Тема 1: Вычисление функции с помощью разложения в ряд

Задание 1 (5 баллов), задание 1 и 2 (10 баллов)

Задание 1

Необходимо разработать программу, вычисляющую значение функции с помощью разложения в ряд. Сумма ряда вычисляется при помощи цикла с неизвестным числом повторений, так как требуется найти значение с заданной точностью (точность вводится с клавиатуры). Сходящийся числовой ряд будет достигать искомого значения при большом количестве суммируемых членов ряда. При этом разность между соседними членами последовательности станет очень мала. Будем считать, что необходимая точность вычислений достигнута, если разность между соседними элементами ряда меньше заданной точности (условие выхода из цикла). Поэтому на каждом проходе цикла нужно запоминать предыдущий член ряда. Это удобно, так как следующий член ряда вычисляется всегда через предыдущий (не используйте возведение в степень, вместо этого будет простое умножение).

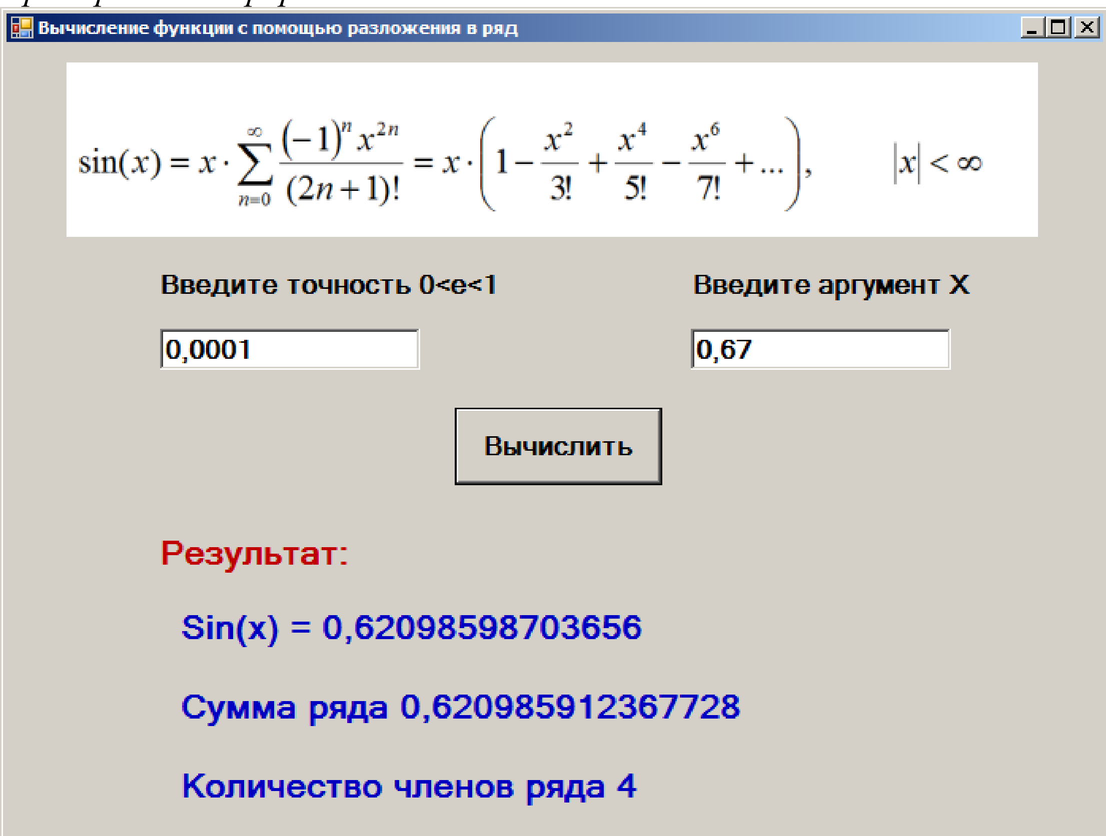
Для проверки полученного результата выведите значение указанной функции (левую часть выражения), вычисленную в цикле сумму ряда (правую часть выражения), а также количество просуммированных членов ряда.

Задание 2

Добавьте проверку:

- ✓ правильности ввода данных при нажатии клавиш клавиатуры в поля редактирования (используйте событие KeyPress);
- ✓ диапазона вводимых данных;
- ✓ контроль пустых полей ввода (заблокируйте кнопку «Вычислить», пока не будут введены все данные).

Примерный вид формы:



ВАРИАНТЫ:

1.
$$\arcsin(x) = x + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)\cdot x^{2n+1}}{2\cdot 4\cdot 6\cdot \ldots \cdot 2n\cdot (2n+1)} =$$
$$= x + \frac{x^3}{2\cdot 3} + \frac{1\cdot 3\cdot x^5}{2\cdot 4\cdot 5} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7} + \ldots, \qquad |x| < 1$$

2.
$$\arccos(x) = \frac{\pi}{2} - \left(x + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)\cdot x^{2n+1}}{2\cdot 4\cdot 6\cdot \ldots \cdot 2n\cdot (2n+1)} \right) =$$
$$= \frac{\pi}{2} - \left(x + \frac{x^3}{2\cdot 3} + \frac{1\cdot 3\cdot x^5}{2\cdot 4\cdot 5} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7} + \ldots \right), \qquad |x| < 1$$

3.
$$\ln\frac{1+x}{1-x} = 2\cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n+1}}{2n+1} = 2\cdot \left(x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \ldots \right), \qquad |x| < 1$$

4.
$$\sin(x) = x\cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!} = x\cdot \left(1 - \frac{x^2}{3!} + \frac{x^4}{5!} - \frac{x^6}{7!} + \ldots \right), \qquad |x| < \infty$$

5.
$$\arcsin(x) - x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot \ldots \cdot (2n-1)\cdot x^{2n+1}}{2\cdot 4\cdot 6\cdot \ldots \cdot 2n\cdot (2n+1)} =$$
$$= \frac{x^3}{2\cdot 3} + \frac{1\cdot 3\cdot x^5}{2\cdot 4\cdot 5} + \frac{1\cdot 3\cdot 5\cdot x^7}{2\cdot 4\cdot 6\cdot 7} + \ldots, \qquad |x| < 1$$

6.
$$\ln\frac{x+1}{x-1} = 2\cdot \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)x^{2n+1}} = 2\cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{5x^5} + \ldots \right), \qquad |x| > 1$$

7.
$$e^{-x} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^n}{n!} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} - \ldots, \qquad |x| < \infty$$

8. $\ln(x+1)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{n+1}}{n+1}=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\frac{x^4}{4}-\ldots,\qquad -1<x\le 1$

9. $\ln x=2\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-1)^{2n+1}}{(2n+1)(x+1)^{2n+1}}=2\left(\frac{x-1}{x+1}+\frac{(x-1)^3}{3(x+1)^3}+\frac{(x-1)^5}{5(x+1)^5}+\ldots\right),\qquad x>0$

10. $\ln(1-x)=-\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}=-\left(x+\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4}+\ldots\right),\qquad -1\le x<1$

11. $arcctg(x)=\frac{\pi}{2}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}x^{2n+1}}{2n+1}=\frac{\pi}{2}-x+\frac{x^3}{3}-\frac{x^5}{5}+\ldots,\qquad |x|\le 1$

12. $arctg(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n+1}}{2n+1}=x-\frac{x^3}{3}+\frac{x^5}{5}-\ldots,\qquad |x|\le 1$

13. $arctg(x)=\frac{\pi}{2}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)x^{2n+1}}=\frac{\pi}{2}-\frac{1}{x}+\frac{1}{3x^3}-\frac{1}{5x^5}+\ldots,\qquad x>1$

14. $arctg(x)=-\frac{\pi}{2}+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{(2n+1)x^{2n+1}}=-\frac{\pi}{2}-\frac{1}{x}+\frac{1}{3x^3}-\frac{1}{5x^5}+\ldots,\qquad x<-1$

15. $e^{-x^2}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{n!}=1-x^2+\frac{x^4}{2!}-\frac{x^6}{3!}+\frac{x^8}{4!}-\ldots,\qquad |x|<\infty$

16. $\cos(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n)!}=1-\frac{x^2}{2!}+\frac{x^4}{4!}-\frac{x^6}{6!}+\ldots,\qquad |x|<\infty$

17. $\frac{\sin(x)}{x}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n x^{2n}}{(2n+1)!}=1-\frac{x^2}{3!}+\frac{x^4}{5!}-\frac{x^6}{7!}+\ldots,\qquad |x|<\infty$

18. $\ln(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n(x-1)^{n+1}}{n+1}=(x-1)-\frac{(x-1)^2}{2}+\frac{(x-1)^3}{3}-\ldots,\qquad 0<x\le 2$

19. $\ln(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(x-1)^{n+1}}{(n+1)x^{n+1}}=\frac{(x-1)}{x}+\frac{(x-1)^2}{2x^2}+\frac{(x-1)^3}{3x^3}+\ldots,\qquad x>\frac{1}{2}$