

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC ; 6 CFU)

A.A. 2022/2023

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@unibg.it

SOMMARI DELLE LEZIONI-I

SOMMARIO (Lec. 01)

- Le tematiche della Dinamica, della Instabilità e della Anelasticità delle Strutture: aspetti specifici e interagenti.
- Posizionamento vs. la SeC; equazioni; caratteristiche; programma.

+ Parte 1 - Dinamica delle Strutture

- Sistemi dinamici ad un gdl (SDOF). L'oscillatore semplice.
- Equazione del moto  equilibrio dinamico (principio di d'Alembert).
equazioni di Lagrange.
- Esempi di sistemi strutturali SDOF, con determinazione delle costante di rigidezza.
- Telaio a portale; fattore di rigidezza trave/colonna; telaio "shear type".

SOMMARIO (Lec. 02)

- Oscillazioni libere non smorzate (in risposta alle sole c.i.).
- Eq. di moto armonico.
- Pulsazione naturale del sistema $\omega_1 = \sqrt{K/m}$.
- Moto armonico di periodo naturale $T_1 = 2\pi/\omega_1$ (e ampiezza costante).
- Ampiezza e sfasamento, rispetto a puro cos o sin.
- Rappresentazione del moto mediante vettori rotanti nel piano di Argand: U sfasato; $U - \omega_1 U$ in quadratura in anticipo; $U - \omega_1^2 U$ in opposizione di fase.
- Next step: generalizzazione al caso smorzato, con ampiezza decadente nel tempo.

SOMMARIO (Lec. 03)

- Oscillazioni libere smezzate (in risposta alle sole c.i.).
- Fattore di smorzamento ($\sim 1\%$ per strutture civili).
- Radici dell'eq. ne caratteristica: poli.
- Casistica:
 - subcritico \rightarrow moto oscillatorio con ampiezza decadente.
 - critico \rightarrow moto aperiodico non oscillatorio.
 - supercritico \rightarrow idem, con ampiezza iniziale e picco inferiore.
- Decremento logaritmico e stima del fattore di smorzamento.
- Integrale generale e impostazione delle c.i.
- Next step: visto l'integrale generale dell'eq. ne omogenea con termine noto nullo. Da sovrapporsi ad integrale particolare dipendente dalle forzante \rightarrow risposte forzata.

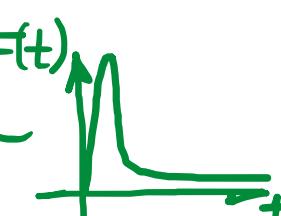
SOMMARIO (Lec. 04)

- Risposta forzata (forzante armonica $F(t) = F \sin \omega t$).
- Amplificazione dinamica $N(\beta) = \frac{1}{|1-\beta^2|} = \frac{1}{\sqrt{(1-\beta^2)^2}}$ ($U \approx N U_{st}$). pulsaz. forzante
- Sfasamento della risposta
 - in fase ($\xi = 0$), $\beta < 1$; $\beta = \frac{\omega}{\omega_1}$ frequency ratio
 - in opposiz. ($\xi = \pi$), $\beta > 1$. pulsazione sistema
 - di fase
- Integrale generale : $u(t) = u_{go}(t) + u_p(t)$.
- Risonanza ($\beta = 1$; $\omega = \omega_1$): risposte divergenti in t (ampiezza illimitate). $u \rightarrow \infty$
- Next step: caso smorzato (risposte "steady-state"),
con picco di risonanza di entità limitata, \leftrightarrow pur elevate,
dipendente dal fattore di smorzamento ξ . $\xi \ll 1$

SOMMARIO (Lec. 05)

- Risposte smorzate a forzante armonica.
- Effetto dello smorzamento su curve di risonanza e di fase.
- Picco finito di ampiezza in condizioni di risonanza; risposta in quadratura rispetto alla forzante.
- Risposte a regime in componenti $\sin \omega t$ e $\cos \omega t$.
- Integrale generale coh risposte transiente e a regime.
- Next step: trattazione unificata in variabili complesse per risposte a $F \sin \omega t$ e/o $F \cos \omega t \rightarrow F e^{i\omega t}$.

SOMMARIO (Lec. 06)

- Trattazione in variabili complesse $\Rightarrow F_e^{int} = F \cos \omega t + i F \sin \omega t$.
- Derivazione delle relazioni caratteristiche per determinate.
- Risposta simultanea alle comp. ti armoniche $\cos \omega t$ e $\sin \omega t$.
- Rappresentazione nel piano di Argand
 - diagramma delle risposte.
 - diagramma delle forze.
- Generalizzazione: forzante periodica (trasl. di infinite armoniche).
- Effetto "filtro" del sistema vs. le comp. armoniche della forzante vicine a quelle corrispondenti alla pulsazione naturale del sistema.
- Next step: risposta a forzante generica (a partire da forzante impulsiva)

SOMMARIO (Lec. 07)



- Verso la determinazione della risposta a forzante generica.
- Funzione risposta a gradino-unitario: $A(t)$.
- " " " impulso " : $h(t) = \dot{A}(t)$.
- Da th. dell'impulso, come per oscillazioni libere smorzate da velocità iniziale al tempo 0^+ pari a $\frac{I=1}{m}$.
- Rappresentazione ideale (matematica) di forzante impulsiva unitaria: Delta di Dirac $\delta(t, \tau)$.
- Next step: forzante generica per sovrapposizione di impulsi e conseguente risposta per sovrapposizione di risposte impulsive (integrale di convoluzione o di Duhamel).

SOMMARIO (Lec. 08)

(di convoluzione)

- Risposte e forzante generica \Rightarrow sequenze di impulsi \Rightarrow Integrale di Duhamel.
- Scritture interpretative alternative (come per risposta sismica).
- Valutazione numerica dell'Integrale di Duhamel \Rightarrow calcolo numerico.

— o —

- Risposta al moto del riferimento (es. earthquake) ^{azione sismica}.
- Forzante apparente indotta per effetto d'inerzia (trascinamento).
- Risposta simbolica via Duhamel (valutabile numericamente).
- Spettri e pseudo-spettri di risposta (ev. di progetto \Rightarrow codificati).
- Concetto di isolamento sismico delle vibrazioni. ^{v. normative}

Next step: Integrazione diretta dell'eq.m del moto (Metodo di Newmark).
Risposte nel dominio delle frequenze.

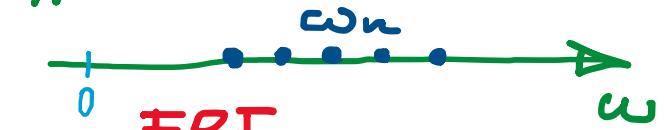
SOMMARIO (Lec. 09)

- Integrazione diretta dell'eq. ne del moto (nel dominio del tempo).
- Desviluppo in serie di Taylor \Rightarrow differenze finite (approx. nel passo).
- Metodo dell'accelerazione lineare/media.
- Generalizzazione \Rightarrow Metodo di Newmark (famiglia di metodi).
- Implementazione in algoritmo numerico passo-passo.
- Caratteristiche (implícito/explícito; accuratezza; stabilità numerica).

Next step: Introduzione (cenno) all'analisi nel dominio delle frequenze.

Sistemi MDOF (Multi Degree of Freedom Systems) \Rightarrow alias sistemi discreti a più gradi di libertà.

SOMMARIO (Lec. 10)

- Analisi nel dominio delle frequenze (FD).
- Trasformate di Fourier (generalizzazione di sviluppo in serie di Fourier, tramite intero one reale delle frequenze).

- Trasformate di F. dell'eq. de del moto $\Rightarrow U(\omega) = \overline{H(\omega)} \cdot G(\omega)$ risposta in FD tramite prodotto algebrico.
- Schema interpretativo di analisi, tra i livelli TD e FD, coi legami tra le f.m. presenti. In particolare, $H(\omega) = \mathcal{F}(h(t)) \cong N(\omega)$.

Next step: Sistemi dinamici a più gradi (MDOF)
(generalizzazione dei sistemi SDOF).

SOMMARIO (Lec. 11)

- Sistemi dinamici a più gradi di libertà (MDOF). en. potenz.
- Matrice di rigidezza/cedevolezza; energie elastiche (def. pos.). $\Sigma \equiv V$
- Matrice di massa (inerzia); energia cinetica (def. pos.) T. $\Gamma = T - \Sigma$
- Equazioni del moto (princ. di d'Alembert - "eq. dinamico"; eq. di Legrange).

— o —

- Esempio di telaio con due gradi dinamici e un grado "statico".
- Condensazione statica, e definire la matrice di rigidezza associata ai soli gradi dinamici.
- Scrivere delle matrici di rigidezza/cedevolezza (m. spst./forze).

Next step: Mochi principali di vibrare (oscillazioni libere del sistema MDOF).

SOMMARIO (Lec. 12)

- Modi principali di vibrare 
 - pulsazioni naturali² ↔ autovlori.
 - forme modali ↔ autovettori.
- Orthonormalità e normalizzazione degli autovettori.
- Autovlori da rapporto di Rayleigh (in dinamica) \Rightarrow generaliz. SDOF.
- Scrittura compatta del pb. agli autovlori tramite matrici degli autovettori e degli autovlori.
- Trasformazione in coordinate principali \Rightarrow disaccoppiamento delle eq. m. del moto (analisi dinamica modale).
- Oscillazioni libere (sorapposizione di n moti armòni).

Next step: esempio 2DOF; smorzamento; Azioni Interne -

SOMMARIO (Lec. 13)

- Esempio 2DOF: modi principali di vibrazione.
- Soluzione (analitica) dell'eq. ne caratteristica \Rightarrow autovoltori.
- Determinazione degli autovettori (sol. pds. agli autovol. originario), a meno di costante arbitraria.
- Normalizzazione degli autovettori. (\Leftarrow scelta della costante arbitraria)
- Trasformazione in coordinate principali e disaccoppiamento delle eq.m del moto.
- Calcolo numerico delle autosoluzioni (metodo dell'iterazione vettoriale inversa).

Next step: introduzione dello smorzamento; azioni interne (modelli).

SOMMARIO (Lec. 14)

- Smorzamento strutturale di sistemi MDOF
 - interno (sistemi reali).
 - esterno (dispositivi).
- Funzione di dissipazione e matrice di smorzamento.
- Diagonaizzazione in coordinate principali
 - smorz. alle Rayleigh.
 - " modelli.
- Esempio 2DOF con dissipatore aggiunto.
- —
- Azioni interne
 - per coord. legrangeiane unitarie.
 - per coord. principali unitarie (AI modelli).
- Stime dei valori max (in t) [SRSS].
- Esempio 2DOF: azioni interne modelli.

Next step: Risposta sismica di sistemi MDOF (teori shear-type)-END.

SOMMARIO (Lec. 15)

- Risposta sismica di strutture MDOF (telsi "shear-type").
- Equazioni del moto con azione sismica per effetto di trascinamento.
- Analisi dinamica modale con decouplamento in n eq. di modo i.
- Determinazione delle risposte tramite spettro di risposta.
- Stime (SRSS) degli indici di risposta sismica (spat., AI, taglio alla base).
- Parametri di partecipazione modale (messe, fattori) e messe modelli efficaci (legate alle stime del taglio modale alla base massimo).

Next step: (Dinamica dei sistemi continui).

II: Instabilità delle strutture (dipartendo dall'analisi dinamica).