

Instutuția Publică Liceul Teoretic Spiru Haret.

Analiză: Metoda Reluării.

- 1.Date Generale.
- 2.Avantaje.
- 3.Dezavantaje.
- 4.Concluzii.
- 5.Aplicații(Exemple de probleme).

10.05.2019

Realizat de: Colomiicenco Sanda,

clasa a XI-a „D”

Profesor: Maria Guțu

Date Generale:

Metoda reluării implică în sine faptul ca soluția unei probleme poate fi reprezentată printr-un vector.

$$X=(x_1, x_2, \dots, x_k, \dots, x_n)$$

Fiecare componentă a vectorului X luând valori dintr-o anumită mulțime A_k , $k=1,2,3,\dots,n$. Elementele fiecărei mulțimi A_k fiind ordonate conform unui criteriu stabilit.

La baza acestei metode stau anumite condiții de continuare specifice problemei, aceste condiții ne permit să evităm calcularea inutilă a soluțiilor ce nu corespund cerințelor.

Aceste condiții stabilesc situații în care are sens să trecem la calculul x_{k+1} . Dacă condițiile nu sunt satisfăcute programul revine la funcția anterioară și 1- Alege un alt x_k sau 2-Micșorează pe k cu o unitate încercând o nouă alegere pentru x_{k-1} .

Micșorarea lui k a dat nume metodei, cuvântul „reluare” semnificând revenirea la alte variante de alegere a variabilelor x_1, x_2, \dots, x_{k-1} . Aceeași semnificație o are și denumirea engleză a metodei de studiu-backtracking (back-înapoi, track-urmă).

Metoda poate fi folosită la rezolvarea următoarelor probleme:

1. Generarea permutărilor unei mulțimi.
2. Generarea aranjamentelor unei mulțimi.
3. Generarea submulțimilor unei mulțimi.
4. Generarea submulțimilor cu m elemente ale unei mulțimi (combinări)
5. Generarea produsului cartezian a n mulțimi.
6. Aranjarea a n regine pe o tablă de șah de dimensiune n fără ca ele să se atace etc.

Algoritmul general:

```
Procedure Reluare(k:integer);  
begin  
  if k<=n then  
    begin  
      X[k]:=primulelement(k);  
      if Continuare(k) then Reluare(k+1);  
      while ExistaSuccesor(k) do  
        begin  
          X[k]:=Succesor(k);  
          If Continuare(k) then Reluare(k+1)  
        End;  
      End ;  
    Else PrelucrareaSolutiei;  
  End;
```

Reluare: Comunică cu programul principal și subprogramele apelate prin variabilele globale.

Primulelement(k): Returnează primul element din mulțimea A_k .

Continuare(k):Returnează valoarea true dacă elementele înscrise în primele componente k sale X satisfac condițiile și false în caz contrar.

ExistaSuccesor(k): True daca elemental memorat x_k are succesori în mulțimea A_k , false în caz contrar.

Succesor(k): Returnează succesorul elementului memorat în componența x_k

PrelucrareaSolutiei: Soluția reținută este afișata pe ecran.

Metoda se aplica astfel :

1) se alege prima valoare sin A_1 si i se atribuie lui x_1 ;

2) se presupun generate elementele $x_1 \dots x_{[k-1]}$, cu valori din $A_1..A_{[k-1]}$; pentru generarea lui $x_{[k]}$ se alege primul element din $A_{[k]}$ disponibil și se testeaza îndeplinirea condițiilor de continuare.

Apar astfel urmatoarele situații :

a) $x_{[k]}$ îndeplineste conditiile de continuare. Daca s-a ajuns la solutia finala ($k = n$) atunci se afiseaza solutia obținuta. Daca nu s-a ajuns la solutia finala se trece la generarea elementului urmator : $x_{[k-1]}$;

b) $x_{[k]}$ nu îndeplineste conditiile de continuare. Se încearca urmatoarea valoare disponibila din $A_{[k]}$. Daca nu se gaseste nici o valoare în $A_{[k]}$ care sa îndeplineasca conditiile de continuare, se revine la elementul $x_{[k-1]}$ si se reia algoritmul pentru o noua valoare a acestuia. Algoritmul se încheie când au fost luate in considerare toate elementele lui A_1 .

Avantaje vs Dezavantaje:

+ Se evită generarea tuturor soluțiilor posibile acestea fiind triate datorita condițiilor aplicate, astfel reducând timpul efectuării programului în cazul în care acesta are date de intrare cu dimensiuni rezonabil de mici.

+ Rezolvarea unei probleme prin reluare garantează obținerea soluției programele date fiind considerate relative simple, iar depanarea lor nu necesita verificari complexe .

-Nu există algoritm de generare a condițiilor necesare sau a condițiilor optime pentru rezolvarea unei probleme alegerea și aplicarea acestora depinzând de utilizator, fapt ce elimină garanția unui studiu corect din prima incercare sau poate duce la blocaj.

-Timpul de execuție este mare, datorită revenirilor specifice metodei mai ales în cazul datelor de intrare cu dimensiuni mari .

Concluzii:

Folosirea acestei metode ca și metodă principală, deși are caracteristici pozitive precum condițiile abordate, nu este recomandată. Un lucru ce trebuie examinat înainte de elaborarea unei metode backtracking sunt datele de intrare, mai exact dimensiunile lor. Ținând cont că principala regulă ar fi ca o metoda de parcurgere trebuie să ne ofere un rezultat în timp util, datele studiate de metoda reluării trebuie sa fie de dimensiuni relativ mici.

Totuși metoda aceasta ne oferă posibilitatea de a selecta soluțiile ce se încadrează în condiții specifice si ne oferă un mod de rezolvare pentru tipuri de probleme precum(vedeți pagina 2).

Probleme rezolvate:

Să se plaseze n regine pe o tablă de șah de dimensiune $n \times n$ astfel încât oricare două regine să nu se atace. Pentru ca două regine să nu se atace, ele nu trebuie să fie situate pe aceeași linie, pe aceeași coloană sau pe aceeași diagonală. Cum numărul de regine este egal cu dimensiunea tablei de șah, deducem că pe fiecare linie trebuie plasată o regină. Deci, pentru ca poziția reginelor să fie complet determinată, este suficient să reținem pentru fiecare linie coloana în care este plasată regina. Pentru aceasta vom utiliza un vector C , cu n componente având următoarea semnificație: $C[i]$ reprezintă coloana în care este plasată regina de pe linia i . Condiții interne

- $C[i] \in [1, 2, \dots, n]$, pentru $i \in [1, 2, \dots, n]$ (elementele vectorului C sunt indici de linii)
- $C[i] \neq C[j]$; $i \neq j$; $i, j \in [1, 2, \dots, n]$ (două regine nu pot fi plasate pe aceeași coloană)
- $|C[i] - C[j]| \neq |i - j|$; $\forall i \neq j$; $i, j \in [1, 2, \dots, n]$ (două regine nu pot fi plasate pe aceeași diagonală)

Comentariu: Fiecare regina are un parametru k egal cu nr. liniei pe care se afla aceasta.

Pentru început se compară indicii k cu n , dacă $k < n$ rezulta că soluția nu este completă, începându-se procedura `Plaseaza_Regina`, în caz contrar se începe procedura `Afisare`.

Analizăm procedura `Plaseaza_Regina`:

Se compară indicii k cu n , $k < n$ rezulta că soluția nu este completă. I se atribuie variabilei locale i valoarea 1, se verifică dacă pe poziția (1,1) poate fi plasată o regină. Verificarea are succes, regina este plasată, se apelează prin urmare recursiv procedura `Plaseaza_Regina(k+1)`.

Dacă verificarea eșuează și pe linia $k+1$ nu mai poate fi plasată nici o regină, programul se întoarce la apelul precedent mărinț variabila i cu 1, verificarea reîncepe.

Verificările au loc până când $k=n$ și începe procedura `Afișare`.

```
program Regine;
const NrMaxRegine = 30;
type Indice = 0 .. NrMaxRegine;
      Solutie = array[Indice] of 0..NrMaxRegine;
var C: Solutie; n: Indice; NrSol: word;
procedure Afisare;
var i, j: Indice;
begin
  inc(NrSol); writeln('Solutia nr. ', NrSol);
  for i := 1 to n do
    begin
      for j := 1 to n do
        if j = C[i] then write(' * ')
        else write(' o ');
      writeln
    end;
  writeln; readln;
end;
```

```
procedure Plaseaza_Regina(k: Indice);
{cand apelam procedura Plaseaza_Regina cu parametrul k am
 plasat deja regine pe liniile 1, 2, ..., k-1}
var i, j: Indice; ok: boolean;
begin
  if k-1 = n then {am obtinut o solutie}
    Afisare {prelucrarea solutiei consta in afisare}
  else
    {trebuie sa mai plasam regine pe liniile k, k+1, ..., n}
    for i := 1 to n do {determin multimea MC a candidatilor pentru
      pozitia k}
      begin ok := true; {verific daca pot plasa regina de pe linia k in
        coloana i}
        for j := 1 to k-1 do
          if (C[j]=i) or (abs(C[j]-i)=(k-j)) then ok := false;
          {regina s-ar gasi pe aceeași coloana sau aceeași
            diagonala cu o regina deja plasata}
        if ok then {valoarea i respecta conditiile interne} begin
          C[k] := i; {i este un candidat, il extrag imediat}
          Plaseaza_Regina(k+1);
        end; end; end;
begin {program principal}
  write('n= '); readln(n);
  Plaseaza_Regina(1); end.
```

Dintr-un nr. de 6 cursuri optionale un elev trebuie sa aleaga 3.
Sa se afiseze toate posibilitatile de alegere precum si nr. lor.

```
program cursuri;
const n=6;
      p=3;
type stiva=array [1..10] of integer;
var st:stiva;
      ev,as:boolean;
      k:integer;
procedure init(k:integer;var st:stiva);
begin
if k>1 then st[k]:=st[k-1]
      else if k=1 then st[k]:=0;
end;
procedure sucesor(var as:boolean;var
st:stiva;k:integer);
begin
if st[k]<n-p+k then
begin
st[k]:=st[k]+1;
as:=true;
end;
else as:=false;
end;
procedure valid(var ev:boolean;var
st:stiva;k:integer);
var i:integer;
begin
ev:=true;
for i:=1 to k-1 do if st[i]=st[k] then
ev:=false;
```

```
end;
function solutie(k:integer):boolean;
begin
solutie:=(k=p);
end;
procedure tipar;
var i:integer;
begin
for i:=1 to p do write (st[i]);
writeln;
end;
begin;
k:=1;init(k,st);
while k>0 do
begin
repeat
sucesor (as,st,k);
if as then valid(ev,st,k);
until (not as) or (as and ev);
if as then
if solutie(k) then tipar
else begin
k:=k+1;
init(k,st)
end
else k:=k-1;
end;
readln;
end.
```

Generarea permutărilor mulțimii $\{1,2,\dots,n\}$:

Permutările de ordin n reprezintă toate posibilitățile de a aranja elementele unei mulțimi de n elemente.

Astfel o condiție necesară este ca $x[i]$ să fie diferit de $x[k]$.

Variabila k este un indice ce ne arată nr. de permutări, variabila i indică nr. fiecărei permutări. Se verifică dacă $i=k-1$, dacă nu, soluția este incompletă, se verifică dacă $x[i]=x[k]$ ($x[k]$ reprezintă permutarea anterioară) , dacă nu, verificarea a avut loc cu succes și se mărește indicele i cu 1, dacă $x[i]=x[k]$ atunci se întoarce la permutarea anterioară și se înlocuiește unul din elementele permutării cu altul, are loc verificarea.

```
program permutari;  
var x:array[1..200] of integer;  
nr,i,n,k:integer;  
function col(k:integer):boolean;  
begin  
  col:=true;  
  for i:=1 to k-1 do  
    if x[i]=x[k] then  
      begin col:=false;  
        exit;  
      end;  
    end;  
  begin  
    write('n='); readln(n);  
    nr:=0;  
    k:=1;  
  end.
```

Generarea Partițiilor unei mulțimi:

Fie n număr natural nenul. Scrieți un program de generare a tuturor partițiilor mulțimii $\{1, 2, 3, \dots, n\}$.

Prin partiție se înțelege o descompunere a mulțimii inițiale într-o reuniune de mulțimi nevide și disjuncte. Pentru o mulțime cu n elemente vor exista maxim n mulțimi în cadrul unei partiții.

Soluția este o stivă de lungimi variabile $x = (x_1, x_2, \dots, x_k)$, unde $x_i \in \{1, 2, \dots, n\}$

Condiții: $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$

$x_{k-1} \leq x_k$ (avem $x_k \in \{x_{k-1}, \dots, n\}$)

$x_1 + x_2 + \dots + x_k \leq n$

```
begin
k:=1; s:=0;
while(k>=1) do
begin
if(x[k]<n) then
begin
x[k]:=x[k]+1; s:=s+1;
if (s<=n)
then begin
if(s=n) then begin
tipar(x,k);
s:=s-x[k];
k:=k-1;
end
else begin
k:=k+1;
x[k]:=x[k-1]-1;
s:=s+x[k];
end;
end
else begin
s:=s-x[k];
k:=k-1;
end;
end;
end;
```

```
end;
void back(){
int k=0, s=0;
while(k>=0){
if(x[k]<n){
x[k]++; s++;
if(s<=n) { //conditia continua
if(s=n){ // solutie
tipar(x,k);
s=s-x[k]; k--;
//revenire
}
else
{ //avansare
k++;
x[k]=x[k-1]-1;
s+=x[k];
}
}
else { //revenire
s=s-x[k]; k--;
}
}
}
```


Turnuri de cuburi:

Se dau n cuburi numerotate $1, 2, \dots, n$, de laturi L_i si culori C_i , $i=1, 2, \dots, n$ (fiecare culoare este codificata printr-un caracter). Sa se afiseze toate turnurile care se pot forma luând k cuburi din cele n disponibile, astfel încât:

- laturile cuburilor din turn sa fie in ordine crescatoare;
- culorile a oricare doua cuburi alaturate din turn sa fie diferite.

Program cuburi;

```
type stiva=array [1..100] of integer;
var st:stiva;
    i,n,p,k:integer;
    as,ev:boolean;
    L:array [1..10] of integer;
    C:array [1..10] of char;
procedure init(k:integer;var st:stiva);
begin
    st[k]:=0;
end;
procedure sucesor(var as:boolean;var
st:stiva;k:integer);
begin
    if st[k]<n then
        begin
            st[k]:=st[k]+1;
            as:=true;
        end
        else as:=false;
    end;
procedure valid(var
ev:boolean;st:stiva;k:integer);
var i:integer;
begin
    ev:=true;
    for i:=1 to k-1 do if L[st[k]]<=L[st[i]] then
ev:=false;
    if C[st[k]]=C[st[k-1]] then ev:=false;
end;
function solutie(k:integer):boolean;
for i:=1 to n do
x[i]:=0;
while k>0 do
if k=n+1 then
begin k:=k-1;
nr:=nr+1;
writeln(' solutia nr ',nr);
for i:=1 to n do
write(x[i]:2);
readln;
```

```
begin
    solutie:=(k=p);
end;
procedure tipar;
var i:integer;
begin
    for i:=1 to p do write(st[i],' ');
    writeln;
end;
begin
    write('n= ');read(n);
    write('p= ');read(p);
    for i:=1 to n do
        begin
            write('L[' ,i,']=');readln(L[i]);
            write('C[' ,i,']=');readln(C[i]);
        end;
    k:=1;init(k,st);
    while k>0 do
        begin
            repeat
                sucesor(as,st,k);
                if as then valid(ev,st,k);
            until (not as) or (as and ev);
            if as then if solutie(k) then tipar
            else begin
                k:=k+1;
                init(k,st);
            end
            else k:=k-1;
        end; end.
    else if x[k]<n then
        begin x[k]:=x[k]+1;
            if col(k) then k:=k+1;
        end;
    else begin x[k]:=0; k:=k-1; end;end.
```

Date Bibliografice.

- <https://www.slideshare.net/BalanVeronica/metoda-backtracking?ref=http://informatica-clasa-11b.blogspot.com/p/metoda-reluarii.html>
- <https://www.slideshare.net/BalanVeronica/mada-34540933?ref=http://informatica-clasa-11b.blogspot.com/p/metoda-reluarii.html>
- <https://www.slideshare.net/BalanVeronica/metoda-reluarii-34569777?ref=http%3A%2F%2Finformatica-clasa-11b.blogspot.com%2Fp%2Fmetoda-reluarii.html&fbclid=IwAR08cVQGhrC89VmpS4hGwSXuQUY-Z4RaAj9e823fqJursAsbdNSq7DAkhtA>
- <http://www.scribub.com/stiinta/informatica/METODA-BACKTRACKING1055131414.php?fbclid=IwAR1ydXGW1YKakWTOJ3eTIBzDg7gfkpxSL5cxzJGV8ay14ySVhKqbDQ-l7J8>