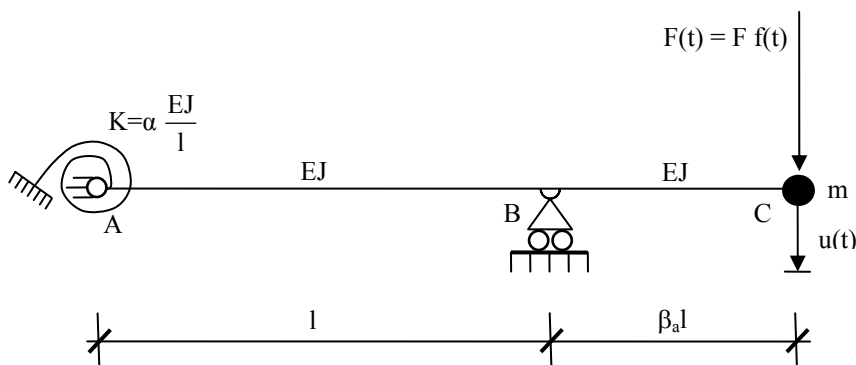


**Fondamenti di Dinamica e Instabilità delle Strutture**  
**a.a. 2008/2009**

**I ELABORATO**

Si consideri la seguente trave ABC in C.A., assialmente rigida e priva di massa. La trave ha rigidezza flessionale costante EJ. All'estremità C dello sbalzo BC, di lunghezza  $\beta_a l$ , è collocata una massa puntiforme m, soggetta a forzante F(t). All'estremo incernierato A è presente una molla elastica rotazionale di rigidezza K.



**Dati:**

- parametri allievo:  $\alpha_a = 20 + 0.01 (N-C)$  ( $N$ =numero lettera iniziale del nome,  $C$ = numero lettera iniziale del cognome)  
 $\beta_a = 0.3 + 0.004 (N+C)$ ;
- massa puntiforme:  $m = 5000$  kg;
- luce AB:  $l = 6$  m;
- sezione: rettangolare  $20 \text{ cm} \times 30 \text{ cm}$ ;
- modulo di elasticità del C.A.:  $E = 32000$  MPa;
- ampiezza della forzante:  $F = 90000$  N.

**Richieste:**

- Determinare e rappresentare la risposta non forzata del sistema al variare di  $\alpha$  con condizioni iniziali  $u_0 = 3$  cm,  $\dot{u}_0 = 1$  cm/s, per i fattori di smorzamento  $\zeta = 0, 5\%, 10\%$ . Considerare i valori  $\alpha = 0, \alpha = \alpha_a, \alpha \rightarrow \infty$ .
- Assumendo  $\alpha = \alpha_a$  e  $\zeta = 5\%$ , determinare e rappresentare la risposta del sistema con c.i. nulle  $u_0 = \dot{u}_0 = 0$  dovuta a:
  - ♦ Forzante armonica  $F(t) = F \cos \omega t$  di periodo  $T = 0.2$  s. Verificare se spostamento e velocità orizzontale max della trave a regime risultano rispettivamente inferiori a 1.5 cm e 50 cm/s. Rappresentare i diagrammi di Argand delle risposte  $z(t), \dot{z}(t), \ddot{z}(t)$  a forzante armonica  $F(t) = F e^{i\omega t}$  e delle forze in gioco, forzante  $F e^{i\omega t}$ , forza elastica  $F_e = k z$ , forza smorzante  $F_d = c \dot{z}$  ( $F_e$  e  $F_d$  positive se opposte a  $z$  e  $\dot{z}$ ), forza d'inerzia  $F_i = -m \ddot{z}$ . Indicare il valore dello sfasamento tra risposta e forzante e il modulo di tutte le forze sopra indicate.
  - ♦ Forzante periodica di periodo  $T = 0.2$  s sotto rappresentata. Determinare la risposta per integrazione diretta dell'equazione del moto mediante il metodo dell'accelerazione lineare. Collaudare inizialmente il metodo di integrazione calcolando numericamente la risposta alla forzante armonica di cui sopra e confrontandola col risultato analitico. Confrontare quindi i risultati numerici ottenuti per le due forzanti.
  - ♦ Facoltativo: determinare le due risposte forzate mediante valutazione numerica dell'integrale di Duhamel e confrontare con le soluzioni precedenti.

