

Mathematics (2) Assignment

25-2 기초 데이터 분석 및 실습

Problem 1.

벡터 $x = (2, 1, 0), y = (1, -2, 1)$ 에 대해

1. $\langle x, y \rangle$ 를 계산하시오.
2. 두 벡터는 직교하는가?
3. 두 벡터 사이 각도를 w 라고 할 때, $\cos w$ 를 구하시오.

Problem 2.

벡터 집합 $\{(1, 1, 0), (1, 0, 1)\}$ 에 대해 Gram-Schmidt 과정을 적용하여 **직교정규 기저**를 구하시오.

Problem 3.

데이터 벡터 $y = (1, 2, 2)^T$ 와 기저 $u_1 = (1, 0, 0)^T, u_2 = (0, 1, 1)^T$ 가 Span하는 부분공간 U 가 있다.

1. y 를 U 위로 직교투영한 벡터 \hat{y} 를 구하시오.
2. 잔차 $r = y - \hat{y}$ 가 U 에 직교함을 보이시오.
3. 이 과정을 "최소제곱 회귀"의 관점에서 해석하시오.

Problem 4.

다변수 함수 $f(x, y) = x^2 + xy + y^2$ 에 대하여,

1. $\nabla f(x, y)$ 를 구하시오.
2. 점 $(1, 2)$ 에서의 그래디언트를 구하고, 해당 벡터가 의미하는 바를 설명하시오.
3. 방향벡터 $u = \frac{1}{\sqrt{2}}(1, 1)$ 에 대한 방향도함수를 구하시오.

Problem 5.

1. 함수 $f(x) = e^x$ 를 $a = 0$ 에서 2차 **테일러 다항식**으로 근사하시오.
2. 함수 $g(x, y) = x^2 + y^2$ 를 $(0, 0)$ 에서 2차 **테일러 전개**로 근사하시오.
3. 이러한 근사가 경사하강법(**gradient descent**)과 뉴턴 방법(**Newton's method**)에서 어떻게 활용되는지 찾고 서술하시오.