

图 3-4 仿真结果与实验值
a) 端电压仿真值与实验值对比图 b) 仿真误差

3.2 等效电路模型

3.2.1 模型介绍

等效电路模型使用传统的电阻、电容、恒压源等电路元件组成电路网络来描

述动力电池的外特性。该模型使用电压源表示动力电池的热力学平衡电势，使用 RC 网络描述动力电池的动力学特性。等效电路模型对动力电池的各种工作状态有较好的适用性，而且可以推导出模型的状态方程，便于分析和应用。等效电路模型已广泛应用于新能源汽车建模仿真研究和基于模型的 BMS。图 3-5 所示为典型的由 n 个 RC 网络结构组成的动力电池等效电路模型，简称 n - RC 模型。该模型由三部分组成：

① 电压源：使用开路电压 U_{oc} 表示动力电池的开路电压。

② 欧姆内阻：使用 R_i 表示动力电池电极材料、电解液、隔膜电阻及各部分零件的接触电阻。

③ RC 网络：通过极化内阻 R_{Di} 和极化电容 C_{Di} 来描述动力电池的动态特性，包括极化特性和扩散效应等，其中 $i=0, \dots, n$ 。

图中， U_{Di} 为动力电池的极化电压。根据基尔霍夫电压定律和基尔霍夫电流定律，以及电容电压变化与其电流的关系，电路模型的状态空间方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{U}_{D1} = -\frac{U_{D1}}{R_{D1}C_{D1}} + \frac{i_L}{C_{D1}} \\ \dot{U}_{D2} = -\frac{U_{D2}}{R_{D2}C_{D2}} + \frac{i_L}{C_{D2}} \\ \vdots \\ U_t = U_{oc} - U_{D1} - U_{D2} - \dots - i_L R_i \end{cases} \quad (3-56)$$

常用的动力电池等效电路 Rint 模型、Thevenin 模型、双极化（Dual Polarization, DP）模型是 n - RC 等效电路模型分别在 $n=0$ 、 $n=1$ 和 $n=2$ 时的特例，已广泛应用于动力电池状态估计和管理算法。下面分别介绍这三种常用的等效电路模型。

1. Rint 模型 ($n=0$)

Rint 模型如图 3-6 所示。该模型用理想电压源 U_{oc} 描述动力电池的开路电压，用理想电阻 R_i 描述动力电池欧姆内阻， R_i 和 U_{oc} 是 SOC 和温度的函数。Rint 模型的输出电压与输入电流的关系式：

$$U_t = U_{oc} - i_L R_i \quad (3-57)$$

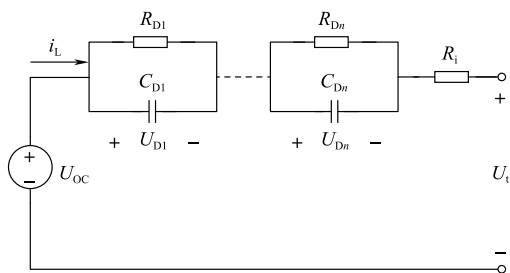


图 3-5 n 阶 RC 模型电路结构

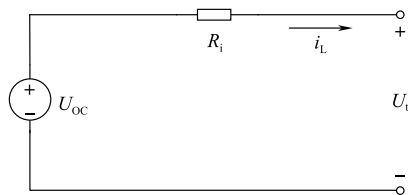


图 3-6 Rint 模型电路结构

2. Thevenin 模型 ($n=1$)

Thevenin 模型的电路结构如图 3-7 所示。

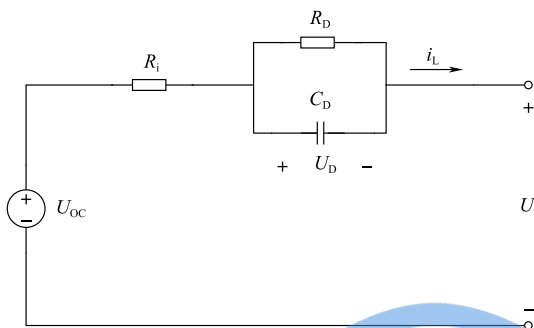


图 3-7 Thevenin 模型的电路结构

图中, R_D 和 C_D 分别为极化内阻和极化电容; U_D 为 RC 并联环节的电压降, 用于模拟动力电池的极化电压。相比 Rint 模型, 该模型增加了对动力电池极化特性的研究。该电路模型的电路方程为

$$\begin{cases} \dot{U}_D = \frac{i_L}{C_D} - \frac{U_D}{R_D C_D} \\ U_t = U_{OC} - U_D - i_L R_i \end{cases} \quad (3-58)$$

3. 双极化模型 ($n=2$)

动力电池 DP 模型的电路结构如图 3-8 所示。

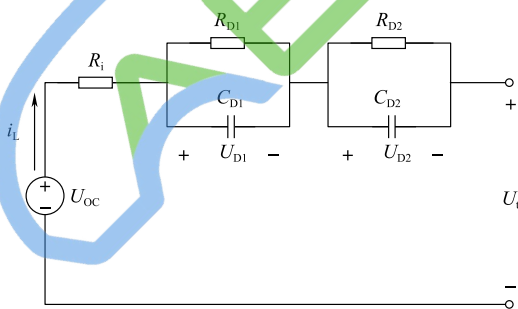


图 3-8 动力电池 DP 模型的电路结构

该模型使用两个 RC 并联环节描述动力电池极化特性。该电路模型的方程为

$$\begin{cases} \dot{U}_{D1} = \frac{i_L}{C_{D1}} - \frac{U_{D1}}{R_{D1} C_{D1}} \\ \dot{U}_{D2} = \frac{i_L}{C_{D2}} - \frac{U_{D2}}{R_{D2} C_{D2}} \\ U_t = U_{OC} - U_{D1} - U_{D2} - i_L R_i \end{cases} \quad (3-59)$$

3.2.2 模型构建

为便于 BMS 应用,需要将模型进行离散化处理,下面以 $n-RC$ 模型为例推导模型的离散形式。

$n-RC$ 模型的传递函数为

$$G(s) = \frac{U_t(s) - U_{oc}(s)}{i_L(s)} = - \left(R_i + \frac{R_{D1}}{1 + R_{D1}C_{D1}s} + \frac{R_{D2}}{1 + R_{D2}C_{D2}s} + \cdots + \frac{R_{Dn}}{1 + R_{Dn}C_{Dn}s} \right) \quad (3-59)$$

令 $E_L(s) = U_t(s) - U_{oc}(s)$, 则有

$$E_L(s) = -i_L(s) \left(R_i + \frac{R_{D1}}{1 + R_{D1}C_{D1}s} + \frac{R_{D2}}{1 + R_{D2}C_{D2}s} + \cdots + \frac{R_{Dn}}{1 + R_{Dn}C_{Dn}s} \right) \quad (3-60)$$

双线性变换法常被用来进行系统从 s 平面到 z 平面的映射,本书采用式 (3-61) 所示的双线性变换法,将基于 s 平面的方程映射到 z 平面。

$$s = \frac{2}{\Delta t} \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \quad (3-61)$$

式中, Δt 为系统的采样间隔时间。基于 z 平面的方程为

$$G(z^{-1}) = \frac{c_{n+1} + \cdots + c_{2n+1}z^{-2n+1}}{1 - c_1z^{-1} - \cdots - c_nz^{-n}} \quad (3-62)$$

式中, $c_i (i=1, 2, \cdots, 2n+1)$ 为与模型参数相关的系数。式 (3-62) 可以转化到离散时域中,结果为

$$E_{L,k} = c_1 E_{L,k-1} + \cdots + c_n E_{L,k-n} + c_{n+1} i_{L,k} + c_{2n+1} i_{L,k-n} \quad (3-63)$$

由于动力电池开路电压与 SOC、工作温度 T 和老化状态 A_{ge} 具有耦合性,定义 k 时刻的开路电压 $U_{oc,k}$ 为 SOC 值 z_k 、温度值 T_k 和老化状态 $A_{ge,k}$ 的函数,即

$$U_{oc,k} = f(z_k, T_k, A_{ge,k}) \quad (3-64)$$

则 $U_{oc,k}$ 对时间的导数可以表示为

$$\frac{dU_{oc}}{dt} = \frac{\partial U_{oc}}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial U_{oc}}{\partial T} \frac{dT}{dt} + \frac{\partial U_{oc}}{\partial A_{ge}} \frac{dA_{ge}}{dt} \quad (3-65)$$

为简化计算,特进行以下假设:

假设 1: 动力电池在单位采样间隔 Δt 内消耗或者吸收的电量对其 SOC 的影响近似为零,即 $dz/dt \approx 0$ 。

动力电池在单位采样间隔电量的变化对其 SOC 的影响可以表示为

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\eta_i i_L \times \Delta t}{C_{max} \times 3600} \quad (3-66)$$

假设动力电池的平均工作电流倍率为 $1C$ ，当前状态的最大可用容量为 C_{\max} ，采样间隔 Δt 为 $1s$ ，动力电池的充放电倍率效率 η_i 为 1 ，则式 (3-67) 可以计算为

$$\frac{dz}{dt} = \frac{1 \times C_{\max} \times 1}{C_{\max} \times 3600} = \frac{1}{3600} < 0.03\% \quad (3-68)$$

实际采样时间一般小于 $1s$ ，该值会更小，因此该假设成立。

假设 2：动力电池在单位采样间隔内温度不变，即 $dT/dt \approx 0$ 。

具有良好通风设施和热管理的动力电池系统，动力电池的温度变化较为缓慢，在正常操作条件下，单位采样时间内温度的变化可以忽略不计。

假设 3：动力电池在单位采样间隔内的老化状态不变，即 $dA_{ge}/dt \approx 0$ 。

动力电池的老化是一个长期而缓慢的过程，因此在单位采样时间内可以认为其老化状态为恒定值。

基于以上假设，式 (3-66) 可以简化为

$$\frac{dU_{OC}}{dt} = \frac{\partial U_{OC}}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial U_{OC}}{\partial T} \frac{dT}{dt} + \frac{\partial U_{OC}}{\partial A_{ge}} \frac{dA_{ge}}{dt} = 0 \quad (3-69)$$

在离散时域中，有

$$\Delta U_{OC,k} = U_{OC,k} - U_{OC,k-1} \approx 0 \quad (3-70)$$

则式 (3-64) 可以化简为

$$U_{t,k} = \left(1 - \sum_{i=1}^n c_i\right) U_{OC,k} + c_1 U_{t,k-1} + c_2 U_{t,k-2} + \cdots + c_n U_{t,k-n} + c_{n+1} i_{L,k} + c_{n+2} i_{L,k-1} + \cdots + c_{2n+1} i_{L,k-n} \quad (3-71)$$

定义系统的数据矩阵和参数矩阵为

$$\begin{cases} \Phi_{n,k} = [1 & U_{t,k-1} & U_{t,k-2} & \cdots & U_{t,k-n} & i_{L,k} & i_{L,k-1} & i_{L,k-2} & \cdots & i_{L,k-n}] \\ \theta_{n,k} = \left[\left(1 - \sum_{i=1}^n c_i\right) U_{OC,k} & c_1 & c_2 & c_3 & \cdots & c_{2n+1} \right]^T \end{cases} \quad (3-72)$$

则式 (3-60) 可以简化为

$$y_k = \Phi_{n,k} \theta_{n,k} \quad (3-73)$$

基于参数矩阵辨识结果，即可实现模型参数的辨识，例如，OCV 可以解析为

$$U_{OC,k} = \frac{U_{t,k}}{1 - \sum_{i=1}^n c_i} \quad (3-74)$$

3.2.3 参数辨识

等效电路模型可以利用在线或离线数据进行参数辨识。在线参数辨识方法利

用动力电池实时测量的电流、电压和温度等数据进行参数辨识,从而实现模型参数的在线更新。离线参数辨识方法利用 BMS 存储的数据来更新和标定参数,可以依据设计者的意图和 BMS 的需要定期自动更新。本书将介绍两类典型的参数辨识方法。

1. 在线参数辨识方法

基于自适应滤波理论发展而来的递推最小二乘法是一种常用的模型参数辨识和数据挖掘方法。对于系统模型和参数容易受不确定应用环境影响而发生较大变化的情形,递推最小二乘法通过定期的参数校正和更新可以很好地克服模型参数的不确定性,从而精确捕捉系统的实时特性。但是,对于持续缓慢变化的启发式系统,传统的递推最小二乘法很难获得稳定可靠的估计结果。为解决此问题,可以采用带有遗忘因子的递推最小二乘法,实现系统参数的可靠辨识。该方法通过对测量数据置入遗忘因子来减少老数据的信息量,为补充新数据的信息创造条件,其基本计算方程如下:

考虑如下系统:

$$y_k = \Phi_k \theta_k + e_{ls,k} \quad (3-74)$$

式中, $e_{ls,k}$ 为平稳零均值白噪声; y_k 为系统的输出变量; Φ_k 为系统的数据变量; θ_k 为系统的参数变量。为便于区分,下角标 k 表示数据值为第 k 个采样时刻。算法的计算流程为

$$\begin{cases} K_{ls,k} = P_{ls,k-1} \Phi_k^T [\Phi_k P_{ls,k-1} \Phi_k^T + \mu]^{-1} \\ \hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + K_{ls,k} [y_k - \Phi_k \hat{\theta}_{k-1}] \\ P_{ls,k} = \frac{1}{\mu} [I - K_{ls,k} \Phi_k] P_{ls,k-1} \end{cases} \quad (3-75)$$

式中, μ 为遗忘因子,当该值为 1 时,式 (3-56) 退化为传统的递推最小二乘法; $K_{ls,k}$ 为算法的增益; $P_{ls,k}$ 为状态估计值的误差协方差矩阵。基于式 (3-71)、式 (3-74) 和式 (3-75),建立基于最小二乘算法的在线参数辨识方法的计算流程,如图 3-9 所示。

基于实时采样得到的动力电池电流、电压和温度等数据构建输入数据变量,然后计算相应的最小二乘法增益和协方差,实现参数的在线辨识和更新。

Thevenin 模型在线参数辨识的 MATLAB 代码如下所示:

```
clear;
load DSTT40.mat;           % 导入工况数据
Ut = DSTT40(:, 2);         % 端电压电压
I = DSTT40(:, 1);          % 电流放电为正
T = length(Ut);            % 数据长度
Uoc = zeros(T, 1);         % 存储不同模型的 OCV
```

```

Rs1 = zeros(T, 1);           % 存储 Thevenin 模型的欧姆内阻
tau1 = zeros(T, 1);          % 存储 Thevenin 模型的时间常数
Rt1 = zeros(T, 1);           % 存储 Thevenin 模型的极化内阻
e = zeros(T, 1);             % 存储端电压误差

% RLS 参数初始化
u = 0.97;                     % 遗忘因子
Phi = zeros(1, 4);            % 数据向量
thita = zeros(4, 1);          % 参数向量
P = 10^6 * eye(4);            % 协方差矩阵
K = zeros(4, 1);              % 增益

for t = 1: T
    if t > 1
        % RLS 递推过程
        Phi = [1, Ut(t-1), I(t), I(t-1)];
        K = P * Phi' / (Phi * P * Phi' + u);
        thita = thita + K * (Ut(t) - Phi * thita);
        P = (eye(4) - K * Phi) * P / u;
        % 参数解析
        Uoc(t, 2) = thita(1) / (1 - thita(2));
        e(t) = (Ut(t) - Phi * thita) * 1000;
        Rs1(t) = (thita(4) - thita(3)) / (1 + thita(2));
        tau1(t) = (-1 - thita(2)) / (2 * (thita(2) - 1));
        Rt1(t) = -0.5 * (thita(4) + thita(3)) * (1 + 2 * tau1(t)) - Rs1(t);
    end
end

```

2. 离线参数辨识方法

为实现动力电池模型参数的自动更新和优化,避免复杂而烦琐的标定操作,本节将介绍五步骤动力电池模型离线参数辨识方法,其操作流程如图 3-10 所示。该方法便于 BMS 实际应用,可以实现不同阶次等效电路模型的辨识与评价。

该方法的具体实现步骤如下:

(1) 算法启动、确定参数更新区域

完成寄存器和变量的清零,从系统中提取参与模型参数标定的测量数据,并搜寻 SOC 的范围 (z_s, z_e) ,确定参数更新区域并计算参数表的组数 N 。例如,以 5%

的 SOC 间隔计算 N , SOC 的区间选为 10% ~ 100%, 则 N 为 19, 起始 SOC—— z_s 为 10%, 末端 SOC—— z_e 为 100%。程序开始时, 设置当前组数 $m = 1$ 。

(2) 初始化系统辨识工作

判断参数辨识是否完成, 如果已经完成, 则开始进行模型评估; 若未完成, 则初始化系统初始值。其中, λ 为增大 SOC 区域的次数, ϑ 用于确定选定 SOC 点时的搜寻范围。

(3) 动力电池模型参数辨识

首先, 计算本次参数辨识的 SOC 区间。例如本算例中 $[z_s + (m - 1) \times 5\% z_s + (m - 1) \times 5\% + \vartheta]$, 以此确定参与本次系统辨识的电流和电压等数据。

其次, 基于本节建立的 $n - RC$ 等效电路模型的数学方程, 应用多元线性回归方法辨识不同阶次 n ($n = 0, 1, \dots, 5$) 的模型参数。

接着, 基于 R^2 判断所获得系统参数的可靠性, 本书设定其阈值为 0.98。当 $R^2 > 0.98$ 时, 认为参数可靠, 参数辨识完成; 若不足 0.98, 则增大 ϑ 值, 获得更多的数据再进行一次辨识。如果 5 次参数辨识均没有获得 $R^2 > 0.98$ 的参数, 则选取 5 次内 R^2 最大的结果。最后, 保存参数, 准备下一时刻的参数辨识或者模型评估。

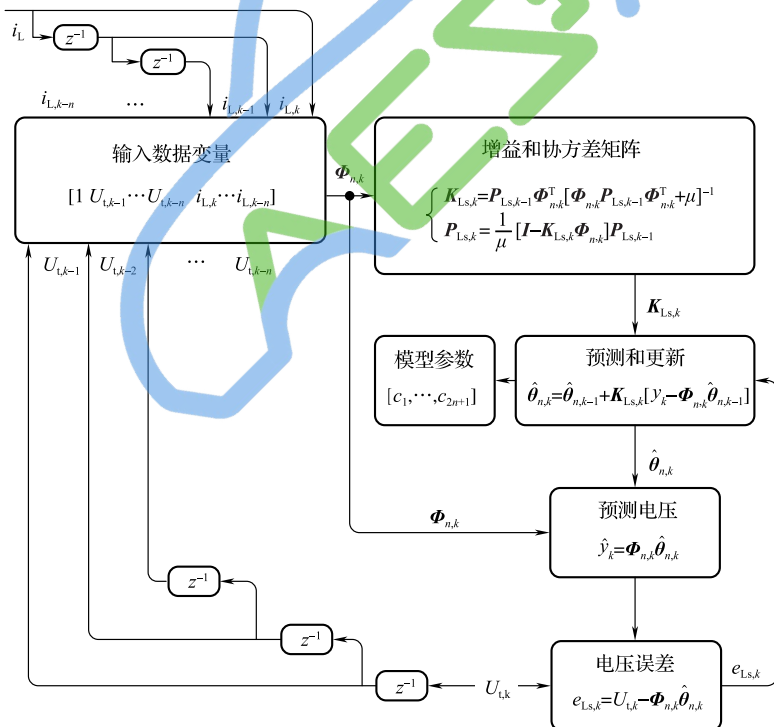


图 3-9 基于最小二乘算法的在线参数辨识方法的计算流程

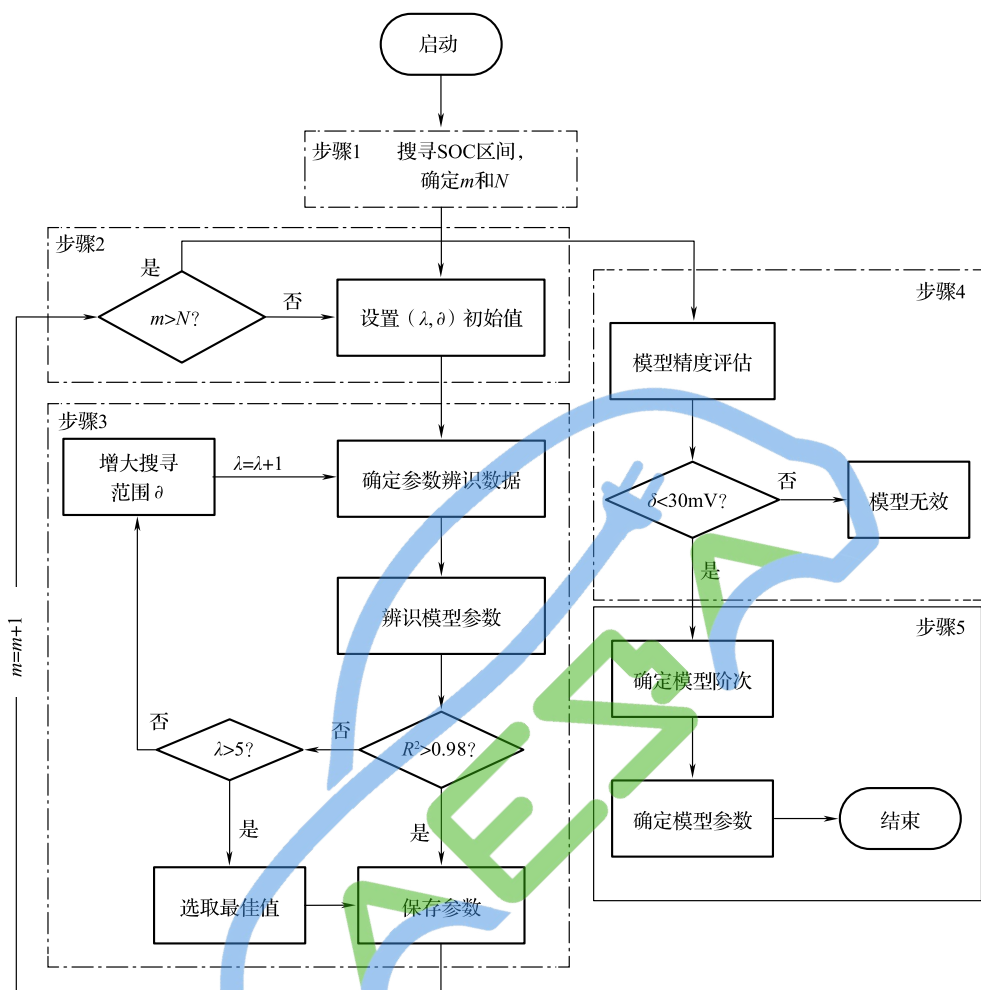


图 3-10 五步骤动力电池模型离线参数辨识方法的操作流程

(4) 模型参数评估与优化

以 30mV 为阈值来判断模型的精度。若误差 δ 小于该值，则认为模型精度合理；若误差 δ 大于 30mV，则可认为该模型不可用。剩余模型则用于下一步模型阶次比较。

(5) 模型阶次确定与系统参数更新

基于赤池信息量准则 (Akaike Information Criterion, AIC)，对于所得到的不同阶次的模型（除无效阶次模型以外），评价模型的精度与复杂度。由于模型阶次 n 远小于数据长度 L_D 且在最优参数下的残差平方的平均值 $\hat{\sigma}_k^2 < 1V^2$ ，AIC 准则可以简化为

$$\text{AIC} = 2\log \hat{s}_k^2 + 2n \quad (3-77)$$

式中, \hat{s}_k^2 的计算方法如下:

$$\hat{s}_k^2 = \frac{1}{L_D} \sum_{k=1}^{L_D} (y_k - \hat{y}_k)^2 \quad (3-78)$$

式中, \hat{y}_k 为模型的端电压估计值。

与传统建模方法不同, 上述方法不仅可用于辨识模型参数, 还能够进行模型结构和复杂度的权衡计算, 确定最佳模型结构, 并对不精确的模型进行优化, 提高模型的预测精度。

3.2.4 算例分析

1. 在线参数辨识结果

基于上述推导出的 Thevenin 模型数学表达式和最小二乘算法, 利用复合脉冲工况实现 Thevenin 模型的参数辨识和模型验证, 实验对象为动力电池 2-单体 1。图 3-11 所示为基于在线数据驱动方法所辨识得到的开路电压曲线, 图 3-12 所示为 Thevenin 模型电压误差的对比曲线。

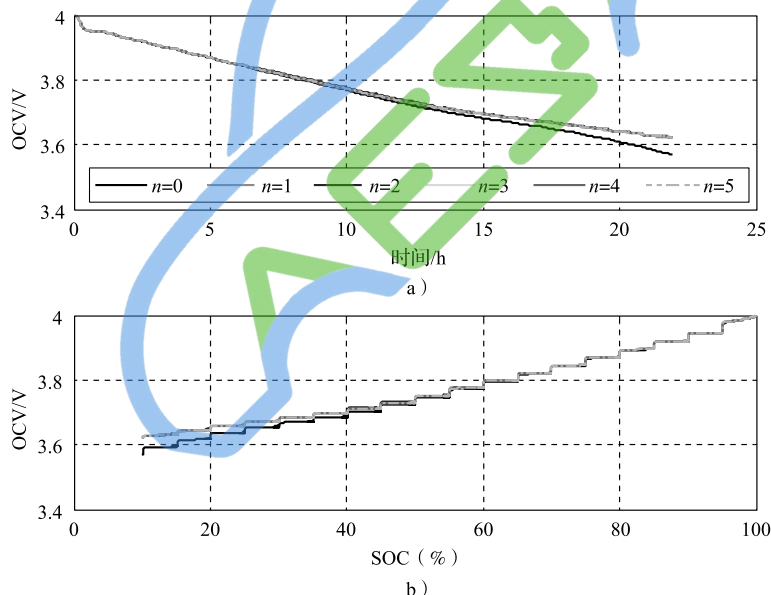


图 3-11 基于复合脉冲数据的开路电压辨识结果 (见彩插)

复合脉冲工况下不同阶次的等效电路模型在线辨识得到的开路电压随时间的变化关系如图 3-11a 所示。在 SOC 较高时, 各个模型辨识结果相近。随着 SOC 降低, Rint 模型的辨识结果与其他模型的结果差别逐渐增大。图 3-11b 表明在线估计获取的开路电压与 SOC 呈现对应关系, 随着 SOC 的上升而逐渐变大, 这

一特性可以应用于 SOC 估计中。复合脉冲中 SOC 的变化步长为 5%，在相同的 SOC 区域中，开路电压保持恒定。由此可见，基于在线数据驱动方法得到的开路电压辨识结果稳定可靠。

图 3-12 描绘了电压误差随时间的变化关系，表明除 Rint 模型外，其他等效电路模型结合在线数据驱动的参数辨识方法能够实现可靠辨识，最大误差在 30mV 以内。

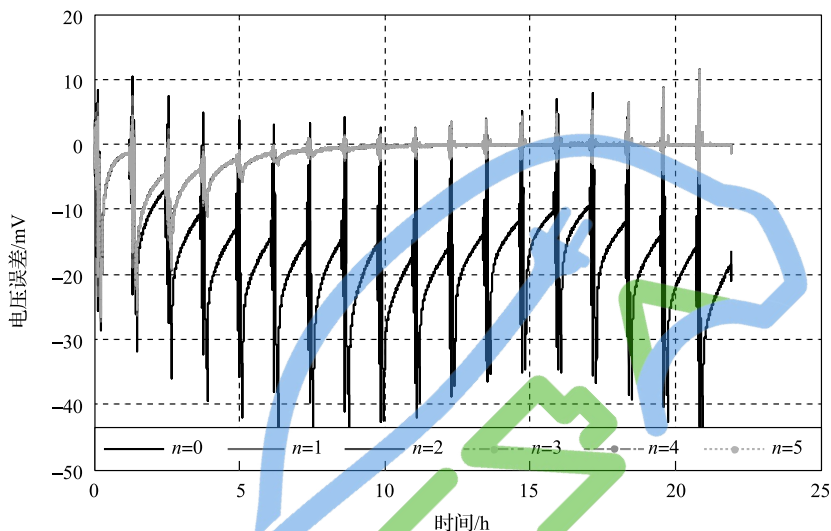


图 3-12 电压误差随时间的变化关系（见彩插）

2. 离线参数辨识结果

图 3-13 和图 3-14 为基于五步骤动力电池模参数辨识方法实现的动力电池 2-单体 1 的复合脉冲测试数据的仿真结果。其中图 3-13 所示为开路电压的离线辨识结果及其局部放大图，图 3-14 所示为动力电池电压预测误差的对比分析结果。

开路电压是动力电池最为重要的参数之一。图 3-13 表明，不同 RC 网络等效电路模型的开路电压估计结果较为接近，尤其是考虑 RC 网络后模型开路电压估计值的偏差基本都在 0.5mV 以内。图 3-14 表明，Rint 模型的预测精度达不到设计要求，最大预测误差达 63mV，超过所设定的阈值，视为无效模型；同时，其他模型的预测误差满足要求。为方便比较各阶数模型的精度与计算成本，本节从相关程度评价系数 R^2 、误差绝对值的最大值和平均值、使用查表方式的计算时间和使用拟合方式的计算时间这五个方面进行不同 RC 网络等效电路模型的精度分析与评价，见表 3-3。值得注意的是， R^2 数据选取的是各模型参数辨识过程中最小的一组值。为了客观评价误差值，本节所有误差统计结果均使用预测误

差的绝对值,例如表3-3中的电压误差为电压误差的绝对值,然后计算相应的最大值、平均值和标准差。

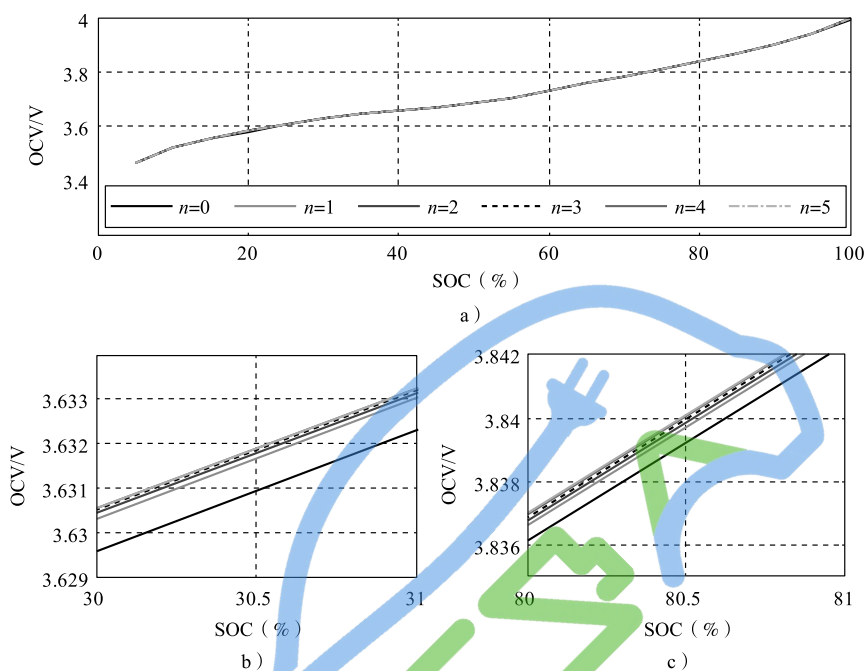


图3-13 基于动力电池2-单体1复合脉冲数据的开路电压辨识结果及局部放大曲线(见彩插)

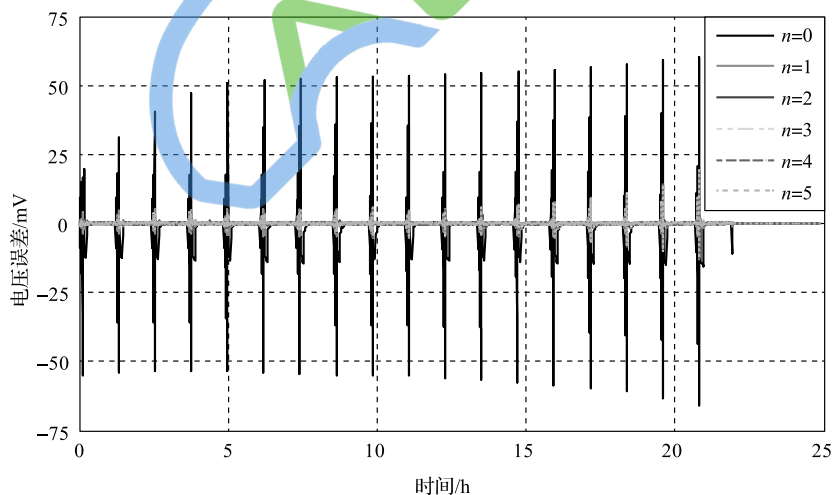


图3-14 基于动力电池2-单体1复合脉冲数据的电压预测误差曲线(见彩插)

表 3-3 基于动力电池 2-单体 1 复合脉冲数据的电压预测误差绝对值的分析结果

RC 网络数	R^2	最大误差/mV	平均误差/mV	计算时间-查表/s	计算时间-拟合/s
$n=0$	0.926	63.789	1.701	19.61	0.61
$n=1$	0.991	19.002	0.116	36.28	1.12
$n=2$	0.992	18.508	0.114	71.08	3.56
$n=3$	0.992	18.131	0.112	94.32	7.13
$n=4$	0.993	19.115	0.112	119.53	15.32
$n=5$	0.991	19.079	0.111	147.63	27.21

表 3-3 表明, 仅 $n=0$ 时出现 R^2 小于阈值和模型预测误差大于阈值。因此, 从模型精度而言, 不带 RC 网络的模型难以精确描述动力电池的动态特性。 $n=3$ 时模型的预测精度最好, $n=5$ 时模型的预测精度反而降低, 最大预测误差大于 $n=3$ 的模型。由此可见, RC 网络数并不是越大越好。

本例中同时比较了查表和拟合两种方式。查表方式是基于辨识得到的 19 组模型参数值, 建立相应的 SOC 与各参数的数据表, 后续模型参数通过插值获取; 拟合方式是将各参数以 SOC 为变量进行六阶多项式线性拟合。通过计算时间可以看出, 参数拟合方式在精度方面与查表基本一致, 但是能够节省计算成本。

AIC 是模型欠佳的指标, 如果把 AIC 最小值对应的模型看成最佳模型, 即精度和结构复杂度最佳平衡的模型, 那么 n 为 1 时最理想, 即 Thevenin 模型对于 NMC 类型的动力电池比较合适。从 AIC 计算结果可以看出 (表 3-4): 当动力电池模型精度相差不大时, 模型复杂度成为影响 AIC 值的主要因素; 当模型精度相差悬殊时, 模型精度是影响 AIC 值的主要指标。为验证所建立模型的适应性, 表 3-5 列出了使用 UDSS 动态工况数据所进行的分析结果。

表 3-4 基于动力电池 2-单体 1 复合脉冲测试数据的 AIC 评价结果

RC 网络数	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
AIC	2.73	10.46	14.68	17.79	20.53

表 3-5 UDSS 工况下的电压预测误差分析结果

RC 网络数	最大误差/mV	平均误差/mV	AIC
$n=1$	27.966	0.828	6.31
$n=2$	27.694	0.796	8.21
$n=3$	27.791	0.775	10.16
$n=4$	27.913	0.760	12.12
$n=5$	27.762	0.748	14.08

由表 3-5 可见, 基于复合脉冲测试所得到的不同 RC 网络数的动力电池等效电路模型在 UDSS 动态循环工况中均表现出较好的预测精度。AIC 结果也表明,