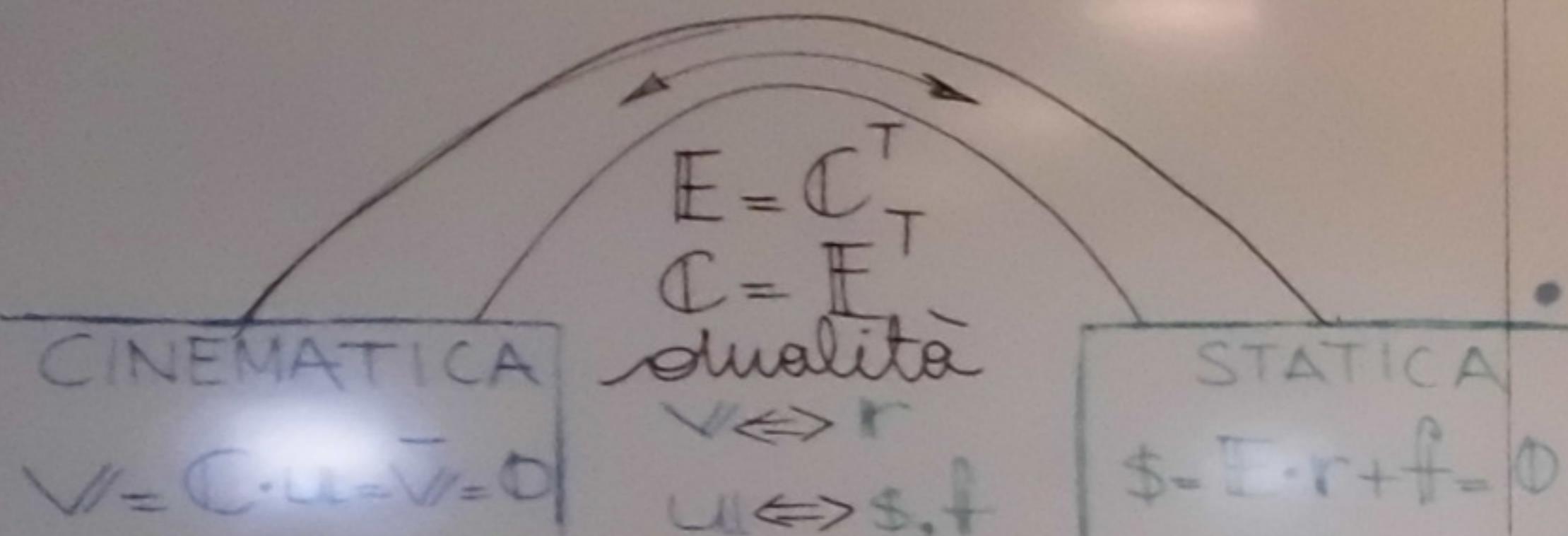


# Principio dei Lavori Virtuale (PLV)

PLV



ponte tra cinematica/statica

- Il PLV fornisce una relazione utile a mettere in comunicazione le sponde della cinematica e della statica, pur non aggiungendo nuove eq. di governanti.
- Trattasi di un assunto alquanto generale, in realtà dimostrabile (Teorema dei l.V.)  $\Rightarrow$  vedi Meccanica dei Continui

Definizioni:

- Sistema A: famiglie di quantità statiche statischamente ammissibili (cioè equilibrate).
- Sistema B: famiglia di quantità cinematiche cinematicamente ammissibili (cioè congruenti).

- In genere trattasi di sistemi "virtuali", cioè non necessariamente coincidenti col sistema strutturale reale.
- In genere, non vi è alcuna relazione di causa-effetto tra i due sistemi, l'uno statico, l'altro cinematico.
- D'altra parte, quando il comportamento meccanico del materiale non entra in gioco nella definizione della relazione tra questi due sistemi

Enunciato del PLV (CN di equilibrio di variazione)

$$\forall A, B \Rightarrow \delta_e = \delta_i \quad \text{identità dei lavori virtuali}$$

$$\delta_e = \sum_i^{AB} R_i \delta_i^A + F_i \delta_i^B + W_i \delta_i^W \quad \text{ lavoro virtuale esterno}$$

$$\delta_i = \int N \cdot dn + T \cdot dt + M \cdot d\varphi \quad \text{ lavoro virtuale interno}$$

$$\text{senza effetti} \quad \text{Str} \quad dn_1 + dn_2 \quad dt_1 + dt_2 \quad d\varphi_1 + d\varphi_2 + d\varphi_3$$

$$ds \quad ds \quad ds \quad d\varphi_1 + d\varphi_2 + d\varphi_3$$

$$d\varphi_1 = \frac{ds}{EA} \quad \text{rigido animo EA}$$

$$E \cdot \text{modulo di Young} \quad J \cdot \text{momento di inerzia}$$

$$G \cdot \text{modulo di rigidezza} \quad G \cdot E \quad G \cdot I_{xx}$$

$$J \cdot \text{momento di inerzia} \quad G \cdot E \quad G \cdot I_{yy}$$

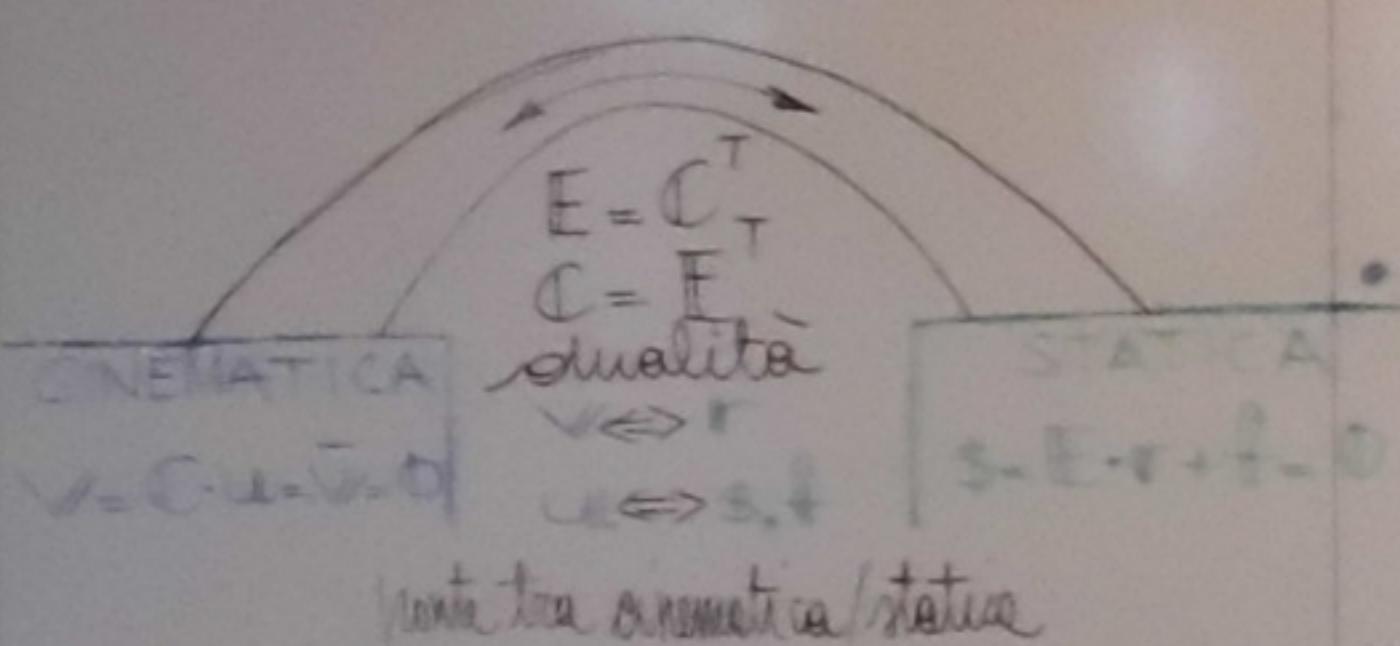
$$A \cdot \text{area delle sezioni} \quad A \cdot \text{sezione trans.} \quad A \cdot \text{sezione trans.}$$

$$G \cdot I_{yy} \quad G \cdot I_{yy}$$

$$G \cdot I_{yy} \quad G \cdot I_{yy}$$

## Principio dei Lavori Virtuali (PLV)

PLV



- Il PLV fornisce una relazione utile a mettere in comunicazione le spinte della cinematica e delle forze non aggiungendo nuove eq. ai governanti.
- Tuttavia si è un aspetto elementare generale, un'analisi dinamica (Teorema di V)  $\Rightarrow$  non necessaria da partire.

Definizione:

- Sistema A: famiglia di quantità statiche strettamente ammissibili (cioè equilibrate).

- Sistema B: famiglia di quantità cinematiche cinematicamente ammissibili (cioè congruenti).

- In genere trattan di sistemi "virtuali", cioè non necessariamente coincidenti col sistema strutturale reale
- In genere, ma vi sono alcune relazioni di esse: effetto reale del sistema, l'uno statico, l'altro cinematico

ogni elemento ha un suo spostamento meccanico del materiale

ogni spostamento ha un suo effetto tra i diversi tra spunto e punto di riferimento

Enunciato del PLV (CN di equilibrio e congruenza)  $\Rightarrow$  PSV (CS di equilibrio)

$$\forall (A, B) \Rightarrow \int_e^{AB} = \int_i^{AB} \text{ identità dei lavori virtuali}$$

$$\text{ore } \int_e^{AB} = \sum_i^{AB} R_i \frac{\partial}{\partial x_i} + F_i \frac{\partial}{\partial \theta_i} + W_i \frac{\partial}{\partial \varphi_i} \text{ lavoro virtuale esterno}$$

$$\int_i^{AB} = \int_N^{AB} dn + T \cdot dt + M \cdot d\varphi \text{ lavoro virtuale interno}$$

$$\text{Str} \quad dn_e + dn_i \quad dt_e + dt_i \quad d\varphi_e + d\varphi_i + d\varphi$$

assenza di effetti flessionali

N  $\rightarrow$   
ds

T  $\rightarrow$   
ds

M  $\rightarrow$   
ds

rigidità elastica EA

riposta rapida GA

effetto reale

effetto virtuale FE

legge di B-E-N

legge di G-M-S

legge di F-T-E

modulo di Young E

modulo di taglio G

modulo di resist. trasm. A

modulo d'elasticità delle reti trans. J

modulo d'elasticità delle reti trans. I

modulo d'elasticità delle reti trans. K

modulo d'elasticità delle reti trans. L

modulo d'elasticità delle reti trans. M

modulo d'elasticità delle reti trans. N

modulo d'elasticità delle reti trans. O

modulo d'elasticità delle reti trans. P

modulo d'elasticità delle reti trans. Q

modulo d'elasticità delle reti trans. R

modulo d'elasticità delle reti trans. S

modulo d'elasticità delle reti trans. T

modulo d'elasticità delle reti trans. U

modulo d'elasticità delle reti trans. V

modulo d'elasticità delle reti trans. W

modulo d'elasticità delle reti trans. X

modulo d'elasticità delle reti trans. Y

modulo d'elasticità delle reti trans. Z

modulo d'elasticità delle reti trans. AA

modulo d'elasticità delle reti trans. BB

modulo d'elasticità delle reti trans. CC

modulo d'elasticità delle reti trans. DD

modulo d'elasticità delle reti trans. EE

modulo d'elasticità delle reti trans. FF

modulo d'elasticità delle reti trans. GG

modulo d'elasticità delle reti trans. HH

modulo d'elasticità delle reti trans. II

modulo d'elasticità delle reti trans. JJ

modulo d'elasticità delle reti trans. KK

modulo d'elasticità delle reti trans. LL

modulo d'elasticità delle reti trans. MM

modulo d'elasticità delle reti trans. NN

modulo d'elasticità delle reti trans. OO

modulo d'elasticità delle reti trans. PP

modulo d'elasticità delle reti trans. QQ

modulo d'elasticità delle reti trans. RR

modulo d'elasticità delle reti trans. SS

modulo d'elasticità delle reti trans. TT

modulo d'elasticità delle reti trans. UU

modulo d'elasticità delle reti trans. VV

modulo d'elasticità delle reti trans. WW

modulo d'elasticità delle reti trans. XX

modulo d'elasticità delle reti trans. YY

modulo d'elasticità delle reti trans. ZZ

modulo d'elasticità delle reti trans. AA

modulo d'elasticità delle reti trans. BB

modulo d'elasticità delle reti trans. CC

modulo d'elasticità delle reti trans. DD

modulo d'elasticità delle reti trans. EE

modulo d'elasticità delle reti trans. FF

modulo d'elasticità delle reti trans. GG

modulo d'elasticità delle reti trans. HH

modulo d'elasticità delle reti trans. II

modulo d'elasticità delle reti trans. KK

modulo d'elasticità delle reti trans. LL

modulo d'elasticità delle reti trans. MM

modulo d'elasticità delle reti trans. NN

modulo d'elasticità delle reti trans. OO

modulo d'elasticità delle reti trans. PP

modulo d'elasticità delle reti trans. QQ

modulo d'elasticità delle reti trans. RR

modulo d'elasticità delle reti trans. SS

modulo d'elasticità delle reti trans. TT

modulo d'elasticità delle reti trans. UU

modulo d'elasticità delle reti trans. VV

modulo d'elasticità delle reti trans. WW

modulo d'elasticità delle reti trans. XX

modulo d'elasticità delle reti trans. YY

modulo d'elasticità delle reti trans. ZZ

modulo d'elasticità delle reti trans. AA

modulo d'elasticità delle reti trans. BB

modulo d'elasticità delle reti trans. CC

modulo d'elasticità delle reti trans. DD

modulo d'elasticità delle reti trans. EE

modulo d'elasticità delle reti trans. FF

modulo d'elasticità delle reti trans. GG

modulo d'elasticità delle reti trans. HH

modulo d'elasticità delle reti trans. II

modulo d'elasticità delle reti trans. KK

modulo d'elasticità delle reti trans. LL

modulo d'elasticità delle reti trans. MM

modulo d'elasticità delle reti trans. NN

modulo d'elasticità delle reti trans. OO

modulo d'elasticità delle reti trans. PP

modulo d'elasticità delle reti trans. QQ

modulo d'elasticità delle reti trans. RR

modulo d'elasticità delle reti trans. SS

modulo d'elasticità delle reti trans. TT

modulo d'elasticità delle reti trans. UU

modulo d'elasticità delle reti trans. VV

modulo d'elasticità delle reti trans. WW

modulo d'elasticità delle reti trans. XX

modulo d'elasticità delle reti trans. YY

modulo d'elasticità delle reti trans. ZZ

modulo d'elasticità delle reti trans. AA

modulo d'elasticità delle reti trans. BB

modulo d'elasticità delle reti trans. CC

modulo d'elasticità delle reti trans. DD

modulo d'elasticità delle reti trans. EE

modulo d'elasticità delle reti trans. FF

modulo d'elasticità delle reti trans. GG

modulo d'elasticità delle reti trans. HH

modulo d'elasticità delle reti trans. II

modulo d'elasticità delle reti trans. KK

modulo d'elasticità delle reti trans. LL

modulo d'elasticità delle reti trans. MM

modulo d'elasticità delle reti trans. NN

modulo d'elasticità delle reti trans. OO

modulo d'elasticità delle reti trans. PP

modulo d'elasticità delle reti trans. QQ

modulo d'elasticità delle reti trans. RR

modulo d'elasticità delle reti trans. SS

modulo d'elasticità delle reti trans. TT

modulo d'elasticità delle reti trans. UU

modulo d'elasticità delle reti trans. VV

modulo d'elasticità delle reti trans. WW

modulo d'elasticità delle reti trans. XX

modulo d'elasticità delle reti trans. YY

modulo d'elasticità delle reti trans. ZZ

modulo d'elasticità delle reti trans. AA

modulo d'elasticità delle reti trans. BB

modulo d'elasticità delle reti trans. CC

modulo d'elasticità delle reti trans. DD

modulo d'elasticità delle reti trans. EE

modulo d'elasticità delle reti trans. FF

modulo d'elasticità delle reti trans. GG

modulo d'elasticità delle reti trans. HH

modulo d'elasticità delle reti trans. II

modulo d'elasticità delle reti trans. KK

modulo d'elasticità delle reti trans. LL

modulo d'elasticità delle reti trans. MM

modulo d'elasticità delle reti trans. NN

## 2 PFV (CS di congruenza)

$$\left. \begin{array}{c} A \\ AB \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{c} B \\ AB \end{array} \right\}$$

$L_e = L_i$

Calcolo di RV e AI

mi sistemi articolati  
di corpi rigidi ( $L_e = 0$ )

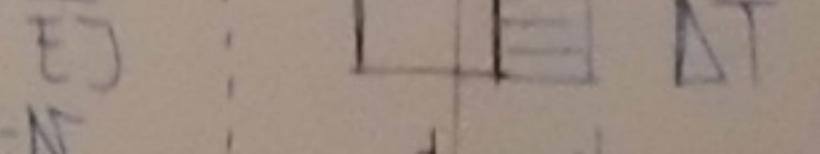
$$L_e = 0$$

$$C \cdot r + f = 0$$

$$L_e = R \cdot v + f \cdot u = 0$$

$$(R \cdot C + f) \cdot u = 0 \quad \forall u$$

effetti anelastici di origine termica (coazioni)



$$\Delta s \rightarrow$$

$$\Delta n_t = E_t \Delta s$$

$$\Delta f_t = X_t \Delta s$$

$$= 2 \Delta T \Delta s$$

$$d \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{h} ds$$

$$d \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{h} ds$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

Enunciato del PEV (CN di equilibrio e di congruenza)  $\Rightarrow$  PSV (CS di congruenza)

$$\forall (A, B) \Rightarrow L_e = L_i \quad \text{identità dei lavori virtuali}$$

$$\text{on } L_e = \sum_{i=1}^{AB} R_i^A S_i^B + F_i^A S_i^B + W_i^A P_i^B \quad \text{lavoro virtuale esterno}$$

$$L_i = \int_{AB} N \cdot dn + T \cdot dt + M \cdot d\varphi \quad \text{lavoro virtuale interno}$$

$$\text{area di effetti} \quad dn_e + dn_t \quad dt_e + dt_t \quad d\varphi_e + d\varphi_t + d\varphi$$

$$\text{struttura} \quad N \quad T \quad M$$

$$\text{elemente} \quad M \quad h$$

$$X_e = \frac{d\varphi_e}{ds} = \frac{M}{EJ}$$

$$\text{legge di B-E-N}$$

$$d\varphi_e = M ds \Rightarrow LE$$

$$ds \rightarrow$$

$$dn_t = E_t ds$$

$$d\varphi_t = X_t ds$$

$$= 2 \Delta T ds$$

$$d \frac{\Delta T_1 + \Delta T_2}{h} ds$$

$$d \frac{\Delta T_1 - \Delta T_2}{h} ds$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

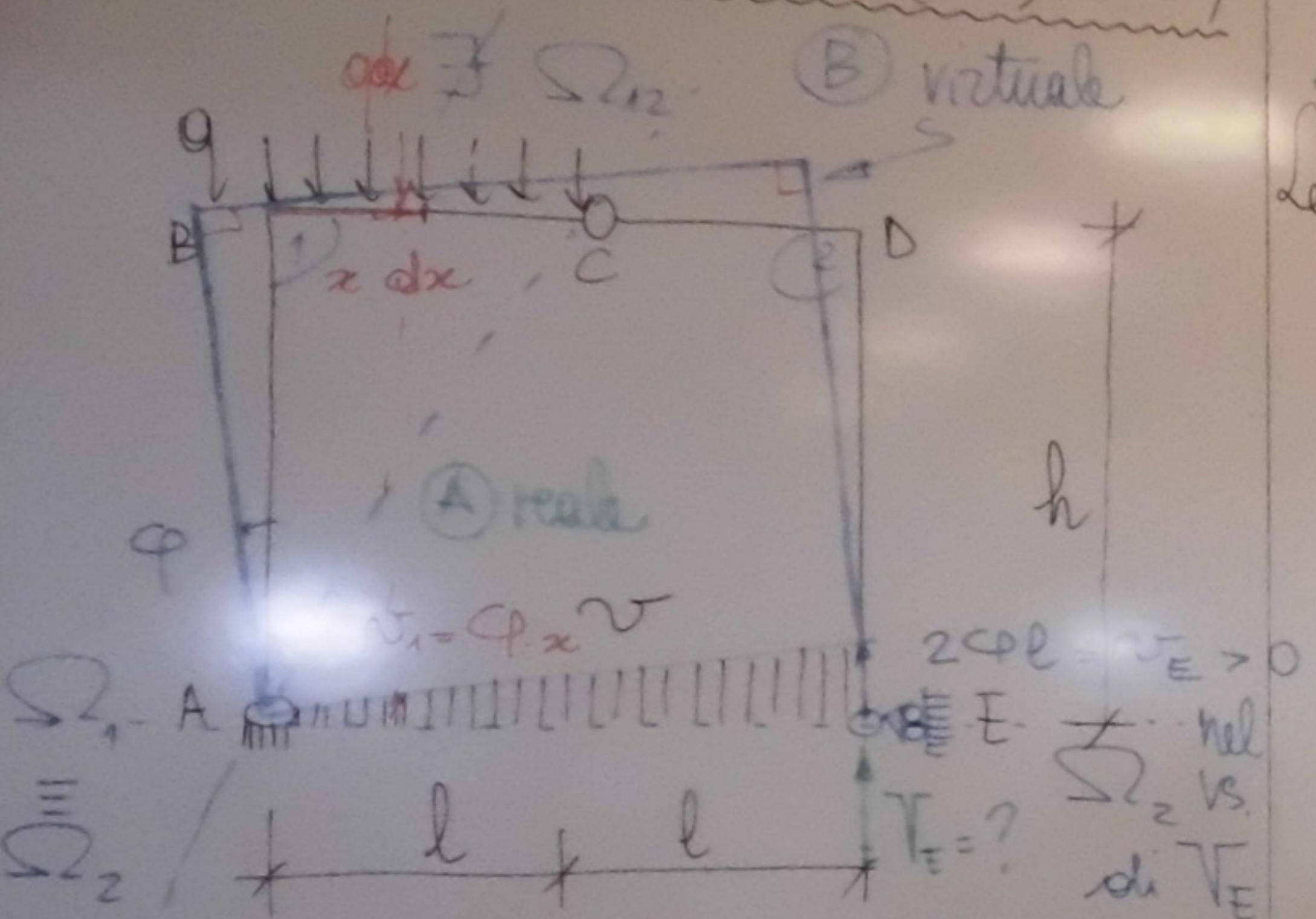
$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

$$= \frac{2 \Delta T ds \times \Delta T_1 - \Delta T_2}{h}$$

## Calcolo di RV e AI col PLV (PSV, $\Delta_e = 0$ )



- contesti ingegneristici reali
- verifica midip. delle RV
- scrittura di una sola eq. w in un'unica incognita

## Calcolo di RV

$$\Delta_e = V_E \cdot 2ql - \int_0^l (q dx) \varphi_x = 0$$

$$q \varphi \frac{l^2}{2} = (ql) \cdot \left(\varphi \frac{l}{2}\right)$$

risultato  
di applic.

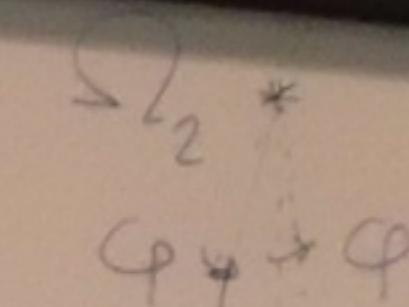
## VCP

$$V_E \cdot 2ql - ql \varphi \frac{l}{2} = 0$$

$$(2V_E - ql) \varphi = 0$$

$$V_E = \frac{ql}{4}$$

$$\sum M_A^{(1+2)} = 0 \Rightarrow V_E = \frac{ql}{4}$$

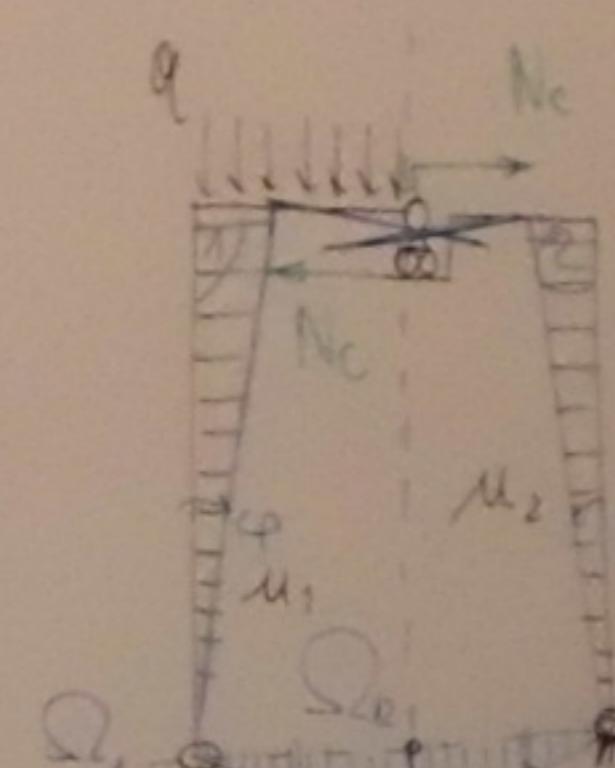


$$\Delta_e = H_E \cdot 2ql + ql \varphi \frac{l}{2} = 0 \quad /2\Delta_e$$

$$H_E = -\frac{ql^2}{4h}$$

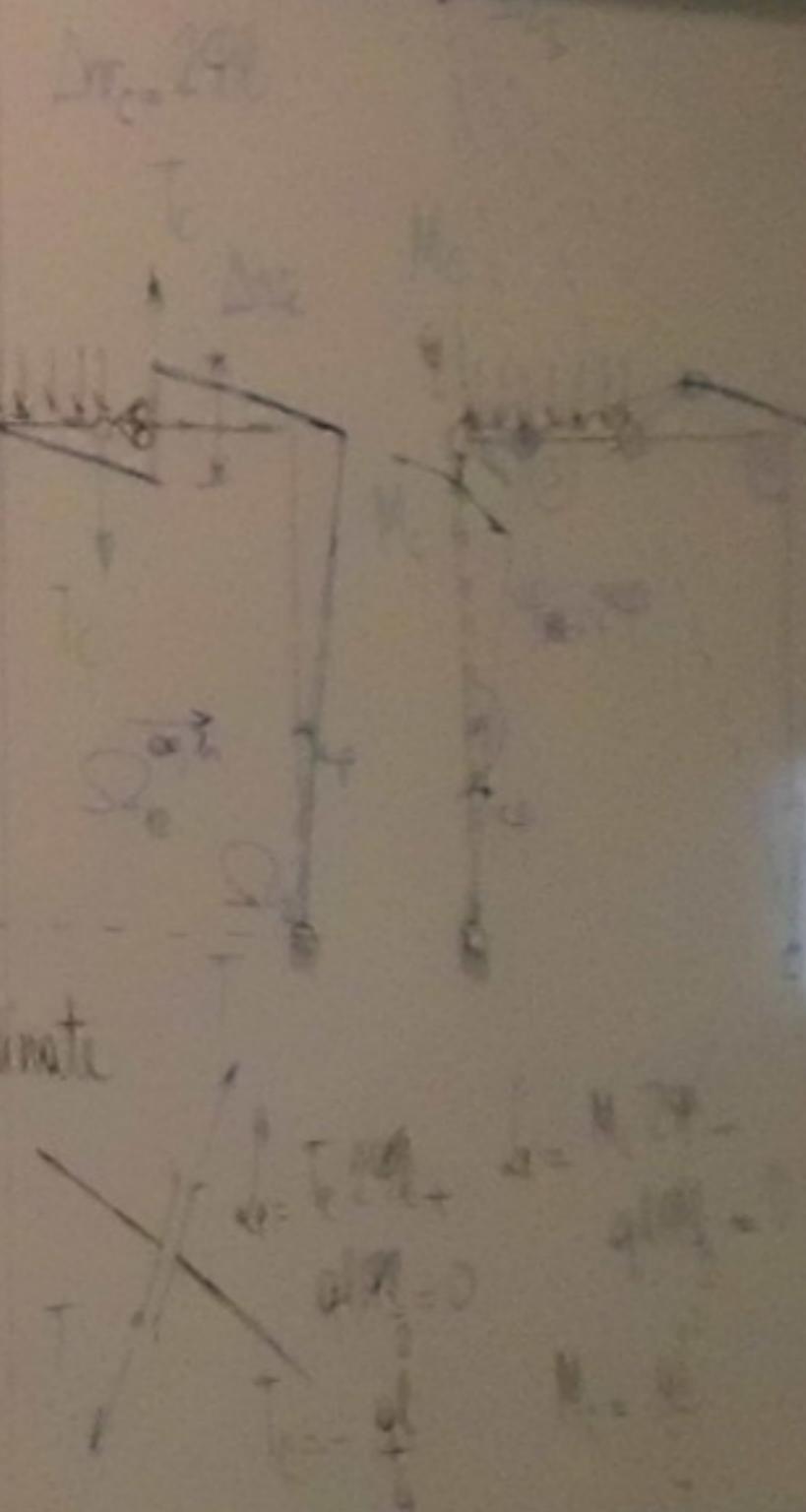
## Calcolo di AI

$$\Delta_{AI} = 2qlh$$

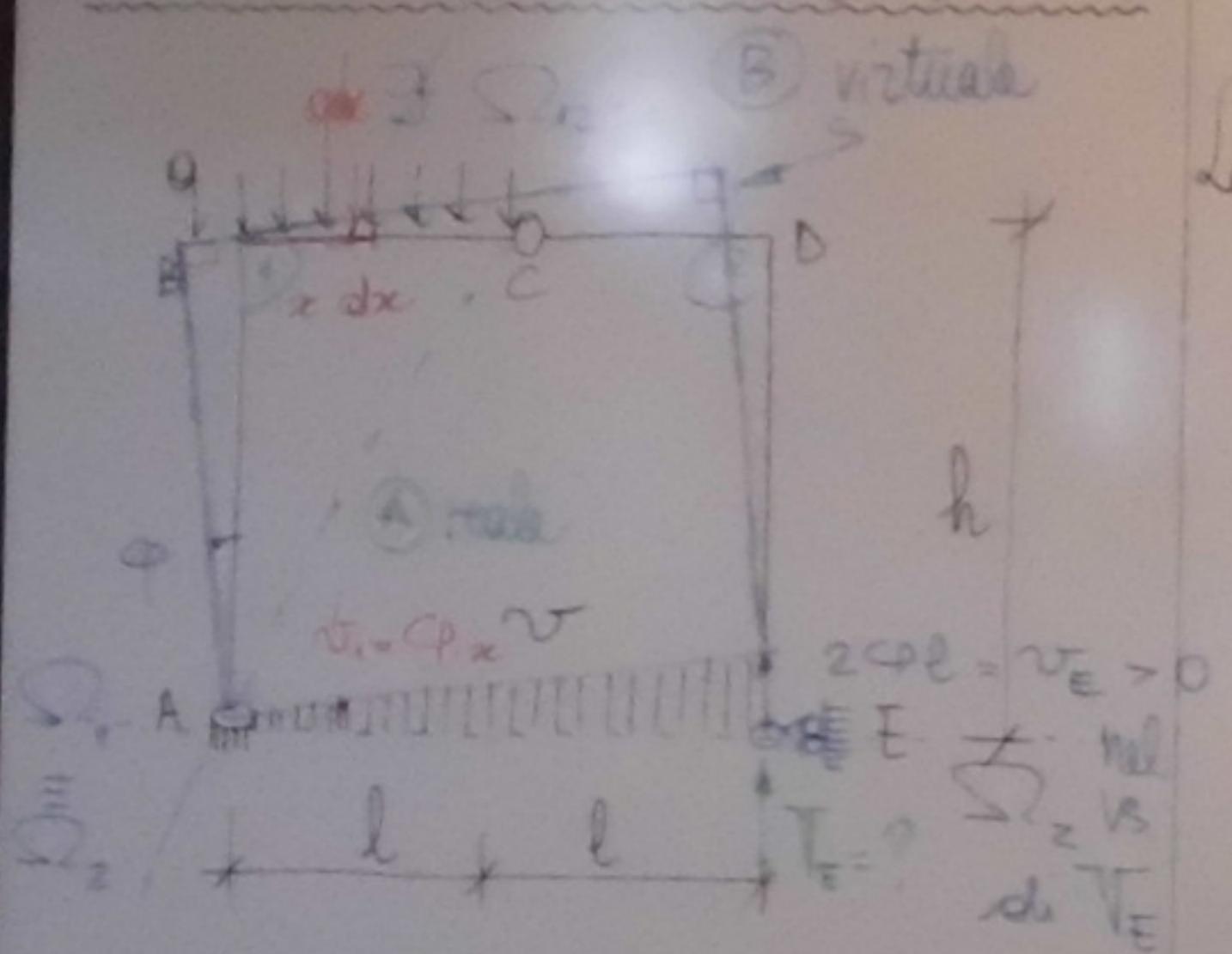


$$\Delta_{AI} = N_E \cdot 2ql + ql \varphi \frac{l}{2} = 0$$

$$N_E = -\frac{ql^2}{4h}$$



Calcolo di RV e AI col PLV/PSV,  $\Delta e = 0$



- controlli ingegneristici reali
- verifica analitica RV
- sostituzione di una soluzione iniziale non accettata

$$\text{Calcolo di RV}$$

$$\Delta e = V_E - 2qfl - \int(qdx)\varphi_x = 0$$

$$q\varphi \frac{l^2}{2} = (ql) \cdot (\varphi \frac{l}{2})$$

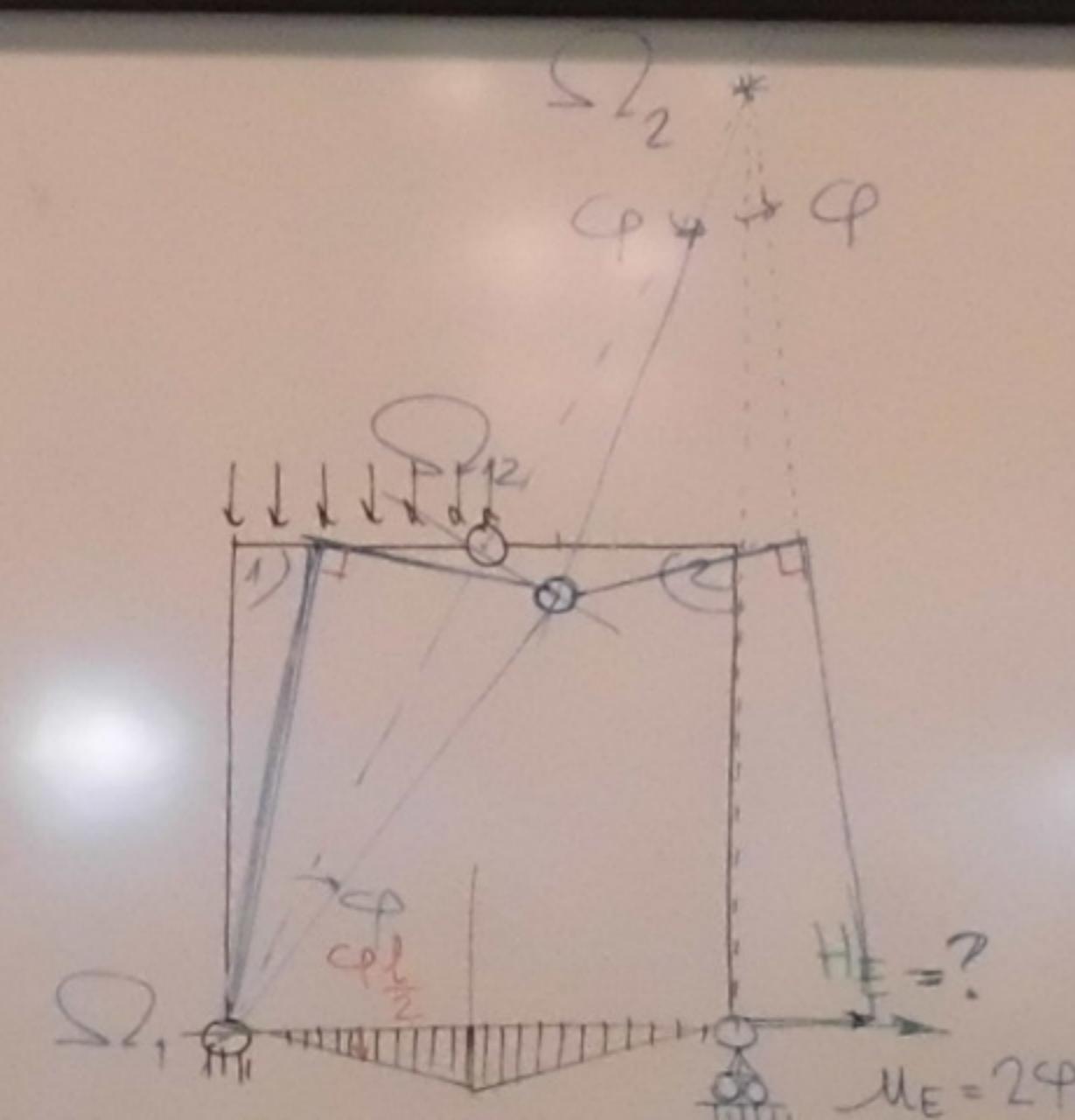
VCP

$$V_E - 2qfl - ql \varphi \frac{l}{2} = 0$$

$$(2V_E - ql^2) \varphi = 0$$

$$V_E = \frac{ql}{4}$$

$$\sum M_{A+2} = 0 \Rightarrow V_E = \frac{ql}{4}$$

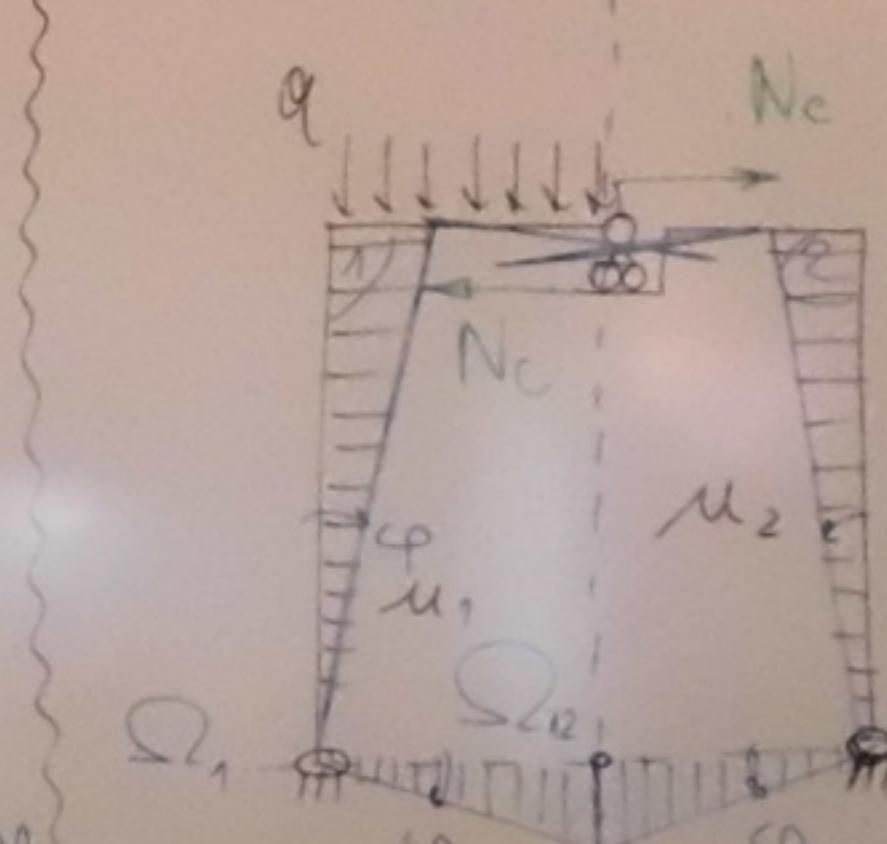


$$\Delta e = H_E 2\varphi h + ql \varphi \frac{l}{2} = 0 \quad \nabla \Omega_2$$

$$H_E = -\frac{ql^2}{4h}$$

Calcolo di AI

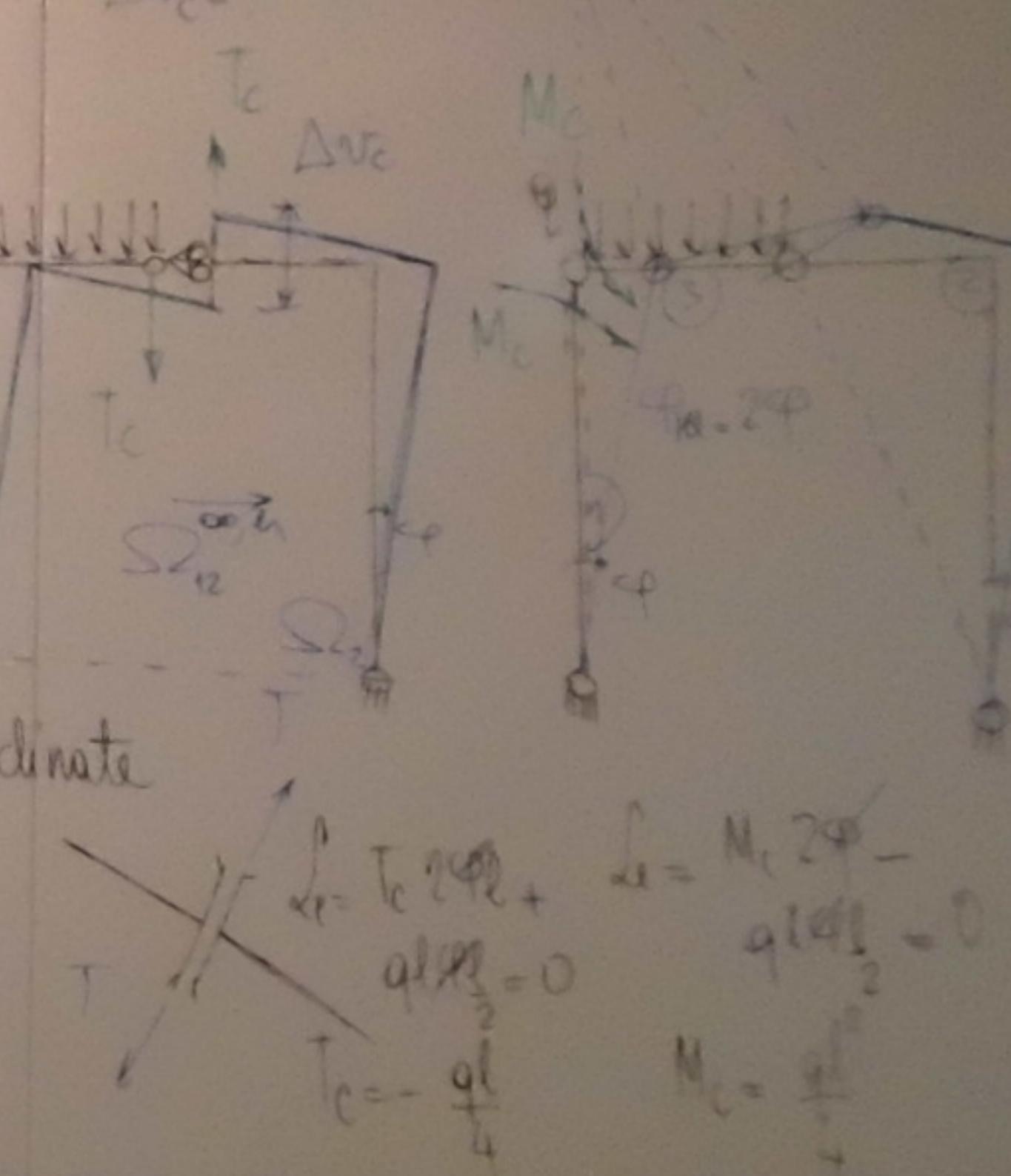
$$\Delta h_c = 2\varphi h$$

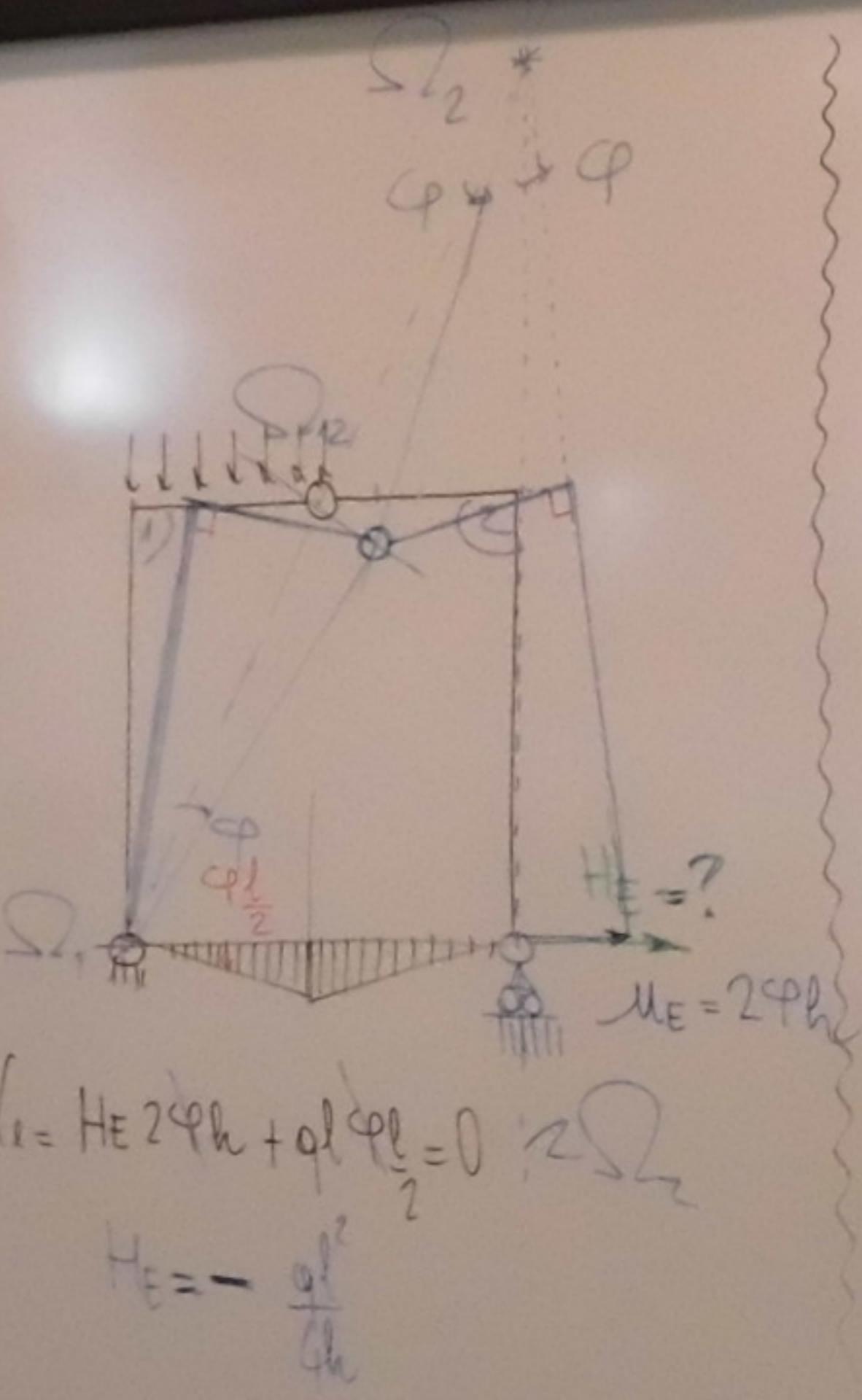


$$\Delta e = N_c 2h\varphi + ql \varphi \frac{l}{2} = 0$$

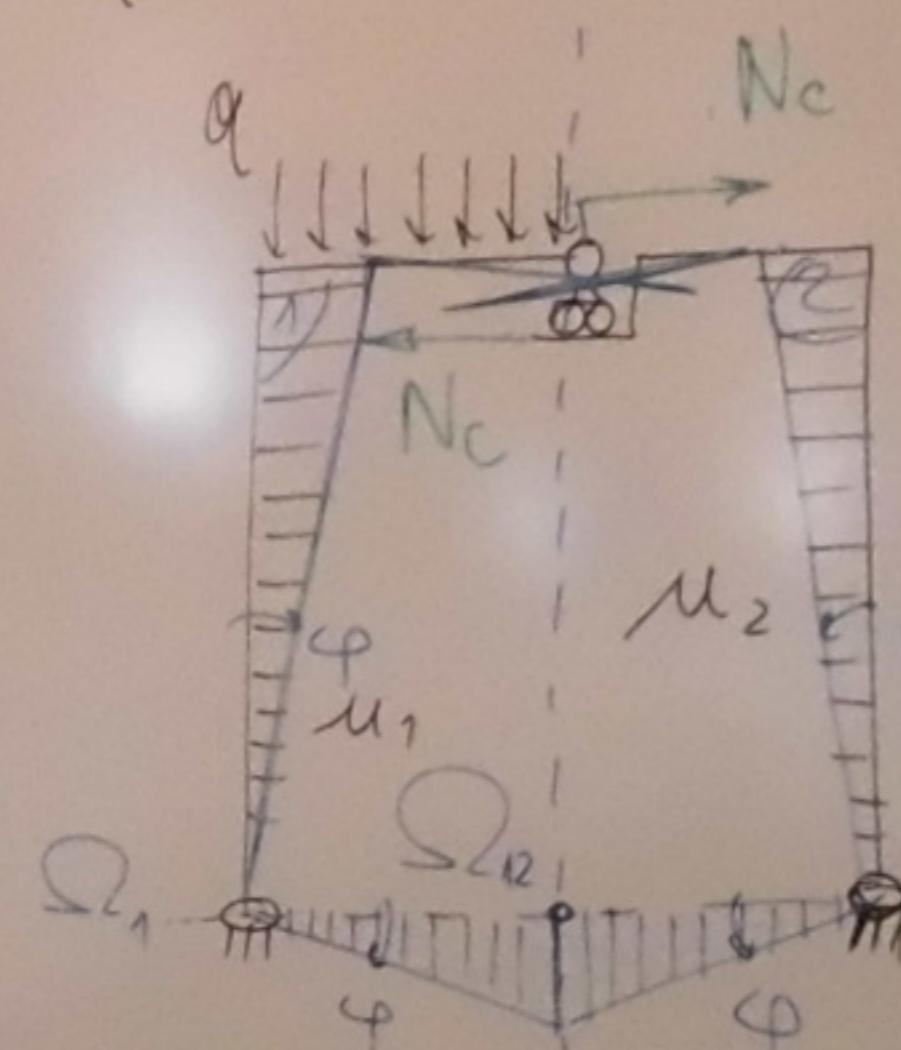
$$N_c = -\frac{ql^2}{4h}$$

$$\Delta h_c = 2\varphi l$$





Calcolo di  $\Delta h_c = 24h$

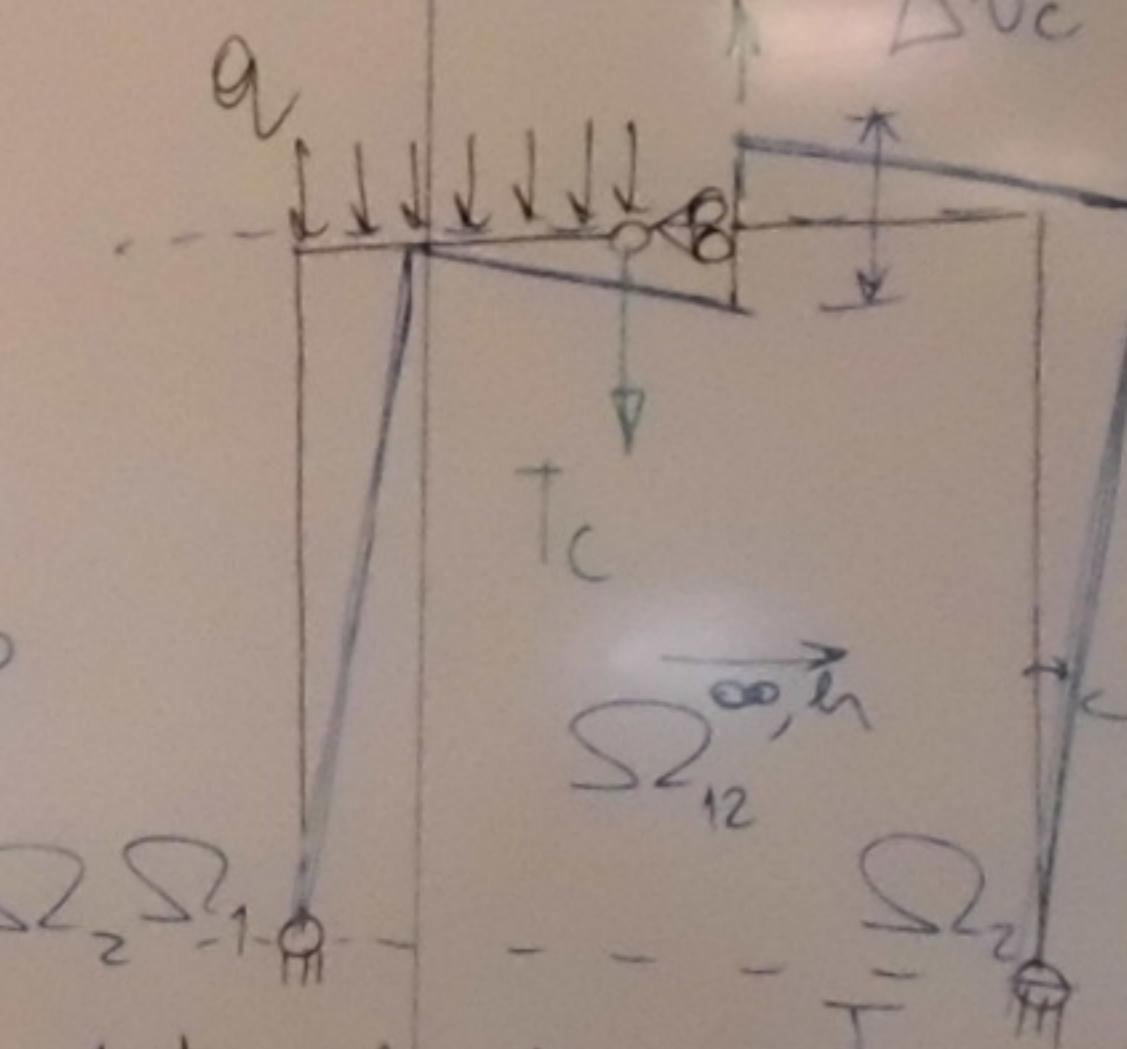


$$d_1 = N_c 2 h \varphi + q l \varphi \frac{l}{2} = 0$$

$$N_c = - \frac{q l^2}{4 h}$$

## Aste medicinata

$$Dr_C = 2\varphi l$$



$$T = T_C \frac{2\phi l}{l} + M_C \frac{2\phi}{l} -$$

$$q l \frac{\phi l}{2} = 0$$

$$q l \frac{l}{2} = 0$$

$$T_C = -\frac{q l}{4}$$

$$M_C = \frac{q l^2}{4}$$