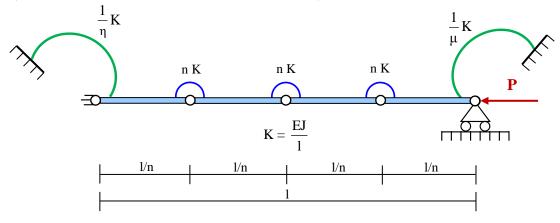
## Università degli Studi di Bergamo, Scuola di Ingegneria, Dalmine Laurea Magistrale in Ingegneria Edile

# Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture a.a. 2023/2024

### II ELABORATO

1) Si consideri il seguente *sistema discreto* strutturale semplicemente compresso avente aste rigide e molle elastiche lineari (molle rotazionali relative e molle rotazionali d'estremità):



ove n è il numero di tratti in cui è stata suddivisa la lunghezza totale l fissa (n > 1; in fig. è rappresentato il caso n = 4). Un primo parametro adimensionale positivo  $\eta$ , che descrive la cedevolezza della molla rotazionale d'estremità di sinistra, è fissato pari al parametro allievo  $\eta_a = 5 + (N - C + M) / 5$  (N = numero lettera iniziale del nome, C = numero lettera iniziale del cognome, M = somma delle ultime due cifre del n. di matricola), mentre un secondo parametro adimensionale positivo  $\mu$  descrive la cedevolezza della molla rotazionale d'estremità di destra.

#### **Richieste:**

- Si considerino i tre casi con n = 2, n = 3 e n = 4:
  - calcolare il carico critico euleriano  $P_{cr,n}^E$  di ogni caso utilizzando il metodo energetico ed il metodo statico (si parta da equazioni valide per spostamenti arbitrariamente grandi per poi giungere a relazioni valide in regime di spostamenti geometricamente piccoli);
  - rappresentare l'andamento dei carichi critici P<sup>E</sup><sub>cr,n</sub> così determinati in funzione del parametro μ, ponendoli a confronto:
  - fornire in tabella il valore dei  $P_{cr,n}^E$  per i valori  $\mu \to 0$ ,  $\mu = \mu_a$ ,  $\mu \to \infty$ , con parametro allievo  $\mu_a = 4 + (N C + M)/4$ ;
  - rappresentare le corrispondenti deformate critiche per gli stessi valori di μ.
- Facoltativo: determinare il carico critico P<sup>E</sup><sub>cr,n</sub> per ulteriori n successivi (n > 4); rappresentarne l'andamento al variare di n, indagando l'eventuale comportamento asintotico per n crescenti ed individuando i nessi con quanto segue.
- 2) Si consideri quindi il *sistema continuo* corrispondente, costituito da un'asta semplicemente compressa di lunghezza l, deformabile solo flessionalmente (con rigidezza flessionale elastica EJ) e avente le medesime molle rotazionali d'estremità.

#### Richieste:

- Determinare il carico critico euleriano  $P_{cr}^{E}$  mediante il metodo statico per  $\mu \to 0$ ,  $\mu = \mu_a$ ,  $\mu \to \infty$ . Studiare e rappresentare la dipendenza di  $P_{cr}^{E}$  dal parametro positivo  $\mu$ .
- Determinare e rappresentare la deformata critica ottenuta nei vari casi, esprimendo la stima della lunghezza di libera inflessione l<sub>0</sub>.
- Confrontare il valore ottenuto di P<sup>E</sup><sub>cr</sub> con quello ricavabile mediante la formula di Newmark, indicando l'errore percentuale con essa commesso.
- Dati E = 31000 MPa, 1 = 6.2 m, sezione trasversale rettangolare 26 cm x 30 cm, effettuare la verifica di stabilità per  $\mu = \mu_a$ , con P = 4900 kN.