

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC ; 6 CFU)

A.A. 2020/2021

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@uni.bg.it

SOMMARI DELLE LEZIONI

SOMMARIO (Lec. 16)

- Dalle Dinamica all'Instabilità delle strutture \Rightarrow criterio dinamico di stabilità secondo LIAPUNOV.
- Carico critico: valore caratteristico che segnala le perdite di stabilità del sistema (piccole perturbazioni non restano più confinate a risposta limitata).
- Transizione dinamica (verso il collasso).

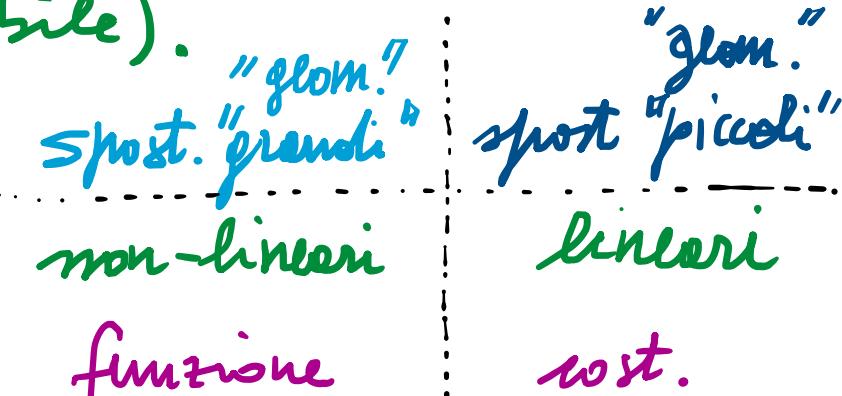
Instabilità delle Strutture

- Approssimazione statica: scrittura dell'equilibrio nelle configurazioni deformate (perdita di unicità della soluzione).
- Non-linearità geometrica carico/spostamento.
- Carico critico: p.t.o. di biforcazione nelle mappe dei percorsi di equilibrio.
- Analisi per spostamenti "geometricamente piccoli" (con stesso $P(r)$).

Next step: Approssimazione energetica per indagare la natura (stabile/instabile) delle configurazioni di equilibrio.

SOMMARIO (Lec. 17)

- Approccio energetico ai problemi di instabilità delle strutture \Rightarrow EPT (V).
- Th. di Dirichlet (CS di stabilità \Rightarrow EPT min. rel.).
mentre CN di equil. \Rightarrow EPT stazionario.
- Teoria del 2° ordine $\Rightarrow \nabla \approx \nabla_2$:
 - Eq. di equil., di stazionarietà, linearizzate.
 - Segno variazione seconda ($\alpha > 0 \Rightarrow$ stabile).
- Esempio SDOF:
 - Scrittura dell'EPT.
 - Equil. per condiz. di stazionarietà.
 - Analisi di stabilità per studio segno variaz. 2^a. funzione



Next step: Cenno all'instabilità di sistemi reali (con imperfezioni)
 \Rightarrow transizione continua, senza p.troli biforcazione.

SOMMARIO (Lec. 18)

- Instabilità di sistemi reali (con imperfezioni) [vs. sistemi ideali: privi di imp.]
 - transitione continua vs. ramo bifurcato
del sistema ideale.
 - bifurcazione per $P = P_{cr}$.
- Approccio statico per spost. "geom. grandi" e mappa dei percorsi di equilibrio.
 - validità delle stime di P_{cr} .
- " " " " " piccoli" \Rightarrow stabilità asintotica per P_{cr} .
 - Per trovare lo trend asintotico di sist. reale resta di rignif. ingegnerist.
- Approccio energetico, per spost. di entità come sopra (grandi/piccoli).
 - Individua, oltre alle stesse conf. in di equilibrio, le nature stabile o non stabile di esse (stabile per il ramo primario deviato dalla parte dell'imperfezione).

Next step: pb. euleriani di stabilità - Quadro generale ed esempi discreti MDOF.

SOMMARIO (Lec. 19)

- pb. euleriani di stabilità secondo teoria del 2° ordine, sistemi discreti MDOF.
- Condizione di perdita di stabilità ($\frac{1}{2}\delta^2\bar{\tau} = 0$) \Rightarrow carichi critici.
- Matrice di rigidezza elastica e geometrica: $K = K_E - \rho K_G$ (lin. in ρ , cost. ing).
- Rapporto di Rayleigh e pb. agli autovectori generalizzati \Leftrightarrow analogie con Dinamica.
- Esempio 3-DOF:
 - Scrittura dell'EPT (per spost. "geometricamente grandi").
 - Volutazione derivate prime e seconde.
 - Scrittura dell'EPT al 1° ord. ("piccoli") $\sim q_i^2$.
 - Conseguenti volutat. derivate prime ($\sim q_i^1$ lin.) e seconde ($\sim q_i^0 = 1$ cost.).
 - Calcolo dei carichi critici che condit. di singolarità di K ($\det K = 0$).

Next step: Deformate critiche; approccio statico (equil. nelle conf. ne deformata).
Sistemi continui (resta di Euler).

SOMMARIO (Lec. 20)

- Deformate critiche esempio 3DOF ("modi di instabilità").
- Approssimazione statico: scrittura diretta delle eq. n. di equilibrio nella configurazione deformata.
 - non-lineari per spost. finiti.
 - lineari per spost. geometricamente piccoli ($\sin \vartheta_i \approx \vartheta_i$).
 - Eq. n. risultano comb. lineare di quelle de staz. di EPT₂, con matrice di rigidezza \mathbf{K} con stesse proprietà algebriche.
- Sistemi continui (deformabilità elastica distribuita).
- Asta di Euler (con approssimazione statico) [eq. ne LT nelle conf. ne deform.].
- Carichi critici, deformate critiche, lunghezza di libera riflessione.

Next step: Generalizzazione ad altre condizioni di vincolo, se non si telei, formule di Newmark, verifica di stabilità.

SOMMARIO (Lec. 21)

- Aste incastrate e generalizzazione ad altre condizioni di vincolo.
- Coefficiente di vincolo, lunghezza di libera inflessione.
- Telei e nodi fissi: effetto flessionale delle travi considerato in molte rotazioni (elementi a deform. elastico concentrato).
- Formule di Newmark per travi appoggiate (errori contenuti).
- Verifica di stabilità (può essere interpretata come verifica di resistenza con esercizio amplificato di fattore $\omega \rightarrow$ "Metodo omega").
- Fine Instabilità delle Strutture - (2^a parte).

Next step: Anelasticità (flessibilità) delle Strutture (3^a parte).
Comportamento elastoflessivo del materiale.

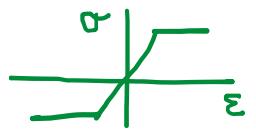
SOMMARIO (Lec. 22)

III - Anelasticità delle strutture (Plasticità) -

- Introduzione al comportamento non-lineare (elastoplastico) del materiale.
- Regimi tipici: elastico, perfettamente plastic, inclin. positivo/^{"hardening"} "softening" negativo.
- Comportamento anolonomo: legame incrementale (carico pl. vs. scarico el.).
- Dipendenze delle storie di carico (integraz. del legame incrementale).
- Tipologie di incremento e loro modellazione.
- Unicità del legame diretto/inverso.
- Incremento lineare e modulo tangente.
- Generalizzazione 3D: teoria della plasticità -

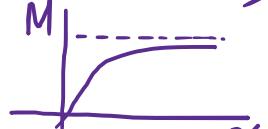
Next step: Flessione elastoplastica - Comportamento delle sezioni trasversali delle travi (verso una teoria strutturale in ambito di non-lin. di materiale).

SOMMARIO (Lec. 23)



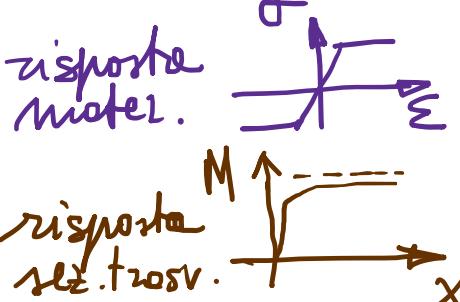
[*sia materiale*]
e sezione

- Flessione elasto-plastica (vs. legge costitutiva delle sez. trasversale).
- Hp. di conservazione delle sezioni piane (campo lineare di deformazione).
- Regime elastico (lineare): modulo di resistenza elastico, momento/curvatura e limite elastico.
- Regime elasto-plastico : plasticizzazione con "stress block" che si diffondono per curvature crescenti, dai lenti vs. l'interno ; legame M/X non-lin. con incrudimento ; modulo (di resistenza) plastico ; momento limite ($X \rightarrow \infty$).
- Fattore di forma : guadagno / plasticità / elasticità .
- Casi pratici : momento limite quando raggiunto per deformazioni osservabili $\sim 1\%$ in campo elasto-plastico .

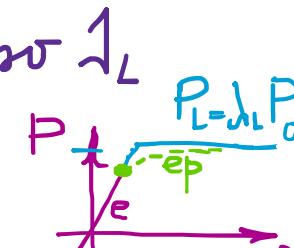
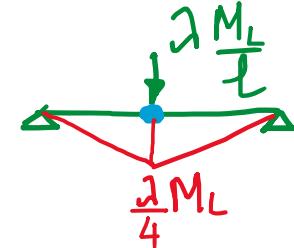


Next step : Comportamento globale delle trave inflesse ; ipotesi di cerchiplastica ; meccanismo di collasso (plastico) delle trave .

SOMMARIO (Lec. 24)

- Risposte elasto-plastiche delle trave (fino al collasso plastico) - Dopo:  risposta elastostat.
- Analisi di sistemi isostatici (trave appoggio-appoggio con carico concentrato in mezzeria).
- Momento nato per puro equilibrio \Rightarrow curvatura da legge costitutiva.
- Concentrazione curvatura (plastiche) in mezzeria \Rightarrow ipotesi di cerniere plastiche e schematizzazione semplificata per stime del collasso.
- Meccanismo di collasso plastico e stime del moltiplicatore di collasso J_L da bilancio energetico (P_{LV}).
- Curva $P-\Delta_s$ forze/spostamento (moltiplicatore/frecce) non-lineare da reale risposta elasto-plastica, con approssimazione lineare a tratti (piece-wise linear) nell'ip. di cerniere plastiche (utile alle stime di J_L).

Next step: Schema iperstatico (trave incostrata) \Rightarrow ulteriori risorse elasto-plastiche da ridistribuzione di spazio, con sviluppo di deformazioni plastiche - Risposte evolutive (lineare e tratti) con sequenza di attivazione delle cern. plast.



SOMMARIO (Lec. 25)

- $\overline{I-F}$
- Analisi evolutiva trave appoggio-appoggio con q (bilineare): collasso all'attivazione delle prime cerniere plastiche in mezzerie (risorse ulteriori); Δ_L agilmente determinato (via PLV), nonostante sottostima deformazione EP.
 - Analisi evolutiva trave incastro-incastro con q (tutlineare): sequenze di attivazione delle cerniere plastiche (due istanze di apertura); ulteriori risorse portanti da ridistribuzione di spazio per sviluppo di deformazioni plastiche, e carico crescente.
 - Confronto: moltiplicatore di collasso doppio (+100%); rigidezza elastica iniziale quintupla (rigidezza successive uguali a quelle del caso precedente, all'apertura delle cerniere plastiche alle estremità incastrate).
 - In genere, informazione essenziale è collasso plastico (meccanismo e moltiplicatore) vs. analisi evolutiva.

Next step: Teoremi fondamentali dell'Analisi Limite (calcolo a rottura dei telai), per stima del collasso plastico - Esempi.

SOMMARIO (Lec. 26)

- Teoremi fondamentali dell'Analisi Limite, alla base del Calcolo a Rotture (dei telai), volti alla determinazione (diretta) delle caratteristiche di collasso.
- Definizioni: classi staticamente e cinematicamente ammissibili (entro le quali si ricercano le condizioni di collasso).
- Teorema statico: fornisce una delimitazione inferiore del mult. limite: $\lambda^- \leq \lambda_L$.
- Teorema cinematico: " " " superiore " " " : $\lambda_L \leq \lambda^+$.
- Teorema misto: se le delimitazioni ^{"forchette"} laterale si stringe a zero, il mult. di collasso risulta individuato $\Rightarrow \lambda^- = \lambda_L = \lambda^+$.
- Dimostrazione via PLV (indip. da parametri elastici e effetti anelastici progressi).
- Metodi diretti (statico/cinematico/misto): sulla base dei Th. Visti, divengono strumenti operativi per il calcolo ("monusole" o "automotivo") delle caratteristiche di collasso plastic.

Next step: Esempi (travi e telai), con determinazione o stima delle caratteristiche a collasso ($\lambda^- \leq \lambda_L \leq \lambda^+$, momento a collasso, meccanismo plastico).

SOMMARIO (Lec. 27)

- I Th. fondamentali dell'Analisi Limite olivengono "Metodi diretti" di calcolo per le stime del collasso plastico (anche "manuali") -
- Operando con metodo statico, si mire ad ottenere una sequenza massimizzante dei λ^- ($\lambda_L = \max\{\lambda^-\}$).
- Operando con metodo cinem., " " " " " " " minimizzante dei λ^+ , o comunque a fornire delle impostazioni bilaterali del moltiplicatore limite $\lambda^- \leq \lambda_L \leq \lambda^+$ sufficientemente ristrette.
 $\lambda_L = \min\{\lambda^+\}$.
- Laddove λ^+ fosse anche λ^- , al metodo misto, si mighi violata il molt. di collasso $\lambda^- = \lambda_L = \lambda^+$ (conformità rispettata).
- Esempio di trave incastro-appoggio, con soluzione "esatta".

Next step : Esempio di telaio e fortele.

SOMMARIO (Lec. 28)

- Esempio di telaio a portale doppia mente incastrito con carichi concentrati.
- Risoluzione con "metodi diretti", "manuali":
 - Metodo cinematico
 - Metodo statico
 - Metodo misto

• delimitazione bilaterale (in genere suff. ai fini ingegneristici),
• stima del moltiplicatore limite λ_L e dei momenti a collasso $M_{iL}(x)$.
- Mecanismo completo (collasso dell'intera struttura) \Rightarrow struttura isostatica con distribuzione univoca di $M_i(x)$ che, se conforme, corrisponde anche a λ_L .
- Mecanismo parziale (collasso di parte delle strut.) \Rightarrow " ijk " " "
" non " " (conformità relativa per ciascuna coppia di incognite ijerstetiche residue) \Rightarrow valori λ^- (e maggiore tra i possibili λ^-).
- Metodo statico ("safe th.") fornisce sempre stime conservative $\lambda^- \leq \lambda_L = \max \lambda^-$ ma di più difficile elaborazione per str. con molte sic. ijerstetiche (cette moltiplici).
- Metodo cinematico ("upper bound") fornisce stime non conserv. $\min \lambda^+ = \lambda_L \leq \lambda^+$ ma di assai facile determinazione (es. di equil. e collasso incipiente tramite PLV).
Laddove tutti i meccanismi, λ_L è il min tra tutti quelli det. ; ove una parte, $\lambda_L \leq \lambda_{\min}$.
- Metodi codificabili in forma computazionale (Programmazione Lineare) con calcolo metriciale.

Conclusioni globali sul corso [D(I)AS]: (Plasticità)

- Tre discipline, Dinamica/Instabilità/Aneleasticità delle Strutture, viste separatamente (oggetti concettuali fondamentali) → ma in realtà interagenti.
- Come estensione da SolC (statica in ambito lineare):
Dinamica: con incisie, linearità (elasto-viscosa).
Instabilità/Aneleasticità: "quasi statica", non-linearietà (geometrica/di materiale).
- Dinamica anche ben tipica di stati di servizio (uso quotidiano vibrazionale, es. ponti).
- Instabilità/Aneleasticità più tipica di stati limiti ultimi (preludono o concludono al collasso), tipicamente tramite transizione dinamica → Risposta non-lineare con discipline ex-festanti.
- Trait d'union: sistemi discreti (masse concentrate; elementi a deformabilità concentrate, elastiche (molte)/plastiche (cerniere plastiche o smooi)).
- Modi caratteristici:
 - "di Dinamica" (modi principali di vibrazione, frequenze proprie; $\omega_1 = \min \omega_i$);
 - "di Instabilità" (deformate critiche, carichi critici; $p_{cr} = \min p_{ri}$);
 - "di Plasticità" (meccanismi di collasso, multipliatori cinematici; $\Delta_L = \min \Delta_i^+$).
- Link con MCSS (discretizzazione) e uso calcolo metricale (automatizzato).
- Recano traccia del filone SolC - CdSdC - DIAS (fondamenti) sugli aspetti teorico- (+MCSS) metodologici in Meccanica dei Solidi e delle Strutture.
- Seguono aspetti applicativi nell'area di TolC (Progetto, verifica agli S.L.U., costruzioni in zone sismiche).