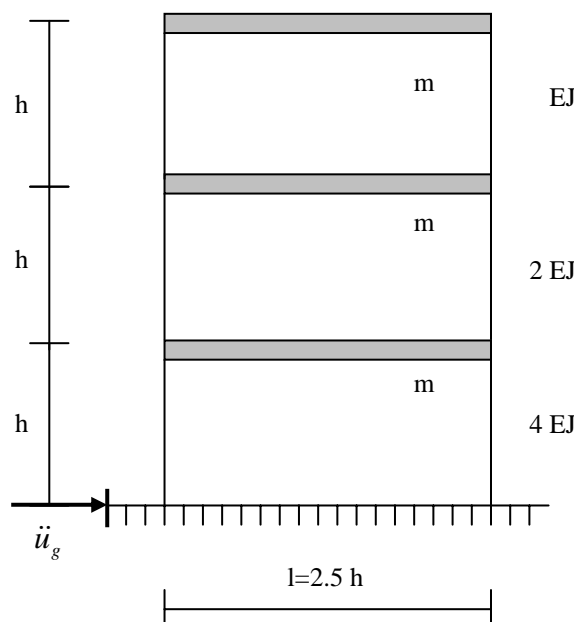


**Fondamenti di Dinamica e Instabilità delle Strutture**  
**a.a. 2006/2007**

**II ELABORATO**

Si consideri il telaio multipiano in C.A. con le caratteristiche in figura. Si ritengano gli impalcati infinitamente rigidi, di ugual massa  $m$ ; le colonne assialmente inestensibili, con rigidezza flessionale  $EJ$  variabile, prive di massa.



**Dati:**

- altezza delle colonne  $h=5$  m;
- momento d'inerzia della sezione trasversale delle colonne in sommità:  $J=0.0021 + 0.00004$  (N-C)  $m^4$  (N=numero lettera iniziale del nome, C= numero lettera iniziale del cognome);
- massa degli impalcati  $m=25000$  kg;
- modulo di elasticità:  $E=30000$  MPa.

**Richieste:**

- Determinare matrice delle masse  $\mathbf{M}$  e matrice di rigidezza  $\mathbf{K}$  della struttura.
- Determinare i modi principali di vibrare fornendo autovettori  $\phi_i$  e autovalori  $\omega_i$ . Utilizzare il metodo numerico dell'iterazione vettoriale inversa secondo un'implementazione propria e confrontare con soluzioni alternative. Rappresentare graficamente i modi principali di vibrare corrispondenti agli autovettori determinati.
- Scrivere: le matrici  $\Phi$  e  $\Omega$  degli autovettori e degli autovalori; le trasformazioni diretta  $\mathbf{q}=\Phi\mathbf{p}$  e inversa  $\mathbf{p}=\Phi^{-1}\mathbf{q}$  tra coordinate principali e lagrangiane. Verificare le relazioni:  $\mathbf{K}\Phi=\mathbf{M}\Phi\Omega^2$ ;  $\mathcal{M}=\Phi^T\mathbf{M}\Phi=\text{diag}[\mathcal{M}_i]$ ,  $\mathcal{K}=\Phi^T\mathbf{K}\Phi=\text{diag}[\mathcal{K}_i]$ ,  $\Omega^2=\mathcal{M}^{-1}\mathcal{K}=\text{diag}[\mathcal{K}_i/\mathcal{M}_i]$ .
- Determinare le oscillazioni libere del sistema con c.i.  $\mathbf{q}_0=\mathbf{u}_0$ ,  $\mathbf{r}^T=\{1\ 1\ 1\}$ ,  $u_0=1$  cm e  $\dot{\mathbf{q}}_0=\mathbf{0}$ .
- Si valuti la risposta del telaio ad un'eccitazione sismica secondo lo spettro di risposta in figura, determinando:
  - ♦ i fattori di partecipazione e le masse modali efficaci dei vari modi;
  - ♦ gli spostamenti massimi attesi degli impalcati secondo il metodo SRSS;
  - ♦ le forze equivalenti agenti secondo i vari modi e le azioni interne ad esse corrispondenti (facoltativo: rappresentare i diagrammi N,T,M, N esclusa per le travi, secondo i vari modi);
  - ♦ determinare i valori massimi attesi delle azioni interne (SRSS) nelle sezioni caratteristiche del telaio.

