

基于贝叶斯统计的套利策略

——金融工程年度论坛系列报告之九



广发证券金融工程
2013年8月

目 录

- 一、贝叶斯统计简介
- 二、BSW套利策略
- 三、套利策略的实证与分析
- 四、总结

➤ 一个生活中的案例：

➤ 医院拟采用W法诊断疾病P。根据资料统计，每千人中约有5人患P病。而W法能够检查出95%的真实患者，但也可能将5%的非P病患者误诊为患病。现有一人不幸被W法诊断为患有P病，请问此人确实患P病的概率？

➤ 投资中常遇到的问题:

➤ 某投资经理结合宏观经济环境以及自己的择时方法，判断大盘方向的把握性很大（不妨假设有80%的准确度）。但此后却连续3次判断错误。问，该投资经理是否应该坚持自己的择时体系？

➤ 贝叶斯统计:

- 基于总体信息、样本信息和先验信息进行的统计推断称为贝叶斯统计学。
- 先验分布。总体分布参数 θ 的一个概率分布。先验分布不必有客观的依据，可以部分地或完全地基于主观信念。
- 后验分布。在样本已知下，未知参数的条件分布。因为这个分布是在抽样以后才得到的，故称为后验分布。

- $p(x|\theta)$ 表示在随机变量 θ 给定某个值时，总体指标 X 的条件分布；
- $\pi(\theta)$ 表示先验分布，根据参数 θ 的先验信息确定；
- 抽样统计。从总体分布 $p(x|\theta)$ 产生一个样本 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ 。则似然函数为

$$L(\theta) = p(x|\theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i|\theta).$$

- 样本 x 和参数 θ 的联合分布： $h(x, \theta) = p(x|\theta)\pi(\theta)$.
- 样本 x 的边缘密度函数： $m(x) = \int_{\Theta} h(x, \theta) d\theta = \int_{\Theta} p(x|\theta)\pi(\theta) d\theta$.

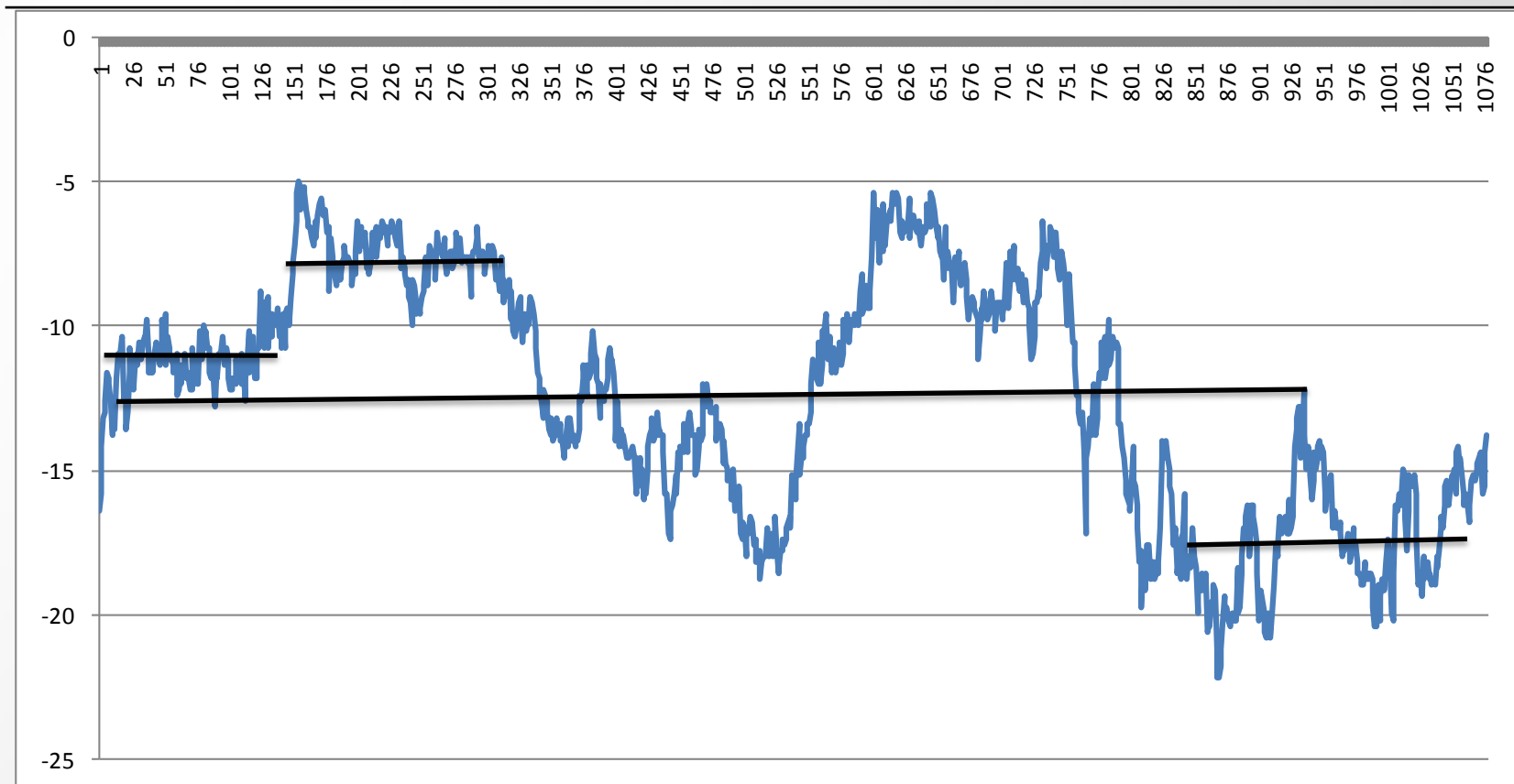
➤ 贝叶斯公式（后验分布）：

$$\pi(\theta | x) = \frac{h(x, \theta)}{m(x)} = \frac{p(x | \theta)\pi(\theta)}{\int_{\Theta} p(x | \theta)\pi(\theta)d\theta}$$

目 录

- 一、贝叶斯统计简介
- 二、BSW套利策略
- 三、套利策略的实证与分析
- 四、总结

图 1: IF1308-IF1307价差走势图



数据来源: 天软科技、广发证券发展研究中心

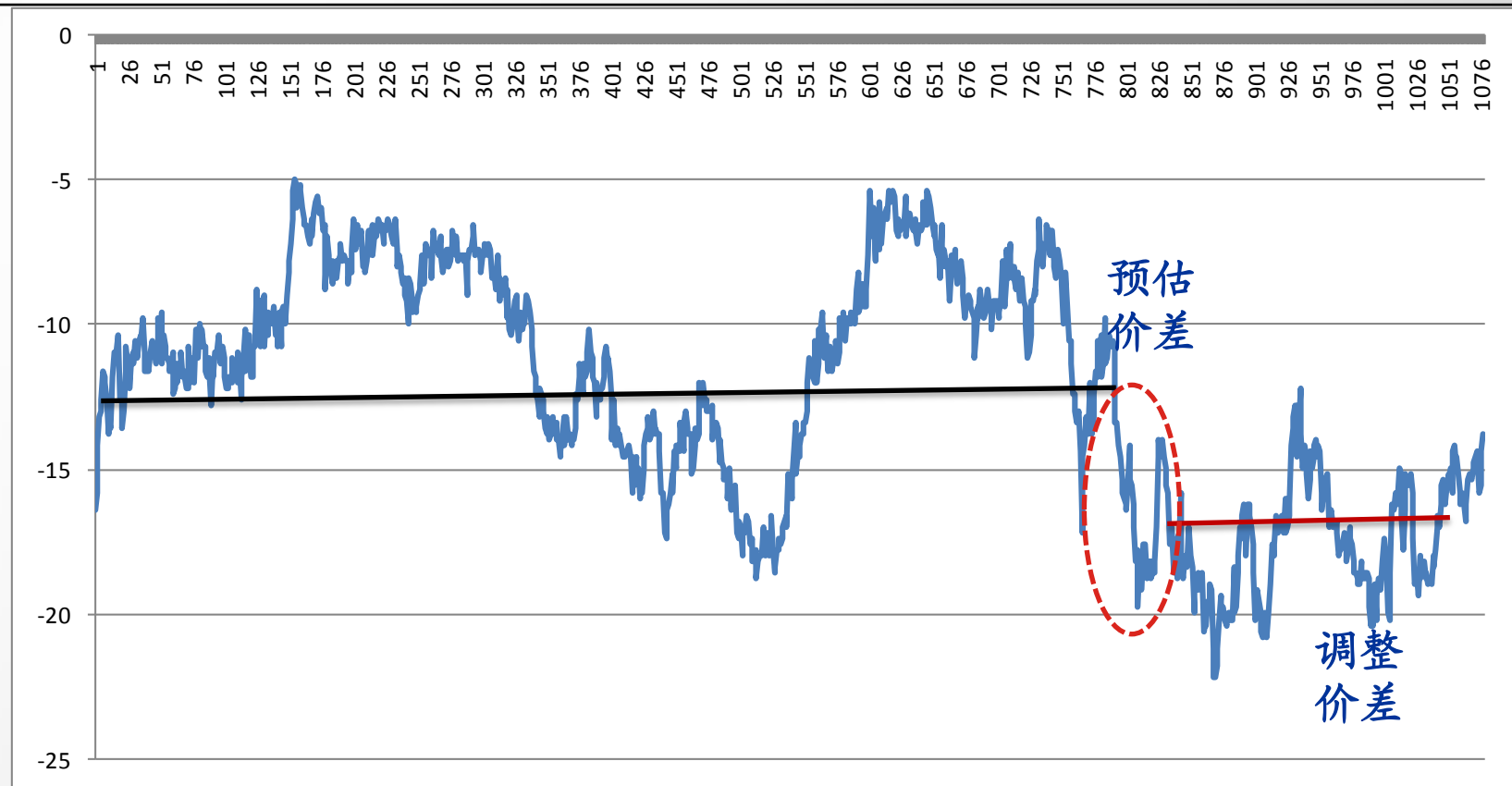
➤ BSW套利策略:

➤ 核心思想: 通过贝叶斯统计法预测价差, 进而根据当前价差实施相应套利;

➤ 主要步骤:

- 1、根据价差的历史数据, 确定价差的预估值 (样本期);
- 2、观察价差的走势一段时间 (观察期);
- 3、结合样本期与观察期的情况, 调整预测价差;
- 4、基于预测价差实施套利。

图 1: IF1308-IF1307价差走势图



数据来源: 天软科技、广发证券发展研究中心

➤ BSW套利策略的数学推导:

➤ 假设价差符合正态分布 $N(\theta, \sigma^2)$

➤ (x_1, \dots, x_n) 是一组样本观察值

➤ 取正态均值 θ 的先验分布为 $N(\mu, \tau^2)$

➤ 则样本 x 与参数 θ 的联合密度函数为

$$h(x, \theta) = k_1 \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{n\theta^2 - 2n\theta\bar{x} + \sum_{i=1}^n x_i^2}{\sigma^2} + \frac{\theta^2 - 2\mu\theta + \mu^2}{\tau^2} \right)\right)$$

其中 $k_1 = \frac{(2\pi)^{(n+1)/2}}{\tau\sigma^n}$, $\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i / n$

简单起见，我们记

$$\sigma_0^2 = \frac{\sigma^2}{n}, A = \frac{1}{\sigma_0^2} + \frac{1}{\tau^2}, B = \frac{\bar{x}}{\sigma_0^2} + \frac{\mu}{\tau^2}, C = \frac{1}{\sigma^2} \sum_{i=1}^n x_i^2 + \frac{\mu^2}{\tau^2}$$

则有

$$h(x, \theta) = k_1 \exp\left(-\frac{1}{2}(A\theta^2 - 2\theta B + C)\right)$$

容易求得样本x的边缘分布

$$m(x) = k_1 \exp\left(-\frac{1}{2}(C - B^2 / A)\right) \left(\frac{2\pi}{A}\right)^{1/2}$$

最后，后验分布为

$$\pi(\theta | x) = \left(\frac{2\pi}{A}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{A}{2}(\theta - B / A)^2\right)$$

目 录

- 一、贝叶斯统计简介
- 二、BSW套利策略
- 三、套利策略的实证与分析
- 四、总结

- 1、沪深300股指期货的实证分析:
- 套利配比: 合约张数1: 1;
- 数据说明:
 - 品种: 当月合约VS次月合约;
 - 频率: 一分钟数据
 - 数据区间: 2012年1月30日至2013年8月15日
 - 保证金比率: 12%;
 - 交易成本: 万分之一。

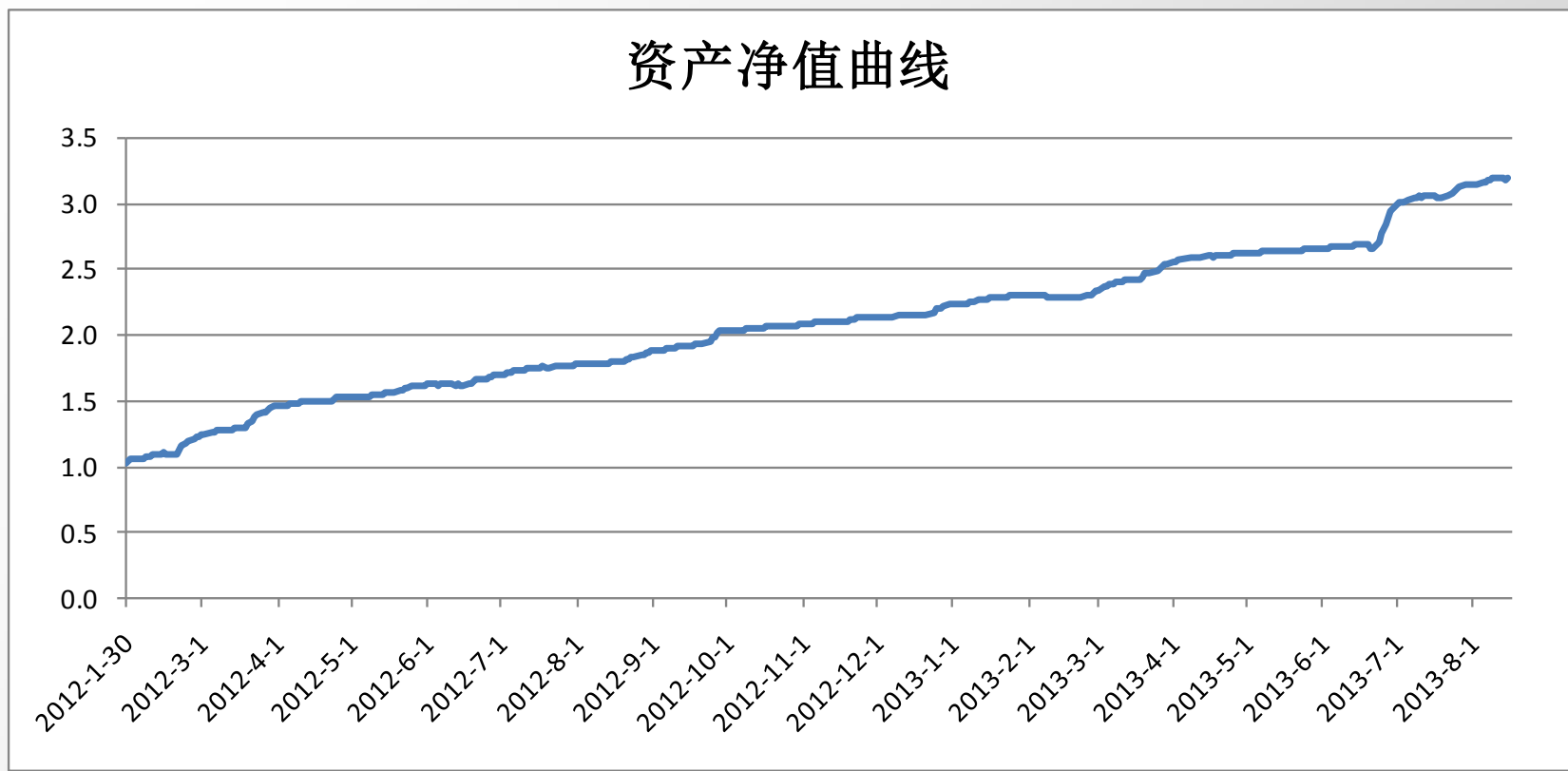
表 1: BSW套利策略在沪深300股指期货上的表现

时间区间	2012-01-30~2013-08-15
价差	次月-当月
累积收益	218.26%
最大回撤	-2.19%
平均收益	0.07%
交易次数	2919
平均交易周期	11.8
盈利次数	2634
胜率	90.24%
最大盈利	1.62%
最大亏损	-1.58%
SR	0.47

数据来源：广发证券发展研究中心

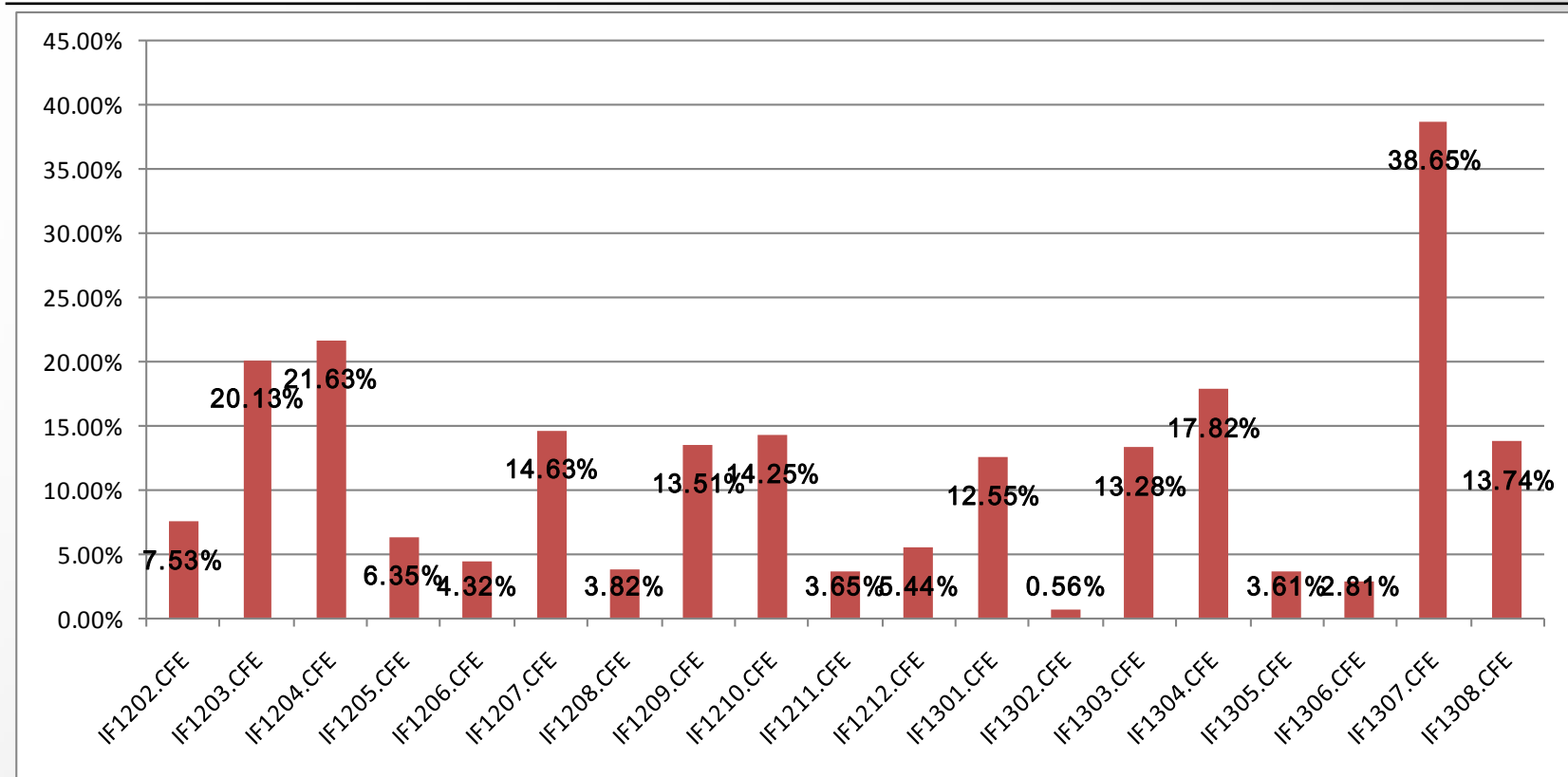
注：累积收益以单利计算，下同。

图 2: BSW套利策略在期指上的每日资产净值曲线



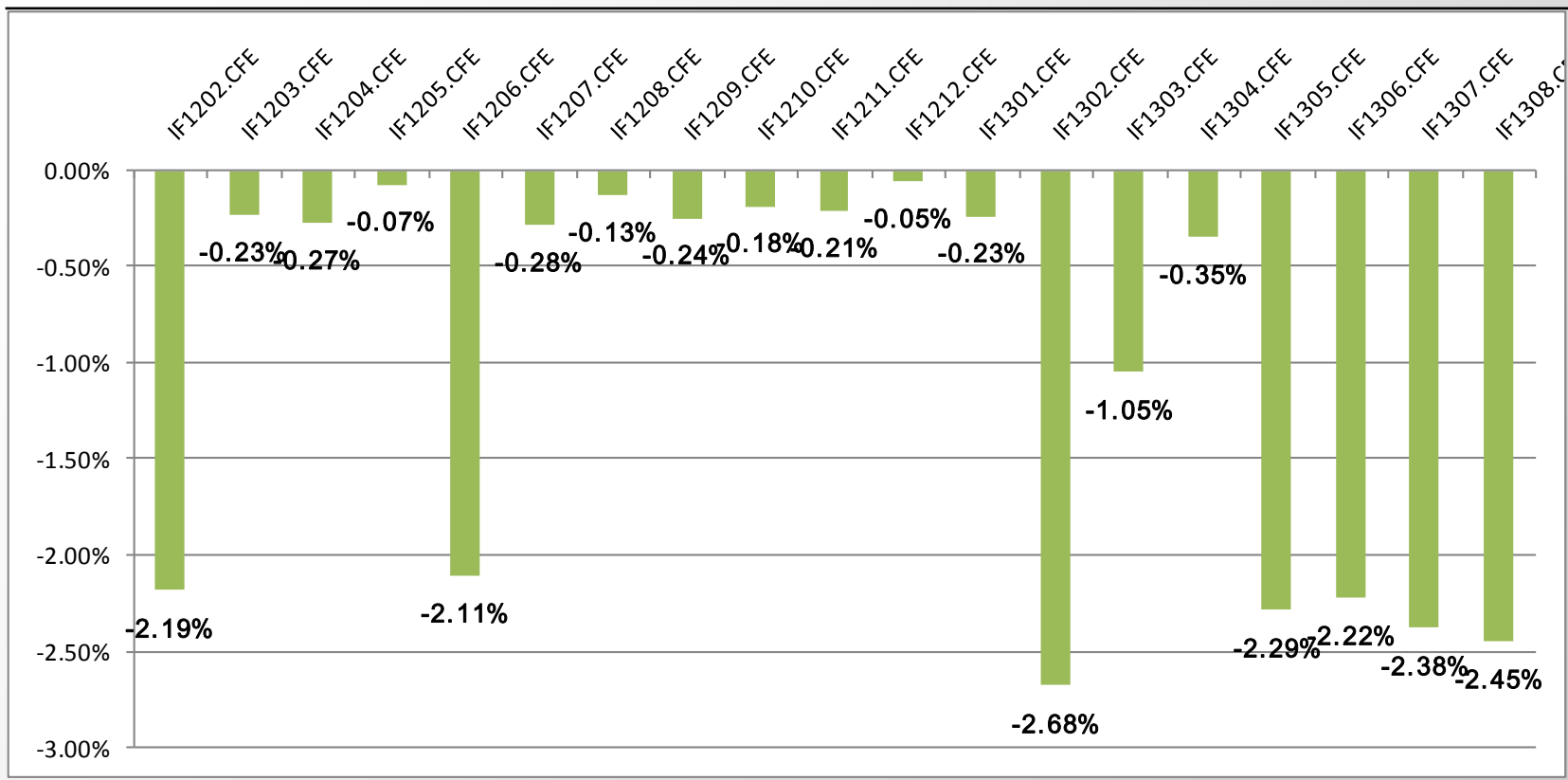
数据来源: 广发证券发展研究中心

图 3: BSW套利策略在期指上的每个交割周期的收益



数据来源: 广发证券发展研究中心

图 4: BSW套利策略在期指上的每个交割周期的最大回撤



数据来源: 广发证券发展研究中心

➤ 小结:

- **BSW**套利策略在沪深**300**股指期货当月合约与次月合约套利中，表现稳定；
- 累积收益高，且每个交割周期均获得正的绝对收益；胜率
高，整体胜率超过**9**成；
- 但平均收益较低，**SR**偏低。

➤ 2、沪铜的实证分析:

➤ 套利配比: 合约张数1: 1;

➤ 数据说明:

➤ 品种: 沪铜连三合约VS沪铜连四合约;

➤ 频率: 一分钟数据

➤ 数据区间: 2012年1月1日至2013年7月31日

➤ 保证金比率: 10%;

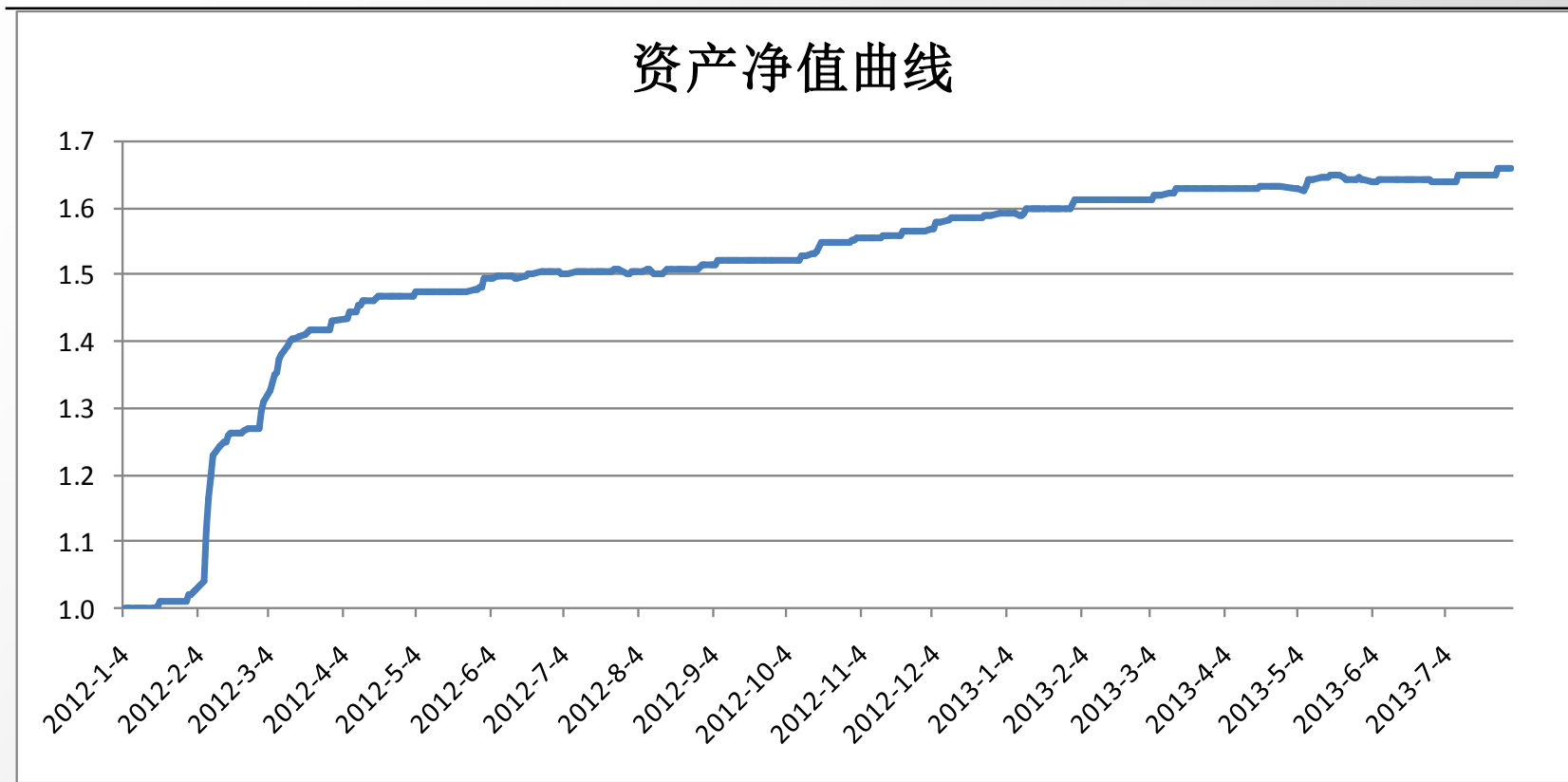
➤ 交易成本: 万分之二。

表 2: BSW套利策略在沪铜上的表现

时间 区间	2012-01-01~20130731
价差	LXCU04-LXCU03
总收益	66.24%
最大回撤	-0.67%
平均收益	0.17%
交易次数	399
平均交易周期	19.9
盈利次数	338
胜率	84.71%
最大盈利	2.33%
最大亏损	-0.67%
SR	0.65

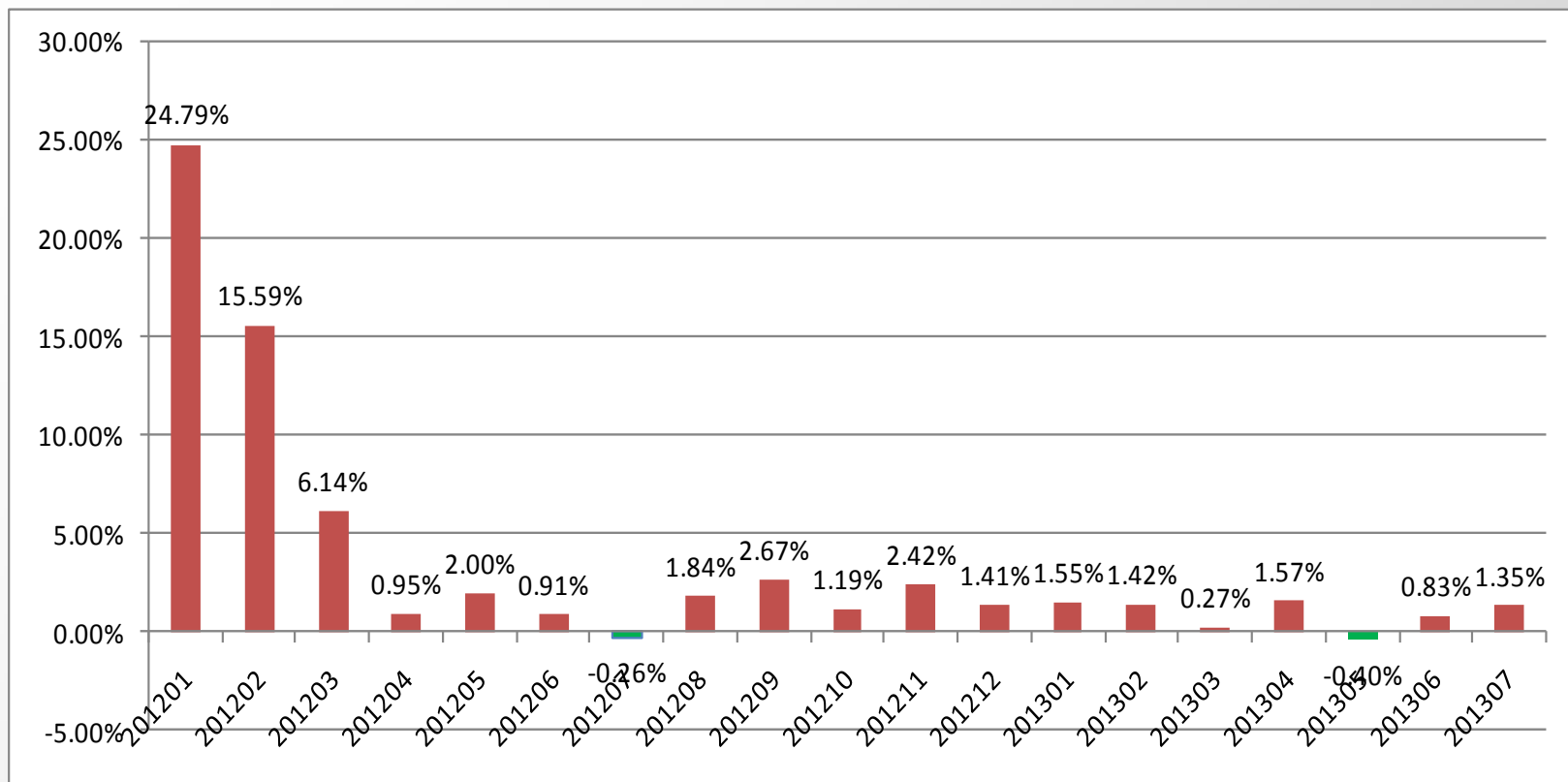
数据来源：广发证券发展研究中心

图 5: BSW套利策略在沪铜上的每日资产净值曲线



数据来源: 广发证券发展研究中心

图 6: BSW套利策略在沪铜上的每月收益



数据来源：广发证券发展研究中心

➤ 2、沪铝的实证分析:

➤ 套利配比: 合约张数1: 1;

➤ 数据说明:

➤ 品种: 沪铝连三合约VS沪铝连四合约;

➤ 频率: 一分钟数据

➤ 数据区间: 2012年1月1日至2013年7月31日

➤ 保证金比率: 10%;

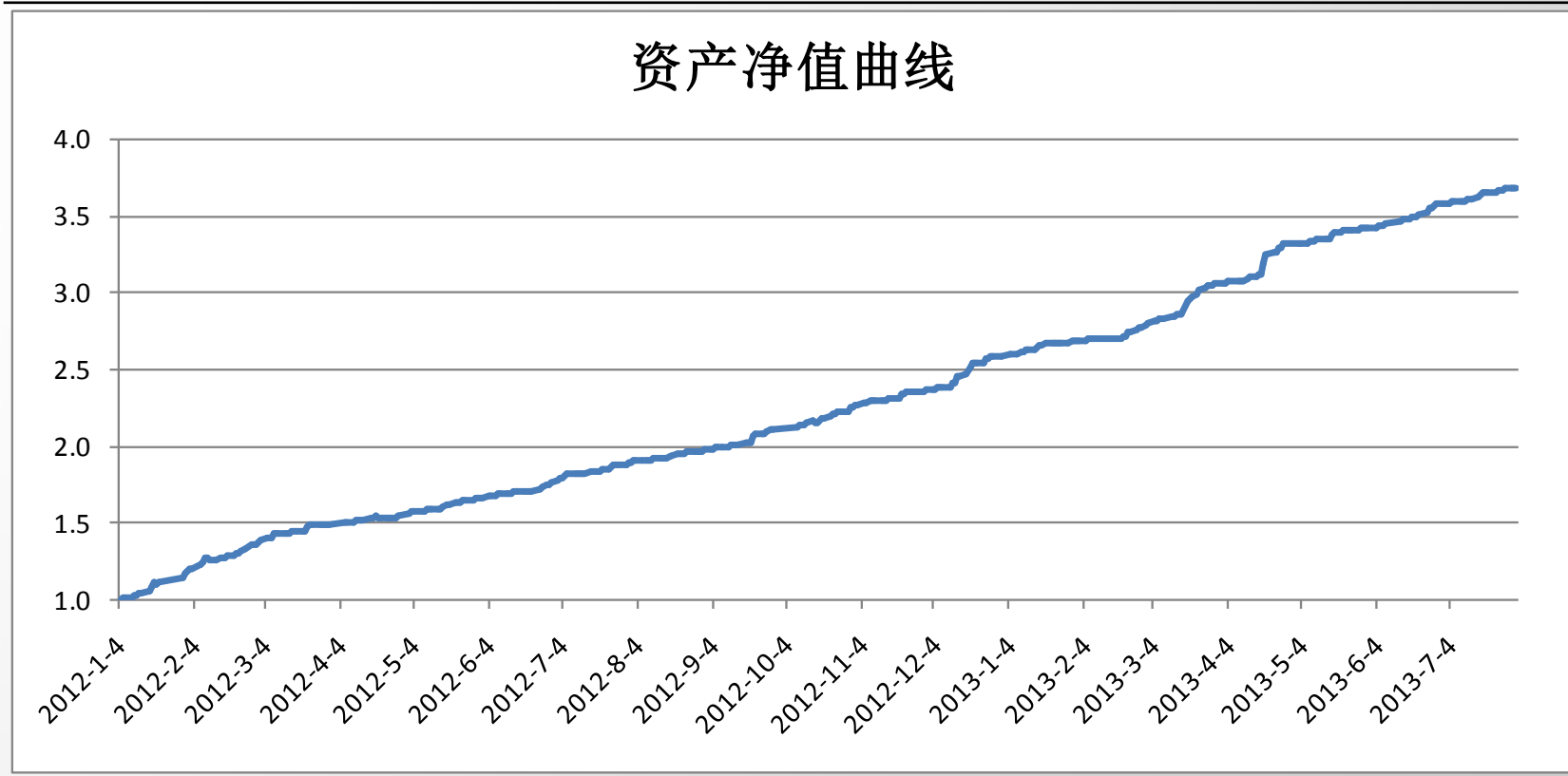
➤ 交易成本: 万分之二。

表 3: BSW套利策略在沪铝上的表现

时间 区间	2012-01-01~20130731
价差	LXAL04-LXAL03
总收益	268.04%
最大回撤	-1.85%
平均收益	0.25%
交易次数	1058
平均交易周期	12.0
盈利次数	999
胜率	94.42%
最大盈利	3.81%
最大亏损	-2.23%
SR	0.61

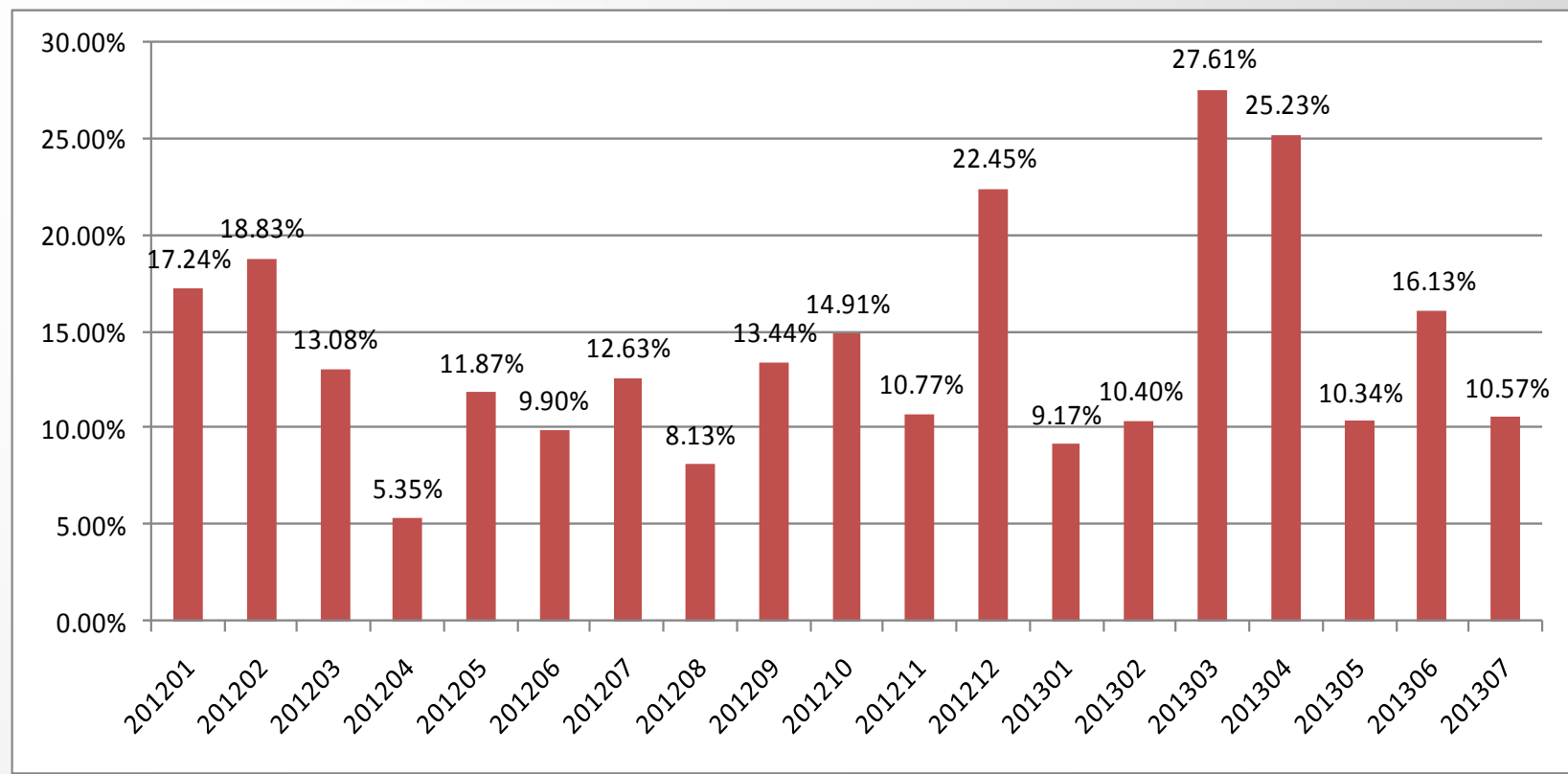
数据来源：广发证券发展研究中心

图 7: BSW套利策略在沪铝上的每日资产净值曲线



数据来源：广发证券发展研究中心

图 8: BSW套利策略在沪铝上的每月收益



数据来源：广发证券发展研究中心

➤ 4、沪锌的实证分析:

➤ 套利配比: 合约张数1: 1;

➤ 数据说明:

➤ 品种: 沪锌连三合约VS沪锌连四合约;

➤ 频率: 一分钟数据

➤ 数据区间: 2012年1月1日至2013年7月31日

➤ 保证金比率: 10%;

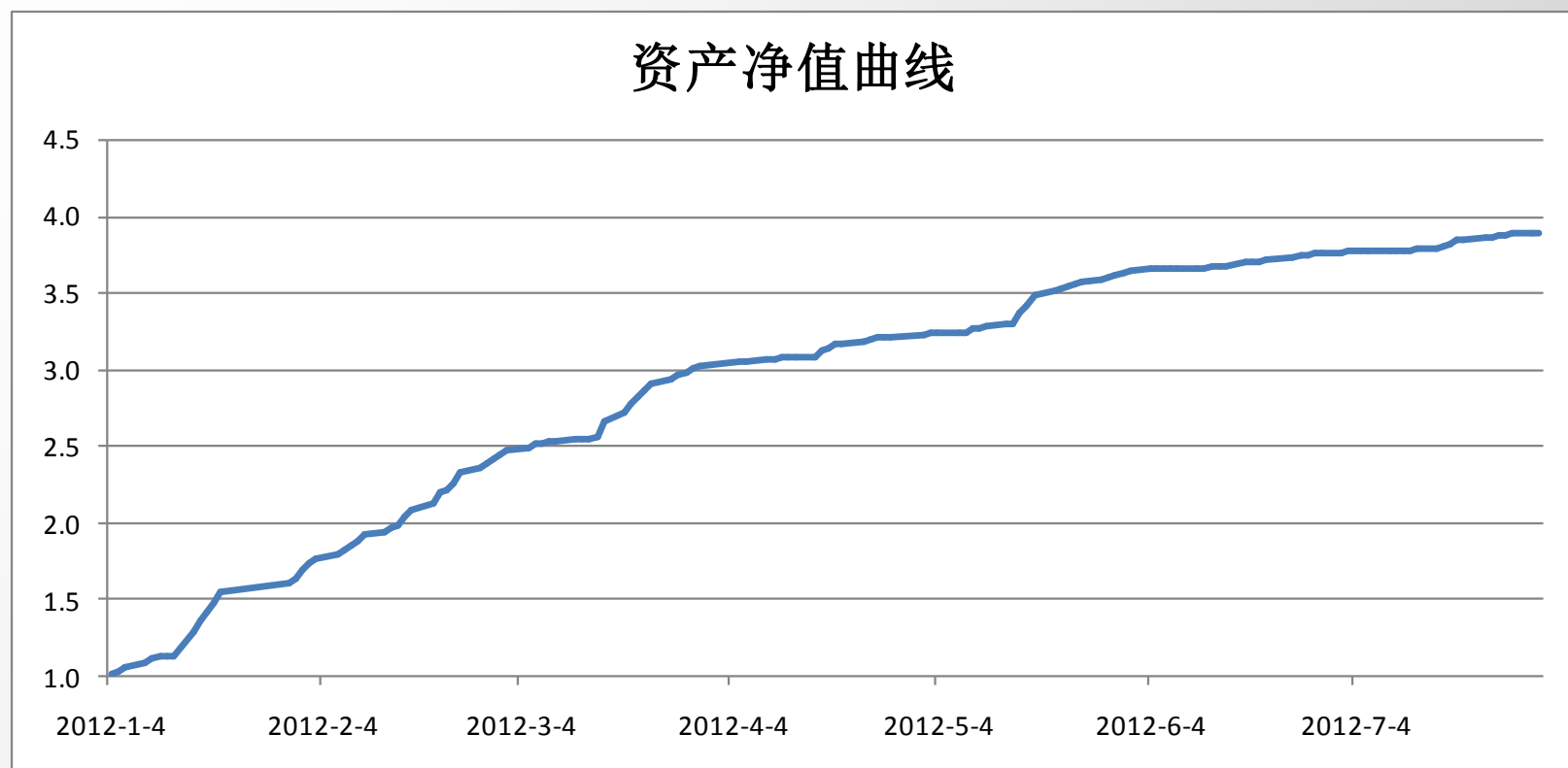
➤ 交易成本: 万分之二。

表 4: BSW套利策略在沪锌上的表现

时间 区间	2012-01-01~20130731
价差	LXZN04-LXZN03
总收益	545.81%
最大回撤	-1.36%
平均收益	0.25%
交易次数	2198
平均交易周期	6.1
盈利次数	2153
胜率	97.95%
最大盈利	4.15%
最大亏损	-2.31%
SR	0.80

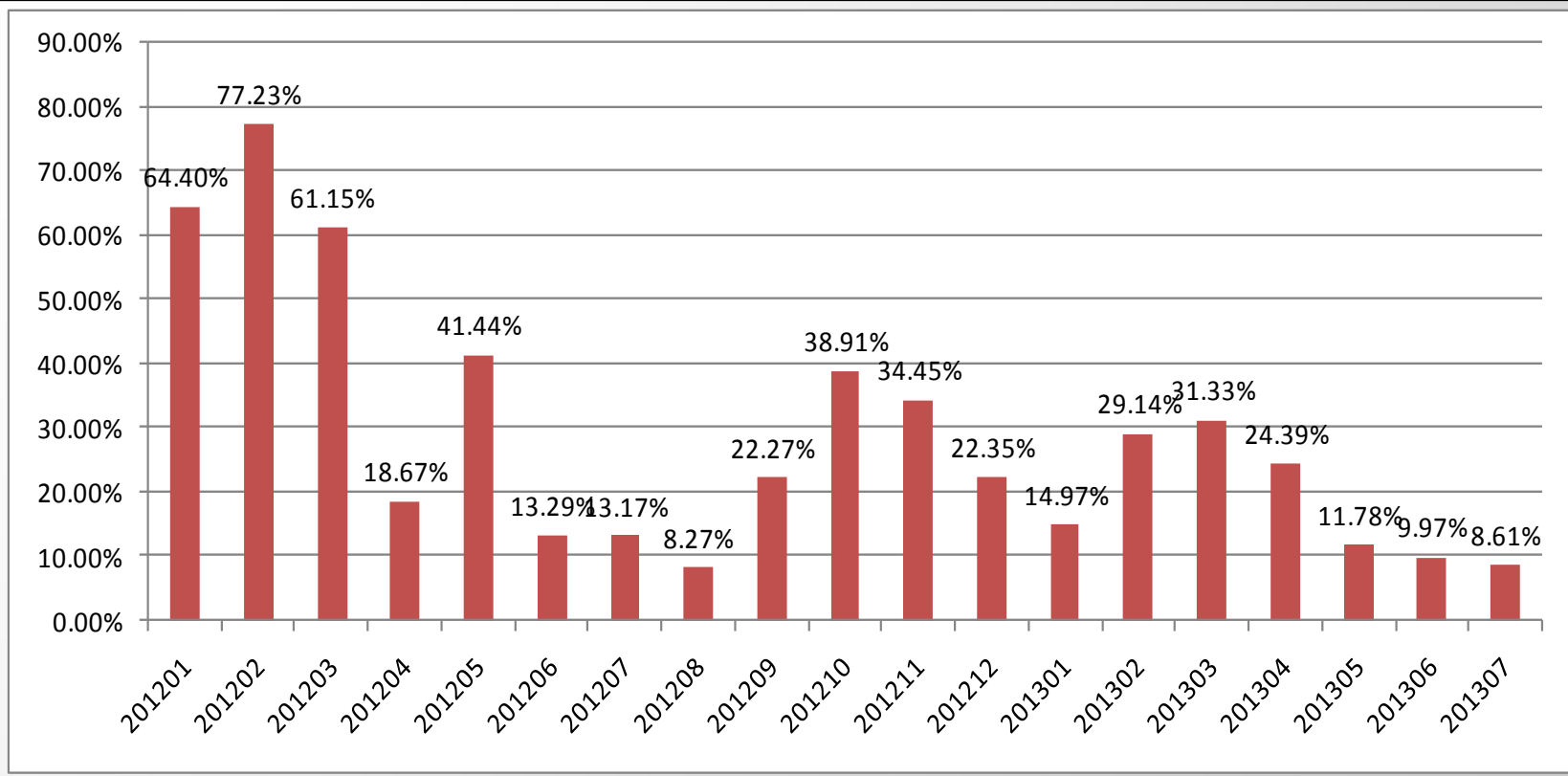
数据来源：广发证券发展研究中心

图 9: BSW套利策略在沪锌上的每日资产净值曲线



数据来源: 广发证券发展研究中心

图 10: BSW套利策略在沪锌上的每月收益



数据来源：广发证券发展研究中心

➤ 小结:

➤ **BSW**套利策略在上期所金属品种中表现更好;

➤ 除沪铜外，沪铝与沪锌均获得了比沪深**300**股指期货更高的收益，且最大回撤更小;

➤ **BSW**套利策略在金属期货品种上的平均收益更高，显示商品期货的套利机会好于期指的套利机会，或与合约的流动性有关。

目 录

- 一、贝叶斯统计简介
- 二、BSW套利策略
- 三、套利策略的实证与分析
- 四、总结

表 5: BSW套利策略在各个品种上的表现对比

时间区间	2012-01-30~2013-08-15	2012-01-1~2013-07-31	2012-01-1~2013-07-31	2012-01-1~2013-07-31
品种	IF	CU	AL	ZN
总收益	218.26%	66.24%	268.04%	545.81%
最大回撤	-2.19%	-0.67%	-1.85%	-1.36%
平均收益	0.07%	0.17%	0.25%	0.25%
交易次数	2919	399	1058	2198
平均交易周期	11.8	19.9	12.0	6.1
盈利次数	2634	338	999	2153
胜率	90.24%	84.71%	94.42%	97.95%
最大盈利	1.62%	2.33%	3.81%	4.15%
最大亏损	-1.58%	-0.67%	-2.23%	-2.31%
SR	0.47	0.65	0.61	0.80

数据来源：广发证券发展研究中心

- **BSW套利策略**主要是通过贝叶斯统计法预测价差未来走势，进而根据实际价差实施相应套利；
- **BSW套利策略**在各个期货品种的套利上表现稳定；
- **BSW套利策略**累积收益高，胜率高，策略的各时间区间表现较为一致；
- **BSW套利策略**的最大回撤极小，策略风险低；
- **BSW套利的平均收益**较低，**SR**普遍不高，实际投资中存在合约流动性风险。

免责声明

广发证券股份有限公司具备证券投资咨询业务资格。本报告所载资料的来源及观点的出处皆被广发证券股份有限公司认为可靠，但广发证券不对其准确性或完整性做出任何保证。报告内容仅供参考，报告中的信息或所表达观点不构成所涉证券买卖的出价或询价。广发证券不对因使用本报告的内容而引致的损失承担任何责任，除非法律法规有明确规定。客户不应以本报告取代其独立判断或仅根据本报告做出决策。

广发证券可发出其它与本报告所载信息不一致及有不同结论的报告。本报告反映研究人员的不同观点、见解及分析方法，并不代表广发证券或其附属机构的立场。报告所载资料、意见及推测仅反映研究人员于发出本报告当日的判断，可随时更改且不予通告。

本报告旨在发送给广发证券的特定客户及其它专业人士。未经广发证券事先书面许可，任何机构或个人不得以任何形式翻版、复制、刊登、转载和引用，否则由此造成的一切不良后果及法律责任由私自翻版、复制、刊登、转载和引用者承担。



Thanks!

谢谢聆听

广发证券发展研究中心
识别风险，发现价值

Identify Risks, Discover Value

公司电话：020-87555888

公司地址：广州市天河北路183号大都会广场5楼 邮编：510075