

II. Законы гармонических колебаний

В пружинном и математическом маятниках могут совершаться свободные гармонические колебания, которые происходят по закону косинуса или синуса.

Без учета сил трения и сопротивления законы гармонических колебаний примут вид:

$$x = A \cos \omega_0 t \quad (3)$$

$$x = A \sin \omega_0 t, \quad (4)$$

где A – амплитудное значение смещения,

ω_0 – собственная циклическая частота.

Закон движения (3) используют, если тело начинает свое движение из положения максимального отклонения $x = A$. Если тело начинает движение из положения равновесия $x = 0$, применяют закон движения (4).



Возьмите на заметку

В общем случае законы гармонических колебаний имеют вид:

$$x = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0);$$

$$x = A \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где φ_0 – начальная фаза, ω_0 – собственная циклическая частота.

III. Фаза колебаний. Связь фазы гармонических колебаний с периодом

Аргумент функции косинуса или синуса φ в законах движения (3) и (4) называют *фазой колебаний*:

$$\varphi = \omega_0 t. \quad (5)$$

Единица измерения фазы – радиан, $[\varphi] = 1 \text{ рад}$.

Если колебание системы наблюдают с произвольного момента времени, то начальная фаза колебаний отличается от нуля. В этом случае фазу колебаний определяют по формуле:

$$\varphi = \omega_0 t + \varphi_0, \quad (6)$$

где φ_0 – начальная фаза колебаний. При $t = 0$ фаза колебаний равна начальной $\varphi = \varphi_0$.

Учитывая связь циклической частоты с периодом колебаний $\omega_0 = \frac{2\pi}{T}$, из формулы (5) получим:

$$\varphi = 2\pi \frac{t}{T}. \quad (7)$$

Фаза колебаний – это угловая мера времени, выраженная в долях периода, и которая характеризует колебание в данный момент времени.



Задание 3

Определите зависимость коэффициента пропорциональности силы, приводящей в колебательное движение деревянного кубика, от смещения.



Возьмите на заметку

Собственная частота колебаний, циклическая частота и период системы зависят, от величин, характеризующих ее: массы груза m и жесткости пружины k – для пружинного маятника, длины нити l и ускорении свободного падения – для математического маятника.

Собственная частота колебаний не зависит от амплитуды колебаний.



Вспомните!

$$T = \frac{1}{\nu}; \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}};$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}; \quad \nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}};$$

$$\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{l}}; \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T};$$

$$\omega_0 = 2\pi\nu; \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}};$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$



Задание 4

Используя формулу (7), определите фазу колебаний, соответствующих следующим промежуткам времени:

$$t = \frac{T}{4}; \quad t = \frac{T}{2}; \quad t = \frac{3T}{4};$$

$$t = T.$$