

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC ; 6 CFU)

A.A. 2021/2022

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@unibg.it

SOMMARI DELLE LEZIONI-II

SOMMARIO (Lec. 16)

- Dalle Dinamica all'Instabilità delle strutture \Rightarrow criterio dinamico di stabilità secondo LIAPUNOV.
- Carico critico: valore caratteristico che segnala le perdite di stabilità del sistema (piccole perturbazioni non restano più confinate a risposta limitata).
- Transizione dinamica (verso il collasso).

Instabilità delle Strutture

- Approssimazione statica: scrittura dell'equilibrio nelle configurazioni deformate (perdite di unicità della soluzione).
- Non-linearità geometrica carico/spostamento.
- Carico critico: p.t.o di biforcazione nelle mappe dei percorsi di equilibrio.
- Analisi per spostamenti "geometricamente fricvoli" (e.h stesso P_{cr}).

Next step: Approssimazione energetico per indagare la natura (stabile/instabile) delle configurazioni di equilibrio.

SOMMARIO (Lec. 17)

- Approssimazione energetica ai problemi di instabilità delle strutture \Rightarrow EPT(V).
- Th. di Dirichlet (CS di stabilità \Rightarrow EPT min. rel.).
mentre CN di equil. \Rightarrow EPT stazionario.
- Teoria del 2° ordine $\Rightarrow V \simeq V_2$:
 - Eq. di equil., di stazionarietà, linearizzate.
 - Segno variazione seconda ($\alpha > 0 \Rightarrow$ stabile).
- Esempio SDOF:
 - Scrittura dell'EPT.
 - Equil. per condizioni di stazionarietà.
 - Analisi di stabilità per studio segno variaz. 2°. funzione

shost. "grandi"
"glom."

non-lineari

funzione

shost. "piccoli"
"glom."

lineari

rest.

Next step: Cenno all'instabilità di sistemi reali (con imperfezioni)
 \Rightarrow transizione continua, senza p.t.o di biforcazione.

SOMMARIO (Lec. 18)

- Instabilità di sistemi reali (con imperfezioni) [vs. sistemi ideali: più i di imp.]
 - transitione continua $\xrightarrow{?}$ vs. ramo bifurcati $\xrightarrow{?}$ bifurcazione per $P = P_{cr.}$ del sistema ideale.
- Approccio statico per spost. "geom. grandi" e mappe dei percorsi di equilibrio.
 - validità delle stime di $P_{cr.}$
- " " " " " piccoli" \Rightarrow stabilità asintotica per $P_{cr.}$
 - P_{cr} trovato: trend asintotico di sist. reale resta di r. signif. ingegnerist.
- Approccio energetico, per spost. di entità come sopra (grandi/piccoli).
 - Individua, oltre alle stesse conf. in di equilibrio, le nature $\sqrt{\nu_1}$ $\sqrt{\nu_2}$ stabile o non stabile di esse (stabile per il ramo primario deviato dalla parte dell'imperfezione).

Next step: pb. euleriani di stabilità - Quadro generale ed esempi discreti MDOF.

SOMMARIO (Lec. 19)

- Pb. euleriani di stabilità secondo teoria del 2° ordine, sistemi discreti MDOF.
- Condizione di perdita di stabilità ($\frac{1}{2} \delta^2 \nabla = 0$) \Rightarrow carichi critici.
- Matrice di rigidezza elastica e geometrica: $K = K_E - p K_G$ (lin. int. p, cost. in q).
- Rapporto di Rayleigh e pb. agli autosalori generalizzati \leftrightarrow analogie con Dinamica.
- Esempio 3-DOF:
 - Scrittura dell'EPT (per spost. "geometricamente grandi").
 - Volutazione derivate prime e seconde.
 - Scrittura dell'EPT al 1° ord. ("... piccoli") $\sim q_i^2$.
 - Conseguenti volut. derivate prime ($\sim q_i^1$ lin.) e seconde ($\sim q_i^0 = 1$ cost.).
 - Calcolo dei carichi critici che condit. di singolarità di K (det K=0).

Next step: Deformate critiche; appross. statico (equil. nelle conf. ne deformate).
Sistemi continui (resta di Euler).

SOMMARIO (Lec. 20)

- Deformate critiche esempio 3DOF ("modi di instabilità").
- Approssimazione statica: scrittura dirette delle eq. di equilibrio nella configurazione deformata.
 - non-lineari per spost. finiti.
 - lineari per spost. geometricamente piccoli ($\sin \theta_i \approx v_i$).
 - Eq. di risultato comb. lineare di quelle dei stat. di EPT₂, con matrice di rigidezze \bar{K} con stesse proprietà algebriche.
- Sistemi continui (deformabilità elastica distribuita).
- Asta di Euler (con approssimazione statica) [eq. ne LT nelle conf. deforme].
- Cari chi critici, deformate critiche, lunghezza di libera inflessione.

Next step: Generalizzazione ad altre condizioni di vincolo, se non si telo, formule di Newmark, verifica di stabilità.

SOMMARIO (Lec. 21)

- Aste incastrate e generalizzazione ad altre condizioni di vincolo.
- Coefficiente di vincolo, lunghezze di libera inflessione.
- Telei e nodi fissi: effetto flessionale delle travi considerato in molte rotazioni (elementi a deform. elastico concentrato).
- Formule di Newmark per travi appoggiate (errori contenuti).
- Verifica di stabilità (può essere interpretata come verifica di resistenze con carico amplificato di fattore $\omega \rightarrow$ "Metodo omega").
- Fine Instabilità delle Strutture - (2^a parte).

Next step: Anelasticità (plasticità) delle Strutture (3^a parte).
Comportamento elastoplastico del materiale.