

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Complementi di Scienza delle Costruzioni

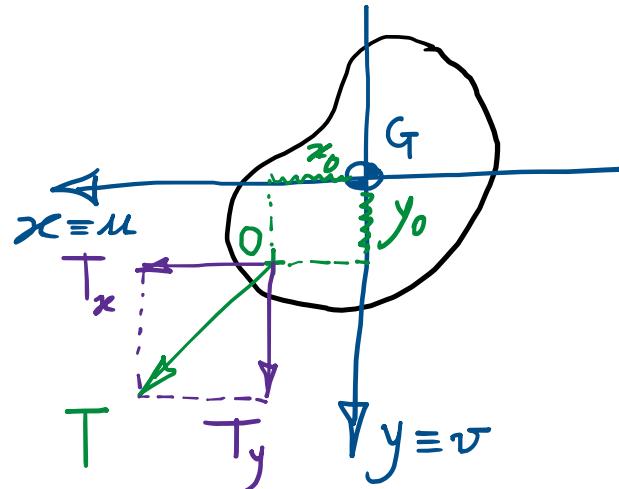
(ICAR/08 - SdC; 6 CFU)

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 23

Taglio e Centro di Taglio



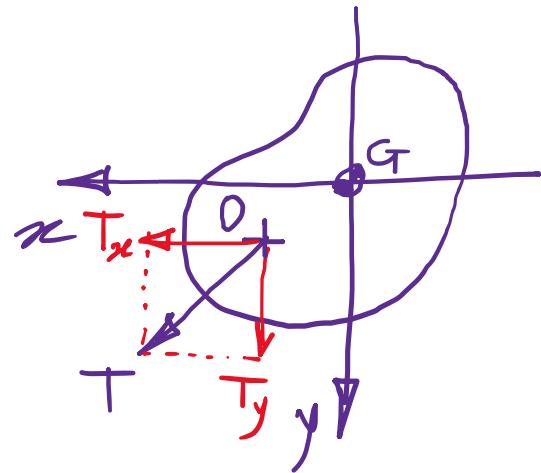
CTa

Centro di Taglio : p. to di applicazione delle forza tagliente T tale per cui si registri un'inflessione del prisma di dSV (flessione associata al taglio) senza rotazione delle sezione nel suo piano (disaccoppiamento taglio/torsione).

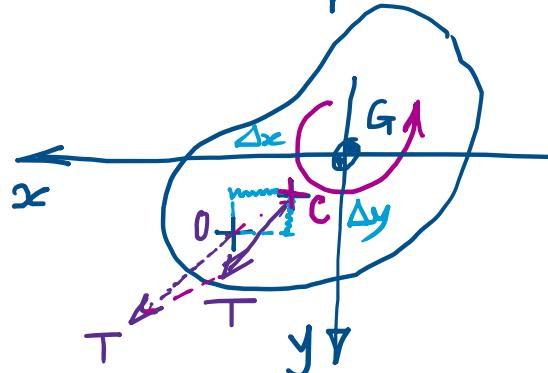
- Quindi, se $O = CTa$, la sollecitazione risulta di "puro" taglio (flessione composta, v. sol. analitica $\sigma_{zz}(T_x, T_y)$), senza effetti torcenti (cioè senza "torsione", rotazione delle sezione).
- Infatti, vi è in generale presente un accoppiamento taglio/torsione, in base al punto di applicazione dell'azione tagliente T , in quanto, trasponendo la forza T nel piano, restando parallela e se stessa, si genera un momento torcente di trasporto, tale da indurre effetti torcenti (v. E.g. nelle T_{zx}, T_{zy} dip. da T_x, T_y e M_T).
- Il CTa, pertanto, è quel punto di applicazione dell'azione tagliente T che non induce effetti torcenti sul prisma di dSV (no rotazione delle sezione).

- Rotazione ("torsione") nulla: in senso "energetico", via PLV, quando sforzi taglienti e deformazioni torcenti (o viceversa), risultano energeticamente ortogonalini, cioè tali da produrre lavoro interno mutuo nullo.

- Sistema \textcircled{A} (static. ammissibile)



static. equiv. a:



$$\frac{T_a}{I_z} = \left\{ \begin{array}{l} T_{zx} \\ T_{zy} \end{array} \right\}$$

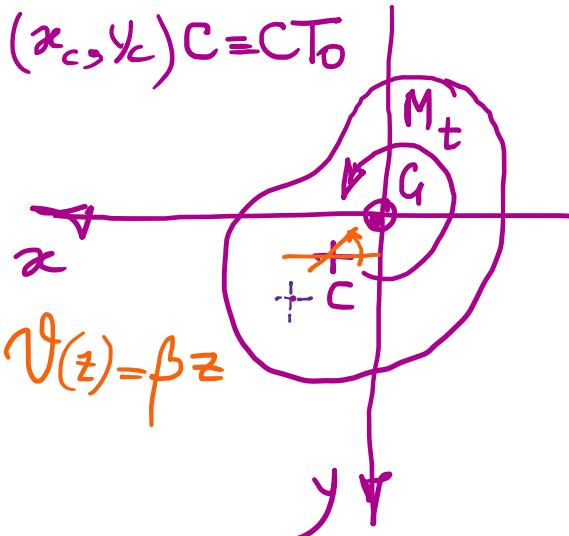
sforzi taglienti
a taglio

Momento torcente di
trasporto

$$T_y(x_0 - x_c) - T_x(y_0 - y_c)$$

Δx Δy

- Sistema \textcircled{B} (cinematic. ammissibile)



$$(x_c, y_c) C = CT_0$$

$$\mathcal{V}(z) = \beta z$$

$$\begin{cases} \Delta x = -\beta z(y - y_c) \\ \Delta y = \beta z(x - x_c) \\ \Delta z = \beta \psi_c(x_c, y) \end{cases}$$

$$\gamma_z = \left\{ \begin{array}{l} \gamma_{zx}^{T_0} \\ \gamma_{zy}^{T_0} \end{array} \right\}$$

deformazioni taglienti

legame
elast. lin.
isotropo

$$\gamma_z^{T_0} = \frac{\tau_z^{T_0}}{G}$$

(G: modulo di elast. tangenziale)

PLV:

$$\frac{d\sigma_e^{AB}}{dz} = T_x \cdot \cancel{\gamma_{xc}} + T_y \cdot \cancel{\gamma_{yc}} + \underbrace{[T_y \cdot (x_0 - x_c) - T_x \cdot (y_0 - y_c)]}_{=0 \text{ } \forall T_x, T_y} \cdot \beta^B = \int_A \cancel{T_x} \cdot \gamma_z^B dA = \frac{d\sigma_i^{AB}}{dz} = 0$$

\Downarrow

$$\begin{cases} x_0 = x_c \\ y_0 = y_c \end{cases} \Rightarrow \boxed{CT_a \equiv CT_0 \equiv C}$$

energeticamente ortogonali

Inoltre, invertendo \textcircled{A} e $\textcircled{B} \Rightarrow \textcircled{A} \equiv \text{Torsione}; \textcircled{B} \equiv \text{Taglio}$

$$\frac{d\sigma_e^{ToTa}}{dz} = M_t^{To} \cdot \beta^{Ta} = \int_A I_z^{To} \cdot \gamma_z^{Ta} dA = \frac{d\sigma_i^{ToTa}}{dz}$$

$$\beta^{Ta} = 0$$

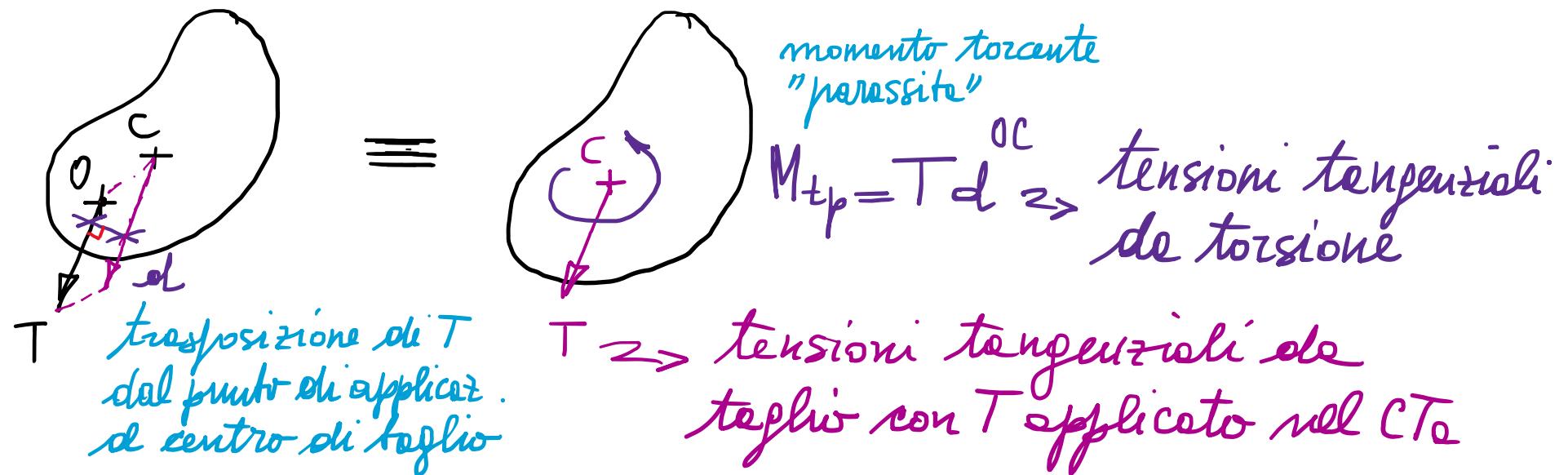
rotazione della

sezione dovuta al taglio:

nulle se T è applicata in $C \equiv CT_a \equiv CT_0$

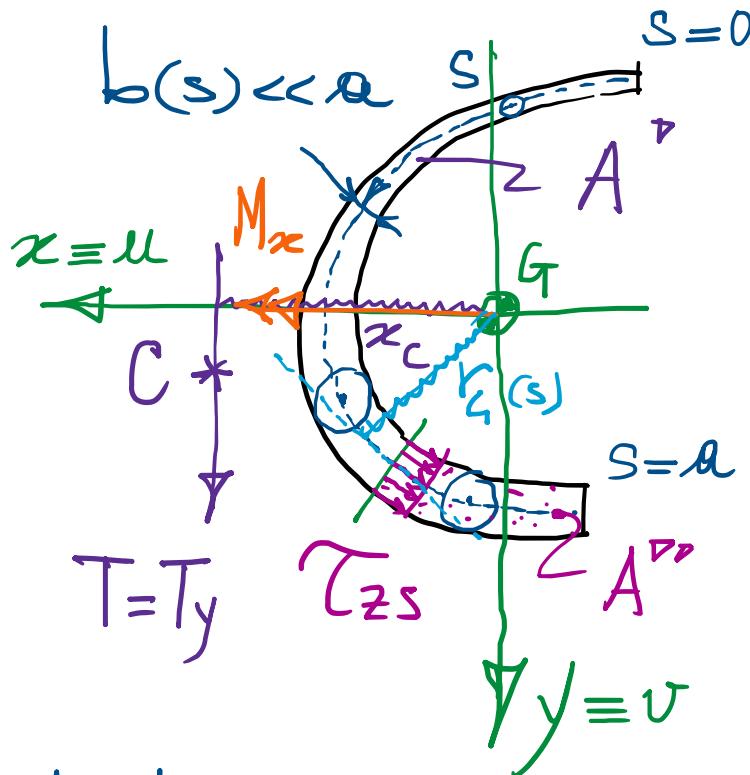
$$\int_A I_z^{To} \cdot \frac{I_z^{Ta}}{G} dA = \int_A \frac{I_z^{To}}{G} \cdot \gamma_z^{Ta} dA = \int_A I_z^{Ta} \cdot \gamma_z^{To} dA = 0$$

- N.B.: se T è applicata in $O \neq C$, la trasposizione di T da O a C induce un momento torcente "parassita", da tenere in debito conto per la valutazione dello stato tenso-deformativo (con effetti che possono risultare rilevanti, per es. nel caso di profili sottili aperti, dotati di scarse capacità portante e torsione).



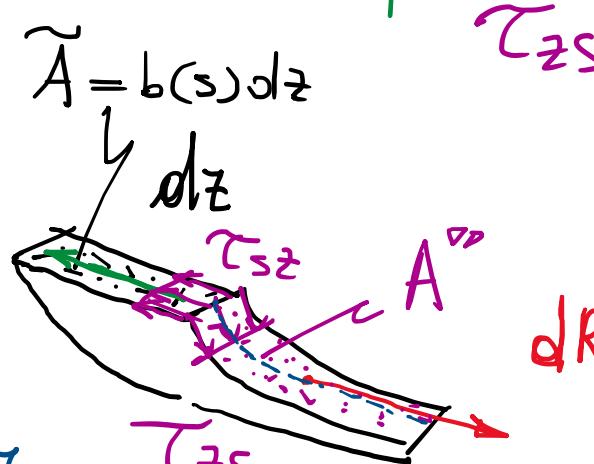
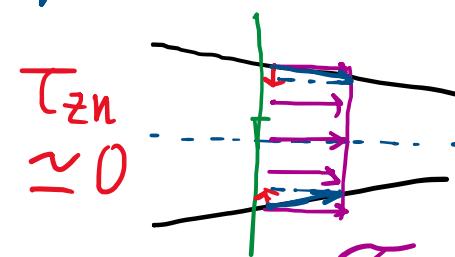
- Se \exists esse di simmetria, $C \equiv CT_a \equiv CT_0 \in$ si tele esse
- Per sezione doppia-simmetrica, $C \equiv G$ (p.t. di intersez. dei due assi di simm.)

- Taglio nei profili sottili (aperti) [soluzione approssimata di D.J. Jourawsky] ≈ 1856



flessione legate al taglio formula di Navier per la flessione

- Corolo del taglio \perp alle linee medie del profilo sottile $\Rightarrow \bar{\tau}_{zs} = \bar{\tau}_{zn} = \text{cost. sullo spessore}$



equil. alle tensioni nelle direzioni z

$\bar{\tau}_{zn}$ (antisimmetri e lineari lungo lo spessore) trascurabili a fini ingegneristici

$$dR = \int_{A''} d\sigma_{zz} dA = \int_{A''} \frac{T_y dz}{J_x} y dA$$

$$\int_{\tilde{A}} \frac{T_{s2} dn dz}{dz} \bar{\tau}_{zs} b(s) = dR$$

valori medi in b

$$\int_{A''} \frac{T_y dz}{J_x} y dA$$

- Formule di Joukowsky: $G \in x: S_x = S_x^{\uparrow} + S_x^{\uparrow\uparrow} = 0 \Rightarrow S_x^{\uparrow} = -S_x^{\uparrow\uparrow}$

valore medio sulla corda

$$\overline{T_{zs}(s)} = \overline{T_{zs}} = \frac{\overline{T_y} S_x^{\uparrow\uparrow}(s)}{\overline{J_x} b(s)} = -\frac{\overline{T_y} S_x^{\uparrow}(s)}{\overline{J_x} b(s)}$$

↑
Approx.

- N.B.: le $T_{zs}(s)$ delle J. non dipendono dal punto di applicazione di $T=T_y$; esse possono forse riferire alle $T=T_y$ applicate nel centro di Teiglio. Esso risulta così determinabile dalle condizioni di equivalenza statica (rispetto a G , o a punto comodo):

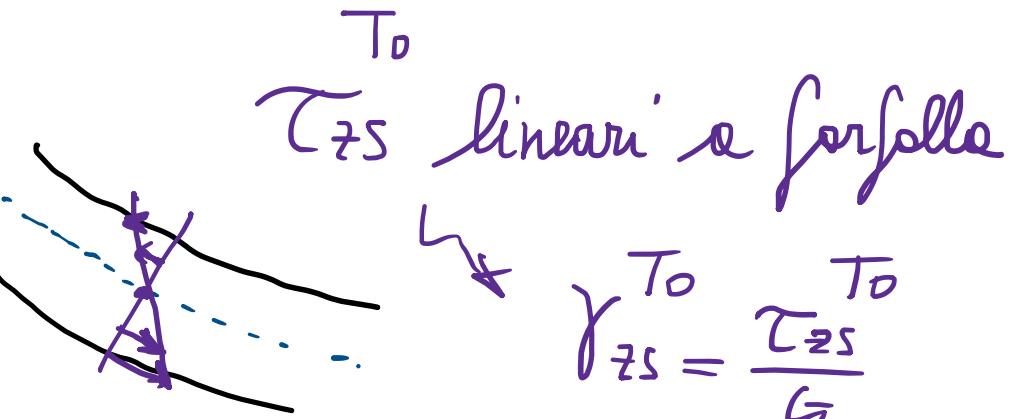
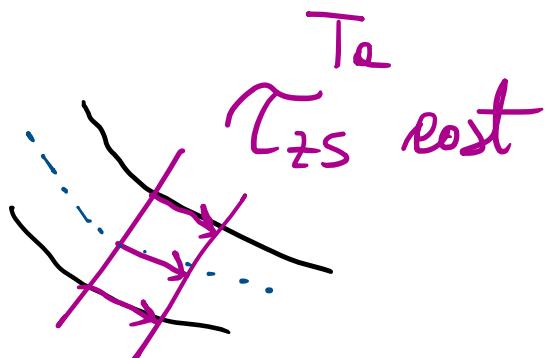
$$\int_0^a \underbrace{T_{zs}(s) b(s) ds}_{\text{forza}} \cdot \underbrace{r_G(s)}_{\text{braccio}} = T_y x_c$$

$$\int_0^a \frac{\overline{T_y} S_x^{\uparrow\uparrow}(s)}{\overline{J_x} b(s)} b(s) r_G(s) ds = T_y x_c \quad (\overline{T_y} = 1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} x_c = \frac{1}{\overline{J_x}} \int_0^a S_x^{\uparrow\uparrow}(s) r_G(s) ds \\ y_c = -\frac{1}{\overline{J_y}} \int_0^a S_y^{\uparrow\uparrow}(s) r_G(s) ds \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{CTe} \\ (\overline{T_x} = 1) \end{array}$$

frofr. geom. del profilo

- Infatti $\tau_{zs}^{Te}(s)$ alle Jourkowsky, costanti sullo spessore, risultano energeticamente ortogonali e $\gamma_{zs}^{To}(s) = \frac{\tau_{zs}^{To}(s)}{G}$ lineari e ferfolle sullo spessore:



$$\frac{df_i}{dz} = \int_0^a \int_{-b/2}^{b/2} \tau_{zs}^{Te} \gamma_{zs}^{To} dn ds \equiv 0$$

$$\frac{\gamma_{zs}^{To}}{\tau_{zs}^{Te}}$$