

Aflevering: Talfølger 1

5. december 2025

Navn(e): Navn 1 , Navn 2 (valgfri)

Klasse: Klasse **Lærer:** Lærer

Opgave 1

Vi betragter rekursionsligningen

$$x_{n+2} - 6x_{n+1} + 9x_n = 0.$$

(a) Fuldstændig løsning

Idé/metode: (fx karakteristisk ligning)

Udregning:

(skriv din udledning her)

Konklusion: (skriv den generelle løsning tydeligt)

(b) Partikulær løsning med $x_0 = 1$ og $x_1 = 2$

Indsæt startbetingelser:

(vis hvordan du finder konstanterne)

Svar: (skriv $x_n = \dots$)

Opgave 2

Du indsætter 100000 kr på en opsparsingskonto med årlig rente på 2%. Lad x_n være beløbet på kontoen n år efter indsættelsen.

(a) Rekursionsligning og startbetingelse

Forklaring: (hvorfor netop denne rekursion?)

$$x_{n+1} = \dots$$

$$x_0 = \dots$$

(b) Partikulær løsning

Udledning:

$$x_n = \dots$$

(c) Saldo efter 10 år

$$x_{10} = \dots$$

Svar: ... kr

(d) Hvornår når saldoen 150000 kr?

Ulighed:

$$x_n \geq 150000$$

Løsning for n :

$$n \geq \dots$$

Svar: ... år (afrunding/argumentation)

CAS-note (forklar hvad CAS gør for dig)

Hvis du bruger CAS her: skriv præcis hvad du bad CAS om (fx løsning af ulighed), og hvordan du fortolker resultatet i konteksten (heltal, afrunding, osv.).

Opgave 3

Bier og forfædre (han/hun). Lad b_n være antallet af bier i den n 'te generation før en given bi.

(a) **Stamtræ 4 generationer baglæns** + b_0, \dots, b_4

Tegning/argumentation:

(Sæt evt. en figur ind eller lav en tydelig tekstbeskrivelse.)

Værdier:

$$b_0 = \dots, \quad b_1 = \dots, \quad b_2 = \dots, \quad b_3 = \dots, \quad b_4 = \dots$$

(b) **Vis/forklar hvorfor** $y_{n+1} = x_n$

Forklaring:

(skriv argumentationen her)

(c) **Forklar hvorfor** $x_{n+1} = b_n = x_n + y_n$

Forklaring:

(skriv argumentationen her)

(d) **Vis at** $b_{n+2} = b_{n+1} + b_n$ **og find fuldstændig løsning**

Udledning fra (b) og (c):

(trin-for-trin)

Fuldstændig løsning:

$$b_n = \dots$$

(e) **Startbetingelser for hunbi: forklar** $b_1 = 2$ **og** $b_2 = 3$

Forklaring:

(skriv argumentationen her)

(f) Startbetingelser for 4 hanbier og 3 hunbier + b_{10}

Startdata:

$$x_0 = 3, \quad y_0 = 4 \quad \Rightarrow \quad b_0 = x_0 + y_0 = \dots$$
$$b_1 = \dots, \quad b_2 = \dots \quad (\text{angiv passende startbetingelser})$$

Beregning af b_{10} :

$$b_{10} = \dots$$

Svar: ... forfædre i 10. generation før dem.

Kilder / Sætninger brugt

Skriv hvilke sætninger/definitioner du bruger (fx om løsning af lineære rekursioner, renteformler osv.).