

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

L-23 Ingegneria delle Tecnologie per l'Edilizia

Scienza delle Costruzioni

(ICAR/08 - SdC ; 9 CFU)

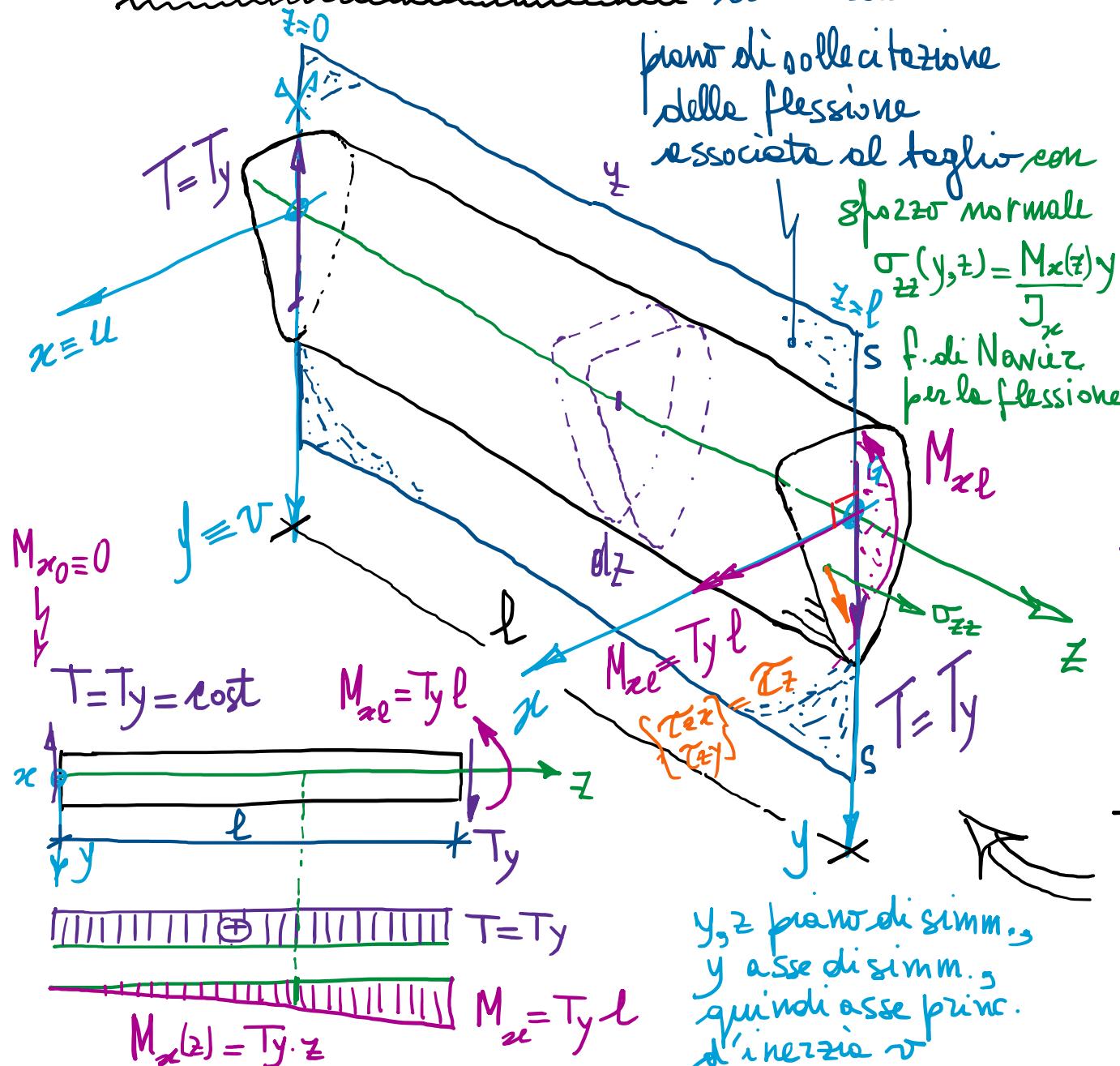
A.A. 2021/2022

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 22

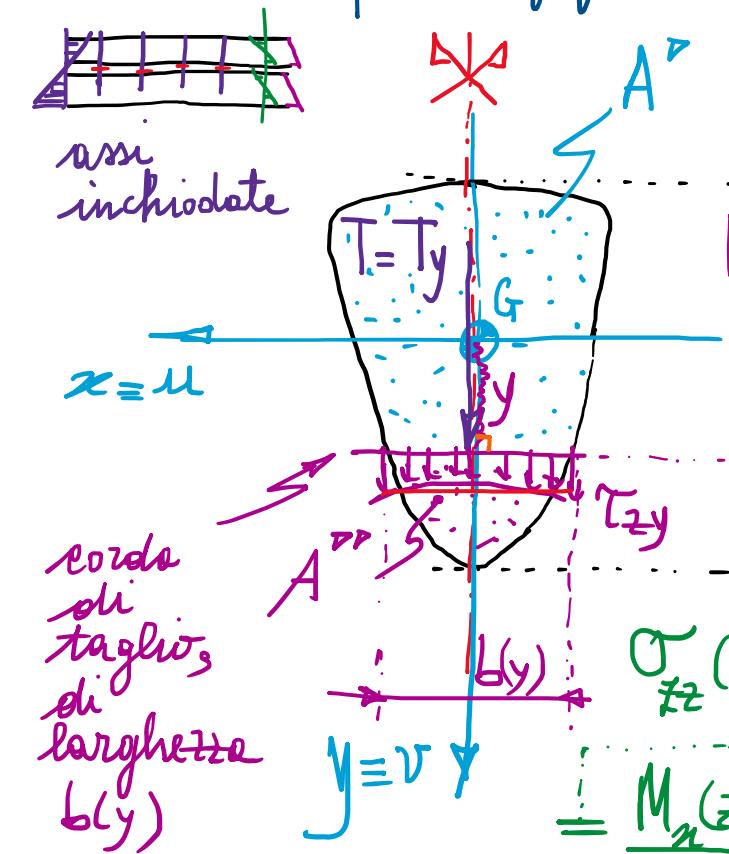
3) Azione tagliente o taglio (flessione composta)



- Risultano presenti delle azioni taglienti (uguali e contrarie) sulle basi e un momento flettente, in modo da avere un sistema di forze autoequilibrato, anche alle rotezioni \rightarrow sollecitazione composta.
- In generale, la trattazione del caso di DSV del taglio non si presenta agevole: soluz. analitice possibile per casi particolari, anche mediante sviluppi in serie.
- Soluzioni approssimate risultano possibili e utili a determinare il campo delle tensioni tangenziali a fini ingegneristici, in particolare per casi specifici.
- Ad esempio, nel caso di trisme a sezione compatta avendo un asse di simmetria retta e caricate lungo l'asse di simmetria, che pertanto è esse princ. ol'inerzia (\rightarrow flessione retta), si ottiene stima efficace delle tasse di taglio.

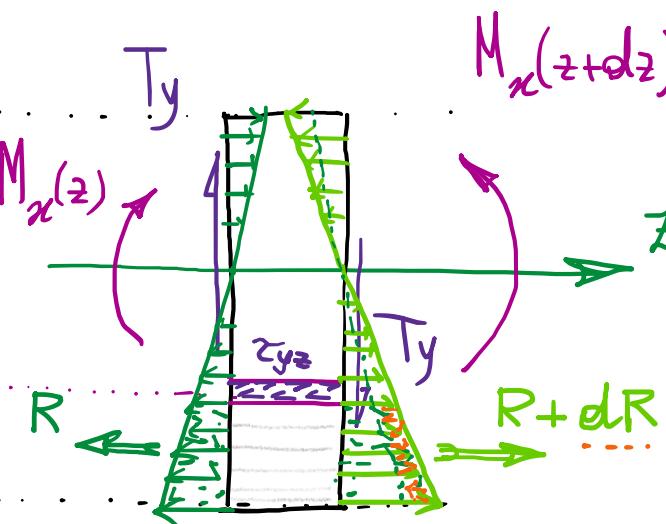
• Trattazione approssimata del taglio secondo D.J. Jourawsky (~1856)

Utile a fini ingegneristici e fondata sul ragionamento di equilibrio (alle tre slz.) seguente.

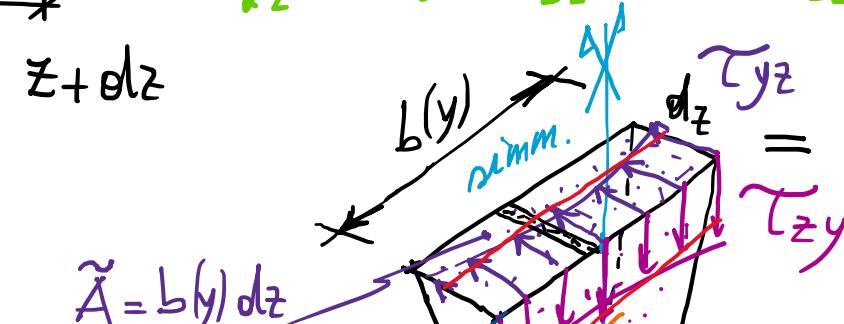


$T_{zy}(z; in y)$ attese simmetriche rispetto a y (ad es. maggior verso l'esterno, bordo non protetto)

formule di Navier per le flessioni (indip. da x)



$$\sigma_{zz}(z+dz) = \sigma_{zz}(z) + d\sigma_{zz}$$



$$dR = \frac{T_y dz}{J_x} y$$

$$\begin{aligned} M_x(z) &= T_y z \\ \frac{dM_x}{dz} &= M_x'(z) = T_y \\ d\sigma_{zz} &= \frac{T_y dz}{J_x} y \leftrightarrow dR \end{aligned}$$

Equil. alle treslz.
nella direzione z :

Risultante delle T_{zy}
su \tilde{A}

=

Risultante dR su A''
dovuto a $d\sigma_{zz}$

Equilibrio alle traslazioni (in direzione z):

$$\int_{\tilde{A}} \tau_{yz}(x; y) dx dz = \int_{A''} \frac{d\sigma_{z2}}{dx} dA'' = \int_{A''} \frac{T_y dz}{J_x} y dA'' = \frac{T_y dz}{J_x} \int_{A''} y dA'' \quad \begin{array}{l} \text{momento statico} \\ \text{di } A'' \text{ rispetto} \\ \text{a } x \end{array}$$

$$\bar{\tau}_{yz}(y) b(y) = \frac{T_y}{J_x} S_x''(y)$$

valor medio delle

definiz.
di veloz
medio
su di
un
intervallo

$\bar{\tau}_{yz}(y)$ alle quote y
lungo la corda

$$\bar{\tau}_{yz}(y) = \frac{1}{b(y)} \int_{-\frac{b}{2}(y)}^{+\frac{b}{2}(y)} \tau_{yz}(x; y) dx$$


Formule di Jourawsky sul valor medio
delle τ_{zy} lungo le corda:

- dirett. prop. al taglio
applicato T_y
- dirett. prop. al momento
statico delle posizioni A
rispetto all'asse x (esse
neutro n-n della flessione retta
associato al taglio)
- invers. prop. al momento
d'inizio dell'intera sezione
rispetto all'asse x
- invers. prop. alla larghezza
della corda alle quote y

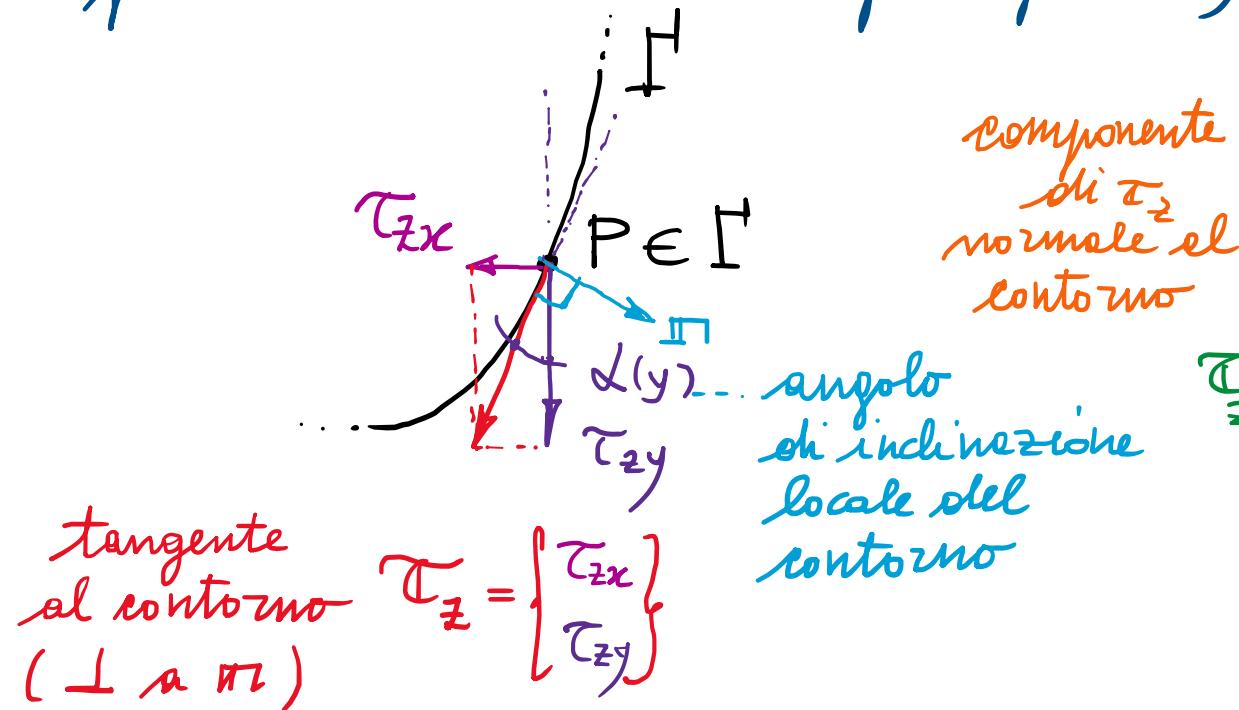
Si ipotizza che le $\tau_{zy}(x; y)$ risultino fuori del loro
valor medio lungo la
corda, quindi costanti lungo di esse.

$$[\text{asse } x \text{ boricentrico, } G \in x : S_x = S_x' + S_x''' = 0 \Rightarrow S_x''' = -S_x']$$

$$\bar{\tau}_{zy} = \bar{\tau}_{zy}(y) = \frac{T_y}{J_x} S_x''(y)$$

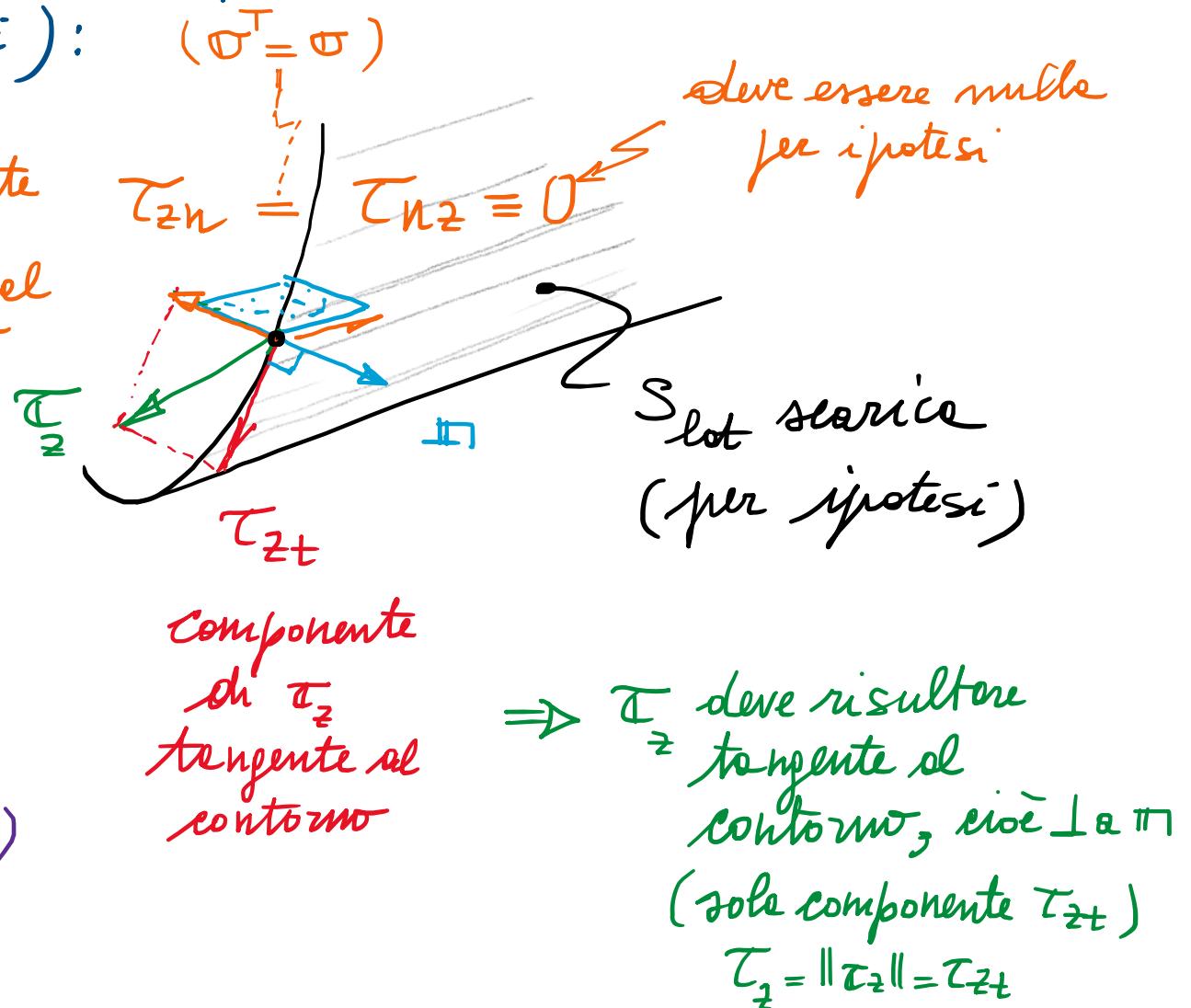
$$= -\frac{T_y}{J_x} S_x'(y)$$

- Inoltre, se il contorno della sezione risulta inclinato rispetto all'asse di simmetria (asse y), dovranno risultare presenti anche delle τ_{zx} , in modo tale che sui punti del contorno il vettore τ_z risulti tangente al contorno (in quanto la superficie laterale del prisma di DSV è scarica, per ipotesi):



In $P \in \Gamma$: $\tau_{zx}(y) = \tau_{zy}(y) \tan \alpha(y)$

$$x = \pm \frac{b(y)}{2}$$



- Ancora, l'andamento delle τ_{zx} lungo le corde, alle quote y , è ette so antisimm. rispetto all'asse y - (per le simmetrie delle sezione).

- In più, coerentemente con l'ipotesi $\tau_{zy}(y) = \text{cost} = \bar{\tau}_{zy}$, secondo Touzowsky, dalle terze eq. ne indefinito di equilibrio, si ottengono τ_{zx} linear i in x :

$$\cancel{\operatorname{div} \sigma + \vec{F} = \vec{0}} \quad \text{in } V \Leftrightarrow \sigma_{ij,j_i} + \cancel{f_j} = 0_j \quad j = 1, 2, 3 \\ \text{-----} \quad \text{-----} \quad \text{-----} \\ \text{-----} \quad \text{-----} \quad \text{-----}$$

$\overset{0}{\text{forze di volume}}$
nulle per hyp.

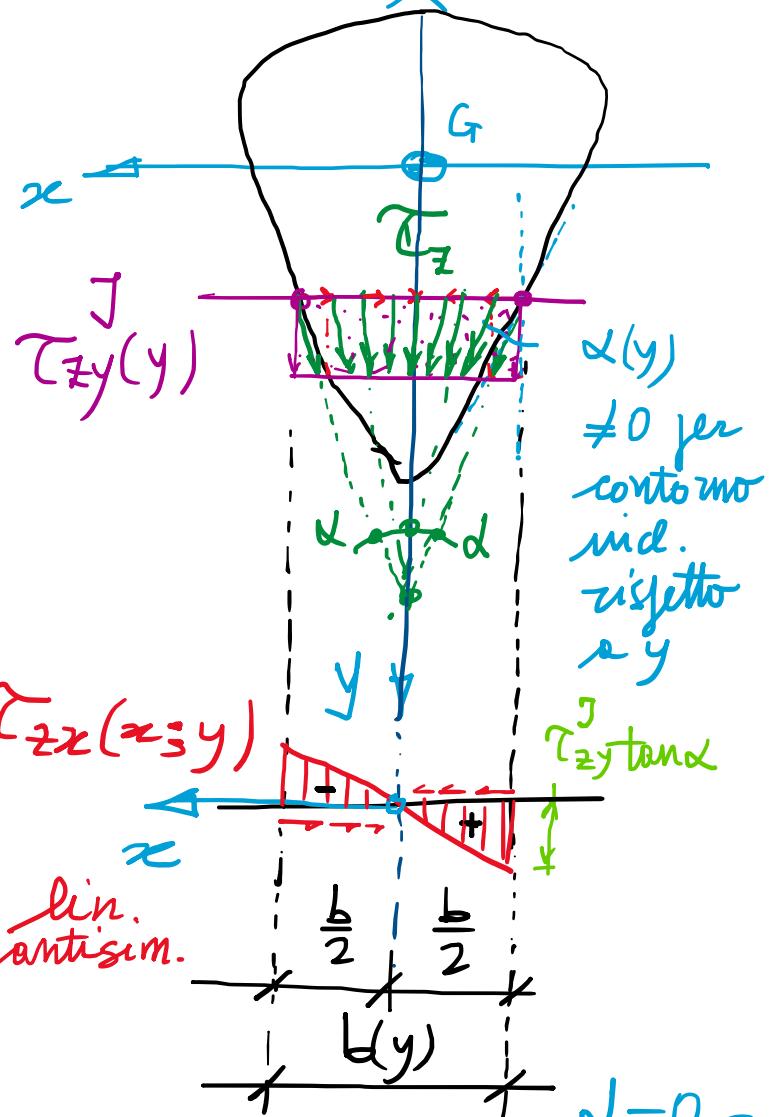
$$j = \frac{5}{2} \quad \left(\tau_{xz,x} + \tau_{yz,y} + \sigma_{zz,z} = 0 \right) \quad \frac{\partial}{\partial x} = \tau_x$$

τ_{zx} lineari
(e antisimmetriche)
in x

$$0 = \tau_{zx,x} + \tau_{zy,y} + \sigma_{zz,z} = 0$$

Touzowsky th. di Schwarz sulle
 $\tau_{zy} = \text{cost} = \bar{\tau}_{zy}$ invertibilità dell'ordine
delle derivate

$$\underline{\tau}_z = \begin{Bmatrix} \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \end{Bmatrix}$$



Campo delle tensioni tangenziali (in sez. simmetrica):

$$\tau_{zx}(x; y) = - \frac{\tau_{zy}^J(y) \tan \alpha(y)}{b(y)/2} \cdot x$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bullet \tau_{zx}(x; y) = - 2 \frac{\tan \alpha(y)}{b(y)} \tau_{zy}^J(y) \cdot x \\ \bullet \tau_{zy}^J(y) = \frac{T_y S_x''(y)}{J_x b(y)} = \text{cost in } x \\ \text{N.B.: } \tau_{zy}^J \text{ over } \frac{S_x''(y)}{b} \text{ è max} \end{array} \right.$$

$$\tau_z(x; y) = \|\underline{\tau}_z\| = \sqrt{\tau_{zx}^2 + \tau_{zy}^J} = \tau_{zy}^J \sqrt{1 + \frac{4 \tan^2 \alpha(y)}{b^2(y)} x^2}$$

$$\alpha=0 \Rightarrow \tau_{zx}=0 \quad (\alpha \text{ piccolo}, \tau_{zx} \text{ piccolo}, \tau_z \approx \tau_{zy}^J)$$

Risoluzione struttura:

- AC (iso + iper)
- RT ($RT_{iso} + RT_{iper}(X)$) \leftrightarrow equilibrio ✓
- N, T, M iso \rightarrow verifica degli equil. nodali in scale, stesse scale
- analisi sottostrutt. iperstatica col PLV \rightarrow X_{PLV}
- $RV(\leftarrow X)$ finali $\rightarrow N, T, M$ iper
- " " " " " con LE \rightarrow $X_i, y_i(x_i)$
- valutazione di spost. di interesse (nel sist. globale y, v , x, u)
- tracciamento delle deformate qualitativa \leftrightarrow guardando M
- calcolo degli spostamenti col PLV

