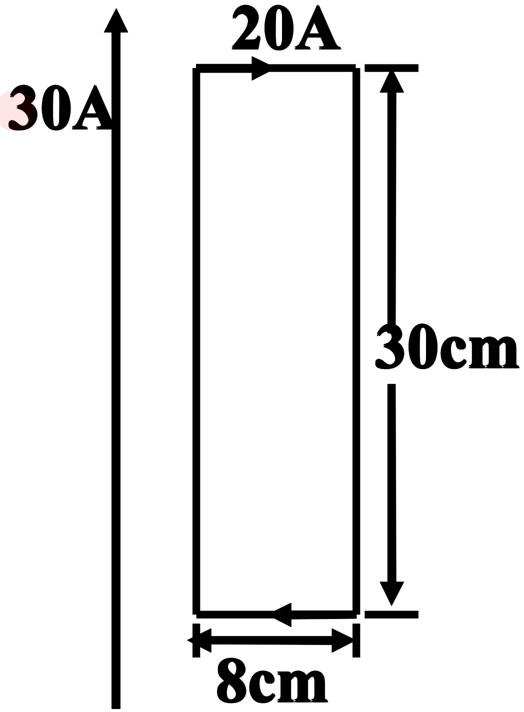
故电流 I_2 受合力: $F = F_1 - F_2 = \frac{\mu_0 a I_1 I_2}{2\pi} \frac{a}{d^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{2\mu_0 a^2 I_1 I_2}{\pi(4d^2 - a^2)}$

$$F = \frac{2\mu_0 a^2 I_1 I_2}{\pi(4d^2 - a^2)} = \frac{2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times (4 \times 10^{-2})^2 \times 3.0 \times 2.0}{\pi\left[4 \times (4 \times 10^{-2})^2 - (4.0 \times 10^{-2})^2\right]} = 1.6 \times 10^{-6} \text{(牛顿)}$$

4.4.22.载有电流I_1的长直导线旁边有一正方形线圈，边长为2a，载有电流I_2，线圈中心到导线的垂直距离为b，电流方向如附图所示。线圈可以绕平行于导线的轴O_1O_2转动。求：（1）线圈在α角度位置时所受的合力F和合力矩L；（2）线圈平衡时α的值；（3）线圈从平衡位置转到$\alpha=\pi/2$时，I_1作用在线圈上的的力做了多少功?

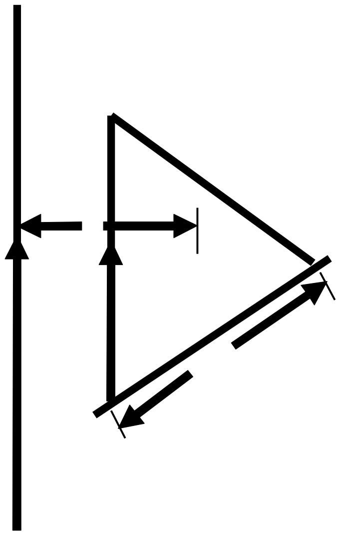


23.如附图所示，一根长直导线有电流30安培，长方形回路和它在同一平面内，载有电流20安培。回路长30厘米，宽 30厘米，靠近导线的一边离 导线1。0厘米。求导线电流的磁场作用在这回路上的合力。



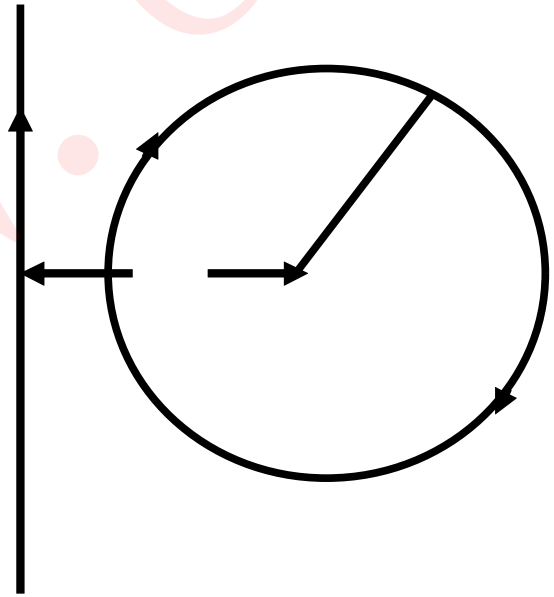
24.载有电流I_1的长直导线旁有一正三角形线圈，边长为A，载有电流I_2，一边与直导线平行，中心到直导线的垂直距离为B，直导线与线圈都在同一平面内（见附图），求I_1作用在着三角形线圈上的力。

解法：



25. 载有电流I_1的长直导线旁边有一平面圆形线圈,线圈半径为r中心到直导线的距离为l,线圈载有电流为I_2,线圈和直导线在同一平面内(见附图).求I_1作用在圆形线圈上的力.

解法:依题意,如图所示中的磁场:

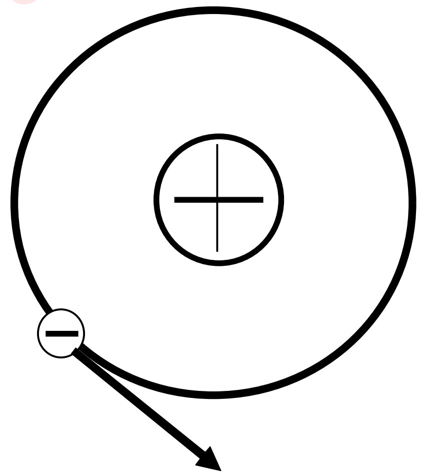


电流元受安培力

26.试证明电子绕原子核沿圆形轨道运动时磁矩和角动量之比为 $\gamma = -e/2m$ (经典回转磁比率),式中-e和m是电子的电荷与电量,负号表示磁矩与角动量方向相反.(它们各沿什么方向?)[提示:计算磁矩时,可把在圆周运动的电子看成是电流环]

解法:电子的电流环磁矩:

电子的角动量:



27. 一电流计线圈长a=2.0厘米，宽b=1.0厘米，N=250匝，磁极间隙内的磁感强度B=2000高斯．当通入电流I=0.10毫安时，偏转角θ=30°，求：(1)作用在线圈上的磁偏转力矩$L_{磁}$；(2)游丝的扭转常数D.

解法：依题意，由F=NIBl求得：

(1)磁矩：

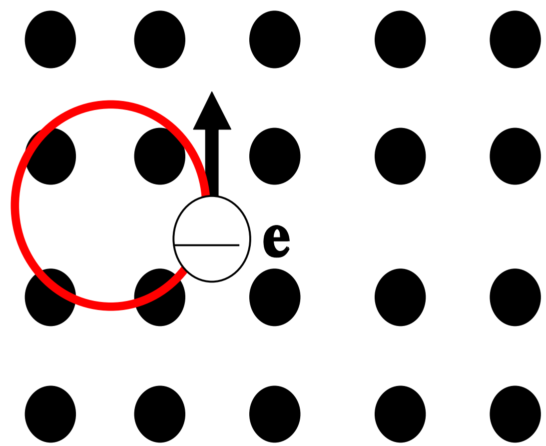
(2)游丝的弹性力矩L'平衡时：

28. 一电磁式电流计中线圈面积S=6.0厘米^2, 由50匝细导线绕成. 磁极间隙B=100高斯, 游丝的扭转常数D=0.10达因厘米/度, 求通有1.0毫安的电流时的偏转角度.

解法:依公式求得:

1 一电子在70高斯的匀强磁场中做圆周运动,圆的半径为3.0厘米.已知电子电荷e=-1.6 10-19库仑,质量9.1 10-31千克,垂直纸面向外,电子的圆轨道在纸面内(见附图).设电子某时刻在点,它的速度向上.(1)画出电子运动的圆轨道;(2)求这电子速度的大小;(3)求这电子的动能.

解法:(1)电子受洛沦兹力方向侧向力是维持做圆周运动的向心力,故轨道为一圆周.



(2)由 $F_{向} = evB = m\dfrac{v^2}{r}$ 求得:

$$v = \frac{eBr}{m} = \frac{1.6\times10^{-19}\times70\times10^{-4}\times3.0\times10^{-2}}{9.1\times10^{-31}}$$

$$= 3.7\times10^{7}(m/s)$$

(3)动能: $E_k = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}\times9.1^{-31}\times(3.7\times10^{7})^2$

$$= 6.24\times10^{-16}(J) = 3.9\times10^{3}(eV)$$

2 带电粒子穿过过饱和蒸汽时,在它走过的路径上凝结成小液滴,从而使得它运动的轨迹显示出来,这就是云室的原理.今在云室中有B=10000高斯的匀强磁场,观察到一个质子的轨迹是圆弧,半径r=20厘米,已知这粒子的电荷为1.6 10^{-19}库仑,质量为1.67 10^{-27}千克,求它的动能.

解法: $\because evB = m\dfrac{v^2}{r} \qquad \therefore v = \dfrac{eBr}{m}$

$$动能: E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{eBr}{m}\right)^2$$

$$= \frac{(1.6\times10^{-19})^2\times1^2\times(20\times10^{-2})^2}{2\times1.67\times10^{-27}}$$

$$= 3.07\times10^{-3}(J)$$

$$= 1.90\times10^{6}(eV)$$

3 测得一太阳的黑子的磁场为B=4000高斯,问其中电子以(1)5.0×10^{7}厘米/秒,(2)5.0×10^{8}厘米/秒的速度垂直于运动时,受到的洛沦兹力各为多大?回旋半径各为多大?已知电子电荷大小为1.6×10^{-19}库仑,质量为9.1×10^{-31}千克.

解法:(1)洛沦兹力 $f = evB = 1.6\times10^{-19}\times5\times10^{7}\times10^{-2}\times0.4 = 3.2\times10^{-14}(N)$

回旋半径 $evB = m\dfrac{v^2}{r}$ 由求得

$$r = \frac{mv}{Be} = \frac{9.1\times10^{-31}\times5.0\times10^{5}}{1.6\times10^{-19}\times0.4} = 7.09\times10^{-6}(m)$$

(2)同(1)的步骤计算:

$$f = evB = 3.2\times10^{-13}(N)$$

$$r = \frac{mv}{Be} = 7.1\times10^{-5}(m)$$

4 一电子的动能为10eV,在垂直于匀强磁场的平面内做圆周运动.已知磁场为高斯,电子的电荷-1.6 ×10^{-19}库仑,质量9.1×10^{-31}千克.(1)求电子的轨道半径;(2)电子的回旋周期;(3)顺着的方向看,电子是顺时针回旋吗?

解法:(1)电子轨道半径:

$$R=\frac{mv}{eB}=\frac{\sqrt{2E_k m}}{eB}=\frac{\sqrt{2\times10\times1.6\times10^{-19}\times9.1\times10^{-31}}}{1.6\times10^{-19}\times10^{-4}}=0.11(m)$$

(2)回旋周期

$$T=\frac{2\pi m}{eB}=\frac{2\times3.14\times9.1\times10^{-31}}{1.6\times10^{-19}\times10^{-4}}=3.61\times10^{-7}(s)$$

(3)电子是顺时针回旋.

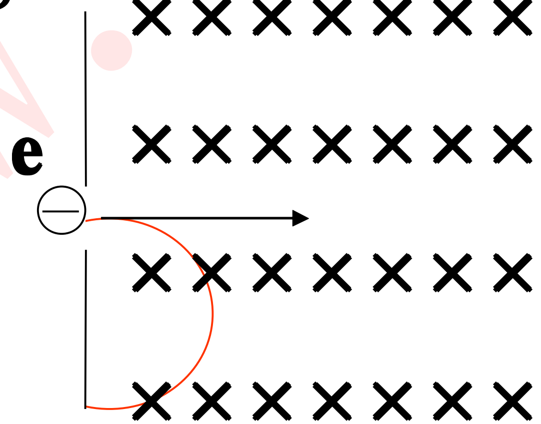
5 一带电粒子的电荷为3.2×10^{-19}库仑,质量为6.7×10^{-27}千克,速率5.4×10^{4}米/秒,在磁场中回旋半径4厘米,求磁感应强度.

解法:由 $qvB = m\dfrac{v^2}{R}$ 求得:

$$B=\frac{mv}{qR}=\frac{6.7\times10^{-27}\times5.4\times10^{4}}{3.2\times10^{-19}\times0.04}$$

$$=2.82\times10^{-2}(T)$$

6 一电子的初速度为0,经电压加速后进入匀强磁场,已知磁场的磁感应强度为B,电子电荷为-e,质量为,电子进入磁场时速度与垂直,如附图所示.(1)画出电子的轨道;(2)求轨道半径;(3)当电压3000伏,B=100高斯时,已知$e=1.6\times10^{-19}$库仑,$m=9.11\times10^{-31}$千克,求R=?



解法:(1)电子做半圆周运动,如图所示.

(2) $\because eU=\frac{1}{2}mv^2 \qquad \therefore v=\sqrt{\frac{2eU}{m}}$

轨道半径 $$R=\frac{mv}{eB}=\frac{m\sqrt{\frac{2eU}{m}}}{eB}=\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2mU}{e}}$$

(3)代入数据，$$R=\frac{1}{10^{-2}}\times\sqrt{\frac{2\times9.1\times10^{-31}\times3\times10^{3}}{1.6\times10^{-19}}}=0.0184(m)$$

7 一电子以v=3.0×10⁷米/秒的速率射入匀强磁场内,它的速度与垂直,B=10特斯拉.已知电子电荷-e=-1.6×10⁻¹⁹库仑,质量9.1×10⁻³¹千克,求这电子所受的洛沦兹力,并与它在地面所受重力加以比较.

解法:电子受洛沦兹力:

$$f = evB = 1.6\times10^{-19}\times3.0\times10^{7}\times10 = 4.8\times10^{-11}(N)$$

它与重力之比:

$$\frac{f}{mg} = \frac{4.8\times10^{-11}}{9.1\times10^{-31}\times9.8} = 5.41\times10^{18}$$

8一电子在匀强磁场中做圆周运动,频率为f=12兆赫,半径为r=0.535米.已知电子电荷e=-1.6×10^{-19}库仑,质量9.11×10^{-31}千克.求:(1)磁感应强度;(2)电子动能.

解法:(1)磁感应强度可由 $r=\dfrac{mv}{eB}$ 求得

$$B=\frac{mv}{er}=\frac{m\omega r}{er}=\frac{m\omega}{e}$$

$$=\frac{9.11\times10^{-31}\times2\times3.14\times12\times10^{6}}{1.6\times10^{-19}}=4.32\times10^{-9}(T)$$

(2)电子动能

$$E_k=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}m(2\pi fr)^2$$

$$=\frac{1}{2}\times9.11\times10^{-31}\times2^2\times3.14^2\times(12\times10^6)^2\times0.535^2=7.36\times10^{-16}(J)$$

9已知质子质量m=1.67×10^{-27}千克,电荷e=1.60×10^{-19}库仑,地球半径6370公里,地球赤道上的磁场B=0.32高斯.(1)要使质子绕赤道表面作圆周运动,其动量和能量应有多大?(2)若使质子以速率1.0×10^{7}米/秒环绕赤道表面作圆周运动,问地磁场应有多大?[提示;相对论中粒子的动量p和能量E的公式如下:$p=mv$ $\quad E=mc^2=c\sqrt{p^2+m_0^2c^2}$

m和m_0的关系式见(4.48).]

解法:(1)由 $evB=m\dfrac{v^2}{R}$ 求得:

$$v=\frac{eBr}{m}=\frac{1.6\times10^{-19}\times0.32\times10^{-4}\times6370\times10^{3}}{1.67\times10^{-27}}=1.95\times10^{10}(m/s)$$

大于光速，不可能。

$$(2)B=\frac{mv}{eR}=\frac{1.67\times10^{-27}\times1.0\times10^{7}}{1.6\times10^{-19}\times6370\times10^{3}}=1.64\times10^{-8}(T)$$

10 在一个显象管里,电子沿水平方向从南到北运动,动能是$1.2\ \ 10^4$eV.该处地球磁场在在竖直方向上的分量向下,B的大小是0.55高斯.已知电子电荷$1.6\ \ 10^{-19}$库仑,质量$9.1\ \ 10^{-31}$千克.(1)电子受地磁的影响往哪个方向偏转?(2)电子的加速度有多大?(3)电子在显象管内走20厘米时,偏转有大?(4)地磁对于看电视有没有影响?

解法:(1)答:由洛沦兹力可知,电子向东偏转.

$$(2)\ f = evB = ma \text{求得}\ a = \frac{evB}{m} = \frac{1.6\times10^{-19}\times6.5\times10^{7}\times0.55^{-4}}{9.1\times10^{-31}} = 6.3\times10^{14}(m/s^2)$$

$$(3)\ v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2\times1.2\times10^4\times1.6\times10^{-19}}{9.1\times10^{-31}}} = 6.5\times10^7(m/s)$$

电子南向北走了20厘米时, $R=v^2/a$,偏转了:

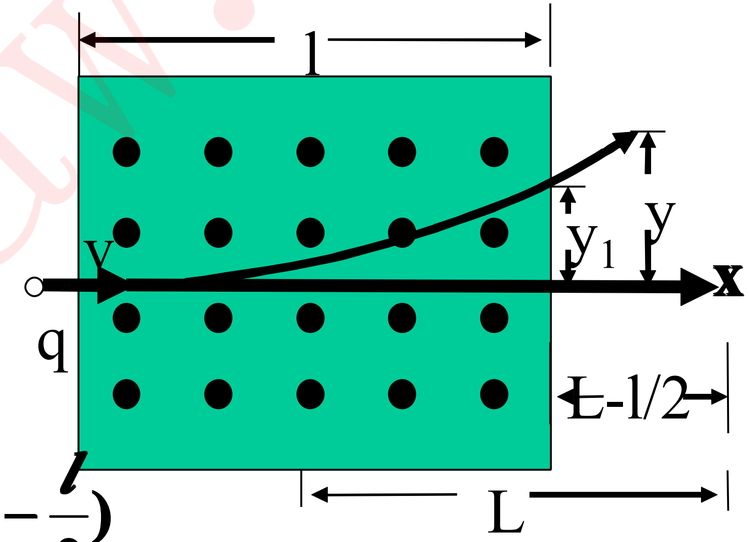
$$R - R\cos\alpha = R - \sqrt{R^2 - l^2} = \frac{v^2}{a} - \sqrt{\frac{v^2}{a} - l^2} = \frac{(6.5\times10^7)^2}{6.3\times10^{14}} - \sqrt{\frac{(6.5\times10^7)^4}{(6.3\times10^{14})^2} - 0.2^2}$$

$$= 0.003(m)$$

(4)由于阳极电压不变发射电子速度相同,每个电子都发生微小偏转,不影响电视的收视.

11 一质量为的粒子带有电量q,以速度v射入磁感应强度为B的匀强磁场,v与B垂直;粒子从磁场出来后继续前进,如附图所示.已知磁场区域在方向上的宽度为l,当粒子从磁场出来后在x方向前进的距离为L-l/2时,求它的偏转y.

解法:磁场中粒子运动半径 $R=\dfrac{mv}{qB}$ 由上题的结果粒子偏转:



$$y_1 = R-\sqrt{R^2-l^2}$$

粒子出磁场时 $tg\alpha = \dfrac{y_2}{L-l/2} = \dfrac{l}{\sqrt{R^2-l^2}}$

$$\therefore y_2 = \frac{1}{\sqrt{R^2-l^2}}\times\left(L-\frac{l}{2}\right)$$

故 $y = y_1 + y_2 = R-\sqrt{R^2-l^2}+\dfrac{1}{\sqrt{R^2-l^2}}\times\left(L-\dfrac{l}{2}\right)$

$$\approx R-R\left(1-\frac{l^2}{2R^2}\right)+\frac{l}{R}\left(1+\frac{l^2}{2R^2}\right)\left(L-\frac{l}{2}\right)=\frac{l^2}{2R^2}+\left(\frac{l}{R}+\frac{l^3}{2R^3}\right)\left(L-\frac{l}{2}\right)$$

当 $R>>l,\quad y\approx\dfrac{lL}{R}=\dfrac{lLqB}{mv}$

12 已知α粒子的质量M=6.7 10^{-27}千克,电荷q=3.2 10^{-19}库仑.它在B=1.2特斯拉的均匀磁场中沿半径为45厘米的圆周运动.(1)求它的速率v,动能E_k和回旋周期T;(2)若它原来是静止的,问需经多大的电压加速,才能达到这个速率.

解法:(1)由 α粒子的圆轨道运动公式 $qvB = M\dfrac{v^2}{R}$

$$v = \frac{qBR}{M} = \frac{3.2\times10^{-19}\times1.2\times0.45}{6.7\times10^{-27}} = 2.61\times10^{7}(m/s)$$

(2)动能 $E_k = \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{1}{2}\times6.7\times10^{-27}\times(2.61\times10^{7})^2 = 2.26\times10^{-12}(J)$

周期 $T = \dfrac{2\pi R}{v} = \dfrac{2\pi M}{qB} = \dfrac{2\times3.14\times6.7\times10^{-27}}{3.2\times10^{-19}\times1.2} = 1.11\times10^{-7}(s)$

(3)原电势差为U的动能: $\dfrac{1}{2}Mv^2 = qU$

$$U = \frac{Mv^2}{2q} = \frac{0.5\times6.7\times10^{-27}\times(2.61\times10^{7})^2}{2\times3.2\times10^{-19}} = 7.11\times10^{6}(V)$$

13 已知氘核的质量比质子大一倍,电荷与质子相同;α粒子的质量是质子质量的四倍,电荷是质子的二倍.(1)问静止的质子,氘核和α粒子经过相同电压加速后,它们的动能之比是多大?(2)当它们经过这样加速后进入同一均匀磁场时,测得圆轨道的半径为10 厘米,问氘核和α粒子轨道的半径各为多大?

解法:(1)质子,氘核和α粒子的动能分别为q_1U, q_2U, q_3U

动能之比为: $q_1U: q_2U: q_3U= q_1: q_2: q_3=1:1:2$

(2)质子圆运动方程为:

$$qvB=\frac{mv^2}{R} \quad \therefore R=\frac{mv}{Bq}$$

$$故\ \frac{R_2}{R_1}=\frac{m_2v_2/q_2B}{m_1v_1/q_1B}=\frac{m_2v_2q_1}{m_1v_1q_2}=\frac{q_1}{q_2}\sqrt{\frac{2m_2q_2U}{2m_1q_1U}}=\sqrt{\frac{m_2}{m_1}}=\sqrt{\frac{2m_1}{m_1}}=\sqrt{2}$$

$$\therefore R_2=\sqrt{2}R_1 \qquad R_3=\sqrt{2}R_1$$

14一氘核在B=1.5特斯拉的均匀磁场中运动,轨迹是半径为40厘米的圆周.已知氘核的质量为3.34 ×10^{-27}千克,电荷为1.60×10^{-19}库仑.(1)求氘核的速度和走半圈所需的间;(2)需要多高的电压才能把氘核从静止加速到这个速度?

解法:(1)由 $qvB = m\dfrac{v^2}{R}$ **得:**

$$v = \frac{qBR}{m} = \frac{1.60\times10^{-19}\times1.5\times0.4}{3.34\times10^{-27}} = 2.9\times10^{7}(m/s)$$

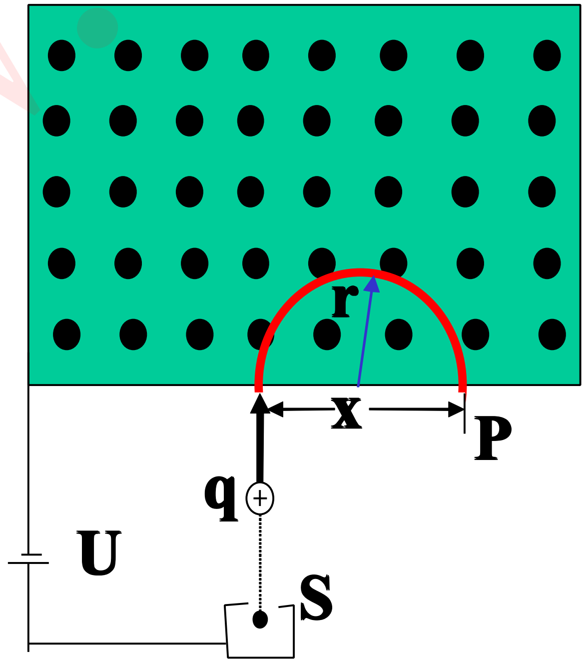
所需时间$t = \dfrac{T}{2} = \dfrac{2\pi R}{2v} = \dfrac{\pi R}{v} = \dfrac{3.14\times0.4}{2.9\times10^{7}} = 4.8\times10^{-8}(s)$

(2)依公式$qU = \dfrac{1}{2}mv^2$得

$$U = \frac{mv^2}{2q} = \frac{3.34\times10^{-27}\times(2.9\times10^{7})^2}{2\times1.60\times10^{-19}} = 8.6\times10^{6}(V)$$

15 一质谱仪的构造原理如附图所示,离子源S产生质量为M,电荷为q的离子,离子产生出来时速度很小,可以看作是静止的,离子产生出来后经过电压U加速,进入磁感应强度为B的均匀磁场,沿着半圆周运动而达到记录它的照相底片P上,测得它在P上的位置到入口处的距离为x,证明离子的质量为:

$$M=\frac{qB^2}{8U}x^2$$



解法:离子进入磁场的速度可由

$$qU=\frac{1}{2}Mv^2 \quad \text{求得:} v=\sqrt{\frac{2qU}{M}}$$

依离子圆周运动公式 $qvB=M\frac{v^2}{R}$

$$\therefore v=\frac{qBR}{M}=\frac{qB\,x/2}{M}=\frac{qBx}{2M}$$

把前面代入上式: $\frac{qBx}{2M}=\sqrt{\frac{2qv}{M}}$ 　　故: $M=\frac{qB^2}{8U}x^2$

16 如上题,以钠离子做实验,得到数据如下:加速电压U=705伏,磁感应强度B=3580高斯,x=10厘米.求钠离子的荷质比q/M.

解法:参考15题求解荷质比:

$$\frac{q}{M}=\frac{8U}{B^2x^2}=\frac{8\times705}{(3580\times10^{-4})^2\times(10\times10^{-2})^2}$$

$$=4.39\times10^6(C/kg)$$

17已知碘离子所带电荷q=1.6×10^{-19}库仑,它在B=4.5 ×10^{-2}特斯拉的均匀磁场中作圆周运动时,回旋七周的时间为1.29×10^{-3}秒,求碘离子的质量.

解法:可由$qvB=\dfrac{mv^2}{R}$ 和 $T=\dfrac{2\pi R}{v}$ 求得

$$m=\frac{TqB}{2\pi}=\frac{1.29\times10^{-3}\times1.6\times10^{-19}\times0.045}{7\times2\times3.14}$$
$$=2.12\times10^{-25}(kg)$$

18 一回旋加速器D形电极圆周的最大半径R=60厘米,用它来加速质量为1.67 10^{-27}千克,电荷为1.6 10^{-19}库仑的质子,要把质子从静止加速到4.0MeV的能量.(1)求所需的磁感应强度;(2)设两形电极间的距离为1.0厘米电压为20000伏,其间电场是均匀的,求加速到上述能量所需的时间.

解法:(1)由 $qvB=\dfrac{mv^2}{R}$ **求得:**

$$B=\frac{mv}{qR}=\frac{m}{qR}\sqrt{\frac{2E_k}{m}}=\frac{\sqrt{2mE_k}}{qR}=\frac{\sqrt{2\times1.67\times10^{-27}\times4\times10^{6}\times1.6\times10^{-19}}}{1.6\times10^{-19}\times0.6}=0.483(T)$$

(2)设获得上述能量转了n周:

故在形盒内时间为nT,在缝隙的时间为t,则

$$nT=n\frac{2\pi m}{qB}\qquad \because 2nqv=E\qquad \therefore n=\frac{E}{2qv}$$

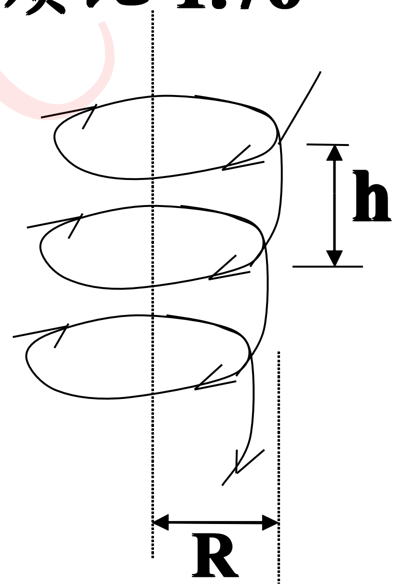
$$\therefore nT=n\frac{\pi mE}{q^2Bv}=\frac{3.14\times4\times10^{6}\times1.6\times10^{-19}\times1.67\times10^{-27}}{(1.6\times10^{-19})^2\times0.48\times2.0\times10^{4}}=1.37\times10^{-5}(s)$$

电子通过缝隙2n次,故走过总路程:2nd=0.5at², $qE=ma,E=\dfrac{U}{d},a=\dfrac{qU}{md}$

$$t=\sqrt{\frac{4nd}{a}}=\frac{\sqrt{2Em}}{qU}d=\frac{\sqrt{2\times4.0\times10^{6}\times1.6\times10^{-19}\times1.67\times10^{-27}}}{1.6\times10^{-19}\times2\times4.0}\times1.0\times10^{-2}=0.014\times10^{-5}(s)$$

故总时间: $nT+t=(1.38+0.014)\times10^{-5}=1.394\times10^{-5}(s)$

19 一电子在B=20高斯的磁场里沿半径R=20厘米的螺旋线运动,螺距h=5.0厘米,如附图.已知电子的荷质比 1.76 10^{11}库仑/千克.求这个电子的速度.



解法:由螺距公式: $h = v_{//}T = v_{//} \times \dfrac{2\pi m}{eB}$

$$\therefore v_{//} = \frac{eBh}{2\pi m}$$

由圆轨道半径: $R = \dfrac{mv_{\perp}}{eB} \qquad \therefore v_{\perp} = \dfrac{eRB}{m}$

因而: $v = \sqrt{v_{//}^2 + v_{\perp}^2} = \dfrac{eB}{m}\sqrt{\dfrac{h^2}{4\pi^2} + R^2}$

$$= \frac{1.6\times10^{-19}\times0.02}{9.1\times10^{-31}}\sqrt{\frac{0.05^2}{4\times3.14^2} + 0.2^2}$$

$$= 7.59\times10^{6}(m/s)$$

20 正电子的质量与电子相同,都是9.11 10-31千克,所带电量也和电子相同都是1.60 10-19库仑,但和电子不同,它带的是正电.有一个正电子,动能为2000eV,在B=1000高斯的匀强磁场中运动,它的速度v和B成90⁰,所以它沿一条螺旋线运动.求这螺旋运动的(1)周期;(2)半径和(3)螺距.

解法:把分解水平分量,竖直分量 $v_{\perp} = v\sin\alpha \quad v = \sqrt{\dfrac{2E_k}{m}} = 2.65\times10^{7}(m/s)$

由 $ev_{\perp}B = \dfrac{mv^2}{R} \qquad T = \dfrac{2\pi R}{v_{\perp}} = \dfrac{2\pi R}{v\sin\alpha}$

运动周期: $T = \dfrac{2\pi m}{eB} = \dfrac{2\times3.14\times9.11\times10^{-31}}{1.60\times10^{-19}\times0.1} = 3.61\times10^{-10}(s)$

运动半径: $r = \dfrac{Tv_{\perp}}{2\pi} = \dfrac{Tv\sin80^{0}}{2\pi} = \dfrac{3.61\times10^{-10}\times2.65\times10^{7}}{2\times3.14}$

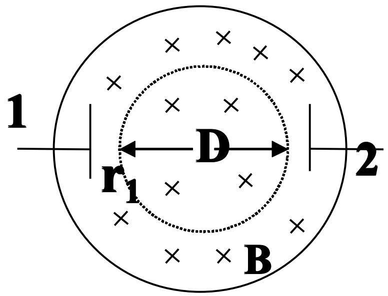
$= 1.51\times10^{-3}(m)$

运动螺距: $h = v_{//}T = v\cos80^{0}T = 2.65\times10^{7}\times\cos80^{0}\times3.61\times10^{-10}$

$= 1.67\times10^{-3}(m)$

21 附图是微波技术中用的一种磁控管的示意图.一群电子在垂直于磁场的平面内作圆周运动.在运行过程中它们时而接近电极1,而接近电极2,从而使两电极的电位差作周期性变化.试证明电压变化的频率为$eB/2\pi m$,电压的幅度为$U_0=\frac{Ne}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_1+D})$,式中e是电子电荷的绝对值,m为电子的质量,D是圆形轨道的半径,r_1是电子群最靠近某一电极的距离,N是这群电子的数目.

解法:依题意可知,电子运动频率与电压同步,故:$f=\frac{1}{T}=\frac{eB}{2\pi m}$



电极1的电势:$U_1=\frac{-Ne}{4\pi\varepsilon_0 r_1}$

电极2的电势:$U_2=\frac{-Ne}{4\pi\varepsilon_0(r_1+D)}$

故两电极电势差:$\Delta U=U_2-U_1=\frac{Ne}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_1+D})$

故原命题得证.

22 空间某一区域里有E=1500伏/米的电场和B=4000高斯的磁场,这两个场作用在一个运动电子上的合力为0.(1)求这个电子的速率;(2)画处和三者的相互方向.

解法:(1)由电力和磁力平衡:

$$-eE = evB\sin\alpha$$

$$\therefore \left|v\sin\alpha\right| = \frac{E}{B} = \frac{1500}{0.4} = 3750(m/s)$$

即电子垂直磁场方向的速率为3750m/s.

(2)从上分析可知, $\vec{E}\perp\vec{B},$ **而v的方向不唯一.**

23 空间某一区域有均匀电场E和均匀磁场B,E和B的方向相同,一电子(质量为m,电荷为e)在这场中运动,分别在下列情况下求电子的加速度和电子的轨迹;开始时(1)v与E方向相同;(2)v与E方向相反;(3)v与E方向垂直.

解法: (1)当$v // E$时,即$v // B$,磁力为零,只有电场力:$eE = ma$

电子作匀减速运动.

(2)此时电子作匀加速直线运动,其加速度$a = \dfrac{eE}{m}$

(3)由$F = qv \times B + qE = ma$

x方向$eE = ma_x = m\ddot{x}$ $x = \dfrac{1}{2}a_x t^2 = \dfrac{eE}{2m}t^2$

y方向 $y = Rv\dfrac{eE}{m}t^2$

z方向 $z = Rv\dfrac{eE}{m}t^2$

24空间某一区域有均匀电场E和均匀磁场B,E和B的方向相同,一电子(质量为m,电荷为e)在这场中运动,开始时速度为v,v与E之间的夹角为α,求电子的加速度和轨迹.

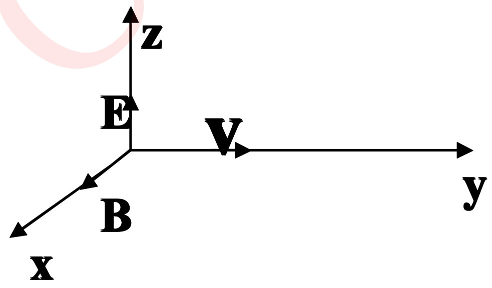
解法： v在E方向分量$v\cos\alpha$,与垂直分量$v\sin\alpha$,故

速度在E方向分量为$\dfrac{eE}{m}$

加速度在E垂直分量为$\dfrac{ev\sin\alpha B}{m}$

电子仍作螺距不等的螺旋运动.

25空间有互相垂直的均匀电场E和均匀磁场B,B沿x方向,E沿z方向一电子开始时以初速度v沿y方向前进(见附图),电子运动的轨迹如何?



解法: 依次可列牛顿运动方程 $-eE - ev \times B = m\dfrac{dv}{dt}$

$$m\frac{dv_y}{dt} = -ev_z B \qquad m\frac{dv_z}{dt} = -eE - ev_y B$$

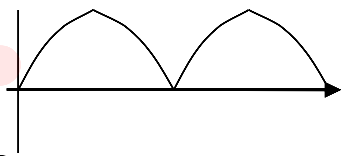
由下式求导代入上式 $:\dfrac{d^2 v_z}{dt^2} + \dfrac{e^2B^2}{m^2} v_z = 0 \overset{特解}{\Rightarrow} v_z = A\sin\omega t$ $\quad$ (令 $\omega = \dfrac{eB}{m}$)

积分 $z = \dfrac{A}{\omega}(1 - \cos\omega t)$

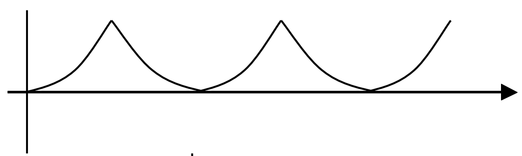
同理 $v_y = \dfrac{mA\sin\omega t + eE}{eB} = A\cos\omega t + \frac{E}{B} \overset{特解}{\Rightarrow} A = v - \dfrac{E}{B}$

积分 $y = \dfrac{mA\sin\omega t + eEt}{eB} = \dfrac{A}{\omega}\sin\omega t + \dfrac{E}{B}t$

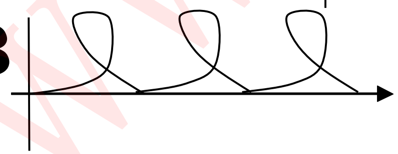
讨论:1)v>2E/B,为



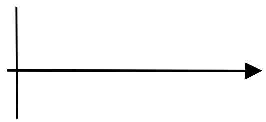
2)v=2E/B



3)v<2E/B



4)v=E/B,A=0,为直线



4.5.26 设氢原子中的电子沿半径为的圆轨道绕原子核运动.如把氢原子放在磁感应强度为的磁场中,使电子的轨道平面与垂直,假定不因而改变,则当观察者顺着方向看时,(1)若电子沿顺时针方向旋转,问电子的角频率(或角速率)是增大还是减小?(2)若电子沿逆时针方向旋转,问电子的角频率是增大还是减小?

解法:

(1)未加磁场时电子作圆周运动的频率 $e^2/4\pi\xi_0 r^2=mr\omega_0^2$

加磁场时: $(e^2/4\pi\xi_0 r^2)+evB= mr\omega'^2$

设半径不变时: $\omega'>\omega_0$

(2)第二种情况: $e^2/4\pi\xi_0 r^2 - evB= mr\omega''^2$

若半径不变: 则 $\omega'<\omega_0$

4.5.27 设电子质量为,电荷为,以角速度绕带正电的质子作圆周运动.当加上外磁场,的方向与电子的轨道平面垂直时,设电子的轨道半径不变,而角速度则变为.证明:电子角速度的变化近似等于

解法:无外磁场时电子的圆频率为 $e^2/4\pi\xi_0 r^2=mr\omega^2$

加外磁场时可能 $e^2/4\pi\xi_0 r^2+evB= mr\omega_1'^2$

可能 $e^2/4\pi\xi_0 r^2-evB= mr\omega_2'^2$

求得 $evB=e\omega rB=mr(\omega'^2-\omega^2)$

或 $-evB=-e\omega rB=mr(\omega'^2-\omega^2)$

归结在一起:

$\pm evB=mr(\omega'^2-\omega^2)=m(\omega'-\omega)(\omega'-\omega)=m2\omega(\omega'-\omega)$

$\therefore\quad \nabla\omega=\omega'-\omega=\pm e\omega B/2m\omega=\pm eB/2m$

4.5.28 一铜片厚为毫米,放在特斯拉的磁场中,磁场的方向与铜片表面垂直(见附图).已知铜片里每立方厘米有个自由电子,每个电子的电荷库仑,当铜片中有安培的电流时,(1)求铜片两侧的电位差.(2)铜片宽度对有无影响?为什么?

解法:(1)

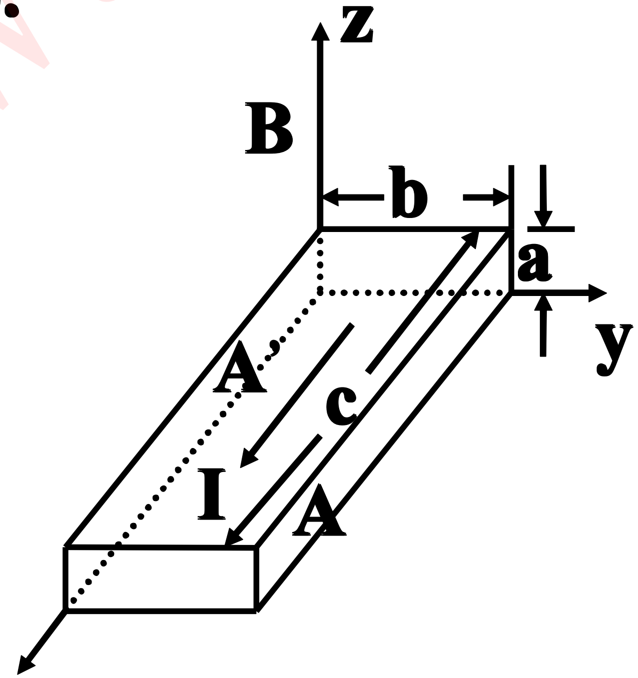
$$U_{aa'}=IB/nqd=(200*1.5)/(-8.4*10^{22}*1.6*10^{-19}*10^{-3})=-22\text{ 伏}$$

（2）

由 $U_{aa'}= IB/nqd$ 看出

$U_{aa'}$ 与 b 无关。

4.5.29一块半导体样品的体积为,如附图所示,沿方向有电流,在轴方向加有匀强磁场.这时实验得出的数据为厘米,厘米,厘米,毫安,高斯片两侧的电位差毫伏.(1)问这半导体是正电荷导电(型)还是负电荷导电(型)?(2)求载流子浓度(即单位体积内参加导电的带电粒子数).



解法:(1)$U_{AA'}=U_A-U_{A'}=6.55*10^{-3}$ 伏 〉0

$\therefore U_A > U_{A'}$

故载流子带正电,即P型材料.

(2) $U_{AA'}=IB/nqd$

$n= IB/ U_{AA'}qd=$

$(1.0*10^{-3}*3000*10^{-4})/(1.6*10^{-19}*10^{-3}*6.55*10^{-3})=2.92*10^{20}$

4.5.30 一长直导线载有电流安,在离它厘米处有一电子以速率米/秒运动.已知电子电荷的数值为库仑求下列情况下作用在电子上的洛沦兹力:(1)平行于导线电流;(2)垂直于导线并向着导线;(3)垂直于导线和电子所构成的平面.

解法: (1) $\because \vec{v} \perp \vec{B}$ 故 $F=evB=ev\mu_0 I/2\pi r=$

$(1.6*10^{-19}*1.0*10^{7}*4\pi*10^{-7}*50)/(2\pi*0.05)=3.2*10^{-16}$ 牛顿

沿轴的径向，方向与电流方向相同

（2） $F=evB=ev\mu_0 I/2\pi r=3.2*10^{-16}$ 牛顿

（3）$\vec{v} \parallel \vec{B}$ 时 $f=q\ \vec{v}*\vec{B}=0$

第五章

1。一横截面积为S=20cm²的空心螺绕环，每厘米长度上绕有50匝，环外绕有N=5匝的副线圈，副线圈与电流计G串联，构成一个电阻为R=2.0欧的闭合回路。今使螺绕环中的电流每秒减少20安培，求副线圈中的感应电动势 ε 和感应电流。

由安培环路定理求得螺绕环内的磁场为 $B=\mu_0 nI$

通过副线圈的磁通匝链数为 $\psi=N\phi=NBS$

由法拉第电磁感应定律求电动势:

$$\varepsilon=\left|-\frac{d\psi}{dt}\right|=NS\frac{dB}{dt}=\mu_0 nNS\frac{dI}{dt}$$

$$=4\pi\times10^{-7}\times50\times10^{2}\times20\times10^{-4}\times5\times20$$

$$=1.26\times10^{-3}(V)$$

感应电流为:

$$I=\frac{\varepsilon}{R}=\frac{1.26\times10^{-3}}{2.0}=6.3\times10^{-4}(A)$$

2.一正方形线圈每边长100毫米,在地磁场中转动,每秒转30圈,转轴通过中心并与一边平行,且与地磁场B垂直.

(1)线圈法线与地磁场B的夹角为什么值时,线圈中产生的感应电动势最大?

(2)设地磁场的B=0.55高斯,这时要在线圈中最大产生10毫伏的感应电动势,求线圈的匝数N.

(1) t=0,线圈平面与B垂直,则:任意时刻 $\phi = BS\cos\omega t$

故: $$\varepsilon = -N\frac{d\phi}{dt} = -N\frac{d}{dt}\left(BS\cos\omega t\right) = NBS\omega\sin\omega t$$

当 $\omega t = \frac{\pi}{2}$ 时,电动势最大.即 $\varepsilon_0 = NBS\omega$..

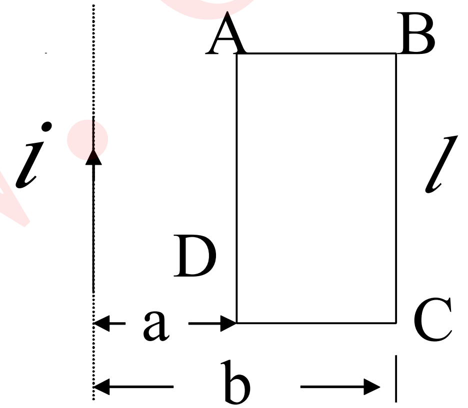
(2)

$$N = \frac{\varepsilon_0}{BS\omega} = \frac{10\times10^{-3}}{0.55\times10^{-4}\times0.1^2\times30\times2\times3.14} \approx 96(\text{匝})$$

3. 如附图所示,一很长的直导线有交变电流 $i = I_0 \sin \omega t$,它旁边有一长方形线圈ABCD,长为 l ,宽为(b-a),线圈和导线在同一平面内. 求:

(1) 穿过回路ABCD的磁通量ϕ;

(2) 回路ABCD中的感应电动势ε.



解法: (1). 直流电的磁场 B= $\dfrac{\mu_0 i}{2\pi r}$

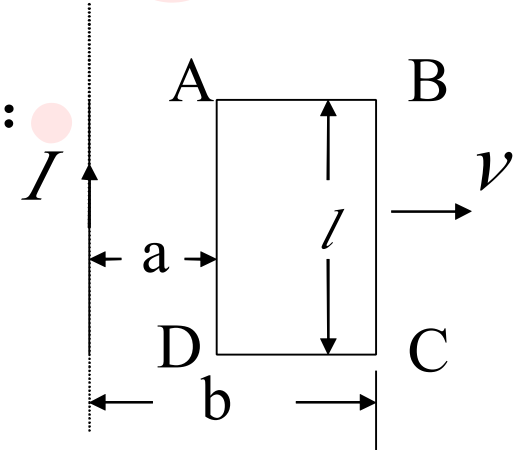
故回路中的磁通:

$$\phi = \int B \cdot ds = \int_a^b \frac{\mu_0 i}{2\pi r} l dr = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{b}{a} i = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \ln \frac{b}{a} I_0 \sin \omega t$$

(2) 回路中的电动势:

$$\varepsilon = \left| -\frac{d\phi}{dt} \right| = \frac{\mu_0 l I_0 \omega}{2\pi} (\ln \frac{b}{a}) \cos \omega t.$$

4. 一长直导线载有5.0安直流电流，旁边有一个与它共面的矩形线圈，长 l=20厘米，如附图所示，a=10厘米，b=20厘米；线圈共有N=1000匝，以 v=3.0米/秒的速度离开直导线。求线圈里的感应电动势的大小及方向。



解法：直流电的磁场：B= $\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$,线圈内的磁通：

$$\phi=\int B\cdot ds=\int_{a+vt}^{b+vt}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}dr=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{b+vt}{a+vt}$$

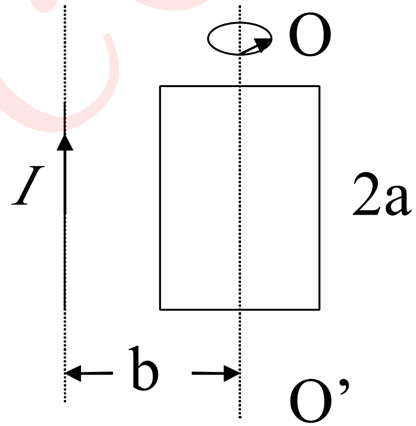
t= 0时的电动势：

$$\varepsilon=\left|-N\frac{d\phi}{dt}\right|=\frac{\mu_0 IlNv(b-a)}{2\pi(a+vt)(b+vt)}$$

t =0时的电动势：

$$\varepsilon=\frac{4\pi\times10^{-7}\times5\times0.2\times1000\times3.0\times(0.2-0.1)}{2\pi\times(0.1+0)(0.2+0)}=3.0\times10^{-3}(\text{伏特})$$

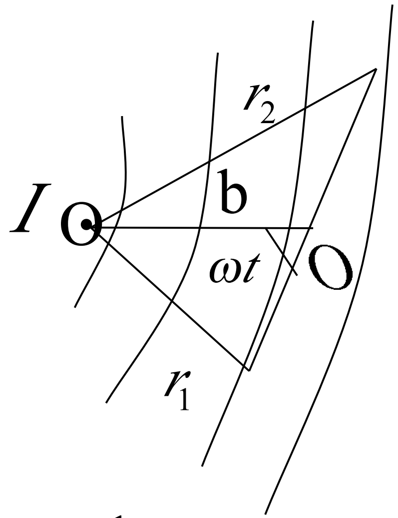
5. 如附图，电流强度为 I 的长直导线的附近有正方形线圈中心轴 $\overline{OO}$'以匀角速度 ω 旋转，求线圈中的感应电动势。以知正方形边长为2a，$\overline{OO}$'轴与长导线平行，相距为b。



解法：依题意作t时刻的线圈位置如图所示：

$$r_1=\sqrt{a^2+b^2-2ab\cos\omega t},\ r_2=\sqrt{a^2+b^2+2ab\cos\omega t}$$

$$\phi(t)=\int_{r_1}^{r_2} B\cdot ds=\int_{r_1}^{r_2}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}adr=\frac{\mu_0 Ia}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1}$$



线圈中的电动势大小：

$$\varepsilon=\left|-\frac{d\phi}{dt}\right|$$

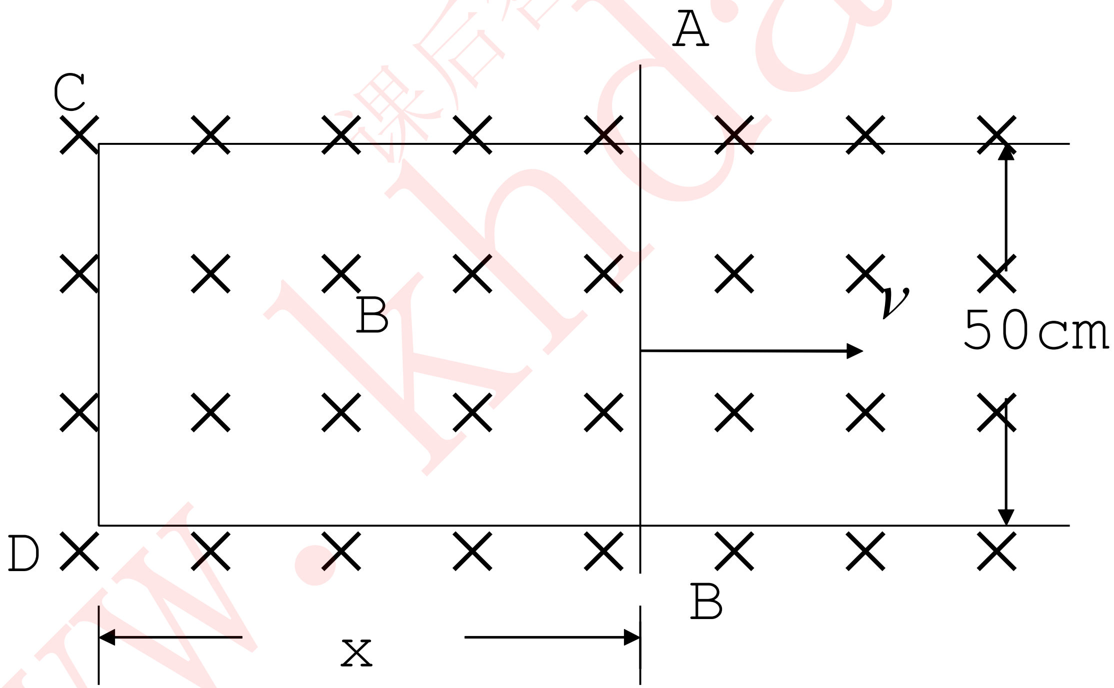
$$=\frac{\mu_0 Ia^2\omega b}{\pi}\left(\frac{1}{a^2+b^2-2ab\cos\omega t}+\frac{1}{a^2+b^2+2ab\cos\omega t}\right)$$

6. 附图中导体棒AB与金属轨道CA和DB接触，整个线框放在**B=0.50**特拉斯的均匀磁场中，磁场方向与图面垂直。

（1）若导体棒以4.0米/秒的速度向右运动，求棒内感应电动势的大小；

（2）若导体棒运动到某一位置时，电路的电阻为0.20欧，求此时棒所受的力。摩擦力可不计。

（3）比较外力作功的功率和所消耗的热功率。



解法：

（1） 设棒长AB=l，则t时刻磁通：$\phi = B\cdot S = Blx$

电动势：

$$\varepsilon = \left|-\frac{d\phi}{dt}\right| = Bl\frac{dx}{dt} = Blv = 0.5\times0.5\times4.0 = 1.0（伏特）$$

（2）又安培公式，求安培力：

$$F = BlI = Bl\frac{\varepsilon}{R} = 0.5\times0.5\times\frac{1.0}{0.2} = 1.25(牛顿)$$

（3）外力功率：$P_{外} = Fv = 1.25\times4.0 = 5.0(瓦特)$

电流热功率：$P_{热} = I^2R = (\frac{\varepsilon}{R})^2\cdot R = \frac{\varepsilon^2}{R} = \frac{1.00^2}{0.2} = 5.0(瓦特)$

上面两功率相等，符合能量守恒定律。

7. 闭和线圈共有N匝，电阻为R。证明：当通过这线圈的磁通改变 $\Delta\phi$ 时，线圈内通过的电量为：

$$\Delta q = \frac{N\Delta\phi}{R}$$

解法：电路的电动势： $\varepsilon = N\frac{d\phi}{dt}$

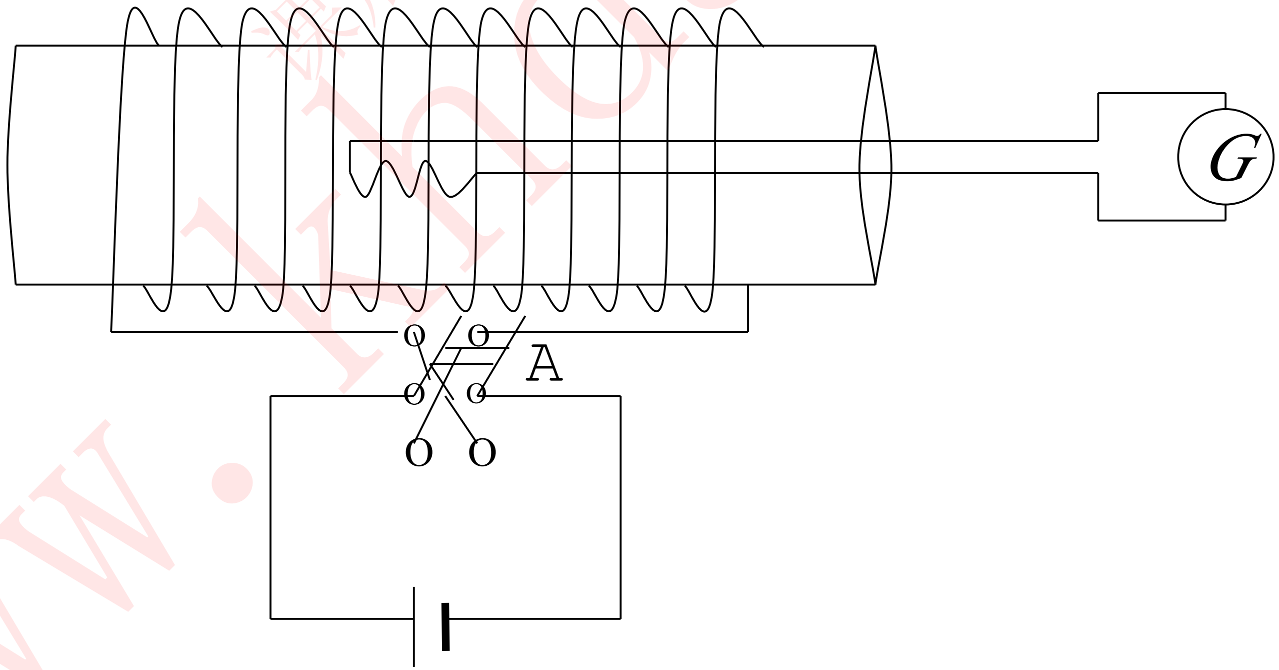
电流为：$i = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{N}{R}\frac{d\phi}{dt}$

$$\therefore\ idt = \frac{N}{R}d\phi$$

$$\int_0^{\Delta t} idt = \frac{N}{R}\int_{\phi}^{\phi+\Delta\phi} d\phi\ ,\quad \int_0^{\Delta q} dq = \frac{N}{R}\int_{\phi}^{\phi+\Delta\phi} d\phi$$

$$\therefore\ \Delta q = \frac{N}{R}\Delta\phi$$

8. 附图所示为了测量螺线管中磁场的一种装置。把一个很小的测量线圈放在待测处，这线圈与测量电量的冲击电流计串联。冲击电流计是一种可测量电量的仪器（详见本章5.2节）。当用反向开关K使螺线管的电流反向时，测量线圈中就产生感应电动势从而产生电量Δq的迁移；由G测出Δq就可以测出线圈所在处的B。已知测量线圈有2000匝，它的直径为2.5厘米，它和G串联回路的电阻为1000欧，在K反向时测得$\Delta q=2.5\times10^{-7}$库仑求被测出的感应电动势。



解法:

由于电流正反向,故$\Delta\phi = 2B\cdot S$

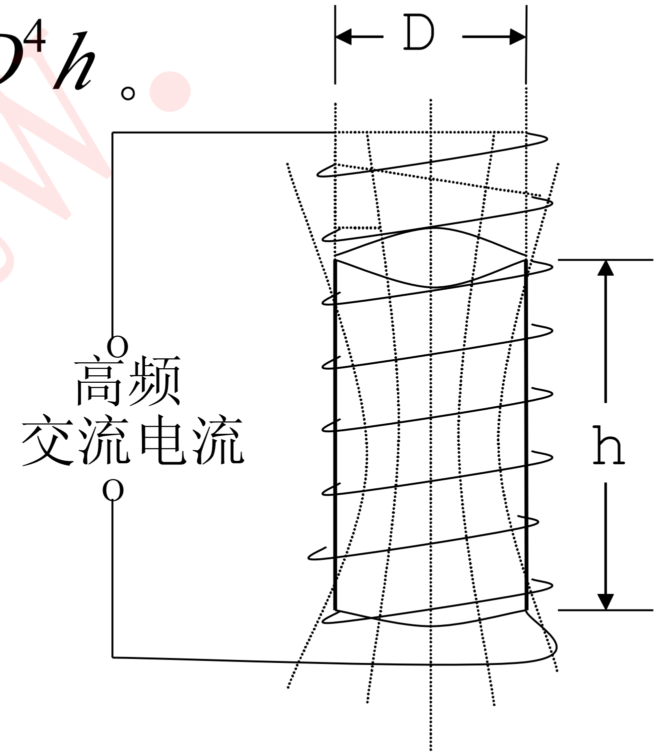
由7题的结论可知:

$$\Delta q = \frac{N}{R}\Delta\phi = \frac{2N}{R}BS$$

$$\therefore B = \frac{R\Delta q}{2NS} = \frac{1000\times2.5\times10^{-7}}{2\times2000\times3.14\times(\frac{2.5}{2}\times10^{-2})}$$

$$=1.3\times10^{-4}(\text{特斯拉})$$

9．如附图，将一个圆柱形金属块放在高频感应炉中加热。设感应炉的线圈产生的磁场是均匀的，磁感应强度的方均值为B，频率为f。金属柱的直径和高分别为D和h，电导率为σ，金属柱的柱平行于磁场。设涡流产生的磁场可以忽略，试证明金属柱内涡流产生的热功率为 $P=\frac{1}{32}\pi^3 f^2\sigma B^2 D^4 h$。



解法：在柱坐标中，r--r+dr内的瞬时功率：

$$dp = \frac{\varepsilon^2}{dR}$$

$$dR = \rho\frac{l}{ds} = \rho\frac{2\pi r}{hdr}$$

$$\therefore dp = \frac{\left(\frac{d\phi}{dt}\right)^2}{\rho\,\frac{2\pi r}{hdr}} = \frac{\left[\frac{d}{dt}\left(B_m \sin\omega t \cdot \pi r^2\right)\right]^2}{\rho\, 2\pi r} \cdot hdr$$

$$= \frac{\pi^2 B_m^2 \omega^2 \cos^2 \omega t r^4 \cdot hdr}{\rho 2\pi r}$$

$$= \frac{\pi}{2}\frac{B_m^2 (2\pi f)^2 \cdot \cos^2 \omega t \cdot r^3 hdr}{\rho}$$

$=$ [illegible]

总共率为: $$p=\int_0^{\frac{D}{2}} 2\pi^2 h\sigma B_m^2 f^2 \cos^2 2\pi ft\cdot r^3 dr$$

$$=2\pi^2\sigma B_m^2 f^2\cos^2 2\pi ft\int_0^{\frac{D}{2}} r^3 dr$$

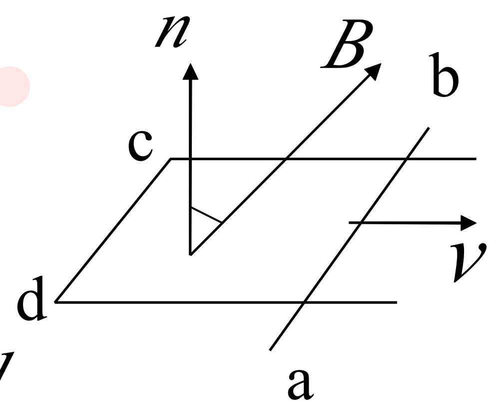
$$=\frac{1}{32}\pi^2 h\sigma f^2 D^4 B_m^2 \cos^2(2\pi ft)$$

周期内的平均功率:

$$P=\frac{1}{T}\int_0^T pdt=\frac{1}{32}\pi^2 h\sigma f^2 D^4 B_m^2\cdot\frac{1}{T}\int_0^T(\frac{1+\cos 4\pi ft}{2})^2 dt$$

$$=\frac{1}{64}\pi^2 h\sigma f^2 D^4 B_m^2$$

1. 如附图所示，线圈abcd放在B=6.0 ×10^{3}高斯的均匀磁场中，磁场方向与线圈平面法向线的夹角 $a=60^0$, ab长为1.0米, 可左右活动. 今将ab以 $v=2.0$米/秒 向右运动，求感应电动势的大小及感应电流的方向。



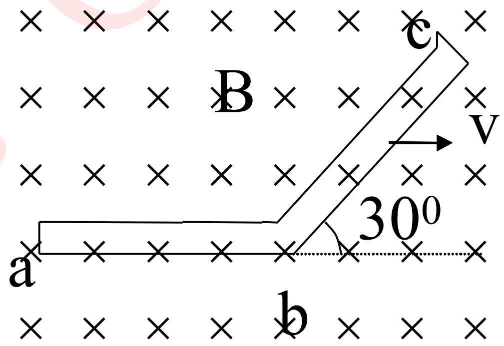
解法：依题意可知：$\vec{v}\times\vec{B}$沿着从b指向a的方向，即感应电动势的方向。

$$\varepsilon=\int_b^a(\vec{v}\times\vec{B})\cdot\vec{dl}=\int_b^a vB\sin(\frac{\pi}{2}-\alpha)dl$$

$$=vB\cos\alpha l=5.0\times0.6\times\cos60\times1.0=1.5(伏)$$

2. 两段导线ab=bc=10厘米,在b处相接而成30^0角.若使导线在匀强磁场中以速率 v =1.5米/秒运动,方向如图所示,磁场方向垂直图面向内, B=2.5×10^2高斯,问ac间的电位差是多少,哪一端高.

解法:由题意可求得动生电动势:



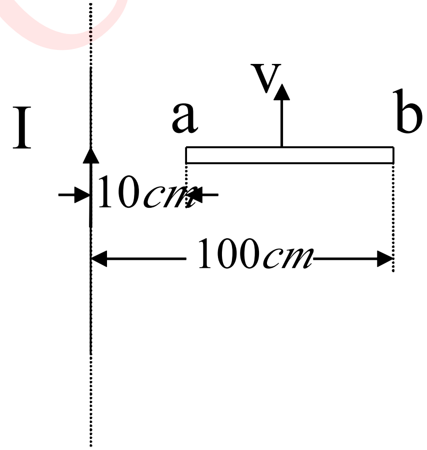
$$\varepsilon=\int_a^c(\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot d\mathbf{l}=\int_a^b(\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot d\mathbf{l}+\int_b^c(\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot d\mathbf{l}$$

$$=0+v\cos60^0=1.5\times2.5\times10^{-2}\times0.1\times0.5$$

$$=1.86\times10^{-3}(伏)$$

电动势方向由b指向c,c端的电势高.

3. 如图,金属棒ab以v=2.0米/秒的速率平行于直导线运动,此导线电流I=40安培.求棒中感应电动势大小.哪一端的电位高?



解法:依题意可求得r-r+dr的电动势:

$$d\varepsilon=(\mathbf{v}\times\mathbf{B})\cdot d\mathbf{r}=\text{-vBdr}=\text{-v}\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi r}dr$$

故棒中的电动势为:

$$\varepsilon=\int_{0.1}^{1}-\frac{\mu_0 vI}{2\pi r}dr=\frac{4\pi\times10^{-7}}{2\pi}vI\ln\frac{1}{0.1}$$

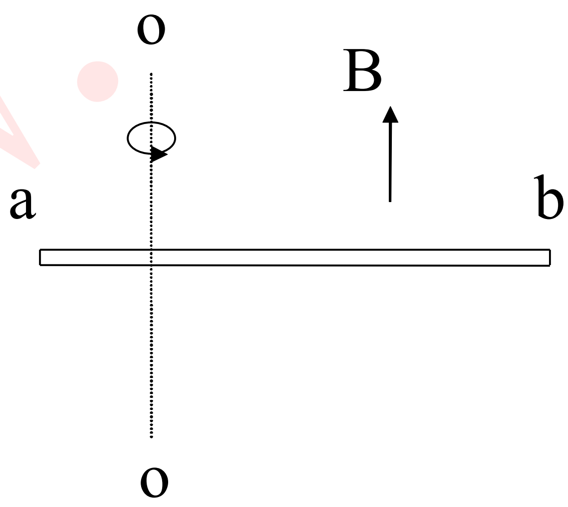
$$=-2\times10^{-7}\times2.0\times40\times\ln10=-3.68\times10^{-5}(\text{伏特})$$

A端的电势高.

4. 如附图一金属棒长为0.50米水平放置,以长度的1/5处为轴,在水平面内旋转,每秒转两转.已知该处地磁场在竖直方向上的分量B= 0.50高斯,求a、b两端的电位差.

解法:由棒长 l 在均匀磁场中旋转电动势公式:

$$\varepsilon=\frac{1}{2}\omega B l^2$$



可求得:

$$\varepsilon_1=\frac{1}{2}\omega B\times(\frac{4}{5}l)^2=\frac{8}{25}\omega B l^2$$

$$\varepsilon\ \ =\frac{1}{2}\omega B\times(\frac{1}{5}l)^2=\frac{1}{50}\omega B l^2$$

b端电势高

故:棒中电动势:

$$\varepsilon=\varepsilon_1-\varepsilon_2=\frac{15}{50}\omega B l^2=0.3\omega B l^2$$

$$=0.3\times6\times3.14\times0.5\times10^{-4}\times0.5^2$$

$$=4.71\times10^{-5}(\text{伏特})$$

5. 只有一根辐条的轮子在外磁场B中转动,轮轴与B平行，如附图所示．轮子和辐条都是导体，辐条长为R,轮子每秒转N圈．两根导线a和b通过各自的刷子分别与轮轴和轮边接触.

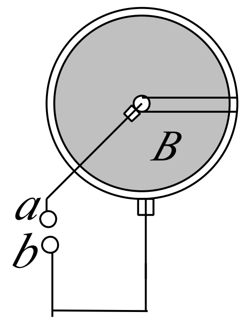
(1) 求a、b间的感应电动势;

(2)若在a、b间接一电阻,使辐条中的电流为I,问I的方向如何?

(3)求此时磁场作用在辐条上的力矩的大小及方向.

(4)当轮反转时,I是否也会反向?

(4)若轮子的辐条是对称的两根或更多根,结果如何?



解法:

(1): $\varepsilon = \dfrac{1}{2}B\omega R^2 = \dfrac{1}{2}B\times 2\pi N\cdot R^2 = \pi NBR^2$

(2): 由$\mathbf{v}\times\mathbf{B}$可判定电动势方向,b端电势高,电流方向从b流向a.

(3): $r-r+dr$的力矩: $dF = Id\mathbf{r}\times\mathbf{B} = -\mathrm{IBdr}$ $\quad \mathrm{dL} = \mathbf{r}\times\mathrm{d}\mathbf{F} = -\mathrm{IBrdr}$

$$\therefore \mathrm{L} = \int -\mathrm{IBrdr} = -\frac{\mathrm{IBR}^2}{2}$$

(4):反向时,电动势,感应电流反向.

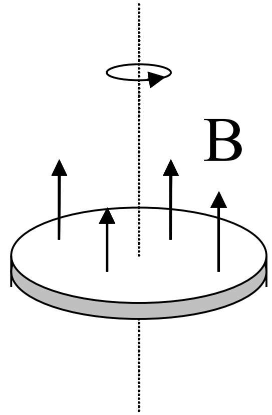
(5):电动势大小不变.

6. 法拉第圆盘发电机是一个在磁场中转动的导体圆盘.设圆盘的半径为R,它的轴线与均匀外磁场B平行,它以角速度ω绕轴转动,如附图所示.

(1):求盘边与盘心间的电位差U;

(2):当R=15厘米,B=0.60特斯拉,转速为每秒30圈时,U等于多少?

(3):盘边与盘心哪处电位高?当盘反转时,它们电位的高低也会反向?



解法:(1):由 5 题结论可知: U=$\frac{1}{2}\omega BR^2$

(2)

$$(2):U=\frac{1}{2}\omega BR^2$$

$$=\frac{1}{2}\times2\times3.14\times30\times0.6\times0.15^2$$

$$=1.29(\text{伏特})$$

(3):由题设条件,中心电动势低于边缘;反响时,中心电势高.

7. 已知在电子感应加速器中，电子加速的时间是**4.2**毫秒，电子轨道内最大磁通量为**1.8**韦伯，试求电子沿轨道绕行一周平均所获得的能量．若电子最终获得的能量为**100MeV,**电子将绕行多少周？若轨道半径为**84**厘米，电子绕行的路程有多少？

解法：在电子感应加速中，第一个四分之一周期被加速，

内部磁通：$\phi(t) = NB(t)S = B_0 \sin\omega t \cdot S = NB_0 S \sin\omega t = \phi_m \sin\omega t.$

电动势：$\varepsilon = (-\frac{d\phi}{dt}) = \phi_m \omega \cos\omega t.$

电子绕行一周需能量：$E = e\varepsilon$

第一四分之一周期平均能量：$W = \frac{1}{\frac{1}{4}T}\int_0^{\frac{T}{4}} e\varepsilon dt = \frac{1}{\frac{1}{4}T}\int_0^{\frac{T}{4}} e d\phi$

$$= \frac{e}{\frac{1}{4}T}[\phi(\frac{T}{4}) - \phi(0)] = \frac{e\phi_m(\frac{T}{4})}{\frac{1}{4}T} = \frac{1.8\times1.6\times10^{-19}}{4.2\times10^{-3}} = 6.26\times10^{-27}(\text{焦耳})$$

电子绕行周数：$N = \frac{1\times10^8}{430} = 2.3255\times10^5(\text{转})$

.1一螺线圈横截面的半径为a，中心线的半径为R，R>>a，其上由表面绝缘导线密绕两个线圈，一个N_1匝，另一个N_2匝，求两线圈的互感M。

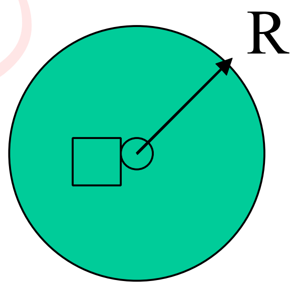
解：若线圈套1中的电流$\mathbf{I_1}$时，磁场$\mathbf{B}_1=\mu_0 n_1 I_1$,

线圈2中的磁通匝链为$N_2 B_1 S=\mu_0 n_1 N_2 s I_1$;

则它们之间的互感为

$$M=\mu_0 n_1 N_2 s=\mu_0 N_1 N_2 a^2/2R;$$

.2 一圆形线圈由50匝表面绝缘的细导线绕成，圆面积为S=4 厘米²，放在另一个半径R=20厘米的大圆形线圈中心，两者同轴，如附和图所示，大圆形线圈由100匝表面绝缘的导线绕成。



（1）求这两个线圈的互感M。

（2）当大线圈导线中的电流每秒减小50安培时，求小线圈中的感应电动 势 ε；

解：若大线圈中载有电流I_1，它在中心处磁场B为

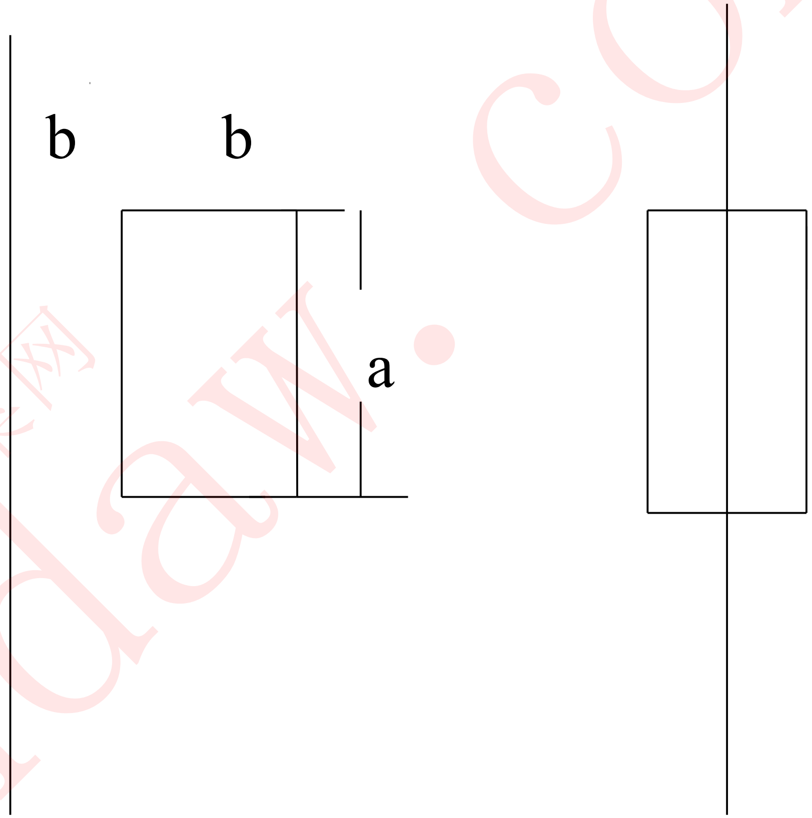
$$B=N_1\times\mu_0 I_1/2R$$

小线圈的磁通匝链：$C=N_2BS=\mu_0N_1N_2I_1S/2R$；

则互感： $M=C/I_1=6.29\times10^{-6}$（高斯）；

（2）由$\varepsilon=|dc/dt|=3.15\times10^{-4}$(伏特）

.3 如附图，一矩形线圈长a=20cm,.b=10cm,由100匝表面绝缘的导线绕成，放在很长的直导线旁边并与之共面，这长直导线是一个闭合回路的一部分，其它部分离线圈都很远，影响可忽略。求图中两者情况，线圈与长直导线间的互感。



解：在图1中，设电流I时的磁场B=μ_0 I/2π Rln2;

线圈的磁通匝链 $\Phi = \int_b^{2b} N\mu_0 I\times a\cdot dr/2\pi r = \mu_0 NaI/2\pi\ln 2$

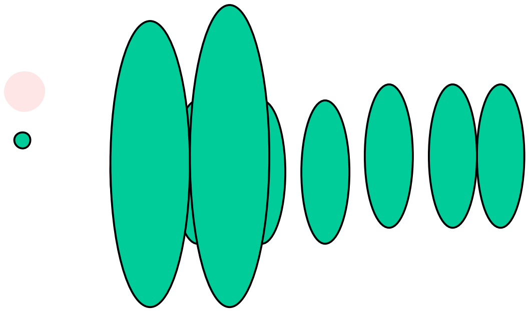
互感：M= Φ / I =2.79×10^{-6}(亨利)

.4　如附图，两螺线管同轴，半径

分别为R_1，R_2（$R_1>R_2$),长度为L

（L》R_1和R_2），匝数分别为N_1和N_2。

求互感系数M_{12}和M_{21}由此验证$M_{12}=M_{21}$。



解：长直螺线管内的B= μ_0 nI，外边B=0；

外螺线管中的电流为I，它在小螺线管中的磁通匝链：

$$\varphi_{12} = N_2 B S_2$$

互感 M= /I= $\mu_0 \pi \cdot N_1 N R_2^2 / l$ ，若小线圈中电流为I，内部磁通：$B = \mu_0 n_2 I,$ 大螺线管磁通匝链：

$$\varphi_{21} = N_1 / BS_2 = \varphi_0 N_1 N_2 n^2 \pi \cdot I / l;$$

互感：

$$M = \varphi_{21} / I = \mu_0 \pi N_1 N_2 R^2 / l$$

.5　在长`60厘米，直径5厘米的空心纸筒上绕多少匝导线，才能得到自感为6×10-3亨的线圈？

解：由自感公式，

$$L=\mu_0 n^2 v=\mu_0 (N/L)^2 \pi R^2 \cdot l$$

$$N_1=\mu_0 n^2 v=\mu_0 (N/L)^2 \pi \cdot R^2 l$$

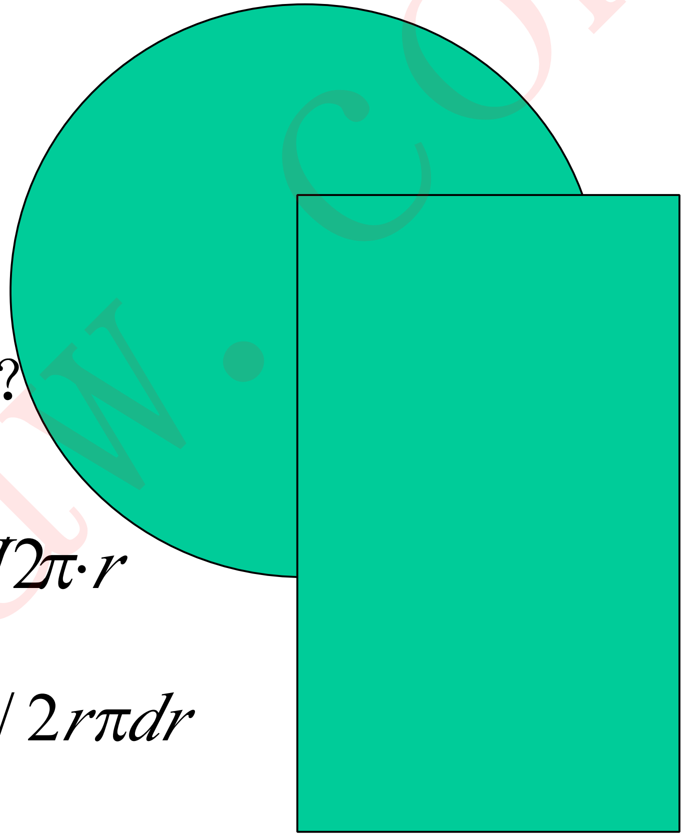
$$N=\sqrt{lL\div\mu_0\div\pi\div R^2}=1200\text{匝}$$

.6　圆形截面螺绕环尺寸如图，

总匝数N，（1）求自感系数；

（2）N=1000时，D_1=20厘米，

D_2=10厘米，H=1厘米时，自感是多少？



解：由安培环路定理得：

$$B\cdot 2\pi r=\mu_0 NI \qquad B=\mu_0 NI/2\pi\cdot r$$

$$\varphi=N\iint Bds=N\int_{D_2/2}^{D_1/2}\mu\cdot NIh/2r\pi dr$$

$$=\mu_0\cdot N^2hI/2\pi\cdot\ln D/D_2$$

则L=φ/I=1.42×10^{-3}(亨利)

7 两根平行导线，横截面的半径为a，中心相距d，载有大小相等而方向相反的电流，设d>>a,且两导线内部的磁通量都可略去不计。证明：这样一对 导线P长为L的一段的自感尾为

$$L=\qquad \mu_0 l/\pi \cdot \ln d/a;$$

证明：设两异向流动电流I，它们在空间磁场

$$B=\mu_0 I/2\pi\cdot r+\mu_0 I/2\pi(d-r);$$

$$\phi=\int_a^{d-a} Bldr=\mu_0 I/2\pi\cdot\ln(d-a)/a$$

所以，

$$L=\phi/I=\mu_0 I/\pi\cdot\ln(d-a)/a$$

8　在一纸筒上绕两个相同的线圈ab和AB,每个线圈的自感都是0.05亨利，如图，求：

（1）a和A相接时，b和B间的自感L；

(2)A 和b相接时，a和B间的自感L。

解：在a与A相接时，电流反向流动，螺线管磁通

$$\phi = 0; \text{所以} L = 0;$$

（2）当Ab相连时，此时自感

$$L=L_1+L_2+2\sqrt{L_1 L_2}=0.2 \text{（亨利）}$$

9 两线圈自感分别为L1=5毫亨，当它们顺接串联时，总自感为L=11毫亨。

（1）求它们间的互感；

（2）设这两个线圈的形状和位置不改变，只把它们反接串联，求他们反接后的总自感。

解法：（1）可由总自感$L=L_1+L_2+2M$解得

$M=1.5MA$;

（2）反接时，总自感$L=L_1+L_2-2M$；

$M=5+3-2\times1.5=5MA$;

•10 两线圈顺接后总自感为1亨，在它们地形状和位置都不变的情况下，反接后的总自感为0.4亨。求它们间的互感；

解：顺接时 $L=L_1+L_2+2M=1$

反接时 $l=L_1+L_2-2M=0.4$;

$4M=0.6$,则$m=0.15$（毫亨）

11 两根足够长的平行导线间的距离为20厘米，在导线中保持一强度为20安培而方向相反的恒定电流。

（1）求两导线间每单位长度的自感系数，设导线的半径为1毫米；（2）若将导线分开到相距40厘米，磁场对导线单位长度能作的功；（3）位移时，单位长度的磁能改变了多少？是增加了还是减少了？说明能量的来源。

解法：（1）由第7题得单位长度的自感L=1.21×10-6(亨利）；

（2）两直电流间的安培力密度为 $f = \mu_0 I^2 / 2\pi \cdot r$; 故移dr所作的功为dw=fdr;　　故W= $\int_{0.2}^{0.4} \mu_0 I / 2\pi \cdot r dr = 4\pi \cdot \times 10^{-7} \times 20^2 / 2\pi \ln 2$

$= 5.52 \times 10^{-5}$焦耳

Δ w=w-w$_0$=1/2LI^2-1/2L$_0$I^2

$= 5.76 \times 10^{-5}$

$= \mu_0 I^2 / 2\pi \cdot \ln(d-a)/(d_0-a)$（焦耳）

5.4 .1 证明L/R和RC具有时间的量纲式，并且1亨/欧=1秒，1欧.1法=1秒。

解法：因为$[L/R]=L^2MT^{-2}L^{-2}/L^2MT^{-3}L^{-2}=T$;

$[RC]=L^2MT^{-3}I^{-2}\times L^{-2}M^{-1}T^4I^{2}=T$;

$$\frac{1\text{亨}}{1\text{欧}}=\frac{\dfrac{1\text{伏}\times 1\text{秒}}{1\text{安培}}}{\dfrac{1\text{伏}}{1\text{安培}}}=1\text{秒};$$

$$1\text{欧}\times 1\text{法}=\frac{1\text{伏}}{1\text{安培}}\times\frac{1\text{库仑}}{1\text{伏}}=1\text{秒};$$

5.4.2 一个线圈的自感L=30亨，电阻R=6.0欧，结在12伏的电源上，电源内阻忽略不计。求：

（1）刚接通时dI/dt;

(2)接通t=0.2秒时，dI/dt;

(3)电流I=1安培时dI/dt;

解：由I(t)= $\varepsilon / R(1-e^{-R/L\times t)}$ 求得：

dI/dt $\Big|_{t=0}$= $\varepsilon / L e^{-R/Lt}\Big|_{t=0}$= $\varepsilon ./ L$ =4(安培/秒）；

dI/dt$\Big|_{t=0.2}$= $\varepsilon / R\times R/L\times e^{-0.2\times R/L}$ =2.71A/s;

当I= $\varepsilon / R(1-e^{-Rt/L})=1$ 时，$e^{-Rt/L}=1/2$ ，所以

dI/dt= $\varepsilon / L\times e^{-R/L\cdot t}=4\times 1/2=2$(安培/秒）

5.4.3 在上题中（1）当电流为0.05安培时，供给线圈的功率是多少？线圈磁能的增加是多少？（2）当电流达到稳定值时，有多少能量储于线圈中？

解法：（1）供给线圈功率　$P = \varepsilon i = 12 \times 0.5 = 6.0$(瓦特）

线圈中的焦耳热 $P' = i^2 R = (0.5)^2 \times 6.0 = 1.5$(瓦特）

可由　$W = \frac{1}{2} L i^2$ 求

$$\frac{dW}{dt} = Li\frac{di}{dt} = L \cdot \frac{\varepsilon}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) \cdot \frac{\varepsilon}{R} e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{\varepsilon^2}{R}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) e^{-\frac{R}{L}t}$$

当 $i = \frac{R}{L}(1 - e^{-\frac{R}{L}t}) = 0.5$ 时，可得：$e^{-\frac{R}{L}t} = 0.75$

故　$$\frac{dW}{dt} = \frac{12^2}{6.0} \times (1 - 0.75) \times 0.75 = 4.5(\text{瓦特})$$

（2）$$W = \frac{1}{2} L i^2 \Big|_{t \to +\infty} = \frac{1}{2} L (\frac{\varepsilon}{R})^2 = \frac{1}{2} \times 3.4 \times (\frac{12}{6.0})^2 = 6.0(\text{焦耳})$$

5.4.4一个自感为0.50毫安，电阻为0.20欧姆的线圈连接到内阻可忽略、电动势为12伏特的电源上。开关接通多长时间，电流达到中值的90%？此时，线圈中存储了多少焦耳的能量？到此时，电源消耗了多少能量？

解法：　由 $i=\dfrac{\varepsilon}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})=0.9\times\dfrac{\varepsilon}{R}\quad\therefore e^{-\frac{R}{L}t}=0.1$

$$t=\frac{L}{R}\ln 10=\frac{0.5\times10^{-3}}{0.01}\ln 10=0.05\ln 10=0.115(秒)$$

此时线圈储磁能 $W=\dfrac{1}{2}Li^2=\dfrac{1}{2}\times5.0\times10^{-4}\times\left[\dfrac{\varepsilon}{R}(1-0.1)\right]^2$

$$=\frac{1}{2}\times5.0\times10^{-4}\times\left(\frac{12}{0.01}\times0.9\right)^2=2.98\times10^2(焦耳)$$

电源消耗能量 $W=\int_0^{0.115}\varepsilon i dt=\dfrac{\varepsilon^2}{R}\int_0^{0.115}(1-e^{-\frac{R}{L}t})dt=1.0\times10^3(焦耳)$

5.4.5一线圈的自感系数L=5.0亨，电阻R=20欧，把U=100伏的不便电压加到它的两端。

（1）求电流达到最大值 $I_0=\dfrac{U}{R}$ 时，线圈所存储的磁能W_m;

（2）从U开始加上起，问经过多长时间，线圈所存储的磁能达到 $\dfrac{1}{2}W_m$？

解法：（1）线圈储磁能

$$W_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}L\frac{U^2}{R^2}=\frac{1}{2}\times5.0\times\left(\frac{100}{20}\right)^2=62.5(\text{焦耳})$$

（2）设时间为t时，则： $\dfrac{1}{2}W_m=\dfrac{1}{2}LI(t)^2$

$$I(t)=\sqrt{\frac{W_m}{L}}=\sqrt{\frac{62.5}{5}}=\sqrt{12.5}=3.54(\text{安})$$

$$\text{即}I(t)=I_0(1-e^{-\frac{R}{L}t})=3.54 \qquad \text{即}1-e^{-\frac{R}{L}t}=0.708$$

$$e^{-\frac{R}{L}t}=0.292 \qquad t\cong0.31(\text{秒})$$

5.4.6一线圈的自感L=3.0亨，电阻R=10欧，把U=3.0伏的不便电压加在它的两端。在电压加上0.30秒后，求：

（1）此时线圈中的电流I；（2）电源供给的功率；

（3）R消耗的焦耳热功率；（4）磁场能量的增加率。这时能量是否守恒？

解法：(1) $由I=\frac{\varepsilon}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})=\frac{3.0}{10}(1-e^{-\frac{10}{3.0}0.3})=0.19(安培)$

(2) $由P=\varepsilon I=3.0\times0.19=0.57(瓦特)$

(3) $由P_R=I^2R=(0.19)^2\times10=0.36(瓦特)$

(4) $由W=\frac{1}{2}LI^2$求得：

$$\frac{dW}{dt}=LI\frac{dI}{dt}=L\cdot\frac{\varepsilon}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})\cdot\frac{\varepsilon}{L}e^{-\frac{R}{L}t}=\frac{\varepsilon^2}{R}(1-e^{-\frac{R}{L}t})\cdot e^{-\frac{R}{L}t}$$

$$=\frac{3.0^2}{10}(1-e^{-\frac{10}{3.0}\times0.3})\cdot e^{-\frac{10}{3.0}\times0.3}=0.9(1-e^{-1})e^{-1}$$

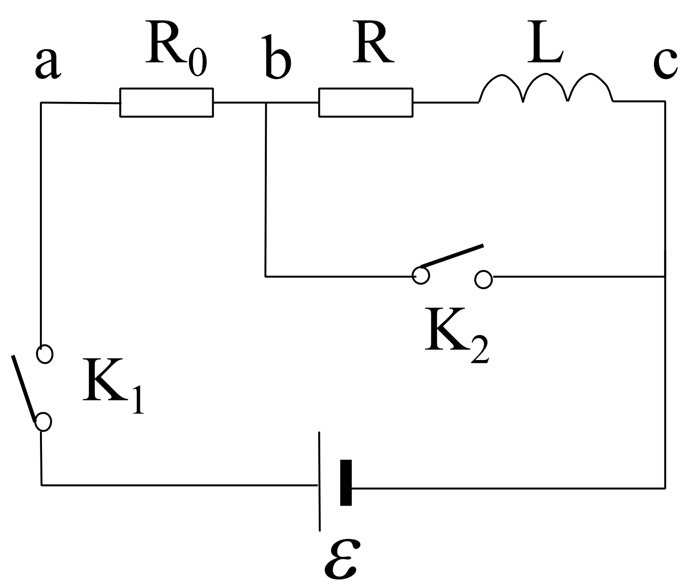
$$=0.9\times0.63\times0.27=0.15(瓦特)$$

5.4.7一自感为L，电阻为R的线圈与一无自感的电阻R_0串联的接于电源上，如附图所示。

（1）求开关K_1闭合t时间后，线圈两端的电位差U_{bc};

（2）若ε=20伏，R_0=50欧，R=150欧，L=5.0哼，求t=0.5τ时（τ为电路的时间常数）线圈两端的电位差U_{bc}和U_{ab};

（3）待电路中电流达到稳定值，闭合开关K_2，求闭合0.01秒后，通过K_2中的电流的大小和方向。



解法：(1) 当K闭合后，

$$i(t)=\frac{\varepsilon}{R_0+R}\left(1-e^{-\frac{R_0+R}{L}t}\right)$$

$$(2)\ \therefore U_{bc}=\varepsilon-iR_0$$

$$=\frac{\varepsilon}{R_0+R}\left(R+R_0e^{-\frac{R_0+R}{L}t}\right)$$

$$=\frac{20}{50+150}(150+50\times0.63)=18.1（伏）$$

$$\therefore U_{ab}=\varepsilon-U_{bc}=20-18.1=1.9（伏）$$

（3）当K_2合上时$i(t)=Ae^{-\frac{R}{L}t}$且$i(0)=A=\frac{\varepsilon}{R_0+R}$

故：$i(t)=\frac{\varepsilon}{R_0+R}e^{-\frac{R}{L}t}$

$$i(t)\big|_{t=0.01}=\frac{20}{50+150}e^{-\frac{150}{5}\times0.01}=0.1e^{-0.3}=0.07（安培）$$

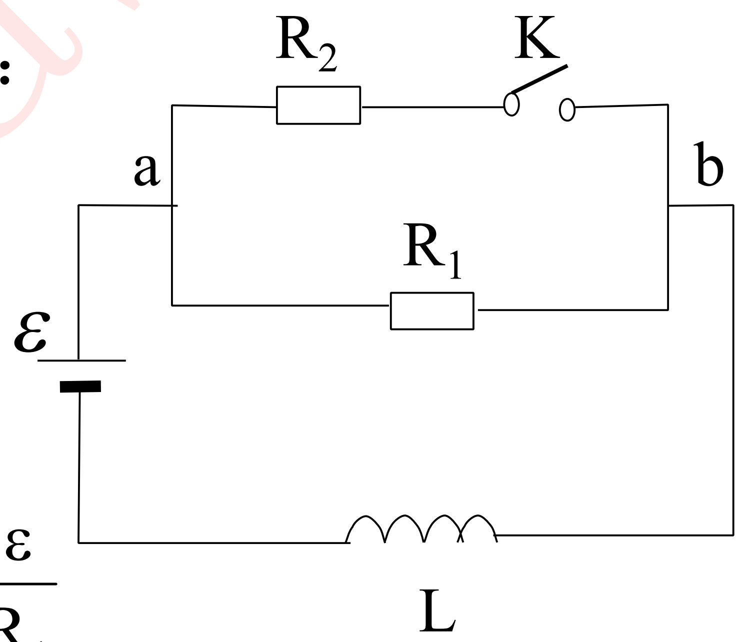
通过K_2电流：

$$I=I_0-i=\frac{\varepsilon}{R_0}-0.07=\frac{20}{50}-0.07=0.33（安培）$$

5.4.8一电路如附图所示，R_1,R_2,L和ε都已知，电源ε和线圈L的内阻都可略去不计。

（1）求K接通后，a、b间的电压与时间的关系；

（2）在电流达到最后稳定值的情况下，求K断开后a、b间的电压与时间的关系。



解法:(1) K接通时，闭合回路电压方程:

$$L\frac{di}{dt}+\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}i=\varepsilon$$

解方程： $i=\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}[\varepsilon-Ae^{-\frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)L}t}]$

由 $t=0$ 时 $i=\frac{\varepsilon}{R_1}$， $(\varepsilon-A)\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}=\frac{\varepsilon}{R_1}$

$$\therefore A=\varepsilon-\frac{\varepsilon R_2}{R_1+R_2}=\frac{\varepsilon R_2}{R_1+R_2}$$

$$\therefore i=\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}[\varepsilon-\frac{\varepsilon R_1}{R_1+R_2}e^{-\frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)L}t}]=\frac{\varepsilon}{R_2}[\frac{R_1+R_2}{R_1}-e^{-\frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)L}t}]$$

$$U_{ab}=iR_{ab}=\varepsilon[1-\frac{R_1}{R_1+R_2}e^{-\frac{R_1R_2}{(R_1+R_2)L}t}]\qquad(R_{ab}=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2})$$

（2）当$t\to 0$时L相当于短路 $$i=\frac{\varepsilon}{R_{ab}}=\frac{\varepsilon(R_1+R_2)}{R_1R_2}$$

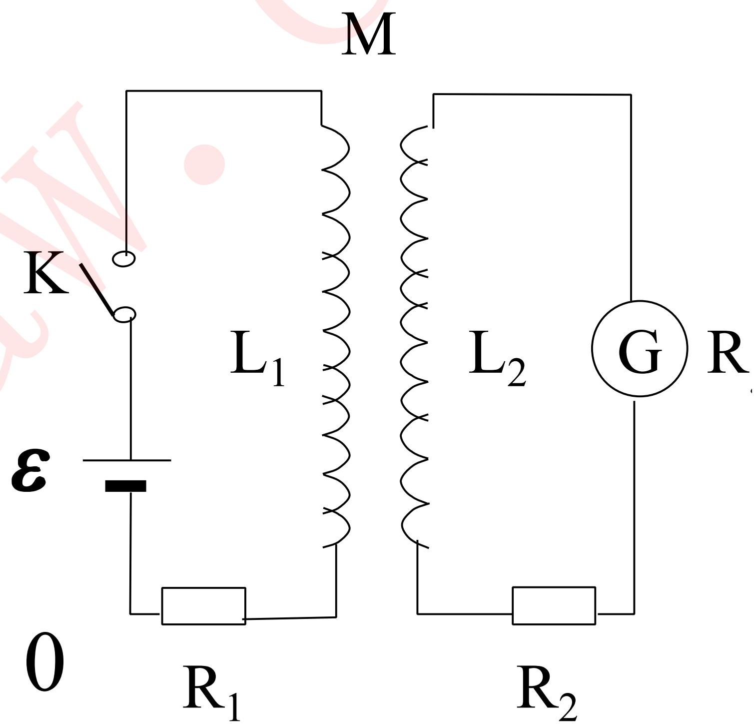
断开后，LR_1回路中电流： $$i=\frac{\varepsilon}{R_1}(1-\frac{R_1}{R_2}e^{-\frac{R_1}{L}t})$$

$$\therefore U_{ab}=iR_1=\varepsilon(1-\frac{R_1}{R_2}e^{-\frac{R_1}{L}t})$$

5.4.9两线圈之间的互感为M,电阻分别为R_1和R_2，第一个线圈在电动势为ε的电源上，第二个线圈加在电阻为R_g的电流计G上，如附图所示。设开关K原先是接通的，第二个线圈内无电流，然后把K断开。

（1）求通过G的电量q；

（2）q与两线圈的自感有什么关系？



解法：（1）次回路中

$$L\frac{di_2}{dt}+M\frac{di_1}{dt}+(R_2+R_g)i=0$$

可得：

$$Ldi_2+Mdi_1+(R_2+R_g)idt=0$$

$$\therefore \int_0^{+\infty}[Ldi_2+Mdi_1+(R_2+R_g)dq]=0$$

$$Li_2\Big|_0^{\infty}+Mi_1\Big|_0^{\infty}+(R_2+R_g)q=0$$

$$L(0-0)+M(\frac{\varepsilon}{R_1}-0)+(R_2+R_g)q=0$$

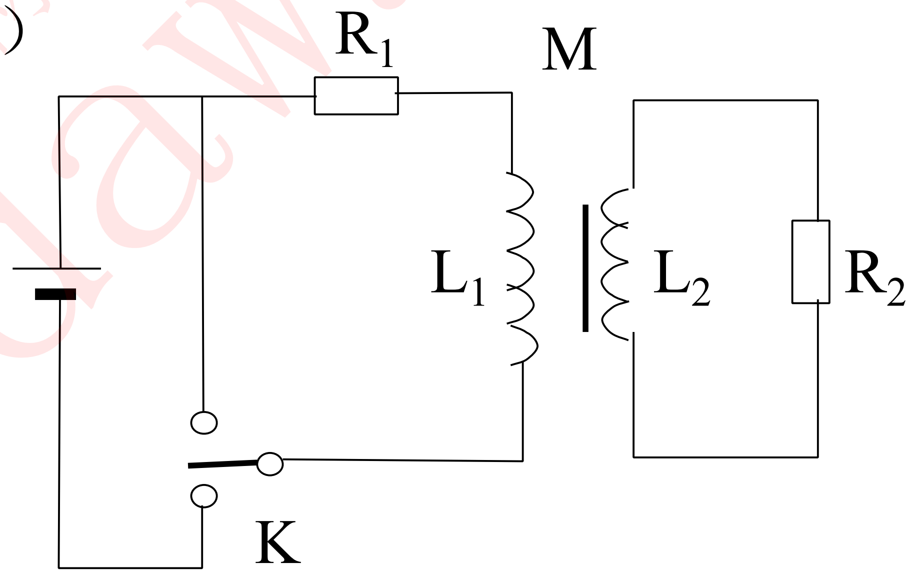
$$\therefore q=\frac{M\varepsilon}{R_1(R_2+R_g)}$$

（2）q与L无关，故与自感无关。

5.4.10图示为一对互感耦合的LR电路。证明在无漏磁的条件下，两回路充放电的时间常数都是

$$\tau=\frac{L_1}{R_1}+\frac{L_2}{R_2}$$

（提示：列出两回路的电路方程，这时一组联立的一阶线性微分方程组，解此微分方程组即可求得。）



证明：充电时，可列微分方程组：

$$\begin{cases} L_1\dfrac{di_1}{dt}+M\dfrac{di_2}{dt}+R_1i_1=\varepsilon \\ L_2\dfrac{di_2}{dt}+M\dfrac{di_1}{dt}+R_2i_2=0 \end{cases}$$

由第二式解出： $\dfrac{di_2}{dt}=-\dfrac{Mdi_1}{L_2dt}-\dfrac{R_2i_2}{L_2}$ 此式代入第一式，得：

$$(L_1L_2-M^2)\frac{di_1}{dt}+L_2R_1i_1-MR_2i_2=\varepsilon L_2$$

因无漏磁：$L_1L_2=M^2$ 即 $0\dfrac{di_1}{dt}+L_2R_1i_1-MR_2i_2=\varepsilon L_2$

$$i_2=\frac{L_2R_1i_1-\varepsilon L_2}{MR_2}\qquad \therefore \frac{di_2}{dt}=\frac{L_2R_1}{MR_2}\cdot\frac{di_1}{dt}$$ 代入第一式，得：

$$(L_1+\frac{L_2R_1}{R_2})\frac{di_1}{dt}+R_1i_1=\varepsilon$$ 由初始条件 $i\big|_{t=0}=0$

求得：
$$i_1=\frac{\varepsilon}{R_1}[1-e^{-\frac{R_1t}{L_1+L_2 R_1/R_2}}]$$

故回路1的时间常数为 $$\tau=\frac{L_1+L_2 R_1/R_2}{R_1}=\frac{L_1}{R_1}+\frac{L_2}{R_2}$$

同理回路2的 $$\tau=\frac{L_1}{R_1}+\frac{L_2}{R_2}$$ ∴得证

5.4.11当电感元件的铁芯中有涡流时，为什么由此组成的LR电路充放电时间常数要增大?

解法： 由 LR电路无漏磁时，时间常数均为

$$\tau = \frac{L_1}{R_1} + \frac{L_2}{R_2}$$

若有涡流，等效地认为增加 $\frac{L_2}{R_2}$，而使时间常数增大

5.4.12 3.00×10⁶欧姆的电阻与1.00微法拉的电容跟ε=4.00伏特的电源连接成单回路，试求在电路接通后1.00秒的时刻，下列各量的变化率：

（1）电容上电荷增加的速率；（2）电容器内储存能量的速率；

（3）电阻上发生的热功率；（4）电源提供的功率。

解法：（1）RC回路 电荷电容 $q=\varepsilon C(1-e^{-\frac{t}{RC}})$ 故

电荷增加速率 $\dfrac{dq}{dt}=\dfrac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}}=\dfrac{4.0}{3.00\times10^{6}}e^{-\frac{1.00}{3.00\times10^{6}\times1\times10^{-6}}}$

$$=\frac{4}{3}\times10^{-6}e^{-\frac{1}{3}}=9.61\times10^{-7}（安培/秒）$$

（2）电容器上储能 $W=\dfrac{q^{2}}{2C}$ 故

电容器内储能速率 $\dfrac{dW}{dt}=\dfrac{1}{C}q\dfrac{dq}{dt}=\dfrac{1}{C}\varepsilon C(1-e^{-\frac{t}{RC}})\cdot\dfrac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

$$=\frac{\varepsilon^2}{R}(1-e^{-\frac{t}{RC}})\cdot e^{-\frac{t}{RC}}=\frac{4.00^2}{3.00\times10^6}(1-e^{-\frac{1}{3}})\cdot e^{-\frac{1}{3}}$$

$$=1.07\times10^{-6}(\text{瓦特})$$

（3）电阻焦耳热的速率

$$P=i^2R=R\cdot(\frac{dq}{dt})^2=R\cdot(\frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}})^2=\frac{\varepsilon^2}{R}e^{-\frac{2t}{RC}}$$

$$=\frac{4.00^2}{3.00\times10^6}e^{-\frac{2}{3}}=2.74\times10^{-6}(\text{瓦特})$$

（4）电源的功率 $P=\varepsilon i=\varepsilon\cdot\frac{dq}{dt}=\varepsilon\cdot\frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$

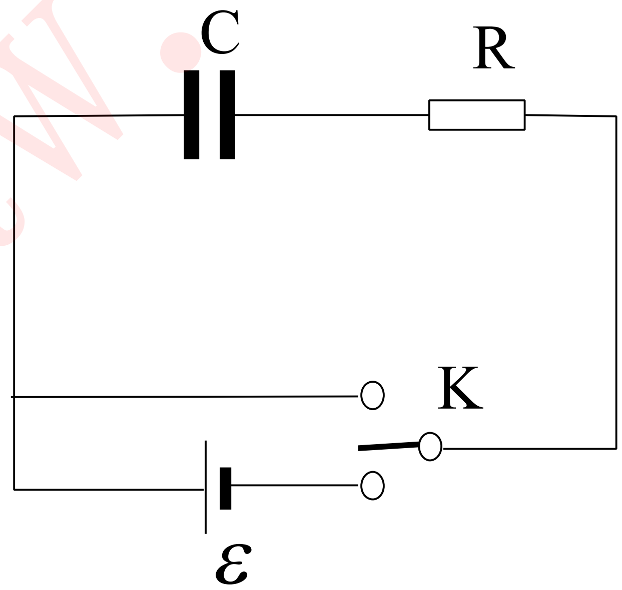
$$=\frac{4.00^2}{3.00\times10^6}e^{-\frac{1}{3}}=3.84\times10^{-6}(\text{瓦特})$$

5.4.13在图5-30中开关先接1对电容器充电到稳定值，将开关拨向2。

（1）问经过几倍τ的时间之后，电容器所储存的能量减为一半；

（2）证明电容器所储存的能量完全转化为电阻上消耗的焦耳热

解法：（1）依题意可得



$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}C\varepsilon^2\right)=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}=\frac{1}{2}\frac{1}{C}\left(C^2\varepsilon^2e^{-\frac{2t}{RC}}\right)$$

$$\therefore e^{-\frac{2t}{RC}}=\frac{1}{2} \qquad e^{\frac{2t}{RC}}=2$$

$$\frac{2t}{RC}=\ln 2$$

得
$$t=\frac{1}{2}\ln 2RC=\frac{1}{2}\times 0.69\times RC\cong 0.35\tau$$

（2）电阻上焦耳热 W

热功率 i^2R

$$W=\int_0^\infty i^2Rdt=\int_0^\infty\left(\frac{dq}{dt}\right)^2Rdt=\int_0^\infty\left(-\frac{\varepsilon}{R}e^{-\frac{t}{RC}}\right)^2Rdt$$

$$=\frac{\varepsilon^2}{R}\cdot\left(-\frac{RC}{2}\right)e^{-\frac{t}{RC}}\Big|_0^\infty=\frac{1}{2}C\varepsilon^2$$

5.4.14在LC振荡回路中，设开始时C上的电量为Q,L中得电流为0。

（1）求第一次达到L中磁能等于C中电能所需的时间t;

（2）求这时C上的电量q。

解法：电容器的电荷振荡 $\dfrac{d^2q}{dt^2}+\dfrac{q}{LC}=0$

令$\omega=\dfrac{1}{\sqrt{LC}}$, $q\big|_{t=0}=Q$ 故$q=QCos\omega t$

（1）依题意可知 $\dfrac{q^2}{2C}=\dfrac{1}{2}(\dfrac{Q^2}{2C})$ 即 $\dfrac{(QCos\omega t)^2}{2C}=\dfrac{Q^2}{4C}$

$$Cos^2\omega t=\frac{1}{2},\ t=\frac{\pi}{4\omega}=\frac{T}{8}=\frac{\pi}{4}\sqrt{LC}$$

（2）$q=QCos\omega t\Big|_{t=\frac{\pi}{4\omega}}=QCos\dfrac{\pi}{4}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}Q$

5.4.15两个C=2.0微法的电容器以充有相同的电量，经过一线圈（L=1.0毫亨，R=50欧姆）放电。问当这两个点容器（1）并联时，（2）串联时，能不能发生振荡。

解法：（1）并联时 $C = C_1 + C_2 = 2 + 2 = 4(\mu F)$

阻尼度 $\lambda = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{50}{2} \times \sqrt{\frac{2.0 \times 10^{-6}}{1.0 \times 10^{-3}}} = 1.6 > 1$ 不发生振荡

（2）串联时 $C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{C_1}{2} = 1(\mu F)$

阻尼度 $\lambda = \frac{R}{2}\sqrt{\frac{C}{L}} = \frac{50}{2} \times \sqrt{\frac{1.0 \times 10^{-6}}{1.0 \times 10^{-3}}} = 0.8 < 1$ 欠阻尼

可发生振荡

第六章

1.一均匀磁化的磁棒，直径为**25**毫米，长为**75**毫米，磁距为**12000**安***米²**，求棒侧表面上磁化电流密度。

解：磁化电流密度　　$|\mathbf{I}| = |\mathbf{M} * \mathbf{n}| = \mathbf{M}$

又因为磁棒均匀磁化 有

$$\mathbf{M}= \frac{m}{V} = \frac{m}{\Pi * (D/2) * l}$$

故求得

$$\mathbf{I=M=} \frac{1.2*10}{3.14*0.25*(2.5*10)*7.5*10} \mathbf{=3.28*10^3}\text{安培/米}$$

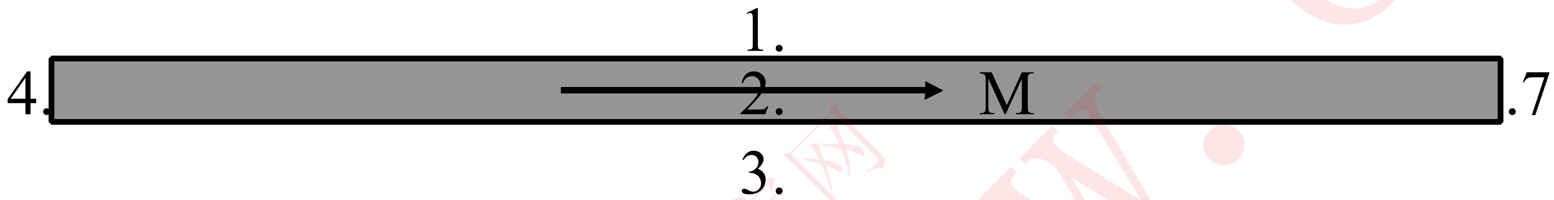
2. 一均匀磁化的磁棒，体积为**0.01**米^3，磁矩为**500**安***米，棒内的磁感应强度 **B=5.0** 高斯，求磁场强度为多少奥斯特？

解：因棒均匀磁化 故：

$$\mathbf{H}=\frac{B}{\mu_0}-M=\frac{B}{\mu_0}-\frac{m}{V}=\frac{5.0*10^{-4}}{4*3.14*10^{-7}}-\frac{500}{0.01}$$

$$=-6.2*10^{-2}\quad\text{奥斯特}$$

3.附图所示是一根沿轴向均匀磁化的细长永磁体，磁化强度为**M**，求图中标出各点的**B** 和 **H**。



解：对永磁棒的内外有 $\mathbf{B}=\mathbf{B}_0+\mathbf{B}'$, $\mathbf{H}=\mathbf{B}/\mu_0-\mathbf{M}$

无传导电流时 $\mathbf{B}_0=0$ 故

棒端的4，5，6，7点有 $\mathbf{B}'=0.5\mu_0\mathbf{M}$ ($\mathbf{I}'=\mathbf{M}$ 半无限长）

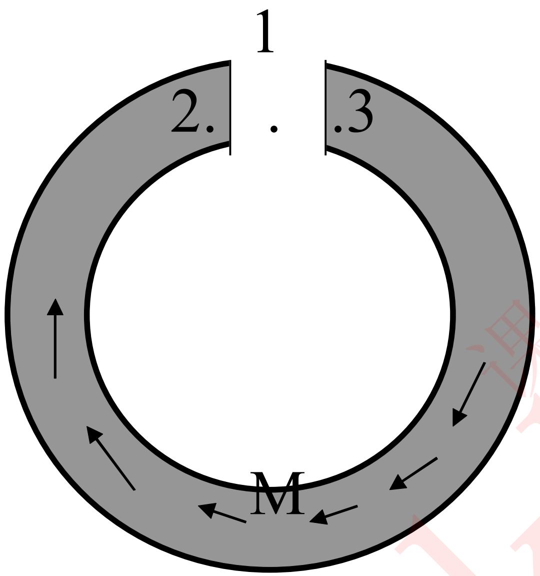
中点1处 $\mathbf{B}'=\mu_0\mathbf{M}$ (无限长） 图示2，3处 $\mathbf{B}'=0$

故： $\mathbf{B}_1=\mu_0\mathbf{M}$ $\mathbf{B}_2=\mathbf{B}_3=0$ $\mathbf{B}_4=\mathbf{B}_5=\mathbf{B}_6=\mathbf{B}_7=0.5$

可由 $\mathbf{H}=\mathbf{B}/\mu_0-\mathbf{M}$ 求得：

$\mathbf{H}_1=\mathbf{H}_2=\mathbf{H}_3=0$ $\mathbf{H}_4=\mathbf{H}_7=0.5\mathbf{M}$ $\mathbf{H}_5=\mathbf{H}_6=-0.5\mathbf{M}$

4.附图所示是一个带有很窄缝隙的永磁环，磁化强度为**M,**求图中所标各点的**B**和**H.**



解： 磁环的表面磁化电流密度

$\mathbf{I' = |M*n| = M}$

产生 $\mathbf{B' = \mu_0 i' = \mu_0 M}$

由 $\mathbf{B = B_0 + B'}$ 可求得

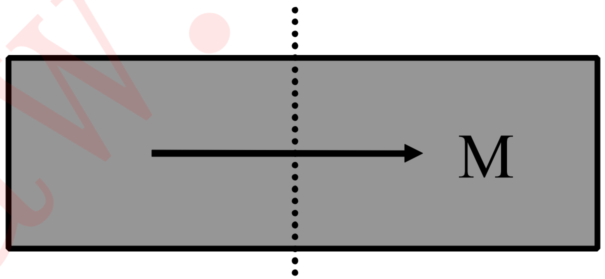
$\mathbf{B_1 = B_2 = B_3 = 0 + B' = \mu_0 M}$

由 $\mathbf{H = B/\mu_0 - M}$ 求得

$\mathbf{H_1 = \mu_0 N_1/\mu_0 - N_1}$

$\mathbf{H_2 = H_3 = \mu_0 N_1/\mu_0 - 0 = N_1}$

5. 试证明任何长度的沿轴向磁化磁棒的中垂面上侧表面内外两点**1**，**2**（见附图）的磁场强度**H**相等（这提供了一种测量磁棒内部磁场强度**H**的方法）。这两点的磁感应强度相等吗？为什么？**[**提示：利用安培环路定理式（**6.11**）**]**



中垂面

解：　在中垂面上的**1**，**2**点处的磁力线的切线与表面平行均过**1**，**2**两点取矩形可约的回路 **abcd** 故安培环路定理：　$\oint \boldsymbol{H}\times d\boldsymbol{l}=0$

$\mathbf{H_1ab+H_2cd=0}$　$\therefore \mathbf{H_1=H_2}$

又由 $\mathbf{H=B/\mu_0-M}$ 可知：　棒内 $\mathbf{M=0}$ 棒外　$\mathbf{M=0}$

故：　$\mathbf{B_1=B_2}$

6. 在均匀磁化的无限大磁介质中挖去一半径为圆柱形空穴，其轴平行于磁化强度矢量**M**。试证明：（**1)**对于细长空穴（**h>>r)**，空穴中点的**H**与磁介质中的**H**相等；（**2)**对于扁平空穴 **(h<<r),** 空穴中点的**H**与与磁介质中的**B**相等；

解：（**1**）对细长**(h>>r)**空穴侧面上$|i'|=|M\times N|=M$，端面上$|i'|=|M\times N|=0$.

在空穴中点1处$B'=\mu_0 M$，方向与**M**相反，故：$|B|=|B_0+B'|=B_0-\mu_0 M$,而$H_1=B_1/\mu_0-0=(B_0-\mu_0 M)/\mu_0=B_0/\mu_0-M$

而磁介质中$B'=0$,故： $B=B_0+B'=B_0+0$，$H=B_0/\mu_0-M$

从上式分析可知：$H_1=H=B_0/\mu_0-M$

（**2**）在扁平的空穴中（**h<<r**）

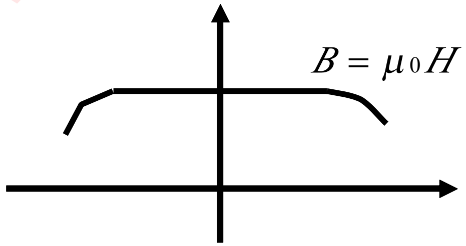
中心2处：$I'=I'\times h\approx 0$，$B'\approx 0$

故： $B_2=B_0$，这与介质中的$B=B_0+B'=B_0+0=B_0$一样

故： $B_2=B_0$

7. 一长螺线管长为**l**，由表面绝缘的导线密绕而成，共绕有**N**匝，导线中通有电流 **I** 。一同样长的铁磁棒，横截面也和上述螺线管相同，棒是均匀磁化的，磁场强度为**M**，且**M=NI/l.**在同一坐标纸上分别以该螺线管和铁磁棒的轴线为横坐标**x**，以它们轴线上的**B,** μ_0**M** 和 μ_0**H** 为纵坐标，画出包括螺线管和铁磁棒一段的**B-x,** μ_0**M -x**和 μ_0**H -x**曲线。

解： 对螺线管

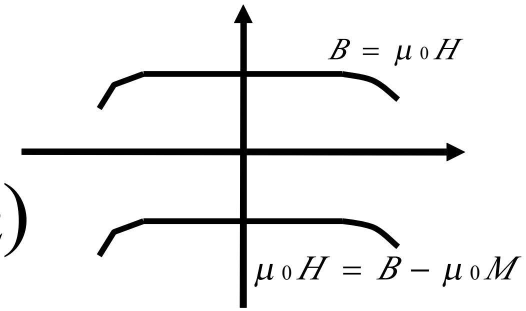


$$B_0 = \mu_0 nI(\cos\beta_1 - \cos\beta_2)$$

$$B' = \mu_0 i' = \mu_0 M = 0$$

$$B = B_0 + B' = \mu_0 H$$

对铁磁棒

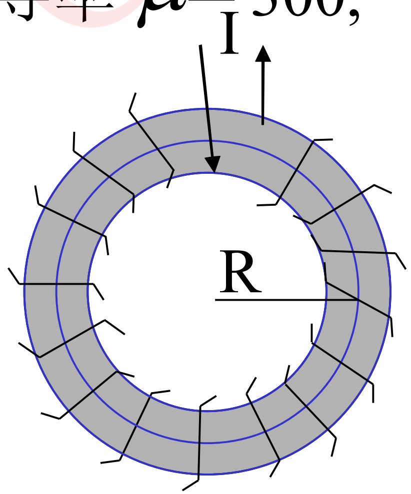


$$B = B_0 + B' = 0 + B' = 0.5\mu_0 M(\cos\beta_1 - \cos\beta_2)$$

$$B' = \mu_0 i' = \mu_0 M \qquad H = B/\mu_0 - M$$

$$\mu H = B - \mu_0 M$$

１． 一环形铁芯横截面的直径为4.0毫米，环的平均半径R=15毫米，环上密绕着２００匝线圈（见附图），当线圈导线通有２５毫安的电流时，铁芯的（相对）磁导率 μ= 300, 求通过铁芯横截面的磁通量 Φ.



解：由安培环路定理求得：$H=\mu_0 nI$

$$\Phi = BS = \mu_0 \mu n I S = \mu_0 \mu \frac{N}{2\pi R} I S$$

$$=4\times 3.14\times 10^{-7}\times 300\times \frac{200}{2\times 3.14\times 1.5\times 10^{-2}}\times 2.5\times 10^{-2}\times 3.14\times (2\times 10^{-2})^2$$

$= 2.48\times 10^{-7}$（韦伯）

2． 一铁环中心线的周长为30厘米，横截面积为1.0厘米^2，在环上紧密的绕有300扎表面绝缘的导线．当导线通有电流32毫安时，通过环的截面的磁通量为2.0×10^{-6}韦伯，求：

(1)铁环内的磁感强度的大小B　　(2)铁环内部磁场强度的大小H

(3)铁的磁化率x_m和相对磁导率 μ　(4)铁环的磁化强度的大小M

解：(1）由$\Phi = BS$ 求得 $B=\dfrac{\Phi}{S}=\dfrac{2\times10^{-6}}{10^{-4}}=2\times10^{-2}$ (特斯拉)

(2)由安培环路定理得：$H=nI=\dfrac{N}{l}\times I=\dfrac{300}{0.3}\times3.2\times10^{-2}=32$ (安培／米)

(3)由　$B=\mu_0\mu H,\therefore\ \mu=\dfrac{B}{\mu_0 H}=\dfrac{2\times10^{-2}}{4\pi\times10^{-7}\times32}=5.0\times10^{2}$

而 $\mu = x_m+1$ 求 $x_m=\mu-1\approx5.0\times10^{2}$

(4)　　$M=x_m H=5\times10^{2}\times32=1.6\times10^{4}$ (安培／米)

3. 一导体弯成半径为R=5.0 厘米的圆形,当其中载有I=100安的电流时,求圆心的磁场能量密度ω_m

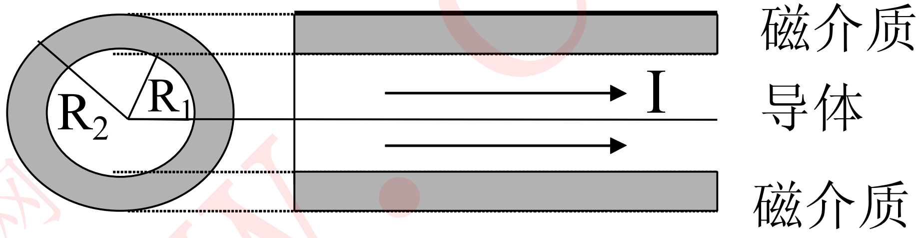
解:电流圆心处磁场: $B_0=\dfrac{\mu_0\times I}{2k}$

故磁能密度:

$$\omega_m=\frac{B^2}{2\mu_0}=\frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 I}{2R}\right)^2=\frac{\mu_0 I^2}{8R^2}$$

$$=\frac{4\times3.14\times10^{-7}\times100^2}{8\times0.05^2}=0.63\text{（焦耳／米}^3\text{）}$$

4．一无穷长圆柱形直导线外包一层磁导率为 μ 的圆筒形磁介质,导线半径为R_1,·磁介质的外半径为R_2（见附图），导线内有电流I通过.



（1）求介质内外的磁场强度和磁感应强度分布，并画H_r ,B_r曲线

（2）介质内外表面的磁化面电流密度

解:（1）由安培环路定理求得H分布：

$$H=\begin{cases}\dfrac{Ir}{2\ R^{2}} & r<R_1\\[2ex] \dfrac{I}{2\pi r} & r>R_1\end{cases}$$

由B= $\mu_0\mu H$ 求得**B**分布:

$$B=\begin{cases}\dfrac{\mu_0 Ir}{2\ R^{2}} & r>R_2, r<R_1\\[2ex] \dfrac{\mu_0\mu r}{2\pi r} & R_1<r<R_2\end{cases}$$

(2)$I'|_{r=R1}=|M\times N|=M=x_m H=\dfrac{(\mu-1)\times I}{2\pi R_1}$

$I|_{r=R2}=-M=x_m H=\dfrac{(1-\mu)I}{2\pi R_2}$

5. 若第一节习题6中磁介质的磁导率 μ＝200，B＝2.0特斯拉，求两空穴中心的H.

解：(1)对细长空穴中心的H与介质中H相同，可由

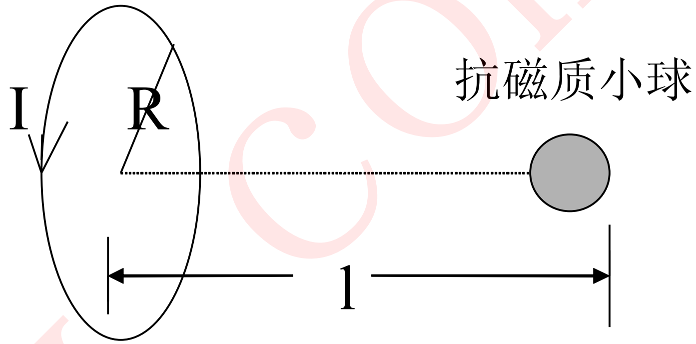
B= $\mu_0 \mu H$ 求得

$$H=\frac{B}{\mu\mu_0}=\frac{2}{4\pi\times10\times^{-7}\times200}=8.0\times10^{3}\ (\text{安培}/\text{米})$$

(2)对扁平空穴，中心处B和介质中B相同，即

$$H=\frac{B}{\mu_0}=\frac{2}{4\pi\times10^{-7}}=1.6\times10^{6}\ (\text{安培}/\text{米})$$

6．一抗磁质小球的质量为0.10克．密度为9.8克／厘米^3，磁化率为x_m=-1.82+深刻机10^{-1}.放在一个半径R=10厘米的圆线圈的轴线上距离为l=10厘米处(见图)，圈中载有电流$I=100$安，求电流作用在这磁质小球上力的大小和方向。



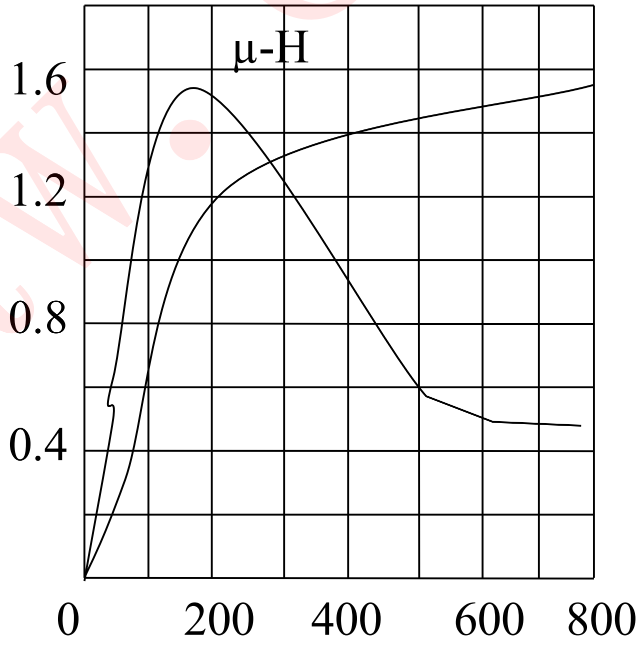
解：电流I在小球处 $$H=\frac{R^2\times I}{2(R^2+l^2)^{3/2}}$$

小球可看作均匀磁化，故磁化强度$M=x_mH=\dfrac{x_m\times R^2\times I}{2(R^2+l^2)^{3/2}}$

磁矩大小m= $M\times\Delta V=M\times\dfrac{0.1\times10^{-3}}{9.8\times10^{-3}}=\dfrac{M}{9.8}\times10^{-6}$

$$f=\left|\mu_0 m\frac{\partial H}{\partial l}\right|=\left|-\frac{3\mu_0 x_m I^2 n^4 l}{39^2(n^2+l^2)^4}\times10^{-6}\right|=1.1\times10^{-12}$$ （牛顿）

7.附图是中铁磁铁材料的起始磁化曲线，根据这曲线求出最大磁率μ_m，并绘制相应的μ--H曲线。



解 $\mu_r = B/B_0 = B/\mu_0 H \approx 8*10^5 B/H$

$\therefore \mu_{M=} 8.0*10^5 (B/H)_{max} = 6.0*10^3$

H	60	90	100	120	140	160	220	350	500	
B	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.5	
μ_r	2.7	3.5	4.0	4.0	6.0	5.0	4.4	2.6	2.4	$*10^3$

8.附表中列出一磁性材料的H和B的实验数据，

（1）画出这材料的起始磁化曲线；

（2）求出表中所列各点处材料的（相对）磁导率μ；

（3）求最大磁导率μ_M

H(安/米)	B(韦伯/米²)
0	0
50	0。4
33	0。2
61	0。6
72	0。8
93	1。0
155	1。2
290	1。4
600	1。6

解：因为 $\mu_r=\dfrac{B}{B_0}=\dfrac{B}{\mu_0 H}=\dfrac{1B}{4\pi 10^{-7}H}=8.0*10^5\dfrac{B}{H}$

H	0	33	50	61	72	93	155	290	600
B	0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6
μ_r ($*10^3$)	0	4.8	6.4	7.8	8.9	8.6	6.2	3.8	2.4

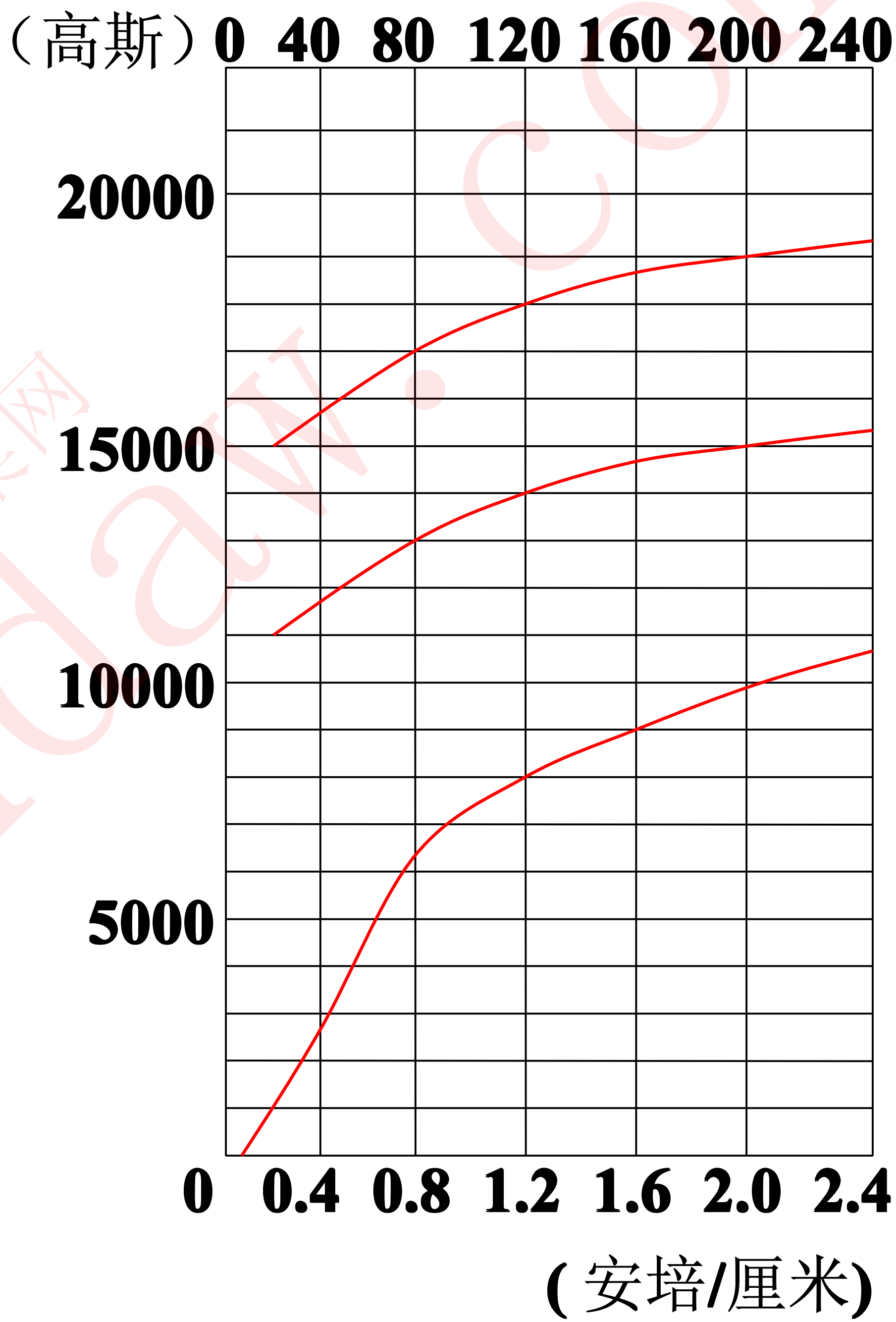
9. 中心线周长为**20cm**,截面积为**4cm²**的闭合环形磁芯，其材料的磁化率曲线如图所示。

(1)若需要在该磁芯中产生磁感应强度为**0.1,0.6,1.2,1.8Wb/m²**的磁场时；绕组的安匝数**NI**要多大？

(2)若绕组的匝数**N=1000**，上述各种情况下通过绕组的电流**I**应多大？

(3)若固定绕组中的电流，使它恒为**I=0.1A**,绕组的匝数各为多少？

(4)求上述各工作状态下材料的（相对）磁导率。



解：（1）磁化曲线中可查：

B	0.1	0.6	1.2	1.8
H	20	72	720	1350

由安培环路定理求得安匝数：NI= $2\pi kh$

NI分别为0.2× 20=4安匝，0.2×72=14.4安匝 ,0.2×720=144安匝 ，0.2×1350=270安匝

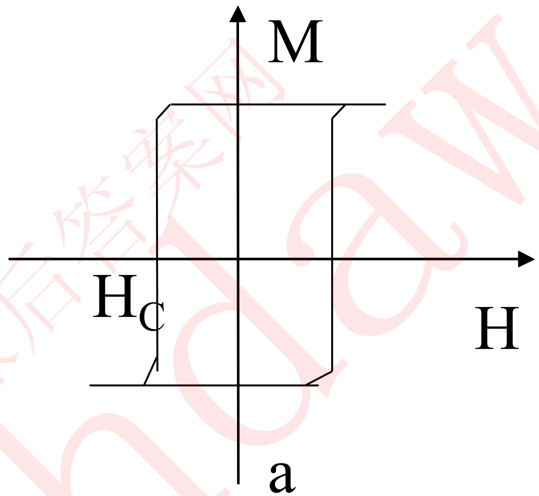
(2)当N=1000时，对应四个电流：

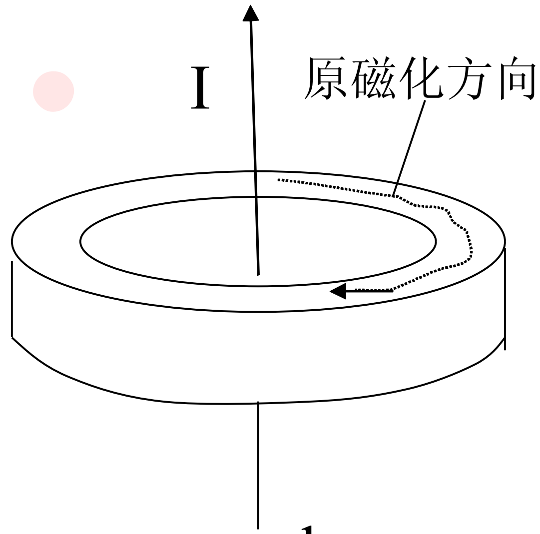
$4\times10^{-3}A, 1.44\times10^{-2}A, 14.4\times10^{-2}A, 0.27A.$

（3）若I=0.1安培时，匝数N分别为，

40匝，144 匝 ，1440匝，2700匝。

10. 矩磁材料具有矩形磁滞回线(见图a),反向场一超过矫顽力,磁化方向就立即反转.磁矩材料的用途是制造电子计算机中存储元件的环形磁芯. 附图b所示为一种这样的磁芯,其外直径为0.8毫米,内直径为0.5毫米,高为0.3毫米.这类磁芯由矩磁铁氧体材料制成,若磁芯原来已被磁化,方向如图所示.现需使磁芯中自内到外的磁化方向全部翻转,导线中脉冲电流I的峰值至少需多大?设磁芯矩磁材料的矫顽力H_C=2奥斯特.





解: 最小电流峰值 $i_m = H_C 2\pi R$

$$= 2\times3.14\times4\times10^{-4}\times2\times\left(\frac{10^3}{4\times3.14}\right)$$

$$= 4\times10^{-1} = 0.4(安培)$$

1. 在空气（μ =7000）的交界面上，软铁上的磁感强度B与交界面法线的夹角为85°，求空气中磁感强度与交界面法线的夹角。

解：由$\vec{B}$线在边界上 的“折射”公式得：

$$\frac{tg\,\theta_1}{tg\,\theta_2} = \frac{\mu_1}{\mu_\theta}$$（脚标1.2分别表示空气和软铁）

$$tg\,\theta_1 = \frac{\mu 1}{\mu 2}\,tg\,\theta\ 2 = \frac{1}{7000} * tg\,85$$

$=1。63*10^{-3}$

θ_1 =0.1°

2. 一铁芯螺绕环由表面绝缘的导线在铁环上密绕而成，环的中心线长500毫米^2。横截面积为1000毫米^2。现在要在环内产生B=1。0特斯拉的磁感强度，由铁的B--H曲线的这是铁的μ=796，求所需的安匝数N/L.如果铁环上有一个2。0毫米的空气间隙，求所需的安匝数N/L

解：(1) 由磁洛定理，安匝数N I为

$$N\,I=\Phi_B*R_m=BSL/\mu_0\mu S=BL/\mu_0\mu=1*0.5/4*3.14*10^{-7}*796=5.0*10^2.$$

(2)当L=1mm时，需N I 为：

$$N\,I=\Phi b\,(R_{m1}+R_{m2})=BS[(L-L_0)/\mu_0\mu S+L_0/\mu_0 S]$$

$$=2.1*10^3$$ 安匝

3. 一铁环中心线的半径R=200毫米，横截面积为150毫米^2：在它上面绕有表面绝缘的导线N匝，导线中通有电流I；；环上有一个1。0毫米宽的空气隙。现在要在空气隙内产生B=0。50特斯拉得磁感强度，由铁的B--H曲线的这时铁的u=250，求所需的安匝数N I.

解：依磁洛定理，求得安匝数：

$$N I=[(2*\pi R-L_0)/u +L_0]\ B/u_0 \approx [2*\pi*R+L_0]=2.41*10^3 \text{安匝}$$

4. 一铁环中心线的直径D=40厘米，环上均匀的绕有一层表面绝缘的导线，导线中通有一定电流。若在这环上锯一个宽为1.0毫米的空气隙，则通过这横界面的磁通量为3。0*10-1韦伯；若空气隙的宽度为2。0毫米，则通过环的横界面的磁通量为2。5*10-1韦伯。忽略漏磁不计，求这铁环的磁导率。

解： 由磁洛定理可得：

$$\phi_{B1} R_{m1} = \phi_{B2} R_{m2}$$

$$\phi_{B1}(\pi D / \mu_0 \mu S + L_1 / \mu_0 S) = \phi_{B2}(\pi D / \mu_0 \mu S + L_2 / \mu_0 S)$$

可求：

$$\mu = \pi D(\phi_{B2} - \phi_{B1}) / \phi_{B1} L_1 - \phi_{B2} L_2$$

=314

5. 一铁环中心线的半径R=20厘米，横截面积是边长为4。0厘米的正方形。环上绕由500匝表面绝缘得到线。导线中载有电流1。0安，这时铁的（相对的）磁导率μ=400。

（1）求通过环的横截面的磁通量；

（如果在这环上锯开一个宽为1。0毫米的空气隙，求这时通过环的横截面的磁通量的减少。

解：（1）由磁洛定理：NI=ΦbR$_m$求得：

$$\phi b = NI / Rm = NI / l / \mu 0 \mu s = NI\mu\mu 0 S / 2\pi r$$

=3。2*10^{-4}韦伯

（2）两种情况安匝数不变，故有：$\phi bRm = \phi' bRm'$

$$\phi bL / \mu 0 \mu S = \phi b'(L / \mu 0 \mu S + \nabla L / \mu 0 S)$$

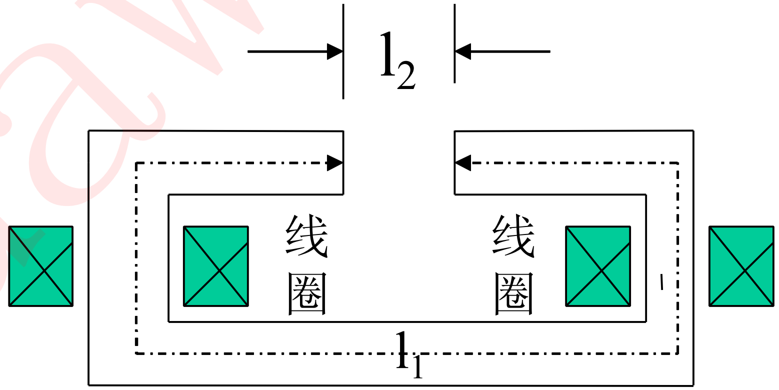
$$\therefore \phi b' / \phi b = L /(L + \mu \nabla L)$$

$$\phi' - \phi b / \phi b = -\mu \nabla L /(L + \mu \nabla L)$$

故 $\phi b - \phi' b = \phi b \mu \nabla L /(L + \mu \nabla L)$=7。7*10^{-5}

韦伯

6.一个利用空气间隙获得强磁场的电磁铁如图所示，贴芯中心线长度l_1=500毫米，空气隙长度l_2=20毫米，铁芯是（相对）磁导率μ=5000的硅钢。要在空气隙得到B=3000高斯的磁场，求绕在铁芯上的线圈的安匝数NI.



解：由磁洛定理：

$$NI=(\phi / \mu_0 S_2)(l_1 / \mu + l_2) = (B / \mu)(l_1 / \mu + l_1)$$

$=4.8*10^3$ 安匝

7. 某电钟里有一铁芯线圈，已知铁芯磁路长14。4厘米，空气隙宽2。0毫米，铁芯横截面积为0。60厘米^2，铁芯的（相对）磁导率u=1600。现在要使通过空气隙的磁通量为4。8*10^{-6}韦伯，求线圈电流的安匝数NI，若线圈两端电压为220伏，线圈消耗的功率为2。0瓦，求线圈的匝数N.

解：　由磁洛定理求得：

$$NI = \phi_b \sum R_{mi} = \phi_b * [(L - \Delta L) / \mu_0 \mu S + \Delta L / \mu_0 S]$$

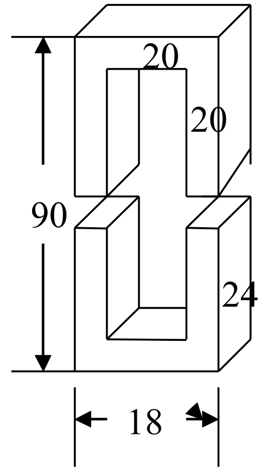
$$= (\phi_b / \mu_0 s)[(l - \Delta l) / \mu + \Delta l]$$

$=1.33*10^2$ 安匝

因为 P=UI 故 I=P/U=$9.1*10^{-3}$ 安培

N=NI/I=$1.46*10^4$ 匝

8. 附图是某日光灯所用镇流器铁芯样式（单位为毫米），材料的磁化曲线见第3节习题9附图。在铁芯上共有N=1280匝线圈，现要求线圈中通过电流I=0。41安培时，铁芯中的磁通量ϕb=5。$8*10^{-4}$韦伯，求：



（1） 此时气隙中的磁感强度和磁场强度；

（2） 铁心中的磁感强度和磁场强度H;

（3） 应留多大的气隙才能满足上述要求？

解（1）因为 $\phi 1=\phi 2$即$B_1S_1=B_2S_2$

若$S_1\approx S_2$ 则$B_2\approx$ $B1=\phi 1/S1=1.2$ 韦伯/米^2

$H_2=B_2/\mu_0=9.6*10^5$ 安培/米

（2）由章6第3节中习29的图中可查，当=1。2时,$H_1=4.5*10^3$ 安/米

由磁洛定理可得：$NI=\sum Hili=H1(l-2\Delta l)+2H2\Delta l\approx H1l+2H2\Delta l$

$\therefore$

$2\Delta l=(NI-H1l)/H2$

$=4$。$5*10^{-4}$（米

9。（1）一起重用的马蹄形状电磁铁形状附图所示，两极的横截面都是变长a的正方形，磁铁得磁导率$\mu=200$，上面绕由N =200匝线圈，电流I=2。0安，已知R=a=x=5.0厘米，l=d=10厘米，衔铁和磁极直接触，求这电磁铁的起重力（包括衔铁在内）

（2)若磁铁与衔铁间垫有厚1。0毫米的铜片，当负重（包括衔铁自重）20kg时，需要多大电流。

解：（1)由2节的习题15 磁铁最大起重力

$F=B^2S/2\mu_0$ （$S=2a^2=5*10^{-3}$米^2 $B=\mu_0\mu H=\mu_0\mu NI/2L$

$=(a*a/\mu_0)(\mu_0\mu NI/L)^2$ $=\mu_0\mu^2a^2N^2I^2/L^2=50$ (牛)

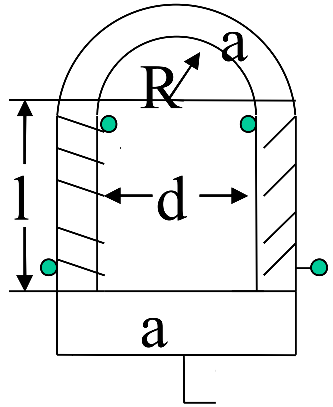
(2）需最大电流为I，则：由

$F'=B^2S/2\mu_0$ 求得:$B=\sqrt{2\mu_0F'/S}$

又因为$I=NI/N=(1/N)*(B/\mu_0)(l/\mu+2dl)$

$=(1/N)*\sqrt{2F'/\mu_0 s}(l/\mu+2dl)$

=6.52 安培



10.（1）在上题中两绕组串联合并联时，1，2，3，4各接头该如何联接？

(2)若两绕组完全相同，在同样电压的条件下，那种联接方法使电磁铁的起重力较大？打几倍？

（3）在同样电流的条件下比较，结果如何？

（4)在同样功率的条件下比较，结果如何？

解：（1）串联时，2，4联接起来，1，3接到外电源上；并联时，1，4接成一个结，2，3结成一个结后这两个结接到外电源上

（2)若每个电阻为R 串联时 $R_{串}=2R_0$; 并联时 $R_{并}=1/2\ R_0$在同样电压下，后者电压是前者的两倍，产生磁场 B大一倍。由$F=SB^2/2\mu_0$ 知起重力大4倍。

（3）若电源流出电流相同，串联电流为并联的2倍，磁场、B一倍，由$F=SB^2/2\mu_0$可知，串联起重力是并联的4倍

(4)同样功率下，$I^2_{串}*2r=2I^2_{串}*r$，故$I_{串}=I_{并}$ $B_{串}=B_{并}$故起重力相同。

11。证明两磁路并联时的磁阻服从下列公式

$$\frac{1}{Rm} = \frac{1}{Rm1} + \frac{1}{Rm2.}$$

解：总磁通 $\phi B0 = \phi B1 + \phi B2$

并联是 磁通势相等 $\varepsilon m = \phi B1\, Rm1 = \phi B2\, Rm2$

$$\therefore \quad \phi B1 = \varepsilon m / Rm1$$

$$\phi B2 = \varepsilon m / Rm2$$

$$\phi B0 = \varepsilon m / Rm = \varepsilon m / Rm1 + \varepsilon m / Rm2$$

$\therefore$ $1/R_m=1/R_{m1} + 1/R_{m2}$

12. 一电磁铁铁芯的形状如附图所示，线圈的匝数为1000，空气隙长l=2。0毫米，磁路的a,b,c三段长度与截面都相等，气隙的磁阻是他们每个的30倍，当线圈中有电流I=1.8安培时，气隙的磁场强度为多少奥斯特？

因为 $R_{ma}=R_{ma}+R_{mo}$ $1/R_{ab}=1/R_{mb}+1/(R_{ma}+R_{m0})$

$R_m=R_{mc}+R_{ab}=R_{mc}+R_{mb}(R_{ma}+R_{m0})/(R_{mb}+R_{ma}+R_{m0})$ (因为 $R_{ma}=R_{mb}=R_{mc}=R_{m0}/30$)

$=21/320\ R_{m0}$

由磁洛定理: $NI = \phi_{bc} R_m \phi_{Bb} R_{mb} = \phi_{Ba}(R_{ma} + R_{m0})$

$$\phi_{Ba} + \phi_{Bb} = \phi_{Bc} \quad \phi_{Ba} = \mu_0 SH$$

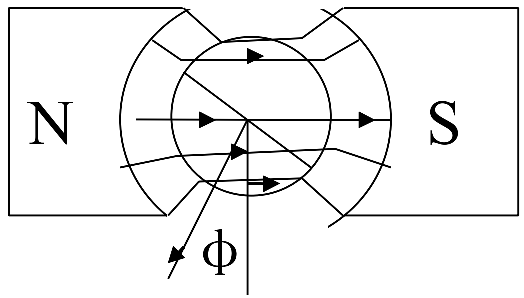
联立解得 $H=4.3*10^5$ 安/米

13。（1）借助磁路的概念定性地解释一下，为何电流计中永磁铁两极间加了软铁芯后，磁感应线会向铁芯内集中（参看附图）？

（2）在附图中设电流计永磁铁和软铁芯之间气隙内线圈竖边所在位置（图中虚线圆弧上）的磁感应强度数值为B，电流计线圈的面积为S匝数N，偏角为φ，试证明通过线圈的磁通匝链数为Ψ=NBSφ.(提示：利用磁场的“高斯定理”)

解：（1）由空气磁阻大，铁芯磁阻小，故磁力线会流向磁阻小处，故会集中于铁芯。

（2）由园的性质知，弧ab对圆心角为2Φ。故通弧ab而长l的磁通匝数：



$$\Psi = N\varphi = NB(\overline{ab} * l)$$

$$= NB(R2\varphi l) = NBS\varphi$$

14. 一种磁位计的结构如附图所时，它是均匀密绕在一条非磁性材料做的软带L上的线圈，两端接在冲击电流计上。把它放在磁场中，突然把产生的电流切断时H迅速变到0，若此时测的在冲击电流计中迁移的电量为q，试证明，原来磁场中从a沿软带L到b的磁位降为

$$\int_a^b H.dl = Rq/sn\mu_0$$

其中s为软带截面积，n为单位长度上线圈的匝数，R为电路的总电阻，（包括线圈的电阻和冲击电流计电路中的电阻）。

解：$d\psi=\mu dx\ sB_x=nsH_x d_x \mu_0$

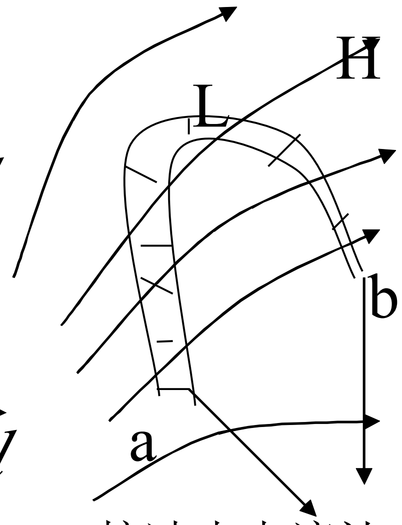
$$\varphi = \int_a^b d\varphi = \mu_0 ns\int_a^b H_x dx = \mu_0 ns\int_a^b \overrightarrow{H_x}\overrightarrow{dl}$$

$$i(t) = \varepsilon / R = (-1/R)d\varphi/dt$$

$$dq = i(A)dt = -1/Rd\varphi$$

$$q = \int -1/nd\varphi=\varphi/R=\mu_0 ns/R\int_a^b \overrightarrow{H}\overrightarrow{dl}$$

$$\therefore \int_a^b \overrightarrow{H}\,\underline{\overrightarrow{dl}} = Rq/ns\mu_0$$



15。为了测量一硬磁材料做的磁棒的磁滞回线，需要测量其中的磁场强度H的变化，为此将磁棒夹在电磁铁的两磁极之间，用平均直径D为的半圆形有机玻璃为芯做一磁位计，放在硬磁棒侧面上（附图）

（1）磁位计侧得的磁位降落与磁棒内的磁场强度H有何关系？

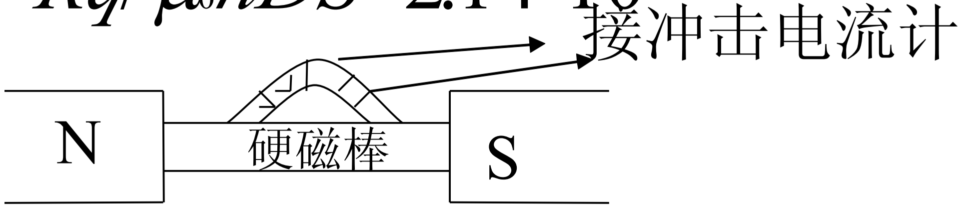
（2）先增加电磁铁绕组中电流I使硬磁棒的磁化达到饱和，然后将磁化电流突然切断，由冲击电 流侧的迁移的电量q=25微库，已知半圆形磁位计的平均直径D=1.6厘米，横截面积S=0.16厘米^{2}磁为积线圈共有3725匝，电路的总电阻R=4100欧，求硬磁棒中的磁场强度H的改变量，（切断电流后，硬磁棒内的磁场强度是不是为0？为何？）

解：由 $\oint Hdl=\sum I_i=0$ 得 $\int_{abc} Hdl=-\int Hdl=H'D$

棒内 $H'=\int_{abc} Hdl/D$ 由14题可知：磁为积的磁为降位$\Phi/ns\mu_0$

故断电时，棒变化量

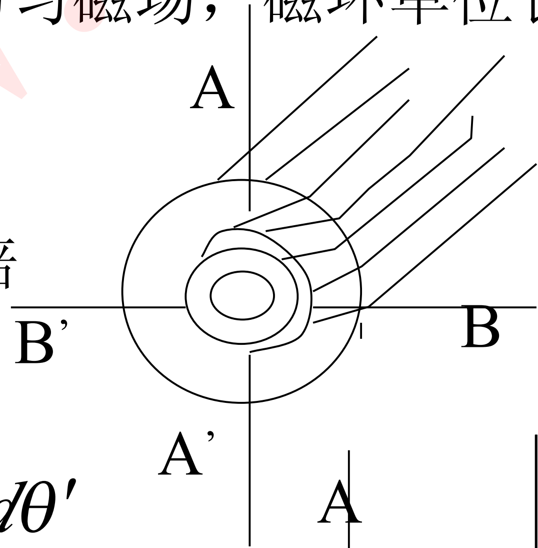
$$\Delta H=\Delta\varphi/\mu_0 nD=Rq/\mu_0 nDS=2.14*10^6 \text{安/米}$$

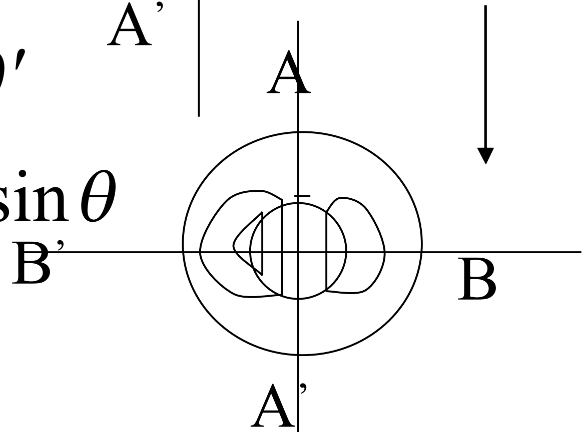


16.电视显象管的磁偏转线圈套在管颈上，中间要产生一个均匀磁场。磁场转线圈的结构如附图所时，用磁性材料做一个空心磁环，把线圈绕在上面，A,A'处绕的较稀，B,B'处绕的较密，而且ABA'与AB'A'两半边绕的如附图b的分布。设磁新的磁导率很大，从而其中磁阻可以忽略。试证明，为了在管颈中得到均匀磁场，磁环单位长度上线圈的匝数n应服从下列规律：

$$n(\theta)\propto\cos\theta$$

其中θ是从B点算起的方位角（提示：利用安培环路定理）





证明：$n = n(\theta)$ 设由环路定理：

$$\oint_L Hdl = \sum L_I = \int In(\theta)nd(\theta) = RI\int_{-\theta}^{\theta} n(\theta)d\theta'$$

$$\oint_L = \int_{L1} + \int_{L2}, \quad \int_a^b Hdl = Hdl = Hl_1 = 2HR\sin\theta$$

$$\therefore RI\int_{-\theta}^{\theta} n(\theta')d\theta' = 2Hn\sin\theta$$

从上可知，$n(\theta) = H/I\cos\theta$ 最为简单，故BB'处最密，AA'最疏。

1.目前在实验室里产生$E=10^5$伏/米的电场和$B=10^4$高斯的磁场是不难做到的,今在边长10厘米的立方体空间里产生上述两种均匀场，问所需的能量各为多少？

解 $$W_e = 1/2\varepsilon_0 E^2 V = 4.43*10^{-5}$$ 焦耳

$W_e=1/2\mu_0 B^2 V=4.0*10^2$ 焦耳

2.利用高磁导率的铁磁体，在实验室产生高斯的磁场并不困难

（1）求这磁场的能量密度；

（2）要想产生能量密度等于这个值的电场。问电场强度的值应为多少？这在实验室上容易做到吗？

解：（1）由磁场能量密度求得:

$$\omega_m = \frac{1}{2\mu_0}B^2 = 1.0\times 10^5 \text{ (焦耳/米}^3\text{)}$$

$$(2)\omega_e = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \varpi_m = 1.0\times 10^5$$

$$\therefore E = \sqrt{2\omega_m/\varepsilon_0} = 1.5\times 10^5 \text{ (伏/米)}$$

3. 一导体弯成半径为R=5.0 厘米的圆形,当其中载有I=100安的电流时,求圆心的磁场能量密度ω_m

解:电流圆心处磁场: $B_0=\dfrac{\mu_0\times I}{2k}$

故磁能密度:

$$\omega_m=\frac{B^2}{2\mu_0}=\frac{1}{2\mu_0}\left(\frac{\mu_0 I}{2R}\right)^2=\frac{\mu_0 I^2}{8R^2}$$

$$=\frac{4\times3.14\times10^{-7}\times100^2}{8\times0.05^2}=0.63\text{(焦耳/米}^3\text{)}$$

4。一螺线管300毫米，横截面积的直径为15毫米，由2500匝表面绝缘的导线均匀密绕而成，其中铁芯的磁导率μ=1000。当它的导线中通有电流2。0安时，求管中心的磁能密度。

解：中心轴上的磁场近似为：H=nI　B=μ0μNi

磁能密度：

$$\omega_m = B^2/2\mu_0 = 0.5\mu_0\mu^2 n^2 I^2$$

$$= 1.75\times10^5$$ 焦耳/米³

5。一同轴线由很长的两个同轴圆筒构成，内筒半径为1。0毫米，外筒半径为7。0毫米，有100安的电流有外筒流去，内筒流出，两筒的厚度可忽略。两同之间的介质无磁性（μ=1），求：

（1）介质中的磁能密度分布w_m；

（2）单位长度（1米）同轴线所储磁能W_m

解：（1）由高斯定理求得B分布：$B=\begin{cases} 0 & R_1>r \\ \mu_0 I/2\pi r & R_1<r<R_2 \\ 0 & R_2<r \end{cases}$

故　$r<R_1, r>R_2 \omega_m = 0$

$$R_1<r<R_2, \omega_m = \frac{1}{2\mu_0}B^2 = \frac{1}{2\times 4\pi 10^{-7}}(\frac{\mu_0 I}{2\pi r})^2 = \frac{1.59\times 10^{-4}}{r^2}$$

(2)单位长度内磁能

$$\omega_m = \int_{R_1}^{R_2} \omega_m dv = \int_{R_1}^{R_2} (1.59 * 10^{-4} / r^2) 2\pi dr$$

$$= 1.59 \times 10^{-4} 2\pi \ln \frac{R_2}{R_1} = 1.59 \times 10^{-7} \times 6.28 \times \ln 7$$

6。一根长直导线有电流I,I均匀的分布在它的横截面上。证明：这导线内部单位长度的磁场能量为：$\mu_0 I^2/16\pi$

解：由安培环路定理求得：

$$B2\pi r=\mu_0\sum I=\mu_0\frac{I}{\pi R^2}\pi r^2 \qquad \therefore B=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}$$

磁能密度：$\omega_m=\dfrac{1}{2\mu_0}B^2=\dfrac{1}{2\mu_0}\left(\dfrac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2}\right)^2=\dfrac{\mu_0 I^2 r^2}{8\pi^2 R^4}$

导体的磁能：ω

$$m=\int_0^R \omega_m 2\pi r dr=\int_0^R \frac{\nu_0 I^2 r^2}{8\pi^2 R^4}2\pi r dr$$

$$=\frac{\mu_0 I}{4\pi n^4}\frac{r^4}{4}=\frac{\mu_0 I}{16\pi}$$

7.一同轴线由很长的直导线和套在它外面的同轴圆筒构成，导线的半径为a，圆筒的内半径为b，外半径为c，电流I由圆筒流去，由导线流回；在它们的横截面上，电流是均匀分布的。

（1）求下列四处每米长度内所储磁能ω_m的表达式：导线内，导线和圆筒之间，圆筒内，圆筒外；

(2)当a=1.0毫米,b=4.0毫米,c=5.0毫米，I=10安时，每米长度的同轴线中储存磁能多少？

解：（1）由安培环路定理求B的分布 $B=\begin{cases} \mu_0 Ir/2\pi a^2 & r<a \\ \mu_0 I/2\pi r & a<r<b \\ \mu_0 I(C^2-r^2)/2\pi(c^2-b^2)r & b<r<c \end{cases}$

$$r<a,\omega_m=\mu_0 I/16\pi$$

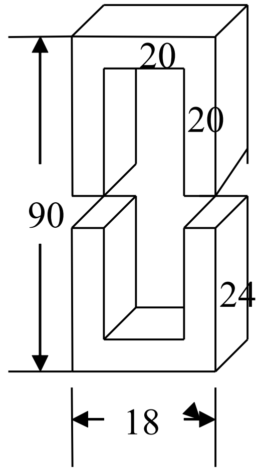
$$a<r<b,\omega_m=\int\frac{1}{2\mu_0}B^2 2\pi r dr=\frac{\mu_0 I^2}{4\pi}\ln\frac{b}{a}$$

$$b<r<c,\omega_m=\int\frac{1}{2\mu_0}B^2 2\pi r dr=\frac{\mu_o I^2}{16\pi(c^2-b^2)^2}(4c^2\ln\frac{c}{b}-3c^4+4b^2c^2-b^4)$$

$$r>c,\omega_{m=0}$$

$$(2)\omega=\sum\omega_{mi}=\frac{\mu_0 I^2}{16\pi}+\frac{\mu_0 I^2}{4\pi}\ln\frac{b}{a}+\frac{\mu_0 I^2}{16\pi(c^2-{}^2)^2}(4c^2\ln\frac{c}{b}-3c^2+4b^2c^2-b^4)$$

8. 附图是某日光灯所用镇流器铁芯样式（单位为毫米），材料的磁化曲线见第3节习题9附图。在铁芯上共有N=1280匝线圈，现要求线圈中通过电流I=0。41安培时，铁芯中的磁通量ϕ=5。8*10^{-4}韦伯，求：



（1） 此时气隙中的磁感强度和磁场强度；

（2） 铁心中的磁感强度和磁场强度H;

（3） 应留多大的气隙才能满足上述要求？

解（1）因为 $\phi_1=\phi_2$ 即$B_1S_1=B_2S_2$

若$S_1\approx S_2$ 则$B_2\approx$ $B_1=\phi_1/S_1=1.2$ 韦伯/米^2

$H_2=B_2/\mu_0=9.6*10^5$ 安培/米

（2）由章6第3节中习29的图中可查，当=1。2时,$H_1=4.5*10^3$ 安/米

由磁洛定理可得：$NI=\sum H_il_i=H_1(l-2\Delta l)+2H_2\Delta l\approx H_1l+2H_2\Delta l$

$\therefore$

$2\Delta l = (NI - H_1l)/H_2$

=4。5*10^{-4}（米

第七章

1. 220伏和380伏交流电压的峰值各为多少？

U=

解：

U=220 伏，其峰值 $U_0=\sqrt{2}$ $\sqrt{2}\times 220=311$ (伏）

U=380 伏，其峰值 $U_0=\sqrt{2}$ U= $\sqrt{2}\times 380=537$（伏）

2. 两个间谐交流电$i_1(t)$和$i_2(t)$的坡形如图所示，

（2） 它们之间的位相差为多少？哪个超前？

（1） 写出它们的三角函数（余弦）表达式，

解：

（1）当 $i(t)= I_0 \cos(\omega t + \phi)$

$$i_1(t)= I_0 \cos(\omega t + \pi)$$

$$i_2(t)= I_0 \cos(\omega t + \frac{3}{2}\pi)$$

(2)

$$\phi_1 - \phi_2 = 3/2\pi - \pi = 1/2\pi$$

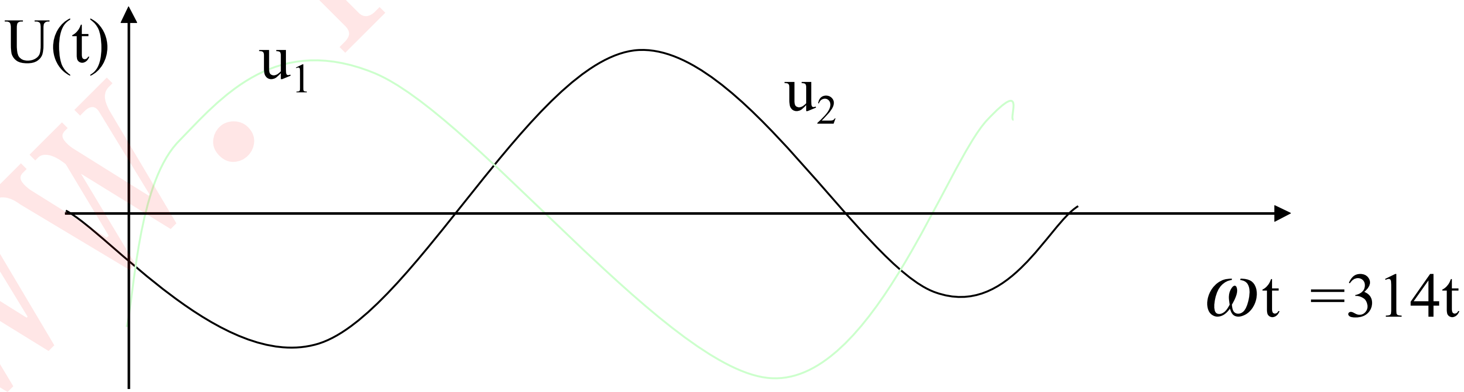
3. 在 同 一时间坐标上画出简谐交流电压 $u_1(t)=311\cos(314t-\frac{2\pi}{3})$伏和 $u_2(t)=311\sin(314t-\frac{5\pi}{6})$伏的曲线..它们的峰值，有效值，频率和相位差各为多少？哪个超前？

解：

(1) $u_1(t)=311\cos(314t-\frac{2\pi}{3})$

$u_2(t)=311\sin(314t-\frac{5\pi}{6})$

用列表法可描点画出如下图形：



峰值 $u_{10}=311$伏， $u_{20}=311$伏

有效值： $u_1 = u_2 = u_{10}/\sqrt{2} = u_{20}/\sqrt{2} = 220$伏

频率： $f=\frac{314}{2\pi}=50$周，相位差$\varphi_1-\varphi_2=-\frac{2\pi}{3}$

u_1超前.

1． 电阻R的单位为欧姆，自感L 的单位为亨利，电容C的单位为法拉，频率 f 的单位为周（赫兹），角频率 ω

$=2\pi$ f 。试证明：

（1）$\dfrac{L}{R}$ 的单位为秒。

（2）RC 的单位为秒。

（3）$\sqrt{LC}$ 的单位为秒。

（4） ωL 的单位为欧姆；

（5） $\dfrac{1}{\omega C}$ 的单位为欧姆。

解：

（1）$\frac{L}{R}$ 单位：$\frac{1\text{亨利}}{1\text{欧姆}}=\frac{1\text{伏特}\bullet\text{秒}}{1\text{安培}}/\frac{1\text{伏特}}{1\text{安培}}=1\text{秒}$

（2）RC单位：

$$1\text{欧姆}\bullet 1\text{法拉}=\frac{1\text{伏特}}{1\text{安培}}\times\frac{1\text{库仑}}{1\text{伏特}}=\frac{1\text{库仑}}{1\text{安培}}=\frac{1\text{安培}\bullet 1\text{秒}}{1\text{安培}}=1\text{秒}$$

（3）$\sqrt{LC}$单位：$\sqrt{1\text{亨利}\bullet 1\text{法拉}}=\sqrt{\frac{1\text{伏特}\bullet 1\text{秒}}{1\text{安培}}\bullet\frac{1\text{库仑}}{1\text{伏特}}}=\sqrt{\frac{1\text{库仑}\bullet 1\text{秒}}{1\text{安培}}}=1\text{秒}$

（4）ω L 单位：$\frac{1}{\text{秒}}\bullet\frac{1\text{伏}\bullet 1\text{秒}}{1\text{安培}}=1\text{欧姆}$

（5）$\frac{1}{\omega C}$单位：$\frac{1\text{秒}}{\text{库仑/伏特}}=\frac{1\text{秒}\bullet 1\text{伏特}}{1\text{安培}\bullet 1\text{秒}}=1\text{欧姆}$

2． C=79.6微法的电容，接到220伏50周的交流电源上,求它的阻抗和通过它的电流.

解:

$$\because \quad Z_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \times 50 \times 79.6 \times 10^{-6}} = 40(\text{欧})$$

$$\therefore \quad I = \frac{U}{I} = \frac{220}{40} = 5.5(\text{安培})$$

3.　L=31.8毫亨线圈, 其电阻可略去不计, 当加上220伏, 50周的交流电压时,求它的阻抗 和通过它的电流.

解：

$$Zc=\omega L=2\pi\times50\times31.8\times10^{-3}=10(\text{欧姆})$$

$$\therefore I=\frac{U}{Zc}=\frac{220}{10}=22(\text{安培})$$

4. (1) 分别求 频率为50 周和500周时10亨利电感的阻抗

(2)分别求频率为50 周和500周时10微法电容的阻抗.

(3)在哪个频率时, 10亨利电感器的阻抗等于10微法电容的阻抗?

解:

(1) $Z_1 = \omega_1 C_1 = 2\pi \times 50 \times 10 = 3.14 \times 10^3$ (欧姆)

$Z_2 = \omega_2 C_2 = 2\pi \times 50 \times 10 = 3.14 \times 10^4$ (欧姆)

(2) $Z_1 = \dfrac{1}{\omega_1 C} = \dfrac{1}{2\pi \times 50 \times 10^{-6}} = 3.21 \times 10^2$ (欧姆)

$$Z_2=\frac{1}{\omega C_2}=\frac{1}{2\pi\times 200\times 10^{-5}}=32.1\ \text{(欧姆)}$$

（3） $\because \frac{1}{\omega C}=\omega C$

$$\therefore \omega=\frac{1}{\sqrt{LC}}=2\pi f$$

$$\therefore f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}=\frac{1}{2\times 3.14\sqrt{10\times 10^{-5}}}\approx 16(\text{周})$$

5. $CuSO_4$溶液的电阻率为40欧· 厘米, 介电常数 ε=80, 插进两块平行铜板作电极通入交流电, 问在怎样的频率下电阻与容抗数值相等.

解: 依题意, 可视平行板电容器, 电容值为:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}$$

板间电阻为:

$$R = \rho \frac{d}{s}$$

当

$$\rho \frac{d}{s} = \frac{1}{\omega C} = \frac{d}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon s} = \frac{d}{2\pi f \varepsilon_0 \varepsilon s}$$

$$\therefore f = \frac{1}{2\pi \rho \varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{1}{2 \times 3.14 \times 40 \times 10^{-2} \times 8.85 \times 10^{-12} \times 80}$$

$$= 5.6 \times 10^{8} (\text{周})$$

1. 已知在某频率下附图中电容, 电阻的阻抗数值之比为 $Z_C : Z_R = 3 : 4$,

若在串联电路 两端加总电压 U=100伏,

(1) 电容和电阻元件上的电压 U_C ,U_R 为多少?

(2)电阻元件中的电流与总电压之间有无相位差?

解:

$$\because \frac{U_C}{U_R} = \frac{Z_C}{Z_R} = \frac{3}{4}, \text{而} \qquad U_R^2 + U_C^2 = 100^2$$

解上两式可得:

$$U_C = 60(\text{伏}), \qquad U_R = 80(\text{伏})$$

(2) 串联电路 I_R与 I同相位, ,故I_R与U的相位差为:

$$\varphi_u - \varphi_{IR} = \varphi_u - \varphi_i = -tg^{-1}\frac{Z_C}{Z_R} = -tg^{-1}\frac{3}{4}$$

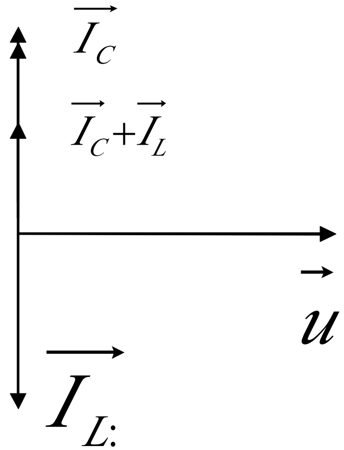
2. 已知在某频率下附图中电感和电容元件阻抗数值之比

$Z_L : Z_C = 2:1$,

总电流I =1 毫安, 问通过 L 和C 的电流 I_L ,I_C 各为多少?

解: 依题意可知, L, C并联, 电压同相, 如图所示:

$$\because \begin{cases} I = I_C - I_L = 1 \quad mA \\ \dfrac{I_C}{I_L} = \dfrac{Z_L}{Z_C} = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} I_C = 2mA \\ I_L = 1mA \end{cases}$$



3.在附图中已知$U_1=U_2=20$伏,Sec=R_2 ,求总电压U。

解法： 依题意知，应选C，R_2并联电压同相，应选U_2参数方向。I_{R2}与同相位，I_C比U_2超前$\pi/2$作出$\mathbf{I}=\mathbf{I}_{R2}+\mathbf{I}_C$矢量图。

而U_{R1}与总路电流**I** 同相位，得$U_1=Ik_1$

再$\mathbf{U}_1+\mathbf{U}_2$合成为**U**。

I与**U**的夹角

计算：

$\because Z_C=R_2 \qquad \therefore I_{R2}=I_C \qquad \varphi_i-\varphi_{u_2}=45^\circ,$

又$\because U_1=U_2, \quad U_1$与$I$同相位

$$U=\sqrt{U_1^2+U_2^2-2U_1U_2\cos 135^\circ}=\sqrt{20^2+20^2+2\times20\times20\times\frac{\sqrt{2}}{2}}=37(伏)$$

而 I与U相位差为 $\varphi_u-\varphi_I=225^\circ$

4.在上题附图中已知$U_1=U_2$，$Z_c:R_2=\sqrt{3}$,用矢量图解法求总电压与总电流的位相差。

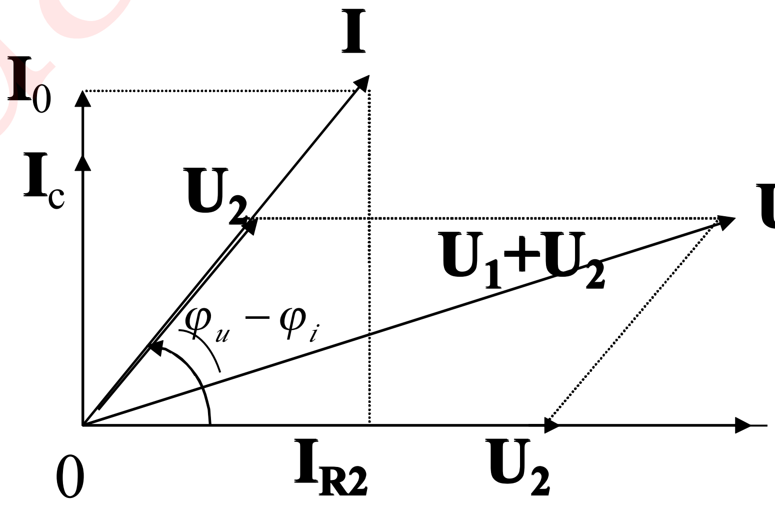
解法：参考3题作图：

$\because \quad \frac{Z_c}{Z_{R_2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$ 则 $I_c:I_{R_2}=\sqrt{3}:1$

$$\varphi=+tg^{-1}\frac{I_c}{I_{R_2}}=+tg^{-1}\sqrt{3}=60^\circ,$$

又 $\because \quad U_1=U_2,$

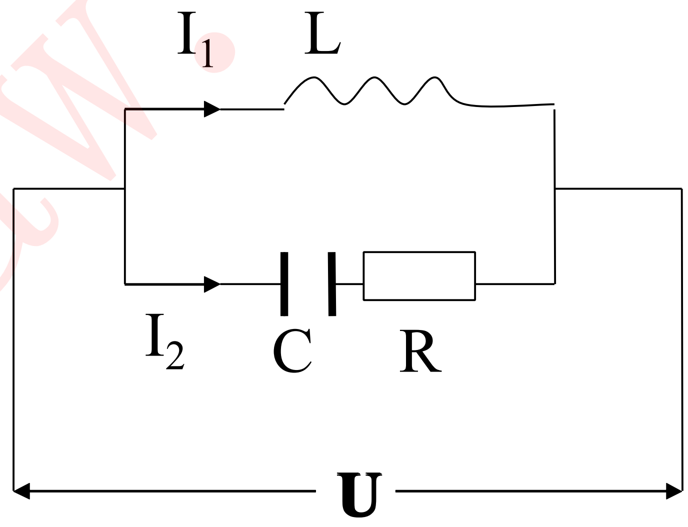
$$\varphi_u-\varphi_i=-\frac{\varphi}{2}=-30^\circ$$



5.在附图中已知$Z_1:Z_2:R=2:1:1$,求:

(1) I_1与I_2间的位相差;

(2) U与U_C间的位相差。并用矢量图说明之。



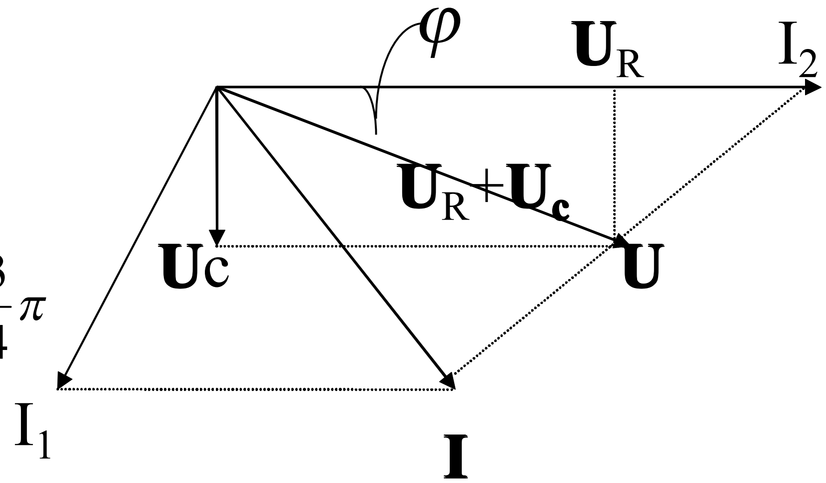
解法： 依题意作矢量图：先I_2作为参考方向，U_R与I_2同方向，U_C落后**I** $\pi/2$，而**$U=U_C+U_R$**，即总路电压**I_C**比**U**落后 $\pi/2$， 则：

$\because \quad Z_c = Z_R \quad , \quad \varphi = \frac{\pi}{4}$

$\because Z_c : Z_{Rc} = Z_c : \sqrt{R^2 + R_c^2} = 2 : \sqrt{2}$

即$I_1 : I_2 = \sqrt{2} : 2$ 可得 $\varphi_{i_1} - \varphi_{i_2} = -\frac{3}{4}\pi$

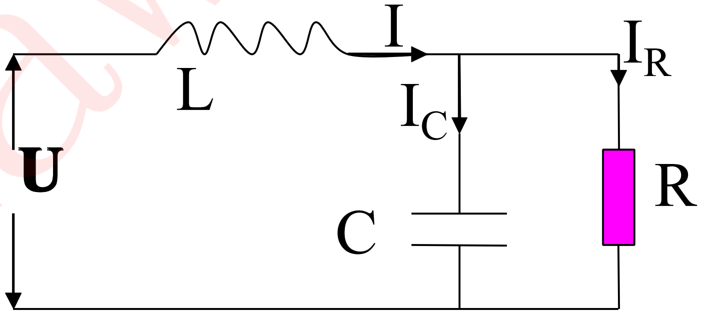
而 $\varphi_u - \varphi_{u_c} = \varphi = \frac{\pi}{4}$



6. 在附图中$Z_L=Z_C=R$,求下列各量间的相位差，并用矢量图说明之。

（1） U_C与I_R（2） I_C与I_R（3） U_R与U_L；（4） U与I；解法： 依题意，先选RC并联电压$\mathbf{U}_{RC}$作参考点

$\mathbf{I}_R$与$\mathbf{U}_{RC}$同相，$\mathbf{I}_C$较$\mathbf{U}_{RC}$超前$\pi/2$，求出$\mathbf{I}=\mathbf{I}_R+\mathbf{I}_C$，即总路电流$\mathbf{U}_C$较$\mathbf{I}$超前$\pi/2$，如图所示：



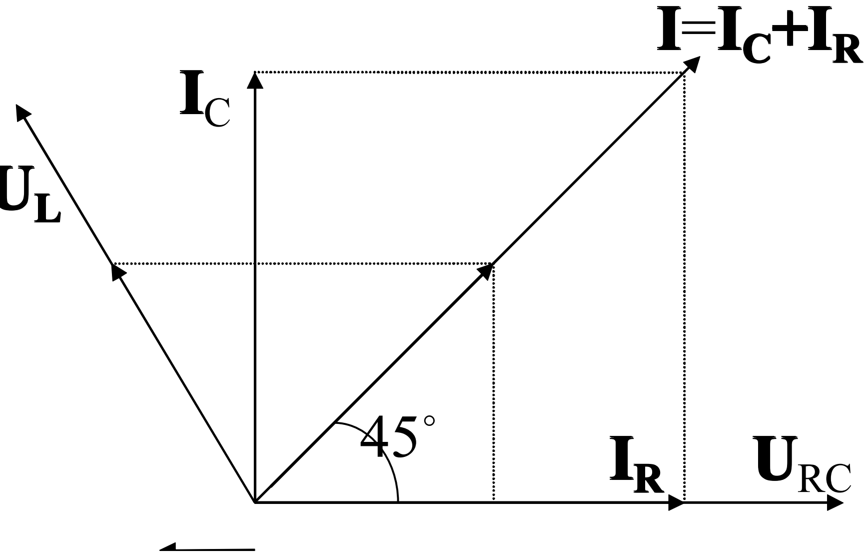
$\because \quad Z_c=Z_L=R.$

(1)U_c较I_C落后$\dfrac{\pi}{2}$,U_C与I_R同相. $\quad \varphi_{u_c}-\varphi_{z_r}=0.$

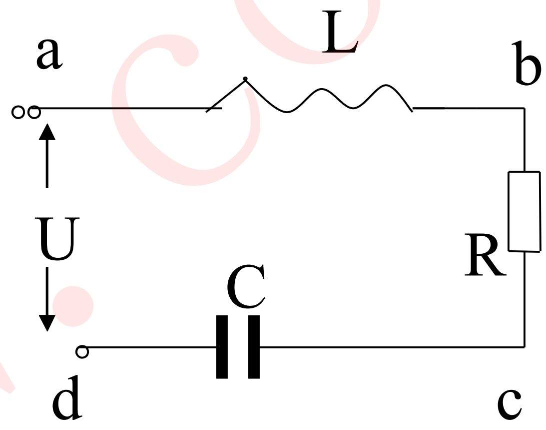
(2)I_c超U_c即U_{RC}相位$\dfrac{\pi}{2}$. $\quad \varphi_{I_c}-\varphi_{u_c}=\dfrac{\pi}{2}$

(3)$\varphi_{uRr}-\varphi_{u_L}=\varphi_{u_{Rc}}-\varphi_{uc}=-\dfrac{3}{4}\pi$

(4)$\varphi_u-\varphi_i=0$



7．7　在附图中已知 Z_L：R：Z_C=\\\\\\\\\\\\, 求下列各量之间的 位相差，并用矢量图说明之。（1）U_{ab} 和 U_{bc}；(2) U_{ab}.和U_{cd}；(3)U_{ad} 和 U_{ad}；（4）U_{bc} 和 U_{ad}。



解：依题意，选总路电流 $\vec{I}$ 为参考方向；

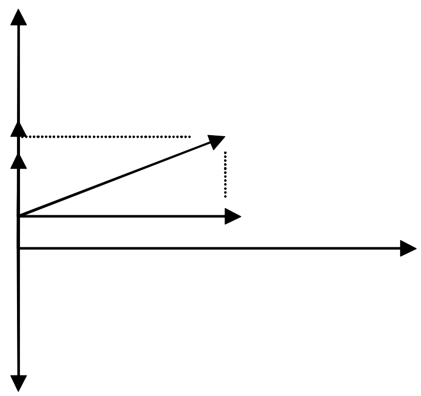
$\vec{U}_k$与$\vec{I}$同相，$\vec{U}_C$较$\vec{I}$落后$\dfrac{\pi}{2}$，$\vec{U}_L$较$\vec{I}$超前$\dfrac{\pi}{2}$

$\therefore \vec{U}=(\vec{U}_C+\vec{U}_L)+\vec{U}_k$ 即总路电压

$\because Z_L:k:Z_C=\sqrt{3}:1:\dfrac{2}{\sqrt{3}}$　　则

$U_L:U_k:U_C=\sqrt{3}:1:\dfrac{2}{\sqrt{3}}$　$\therefore U_L-U_C=\dfrac{1}{\sqrt{3}}U_k$

$tg\varphi=\dfrac{U_L-U_C}{U_k}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$　$\therefore \varphi=\dfrac{\pi}{6}$



故各位相差：　（电压）

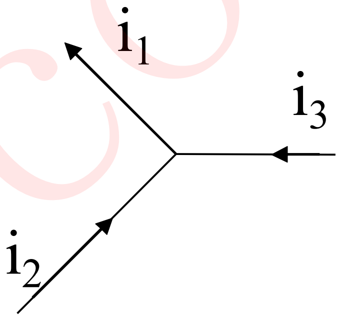
（1）　$\varphi_{ab}-\varphi_{bc}=\varphi_{L}-\varphi_{k}=\dfrac{\pi}{2}$

（2）　$\varphi_{ab}-\varphi_{cd}=\varphi_{L}-\varphi_{C}=\pi$

（3）　$\varphi_{ad}-\varphi_{ab}=\varphi\ \ -\varphi_{L}=\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\pi}{2}=-\dfrac{\pi}{3}$

（4）　$\varphi_{bc}-\varphi_{ad}=\varphi_{k}-\varphi_{L}=0-\dfrac{\pi}{6}=-\dfrac{\pi}{6}$

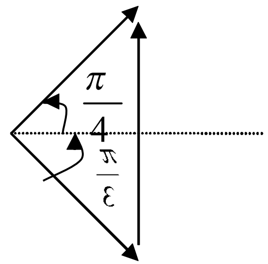
8\. 8. 有三条支路汇于一点,电流的标定方向见附图。设$i_1(t)=30\cos(\omega t+\pi/4)$安，$i_2(t)=30\cos(\omega t-\pi/3)$安，用矢量法求$i_3(t)$的瞬时值表达式:



解：依题意,电流流出等于流出:

$$\vec{i}_1=\vec{i}_2+\vec{i}_3$$

$$\therefore\ \vec{i}_3=\vec{i}_1-\vec{i}_2$$



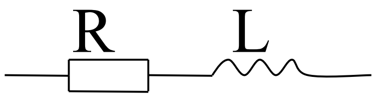
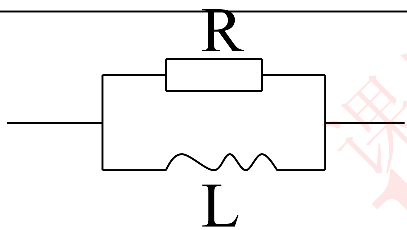
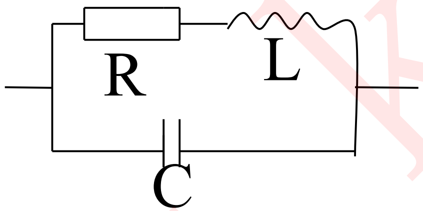
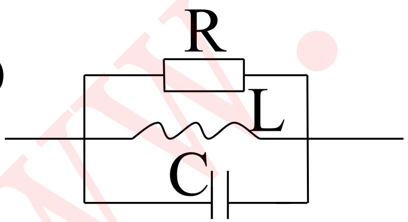
$$i_{30}=\sqrt{i_{10}^2+i_{20}^2-2i_0 i\cos(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{3})}$$

$$=\sqrt{30^2+40^2+2\times30\times40^\circ\times0.259}$$

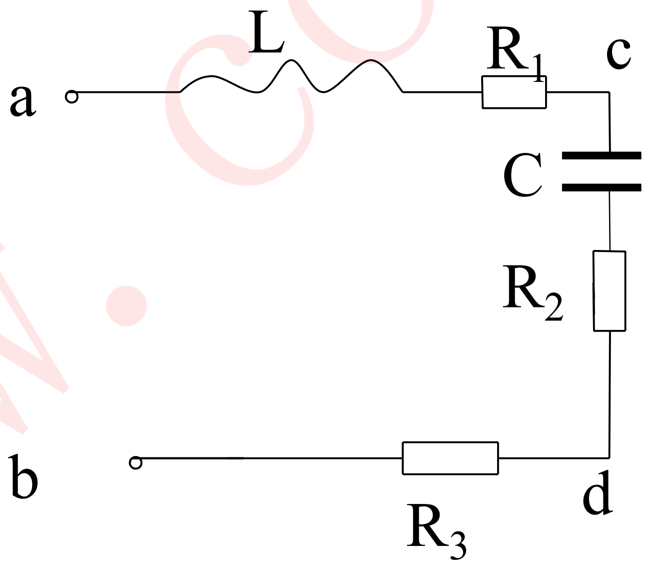
$$=\sqrt{3147.18}\approx56.1\quad(A)$$

9．9　　用矢量图解法推导下列阻抗和位相相差公式：

题目：

电路	公式	
	Z	tan
（1）	$\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$	$\omega L/R$
（2）	$\dfrac{R\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}$	$R/\omega L$
（3）	$\sqrt{\dfrac{R^2+(\omega L)^2}{(\omega CR)^2+(1-\omega^2 LC)^2}}$	$\dfrac{\omega L-\omega C(R^2+\omega^2 L^2)}{R}$
（4）	$\dfrac{\omega LR}{\sqrt{R^2(1-\omega^2 LR)^2+(\omega L)^2}}$	$\dfrac{R(1-\omega^2 LC)}{\omega L}$

10. 10. 附图中 a，b 两点接到一个交流电源 上，两点间电压为130伏， R_1=6.0欧，R_2 =R_3 = 3.0欧，Z_L = 8.0欧，Z_C =3.0欧，求：



（1）电路中的电流；

（2）a,c 两点间的电压；

（3）c,d两点间的电压。

解：依题意，作如图所示：

（1）总路电抗：$Z=\dfrac{U}{I}=\sqrt{(R_1+R_2+R_3)^2+(Z_L-Z_C)^2}$

$$=\sqrt{(6+3+3)^2+(8-3)^2}$$

$$=\sqrt{12^2+5^2}=13 \quad \text{(欧姆）}$$

故：$I=\dfrac{U}{Z}=\dfrac{130}{13}=10 \quad (A)$

（2）$U_{ac} = IZ_{ac} = I\sqrt{R_1^2 + Z_L^2} = 10\sqrt{6^2 + 8^2} = 100 \quad (V)$

（3）$U_{cd} = IZ_{cd} = I\sqrt{R_2^2 + Z_C^2} = 10\sqrt{3^2 + 3^2} = 42 \quad (V)$

11. 11.　一直流电阻为120欧的 抗流圈与一电容为10微法的电容器串联。

当电源的频率为50周,总电压为120伏， 电流强度为1.0安时， 求该抗流圈的自感。

解法：串联电路阻抗

$Z=\sqrt{R^2+(Z_L-Z_C)^2}$可得：

$Z_L=\sqrt{Z^2-R^2}+Z_C$

由于$Z=\dfrac{U}{I}=\dfrac{120}{1}=120$ （欧）　$R=120$(欧）

$Z_C=\dfrac{1}{\omega C}=\dfrac{1}{100\times 3.14\times 10\times 10^{-6}}=3.18\times 10^2$ (欧）

：　故：$Z_L=\sqrt{120^2-120^2}+Z_C=0+Z_C=3.18\times 10^2$ （欧）

又因$Z_L=\omega L=Z_C$

故　$L=\dfrac{Z_C}{\omega}=\dfrac{3.18\times 10^2}{100\pi}\approx 1.0$ （亨利）

12.12.　60欧的变阻器与20欧0.050亨的抗流并联接于50周的电源上，通过抗流圈的电流为4.0安，求通过变阻器和电源的电流。

解：对电感支路 $Z_1=\sqrt{R_1^2+(\omega L)^2}=\sqrt{20^2+(100\pi\bullet 0.05)^2}=25.5$ （欧）

$$tg\varphi_1=\frac{\omega L}{R_1}$$

并联电路点压相等，即 $I_1Z_1=I_2R$ 　$I_2=\frac{I_1Z_1}{R}=\frac{4.0\cdot 25.5}{60}=1.7$ 　(A)

$$I=\sqrt{I_1^2+I_2^2+2I_1I_2\cos\varphi_1}$$

故 $$\cos\varphi_1=\frac{R_1}{\sqrt{R_1^2+(\omega L)^2}}=\frac{20}{25.5}$$

代入

$$I=\sqrt{4.0^2+1.7^2+2\times 4\times 1.7\times\frac{20}{25.5}}\approx 5.4(A)$$

13（1）一个电阻与一个电感串联接在100伏的 交流电源上，一个交流伏特计不论接在电阻或电感上时，读数都相等。这个读数应为多少?

（2）改变（1）中电阻及电感的大小，使接于电感上的伏特计读数为50伏。这时若把伏特计接于电阻上，其读数是多少?

解：（1）依题意可知：$U=\sqrt{U_R^2+U_L^2}$

$$\therefore U_R=U_C=\frac{U}{\sqrt{2}}=\frac{100}{\sqrt{2}}=70.7 \quad （伏）$$

（2）若U_L=50伏，则

$$U_R=\sqrt{U^2-U_L^2}=\sqrt{100^2-50^2}=50\sqrt{3}\approx 86.6 \quad (伏）$$

1. 14. 在50周交流电路中有变阻器和自感为0.10亨的线圈串联，在总电压和电流之间有位相差 $\varphi = 30^{\circ}$，此变阻器的 电阻等于多少？要消除位相差，需串联入多大的电容？若与LR并联时需多大电容？

解法： 因为 $tg\varphi = \dfrac{\omega L}{R} = tg30^{\circ} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 可得

$$R = \frac{\omega L}{\sqrt{3}/3} = \sqrt{3} \times 2\pi \times 50 \times 0.1 = 54.4 \quad (\text{欧})$$

当串入电容后，则 $tg\varphi = \dfrac{U_L - U_C}{U_R} = \dfrac{\omega L - \dfrac{1}{\omega C}}{R} = 0$

$$\text{故 } \omega L = \frac{1}{\omega C}$$

$$\therefore C = \frac{1}{\omega^2 L} = \frac{1}{(100\pi)^2 \times 0.10} \approx 1.01 \times 10^{-4} \quad (\text{法拉})$$

当并入电容后：$tg\varphi = \dfrac{\omega L - \omega C()}{R} = 0$

$$\therefore C = \frac{L}{R^2 + \omega^2 L^2} = \frac{0.1}{54^2 + (100\pi)^2 \times 0.1^2} = 2.62 \times 10^{-5} \quad (\text{法拉})$$

15　阻抗为10欧的电感器，阻抗为25欧的电容器和电阻为10欧的电阻器串联，接在50周，100伏的交流电源上，求（1）电流（2）电压，电流间的位相差；（3）各元件上的电压。

解：　串联RLC电路的阻抗：

$$Z=\sqrt{R^2+(Z_L-Z_C)^2} \qquad tg\varphi=\frac{Z_L-Z_C}{R}$$

（1）$I=\dfrac{U}{Z}=\dfrac{100}{\sqrt{10^2+(10-25)^2}}\approx 5.6 \quad (A)$

（2）$\varphi=tg^{-1}\dfrac{Z_L-Z_C}{R}=tg^{-1}\dfrac{10-25}{10}=tg^{-1}(-1.5)=-56^\circ 18'$

（3）$U_R=U_L=I\times R=5.6\times 10=56$　（伏）

$U_C=I\times Z_C=5.6\times 25=140$　（伏）

16　一个交流发电机的电压为100伏，角频率$\omega=500$弧度/秒，一个3.00欧的电阻器、一个50.0微法的电容器和一个电感可以从10.0毫亨变到80.0毫亨德电感器串联接于发电机的两端。如电容器耐压1200伏，求：

（1）电路中所能容许的最大电流；

（2）电感可安全地增加到多少？

解：　（1)依题意可知$U_C = I\,Z_C = \dfrac{I}{\omega C}$

当 最大值为1200伏时，则电流最大值为：

（2）　$I=\omega C U_C = 500\times 5\times 10^{-5}\times 1200 = 30 \quad (A)$

因为 $U=\sqrt{U_R^2+(U_L-U_C)^2}$　　　$Z=\sqrt{Z_R^2+(Z_L-Z_C)^2}$

故 $U_L = IR_L = I\omega L = \pm\sqrt{U^2-U_R^2}+U_C$

$$\therefore L=\frac{\pm\sqrt{U^2-U_R^2}+U_C}{I\omega}=\frac{1200\pm\sqrt{100^2-900}}{30\times 500}$$

按题意上式中应取：$L=\dfrac{1200-\sqrt{100^2-900}}{30\times 500}=\dfrac{1200-43.51}{30\times 500}=7.7\times 10^{-2}$(亨利）

17　自感为0.10亨、电阻为2.0欧的线圈与一个电容器串联后接在交流电上，问：

（1）在50周的频率下，电容多大时在线圈中的电流最大？

（2）如果这电容器耐压400伏，则电源的电压最大不能超过多少？

解：（1）依题意可知 $Z=\sqrt{R^2+(Z_L-Z_C)^2}$

当$Z_C=Z_L$时，$I_{max}=U/R$

故 $C=\dfrac{1}{\omega^2 L}=\dfrac{1}{(100\pi)^2\times 0.1}\approx 1.01$ (法拉)

（2）根据 $U=I_{max}R$，$U_{C\,max}=\dfrac{I_{max}}{\omega C}$ 得

$$U=\omega C U_{C\max} R=100\pi\times 10^{-4}\times 400\times 2=25.1 \quad (伏)$$

18.一电阻为R,自感为L的矩形线圈以角速度÷绕一竖直边÷旋转，当这线圈的法线与地磁子午面成何角度时其中瞬时电流为0？

解： 依题意可知：$\Phi = B_{水平} \cdot S \cdot \cos\omega t$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega B_{水平} \cdot S \cdot \sin\omega t = \varepsilon_0 \sin\omega t$$

$$I_0 = \frac{\varepsilon_0}{Z} = \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}}, \qquad \varphi = tg^{-1}\frac{\omega L}{R}$$

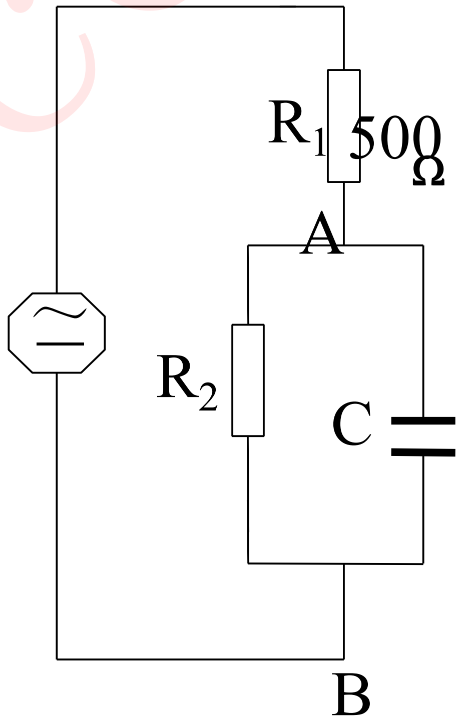
19. 19.如附图，输入讯号同时包含$f_1=50$赫和$f_2=500$赫两种频率的成分，它们的电压均为20伏，试估算从电容器两端输出的电压中各种频率成分各为多少？

解法： 依题意可知，串联电路中电流处处相同，

则：

20.

21. 21. 如附图，输入讯号中包含直流成分6伏，交流成分500周、1伏。要求在AB两端获得直流电压1伏，而交流电压小于1毫伏，问电阻R_2该取多大，旁路电容C至少该取多大？



解法：依题意可知,稳态时，

$$\frac{U}{R_1+R_2}\cdot R_2=1\text{伏}。\quad \therefore R_2U=R_1+R_2$$

$$R_2=\frac{R_1}{U-1}=\frac{500}{6-1}=100(\text{欧})$$

对交流电来讲： 当$R_2>>\frac{1}{\omega c}$时，可看作R_1与C串联，则

$$\frac{U_{AB}}{Z_C}=\frac{U_{交}}{\sqrt{R_1^2+\left(\frac{1}{\omega c}\right)^2}}\quad 即\quad U_{AB}\omega c=\frac{U_{交}}{\sqrt{R_1^2+\left(\frac{1}{\omega c}\right)^2}}$$

$$U_{AB}=\frac{U_{交}/\omega c}{\sqrt{R_1^2+\left(\frac{1}{\omega c}\right)^2}}=\frac{U_{交}}{\sqrt{R_1^2\omega^2c^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{500^2\times(1000\pi)^2\times c^2+1}}=10^{-3}$$

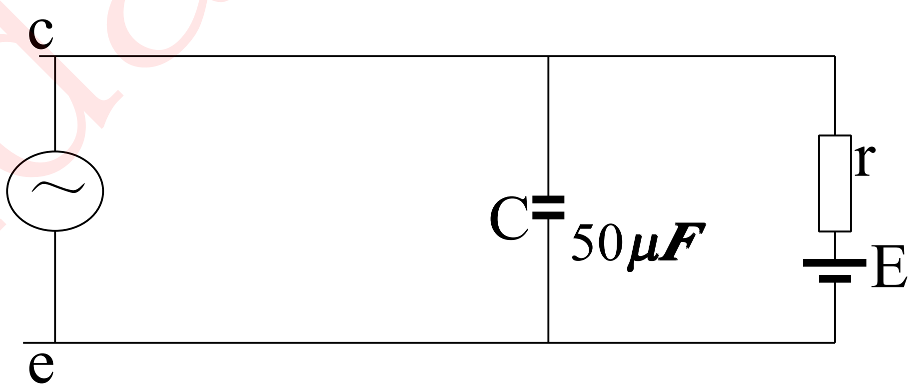
$$\therefore\quad c=\sqrt{\frac{10^{-6}-1}{(500\times1000\pi)^2}}=\frac{10^3}{5\times3.14\times10^5}=6.36\times10^{-2}(\text{法})$$

22.（1）如附图，设工作电源电压E的直流电压为6伏，内阻r为10欧，并设收音机有讯号时，从电源总取用的电流I（t)在0～50毫安范围中波动，重复频率为1000周，问此时ce两端的电压是否稳定，在什么范围中变动?当接上同电源并联的电容C后，ce两端电压的变动范围为多少?

（2）在晶体管收音机中，电源本来就是直流电源（干电池），为什么还要加滤波电容来稳定工作电压?

解法：

见下一页



22题解答：

设接电源时，讯号电流 $I_0=\dfrac{0+50\times10^{-3}}{2}=25\times10^{-3}(A)$

$$U_{ce}=E-ir=E-r(I_0+I_0\cos\omega t)=E-rI_0-rI_0\cos\omega t$$

$$=6.00-10\times25\times10^{-3}\cos\omega t$$

$$=5.75+0.25\cos\omega t \qquad |\cos\omega t|<1$$

故 U_{ce}在5.5至6伏之间波动

（2）并联电容 C后，直流部分 5.75伏不变，交流讯号因滤 波而减少，

r与c并联再与总路串联，则 rc上分压的波动值：$\dfrac{0.25}{\sqrt{r^2+(\dfrac{1}{\omega c})^2}}.Z_c$

$$=\frac{0.25}{\sqrt{r^2+(\dfrac{1}{\omega c})^2}}.\frac{1}{\omega c}=\frac{0.25}{\sqrt{(r\omega c)^2+1}}\approx\frac{0.25}{\sqrt{10+1}}\approx0.07(伏)$$

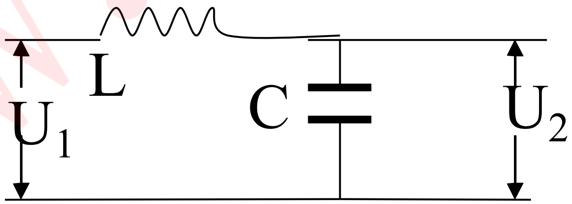
电压在 5.68~5.82间波动，接电压 C起到稳压作用

23. 23. 附图是一个LC滤波器，已知频率f=100周，C＝10微法。现在要使输出的交流电压U_2等于输入电压U_1的十分之一，求I。

解法：依题意可知，在LC串联电路，U_2为电容两端电压，

故

$$J=\sqrt{(\omega L-\frac{1}{\omega c})^2}$$



串联电路电流处处相等，

$$\frac{U_2}{Z_c}=\frac{U_1}{Z}$$

$$\therefore U_2=\frac{U_1 Z_c}{Z}=\frac{U_1/\omega c}{\left|\omega L-\frac{1}{\omega c}\right|}=\frac{U_1}{\left|\omega^2 Lc-1\right|}=\frac{U_1}{10}$$

故 $\left|\omega^2 Lc-1\right|=10$　　$3.95-1=10$　　$L=\frac{11}{3.95}=2.81999$（亨利）

24. 24. 在本节思考题3的RC相移电桥中，若电源频率为50周，C＝15微法，R'可在0到1.5千欧的范围内调节，求输出电压$U_2=U_{bo}$的相移范围。

解法：依§3思考题3可知：输出$U_2=U_{b0}$它相移为:

$$\varphi=\pi-2tg^{-1}\frac{1}{\omega cR'}$$ 当$R'=0$

$$\varphi=\pi-2tg^{-1}\infty=\pi-2\times\frac{\pi}{2}=0$$

当$R'=1.5\times10^3$欧姆时，则

$$\varphi=\pi-2tg^{-1}\frac{1}{100\pi\times1.5\times10^{-5}\times1.5\times10^3}=163^\circ54'$$

也就是说：U_2在0°~163°内相移

1. 利用复数重新记算 ξ 3习题8中的$i_3(t)$.

解: $\tilde{I}_1 = I_1 e^{j(\omega t + \frac{\pi}{4})} = 30\, e^{j(\omega t + \frac{\pi}{4})}$

$$\tilde{I}_2 = I_2 e^{j(\omega t - \frac{\pi}{3})} = 40\, e^{j(\omega t - \frac{\pi}{3})}$$

$$\tilde{I}_3 = \tilde{I}_1 - \tilde{I}_2 = 30\, e^{j(\omega t + \frac{\pi}{4})} - 40\, e^{j(\omega t - \frac{\pi}{3})}$$

$$= (30 e^{j\frac{\pi}{4}} - 40 e^{-j\frac{\pi}{3}}) e^{j\omega t}$$

$$= [15\sqrt{2}(1 + j) - 20(1 - \sqrt{3}j)] e^{j\omega t}$$

$$= [(15\sqrt{2} - 20) + (15\sqrt{2} + 20\sqrt{3}) j] e^{j\omega t}$$

$$\varphi_3 = tg^{-1} \frac{15\sqrt{2} + 30\sqrt{2}}{15\sqrt{2} - 20}$$

$$\therefore i_3 = \sqrt{(15\sqrt{2} + 30\sqrt{3})^2 + (15\sqrt{2} - 20)^2} \cos(\omega t + tg^{-1} \frac{15\sqrt{2} + 30\sqrt{3}}{15\sqrt{2} - 20}$$

$$\approx 56.12 \cos(\omega t + 88^\circ 40')$$

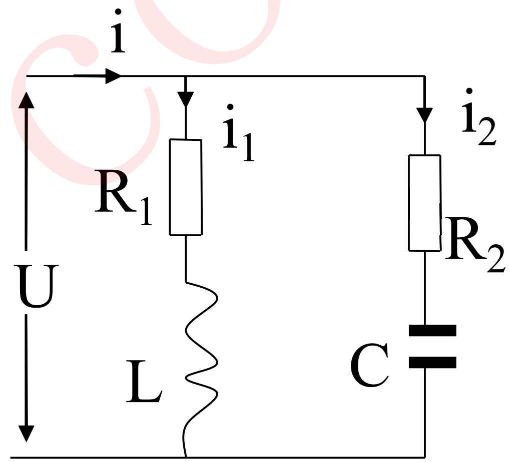
2. 用复数法推导表7-1中各阻抗, 位相差公式.

(解答略)

3. 在附图所示电路中,设R_1=1欧, L= $\frac{\nu}{\mathrm{l}}$

毫亨, R_2=3欧, C= $\frac{500}{\pi}$

微法, 若电源的频率为1000周.



(1) 求各支路的复阻抗及总复阻抗; 总电路是电感性还是电容性?

(2) 如果加上有效值为2伏,π初位相为的电压，求i_1,i_2和i_3的有效值和初位相，并在复平面上作电压、电流的矢量图。

解：如图中 i_1 和i_2 各支路阻抗：

$$\tilde{Z}_1 = k_1 + j\omega L_1 = 1 + j2\pi \times 10^3 \times \frac{10^{-3}}{\pi} = 1 + 2j,$$

$$\tilde{Z}_2 = k_2 + \frac{1}{j\omega C} = 3 - j$$

$$\therefore \tilde{Z}=\frac{\tilde{Z}_1\tilde{Z}_2}{\tilde{Z}_1+\tilde{Z}_2}=\frac{(1+2j)(3-j)}{1+2j+3-j}=\frac{5+5j}{4-j}=\frac{25+15j}{17};$$

$$\varphi=\arg\tilde{Z}=tg^{-1}\frac{15/17}{25/15}=tg^{-1}\frac{3}{5}$$ 故总阻抗为电感性。

$\because$ 电压初相位为 30°,则：$\tilde{U}=2\sqrt{2}e^{j(\omega t+30^\circ)}$

$$\therefore \tilde{I}_1=\frac{\tilde{U}}{\tilde{Z}_1}=\frac{2\sqrt{2}e^{j(\omega t+30^\circ)}}{\sqrt{5}e^{j63^\circ25'}}=0.9\sqrt{2}e^{j(\omega t-33^\circ27')}$$

$$\tilde{I}_2=\frac{\tilde{U}}{\tilde{Z}_2}=\frac{2\sqrt{2}e^{j(\omega t+30^\circ)}}{\sqrt{10}e^{j18^\circ25'}}=0.62\sqrt{2}e^{j(\omega t-48^\circ27')}$$

$$\tilde{I}=\frac{\tilde{U}}{\tilde{Z}}=\frac{2\sqrt{2}e^{j(\omega t+30^\circ)}}{1.7e^{j30^\circ58'}}=1.2\sqrt{2}e^{j(\omega t-58')}$$

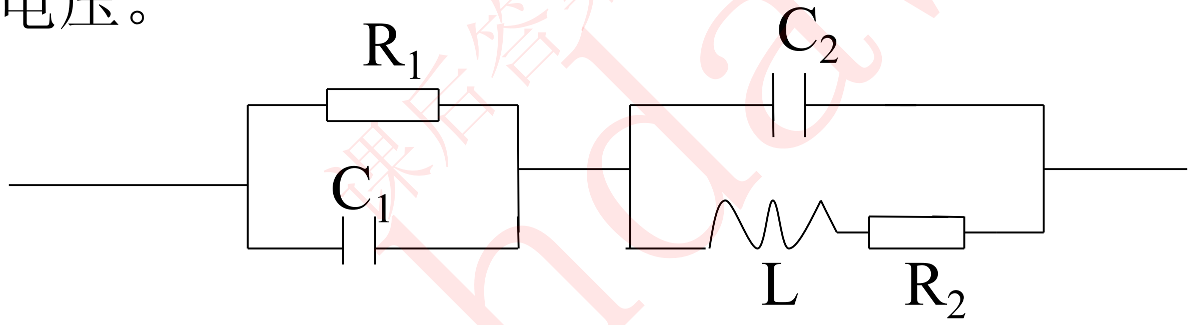
I_1=0.9(A), $\varphi_{i_1}=-33^\circ27'$, I_2= 062(A) $\varphi_{i_2}=-48^\circ27'$

I =1.2(A) , $\varphi_i=-58'$

4. 如附图所示电路中，已知R_1=2 欧,Z_{C1}=1欧 ,Z_{C2}=3欧 , R_2=1欧, Z_L=2欧。

（1） 求总电路的复阻抗；总电路是电感性还是电容性？

（2） 如果在总电路上加220伏的电压，求总电流和电容C_1上的电压。



解:(1) 总阻抗为 :

$$\tilde{Z} = \frac{R \bullet \tilde{Z}_{C1}}{R + \tilde{Z}_{C1}} + \frac{(R_2 + \tilde{Z}_L)\tilde{Z}_{C2}}{R_2 + \tilde{Z}_L + \tilde{Z}_{C2}}$$

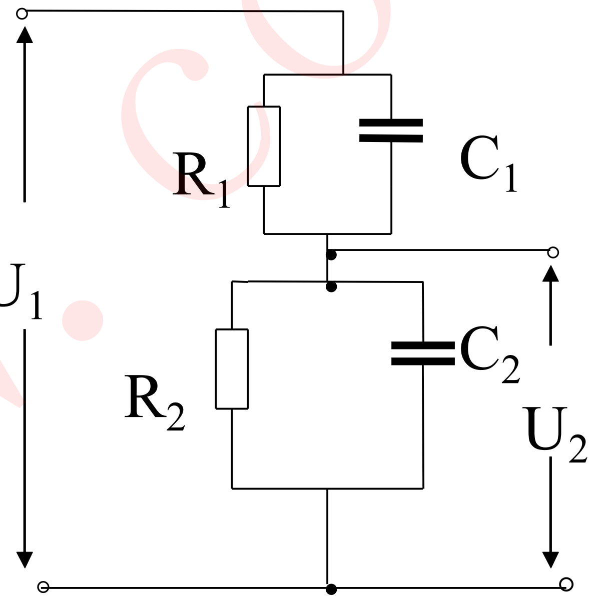
$$= \frac{2\times(-j)}{2-j} + \frac{(1+2j)(-3j)}{1+2j-3j}$$

$$= \frac{-2j}{2-j} + \frac{6-3j}{1-j} = 4.89 + 0.71j$$ (总电路为电感性)

(2) 总电流: $$I=\frac{U}{|Z|}=\frac{220}{\sqrt{4.89^2+0.71^2}}=44.51\quad(A)$$

电容 C_1 的电压: $$U_{C1}=I\left|\frac{\tilde{Z}_{C1}}{R_1+\tilde{Z}_{C1}}\right|=44.51\times\left|\frac{-2j}{2-j}\right|\approx 40.0\quad(V)$$

5. 附图是为消除分布电容的影响而设计的一种脉冲分压器;



当C_1 ,C_2 ,R_1 ,R_2满足一定条件时,这分压器就能和直流电路一样,使输入电压U_1与输出电压U_2之比等于电阻之比:

$$\frac{U_2}{U_1}=\frac{R_2}{R_1+R_2},$$

而和频率无光. 试求电容,电阻应满足的条件.

解: 由 4可证2-(5)的结论:

$$\frac{Z_1}{Z_2}=\frac{\dfrac{R_1}{\sqrt{1+(\omega R_1C_1)^2}}}{\dfrac{R_2}{\sqrt{1+(\omega R_2C_2)^2}}}=\frac{R_1}{R_2}$$

可得: $1+(\omega R_1C_1)^2=1+(\omega R_2C_2)^2$

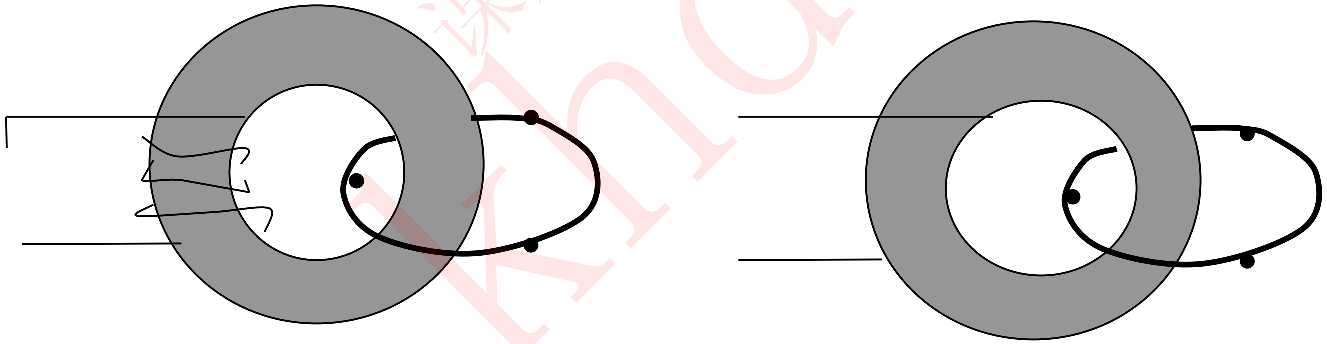
因而有: $R_1C_1=R_2C_2$

6. 在环形铁芯上绕有两个线圈,一个匝数为N,接在电动势为　　的交流电源上；另一个是均匀圆环，电阻为R，自感很小，可略去不计；在这环上有等距离的三点：a, b, c.

G是内阻为 r 的交流电计.

（1）如附图a联接，求通过G的电流；

（2）如附图b联接，求通过G的电流.



1.一台接在220伏电路中的单相感应电动机消耗功率为0.5千瓦，$\cos\varphi = 0.8$，试计算所需电流？

解：由有功功率$p_{有功} = UI\cos\varphi$　　求所需电流：

$$I = \frac{P_{有用功}}{U\cos\varphi} = \frac{0.5\times 10^3}{220\times 0.8} = 2.84(A)$$

2.一单相电动机的铭牌告诉我们U＝220伏，I＝3安，$\cos\varphi = 0.8$，求电动机的视在功率，有功功率和绕阻的阻抗。

解：依题意可知，视在功率为：

$$S = UI = 220 \times 3 = 660(\text{伏安})$$

$$P_{\text{有用功}} = UI\cos\varphi = S\cos\varphi = 660 \times 0.8 = 528(W)$$

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{220}{3} = 73.33(\text{欧姆})$$

3.发电机的额定功率在功率为22千伏安，能供多少盏功率因数0.5，有功功率为40瓦的日光灯正常发光？如果把日光灯的功率因数提高到0.8时，能供多少盏？

解：能供给日光灯的盏数 $n_1 = \frac{S\cos\varphi}{40} = \frac{2.2\times10^4\times0.5}{40} = 275$ (盏)

若 $\cos\varphi = 0.8$时, $n_2 = \frac{S\cos\varphi}{40} = \frac{2.2\times10^4\times0.8}{40} = 440$ (盏)

4.一个110伏，50周的交流电源供给一电路330瓦的功率，功率因数0.6，且电流位落后于电压。

（1）若在电路中串联一电容器使功率因数增加到1，求电容器的电容；

（2）这时电源供给但是功率？

解：依题意，可求：

（1）电路抗阻 $Z=\dfrac{U^2\cos\varphi}{P}=\dfrac{110^2\times 0.6}{330}=22$ (欧姆)

（2）分量r $r=Z\cos\varphi=220\times 0.6=13.2$ (欧姆)

（3）分量x_L $x_L=Z\sin\varphi=220\times 0.8=17.6$ (欧姆)

要使功率因数$\cos\varphi=1$, 所串电容：

$$x_C=\frac{1}{\omega c}=x_L$$

$$\therefore\ c=\frac{1}{\omega x_L}=\frac{1}{100\pi\times 17.6}=1.81\times 10^{-4}\ \text{(法拉)}$$

（2） $Z = r$

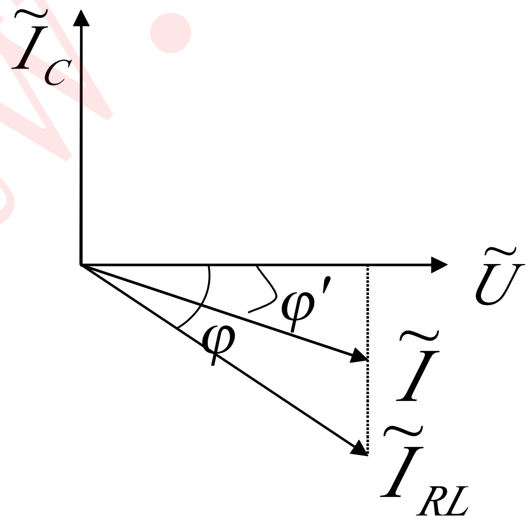
$$P = IU\cos\varphi\Big|_{\varphi=0^\circ} = \frac{110^2}{13.2} = 917\ (W)$$

5.一电路感抗X_L＝8.0欧，电阻R＝6.0欧，串联在220伏，50周的市电上，问：

（1）要使功率因数提高到95％应在LR上并量多大的电容？

（2）这时流过电容的电流是多少？

（3）若串联电容，情形如何 ？



解：（1）若并联上电容电路矢量图

如右，则：
$$I_C = I_{RC}\cos\varphi - I\sin\varphi' = \frac{U}{Z_C} = U\cdot\omega C$$
$$\therefore C = \frac{I_{RC}\cos\varphi - I\sin\varphi'}{U\cdot\omega}$$

因消耗功率不变；故有：$UI_{RL}\cos\varphi = UI\cos\varphi'$ 得 $I = \dfrac{I_{RL}\cos\varphi}{\cos\varphi'}$

$$\therefore C = \frac{I_{RC}\cos\varphi - I\sin\varphi'}{U\cdot\omega}$$

而 $I_{RC} = \dfrac{U}{\sqrt{R^2 + x_L^2}} = 8/10 = 0.8$

由题目要求：$\cos\varphi' = 0.95$ $tg\varphi' = \pm 0.33$ 代入

$$C = \frac{I_{RC}\cos\varphi - I\sin\varphi'}{U\cdot\omega} = \frac{22(0.8\mp 0.6\times 0.33)}{220\times 314} = \begin{cases}1.92\times 10^{-4}\\ 3.20\times 10^{-4}\end{cases}$$

（2）电容器中电流 $I_C = U\omega C = \begin{cases}220\times 314\times 1.92\times 10^{-4} = 13(A)\\ 220\times 314\times 3.2\times 10^{-4} = 22(A)\end{cases}$

（3）串联时

$$\cos\varphi' = 0.95,\ x_L - x_C = Rtg\varphi' \qquad x_C = \frac{1}{\omega C} = x_L - Rtg\varphi'$$

$$\therefore C = \frac{1}{\omega(x_L - Rtg\varphi')} = \begin{cases}\dfrac{1}{314(8-6*0.33)} = 5.25\times 10^{-4}(法)\\ \dfrac{1}{314(8+6*0.33)} = 3.2\times 10^{-4}(法)\end{cases}$$

6.一个电感性用的功率因数 $\cos\varphi = 0.5$，在50周，220伏电压作用下有电流220毫安，问:

（1）用电器消耗的功率为多少?

（2）为提高功率因数到1，并联的电容器C该取多少？此时通过电源，电容器，用电器的电流各为多少？电源消耗的功率为多少?

解;（1）电气消耗功率 $\overline{P} = UI\cos\varphi = 220 * 0.22 * 0.5 = 24.2(W)$

（2）若 $\cos\varphi = 1$ 应要求:

$$I_C = \frac{U}{Z_C} = U\omega C = I_{RL}\sin\varphi = 0.22\sqrt{1-\cos^2\varphi} = 0.22\sqrt{1-0.5^2} = 0.19(A)$$

$$\therefore C = \frac{I_C}{U\omega} = \frac{0.19}{220 * 100\pi} = 2.76 * 10^{-6}\text{(法)}$$

此时: $I_R = I_{RL}\cos\varphi = 0.22 * 0.5 = 0.11(A)$

用电器中电流不变，仍为0.19安，

并联电容不消耗功率，电源消耗功率仍为24.2瓦 不变。

7. 一发电机沿干线输送电能给用户，此发电机电动势为　，角频率为　，干线及发电机的电阻和电感各为R_0和L_0，用户电路中的电阻和电感各为R和L，求：

（1）电源所供给的全部功率P；

（2）用户得到的功率P'；

（3）整个装置的功率.

解(1)电源的全部功率 $$P = I^2(R_0 + R) = \left(\frac{\varepsilon}{\sqrt{(R_0 + R)^2 + \omega^2(L_0 + L)^2}}\right)^2 (R_0 + R)$$

$$= \frac{\varepsilon^2}{(R_0 + R)^2 + \omega^2(L_0 + L)^2}(R_0 + R)$$

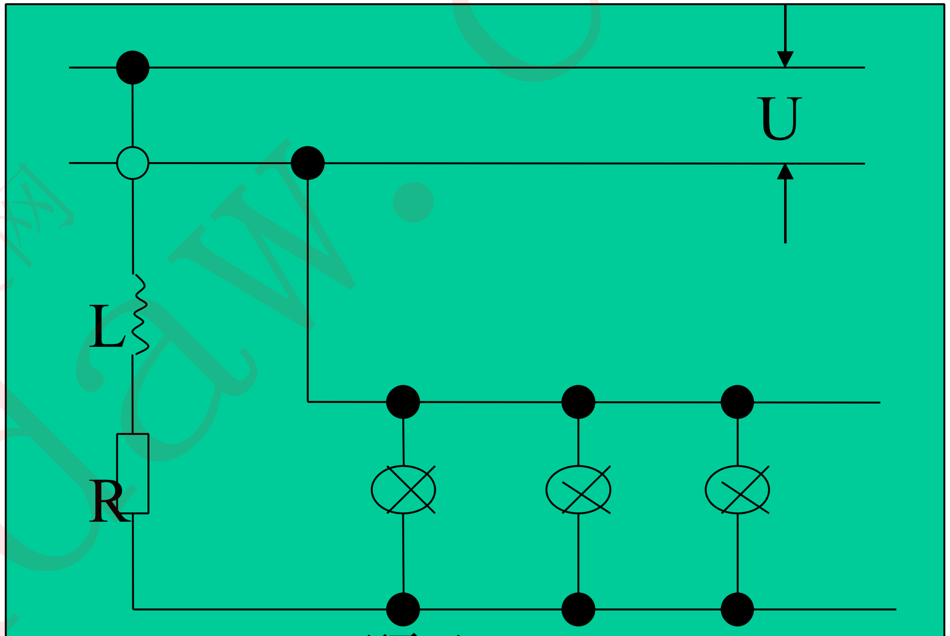
（2） 用户得到的功率 $$P' = I^2 R = \frac{\varepsilon^2 R}{(R_0 + R)^2 + \omega^2(L_0 + L)^2}$$

（3）整个装置的效率 $$\eta = \frac{P'}{P} = \frac{R}{R_0 + R}$$

8.输电干线的电压U＝120伏，频率为50.0周。用户照明电路与抗流圈串联后接与干线间，抗流圈的自感L＝0.0500亨，电阻R＝1.00欧（见附图），问：

（1）当用户共用电I_0＝2.00安培，他们电灯两端的电压U'等于多少？

（2）用户电路（包括抗流圈在内）能得到最大的功率是多少？



（习题八）

（3）当用户电路中发生短路时，抗流圈中消耗功率多少？

解: (1)设用户的总电阻为R_0，则电阻R＋R_0的电压降为

$$U_{R+R_0}=\sqrt{U^2-I^2x_L^2}=\sqrt{120^2-2^2*(314*0.05)^2}=116(\text{伏})$$

用户电压降为：$U'=U_{R+R_0}-IR=116-2.0*1=114(\text{伏})$

（2）用户电路系统（包含抗流圈）的功率

$$P' = I^2(R+R_0) = \frac{U^2}{Z^2}(R+R') = \frac{U^2}{(R+R')^2+(\omega L)^2}(R+R')$$

令最大功率时 $\dfrac{dP'}{d(R+R_0)} = 0$

即

$$\frac{dP'}{d(R+R_0)} = \frac{U^2[(R+R')^2+(\omega L)^2-2(R+R')^2]}{[(R+R')^2+(\omega L)^2]^2} = \frac{U^2[(\omega L)^2-(R+R')^2]}{(R+R')^2+(\omega L)^2} = 0$$

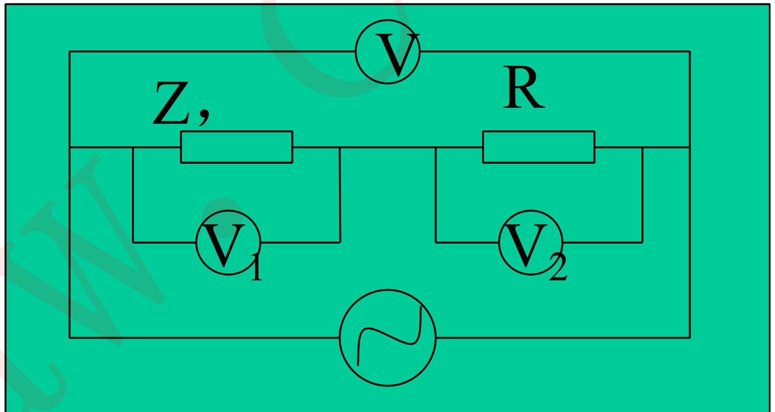
即 $(\omega L)^2 = (R+R')^2 \quad \therefore R+R' = \omega L = 3.14 * 0.05 = 15.7$(欧姆)

此时用户功率 $P = \dfrac{U^2(R+R')}{2(R+R')^2} = \dfrac{U^2}{2(R+R')} = \dfrac{220^2}{2*15.7} \approx 460(W)$

（3）用户电路短路，抗流圈中消耗功率：

$$P = \frac{U^2 R}{R^2+\omega^2 L^2} = \frac{120^2 \times 1.0}{1^2+15.7^2} = 58.1(W)$$

9.附图中已知电阻R＝20欧，三个伏特计V_1，V_2，V_3的读数分别为U_1＝90伏，U_2＝44伏，U_3＝120伏，求元件中的功率。

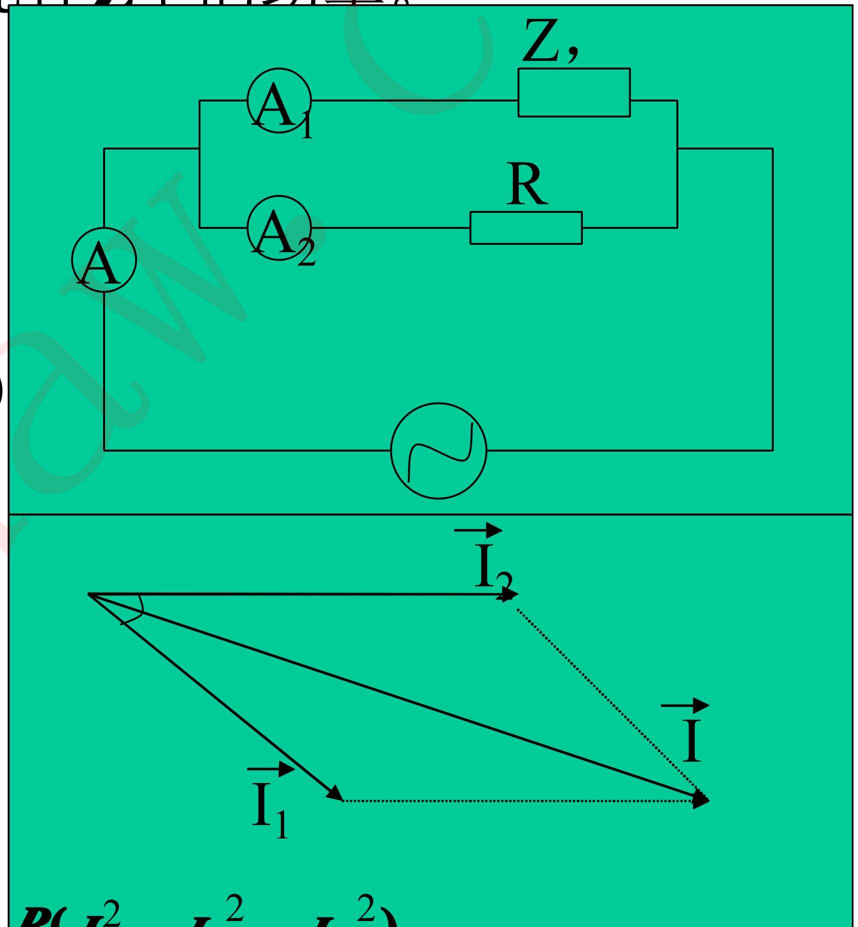


（习题九）

解：
$$U^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2U_1U_2\cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{U_1^2 + U_2^2 - U^2}{2U_1U_2} = -\cos\varphi$$

10.附图中已知电阻**R**＝**50**欧，三个电流计A_1，A_2，**A**的·读数分别为I_1＝**2.8**安，I_2＝**2.5**安，**I**＝**4.5**安，求元件**Z**中的功率。



解： 依题意做电压电流矢量图，

$$I^2 = I_1^2 + I_2^2 - 2 I_1 I_2 \cos\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{I_1^2 + I_2^2 - I^2}{2 I_1 I_2} = \cos(\pi - \phi)$$

元件**Z**中消耗功率：

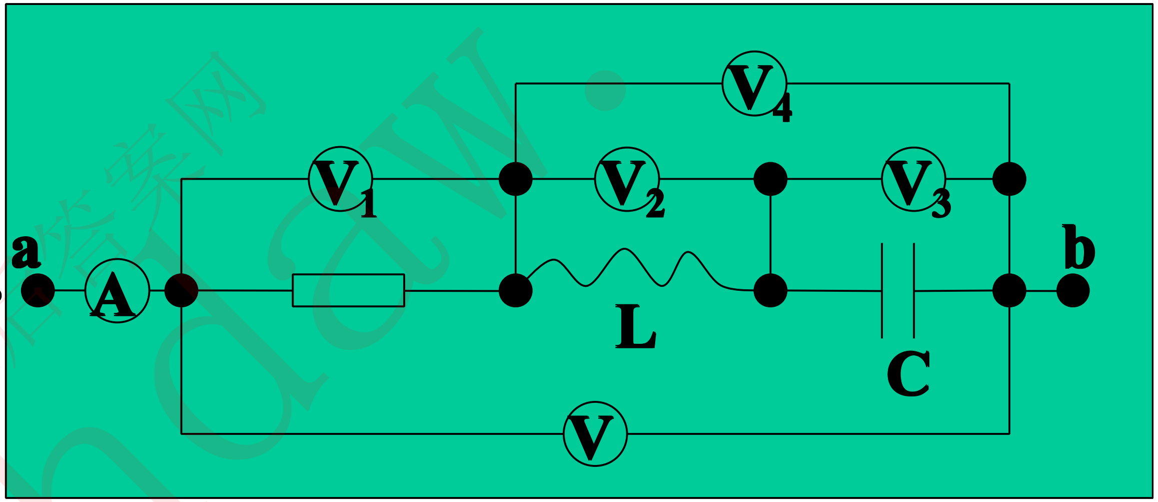
$$P = U I_1 \cos\phi = (I_2 R) I_1 \frac{I^2 - I_1^2 - I_2^2}{2 I_1 I_2} = \frac{R(I^2 - I_1^2 - I_2^2)}{2}$$

$$= \frac{50 \times (4.5^2 - 2.8^2 - 2.5^2)}{2} = 154.0(\text{瓦特})$$

11.一个**RLC**串联电路如附图，已知**R**＝**300**欧，**L**＝**250**毫安，**C**＝**8.00**微法，**A**是交流安培计，V_1，V_2，V_3和V_4都是交流伏特计。现在把**a,b**两端分别接到市电（**220**伏，**50**周）电源的两极上。】

（**1**）问**A**，V_1，V_2，V_3，V_4和**V**的读数各是多少？

（**2**）求**a,b**间消耗的功率。



解：（**1**）依题意可知，串联电路的阻抗：

$$Z=\sqrt{R^2+(x_l-x_c)^2}=\sqrt{300^2+\left(3.14\times0.25-\frac{1}{314\times8\times10^{-6}}\right)^2}=440(\text{欧姆})$$

故各分压表的数值：

U_1=IR=UR/Z=220×300/440=150（伏）

$U_2=IX_L=220\times78.5/440=39.25$ （伏）

$U_3=IX_C=0.5\times400=200$ （伏）

$|U_4|=|U_2+U_3|=|U_3|-|U_2|=200-39.25=160.75$ （伏）

(2) ab间消耗功率：

$P=I^2R=0.5^2\times300=75$ （瓦特）

12.计算**LR**并联电路的有功电阻**r**。

解：由并联的阻抗为：

$$\bar{Z}=\frac{\tilde{Z}_R\cdot\tilde{Z}_L}{\tilde{Z}_R-\tilde{Z}_L}=\frac{R(\omega L)^2\times(jR^2\omega L)}{R^2+\omega L}=\frac{R\omega^2L^2}{R^2+\omega^2L^2}+j\frac{R^2\omega L}{R^2+\omega^2L^2}$$

故有功电阻**r**为：

$$r=\frac{R\omega^2L^2}{R^2+\omega^2L^2}$$

13.平行板电容器中的电介质介电常数 $\varepsilon=2.8$，因电解质漏电而使电容器在50周的频率下有损耗角 $\delta=1^{o}$，求电解质的电阻率。

解：依题意，求得并联电路复导纳：$\tilde{Y}=g-jb=1/R+j\omega c$

由损耗角 δ 的分式 $\delta=g/b=\dfrac{1/R}{\omega c}=1/R\omega c$

$$\therefore \quad R=\frac{1}{\omega c\cdot tg\delta}$$

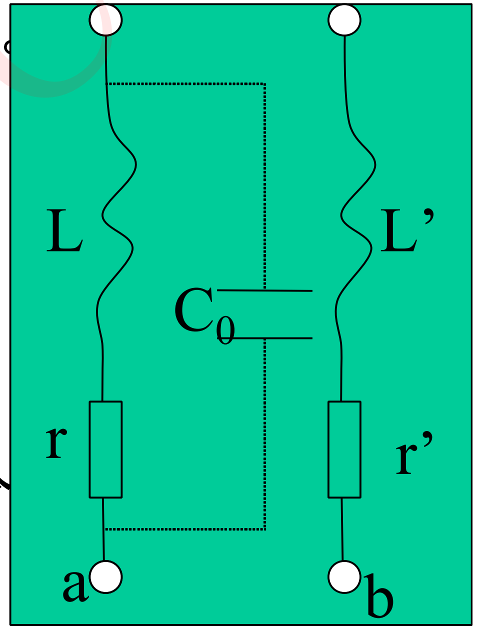
$$\because \quad c=\frac{\varepsilon_0\varepsilon s}{d} \text{ 且 } \omega=2\pi f$$

$$\therefore \quad \frac{1}{2\pi f\cdot\dfrac{\varepsilon_0\varepsilon s}{d}\cdot tg\delta}=\rho d/s$$

即：

$$\rho=\frac{1}{2\pi f\varepsilon_0\varepsilon tg\delta}=\frac{1}{314\times8.85\times10^{12}\times2.8\times tg1}=7.41\times10^{9}\,(\text{欧}\cdot\text{米})$$

14.在一电感线圈的相邻匝与匝间，不相邻匝与匝间，接线端间，匝与地间都存在小的“分布电容”。这许多小电容的总效可以用一个适当大小的电容**C**。并联在线圈两端来表示（见图**a**）。



分布电容的数值取决于线圈的尺寸及绕法。分布电容的效应在频率越高时越显著（根据图**a**分析一下，为什么？）试证明：如果我们仍把电感线圈看成纯电感**L'**和有功电阻**r'**串联的话（见图**b**）**,**由于存在分布电容C_0，则 $L' = \dfrac{L}{1-\omega^2 LC_0}$, $r' = \dfrac{r}{(1-\omega^2 LC_0)^2}$,

从而 $$Q' = \frac{\omega L'}{r'} = Q(1-\omega^2 LC_0)$$

即线圈的表观电感**L'**增加，而表观**Q**值下降（设**Q**》**1**）。

依题意可知：作图的电流电压矢量图可知 $tg\phi' = \dfrac{U'_L}{U'_r} = \dfrac{\omega L'}{r'}$

由（a） $$tg\phi' = \frac{I_R L\sin\phi - I_{c0}}{I_{RL}\cdot\cos\phi}$$

其中: $I_{Rl} = \dfrac{U}{Z_{RL}}, \sin\phi = \dfrac{\omega l}{Z_{RL}}, \cos\phi = \dfrac{r}{Z_{RL}}, I_{c0} U\omega C_0$

$$tg\phi' = \frac{\omega L - Z_{RL}^{L}\cdot\omega C_0}{r} = \frac{\omega L'}{r'}$$

两电源的消耗功率也一定相等：

$$U I_{RL}\cos\phi = UI\cos\phi', \frac{r}{r^2 + \omega^2 L^2} = \frac{r'}{r'^2 + \omega^2 L'^2}$$

由上两式联立求得：$r' = \dfrac{r}{(1-\omega^2 L C_0)^2}, L' = \dfrac{L}{1-\omega^2 L C_0}$

$$\therefore Q' = \frac{\omega L'}{r'} = Q(1-\omega^2 L C_0)$$

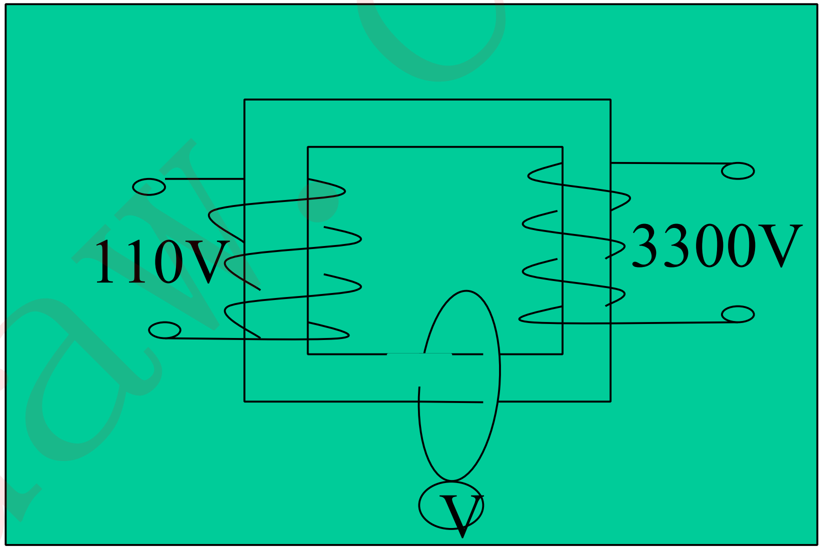
1.将一个输入**220**伏，输出**6.3**伏的变压器改绕成输入**220**伏，输出**30**伏的变压器，现拆出次级线圈，数出圈数是**38**匝，应改绕成多少匝？

解：若初级为$\mathbf{N_y}$匝，次级有$\mathbf{N_2}$，$\mathbf{N_3}$匝，则：

$$\frac{N_1}{N_2}=\frac{U_1}{U_2},\frac{N_1}{N_3}=\frac{U_1}{U_3}$$

$$\therefore N_3=\frac{U_3}{U_1}N_1=\frac{U_3}{U_1}\frac{U_1}{U_2}N_2=\frac{U_3}{U_2}N_2=\frac{30}{6.3}\times 38=181(\text{匝})$$

2.有一变压器能将**100**伏升到**3300**伏。将一导线绕过其铁芯，两端接在伏特计上（见附图）。此伏特计的读数为**0.5**伏，问变压器二绕组的匝数（设变压器是理想的）。



解：依题意可知，**0.5**伏是一匝的芯电动势。依**1**题结论：

$$\boldsymbol{N}_3=\frac{\boldsymbol{U}_3}{\boldsymbol{U}_2}\cdot\boldsymbol{N}_2=\frac{300}{0.5}\times 1=600(\text{匝})$$

3.理想变压器匝数之比**N_2/N_1＝10**，交流电源电压为**110**伏，负载**1.0**千欧，求两线圈中的电流。

解：

$$\because \frac{U_2}{U_1}=\frac{N_2}{N_1}=10,\ \frac{I_2}{I_1}=\frac{N_1}{N_2}=0.1$$

$$\therefore U_2=10\,U_1=10\times110=1100(\text{伏特})$$

$$I_2=\frac{U_2}{R_2}=\frac{1100}{1000}=1.1(\text{安培})$$

$$I_1=\frac{I_2}{0.1}=\frac{1.1}{0.1}=11(\text{安培})$$

4.某电源变压器的原线圈是**660**匝，接在电压为**220**伏的电源上，问：

（**1**）要在三个副线圈上分别得到**5.0**伏，**6.3**伏和**350**伏的电压，三个副线圈各应绕多少匝？

（**2**）设通过三个副线圈的电流分别是**3.0**安，**3.0**安和**280**毫安，通过原线圈的电流是多少？

解：（**1**）理想变压器：**U1/U2=N1/N$_2$**,单位电压的匝数为**660/220=3**匝/伏。

故输出**5**伏，匝数为**N$_2$=15**匝；故输出**6.3**伏，匝数为**19**匝；故输出**350**伏，匝数为**1050**匝。

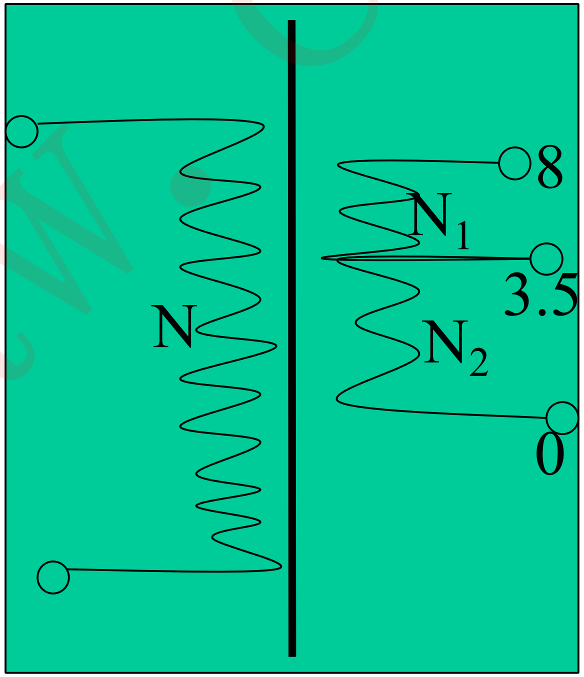
（**2**）由磁势平衡条件

$I_1N_1=-(I_2N_2+I_3N_3+I_4N_4)$ （负号表电流初次相位差）

若次级为低电阻情况下

$$I_1=\frac{I_2N_2+I_3N_3+I_4N_4}{N_1}=\frac{3\times15+3\times19+0.28\times1050}{660}=0.6(\text{安培})$$

5.如附图所示，输出变压器的次级有中间抽头，以便接**3.5**欧的扬声器或接**8**欧的扬声器都能是阻抗匹配，次级线圈两部分匝数之比**N_1/N_2**应为多少？



解：理想变压器输出的匹配分式可知，若变压器的等效内阻为**r**：

$$r=\left(\frac{N}{N_1+N_2}\right)^2\cdot R_1=\left(\frac{N}{N_2}\right)^2\cdot R_2$$

其中 $R_1=8\Omega,\ R_2=3.5\Omega;$

即：$$\frac{N_1+N_2}{N_2}=\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}\Rightarrow\frac{N_1}{N_2}+1=\sqrt{\frac{R_1}{R_2}}$$

$$\frac{N_1}{N_2}=\sqrt{\frac{8}{3.5}}-1=0.512$$

6.把电阻R＝8欧的扬声器，接与输出变压器的两端。设变压器的原线圈N_1＝500匝，副线圈N_2＝100匝。

（1）试求扬声器的这和电阻；

（2）如果变压器的原线圈接在电动势 ＝10伏，内阻r=250欧的讯号源上，试求输出到扬声器的功率；

（3）若不经过输出变压器，而直接把扬声器接在讯号源上，试求此时输送到扬声器的功率。

解： （1）扬声器等效电阻，

$$R_{等效}=\left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2\cdot R=\left(\frac{500}{100}\right)^2\times 8=200(欧姆)$$

（2）扬声器获得功率：

$$P_{等效}=\left(\frac{\varepsilon}{r+R_{等效}}\right)^2\cdot R_{等效}=\left(\frac{10}{250+100}\right)^2\times 200=0.099(欧姆)$$

（3）扬声器获得功率：

$$P=\left(\frac{\varepsilon}{r+R}\right)^2 R=\left(\frac{10}{258}\right)^2\times 8=1.2\times 10^{-2}(瓦特)$$

9.在可控硅的控制系统中常用到ＲＣ 移相电桥电路（见附图），电桥的输入电压由变压器次级提供，输出电压从变压器中心抽头O和D之间得到。试证明输出电压U_{OD}的位相随R改变，但其大小保持不变。

证明：作电流电压矢量图，电阻R可

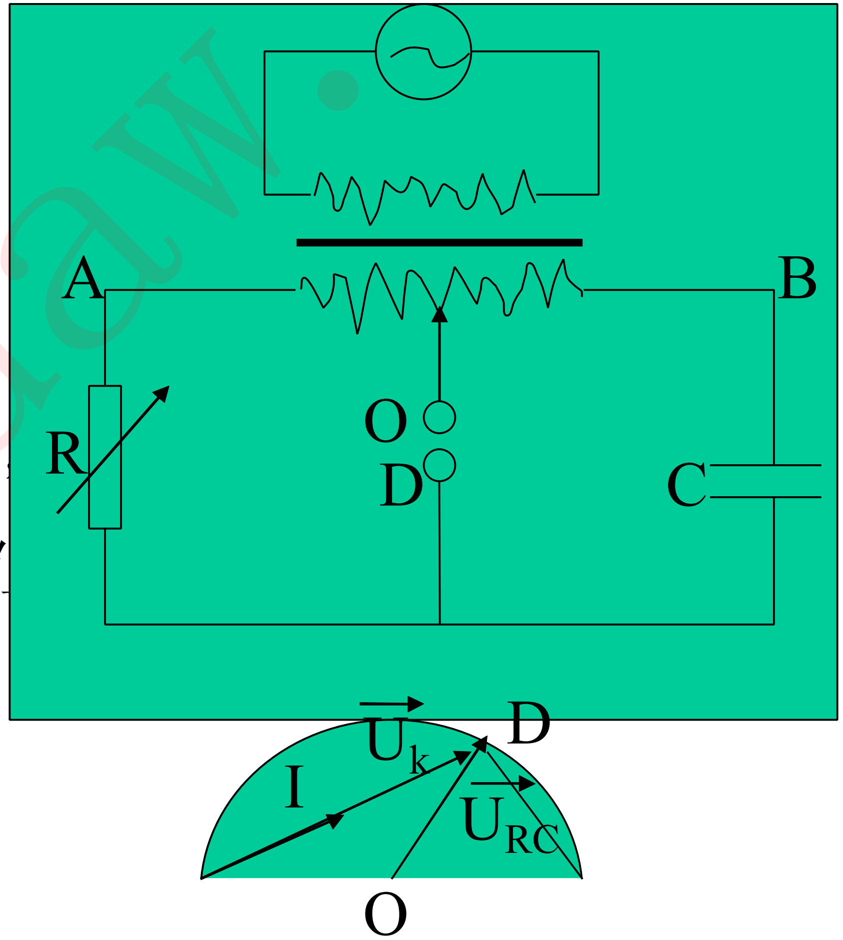
调，但R，C上电压U_c,U_R有：

$\vec{U}_R+\vec{U}_c=\vec{U}_{Rc}=$ 常量，

故R变化时，U_R末端的轨迹在半园上，

故输出电压$\vec{U}_{RC}$只是位置随之变化，但

大小不变。



第八章

1。一平行板电容器的两极板都是半径为5.0厘米的圆导体片，在充电时，其中电场强度的变化率为 $\frac{dE}{dt}=1.0\times10^{12}V/m\cdot s.$

（1）求两极板间的位移电流I_D;

（2）求极板边缘的磁感强度$\boldsymbol{B}$。

（1）

$$\because \vec{j}_a=\frac{\partial\vec{D}}{\partial k}=\varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}$$

$$I_a=j_a\cdot s=\varepsilon_0\frac{\partial E}{\partial t}\cdot\pi r^2=8.85\times10^{-12}\times1.0\times10^{12}\times\pi\times(0.05)^2=7.0\times10^{-2}(\text{安培})$$

（2）由 $\oint\vec{B}\cdot dl=u_0I_a$求解

$$B\cdot2\pi r=u_0I_a$$

$$B=\frac{u_0I_a}{2\pi r}=\frac{4\pi\times10^{-7}\times7.0\times10^{-2}}{2\pi\times0.05}=2.80\times10^{-7}(\text{特斯拉})$$

1。太阳每分钟垂直射于地球表面上每平方厘米的能量约为2卡（1卡≈ 4.2焦耳），求地面上日光中电场强度E和磁场强度H的方均根值。

电磁波的能流均值

$$\bar{s}=\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{u_0}}\overline{E}^2=\sqrt{\frac{u_0}{\varepsilon_0}}\overline{H}^2=\sqrt{\overline{E}^2}\cdot\sqrt{\overline{H}^2}$$

$$\therefore\sqrt{\overline{E}^2}=\sqrt[4]{\frac{u_0}{\varepsilon_0}}\cdot\sqrt{\bar{s}}=(\frac{4\times3.14\times10^{-7}}{8.85\times10^{-12}})\cdot(\frac{8.4}{60})^{\frac{1}{2}}=7.29(V/m)$$

$$\sqrt{\overline{H}^2}=\frac{\bar{s}}{\sqrt{\overline{E}^2}}=\frac{\frac{8.4}{60}}{7.29}=1.91\times10^{-2}(A/m)$$

2。目前我国普及型晶体管收音机的中波灵敏度约为1毫伏/米。设这收音机能清楚地收听到一千公里远某电台的广播，假设该抬的发射是各向同性的，并且电磁波在传播时没有损耗，问该台的发射功率最少有多大。

电台发射功率：

$$p=\bar{s}\cdot 4\pi R^2 \geq E_{\min}^2\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{u_0}}\cdot 4\pi R^2$$

$$=(10^{-3})^2\sqrt{\frac{8.85\times 10^{-12}}{4\times 3.14\times 10^{-7}}}\times 4\times 3.14(10^6)^2$$

$$=3.3\times 10^4(W)$$

3。设100瓦的电灯泡将所有能量以电磁波的形式沿各方向均匀地辐射出去，求：

（1）20米以外的地方电场强度和磁场强度的方均根值；

（2）在该处理想反射面产生的光压。

(1)根据$p=\overline{E^2}\cdot\sqrt{\dfrac{\varepsilon_0}{u_0}}\cdot 4\pi R^2$知：

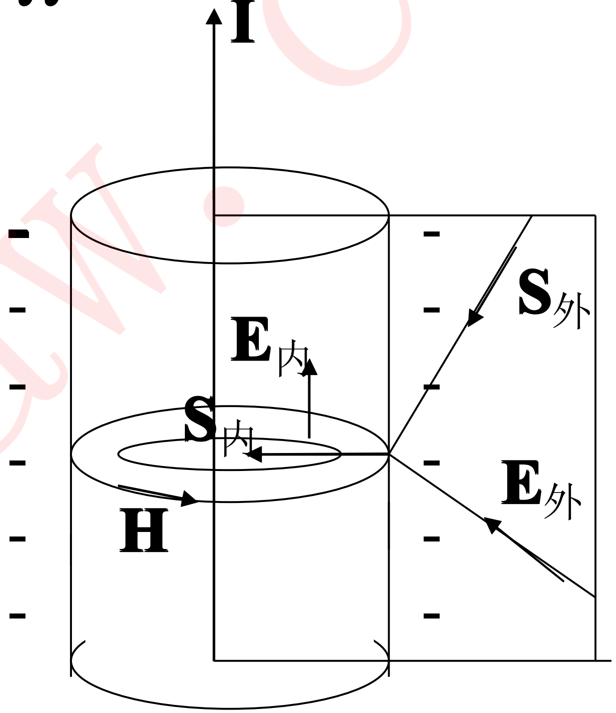
$$\sqrt{\overline{E^2}}=\sqrt{\frac{p}{4\pi R^2}}\cdot\left(\frac{u_0}{\varepsilon_0}\right)^{\frac{1}{4}}=\sqrt{\frac{10^6}{4\times3.14\times20^2}}\cdot\sqrt[4]{\frac{4\times3.14\times10^{-7}}{8.85\times10^{-12}}}$$

$$=2.72(V/m)$$

$$(2)\sqrt{\overline{H^2}}=\sqrt{\frac{p}{4\pi R^2}}\cdot\sqrt[4]{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}=\sqrt{\overline{E^2}}\cdot\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}}$$

$$=2.72\times\sqrt{\frac{8.85\times10^{-12}}{4\times3.14\times10^{-7}}}=7.33\times10^{-3}(A/m)$$

4。设图8—19b或c中圆柱形导线长为l,电阻为R，载有电流强度I。求证：电磁场通过表面输入导线的功率 $\iint E\times H\cdot d\Sigma$ 等于焦耳热功率 $I^2R.$



由安培环路定理求解边界处

$$H\cdot 2\pi r=I$$

$$H=\frac{I}{2\pi r}$$

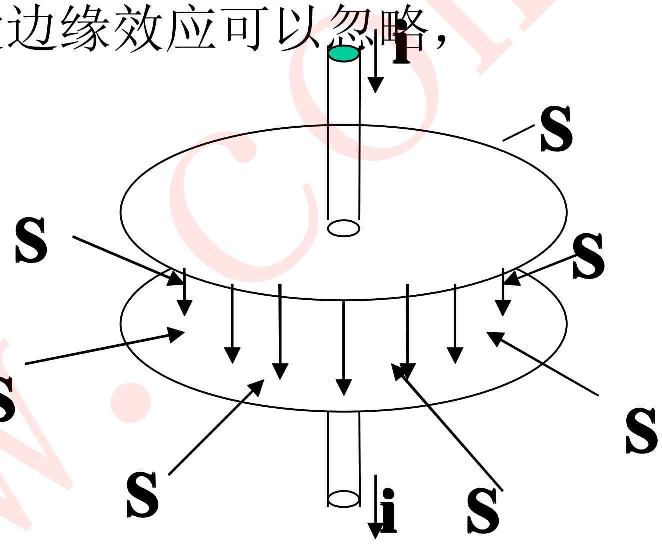
侧面处的能流密度 $\bar{s}=\bar{E}\times\bar{H}$

由导体内 $E=\dfrac{U}{l}\ \therefore |\bar{s}|=E\cdot H=\dfrac{U}{l}\cdot\dfrac{I}{2\pi r}$

从侧面处流进总能量

$$s\cdot 2\pi r\cdot l=\frac{U}{l}\cdot\frac{I}{2\pi r}\cdot 2\pi r\cdot l=UI=IR\cdot I=I^2R.$$

5。附图是一个正在充电的圆形平行板电容器，设边缘效应可以忽略，且电路是似稳的。求证：



（1）坡印廷矢量 $S=E\times H$ 处处与两极板间圆柱形空间的侧面垂直；

（2）电磁场输入的功率 $\iint E\times H\cdot d\Sigma$ 等于电容器内静电能的增加率，即 $\frac{1}{2C}\cdot\frac{dq^2}{dt^2}$，式中 **C**是电容量，q是极板上的电量。

(1)由于垂直两板面，而**H**由位移电流均匀分布，故**H**方向平行两板而且在以中心轴为同心圆的圆周切向方向。故 $\vec{E}\times\vec{H}=\vec{S}$ 方向总垂直柱形空间侧面。

（2）

$$\because H=\frac{\pi r^2\frac{d\sigma}{dt}}{2\pi r}=\frac{r}{2}\frac{d\sigma}{dt}\qquad E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\qquad \therefore\left|\bar{S}\right|=\left|\vec{E}\times\vec{H}\right|=EH=\frac{r}{2\varepsilon_0}\sigma\frac{d\sigma}{dt}$$

从侧面流进功率

$$p=S\cdot 2\pi r\cdot h=\frac{r}{2\varepsilon_0}\sigma\frac{d\sigma}{dt}\cdot 2\pi r\cdot h=\frac{\pi r^2}{\varepsilon_0}h\cdot\sigma\frac{d\sigma}{dt}$$

$$=\frac{1}{\frac{\varepsilon_0\pi r^2}{h}}\left(\pi r^2\sigma\right)\cdot\frac{d\left(\pi r^2\sigma\right)}{dt}=\frac{1}{C}\cdot q\frac{dq}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{q^2}{2C}\right)$$

1。利用第二章§2 习题9和§3习题7的结果证明：在真空中沿平行双线传输线传播的电磁波速度 $v=c.$

平行导线之间的 单位长度电容为： $c^{*}=\dfrac{\varepsilon_0\pi}{\ln\dfrac{d}{a}}.$

平行导线之间的 单位长度的自感： $L^{*}\equiv\dfrac{\mu_0}{\pi}\ln\dfrac{d}{a}\quad(d>>a).$

代入平行双线传输的电磁波 $v=c.$

切有数学物理方法导出的波速：

$$v=\frac{1}{\sqrt{L^{*}c^{*}}}=\frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}=c.$$

2。利用电报方程证明：长度为l的平行双线（损耗可以忽略）两端开起时电压和电流分别形成如下形式的驻波：

$$\left.\begin{aligned}\tilde{U}&=\tilde{U}_0\cos\frac{p\pi x}{l}e^{j\omega pt},\\ \tilde{I}&=\tilde{I}_0\sin\frac{p\pi x}{l}e^{j\omega pt},\end{aligned}\right\}$$

（p=1,2,3。。。）而谐振角频率为$\omega_p=\dfrac{p\pi}{l\sqrt{L^*c^*}}$.

电压，电流的波腹和波指出节的位置，以及波长的大小。[提示：假设电报方程的解是入射波和反射波的叠加，利用两端的边界条件确定驻波的谐振频率。]

解：由电报方程满足的波动方程：$\dfrac{\partial^2 I}{\partial x^2}-L^*c^*\dfrac{\partial^2 I}{\partial t^2}=0.$（参照数学物理方法）

用分离变量法令$I=i(x)f(t)$ $\left\{\begin{aligned}&L^*c^*\frac{d^2f(t)}{dt^2}=-k^2f(t)\\ &\frac{d^2i(x)}{dx^2}=-k^2i(x)\end{aligned}\right.$ 得：$f(A)=\tilde{A}e^{j\omega t}$ $i(t)=B\sin\dfrac{n\pi}{l}x$ $(n=1,2,3\ldots)$

再由 $\dfrac{\partial U}{\partial x}=-L^*\dfrac{\partial i}{\partial t}=-j\omega L^*\tilde{i}$ 积分得：

$$\tilde{U}=\tilde{I}_0L^*j\omega\frac{l}{n\pi}\cos\frac{n\pi}{l}xe^{j\omega t}=\tilde{U}_0\cos\frac{n\pi}{l}xe^{j\omega t}.$$

3。上题中若传输双线两端短路，情况如何？

若短路，则满足波动方程，满足电压波动方程为：

$$\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}-Lc\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}=0.$$ （再利用分离变量解之）

设 $U(x,t)=U(x)\cdot f(t)$ 代入上式得：

$$\begin{cases}\dfrac{d^2 f}{dt^2}+\dfrac{k^2}{Lc}f(t)=0\\ \dfrac{d^2U_1}{dx^2}+k^2U_1(x)=0\end{cases}$$

令 $\omega=\dfrac{k}{\sqrt{Lc}}$

可得解为：$\begin{cases}f(t)=A\sin(\omega t+\varphi_0)\\ U_1(x)=B\sin(kx+\varphi_1)\end{cases}$ 利用边界条件：$U_1|_{x=0}=0.$得$\varphi_1=0$

$U_1|_{x=l}=0.$得$kl=n\pi$

$k=\dfrac{n\pi}{l}$

得特解：$U_1(x)=B\sin\dfrac{n\pi}{l}x.$

复形式特解：$\tilde{U}=\tilde{U}_1(x)\tilde{f}(t)=\tilde{U}_0\sin\dfrac{n\pi}{l}e^{(j\omega t+\varphi_0)}$

$(n=\pm1,\pm2,\pm3\ldots)$

4。上题中，若传输双线一端开启，一端短路，情况若何？

可由电极方程再求导得电流的波动方程。$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2}-Lc\frac{\partial^2 I}{\partial t^2}=0.$

同上述讨论：$I=I_1(x)f(t)$　可得：$\begin{cases} f(x)=A\sin(\omega t+\varphi_0) \\ I_1(x)=B\sin(kx+\varphi_1) \end{cases}$

同理可得复解：

$$\tilde{I}=\tilde{I}_1\cdot\tilde{f}=\tilde{I}_0\sin kx\cdot e^{(j\omega t+\varphi_0)}=I_0\sin kx\cdot e^{j\omega t}\qquad(\varphi_0=0)$$

上式代入电极微分方程：$\frac{\partial U}{\partial x}+L\frac{\partial I}{\partial t}=0$ 得：$\tilde{U}=\tilde{U}_0\cos kx\cdot e^{j\omega t}$

由于 $\tilde{U}(x)|_{x=l}=\cos kx=0,\therefore k=\frac{2n+1}{2l}\pi.$

$$\therefore\quad \tilde{I}=\tilde{I}_0\cos\frac{(2n+1)}{2l}\pi x e^{j\omega t}.$$

$$\tilde{U}=\tilde{U}_0\cos\frac{(2n+1)}{2l}\pi x e^{j\omega t}.$$

2。设电荷在半径为R的圆形平行板电容器极板上均匀分布，且边缘效应可以忽略。把电容器接在角频率为ω 的简谐交流电路中，电路中的传导电流为I_0(峰值），求电容器极板间磁场强度（峰值）的分布。

解：　板间的位移电流

$$I_d=\iint \vec{j}_d d\vec{s}=\iint \frac{\partial \vec{p}}{\partial t}\cdot d\vec{s}=\iint \frac{\partial \sigma_e}{\partial t}\cdot ds=\frac{\partial}{\partial t}\iint \sigma \cdot ds=\frac{\partial}{\partial t}q$$

$$=i=I_0 R(\omega t+\varphi)$$

板间距中心r处：B

$$B\cdot 2\pi r=u_0\sum I_i=u_0 j_a\cdot \pi r^2=u_0\frac{I_a}{\pi R^2}\cdot \pi r^2$$

$$B=\frac{u_0 I_d r}{2\pi R^2}=\frac{u_0 i r}{2\pi R^2}$$

峰值$B_0=\dfrac{u_0 I_0 r}{2\pi R^2}$