

LNUM

Long numbers
Edition 1.0
23 May 2020

В этом руководстве-тutoriale описывается, как устроена библиотека `lnum`, а также процесс её установки и использования.

Для понимания устройства данной библиотеки необходимы базовые познания в языке ассемблера, а так же знания языка `C++`.

Для свободного пользования:

Разрешается копировать, распространять и / или изменять данную библиотеку.

Поддержка продолжается, планируются будущие обновления.

*Глазачев Михаил Васильевич,
Новиков Дмитрий Алексеевич,
Панов Михаил Федорович*

2020 год.

Содержание

1	Устройство и подключение	5
2	Заголовочный файл	5
2.1	Препроцессорные директивы.	5
2.2	Пространство имён и его устройство.	6
2.3	Конструкторы	7
2.3.1	Пустой конструктор	7
2.3.2	Конструктор от стандартного натурального числа	7
2.3.3	Конструктор копирования	8
2.4	Внутренняя структура и управление памятью.	8
2.4.1	Внутренние поля и вспомогательные методы	8
2.4.2	Конструкторы и memory management	9
2.4.3	Деструктор	10
2.5	Внутренние методы и объявление перегруженных операторов	11
3	Файл <code>lnum.cpp</code>	13
3.1	Функции перегружающие арифметические и битовые операции	14
3.1.1	Функция перегружающая оператор <code>+=</code>	14
3.1.2	Функция перегружающая оператор <code>-=</code>	16
3.1.3	Функция перегружающая оператор <code>*=</code>	18
3.1.4	Функция перегружающая оператор <code>/=</code>	20
3.1.5	Функция перегружающая оператор <code>%=</code>	20
3.1.6	Функция перегружающая оператор <code>&=</code>	21
3.1.7	Функция перегружающая оператор <code> =</code>	22
3.1.8	Функция перегружающая оператор <code>>>=</code>	23
3.1.9	Функция перегружающая оператор <code><<=</code>	24
3.2	Функции реализующие операторы сравнения	25
3.2.1	Функция перегружающая оператор <code>==</code> и <code>!=</code>	25
3.2.2	Функция перегружающая оператор <code>></code> и <code><=</code>	26
3.2.3	Функция перегружающая оператор <code><</code> и <code>>=</code>	27
3.3	Унарные операторы	28
3.3.1	Унарный плюс	28
3.3.2	Оператор отрицания	28
3.3.3	Префиксный декремент	29
3.3.4	Постфиксный декремент	30
3.3.5	Префиксный инкремент	30
3.3.6	Постфиксный инкремент	30

3.4	Оператор присваивания	31
3.5	Оператор вывода	32
3.6	Таблица операторов	33

1 Устройство и подключение

Будем использовать два рабочих файла `lnum.h` и `lnum.cpp`. В заголовочном определим структуру числа, его конструкторы, деструкторы, и объявим внутренние функции и перегруженные операторы. В файле `lnum.cpp` определим перегруженные операторы и внутренние функции. Чтобы воспользоваться библиотекой, создаём новый проект в VS, и добавляем оба файла в проект. Далее в основном файле проекта подключаем нашу библиотеку:

```
#include "lnum.h"
using namespace lnum;
```

Здесь и далее длинные числа имеют тип `number`.

2 Заголовочный файл

Подключены следующие заголовочные файлы стандартной библиотеки C++:

```
#pragma once
#include <stdexcept>
#include <iostream>
#include <iomanip>
```

2.1 Препроцессорные директивы.

Библиотека адаптируется к размеру `unsigned int` на данной платформе. На данный момент библиотека поддерживается только на Visual C++.
`WIDTH_INT` - размер `unsigned int` в полубайтах.
`TMP_INT_SIZE` - размер `unsigned int` в байтах.
Выбор регистров происходит в зависимости от разрядности системы.

Для 16-битных систем:

```
#if UINT_MAX == 0xFFFF
#define WIDTH_INT 4
#define TMP_INT_SIZE 2
#define ax_r ax
#define bx_r bx
#define cx_r cx
#define dx_r dx
#define si_r si
#define di_r di
```

Для 32-битных систем:

```
#elif UINT_MAX == 0xFFFFFFFF
#define WIDTH_INT 8
#define TMP_INT_SIZE 4
#define ax_r eax
#define bx_r ebx
#define cx_r ecx
#define dx_r edx
#define si_r esi
#define di_r edi
```

Для 64-битных систем:

```
#elif UINT_MAX == 0xFFFFFFFFFFFFFFFF
#define WIDTH_INT 16
#define TMP_INT_SIZE 8
#define ax_r rax
#define bx_r rbx
#define cx_r rcx
#define dx_r rdx
#define si_r esi
#define di_r edi
```

Если ничего не подошло:

```
#else
#error "Unknown OS bit depth"
#endif
```

Ограничение только на Visual C++

```
#ifndef _MSC_VER
#error "Only for Visual C++"
#endif
```

2.2 Пространство имён и его устройство.

Определим пространство имён и главную структуру следующим образом:

```
namespace lnum {
    struct number_s final {
        ...Constructors
        ...Internal structure
        .....Memory management
        .....Destructor
        ...Declaring redefinition operators
    };
}
```

```

    typedef number_s number;
    The remaining redefinition operators
}

```

2.3 Конструкторы

Все методы, конструкторы и деструктор определены в файле `lnum.cpp`, а в `lnum.h` только объявлены, но для удобства и целостности картины представим их конечный вид здесь.

2.3.1 Пустой конструктор

Этот конструктор вызывается при объявлении объекта класса и прямой инициализации через данный конструктор. Он выделяет память для одного `unsigned int` и помещает туда 0.

```

|| number_s() {};

```

2.3.2 Конструктор от стандартного натурального числа

Если при объявлении объекта класса ему задаётся значение типа `unsigned long long` и типов, которые могут в него преобразовываться, то вызывается данный конструктор, который обрабатывает число, выделяет необходимую память и заполняет массив нужными данными.

```

|| number_s(const unsigned long long& num) : number_num(sizeof
    (num) / sizeof(unsigned int)) {
    unsigned int i = 0;
    if (!num) this->number_num.number[0] = 0;
    for (; num >> sizeof(unsigned int) * 8 * i; ++i) {
        unsigned long long t1 = num >> sizeof(
            unsigned int) * 8 * i,
            t2 = (num >> sizeof(unsigned int) *
                8 * (i + 1)) << sizeof(
                    unsigned int) * 8;
        this->number_num[i] = t1 - t2;
    }
    if (!i) this->number_num.resize(1);
    else if (i < this->number_num.size) this->
        number_num.resize(i);
}

```

2.3.3 Конструктор копирования

Если при объявлении объекта класса ему присваивается объект этого же класса, то конструктор копирования создаст полную копию длинного числа (исключением будет лишь адрес в памяти).

```
number_s(const number_s& num) : number_num(num.number_num.  
    size) {  
    unsigned int *ths = this->number_num.number, *nm =  
        num.number_num.number,  
        *nmend = num.number_num.number + num.  
            number_num.size;  
    __asm {  
        mov di_r, nm  
        mov si_r, ths  
        mov cx_r, nmend  
        copyloop :  
        mov ax_r, [di_r]  
            mov[si_r], ax_r  
            add si_r, TMP_INT_SIZE  
            add di_r, TMP_INT_SIZE  
            cmp di_r, cx_r  
            jl copyloop  
    }  
}
```

2.4 Внутренняя структура и управление памятью.

Внутренняя структура выполнена в следующем виде:

```
struct number_vector {  
    /fields and methods/  
  
    /memory allocation and reallocation here/  
  
    /Destructor/  
} number_num;
```

2.4.1 Внутренние поля и вспомогательные методы

```
mutable size_t size;  
mutable unsigned int * number;  
inline unsigned int& operator[](size_t n){  
    return number[n];}  
inline unsigned int operator[](size_t n) const {  
    return number[n];  
}
```



```

void resize(size_t new_size) {
    number = (unsigned int *)realloc(number, new_size *
        sizeof(unsigned int));
    if (number == nullptr) throw std::bad_alloc();
    if (this->size < new_size)
        for (size_t i = this->size; i < new_size;
            ++i)
            this->number[i] = 0;
    this->size = new_size;
}

```

Здесь всё интуитивно понятно по названиям, так что не будем заострять особое внимание.

2.4.2 Конструкторы и memory management

Теперь разберёмся на что "ссылаются" конструкторы из главной структуры.

Пустой конструктор:

```

number_vector() : size(1) {
    if ((this->number = (unsigned int*)malloc(sizeof(
        unsigned int))) == nullptr)
        throw std::bad_alloc();
    this->number[0] = 0;
}

```

Конструкторы у которых в списке инициализации указан не единичный размер.

```

number_vector(unsigned int n) : size(n) {
    if ((this->number = (unsigned int*)malloc(n *
        sizeof(unsigned int))) == nullptr)
        throw std::bad_alloc();
    unsigned int* num_num = this->number, *num_num_end
        = this->number + n;
    __asm {
        mov si_r, num_num
        mov cx_r, num_num_end
        zeroloop :
        mov[si_r], 0
            add si_r, TMP_INT_SIZE
            cmp si_r, cx_r
            jnl zeroloop
    }
}

```

В обоих случаях мы выделяем достаточно памяти для массива и заполняем элементы нулями.

2.4.3 Деструктор

```
||~number_vector() { free(this->number); }
```

Возвращаем память обратно в кучу.

2.5 Внутренние методы и объявление перегруженных операторов

```
size_t size() const { return this->number_num.size; }
const unsigned int& operator[](size_t n) const {
    return this->number_num[n];
}

number_s& operator+=(const number_s&);
number_s& operator-=(const number_s&);
number_s& operator*=(const number_s&);
number_s& operator/=(const number_s&);
number_s& operator%=(const number_s&);
number_s& operator&=(const number_s&);
number_s& operator|=(const number_s&);
number_s& operator>=(const number_s&);
number_s& operator<=(const number_s&);
number_s& operator=(const number_s&);

const bool operator==(const number_s&) const;
const bool operator!=(const number_s&) const;
const bool operator>(const number_s&) const;
const bool operator<(const number_s&) const;
const bool operator<=(const number_s&) const;
const bool operator>=(const number_s&) const;

const number_s operator-() const;
const number_s& operator+() const;
const number_s operator~() const;
const bool operator!() const;
number_s& operator--();
const number_s operator--(int);
number_s& operator++();
const number_s operator++(int);

explicit operator bool() const { return !this->is_zero(); }
```

А следующие методы и оператор объявим с модификатором доступа protected: (Данные методы используются в файле lnum.cpp для перегрузки операторов)

```
friend inline number_s& __adding_operator_s(number_s&,
    const number_s&);
friend inline number_s& __substruct_operator_s(number_s&,
    const number_s&);
friend inline number_s& __multiple_operator_s(number_s&,
    const number_s&);
```

```

friend inline number_s& __division_operator_s(number_s&,
    const number_s&);
friend inline const bool __equal_operator_s(const number_s&
    ths, const number_s& num);
friend inline const bool __less_equal_operator_s(const
    number_s& ths, const number_s& num);
friend inline const bool __greater_equal_operator_s(const
    number_s& ths, const number_s& num);
friend inline number_s& __bit_and_operator_s(number_s& ths,
    const number_s& num);
friend inline number_s& __bit_or_operator_s(number_s& ths,
    const number_s& num);
friend inline number_s& __mod_operator_s(number_s& ths,
    const number_s& num);
friend inline number_s& __shift_right_operator_s(number_s&
    ths, const number_s& num);
friend inline number_s& __shift_left_operator_s(number_s&
    ths, const number_s& num);
inline bool is_zero() const { return this->number_num.size
    == 1 && this->number_num[0] == 0; }
friend std::ostream& operator<<(std::ostream&, const
    number_s& num);

```

И отдельно от пространства имён объявим следующие операторы:

```

const lnum::number_s operator+(const lnum::number_s& ths,
    const lnum::number_s& num);
const lnum::number_s operator-(const lnum::number_s& ths,
    const lnum::number_s& num);
const lnum::number_s operator*(const lnum::number_s& ths,
    const lnum::number_s& num);
const lnum::number_s operator/(const lnum::number_s& ths,
    const lnum::number_s& num);
const lnum::number_s operator%(const lnum::number_s& ths,
    const lnum::number_s& num);
const lnum::number_s operator&(const lnum::number_s& ths,
    const lnum::number_s& num);
const lnum::number_s operator|(const lnum::number_s& ths,
    const lnum::number_s& num);
const lnum::number_s operator>>(const lnum::number_s& ths,
    const lnum::number_s& num);
const lnum::number_s operator<<(const lnum::number_s& ths,
    const lnum::number_s& num);

```

3 Файл lnum.cpp

Устройство этого файла гораздо проще предыдущего: пространство имён lnum и 9 перегруженных операторов вне его:

```
const lnum::number_s operator+(const lnum::number_s& lhs,
    const lnum::number_s& num) { lnum::number_s n = lhs;
    return n += num; }
const lnum::number_s operator-(const lnum::number_s& lhs,
    const lnum::number_s& num) { lnum::number_s n = lhs;
    return n -= num; }
const lnum::number_s operator*(const lnum::number_s& lhs,
    const lnum::number_s& num) { lnum::number_s n = lhs;
    return n *= num; }
const lnum::number_s operator/(const lnum::number_s& lhs,
    const lnum::number_s& num) { lnum::number_s n = lhs;
    return n /= num; }
const lnum::number_s operator%(const lnum::number_s& lhs,
    const lnum::number_s& num) { lnum::number_s n = lhs;
    return n %= num; }
const lnum::number_s operator&(const lnum::number_s& lhs,
    const lnum::number_s& num) { lnum::number_s n = lhs;
    return n &= num; }
const lnum::number_s operator|(const lnum::number_s& lhs,
    const lnum::number_s& num) { lnum::number_s n = lhs;
    return n |= num; }
const lnum::number_s operator>>(const lnum::number_s& lhs,
    const lnum::number_s& num) { lnum::number_s n = lhs;
    return n >>= num; }
const lnum::number_s operator<<(const lnum::number_s& lhs,
    const lnum::number_s& num) { lnum::number_s n = lhs;
    return n <<= num; }
```

Это стандартные арифметические и побитовые операции. При чём определены они через сокращённые операторы, а не наоборот.

Для удобства будем перегружать эти операторы, используя функции следующим образом:

```
number_s& number_s::operator+=(const number_s& num) {
    return __adding_operator_s(*this, num); }
number_s& number_s::operator-=(const number_s& num) {
    return __substruct_operator_s(*this, num); }
number_s& number_s::operator*=(const number_s& num) {
    return __multiple_operator_s(*this, num); }
number_s& number_s::operator/=(const number_s& num) {
    return __division_operator_s(*this, num); }
number_s& number_s::operator%=(const number_s& num) {
    return __mod_operator_s(*this, num); }
number_s& number_s::operator&=(const number_s& num) {
    return __bit_and_operator_s(*this, num); }
```

```

number_s& number_s::operator|=(const number_s& num) {
    return __bit_or_operator_s(*this, num); }
number_s& number_s::operator>=(const number_s& num) {
    return __shift_right_operator_s(*this, num); }
number_s& number_s::operator<=(const number_s& num) {
    return __shift_left_operator_s(*this, num); }

```

3.1 Функции перегружающие арифметические и битовые операции

3.1.1 Функция перегружающая оператор +=

Для начала сравниваем размеры чисел, если первое меньше второго, то подгоняем размер первого числа ко второму, затем запоминаем адреса начала и конца обоих чисел. Далее реализуем ассемблерную вставку: Помещаем адреса в регистры, далее реализуем обычный алгоритм столбика, при этом не забываем учитывать переполнение. Для перехода к следующему разряду увеличиваем адреса. Когда достигаем конца правого числа (для этого сравниваем текущий адрес с адресом конца), цикл прекращается. При возникновении переполнения в первом цикле запускается второй, который работает так же, как и предыдущий, но прибавляет фиксированную единицу. В случае возникновения переполнения и во втором цикле, расширяем число и помещаем единицу на новое место. Исходный код:

```

inline number_s& __adding_operator_s(number_s& ths, const
number_s& num) {
    unsigned int t = 0;
    if (ths.number_num.size < num.number_num.size) ths.
        number_num.resize(num.number_num.size);
    unsigned int *ths_num = ths.number_num.number, *
        num_num = num.number_num.number,
        *ths_num_end = ths_num + ths.number_num.
            size, *num_num_end = num_num + num.
                number_num.size;
    __asm {
        mov di_r, num_num
        mov si_r, ths_num
        mov cx_r, num_num_end
        mov bx_r, ths_num_end
        xor dx_r, dx_r
    loop_add :
        mov ax_r, [di_r]
            add[si_r], ax_r
            jc g1
            add[si_r], dx_r
    }
}

```

```

        jc nextloop_add
        mov dx_r, 0
        jmp nextloop_add
    g1 :
    add[si_r], dx_r
        mov dx_r, 1
    nextloop_add :
        add si_r, TMP_INT_SIZE
        add di_r, TMP_INT_SIZE
        cmp di_r, cx_r
        jl loop_add

        cmp dx_r, 0
        je end_add
    loop_add_1 :
    cmp si_r, bx_r
        je end_add
        add[si_r], dx_r
        jnc end_loop_add_1
        add si_r, TMP_INT_SIZE
        jmp loop_add_1
    end_loop_add_1 :
    mov dx_r, 0

    end_add :
    mov t, dx_r
}
if (t) {
    ths.number_num.resize(ths.number_num.size +
        1);
    ths.number_num[ths.number_num.size - 1] =
        1;
}
return ths;
}

```

3.1.2 Функция перегружающая оператор -=

Исходный код:

```
inline number_s& __substruct_operator_s(number_s& ths,
const number_s& num) {
    if (ths < num)
        throw std::invalid_argument("Too big number
are subtracted.");
    int tmp = 0, new_size;
    if (ths.number_num.size < num.number_num.size) ths.
        number_num.resize(num.number_num.size);
    unsigned int *ths_num = ths.number_num.number, *
        num_num = num.number_num.number;
    unsigned int *ths_num_end = ths_num + ths.
        number_num.size,
        *num_num_end = num_num + num.number_num.
            size, sz = ths.number_num.size;
    _asm {
        mov di_r, num_num
        mov si_r, ths_num
        mov cx_r, num_num_end
        xor dx_r, dx_r

        subloop :
        mov ax_r, [si_r]
            mov bx_r, [di_r]
            cmp ax_r, bx_r
            jb cf1
            sub ax_r, bx_r
            cmp ax_r, dx_r
            jb cf2
            sub ax_r, dx_r
            xor dx_r, dx_r
            jmp nextsubloop

            cf1 :
        sub bx_r, ax_r
            mov ax_r, UINT_MAX
            sub ax_r, bx_r
            inc ax_r
            sub ax_r, dx_r
            mov dx_r, 1
            jmp nextsubloop

            cf2 :
        mov ax_r, UINT_MAX

            nextsubloop :
        mov [si_r], ax_r
```



```

        add si_r, TMP_INT_SIZE
        add di_r, TMP_INT_SIZE
        cmp di_r, cx_r
        jl subloop

        mov si_r, ths_num_end
        mov bx_r, sz
        mov cx_r, ths_num
        xor dx_r, dx_r
        endloop :
    sub si_r, TMP_INT_SIZE
        cmp si_r, cx_r
        je fromthis
        mov ax_r, [si_r]
        cmp ax_r, 0
        jne fromthis
        dec bx_r
        jmp endloop

        fromthis :
        mov new_size, bx_r
    }
    if (new_size != sz) ths.number_num.resize(new_size)
    ;
    return ths;
}

```

3.1.3 Функция перегружающая оператор *=

Исходный код:

```
inline number_s& __multiple_operator_s(number_s& ths, const
number_s& num) {
    if(ths.is_zero() || num.is_zero()) return ths = 0;
    number_s tmp = ths;
    ths = 0;
    ths.number_num.resize(num.number_num.size + tmp.
        number_num.size);
    unsigned int *ths_num = ths.number_num.number,
        *num_num = num.number_num.number,
        *tmp_num = tmp.number_num.number,
        tmp_cf = 0;
    for (unsigned int i = 0; i < tmp.number_num.size;
        ++i) {
        for (unsigned int j = 0; j < num.number_num
            .size; ++j) {
            __asm {
                mov si_r, tmp_num
                mov di_r, num_num

                mov bx_r, TMP_INT_SIZE
                mov ax_r, j
                mul bx_r
                push ax_r
                add di_r, ax_r
                mov ax_r, i
                mul bx_r
                push ax_r
                add si_r, ax_r

                mov ax_r, [si_r]
                mov dx_r, [di_r]
                mul dx_r
                add ax_r, tmp_cf
                jnc nxt
                inc dx_r
            nxt:

                mov si_r, ths_num
                pop bx_r
                pop cx_r
                add si_r, bx_r
                add si_r, cx_r

                add [si_r], ax_r
                jnc end
                inc dx_r
            }
```

```

end:
mov tmp_cf, dx_r
    }
}
ths.number_num.number[i + num.number_num.
    size] += tmp_cf;
tmp_cf = 0;
}
if (!ths.number_num.number[ths.number_num.size -
    1]) ths.number_num.resize(ths.number_num.size -
    1);
return ths;
}

```

3.1.4 Функция перегружающая оператор /=

Исходный код:

```
inline number_s& __division_operator_s(number_s& ths, const
number_s& num) {
    if (num.is_zero()) throw std::invalid_argument("
    Division by zero");
    if (num > ths) { ths.number_num.resize(1); ths.
        number_num[0] = 0; return ths; }
    unsigned int new_size = ths.number_num.size - num.
        number_num.size + 1;
    number_s n; n.number_num.resize(new_size);
    for (size_t i = new_size - 1; true; --i) {
        for (unsigned int k = sizeof(unsigned int)
            * 8 - 1, t = 1U << k; true; t = 1U <<
            (--k)) {
            n.number_num.number[i] += t;
            if (ths < (n*num)) n.number_num.
                number[i] -= t;
            if (!k) break;
        }
        if (!i) break;
        if (i == new_size - 1 && !n.number_num.
            number[i]) n.number_num.resize(i);
    }
    return ths = n;
}
```

3.1.5 Функция перегружающая оператор %/=

Исходный код:

```
inline number_s& __mod_operator_s(number_s& ths,
const number_s& num) {
    return ths -= (ths / num)*num;
}
```

3.1.6 Функция перегружающая оператор &=

Исходный код:

```
inline number_s& __bit_and_operator_s(number_s& ths, const
number_s& num) {
    unsigned int* ths_num = ths.number_num.number, *
    num_num = num.number_num.number,
    sz = ths.number_num.size, *ths_end =
    ths_num + sz, new_size;
    __asm {
        mov si_r, ths_num
        mov di_r, num_num
        mov cx_r, ths_end
        looppad :
        mov ax_r, [di_r]
            and [si_r], ax_r
            add si_r, TMP_INT_SIZE
            add di_r, TMP_INT_SIZE
            cmp si_r, cx_r
            jb looppad

            mov cx_r, ths_num
            xor dx_r, dx_r
            zeroloop :
        sub si_r, TMP_INT_SIZE
            cmp[si_r], 0
            jne end
            cmp si_r, cx_r
            jna end
            inc dx_r
            jmp zeroloop
        end :
        mov new_size, dx_r
    }
    if (new_size) ths.number_num.resize(num.number_num.
size - new_size);
    else if (sz != num.number_num.size) ths.number_num.
resize(num.number_num.size);
    return ths;
}
```

3.1.7 Функция перегружающая оператор |=

Исходный код:

```
inline number_s& __bit_or_operator_s(number_s& ths, const
number_s& num) {
    size_t v = ths.number_num.size, vn = num.number_num
        .size;
    if (v < vn) ths.number_num.resize(v = vn);
    unsigned int* ths_num = ths.number_num.number,
        *num_num = num.number_num.number, *num_end
            = num_num + vn;
    __asm {
        mov si_r, ths_num
        mov di_r, num_num
        mov cx_r, num_end
        lp :
        mov ax_r, [di_r]
            or [si_r], ax_r
            add si_r, TMP_INT_SIZE
            add di_r, TMP_INT_SIZE
            cmp di_r, cx_r
            jb lp
    }
    return ths;
}
```

3.1.8 Функция перегружающая оператор $\gg=$

Исходный код:

```
inline number_s& __shift_right_operator_s(number_s& ths,
const number_s& num) {
    if (num >= ths.number_num.size*TMP_INT_SIZE * 8) {
        ths.number_num.resize(1);
        ths.number_num.number[0] = 0;
        return ths;
    }
    else if (ths.is_zero()) return ths;
    unsigned int shl = (num / (TMP_INT_SIZE * 8)).
        number_num.number[0];
    if (shl) {
        for (unsigned int* i = ths.number_num.number;
            i + shl < ths.number_num.number + ths.number_num.
                size; ++i)
            *i = *(i + shl);
        ths.number_num.resize(ths.number_num.size - shl);
    }
    shl = (num % (TMP_INT_SIZE * 8)).number_num.number[0];
    if (shl) {
        unsigned int prev = 0, next = 0;
        for (unsigned int* i = ths.number_num.number + ths.
            number_num.size;
            --i >= ths.number_num.number;) {
            next = *i % (1 << shl);
            *i >>= shl;
            *i += (prev << (TMP_INT_SIZE * 8 - shl));
            prev = next;
        }
    }
    if (!ths.number_num.number[ths.number_num.size - 1])
        ths.number_num.resize(ths.number_num.size - 1);
    return ths;
}
```

3.1.9 Функция перегружающая оператор $\ll=$

Исходный код:

```
inline number_s& __shift_left_operator_s(number_s& ths,
const number_s& num) {
    if (ths.is_zero()) return ths;
    unsigned int shl = (num / (TMP_INT_SIZE * 8)).
        number_num.number[0];
    ths.number_num.resize(ths.number_num.size + shl + 1);
    if (shl) {
        for (unsigned int* i = ths.number_num.number + ths.
            number_num.size - 1;
            --i - shl >= ths.number_num.number;) {
            *i = *(i - shl);
        }
        for (unsigned int* i = ths.number_num.number + shl;
            --i >= ths.number_num.number;) {
            *i = 0;
        }
    }
    unsigned int shlm = (num % (TMP_INT_SIZE * 8)).
        number_num.number[0];
    if (shlm) {
        unsigned int prev = 0, next = 0;
        for (unsigned int* i = ths.number_num.number + shl;
            i < ths.number_num.number + ths.number_num.size
            ; ++i) {
            next = *i / (1 << (TMP_INT_SIZE * 8 - shlm)
                );
            *i <= shlm;
            *i += prev;
            prev = next;
        }
    }
    if (!ths.number_num.number[ths.number_num.size - 1])
        ths.number_num.resize(ths.number_num.size - 1);
    return ths;
}
```


3.2 Функции реализующие операторы сравнения

Точно так же перегрузим операторы с помощью вспомогательных функций:

```
const bool number_s::operator==(const number_s& num) const
{ return __equal_operator_s(*this, num); }
const bool number_s::operator!=(const number_s& num) const
{ return !__equal_operator_s(*this, num); }
const bool number_s::operator>(const number_s& num) const
{ return !__less_equal_operator_s(*this, num); }
const bool number_s::operator<(const number_s& num) const
{ return !__greater_equal_operator_s(*this, num); }
const bool number_s::operator<=(const number_s& num) const
{ return __less_equal_operator_s(*this, num); }
const bool number_s::operator>=(const number_s& num) const
{ return __greater_equal_operator_s(*this, num); }
```

3.2.1 Функция перегружающая оператор == и !=

Исходный код:

```
inline const bool __equal_operator_s(const number_s& ths,
const number_s& num) {
    size_t n = ths.number_num.size, nv = num.number_num
        .size;
    if (n != nv) return false;
    unsigned int *ths_num = ths.number_num.number, *
        num_num = num.number_num.number;
    unsigned int *ths_num_end = ths_num + n,
        *num_num_end = num_num + nv;
    bool t = 0;
    _asm {
        mov di_r, num_num_end
        mov si_r, ths_num_end
        mov cx_r, ths_num
        equalloop :
        sub di_r, TMP_INT_SIZE
        sub si_r, TMP_INT_SIZE
        mov ax_r, [si_r]
        mov bx_r, [di_r]
        cmp ax_r, bx_r
        jne end
        cmp si_r, cx_r
        ja equalloop
        mov t, 1
        end:
    }
    return t;}
```

3.2.2 Функция перегружающая оператор > и <=

Исходный код:

```
inline const bool __less_equal_operator_s(const number_s&
ths, const number_s& num) {
    size_t n = ths.number_num.size, nv = num.number_num
        .size;
    if (n > nv) return false;
    else if (n < nv) return true;
    unsigned int *ths_num = ths.number_num.number, *
        num_num = num.number_num.number;
    unsigned int *ths_num_end = ths_num + n,
        *num_num_end = num_num + nv;
    bool t = 0;
    _asm {
        mov di_r, num_num_end
        mov si_r, ths_num_end
        mov cx_r, ths_num
        equalloop :
        sub di_r, TMP_INT_SIZE
        sub si_r, TMP_INT_SIZE

        mov ax_r, [si_r]
        mov bx_r, [di_r]
        cmp ax_r, bx_r
        ja end
        cmp ax_r, bx_r
        jne next
        cmp si_r, cx_r
        jae equalloop
        next :
        mov t, 1
        end :
    }
    return t;
}
```

3.2.3 Функция перегружающая оператор < и >=

Исходный код:

```
inline const bool __greater_equal_operator_s(const number_s
& ths, const number_s& num) {
    size_t n = ths.number_num.size, nv = num.number_num
        .size;
    if (n > nv) return true;
    else if (n < nv) return false;
    unsigned int *ths_num = ths.number_num.number, *
        num_num = num.number_num.number;
    unsigned int *ths_num_end = ths_num + n,
        *num_num_end = num_num + nv;
    bool t = 0;
    _asm {
        mov di_r, num_num_end
        mov si_r, ths_num_end
        mov cx_r, ths_num
        equalloop :
        sub di_r, TMP_INT_SIZE
        sub si_r, TMP_INT_SIZE

        mov ax_r, [si_r]
        mov bx_r, [di_r]
        cmp ax_r, bx_r
        jb end
        cmp ax_r, bx_r
        jne next
        cmp si_r, cx_r
        jae equalloop
        next :
        mov t, 1
        end :
    }
    return t;
}
```

3.3 Унарные операторы

3.3.1 Унарный плюс

Исходный код:

```
|| const number_s& number_s::operator+() const { return *this;  
|| }
```

3.3.2 Оператор отрицания

Исходный код:

```
|| inline const bool number_s::operator!() const { return this  
||     ->is_zero(); }
```

3.3.3 Префиксный декремент

Исходный код:

```
number_s& number_s::operator--() {
    if (this->is_zero())
        throw std::invalid_argument("Too big number
            are subtracted.");
    unsigned int sz = this->number_num.size, *ths =
        this->number_num.number,
        *ths_end = this->number_num.number + sz,
        new_size;

    __asm {
        mov si_r, ths
        pos :
        mov ax_r, [si_r]
            sub ax_r, 1
            jnc endpositive
            mov[si_r], ax_r
            add si_r, TMP_INT_SIZE
            jmp pos

            endpositive :
        mov[si_r], ax_r

            mov si_r, ths_end
            mov bx_r, sz
            mov cx_r, ths
            xor dx_r, dx_r
            endloop :
        sub si_r, TMP_INT_SIZE
            cmp si_r, cx_r
            je fromthis
            mov ax_r, [si_r]
            cmp ax_r, 0
            jne fromthis
            dec bx_r
            jmp endloop

            fromthis :
        mov new_size, bx_r
    }
    if (new_size != sz) this->number_num.resize(
        new_size);
    return *this;
}
```

3.3.4 Постфиксный декремент

Исходный код:

```
|| const number_s number_s::operator--(int) { number_s num = *  
||     this; --*this; return num; }
```

3.3.5 Префиксный инкремент

Исходный код:

```
|| number_s& number_s::operator++() {  
||     unsigned int t = 0, sz = this->number_num.size, *  
||         ths = this->number_num.number,  
||         *ths_end = this->number_num.number + sz;  
||     __asm {  
||         mov si_r, ths  
||         mov di_r, ths_end  
||         pos :  
||         mov ax_r, [si_r]  
||             add ax_r, 1  
||             jnc endpos  
||             mov[si_r], ax_r  
||             add si_r, TMP_INT_SIZE  
||             cmp si_r, di_r  
||             jne pos  
||             mov t, 1  
||             jmp end  
||         endpos :  
||         mov[si_r], ax_r  
||         end :  
||     }  
||     if (t) { this->number_num.resize(sz + 1); this->  
||         number_num[sz] = 1; }  
||     return *this;  
|| }
```

3.3.6 Постфиксный инкремент

Исходный код:

```
|| const number_s number_s::operator++(int) { number_s num = *  
||     this; ++*this; return num; }
```

3.4 Оператор присваивания

Исходный код:

```
number_s& number_s::operator=(const number&num) {
    this->number_num.resize(num.number_num.size);
    unsigned int *this_num = this->number_num.number,
        *this_end = this_num + this->number_num.
            size,
        *num_num = num.number_num.number;
    __asm {
        mov si_r, this_num
        mov di_r, num_num
        mov cx_r, this_end

        g :
        mov ax_r, [di_r]
        mov[si_r], ax_r

        add si_r, TMP_INT_SIZE
        add di_r, TMP_INT_SIZE
        cmp si_r, cx_r
        jb g
    }
    return *this;
}
```

3.5 Оператор вывода

Введём следующие обозначения:

streamlink - ссылка на поток;

num - само длинное число;

Если размер числа равен 1, то выводим его в шестнадцатичном формате с помощью команды (streamlink << std::hex << num.number_num[0];) (number_num[n] оператор для обращения к элементу с n-ым индексом) и возвращаем ссылку на поток. Если размер числа больше единицы: делаем правильный поэлементный вывод с учётом длины числа представленном в 16-ом формате (чтобы не выводить лишние нули в начале). Временно меняем заполнитель потока на символ нуля, выводим оставшиеся элементы в таком же виде, как и в случае единичного размера.

```
std::ostream& operator<<(std::ostream& str, const number_s&
num) {
    if (num.number_num.size != 1) {
        unsigned int t = num.number_num[num.number_num.size
            - 1], c = WIDTH_INT - 1;
        while (!(t >> (c * 4))) --c;
        while (true) {
            str << std::hex << (t >> c * 4) % 0x10;
            if (!c--) break;
        }
        char fl = str.fill();
        str.fill('0');
        for (unsigned int i = num.number_num.size - 2; true
            ; --i) {
            str << std::hex << std::setw(WIDTH_INT) << num.
                number_num[i];
            if (!i) break;
        }
        str.fill(fl);
        return str;
    }
    else str << std::hex << num.number_num[0];
}
```


3.6 Таблица операторов

Оператор	Реализация	Сложность алгоритма
<code>+=</code>	Ассемблер	$O(n)$
<code>-=</code>	Ассемблер	$O(n)$
<code>*=</code>	Ассемблер	$O(n(n+m))$
<code>/=</code>	C++	$O(n^2(n+m))$
<code>%=</code>	C++	$O(n^2(n+m))$
<code><</code>	C++	$O(n)$
<code>></code>	C++	$O(n)$
<code><=</code>	Ассемблер	$O(n)$
<code>>=</code>	Ассемблер	$O(n)$
<code>==</code>	Ассемблер	$O(n)$
<code>!=</code>	C++	$O(n)$
<code>ostream <<</code>	C++	$O(n)$
<code><<=</code>	C++	$O(n)$
<code>>>=</code>	C++	$O(n)$
<code>++</code>	Ассемблер	$O(n)$
<code>--</code>	Ассемблер	$O(n)$
<code>static_cast<bool></code>	C++	$O(1)$
<code>=</code>	Ассемблер	$O(m)$
<code>+</code>	Ассемблер	$O(n)$
<code>-</code>	Ассемблер	$O(n)$
<code>*</code>	Ассемблер	$O(n(n+m))$
<code>/</code>	C++	$O(n^2(n+m))$
<code>%</code>	C++	$O(n^2(n+m))$
<code><<</code>	C++	$O(n)$
<code>>></code>	C++	$O(n)$

Где n - размер левого числа, m - размер правого числа, c - некоторая константа.