

Delprojekt 2 – Hållfasthetslära

MTM026, 24/25

Denna andra del behandlar elastiska instabilitetsanalyser (knäckning) i ANSYS.

Deluppgiften är en introduktion till ANSYS och finita elementberäkningar i industriell programvara och en illustration av fenomenet knäckning (elastisk instabilitet). Syftet med deluppgiften är att bekanta sig med ANSYS och lära sig utföra stabilitetsanalyser för axiellt belastade balksystem samt bygga upp en förståelse för fenomenet elastisk instabilitet.

Examination

Uppgiften får utföras i grupper om max två studenter. När studenterna har löst uppgiften skall den redovisas vid dator. Vid redovisningen skall det finnas en kort rapport. Då skall alla studenter i en grupp närvara och kunna svara på frågor.

Förberedelser inför uppgifterna

Gå igenom videoexemplet `ANSYS_intro_elastisk_instabilitet_ram.mp4` på Canvas under modulen Projektuppgift. Det finns där också en tillhörande pdf för exemplet som läraren syftar till.

Uppgift 1 – Knäckning av en balk (Euler 2)

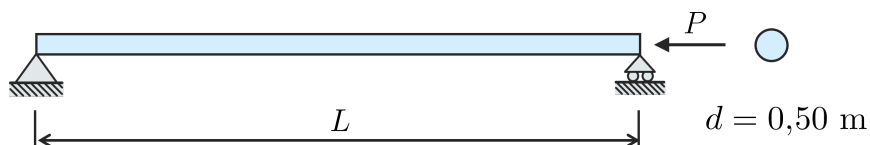
Beräkna kritisk last (knäckkraft) för en i båda ändarna momentfritt upplagd jämnstyv balk (vilket Eulerfall motsvarar detta?) genom att följa övningsexemplet från Cornell University.

<https://confluence.cornell.edu/display/SIMULATION/ANSYS++Linear+Column+Buckling>

Obs! Analystypen som tidigare hette *Linear Buckling* heter numera *Eigenvalue Buckling*.

Dra in den från menyn till vänster (genom att klicka och hålla nere vänster musknapp) och släpp den sedan över cellen Solution i Static Structural – Detta steg är viktigt, man kan släppa analystypen på flera av de andra cellerna men måste släppas på Solution.

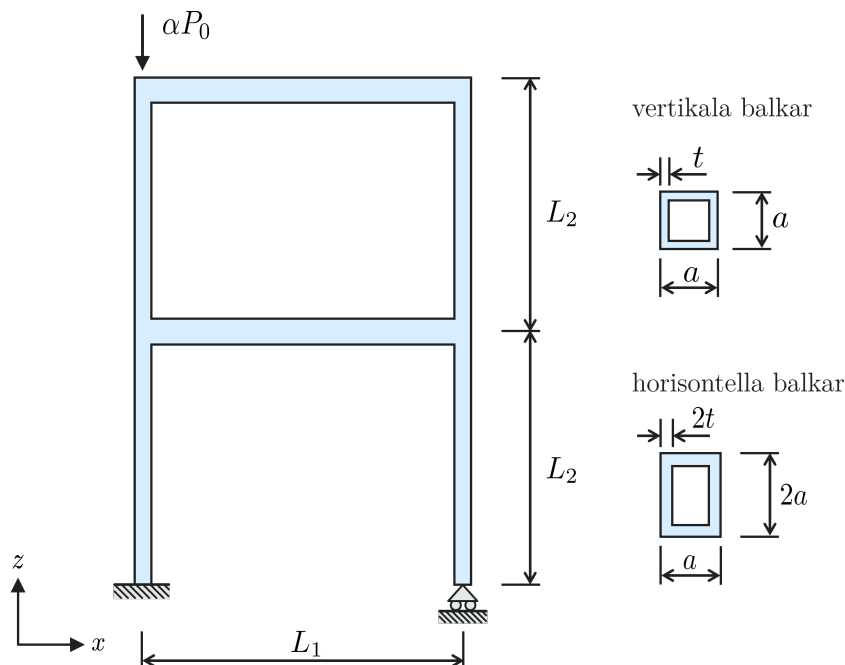
Efter kritiska lasten har beräknats, kolla att resultatet stämmer väl mot motsvarande Eulerfall. Uppgiften skall inte redovisas.



Figur 1.1: Fritt upplagd balk som har ett cirkulärt tvärsnitt med diameter d .

Uppgift 2 – knäckning av en plan ram

Betrakta den elastiska ramen i figuren nedan (som endast kan deformeras i papprets plan). Ramen är belastad med en nedåtriktad last $P = \alpha P_0$, där P_0 är en referenslast och α är den lastmultiplikator som leder till instabilitet.



Använd följande parametervärden: $P_0 = 1,00 \text{ N}$, $L_1 = 5,00 \text{ m}$, $L_2 = 4,50 \text{ m}$, $a = 0,05 \text{ m}$ och $t = 0,002 \text{ m}$. Materialet är stål (structural steel) som antas vara linjärt elastiskt med $E = 200 \text{ GPa}$ och $\nu = 0,30$. Balkarnas egentvångder försummas.

2.1 – Beräkning av kritiska laster och knäckningsmoder

Beräkna de två lägsta kritiska lasterna och motsvarande knäckningsmoder i papperets plan. Gör detta genom att beräkna kritiska värden för lastmultiplikatorn α för de 2 lägsta knäckmoderna i papperets plan för ramen nedan. Använd sedan dessa för att skala referenslasten för att få den två lägsta kritiska lasterna P_{kr} .

Se till att låsa frihetsgrader så att alla stelkroppsrorelser förhindras. Om inte detta görs, vad blir den kritiska lasten för instabilitet? Använd åtminstone två olika elementnät för att säkerställa rimligt god noggrannhet (dvs studera konvergens).

2.2 – Uppskattning av kritiska laster mha Eulerfallen

För att avgöra om den (lägsta) kritiska lasten beräknad ovan är rimlig ska en övre och undre skattning av den kritiska lasten göras utifrån Eulerfallen. Gör detta genom att studera vad som händer när böjstyvheten i de horisontella balkarna ändra. Beräkna numeriska värden på dessa skattningar och kontrollera att de faktiskt är övre och undre gränser.

2.3 – Spänningsberäkning

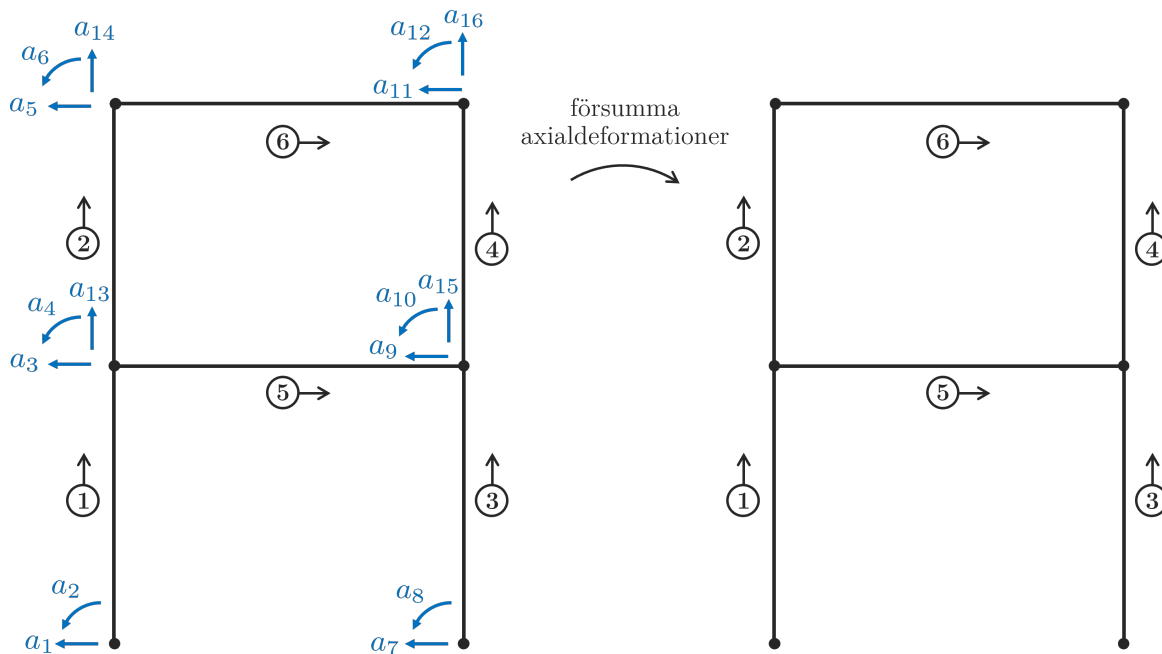
För att avgöra om knäckning i praktiken blir dimensionerande vill vi nu belasta strukturen med den kritiska lasten och se om spänningarna är under eller över sträckgränsen för materialet.

Välj det lägsta kritiska värdet på $\alpha = \alpha_{kr}$ från 2.1 och skala referenslasten med denna – dvs lägg på den kritiska lasten som yttre last. För denna belastning beräkna deformationer och spänningar i strukturen utan att ta hänsyn till elastisk instabilitet. Detta görs genom att gå tillbaka till Static structural-analysen och uppdatera magnituden på lasten. Jämför maximala spänningen (max/min combined stress) med flytspänningen för ett vanligt konstruktionsstål.

Uppgift 3 – analys i Python

Ni rekommenderas att göra denna deluppgift först efter ni har löst ett par av hemuppgifterna på linjäriserad knäckning så metoden är bekant.

Betrakta en beräkningsmodell bestående av 6 balkelement med numrering av element och frihetsgrader enligt figuren nedan. Försumma nu axialdeformationer (eftersom dessa ofta små i förhållande till böjdeformationer) så att vissa frihetsgrader sätts till noll och andra sätts lika varandra. Detta ger en ny beräkningsmodell, med färre frihetsgrader, som ni ska analysera i Python. För er reducerade balkmodell, bestäm den reducerade



Figur 1.2: Elementindelning och frihetsgrader för balkmodell innan axialdeformationer har försummats och tom modell för er att fylla i när axialdeformationer har försummats.

styvhetmatrisen $\mathbf{K}_0^{\text{red}}$ och den reducerade spänningsstyvhetmatrisen $\mathbf{K}_\sigma^{\text{red}}(P_0)$. Gör detta genom att assemblera på vanligt vis. Uppskatta den lägsta kritiska lasten genom att först lösa det generaliserade egenvärdesproblemet

$$(\mathbf{K}_0^{\text{red}} - \alpha \mathbf{K}_\sigma^{\text{red}}(P_0)) \mathbf{a}^{\text{red}} = \mathbf{0}$$

och därefter beräkna den kritiska lasten genom att multiplicera referenslasten med lägsta lastmultiplikatorn.

Skissa för hand motsvarande knäckningsmod till den kritiska lasten utifrån egenvektorerna som fås från egenvärdesanalysen (kom ihåg att egenvektorerna presenteras kolumnvis i Python).

Redovisning av deluppgifterna

Deluppgift 1

- [Inget att redovisa]

Deluppgift 2

- Redovisa de två lägsta kritiska lasterna $P_{kr,1}$ och $P_{kr,2}$ och figurer över motsvarande två knäckmoder (former).
- Redovisa uträknade övre och undre skattningar för den lägsta kritiska lasten. Visa vilka Eulerfall ni använt och vad de numeriska värdena blir på P_{kr}^{undre} och $P_{kr}^{övre}$.
- Ange största normalspänning (till belopp) som uppkommer i strukturen då strukturen belastas av den lägsta kritiska lasten. Visa också en figur över normalspänningsfördelningen i strukturen. Kommentera också på:
 - om det är elastiskt instabilitet (knäckning) eller plasticering som är dimensionerande för strukturen?
 - vad lastmultiplikatorn blir då strukturen belastas med den kritiska lasten och varför?

Deluppgift 3

- Presentera er beräkningsmodell och ange vilka frihetsgrader
 - ni har satt till noll eller lika varandra för att försumma axialdeformationer.
 - ni har låst för att motsvara upplagsvillkoren.
- Ange lägsta kritiska last enligt beräkning i Python.
 - Hur stämmer denna mot motsvarande kritiska last beräknad i ANSYS?
 - Vilken metod ger ett mest korrekt svar, varför?
- Visa en handritad figur över hur den beräknade knäckningsmoden ser ut från Pythonlösningen.

Extra fråga att reflektera över för den som vill: Att inkludera egenvikten vid en knäckningsanalys är inte så rakt på sak som man kanske tänker sig. Vad komplicerar en sådan analys?