

计算物理学作业

艾鑫

2016 年 1 月 12 日

1.(3.10) 用 4 点高斯求积公式编程计算积分

$$I = \int_{1.4}^{2.0} \int_{1.0}^{1.5} \ln(x + 2y) \, dx \, dy \quad (1)$$

解: 将积分区间 $R = \{(x, y) | 1.4 \leq x \leq 2.0, 1.0 \leq y \leq 1.5\}$ 变换到 $R' = \{(u, v) | -1 \leq u \leq 1, -1 \leq v \leq 1\}$, 即有

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}(b_2 + a_2) + \frac{1}{2}(b_2 - a_2)u \\ y = \frac{1}{2}(b_1 + a_1) + \frac{1}{2}(b_1 - a_1)v \end{cases} \quad (2)$$

因此有

$$I = 0.0755 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \ln(0.3u + 0.5v + 4.2) \, du \, dv \quad (3)$$

使用 $n = 3$ 的 4 点高斯求积公式, 有

2.(4.7) 应用龙格-库塔法求初值问题

$$\begin{cases} y'' + 2ty' + t^2y = e^t, & 0 \leq t \leq 1 \\ y(0) = 1, y'(0) = -1 \end{cases} \quad (4)$$

的数值解, 取步长 $h = 0.1$.

解: 测试答案

3.(8.4) 试采用有限差分法编程求解单位圆域中泊松方程在网格节点处的值

$$\begin{cases} \nabla^2 u = -50r^2 \sin(2\phi) \\ u(1, \phi) = 0 \end{cases} \quad (5)$$

其中 $u(1, \phi) = 0$ 表示半径为 1 的单位圆边界上 u 值为 1. 取 $h = 0.1, \omega = 1.25, \varepsilon = 10^{-5}, M = 16$, 并与解析解 $u = \frac{25}{6}r^2(1 - r^2)\sin(2\phi)$ 作比较.

解: 测试回答

4.(11.1) 编程计算例 11.1 中点 3 的电势和 1,2 两点的电量 (见图 11.9).

解: 测试回答

5.(12.9) 采用蒙特卡罗方法编程求解一下方程.

(1) $e^{-x^3} - \tan x + 800 = 0 \ (0 < x < \pi/2);$

(2) $x + 5e^{-x} - 5 = 0 \ (0 < x < 10).$

解: 测试回答