Aflevering 2.3

Luis Parker Noah Conradty & Carl Viggo Riesenhuber Hofman

16. november 2025

Opgave 1

(a)

$$f(x) = 2x$$
$$g(x) = ln\left(\frac{e^2}{4}x\right)$$

(b)

$$f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{10}{3}$$
$$g(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{\frac{2}{3}}} \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{3}}^{x}$$

(c) Vi søger en parabel

$$h(x) = ax^2 + bx + c$$

som går gennem punkterne $A(1,3)$, $B(4,2)$ og $C(-4,0)$.

$$\begin{aligned} A(1,3): &\quad h(1) = a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + c = 3 &&\Rightarrow a + b + c = 3 \\ B(4,2): &\quad h(4) = a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + c = 2 &&\Rightarrow 16a + 4b + c = 2 \\ C(-4,0): &\quad h(-4) = a \cdot (-4)^2 + b \cdot (-4) + c = 0 &&\Rightarrow 16a - 4b + c = 0 \end{aligned}$$

Fra (II)–(III) får vi

$$2 - 0 = (16a + 4b + c) - (16a - 4b + c) \Rightarrow 2 = 8b \Rightarrow b = \frac{1}{4}.$$

Indsæt $b = \frac{1}{4}$ i (I) og (II):

$$\begin{aligned} (I): &\quad a + \frac{1}{4} + c = 3 &&\Rightarrow a + c = \frac{11}{4}, \\ (II): &\quad 16a + 4 \cdot \frac{1}{4} + c = 2 &&\Rightarrow 16a + 1 + c = 2 \Rightarrow 16a + c = 1. \end{aligned}$$

Nu

$$(16a + c) - (a + c) = 1 - \frac{11}{4} \Rightarrow 15a = -\frac{7}{4} \Rightarrow a = -\frac{7}{60}.$$

Til sidst findes c fra $a + c = \frac{11}{4}$:

$$c = \frac{11}{4} - a = \frac{11}{4} + \frac{7}{60} = \frac{43}{15}.$$

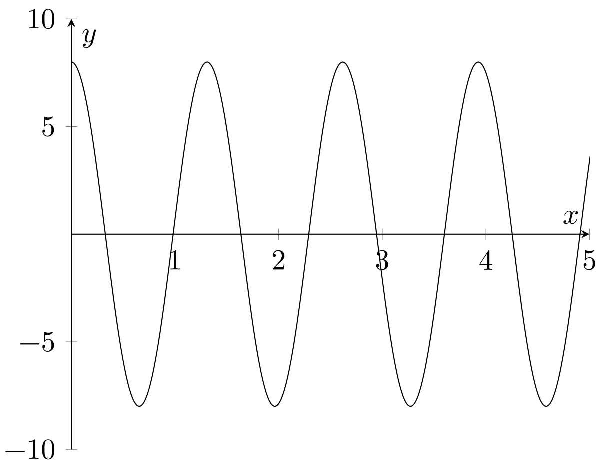
Dermed er forskriften

$$h(x) = -\frac{7}{60}x^2 + \frac{1}{4}x + \frac{43}{15}.$$

Opgave 2

(a) A er længden den forskydes fra ligevægtspositionen
ω er frekvensen
ϕ er forskydningen i tiden
R er fjederlængden i hvilepositionen

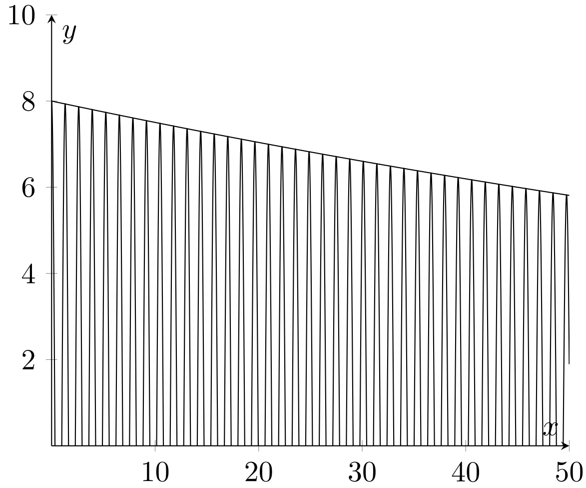
(b) A får værdien 8, fordi det er Amplituden. 4,8 kommer fra 2π dividered med ω, hvilken er 1,3. $\frac{\pi}{2}$ betyder at det starter med Amplituden og ikke i hviletilstandet.



(c) Den skal være i $]0, 1[$ fordi den skal blive mindre og en eksponentialfunktion falder når a er under 1.

(d) Ligningen for amplituden er $A(t) = 1 \cdot a^t$. Amplituden er faldet fra 8 til 6 i 45 sekunder.

$$A(45) = \frac{6}{8} \cdot a^{45}$$
$$a = \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{45}} \approx 0,9936275$$



(e) Halveringstid er tid hvor funktionsværdien er halv så stort:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{45}} = 1/2$$
$$t \approx 108,42$$

(f) Da fjederns udvidelse er afhængig af $A(t)$ skal vi find ud hvornår den er mindre end skal vi find ud hvornår den er mindre end $3cm$.

$$A(t) = 8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{45}} = 3$$
$$t \approx 153,42$$

Det sker efter ca. 153 sekunder.

(g) Her skal vi find afledningen af vores funktion og så skal vi se hvis den er positiv eller negativ:

$$
\begin{aligned}
f(t) &= \left(8 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{t}{45}}\right) \cdot \left(\sin(4,8t + \frac{\pi}{2}\right) \\
f'(t) &= 2^{-\frac{2t}{45}}\, 3^{\frac{t}{45}}\, (-0.0511435 \cos(4.8t) - 38.4 \sin(4.8t)) \\
f'(153,42) &\approx -13,8148
\end{aligned}
$$

Afledningen er negativ, det betyder at den er på vej ind.

Wolfram|Alpha blev brugt til de numeriske svar:

Afledning

Indsætning af værdien