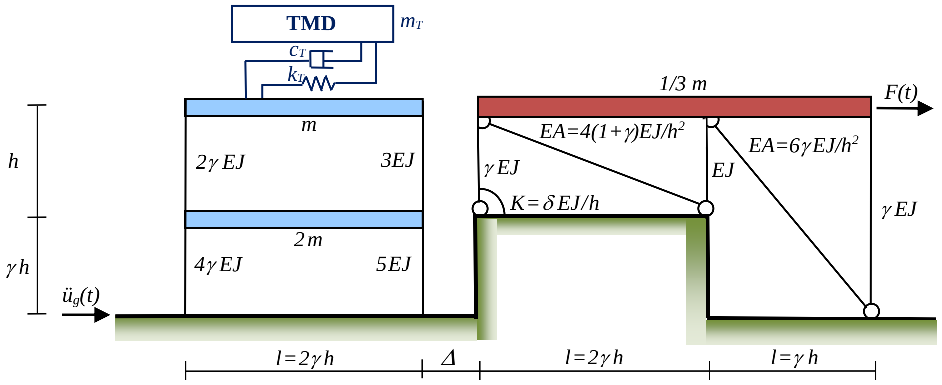
Università degli Studi di Bergamo, Scuola di Ingegneria, Dalmine
Laurea Magistrale in Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture
a.a. 2024/2025

I ELABORATO

Si considerino il telaio multipiano “shear-type”, sormontato da dispositivo Tuned Mass Damper (TMD) volto alla riduzione delle vibrazioni ed il telaio monopiano in C.A. in figura. Si ritengano le colonne assialmente inestensibili, con rigidezza flessionale indicata e prive di massa; gli impalcati infinitamente rigidi. Il TMD è caratterizzato dai seguenti parametri: massa $m_T = \mu\,(3\,m)$ (ove μ è il rapporto di massa); pulsazione propria pari a quella fondamentale del sistema (I modo) $\omega_T = f\,\omega_1$ (ove $f = 1$ è il rapporto di frequenze); fattore di smorzamento $\zeta_T = 0.5\sqrt{[\mu/(1+\mu)]}$.



Dati:

- parametri allievo:
  $\gamma=\gamma_a=1+0.01\,(N-C+M)$, $\delta=\delta_a=10+0.08\,(N-C+M)$
  (N=n. lettera iniziale del nome,
  C=n. lettera iniziale del cognome,
  M=somma delle ultime due cifre del n. di matricola);
- momento d’inerzia:
  $J=J_a=0.0005+0.00002\,(N-C+M)$ m^4;
- massa degli impalcati: m=51500 kg;
- altezza caratteristica delle colonne: h=3.2 m;
- modulo di elasticità: E=31500 MPa.

Richieste:

- Si consideri inizialmente il solo **telaio monopiano a destra** (**sistema SDOF**):
  1. Determinare e rappresentare la risposta non forzata del sistema, considerando i valori δ=0, $\delta=\delta_a$, $\delta\to\infty$, con condizioni iniziali u_0=4 cm, $\dot{u}_0$=9 cm/s, per i fattori di smorzamento ζ=0%, 4%, 8%.
  2. Assumendo $\delta=\delta_a$ e ζ=4%, determinare e rappresentare la risposta con c.i. nulle $u_0=\dot{u}_0=0$ a forzante armonica $F(t)=F\,sin(\omega t)$ di ampiezza F=36000 N e periodo T=0.2 s. Verificare se spostamento e velocità massimi a regime risultano inferiori a 6 cm e 60 cm/s. Rappresentare i diagrammi di Argand delle risposte a $F(t)=F\,e^{i\omega t}$ e delle forze.
- Si consideri quindi il **telaio multipiano a sinistra (sistema MDOF)** e si assuma inizialmente μ=0 (assenza di TMD):
  1. Si determinino: **a)** matrici di massa e rigidezza $\boldsymbol{M}$ e $\boldsymbol{K}$ della struttura; **b)** modi principali di vibrare, fornendo autovettori $\boldsymbol{\phi}_i$, pulsazioni proprie ω_i e periodi propri T_i (utilizzare il metodo numerico dell’iterazione vettoriale inversa e confrontare con soluzioni alternative; rappresentare graficamente i modi principali di vibrare corrispondenti agli autovettori determinati); **c)** matrici degli autovettori e degli autovalori $\boldsymbol{\Phi}$ e $\boldsymbol{\Omega}$ (verificare le relazioni matriciali : $\boldsymbol{K\Phi}=\boldsymbol{M\Phi\Omega}^2$, $\boldsymbol{\mathcal{M}}=\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{M\Phi}=\mathbf{diag}[\mathcal{M}_i]$, $\boldsymbol{\mathcal{K}}=\boldsymbol{\Phi}^T\boldsymbol{K\Phi}=\mathbf{diag}[\mathcal{K}_i]$, $\boldsymbol{\Omega}^2=\boldsymbol{\mathcal{M}}^{-1}\boldsymbol{\mathcal{K}}=\mathbf{diag}[\mathcal{K}_i/\mathcal{M}_i]$); **d)** trasformazioni diretta $\boldsymbol{q}=\boldsymbol{\Phi p}$ ed inversa $\boldsymbol{p}=\boldsymbol{\Phi}^{-1}\boldsymbol{q}$ tra coordinate principali $\boldsymbol{p}$ e lagrangiane $\boldsymbol{q}$.
  2. Assumendo uno smorzamento strutturale “alla Rayleigh”, $\boldsymbol{C}=\alpha\boldsymbol{M}+\beta\boldsymbol{K}$, con i parametri α, β da calibrare in modo tale che i fattori di smorzamento associati ai due modi risultino pari a ζ_1=8%, ζ_2=4%, si valuti la risposta del sistema ad un’eccitazione sismica secondo lo spettro di risposta di accelerazione relativo al terremoto de L’Aquila del 6 aprile 2009, stazione AQV (dati scaricabili dalla pagina del corso o dal sito dell’Itaca). Considerare la componente orizzontale WE del sisma (periodo proprio in s, ζ=5%). Per ottenere lo spettro di risposta associato a ζ differenti si moltiplichino le ordinate per il fattore $\eta=\sqrt{[0.10/(0.05+\zeta)]}$. In particolare, si determinino: **a)** fattori di partecipazione e masse modali efficaci; **b)** spostamenti massimi attesi degli impalcati (stima SRSS); **c)** forze equivalenti modali ed azioni interne ad esse corrispondenti (rappresentare i diagrammi N,T,M, N esclusa per le travi); **d)** valori massimi attesi delle azioni interne (SRSS) nelle sezioni caratteristiche del telaio; **e)** considerando anche la risposta sismica del telaio monopiano (per $\delta=\delta_a$ e ζ=4%), determinare il valore minimo della distanza Δ tra le due strutture tale da impedire il fenomeno del “martellamento”.
  Facoltativo: si assuma quindi μ=0.015 (presenza di TMD) e una matrice di smorzamento nella forma $\boldsymbol{\mathcal{C}}=\mathbf{diag}\{\mathcal{C}_i\}$, ove $\mathcal{C}_i=2\,\zeta_i\,\omega_i\,\mathcal{M}_i$ e $\zeta_i=(5\%+\zeta_T)/2$. Si ripercorra l’analisi ai punti **1 a)** e **b),** indagando le modifiche intercorse per il sistema strutturale in presenza di TMD e si rivaluti la risposta sismica ai punti **2 a)** e **b)**, commentando i risultati ottenuti in termini di variazione della risposta strutturale senza o con dispositivo TMD.
- ***Facoltativo***: determinare la risposta sismica del telaio monopiano all’accelerogramma sismico corrispondente (*time step:* Δt = 0.005 s), mediante integrazione diretta nel tempo col metodo di Newmark e/o tramite valutazione numerica dell’integrale di Duhamel. Confrontare e commentare gli esiti anche alla luce delle stime precedenti.