

$$q_{AB} = -4q = -4F/b$$

$$\theta_{CB} = 3\theta = 3\alpha T/b = 3bF/EJ$$

$$v_C = ?$$

$$\phi_C = ?$$

$$v_B = ?$$

$$u_B = ?$$

$$\phi_B = ?$$

$$u_{AAB} = ?$$

$$EJ_{AB} = 1/2EJ$$

$$EJ_{CB} = 2/3EJ$$

$$EJ_{DC} = 3/4EJ$$

Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

J_{YZ} - x_{YZ} - θ_{YZ} riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta CB positiva se convessa a destra con inizio C.

Calcolare lo spostamento verticale del nodo C

Calcolare la rotazione assoluta del nodo C

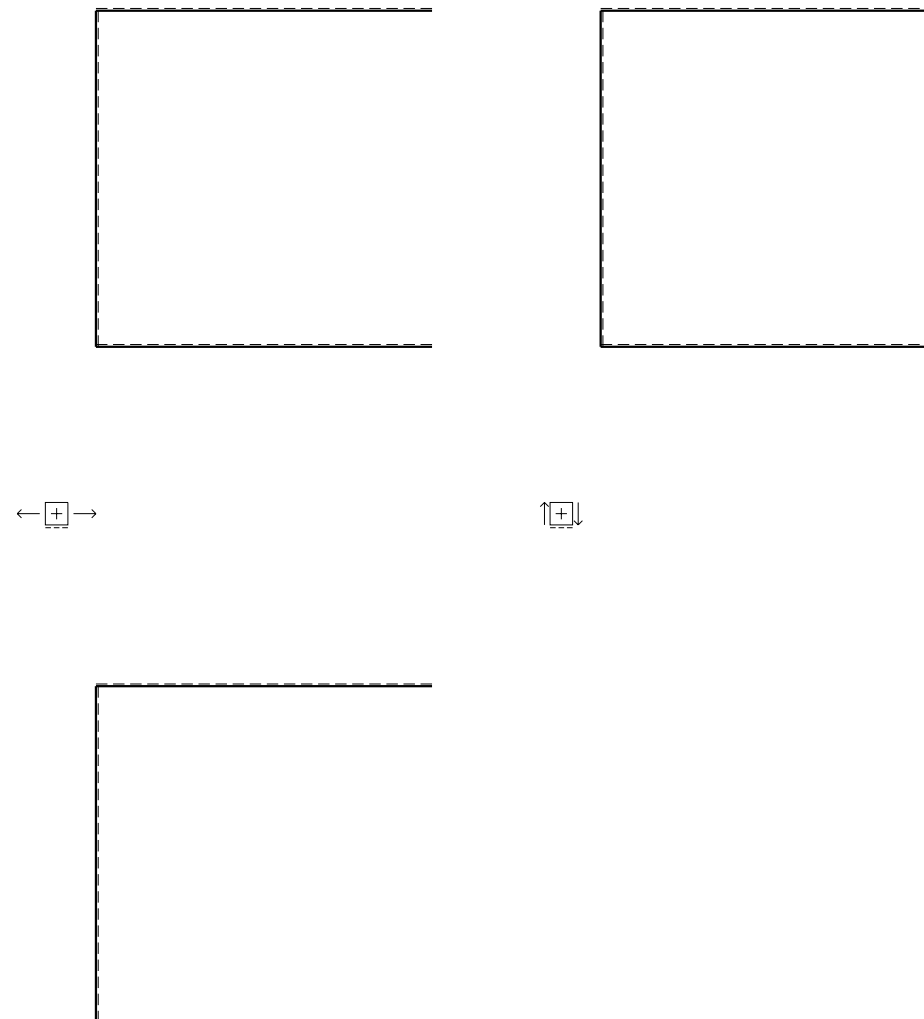
Calcolare lo spostamento verticale del nodo B

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo B

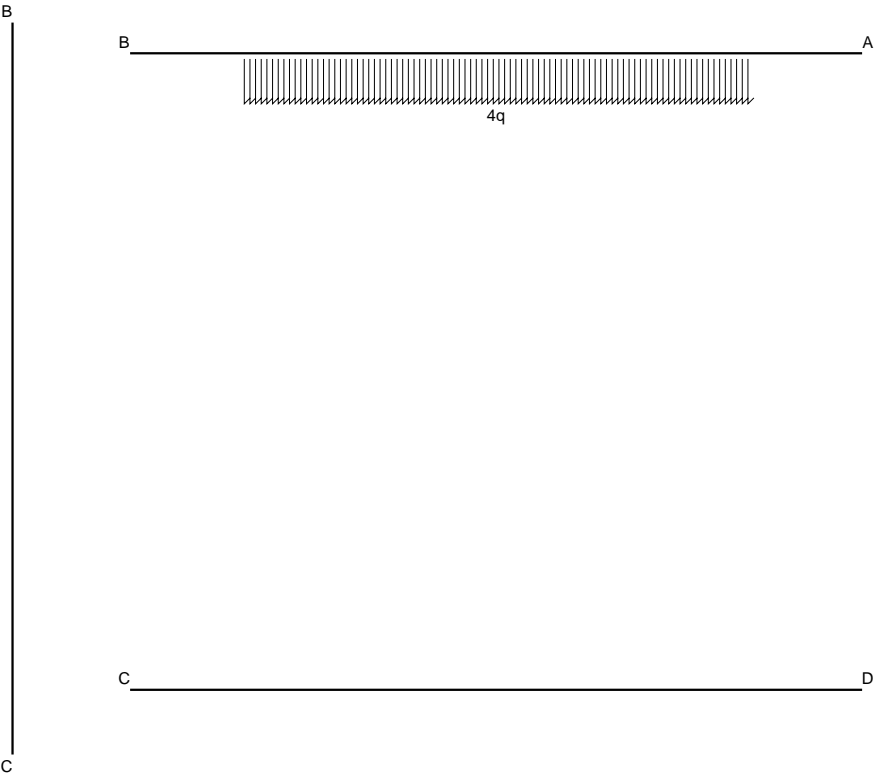
Calcolare la rotazione assoluta del nodo B

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo A su asta AB.

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CB $y(x)EJ =$

DC $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$v_C =$

$\varphi_C =$

$v_B =$

$u_B =$

$\varphi_B =$

$u_{AAB} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_D =$

$v_D =$

$\varphi_D =$

$u_B =$

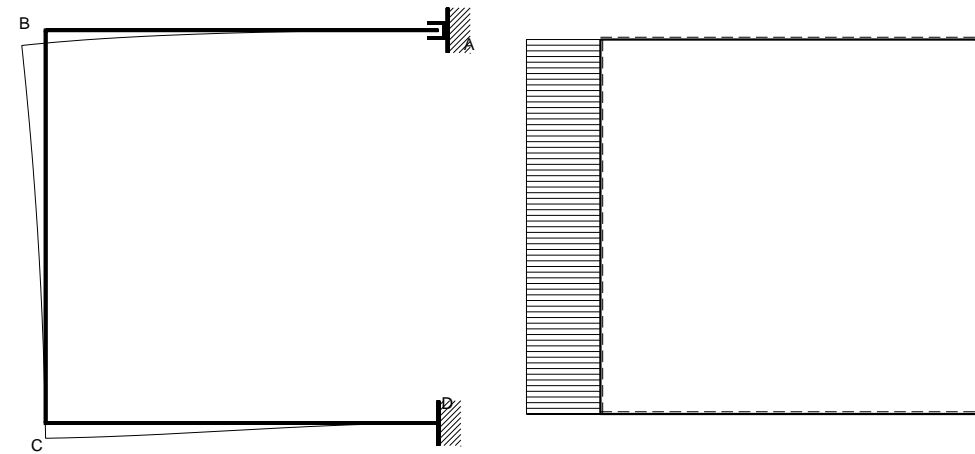
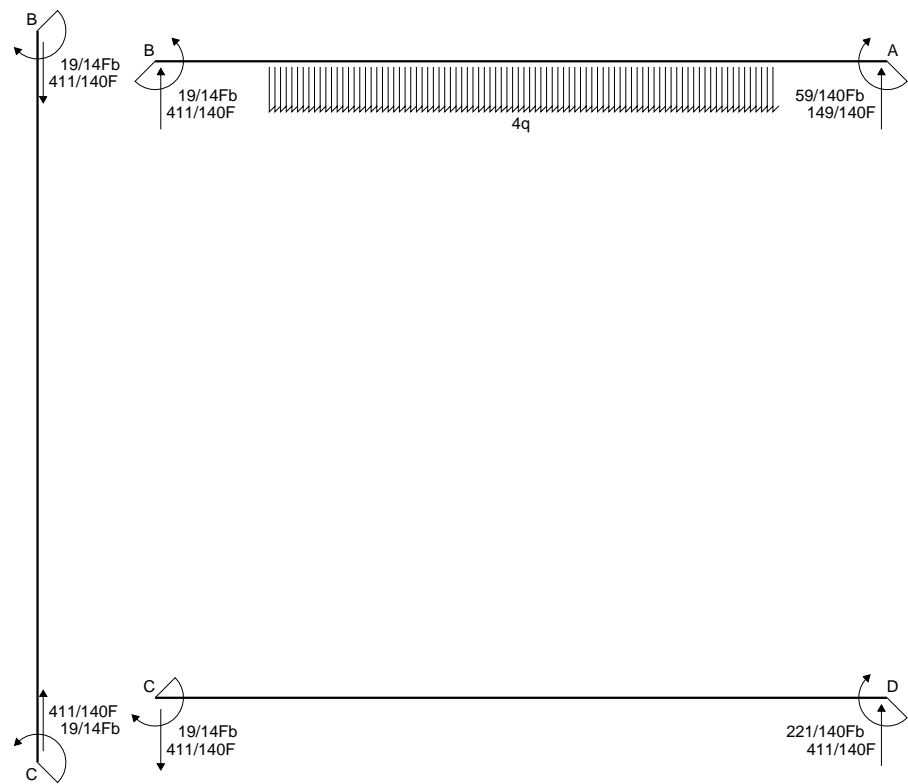
$v_B =$

$\varphi_B =$

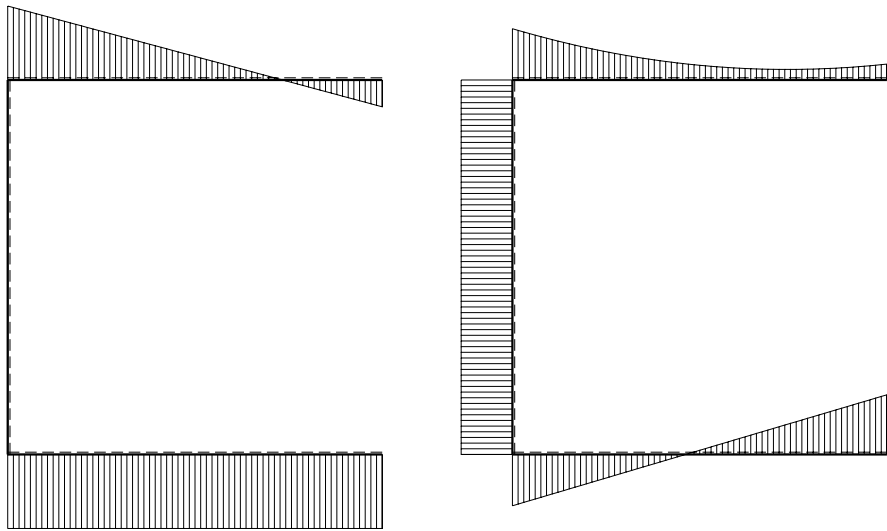
$u_C =$

$v_C =$

$\varphi_C =$



$\leftarrow \boxed{+} \rightarrow$ $\leftarrow \boxed{+} \rightarrow$



$\uparrow \boxed{+} \downarrow$ $\leftarrow \boxed{+} \rightarrow$ $\leftarrow \boxed{+} \rightarrow$ $\leftarrow \boxed{+} \rightarrow$

REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{BC} \quad Y = W_{DC}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{CB} K_{CB} φ_{DC} K_{DC}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) = 0$$

$$y'_{AB}(b) - y'_{CB}(b) = 0$$

$$y'_{CB}(0) - y'_{DC}(b) = 0$$

$$y'_{DC}(0) = 0$$

$$y_{AB}(0) = 0$$

$$y_{CB}(0) = 0$$

$$y_{DC}(0) = 0$$

$$y_{DC}(b) - y_{AB}(b) = 0$$

$$M_{AB} = -4Fx + 2Fb + 2qx^2 - Xx/b - Yx/b + Y$$

$$EJy'' = -8Fx + 4Fb + 4qx^2 - 2Xx/b - 2Yx/b + 2Y$$

$$EJy' = -4Fx^2 + 4Fbx + 4/3qx^3 - Xx^2/b - Yx^2/b + 2Yx + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = -4/3Fx^3 + 2Fbx^2 + 1/3qx^4 - 1/3Xx^3/b - 1/3Yx^3/b + Yx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{CB} = X$$

$$EJy'' = 3EJ\theta + 3/2X$$

$$EJy' = 3EJ\theta x + 3/2Xx + EJ\varphi_{CB}$$

$$EJy = 3/2EJ\theta x^2 + 3/4Xx^2 + EJ\varphi_{CB}x + EJK_{CB}$$

$$M_{DC} = Xx/b + Yx/b - Y$$

$$EJy'' = 4/3Xx/b + 4/3Yx/b - 4/3Y$$

$$EJy' = 2/3Xx^2/b + 2/3Yx^2/b - 4/3Yx + EJ\varphi_{DC}$$

$$EJy = 2/9Xx^3/b + 2/9Yx^3/b - 2/3Yx^2 + EJ\varphi_{DC}x + EJK_{DC}$$

Condizioni al contorno

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{CB}b & K_{CB} & \varphi_{DC}b & K_{DC} & Xb^2/EJ & Yb^2/EJ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} qb^4/EJ & \alpha Tb \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -4/3 & 3 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 5/9 & -10/9 \end{bmatrix}$$

Soluzione

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{CB}b \\ \varphi_{DC}b \\ Xb^2/EJ \\ K_{AB} \\ K_{CB} \\ K_{DC} \\ Yb^2/EJ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fb^3/EJ \\ 0 \\ 31/210 \\ 0 \\ -19/14 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -221/140 \end{bmatrix}$$

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = 59/140x^2Fb - 149/420x^3F + 1/3x^4q$$

$$BA \ y(x)EJ = 2/5Fb^3 - 467/420xFb^2 + 19/14x^2Fb - 137/140x^3F + 1/3x^4q$$

$$CB \ y(x)EJ = 31/210xFb^2 + 27/56x^2Fb$$

$$BC \ y(x)EJ = 529/840Fb^3 - 467/420xFb^2 + 27/56x^2Fb$$

$$DC \ y(x)EJ = 221/210x^2Fb - 137/210x^3F$$

$$CD \ y(x)EJ = 2/5Fb^3 - 31/210xFb^2 - 19/21x^2Fb + 137/210x^3F$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$v_C = -2/5(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_C = 31/210(Fb^2/EJ)$$

$$v_B = -2/5(Fb^3/EJ)$$

$$u_B = -529/840(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_B = 467/420(Fb^2/EJ)$$

$$u_{AAB} = -529/840(Fb^3/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_{AAB} = -529/840(Fb^3/EJ)$$

$$v_A = 0$$

$$\varphi_A = 0$$

$$u_D = 0$$

$$v_D = 0$$

$$\varphi_D = 0$$

$$u_B = -529/840(Fb^3/EJ)$$

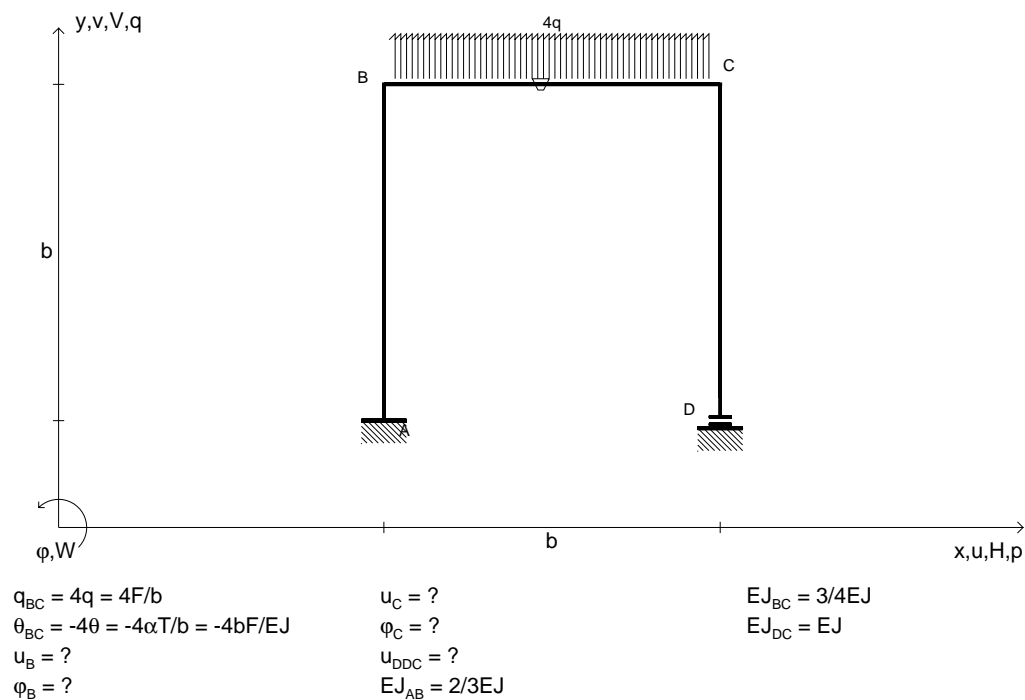
$$v_B = -2/5(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_B = 467/420(Fb^2/EJ)$$

$$u_C = 0$$

$$v_C = -2/5(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_C = 31/210(Fb^2/EJ)$$



Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta BC positiva se convessa a destra con inizio B.

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo B

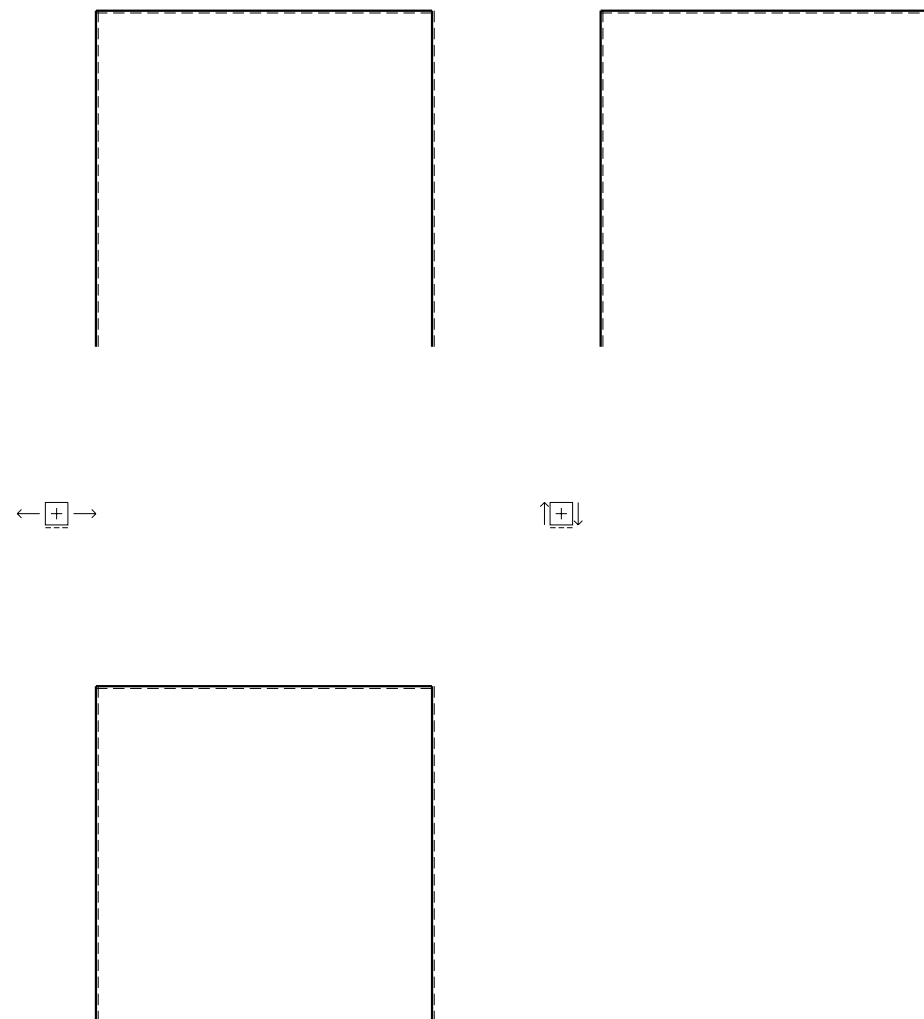
Calcolare la rotazione assoluta del nodo B

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C

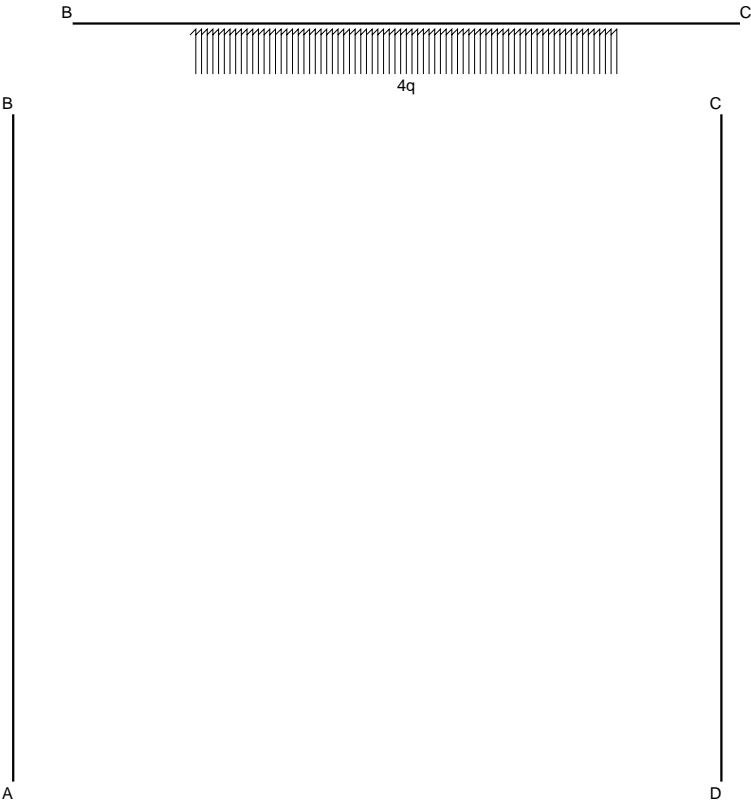
Calcolare la rotazione assoluta del nodo C

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo D su asta DC.

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

BC $y(x)EJ =$

DC $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$u_B =$

$\varphi_B =$

$u_C =$

$\varphi_C =$

$u_{DDC} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_{DDC} =$

$v_D =$

$\varphi_D =$

$u_B =$

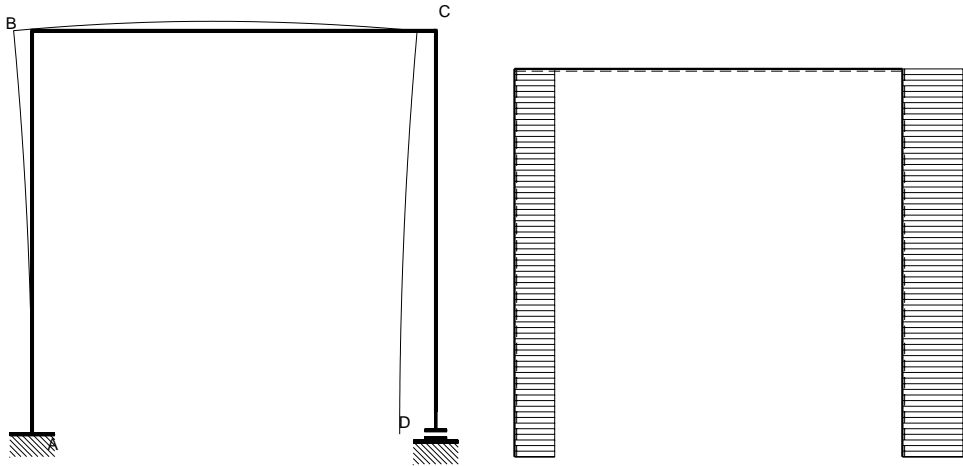
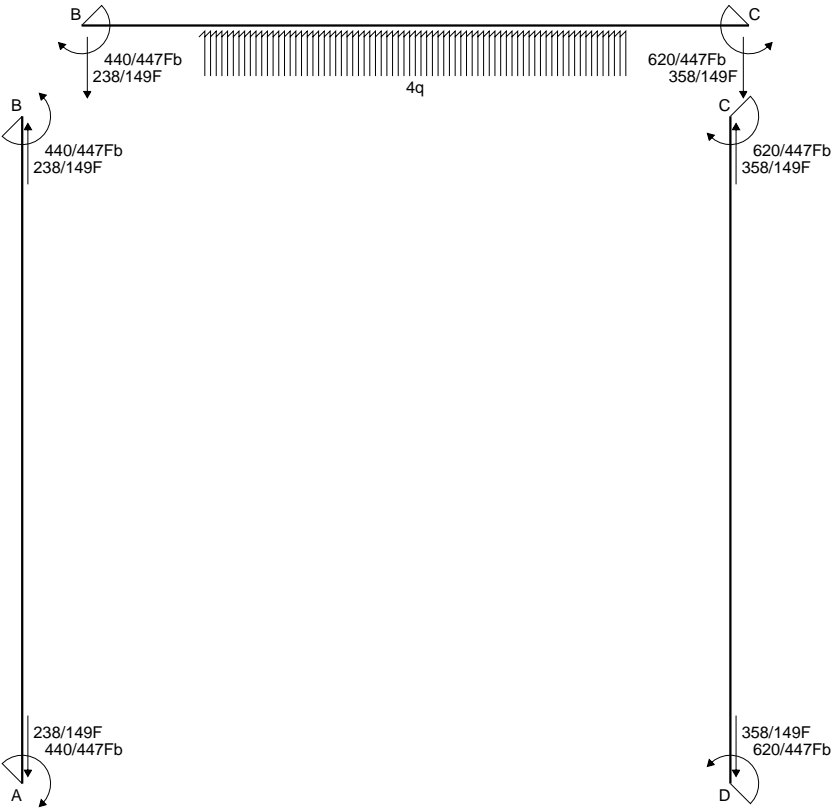
$v_B =$

$\varphi_B =$

$u_C =$

$v_C =$

$\varphi_C =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{AB} \quad Y = W_{CB}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{BC} K_{BC} φ_{DC} K_{DC}

Relazioni di congruenza

$$\begin{aligned} y'_{AB}(0) &= 0 \\ y'_{AB}(b) - y'_{BC}(0) &= 0 \\ y'_{BC}(b) - y'_{DC}(b) &= 0 \\ y'_{DC}(0) &= 0 \\ y_{AB}(0) &= 0 \\ y_{BC}(0) &= 0 \\ y_{BC}(b) &= 0 \\ y_{DC}(b) - y_{AB}(b) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{AB} &= -X \\ EJy'' &= -3/2X \\ EJy' &= -3/2Xx + EJ\varphi_{AB} \\ EJy &= -3/4Xx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{BC} &= -2Fx + 2qx^2 + Xx/b - X + Yx/b \\ EJy'' &= -8/3Fx + 8/3qx^2 - 4EJ\theta + 4/3Xx/b - 4/3X + 4/3Yx/b \\ EJy' &= -4/3Fx^2 + 8/9qx^3 - 4EJ\theta x + 2/3Xx^2/b - 4/3Xx + 2/3Yx^2/b + EJ\varphi_{BC} \\ EJy &= -4/9Fx^3 + 2/9qx^4 - 2EJ\theta x^2 + 2/9Xx^3/b - 2/3Xx^2 + 2/9Yx^3/b + EJ\varphi_{BC}x + EJK_{BC} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{DC} &= -Y \\ EJy'' &= -Y \\ EJy' &= -Yx + EJ\varphi_{DC} \\ EJy &= -1/2Yx^2 + EJ\varphi_{DC}x + EJK_{DC} \end{aligned}$$

Condizioni al contorno

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{BC}b & K_{BC} & \varphi_{DC}b & K_{DC} & Xb^2/EJ & Yb^2/EJ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y'_{AB} \\ y'_{BA} \\ y'_{CB} \\ y'_{DC} \\ y_{AB} \\ y_{BC} \\ y_{CB} \\ y_{CD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qb^4/EJ & \alpha Tb \end{bmatrix}$$

Soluzione

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{BC}b \\ \varphi_{DC}b \\ Xb^2/EJ \\ K_{AB} \\ K_{BC} \\ Yb^2/EJ \\ K_{DC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fb^3/EJ \\ 220/149 \\ 0 \\ -440/447 \\ 0 \\ 0 \\ 620/447 \\ 640/447 \end{bmatrix}$$

DEFORMATA (coordinate locali)

$$\begin{aligned} AB \ y(x)EJ &= 110/149x^2Fb \\ BA \ y(x)EJ &= 110/149Fb^3 - 220/149xFb^2 + 110/149x^2Fb \\ BC \ y(x)EJ &= 220/149xFb^2 - 1802/1341x^2Fb - 476/1341x^3F + 2/9x^4q \\ CB \ y(x)EJ &= 620/447xFb^2 - 1442/1341x^2Fb - 716/1341x^3F + 2/9x^4q \\ DC \ y(x)EJ &= 640/447Fb^3 - 310/447x^2Fb \\ CD \ y(x)EJ &= 110/149Fb^3 + 620/447xFb^2 - 310/447x^2Fb \end{aligned}$$

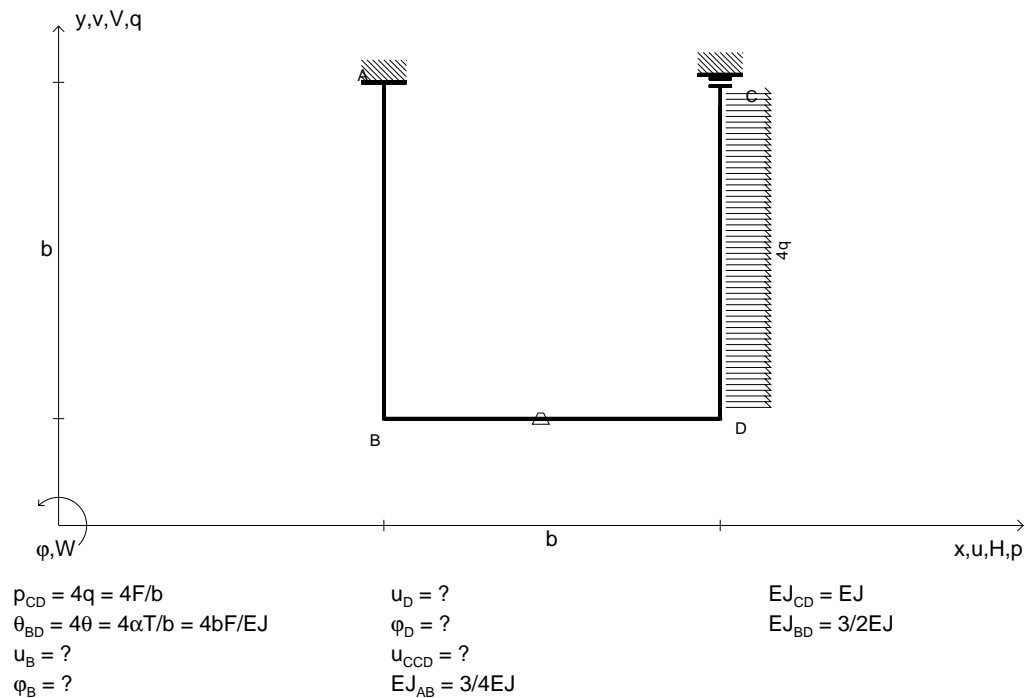
SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$\begin{aligned} u_B &= -110/149(Fb^3/EJ) \\ \varphi_B &= 220/149(Fb^2/EJ) \\ u_C &= -110/149(Fb^3/EJ) \\ \varphi_C &= -620/447(Fb^2/EJ) \\ u_{DDC} &= -640/447(Fb^3/EJ) \end{aligned}$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$\begin{aligned} u_A &= 0 & u_B &= -110/149(Fb^3/EJ) & u_C &= -110/149(Fb^3/EJ) \\ v_A &= 0 & v_B &= 0 & v_C &= 0 \\ \varphi_A &= 0 & \varphi_B &= 220/149(Fb^2/EJ) & \varphi_C &= -620/447(Fb^2/EJ) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{DDC} &= -640/447(Fb^3/EJ) \\ v_D &= 0 \\ \varphi_D &= 0 \end{aligned}$$



Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta BD positiva se convessa a destra con inizio B.

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo B

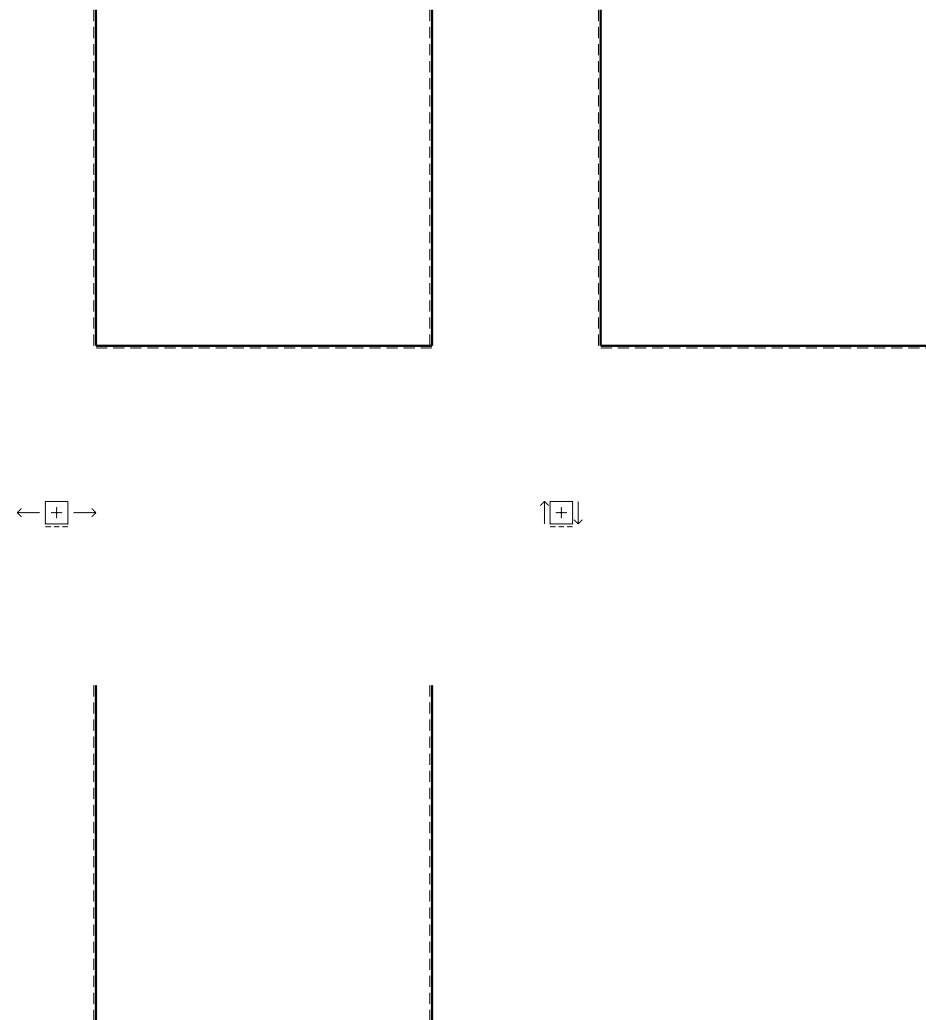
Calcolare la rotazione assoluta del nodo B

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo D

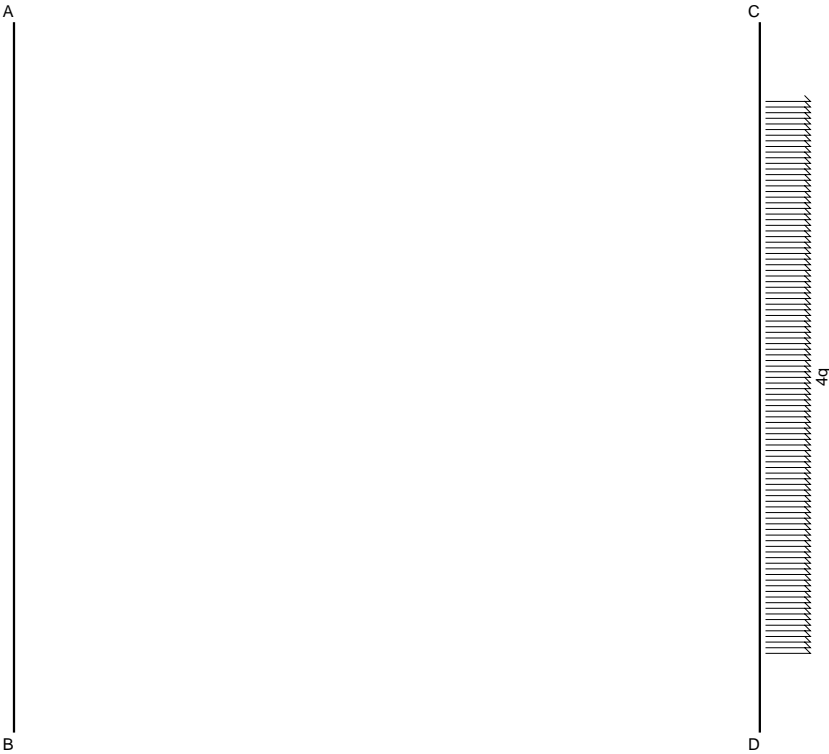
Calcolare la rotazione assoluta del nodo D

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C su asta CD.

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



B _____ D

DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CD $y(x)EJ =$

BD $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$u_B =$

$\varphi_B =$

$u_D =$

$\varphi_D =$

$u_{CCD} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_D =$

$v_D =$

$\varphi_D =$

$u_B =$

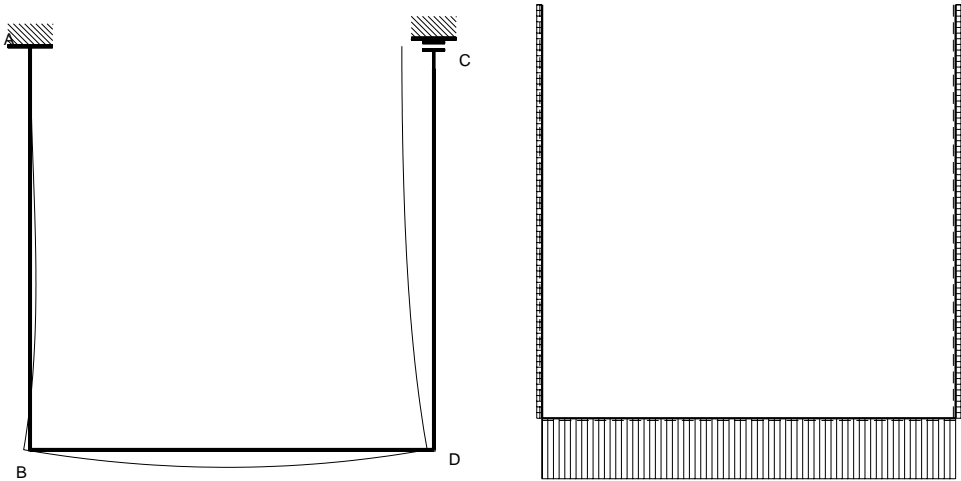
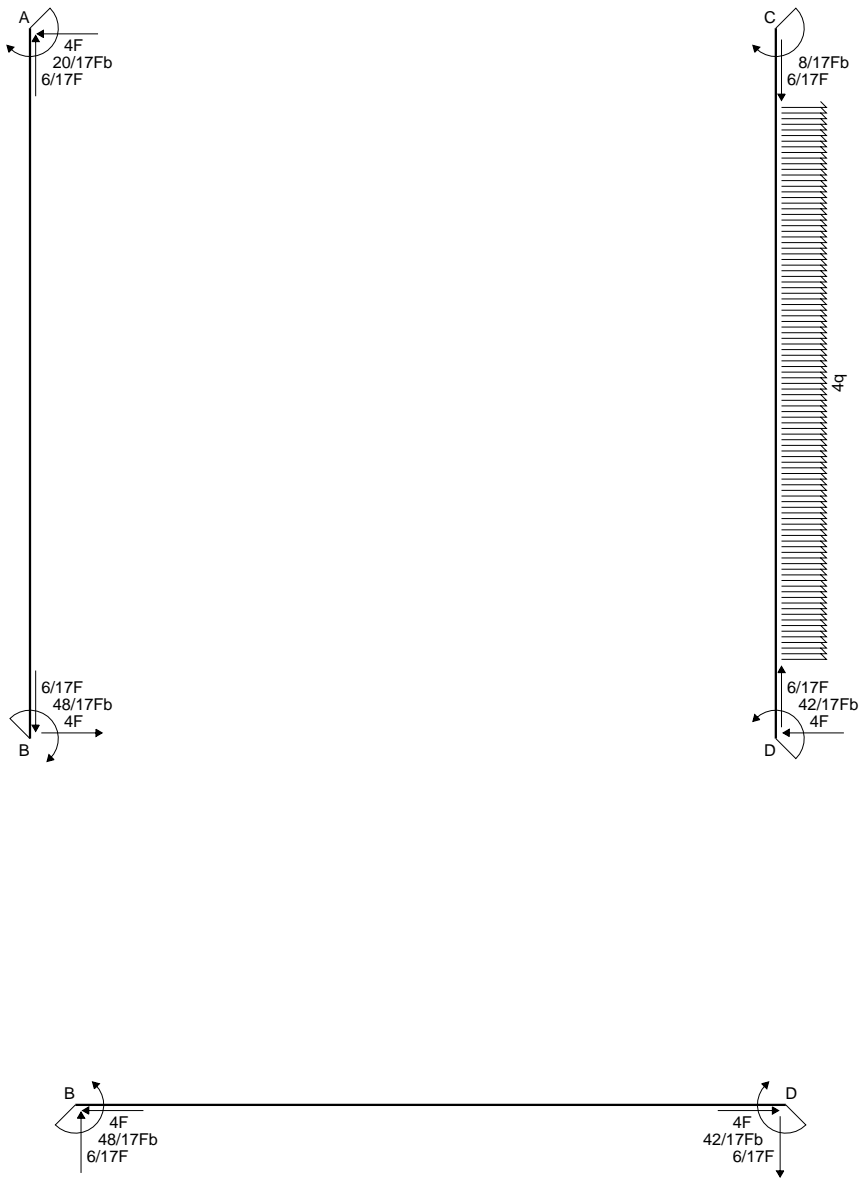
$v_B =$

$\varphi_B =$

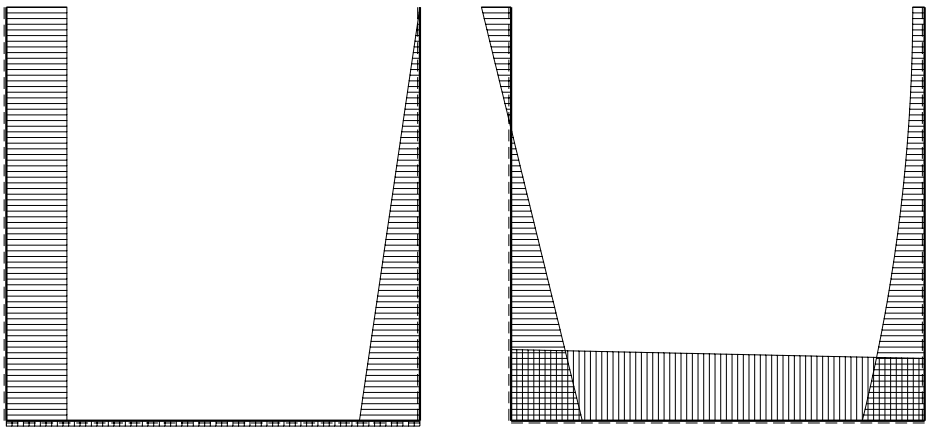
$u_{CCD} =$

$v_C =$

$\varphi_C =$



$\leftarrow 1.2 Fb^3/EJ$ $\leftarrow \boxed{+} \rightarrow$ $\leftarrow 5 F$



$\uparrow \boxed{+} \downarrow$ $\leftarrow 5 F$ $\curvearrowright \boxed{+} \curvearrowleft$ $\leftarrow 3 Fb$

REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{AB} \quad Y = W_{DB}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{CD} K_{CD} φ_{BD} K_{BD}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) = 0$$

$$y'_{AB}(b) - y'_{BD}(0) = 0$$

$$y'_{CD}(0) = 0$$

$$y'_{CD}(b) - y'_{BD}(b) = 0$$

$$y_{AB}(0) = 0$$

$$y_{CD}(b) - y_{AB}(b) = 0$$

$$y_{BD}(0) = 0$$

$$y_{BD}(b) = 0$$

$$M_{AB} = -4Fx - X$$

$$EJy'' = -16/3Fx - 4/3X$$

$$EJy' = -8/3Fx^2 - 4/3Xx + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = -8/9Fx^3 - 2/3Xx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{CD} = -2Fb + 2qx^2 - Y$$

$$EJy'' = -2Fb + 2qx^2 - Y$$

$$EJy' = -2Fbx + 2/3qx^3 - Yx + EJ\varphi_{CD}$$

$$EJy = -Fbx^2 + 1/6qx^4 - 1/2Yx^2 + EJ\varphi_{CD}x + EJK_{CD}$$

$$M_{BD} = 4Fx - 4Fb + Xx/b - X + Yx/b$$

$$EJy'' = 8/3Fx - 8/3Fb + 4EJ\theta + 2/3Xx/b - 2/3X + 2/3Yx/b$$

$$EJy' = 4/3Fx^2 - 8/3Fbx + 4EJ\theta x + 1/3Xx^2/b - 2/3Xx + 1/3Yx^2/b + EJ\varphi_{BD}$$

$$EJy = 4/9Fx^3 - 4/3Fbx^2 + 2EJ\theta x^2 + 1/9Xx^3/b - 1/3Xx^2 + 1/9Yx^3/b + EJ\varphi_{BD}x + EJK_{BD}$$

Condizioni al contorno

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{CD}b & K_{CD} & \varphi_{BD}b & K_{BD} & Xb^2/EJ & Yb^2/EJ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} qb^4/EJ & \alpha Tb \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 8/3 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 4 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -1/18 & 0 \\ 0 & 0 \\ 8/9 & -2 \end{bmatrix}$$

Soluzione

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{BD}b \\ \varphi_{CD}b \\ Xb^2/EJ \\ K_{AB} \\ K_{CD} \\ K_{BD} \\ Yb^2/EJ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fb^3/EJ \\ 0 \\ -56/51 \\ 0 \\ -20/17 \\ 0 \\ -155/306 \\ 0 \\ -42/17 \end{bmatrix}$$

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = 40/51x^2Fb - 8/9x^3F$$

$$BA \ y(x)EJ = -16/153Fb^3 + 56/51xFb^2 - 32/17x^2Fb + 8/9x^3F$$

$$CD \ y(x)EJ = -155/306Fb^3 + 4/17x^2Fb + 1/6x^4q$$

$$DC \ y(x)EJ = -16/153Fb^3 - 58/51xFb^2 + 21/17x^2Fb - 2/3x^3F + 1/6x^4q$$

$$BD \ y(x)EJ = -56/51xFb^2 + 18/17x^2Fb + 2/51x^3F$$

$$DB \ y(x)EJ = -58/51xFb^2 + 20/17x^2Fb - 2/51x^3F$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$u_B = -16/153(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_B = -56/51(Fb^2/EJ)$$

$$u_D = -16/153(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_D = 58/51(Fb^2/EJ)$$

$$u_{CCD} = -155/306(Fb^3/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = 0$$

$$v_A = 0$$

$$\varphi_A = 0$$

$$u_B = -16/153(Fb^3/EJ)$$

$$v_B = 0$$

$$\varphi_B = -56/51(Fb^2/EJ)$$

$$u_{CCD} = -155/306(Fb^3/EJ)$$

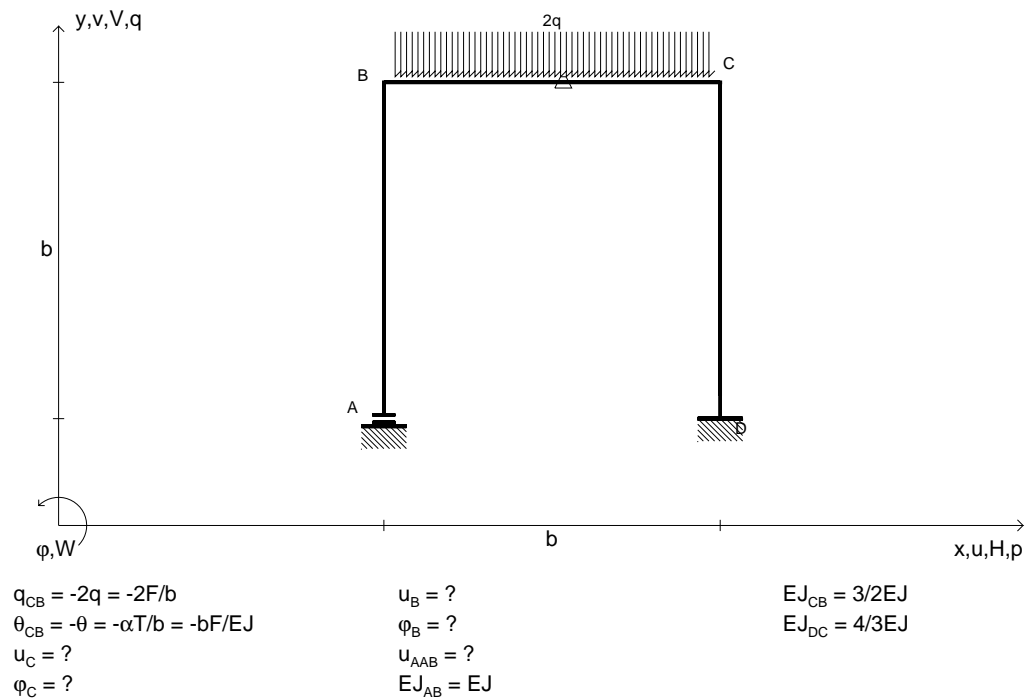
$$v_C = 0$$

$$\varphi_C = 0$$

$$u_D = -16/153(Fb^3/EJ)$$

$$v_D = 0$$

$$\varphi_D = 58/51(Fb^2/EJ)$$



Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta CB positiva se convessa a destra con inizio C.

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo C

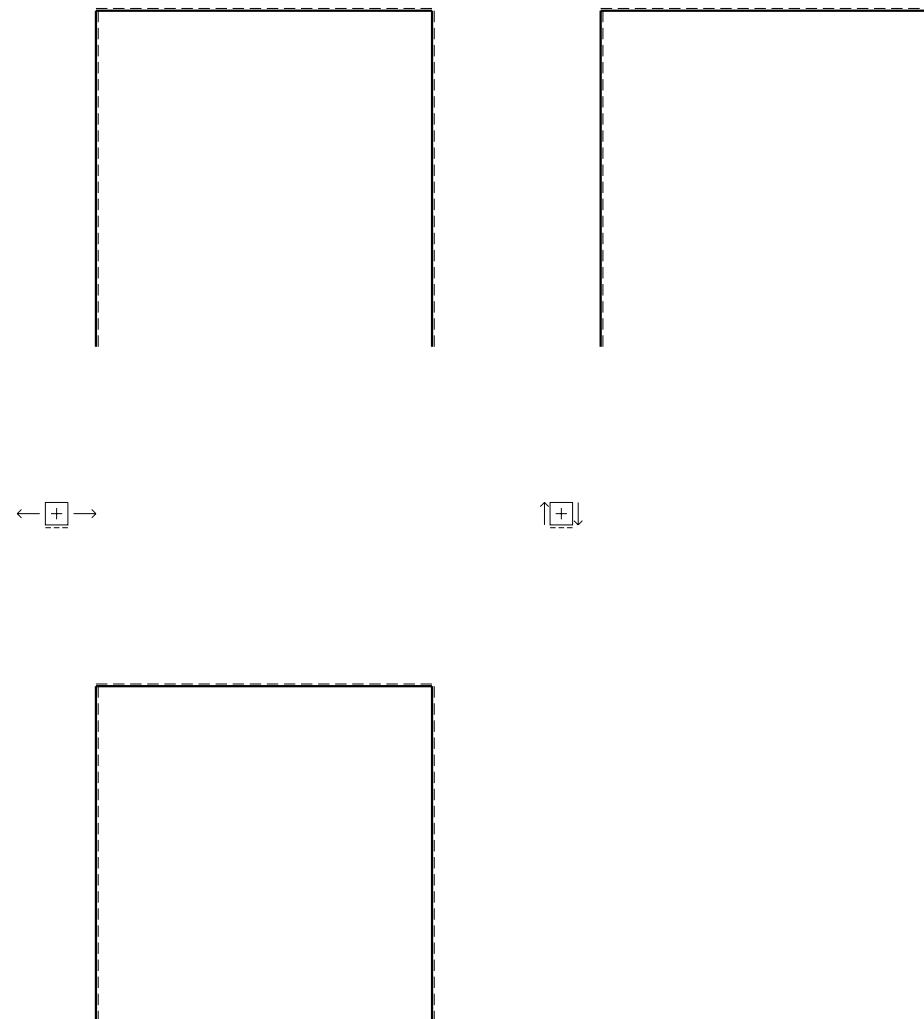
Calcolare la rotazione assoluta del nodo C

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo B

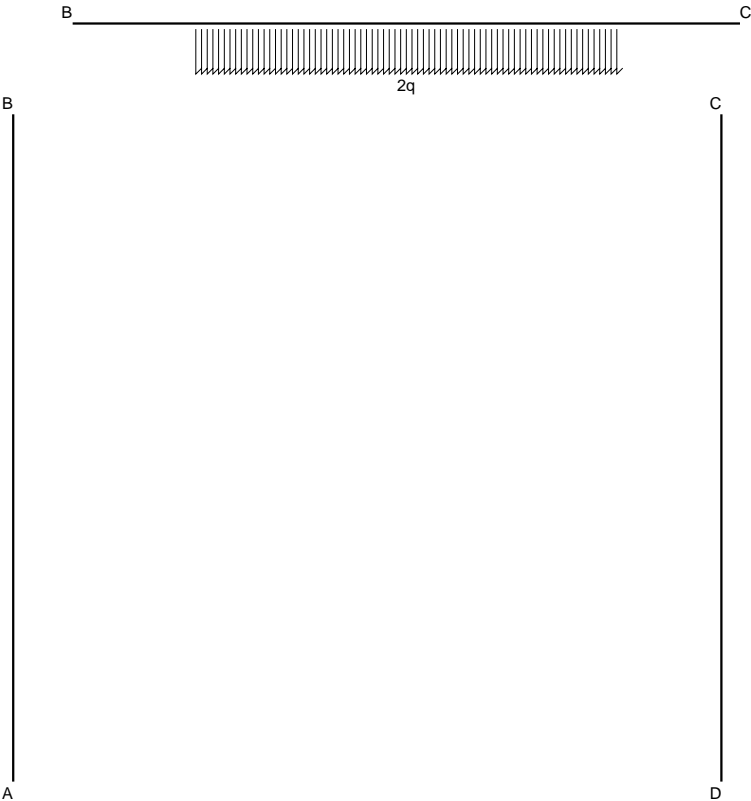
Calcolare la rotazione assoluta del nodo B

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo A su asta AB.

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CB $y(x)EJ =$

DC $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$u_C =$

$\varphi_C =$

$u_B =$

$\varphi_B =$

$u_{AAB} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_D =$

$v_D =$

$\varphi_D =$

$u_B =$

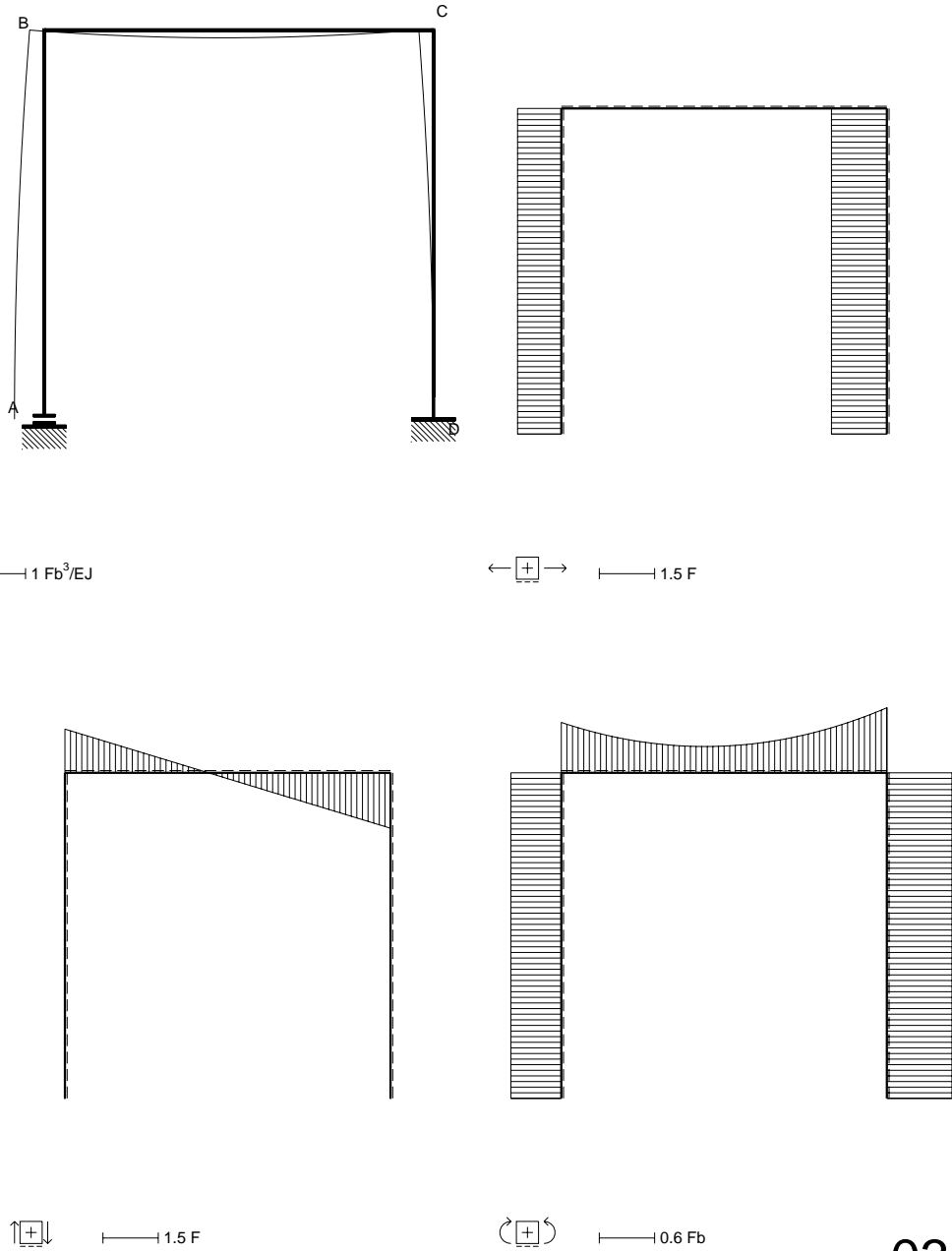
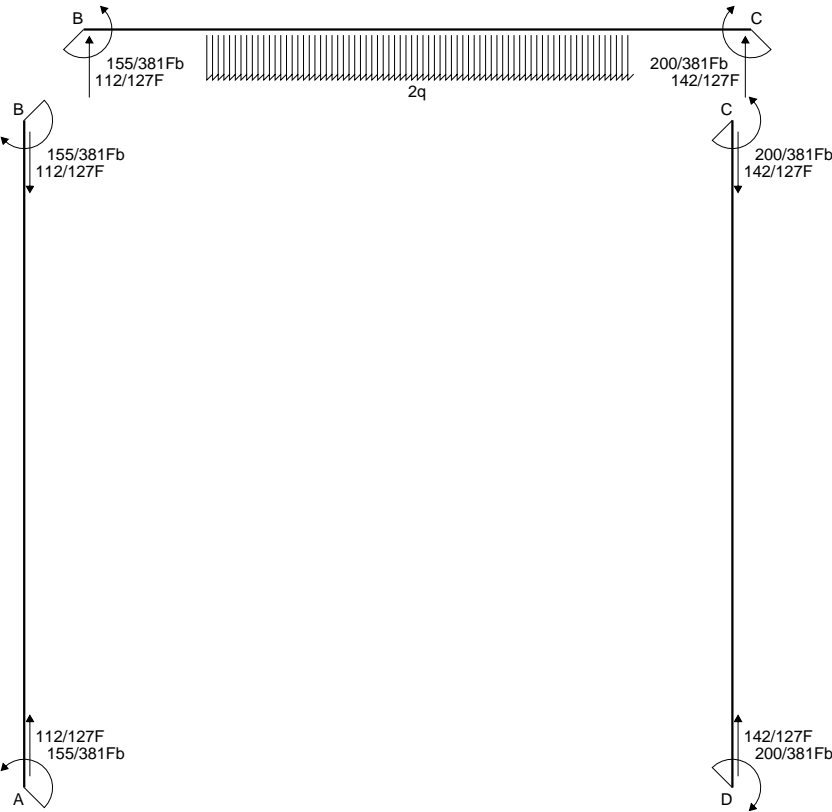
$v_B =$

$\varphi_B =$

$u_C =$

$v_C =$

$\varphi_C =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{BC} \quad Y = W_{DC}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{CB} K_{CB} φ_{DC} K_{DC}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) = 0$$

$$y'_{AB}(b) - y'_{CB}(b) = 0$$

$$y'_{CB}(0) - y'_{DC}(b) = 0$$

$$y'_{DC}(0) = 0$$

$$y_{CB}(0) = 0$$

$$y_{CB}(b) = 0$$

$$y_{DC}(0) = 0$$

$$y_{DC}(b) - y_{AB}(b) = 0$$

$$M_{AB} = -X$$

$$EJy'' = -X$$

$$EJy' = -Xx + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = -1/2Xx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{CB} = -Fx + qx^2 + Xx/b + Yx/b - Y$$

$$EJy'' = -2/3Fx + 2/3qx^2 - EJ\theta + 2/3Xx/b + 2/3Yx/b - 2/3Y$$

$$EJy' = -1/3Fx^2 + 2/9qx^3 - EJ\theta x + 1/3Xx^2/b + 1/3Yx^2/b - 2/3Yx + EJ\varphi_{CB}$$

$$EJy = -1/9Fx^3 + 1/18qx^4 - 1/2EJ\theta x^2 + 1/9Xx^3/b + 1/9Yx^3/b - 1/3Yx^2 + EJ\varphi_{CB}x + EJK_{CB}$$

$$M_{DC} = -Y$$

$$EJy'' = -3/4Y$$

$$EJy' = -3/4Yx + EJ\varphi_{DC}$$

$$EJy = -3/8Yx^2 + EJ\varphi_{DC}x + EJK_{DC}$$

Condizioni al contorno

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{CB}b & K_{CB} & \varphi_{DC}b & K_{DC} & Xb^2/EJ & Yb^2/EJ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y'_{AB} \\ y'_{BA} \\ y'_{CB} \\ y'_{DC} \\ y_{CB} \\ y_{BC} \\ y_{DC} \\ y_{CD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qb^4/EJ & \alpha Tb \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1/9 & -1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1/18 & 1/2 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Soluzione

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{CB}b \\ \varphi_{DC}b \\ Xb^2/EJ \\ K_{CB} \\ Yb^2/EJ \\ K_{DC} \\ K_{AB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fb^3/EJ \\ 0 \\ 50/127 \\ 0 \\ 155/381 \\ 0 \\ -200/381 \\ 0 \\ 305/762 \end{bmatrix}$$

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = 305/762Fb^3 - 155/762x^2Fb$$

$$BA \ y(x)EJ = 25/127Fb^3 + 155/381xFb^2 - 155/762x^2Fb$$

$$CB \ y(x)EJ = 50/127xFb^2 - 743/2286x^2Fb - 142/1143x^3F + 1/18x^4q$$

$$BC \ y(x)EJ = 155/381xFb^2 - 833/2286x^2Fb - 112/1143x^3F + 1/18x^4q$$

$$DC \ y(x)EJ = 25/127x^2Fb$$

$$CD \ y(x)EJ = 25/127Fb^3 - 50/127xFb^2 + 25/127x^2Fb$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$u_C = -25/127(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_C = 50/127(Fb^2/EJ)$$

$$u_B = -25/127(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_B = -155/381(Fb^2/EJ)$$

$$u_{AAB} = -305/762(Fb^3/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_{AAB} = -305/762(Fb^3/EJ)$$

$$v_A = 0$$

$$\varphi_A = 0$$

$$u_D = 0$$

$$v_D = 0$$

$$\varphi_D = 0$$

$$u_B = -25/127(Fb^3/EJ)$$

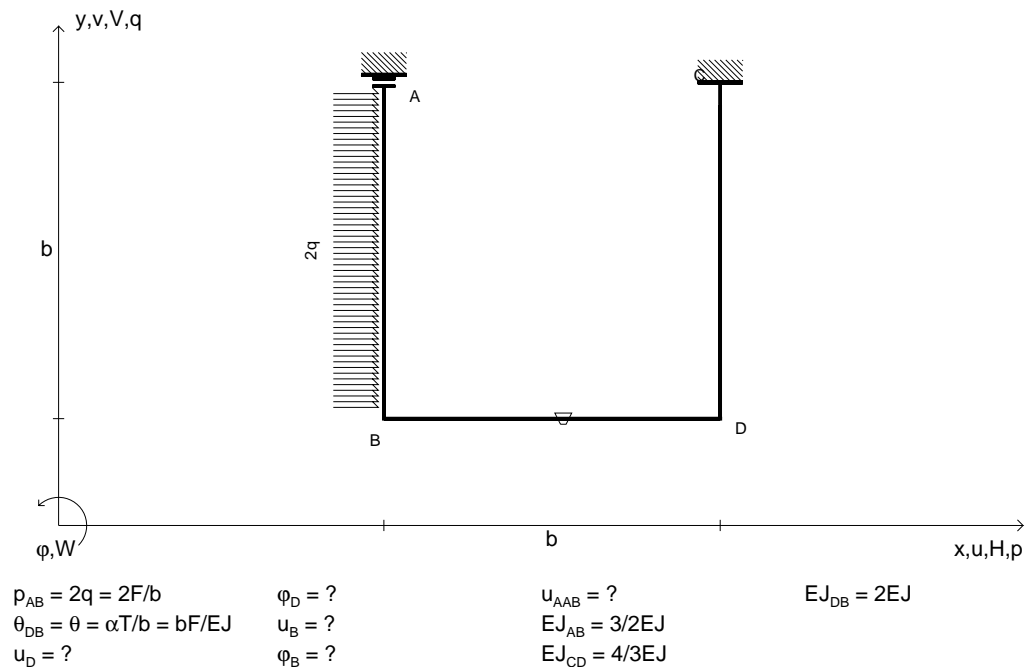
$$v_B = 0$$

$$\varphi_B = -155/381(Fb^2/EJ)$$

$$u_C = -25/127(Fb^3/EJ)$$

$$v_C = 0$$

$$\varphi_C = 50/127(Fb^2/EJ)$$



Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta DB positiva se convessa a destra con inizio D.

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo D

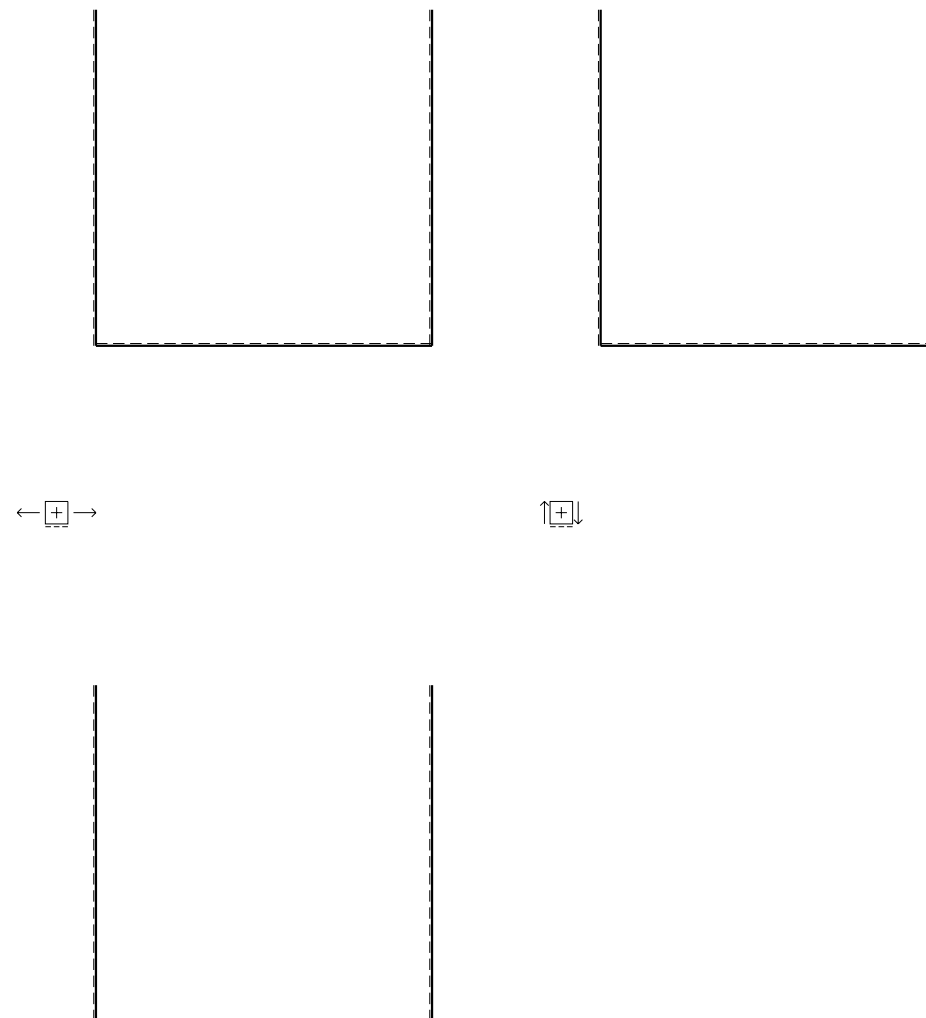
Calcolare la rotazione assoluta del nodo D

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo B

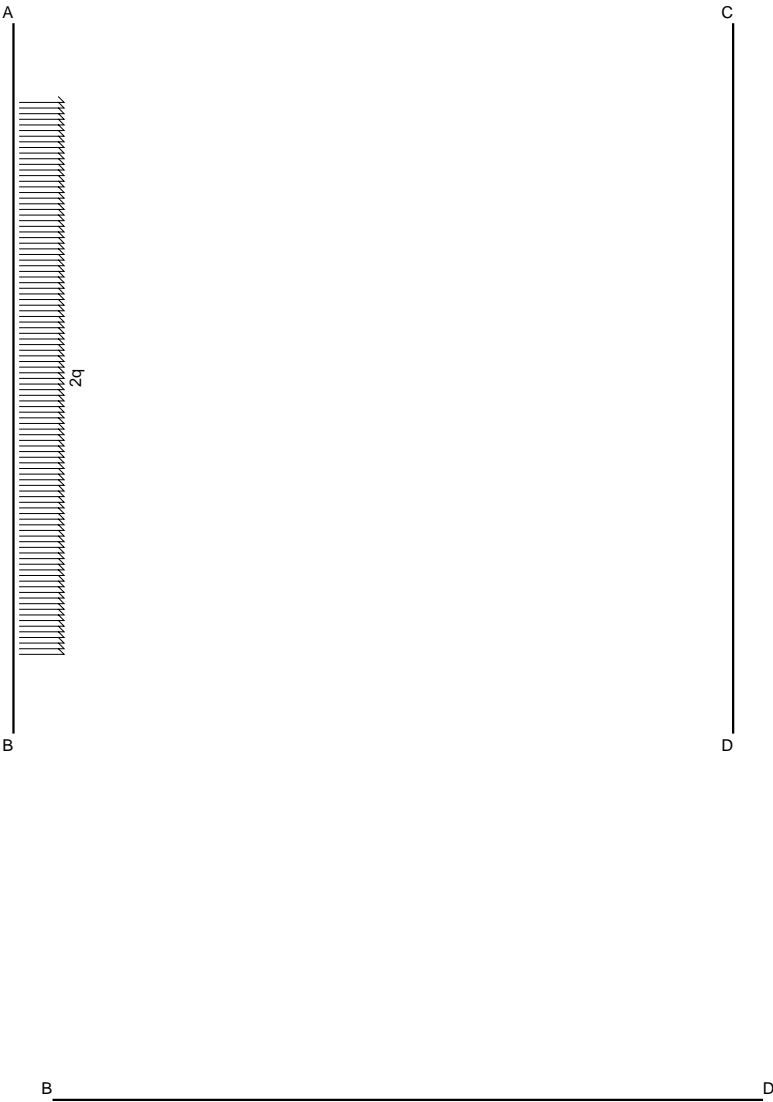
Calcolare la rotazione assoluta del nodo B

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo A su asta AB.

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

CD $y(x)EJ =$

DB $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$u_D =$

$\varphi_D =$

$u_B =$

$\varphi_B =$

$u_{AAB} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_B =$

$v_B =$

$\varphi_B =$

$u_C =$

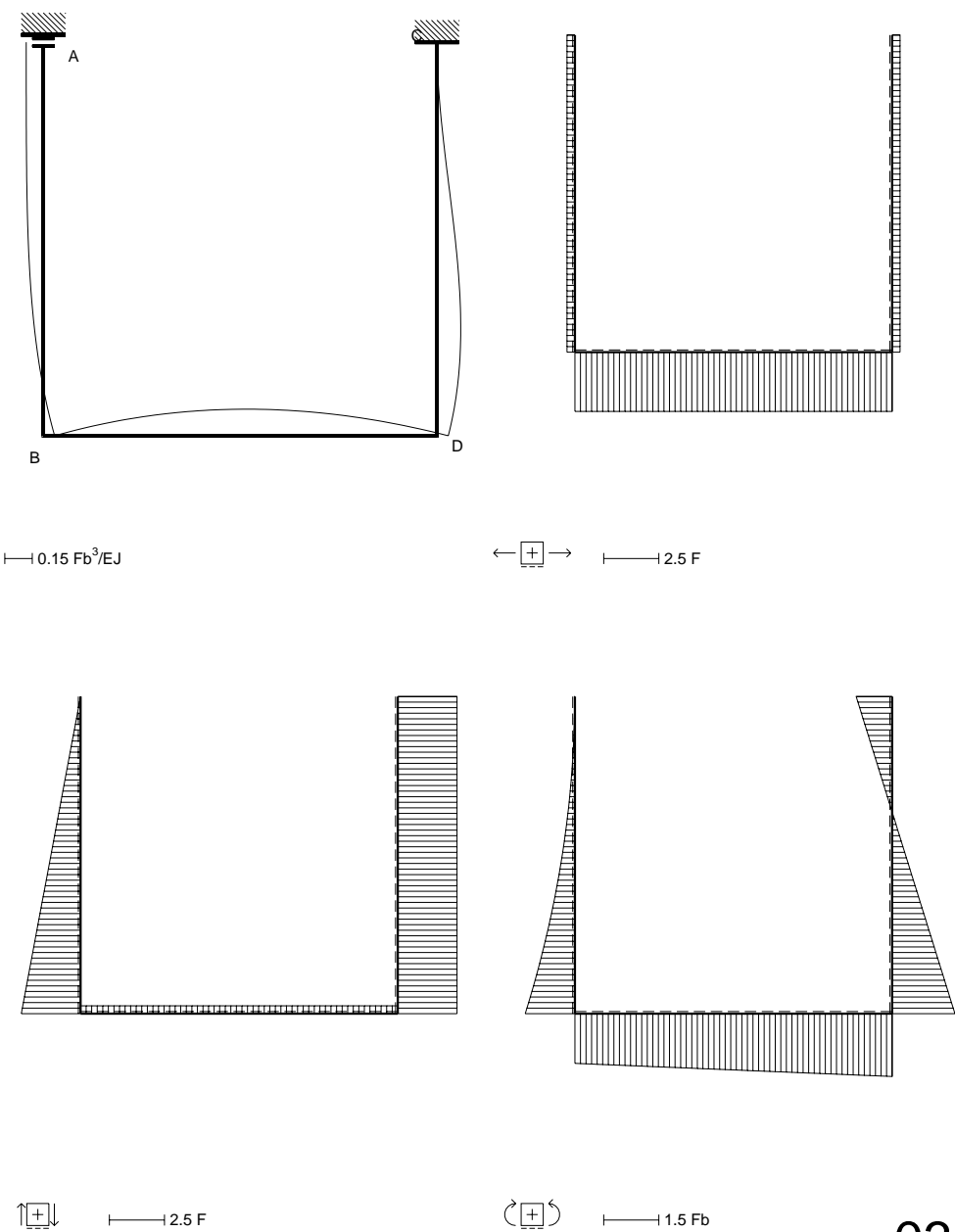
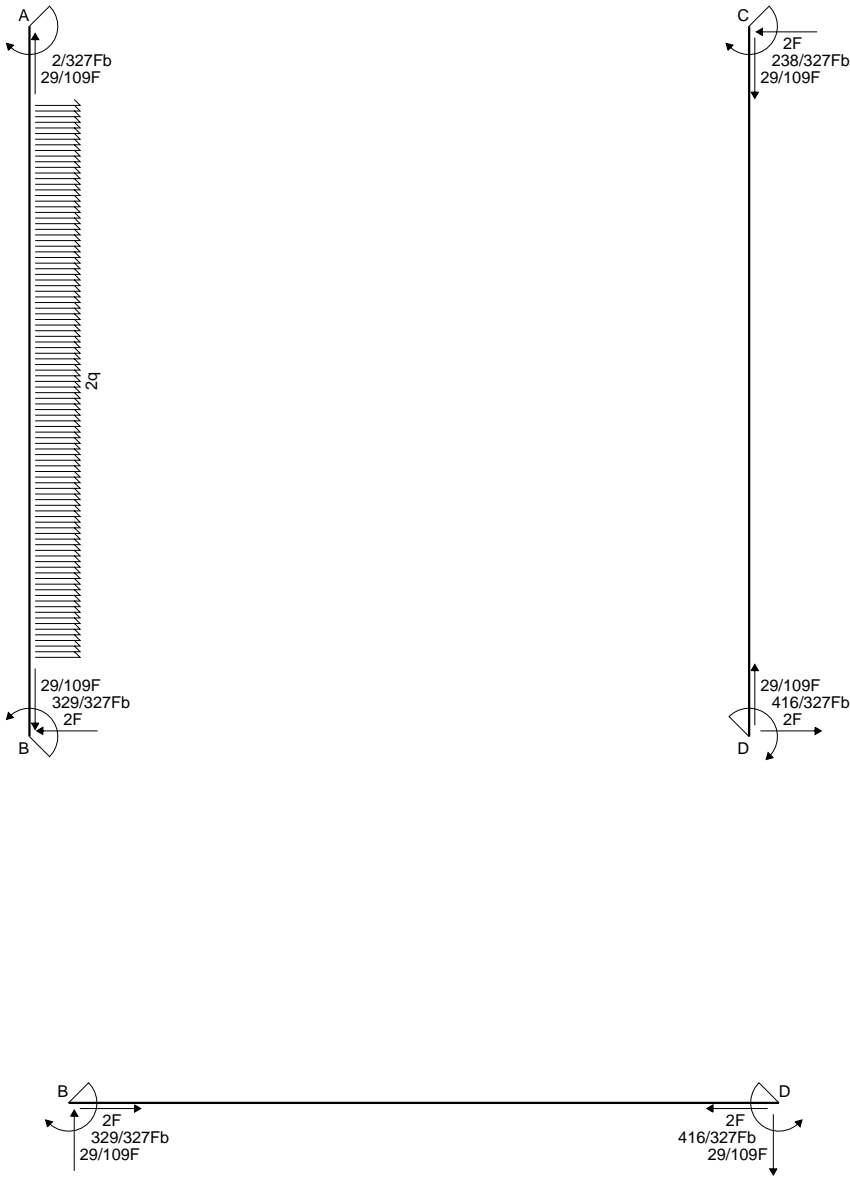
$v_C =$

$\varphi_C =$

$u_D =$

$v_D =$

$\varphi_D =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{CD} \quad Y = W_{BD}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{CD} K_{CD} φ_{DB} K_{DB}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) = 0$$

$$y'_{AB}(b) - y'_{DB}(b) = 0$$

$$y'_{CD}(0) = 0$$

$$y'_{CD}(b) - y'_{DB}(0) = 0$$

$$y_{CD}(0) = 0$$

$$y_{CD}(b) - y_{AB}(b) = 0$$

$$y_{DB}(0) = 0$$

$$y_{DB}(b) = 0$$

$$M_{AB} = -Fb + qx^2 - Y$$

$$EJy'' = -2/3Fb + 2/3qx^2 - 2/3Y$$

$$EJy' = -2/3Fbx + 2/9qx^3 - 2/3Yx + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = -1/3Fbx^2 + 1/18qx^4 - 1/3Yx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{CD} = -2Fx - X$$

$$EJy'' = -3/2Fx - 3/4X$$

$$EJy' = -3/4Fx^2 - 3/4Xx + EJ\varphi_{CD}$$

$$EJy = -1/4Fx^3 - 3/8Xx^2 + EJ\varphi_{CD}x + EJK_{CD}$$

$$M_{DB} = 2Fx - 2Fb + Xx/b - X + Yx/b$$

$$EJy'' = Fx - Fb + EJ\theta + 1/2Xx/b - 1/2X + 1/2Yx/b$$

$$EJy' = 1/2Fx^2 - Fbx + EJ\theta x + 1/4Xx^2/b - 1/2Xx + 1/4Yx^2/b + EJ\varphi_{DB}$$

$$EJy = 1/6Fx^3 - 1/2Fbx^2 + 1/2EJ\theta x^2 + 1/12Xx^3/b - 1/4Xx^2 + 1/12Yx^3/b + EJ\varphi_{DB}x + EJK_{DB}$$

Condizioni al contorno

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{CD}b & K_{CD} & \varphi_{DB}b & K_{DB} & Xb^2/EJ & Yb^2/EJ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y'_{AB} \\ y'_{BA} \\ y'_{CD} \\ y'_{DC} \\ y_{CD} \\ y_{DC} \\ y_{DB} \\ y_{BD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qb^4/EJ & \alpha Tb \end{bmatrix}$$

Soluzione

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{DB}b \\ \varphi_{CD}b \\ Xb^2/EJ \\ K_{CD} \\ K_{AB} \\ K_{DB} \\ Yb^2/EJ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fb^3/EJ \\ 0 \\ -89/436 \\ 0 \\ -238/327 \\ 0 \\ -34/981 \\ 0 \\ -329/327 \end{bmatrix}$$

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = -34/981Fb^3 + 2/981x^2Fb + 1/18x^4q$$

$$BA \ y(x)EJ = 5/218Fb^3 - 74/327x^2Fb^2 + 329/981x^2Fb - 2/9x^3F + 1/18x^4q$$

$$CD \ y(x)EJ = 119/436x^2Fb - 1/4x^3F$$

$$DC \ y(x)EJ = 5/218Fb^3 + 89/436x^2Fb^2 - 52/109x^2Fb + 1/4x^3F$$

$$DB \ y(x)EJ = -89/436x^2Fb^2 + 119/654x^2Fb + 29/1308x^3F$$

$$BD \ y(x)EJ = -74/327x^2Fb^2 + 325/1308x^2Fb - 29/1308x^3F$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$u_D = 5/218(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_D = -89/436(Fb^2/EJ)$$

$$u_B = 5/218(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_B = 74/327(Fb^2/EJ)$$

$$u_{AAB} = -34/981(Fb^3/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_{AAB} = -34/981(Fb^3/EJ) \quad u_B = 5/218(Fb^3/EJ) \quad u_C = 0$$

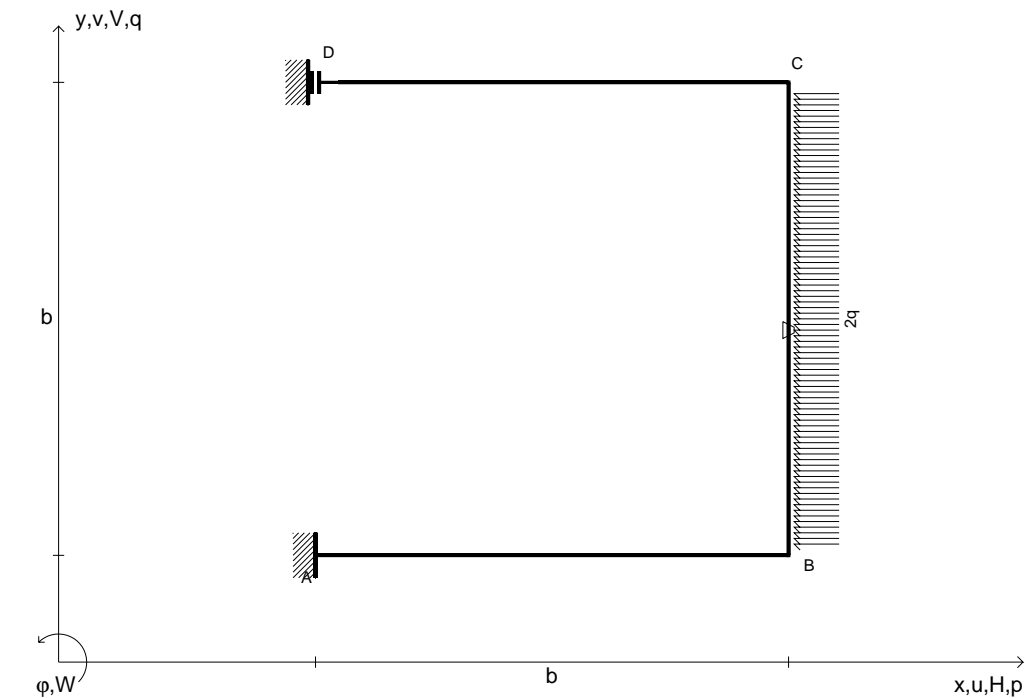
$$v_A = 0 \quad v_B = 0 \quad v_C = 0$$

$$\varphi_A = 0 \quad \varphi_B = 74/327(Fb^2/EJ) \quad \varphi_C = 0$$

$$u_D = 5/218(Fb^3/EJ)$$

$$v_D = 0$$

$$\varphi_D = -89/436(Fb^2/EJ)$$



$$p_{BC} = -2q = -2F/b$$

$$\theta_{BC} = -2\theta = -2\alpha T/b = -2bF/EJ$$

$$v_B = ?$$

$$\phi_B = ?$$

$$v_C = ?$$

$$\phi_C = ?$$

$$v_{DDC} = ?$$

$$EJ_{AB} = 4/3EJ$$

$$EJ_{BC} = 2EJ$$

$$EJ_{DC} = 3EJ$$

Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta BC positiva se convessa a destra con inizio B.

Calcolare lo spostamento verticale del nodo B

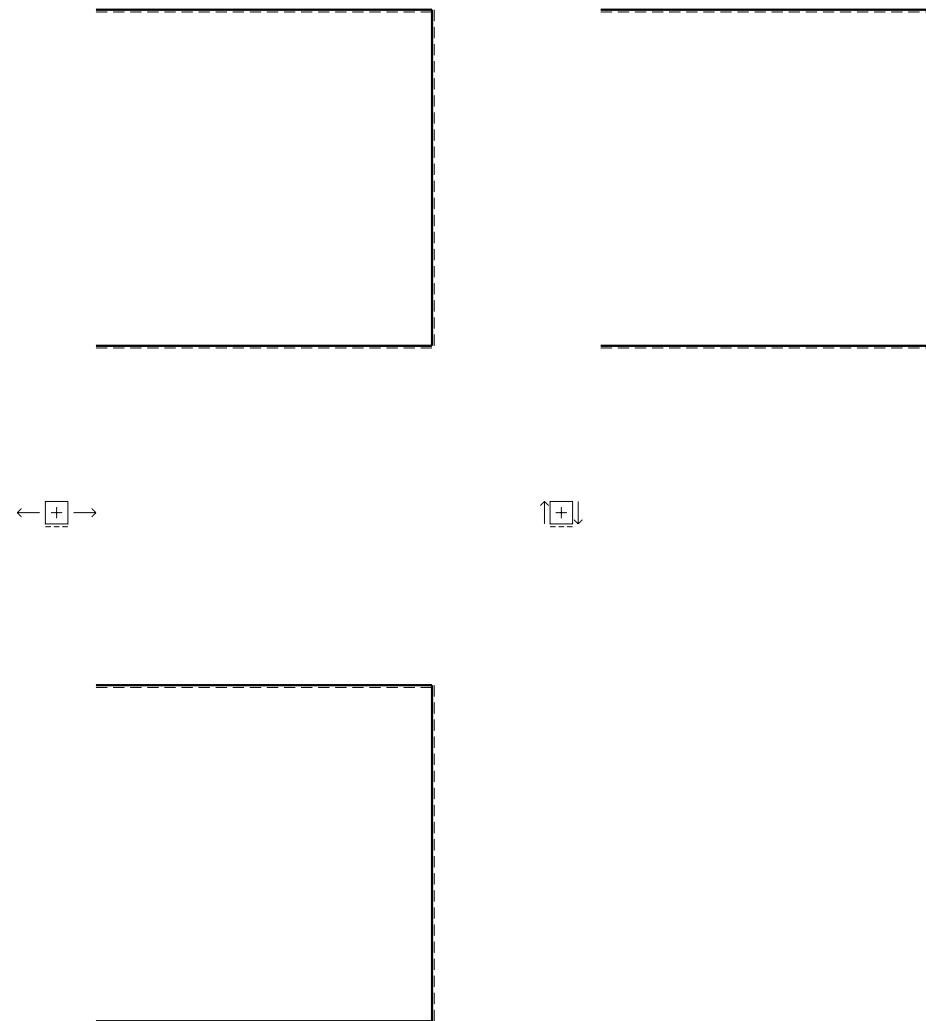
Calcolare la rotazione assoluta del nodo B

Calcolare lo spostamento verticale del nodo C

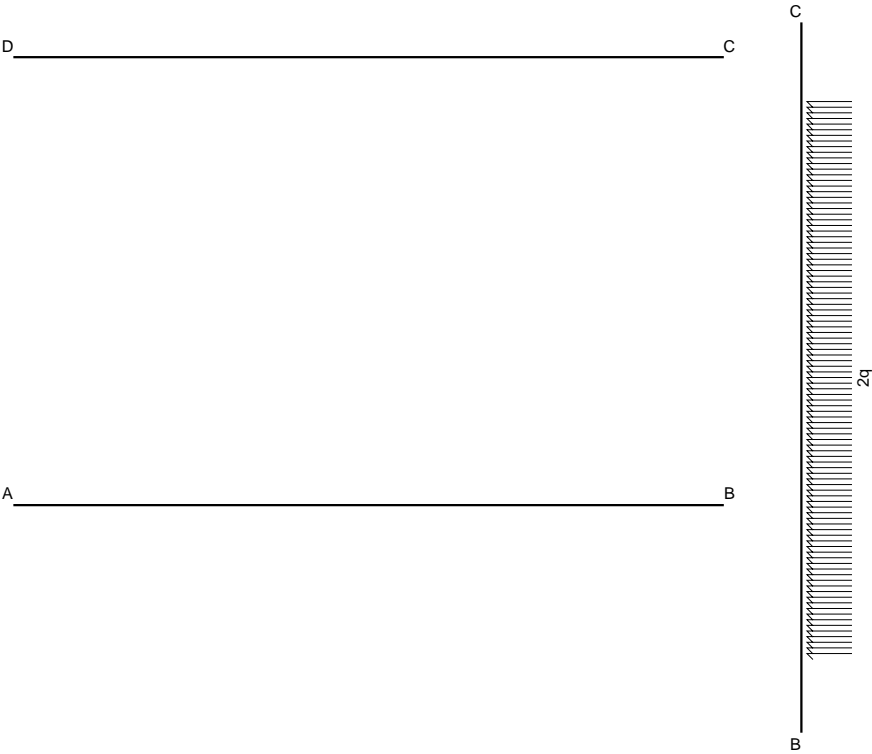
Calcolare la rotazione assoluta del nodo C

Calcolare lo spostamento verticale del nodo D su asta DC.

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

BC $y(x)EJ =$

DC $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$v_B =$

$\varphi_B =$

$v_C =$

$\varphi_C =$

$v_{DDC} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_B =$

$v_B =$

$\varphi_B =$

$u_C =$

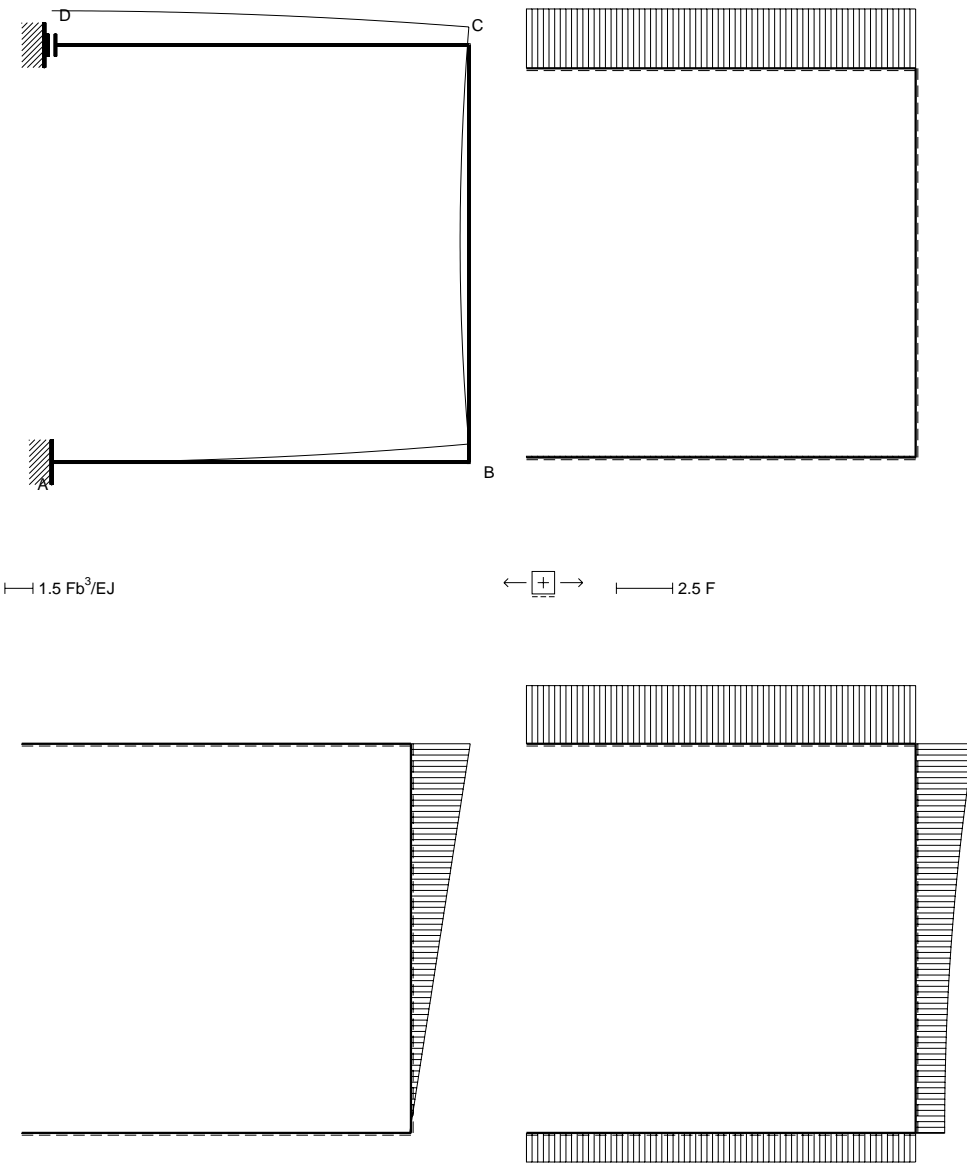
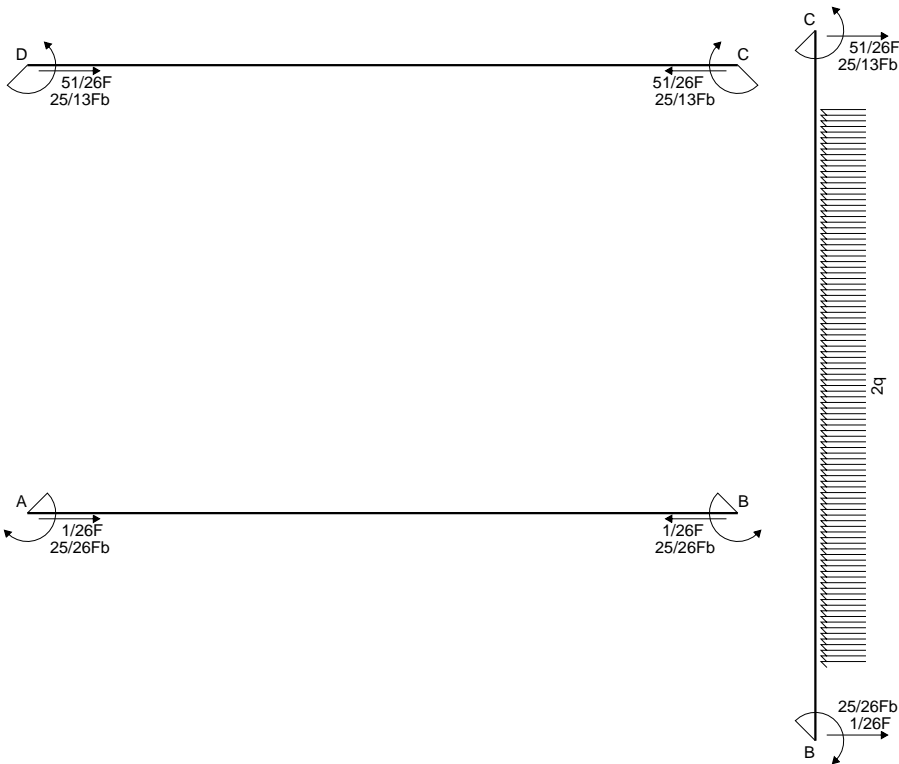
$v_C =$

$\varphi_C =$

$u_D =$

$v_{DDC} =$

$\varphi_D =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{AB} \quad Y = W_{CB}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{BC} K_{BC} φ_{DC} K_{DC}

Relazioni di congruenza

$$\begin{aligned} y'_{AB}(0) &= 0 \\ y'_{AB}(b) - y'_{BC}(0) &= 0 \\ y'_{BC}(b) - y'_{DC}(b) &= 0 \\ y'_{DC}(0) &= 0 \\ y_{AB}(0) &= 0 \\ y_{BC}(0) &= 0 \\ y_{BC}(b) &= 0 \\ y_{DC}(b) - y_{AB}(b) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{AB} &= -X \\ EJy'' &= -3/4X \\ EJy' &= -3/4Xx + EJ\varphi_{AB} \\ EJy &= -3/8Xx^2 + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{BC} &= -Fx + qx^2 + Xx/b - X + Yx/b \\ EJy'' &= -1/2Fx + 1/2qx^2 - 2EJ\theta + 1/2Xx/b - 1/2X + 1/2Yx/b \\ EJy' &= -1/4Fx^2 + 1/6qx^3 - 2EJ\theta x + 1/4Xx^2/b - 1/2Xx + 1/4Yx^2/b + EJ\varphi_{BC} \\ EJy &= -1/12Fx^3 + 1/24qx^4 - EJ\theta x^2 + 1/12Xx^3/b - 1/4Xx^2 + 1/12Yx^3/b + EJ\varphi_{BC}x + EJK_{BC} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{DC} &= -Y \\ EJy'' &= -1/3Y \\ EJy' &= -1/3Yx + EJ\varphi_{DC} \\ EJy &= -1/6Yx^2 + EJ\varphi_{DC}x + EJK_{DC} \end{aligned}$$

Condizioni al contorno

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{BC}b & K_{BC} & \varphi_{DC}b & K_{DC} & Xb^2/EJ & Yb^2/EJ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y'_{AB} \\ y'_{BA} \\ y'_{CB} \\ y'_{DC} \\ y_{AB} \\ y_{BC} \\ y_{CB} \\ y_{CD} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} qb^4/EJ & \alpha Tb \end{bmatrix}$$

Soluzione

$$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{BC}b \\ \varphi_{DC}b \\ Xb^2/EJ \\ K_{AB} \\ K_{BC} \\ Yb^2/EJ \\ K_{DC} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Fb^3/EJ \\ 0 \\ 75/104 \\ 0 \\ -25/26 \\ 0 \\ 0 \\ 25/13 \\ 425/624 \end{bmatrix}$$

DEFORMATA (coordinate locali)

$$\begin{aligned} AB \ y(x)EJ &= 75/208x^2Fb \\ BA \ y(x)EJ &= 75/208Fb^3 - 75/104xFb^2 + 75/208x^2Fb \\ BC \ y(x)EJ &= 75/104xFb^2 - 79/104x^2Fb - 1/312x^3F + 1/24x^4q \\ CB \ y(x)EJ &= 25/39xFb^2 - 27/52x^2Fb - 17/104x^3F + 1/24x^4q \\ DC \ y(x)EJ &= 425/624Fb^3 - 25/78x^2Fb \\ CD \ y(x)EJ &= 75/208Fb^3 + 25/39xFb^2 - 25/78x^2Fb \end{aligned}$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$\begin{aligned} v_B &= 75/208(Fb^3/EJ) \\ \varphi_B &= 75/104(Fb^2/EJ) \\ v_C &= 75/208(Fb^3/EJ) \\ \varphi_C &= -25/39(Fb^2/EJ) \\ v_{DDC} &= 425/624(Fb^3/EJ) \end{aligned}$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$\begin{aligned} u_A &= 0 & u_B &= 0 & u_C &= 0 & u_D &= 0 \\ v_A &= 0 & v_B &= 75/208(Fb^3/EJ) & v_C &= 75/208(Fb^3/EJ) & v_{DDC} &= 425/624(Fb^3/EJ) \\ \varphi_A &= 0 & \varphi_B &= 75/104(Fb^2/EJ) & \varphi_C &= -25/39(Fb^2/EJ) & \varphi_D &= 0 \end{aligned}$$