

# Delprojekt 1 – Hållfasthetslära

## MTM026, 24/25

Denna första del behandlar finita elementanalyser av plana balkstrukturer med hjälp av ANSYS. Avklarad projekt (alla tre delprojekten) ger 1,5 högskolepoäng.

Finita Elementmetoden (FEM) är en metod för att lösa partiella differentialekvationer i teknik och fysik. Metoden används framförallt för beräkningar inom hållfasthetslära, strömning, värmeöverföring och elektromagnetism. I allt konstruktionsarbete ingår normalt FEM. Den matematiska bakgrunden till FEM är ett huvudtema i den parallella kursen Flervariabelanalys och partiella differentialekvationer. Inom hållfasthetsproblem är det centralt för FEM att kroppen/strukturen delas in i ett antal element. Hörn- eller ändpunkterna på elementen kallas noder. I dessa kan laster och förskjutningar föreskrivas. I varje element ansätts ett förskjutningsfält som skall uppfylla vissa villkor. Att dela in kroppen i element kallas mesh/meshing i FEM-program. Förskjutningsfältet som bäst approximerar differentialekvationen bestäms. Metoden konvergerar generellt, dvs ju fler (och därmed mindre) element desto noggrannare blir lösningen.

**ANSYS** I kursen kommer vi att använda mjukvaran ANSYS som är vanlig inom industrin för att utföra FEM-beräkningar och simuleringar. ANSYS finns installerat i alla datorsalar i bl.a. M- och E-husen. En studentversion av ANSYS kan laddas ner till egen dator (PC-version) via ANSYS websidor (<https://www.ansys.com/academic/students>).

Tanken är att ANSYS skall användas som ett verktyg i kommande produkt-utvecklingsprojekt (för mer info om ANSYS se: [www.ansys.com](http://www.ansys.com)).

## Syfte

Delprojektet ger en introduktion till ANSYS och FEM-beräkningar i industriell programvara. Syftet är att studenter skall bekanta sig med ANSYS och enklare modellering av balkstrukturer. Målet är att efter genomgången uppgift skall man kunna analysera generella

plana balkstrukturer i ANSYS.

## Examination och genomförande

Uppgiften får utföras i grupper om två studenter. När uppgiften är löst redovisas den vid dator för en lärare. Vid redovisningen skall det finnas en kortfattat dokument (se avsnitt Redovisning). Uppgiften bör hinna med på 4 - 5 timmar inklusive utformning av dokumentet. *Se Canvas för sista dag för godkänd deluppgift.*

## Uppgift 1 - Introduktion till ANSYS

*Detta är en introducerande uppgift som inte skall redovisas.* Den kan med fördel gås igenom innan första tillfället för datorövning.

- Beräkna deformationer, moment- och tvärkraftsfördelning samt böjspänningar i en konsolbalk utsatt för en punktlast genom att följa ett övningsexempel från Cornell University (där en konsolbalk analyseras). Exemplet hittas under länken [Cantilever Beam](#). Pre-analysis-videorna och teori kan hoppas över.

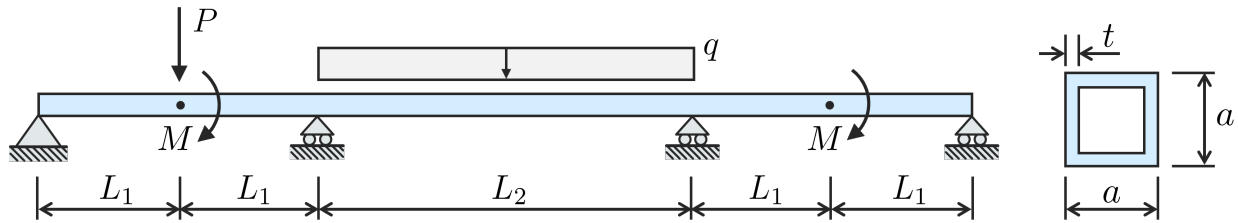
I exemplet används Ansys version 17.1. Det är inga större skillnader mellan versionerna, åtminstone gällande det viktigaste av programmen som används (ANSYS Mechanical) – skillnaden ligger främst i vilket CAD-verktyg som används. På samma webbsida hittar du fler exempel, om du är intresserad, lös gärna exemplet “Plane Frame” men gör först klart det här delprojektet.

## Uppgift 2 – ANSYS

Uppgiften är att beräkna deformationer, böjspänning-, moment- och tvärkraftsfördelning samt stödkrafter i balken som visas i figuren nedan. Använd följande parametervärden:  $P = 3,0 \text{ kN}$ ,  $q_0 = 1,5 \text{ kN/m}$ ,  $M_0 = 1,5 \text{ kNm}$ ,  $L_1 = 1,00 \text{ m}$ ,  $L_2 = 3,00 \text{ m}$ ,  $a = 0,05 \text{ m}$  och  $t = 0,002 \text{ m}$ . Materialet är stål som antas vara linjärt elastiskt med Elasticitetsmodul  $E = 200 \text{ GPa}$  och Poissons tal  $\nu = 0,30$ .

Efter ni skapat geometrin och tilldelat geometrin korrekt tvärsnitt, starta Mechanical och gå igenom följande steg i modellträdet (under Model)

Material Vi behöver inte tilldela material eftersom ANSYS per automatik tilldelar materialet *Structural steel* om inget annat anges.



Figur 1.1: Kontinuerlig balk med yttre laster som ska analyseras i Uppgift 2. Till höger visas tvärsnittet som har en konstant godstjocklek  $t$ .

**Mesh** Markera Mesh i trädet och välj elementstorlek (tex 10 mm) för att få ett lämpligt antal element.

**Static structural** Ange upplag och laster. Den fria uppläggningsen i vänster ände modelleras genom att markera punkten och sedan högerklicka → Insert → Simply Supported. Inre rullstödet modelleras genom Insert → Displacement och låsa vertikal deformation. Den fördelade lasten införs genom att välja linjen/kanten som lasten verkar på och sedan Insert → Line pressure.

**OBS** För att kunna lösa problemet med finita elementmetoden i tre dimensioner behöver balken även låsas så att den inte kan rotera som en stel kropp. Detta görs lämpligen genom att låsa lämplig rotation i en punkt. Tänk efter vad som behöver låsas för att förhindra att balken roterar stelt utan att påverka utbøjningen i planet.

**Results** Vi behöver skapa en *Path* längs balken som sedan böjmoment och tvärkraft kan beräknas längs. Markera Model i trädet och välj Construction Geometry. Högerklicka på Construction Geometry och därefter Insert Path. Edge selection filter. Håll in ctrl-knappen och klicka på alla dellinjer för att skapa en Path som går längs hela balken.

**Results** Högerklicka på Results → Insert → [Lämpligt resultat].

Kontrollera noggrant att resultaten är rimliga, exempelvis kan ni: studera balkens deformation för att försäkra er om att korrekta randvillkor är införda; studera moment- och tvärkraftsdiagrammen och säkerställa att relationerna mellan tvärkraft och fördelad last samt mellan moment och tvärkraft är uppfyllda. (Dvs de allmänna jämviktsekvationerna för en balk från kursen MTM021.)

Spara figurer och plottar för följande resultat. Smidigast är att göra skärmdumpar och lägga dessa i ett dokument för redovisningen.

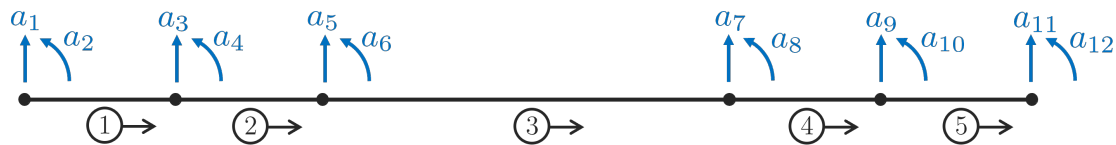
- Balkens elementindelning (Mesh) och notera elementstorleken.

- Plotta deformerad balk (Total deformation). Notera största deformationen.
- Rita T- och M-diagram (med tecken) (exempel  $V_z =$  Tvärkraft i z,  $M_y =$  moment kring y).
- Ta fram fördelningen av största böjnormalspänning och bestäm maximal spänning. I ANSYS kan man beräkna följande resultat: *Direct stress* vilket motsvarar  $\sigma = N/A$ , samt *Combined stress* vilket motsvarar  $\sigma = N/A + M z/I_y$ .
- Beräkna stödkrafterna och notera värdena: Solution  $\rightarrow$  Insert  $\rightarrow$  Probe  $\rightarrow$  Force Reaction. Kontrollera summan av dessa mot en enkel handuträkning.

Gå tillbaka till Mesh och välj ett finare (tätare) nät genom att minska elementstorleken. Upprepa beräkningarna och kommentera speciellt på T- och M-diagrammen samt största normalspänning. Inom FEM säger man att lösningen har konvergerat om resultaten inte ändras med förfinat beräkningsnät - har er lösning konvergerat?

## Uppgift 3 – Python

För att träna mer på systematiserad förskjutningsmetod (som är den primära lösningsmetoden vi använder i kursen för statistiskt obestämda balkstrukturer) ska vi analysera samma struktur som i Uppgift 2 men mha Python. Uppgiften går ut på att etablera ekvationssystemet för beräkningsmodellen nedan, bestående av fem element, och därefter lösa detta.



Figur 1.2: Elementindelning och frihetsgrader för balkmodell.

Etablera styvhetssambandet  $\mathbf{K} \mathbf{a} = \mathbf{f}$  i Python och bestäm förskjutningsvektorn  $\mathbf{a}$  samt reaktionskrafterna i  $\mathbf{f}$ -vektorn. Använd värdena i  $\mathbf{a}$ -vektorn motsvarande utböjning i noderna och jämför mot utböjningarna ni får i ANSYS på samma positioner. Gör motsvarande jämförelse mellan reaktionskrafterna.

Observera att värdena i ANSYS och i Python bör vara lika (annars är det något fel i modellen) men värden kommer inte vara exakt lika. Anledningen till att ni inte får exakt samma värden beror på att ANSYS använder balkelement som är baserade på en mer avancerad balkteori (Timoshenko) än den vi går igenom i kursen (Euler-Bernoulli) och som våra balkelement är baserade på. Ni använder också många fler element i ANSYS än vad ni gör i Python och noggrannheten i finita elementlösningen ökar med ökat antal element.

## Redovisning

Författa ett kortfattat dokument som innehåller svar och bilder som ni kan presentera för lärare. Vid redovisningen ska alla i gruppen närvara och vara beredda på att svara på frågor.

Se nedan vad som förväntas för respektive deluppgift.

### Uppgift 1

*Redovisas ej*

## Uppgift 2

För båda beräkningsnäten presentera:

- Bild på deformerad balk och angiven största utböjning.
- Kombinerade diagram på utböjning, tvärkraft- och momentdiagram.
- Bild över största böjspänningen  $\sigma$  längs med balken (största värdet ska vara markerat).
- Beräknade värden på stödkrafterna.

## Uppgift 3

- Presentera det etablerade ekvationssystemet  $\mathbf{K} \mathbf{a} = \mathbf{f}$  och var noga med att indikera kända och okända element i  $\mathbf{a}$ - och  $\mathbf{f}$ -vektorerna. Ni behöver inte här skriva ut alla element i  $\mathbf{K}$ -matrisen, indikera enbart nollskilda element.
- Redovisa en tabell innehållande värden på utböjning i frihetsgrad 3 och 9 samt alla reaktionskrafter. Tabellen ska innehålla värden från ANSYS och från Pythonlösningen (enligt exempeltabellen nedan). Syftet med tabellen är att tydligt visa att de två modellerna ger liknande resultat och att vi därför kan ha större förtroende att våra FE-modeller är korrekt uppställda.

Var tydlig med att ange hur många element som använts i ANSYS.

	$a_3$	$a_9$	$f_1$	$\dots$
Python				
ANSYS (med # element)				