

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC; 6 CFU)

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 01

Inquadramento delle tematiche del corso { Dinamica
Instabilità
Anelasticità delle strutture

(con riferimento alle Scienze delle Costruzioni - SdC)

[propedeuticità]

SdC

Dinamica

NON-LINEARITÀ

Instabilità

Anelasticità

Mecanica dei
Solidi/Strutture

3 equaz. fondam.
(LINEARI)

- equilibrio
(statica)

- congruenza
(legge deform./spost.)

- legame
costitutivo
(legge spzzi/deform.)

(LINEARI)
- equazioni del
moto
(masse; spost. $u(t)$,
velocità $\dot{u}(t)$, accel. $\ddot{u}(t)$)

"

"

(equil. nello conf. deformato)
- non-lin. geometrica
con effetto P-Δ
grandi spostamenti
carico critico

"

- non-linearità di
matrice

"

"

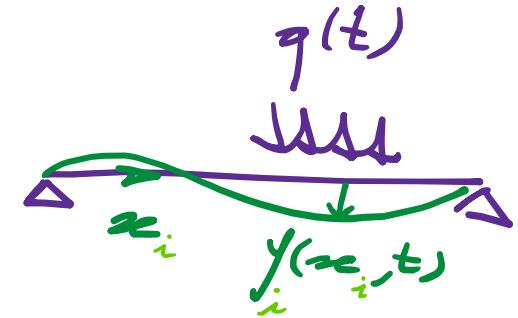
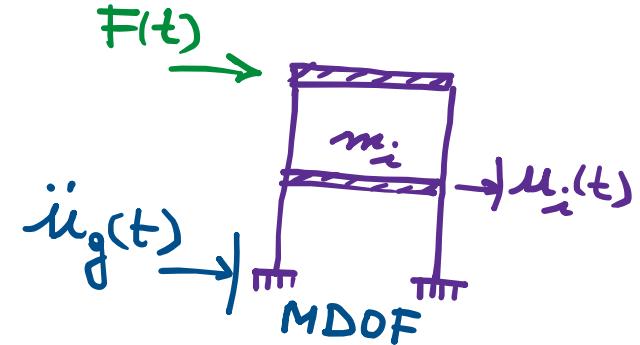
Esempi

Caratteristiche soliente

Programme del corso

Elaborati

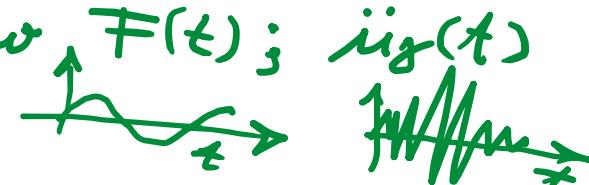
Dinamica delle Strutture



effetti inerziali: distribuzione delle masse
spostamenti dip. del tempo (t), velocità, accelerazioni
 $u(t)$ $i(t)$ $ii(t)$

forzanti dipendenti del tempo $F(t)$; $iig(t)$

equazione del moto



Sistemi discreti

(n. finito di gradi)



Sistemi SDOF

„ MDOF



~ 2/3

Sistemi SDOF + MDOF, soggetto a forzanti dip. del tempo e ad azione sismica

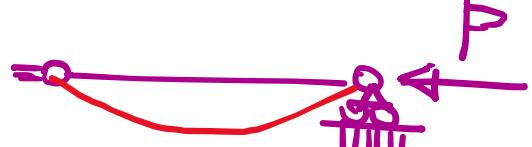
Esempi

Caratteristiche soliente

Programme del corso

Elaborati

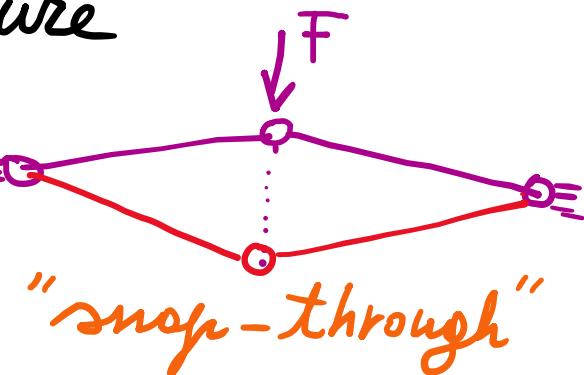
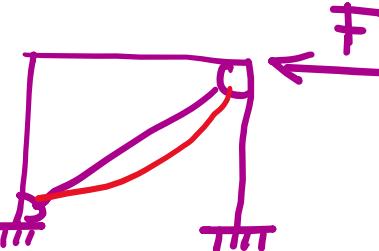
Instabilità



"Buckling"



delle Strutture



"snap-through"

carichi quasi-statici

$$P = \beta P_0$$

β carico base
moltiplicatore dei carichi
approccio statico/energetico

carico critico P_{cr} , f_{cr}

equil. nelle confine deformata
effetti del 2° ordine

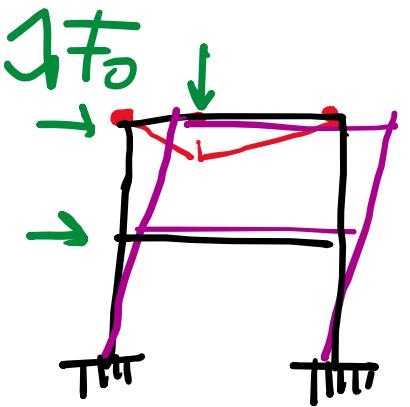
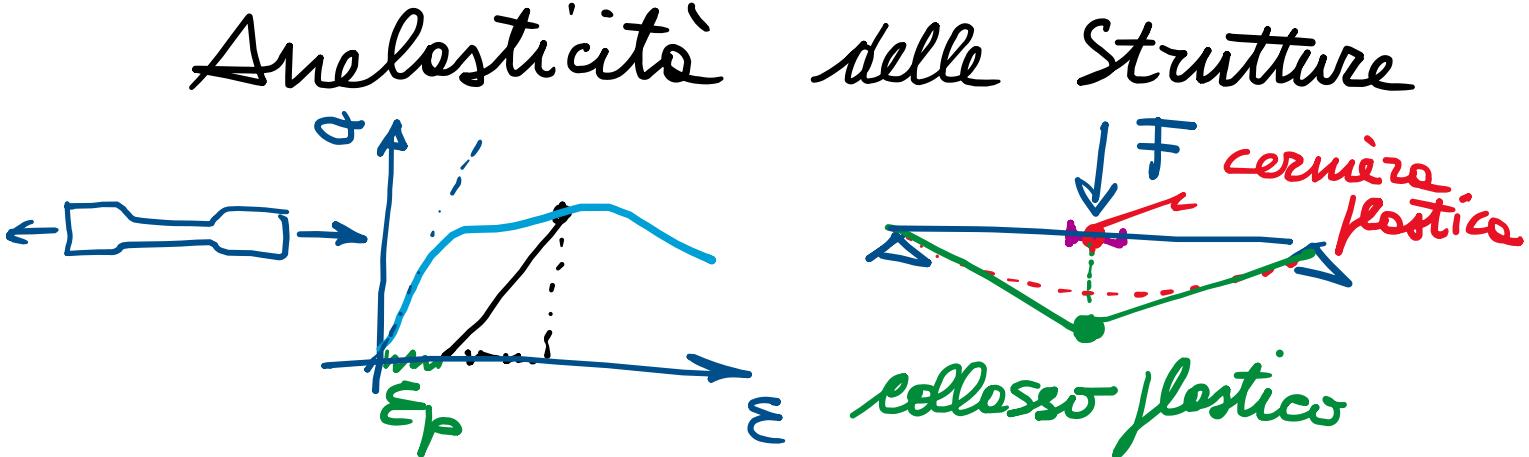
sistemi discreti MDOF; sistemi continui
(statico/energetico)

(statico)

Sistema discreto MDOF + continuo
con det. di P_{cr} , deform. critiche, verifica di stabilità

$\sim 1/3$

Esempi



Caratteristiche salienti

Cariichi quasi-statici $F = \lambda F_0$

λ_L moltiplicatore di collasso

L moltiplicatore dei carichi

Comportamento anelastico (in particolare plastico)

Dissipazione di energie (comportamento irrevers.)

"Calcolo e Rotta" dei telai, uso dei Th. fondamentali dell'Analisi Limite

Programma del corso

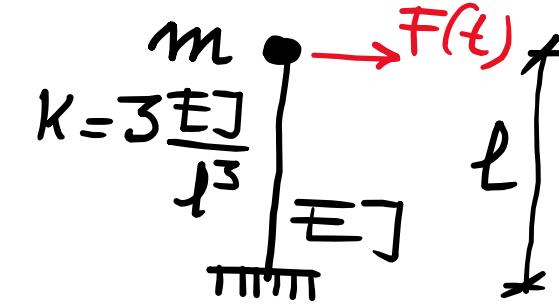
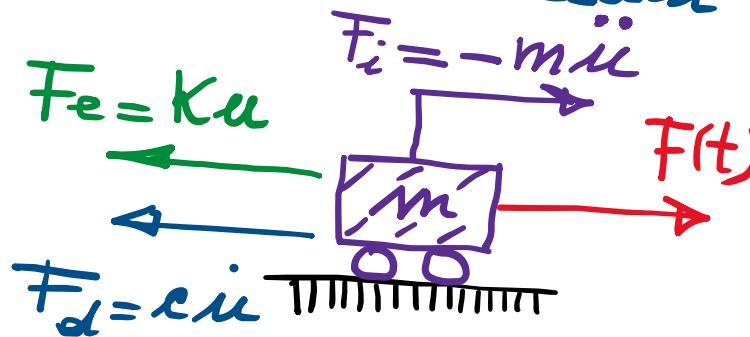
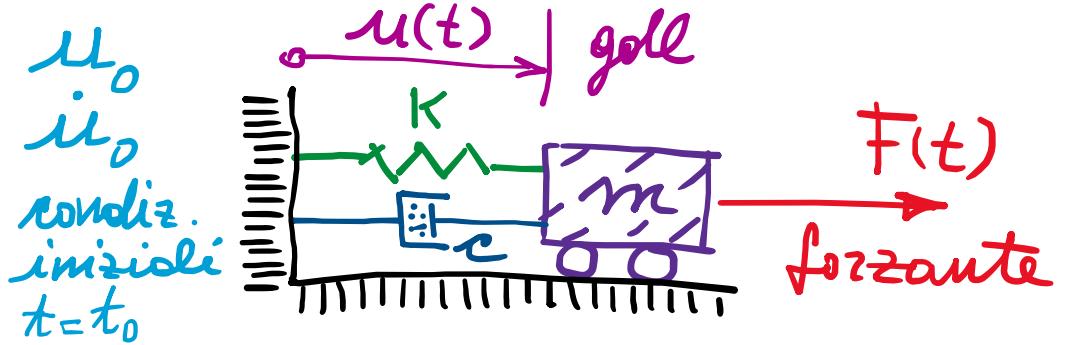
Elaborati

Calcolo e collasso di strutture a telai ~ 1/5⁺

I) Dinamica delle Strutture

Sistemi
Single
Degree
of
Freedom

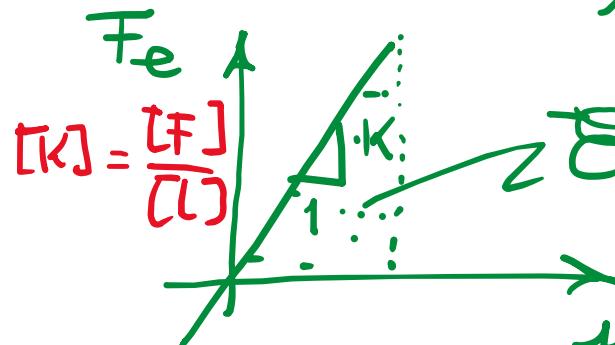
$$(i) = \frac{d}{dt} (\cdot)$$



Molla elastico lineare

"spring"  $\rightarrow F_e = Ku$ legge di Hooke

$$u = \frac{1}{K} F_e$$



$K > 0$ costante di rigidezza

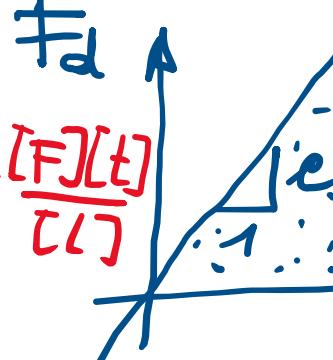
$$\frac{1}{2} K u^2 \quad \frac{1}{2} \frac{1}{K} F_e^2$$

energia elastica

Smorzatore Viscoso lineare

"dash-pot"  $\rightarrow F_d = c\dot{u}$

$$\dot{u} = \frac{1}{c} F_d$$



$$D = \frac{1}{2} F_d u > 0$$

$$u \quad \frac{1}{2} c u^2 \quad \frac{1}{2} \frac{1}{c} F_d^2$$

$c > 0$
coeff. di f. ne di dissipazione
smorzamento o di Rayleigh

Equilibrio dinamico (Principio di D'Alembert)

$\sum F_i$: forze d'inerzia

Regge fondamentale delle dinamiche $F = m\ddot{u} \Rightarrow F - m\ddot{u} = 0$

equazione del moto \leftarrow equazione di "equilibrio dinamico" $\sum F_i = 0$

SDOF $q_1 = u$

sist. tempo invarianti m, c, k cost.

$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + k u(t) = F(t) \quad \text{eq. differenziale del 2° ordine a coeff. cost.}$$

$k = 1, \dots, n$

- Altrimenti, tramite equazioni di Lagrange: $L = T - V$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_K} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_K} = Q_K^* = \frac{\delta L}{\delta \dot{q}_K^*} \quad \text{forze generalizzate} \quad = L(q_K, \dot{q}_K)$$

coordinate

lagrangiana

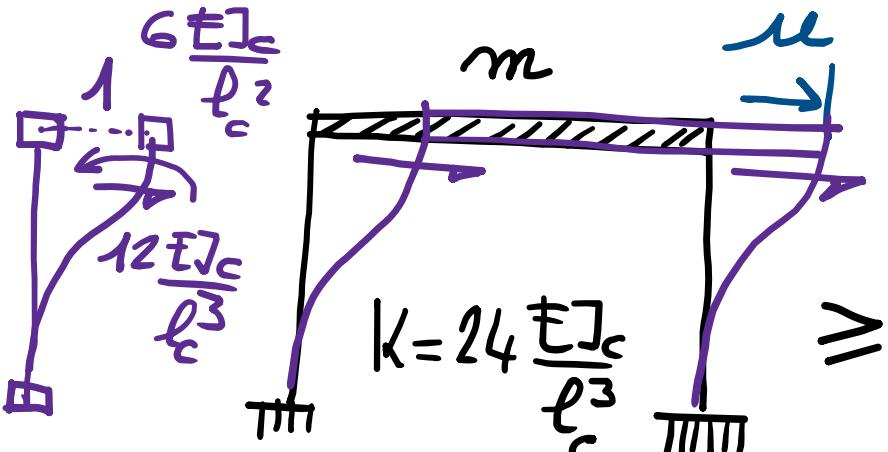
$$Q_{kf}^* = - \frac{\partial V_f}{\partial q_K}$$

$$Q_{kd}^* = - \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_K} = - F_d = - e \dot{u}$$

$$- T = \frac{1}{2} m \dot{u}^2 \quad \text{energia cinetica}$$

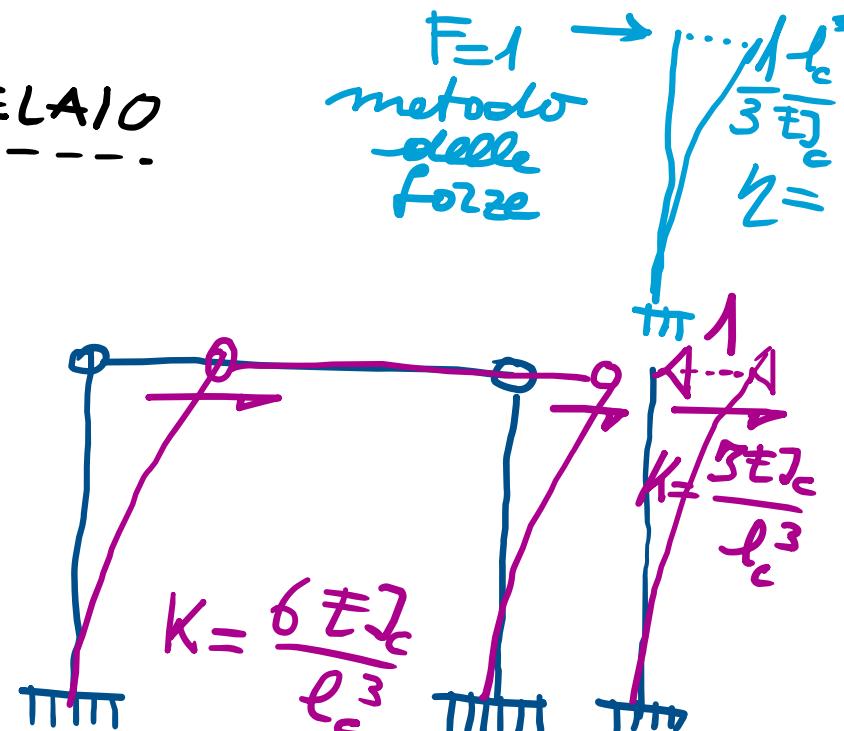
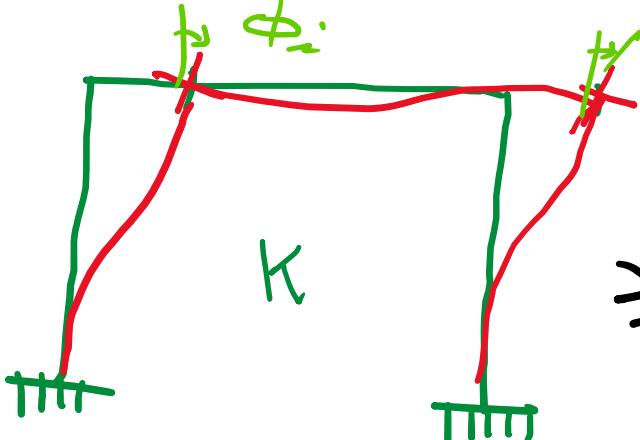
$$- V = \frac{1}{2} K u^2 \quad \text{energia pot. elastica}$$

Esempi di strutture



e: fatto di rigidezza
trave-colonna

TELAI



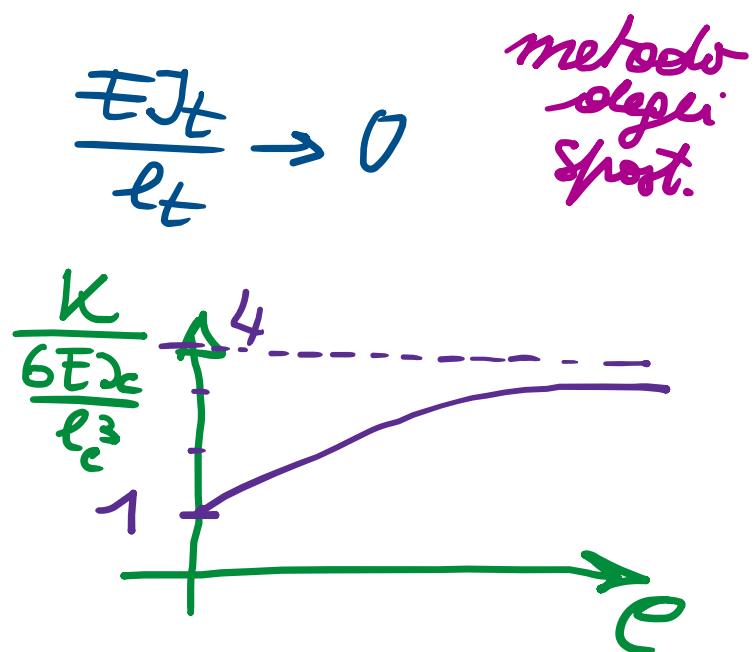
Telai "shear-type"

- $\frac{EI_t}{lt} \rightarrow \infty$ (impermeabile rigido)
- $\frac{EA_c}{lc} \rightarrow \infty$ (colonne assialm. rigide)
- m concentrata al piano

$$\rho = \frac{\sum \frac{EI_t}{lt}}{\sum \frac{EI_c}{lc}}$$

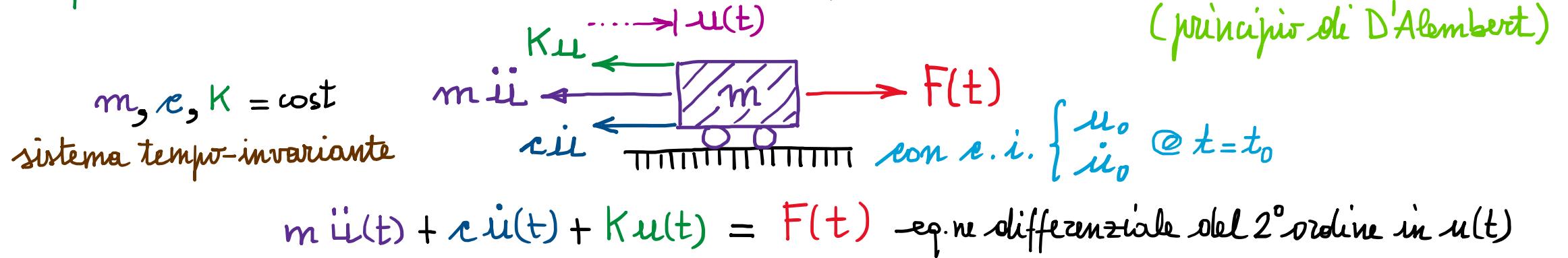
$$K = \frac{6EI_c}{l_c^3} \frac{12\rho + 1}{3\rho + 1}$$

(tramite "condensazione statica" dei gradi rotazionali si modifica)

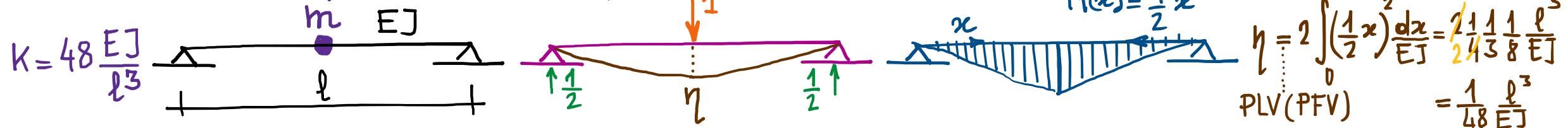


Concetti fondamentali :

- La struttura fornisce supporto (elastico; dissipativo visoso per sistemi reali smorzati) alle masse, delle stesse o di quantità sostenute.
- L'equazione del moto del sistema dinamico si può esprimere per "equilibrio dinamico":



- Se costante di rigidezza K , che rappresenta la struttura (elastica lineare), si determina in ambito statico con metodi noti (vedi metodo delle forze \Rightarrow cedevolezza $\eta = K^{-1}$; metodo degli spostamenti \Rightarrow rigidezza $K = \eta^{-1}$). Es.:



SOMMARIO (Lec. 01)

- Le tematiche della Dinamica, della Instabilità e della Anelasticità delle Strutture: aspetti specifici e interagenti.
- Posizionamento vs. la SeC; equazioni; caratteristiche; programma.

+ Parte 1 - Dinamica delle Strutture

- Sistemi dinamici ad un gdl (SDOF). L'oscillatore semplice.
- Equazione del moto  equilibrio dinamico (principio di d'Alembert).
equazioni di Lagrange.
- Esempi di sistemi strutturali SDOF, con determinazione delle costante di rigidezza.
- Telaio a portale; fattore di rigidezza trave/colonna; telaio "shear-type".