

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC ; 6 CFU)

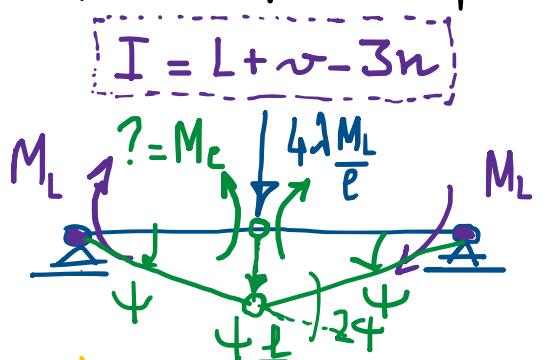
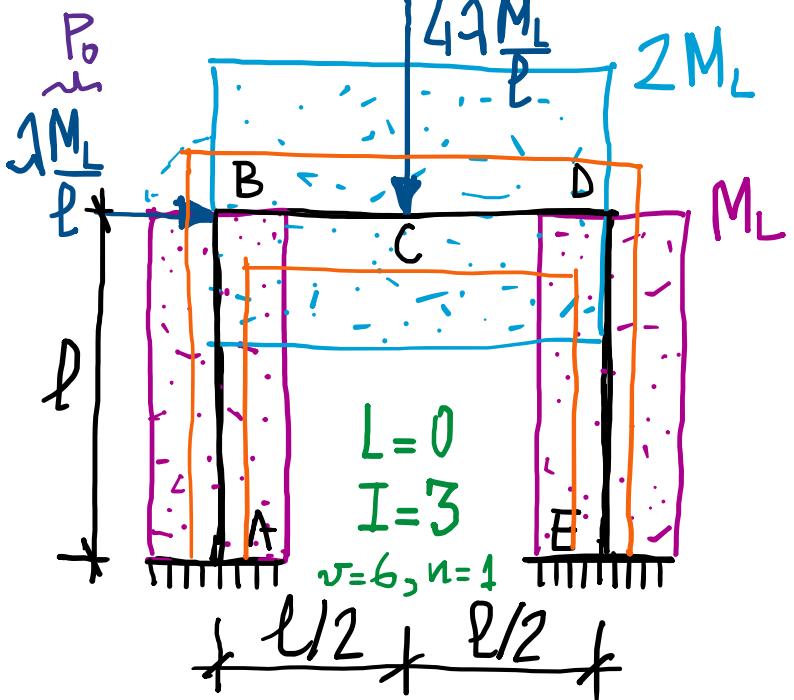
A.A. 2021/2022

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 28

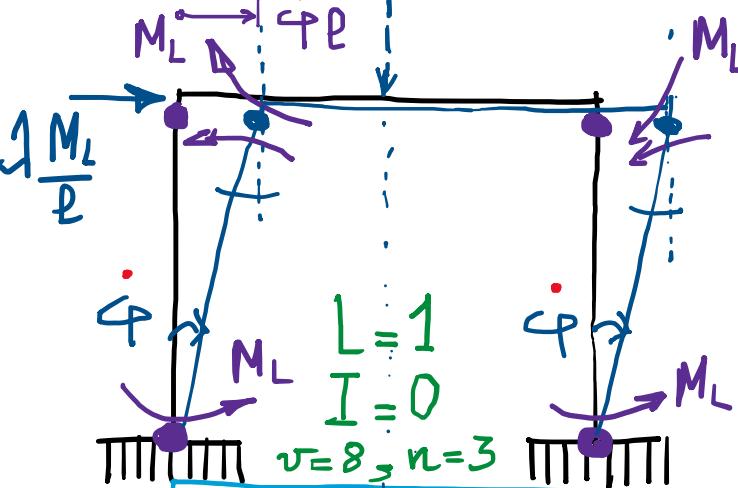
Esempio di telaio a portale con carichi concentrati \rightarrow determinazione diretta delle caratteristiche di collasso.



$$\text{PLV: } \frac{P_e}{P} = 4\lambda \frac{M_L}{l} \frac{P}{2} - M_C \frac{P}{2} + M_f \frac{4}{l} - M_L \frac{P}{l} = D \quad (\text{eq. ne di equil.})$$

$$M_C = \lambda M_L = 4M_L \Rightarrow \rho_m = \frac{M_C}{2M_L} = 2 \Rightarrow \lambda^- = \frac{\lambda^+}{\rho_m} = \frac{1^+}{2} = 1^-$$

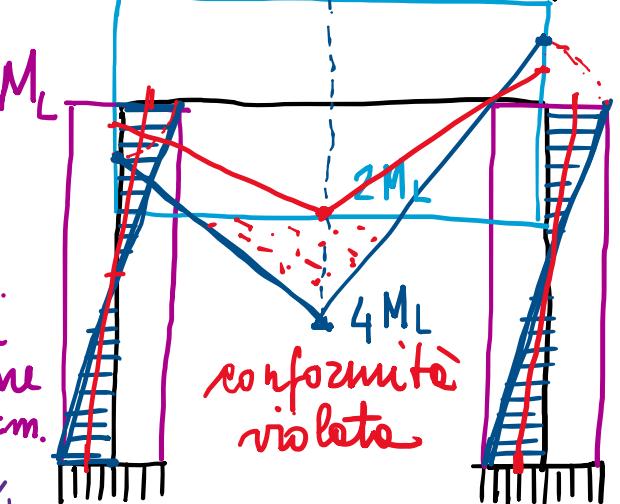
• Metodo cinematico: analisi di possibile meccanismo



• Meccanismo di porrete
(completo, cioè coinvolge il collasso dell'intera struttura)

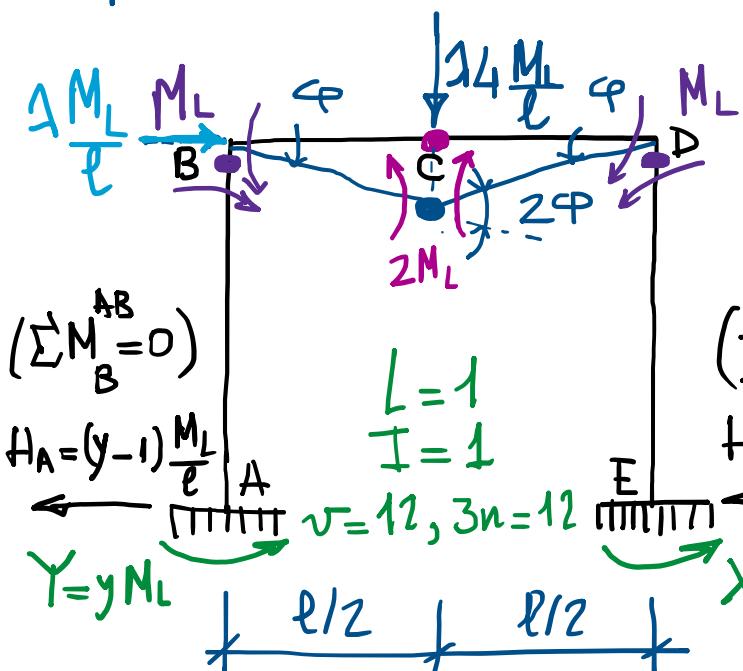
$$\text{PLV: } \frac{P_e}{P} = \lambda \frac{L_{e0}}{l} = \frac{D}{P} = D \Rightarrow \lambda^+ = \frac{D}{L_{e0}}$$

$$\lambda^+ = \frac{4M_L}{M_L + P} \Rightarrow \lambda^+ = 4$$

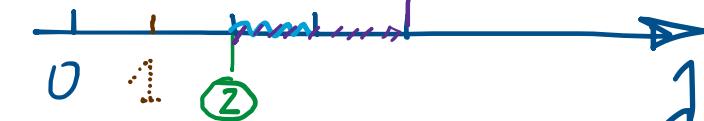


Passando immediatamente al th. statico (nell'etica di Metodo Misto), si verifica se la distribut. di momenti risultante (qui univocamente nota) è staticamente ammissibile: È λ^+ anche un λ^- ?
 $\lambda^- = \frac{1^+}{\rho_m} = \frac{1^+}{2} = 1^-$
 Se sì, avremmo λ_L .
 delimitazione bilaterale

- Mecanismo di trave: meccanismo "parziale" (coinvolge una parte delle strutture)



$$\lambda^+ = \frac{\lambda}{\lambda_{\text{ext}}} = \frac{2M_L \varphi + 2M_L 2\varphi}{2 \cdot 4 \frac{M_L}{l} \varphi} = \frac{6N_L}{2M_L} = 3 \Rightarrow 2 < \lambda_L < 3$$

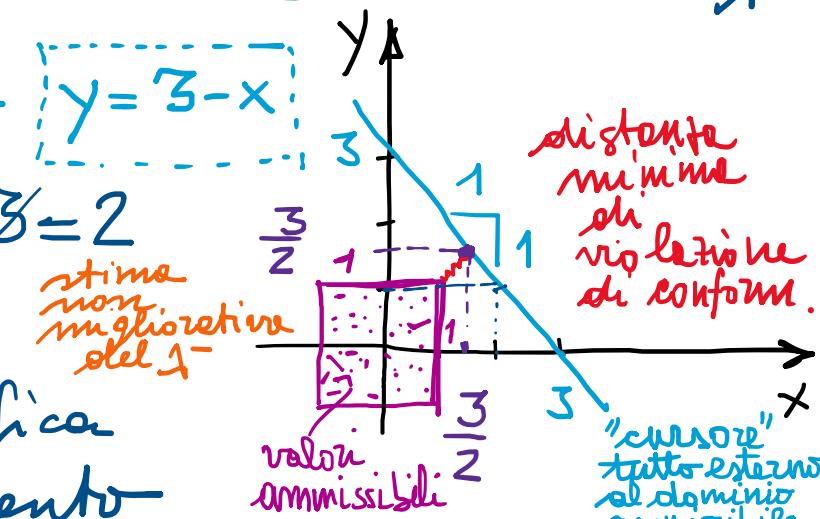


$$(\sum F_x = 0) \quad H_A + H_E = \lambda \frac{M_L}{l}$$

$$1 + x + y - 1 = \lambda = 3 \Rightarrow y = 3 - x$$

$$\rho_m^{\min} = \frac{3}{2} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda^+}{3/2} = \frac{2}{3} \lambda^+ = \frac{2}{3} \cdot 3 = 2$$

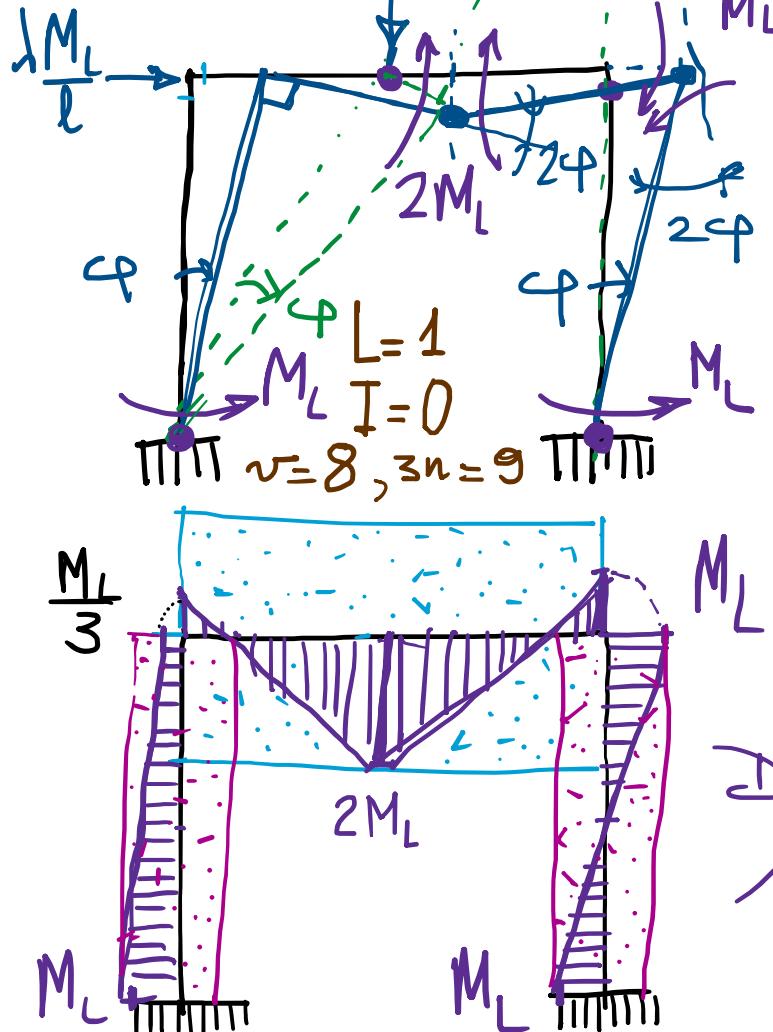
stima non migliorettiva del λ^-



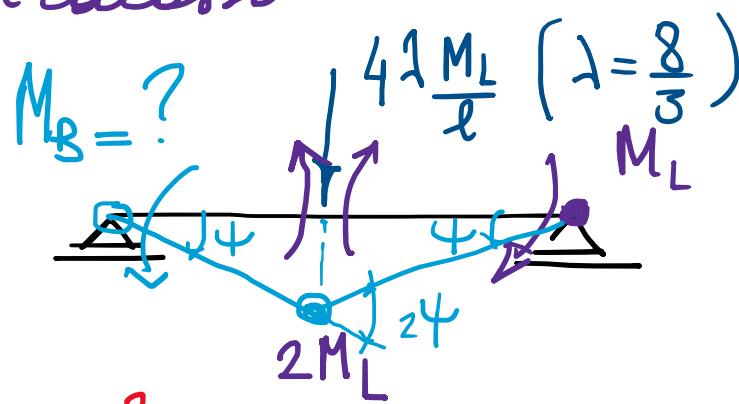
Corrispondentemente (al meccanismo parziale), la verifica di conformità plastica della distribuzione del momento flettente considera possibili scelte dell'ipotesi resistive (es. X), quindi con determinazione non univoca del λ^- . È qui possibile determinare il valore massimo possibile del λ_3^- per queste famiglie di quantità statiche ($X, Y(X)$), dividendo λ^+ per ρ_m^{\min} .

- Meccanismo di trave-parete (meccanismo completo)

$$M_B = ?$$



Meccanismo
di collasso



$$\begin{aligned} \Gamma_L &= \cancel{\frac{2}{4}} \frac{8}{3} \frac{M_L}{l} + \cancel{\frac{l}{2}} - M_L \varphi - 2M_L 2\varphi - M_B \varphi = 0 \\ &= \left(\frac{16}{3} - \frac{5 \cdot 3}{3} \right) M_L \varphi - M_B \varphi = 0 \Rightarrow M_B = \frac{1}{3} M_L \end{aligned}$$

conformità

rispettate in B

$$\lambda^- = \lambda^+ = \frac{8}{3} = \lambda_L$$

Th. misto

Distribuzione dei momenti (conforme)
a collasso, per $\lambda_L = \frac{8}{3}$.

Concetti fondamentali :

- Utilizzo dei th. fondamentali dell'A.L. quali "metodi diretti" di calcolo a rottura, verso la determinazione delle caratteristiche di collasso plastico (statiche: moltiplicatore dei carichi di collasso $s = \lambda_L$, distribuzione delle azioni interne a collasso, $M_{\text{int}}(x)$; cinematiche: meccanismo di collasso, con individuazione delle CP).
- In genere, tipicamente in presenza di strutture staticamente indeterminate (iperstatiche), risulta conveniente partire col Metodo Cinematico, ipotizzando dei possibili meccanismi di collasso (parziale, cioè di una porzione di struttura o completo, cioè coinvolgente l'intera struttura), e poi reletivi moltiplicatori cinematici λ^+ , tra i quali selezionarne il minimo, verificando quindi se questo posse essere anche un moltiplicatore statico λ^- , si fin di individuare λ_L (se è possibile determinare una conf. ne static. ammissibile corrispondente) o un'opportuna delimitazione bilaterale $\lambda^- \leq \lambda_L \leq \lambda^+$.

SOMMARIO (Lec. 28)

- Esempio di telaio a portale doppia mente incastrito con carichi concentrati.
- Risoluzione con "metodi diretti", "manuali":
 - Metodo cinematico
 - Metodo statico
 - Metodo misto

• delimitazione bilaterale (in genere suff. ai fini ingegneristici),
• stima del moltiplicatore limite λ_L e dei momenti a collasso $M_{iL}(x)$.
- Mecanismo completo (collasso dell'intera struttura) \Rightarrow struttura isostatica con distribuzione univoca di $M_i(x)$ che, se conforme, corrisponde anche a λ_L .
- Mecanismo parziale (collasso di parte delle strut.) \Rightarrow " " " "
" non " " (conformità valutabile per scelte di riconosciute iperstatiche residue) \Rightarrow vari λ^- (e maggiore tra i possibili λ^-).
- Metodo statico ("safe th.") fornisce sempre stime conservative $\lambda^- \leq \lambda_L = \max \lambda^-$ ma di più difficile elaborazione per gradi con molte ric. iperstatiche (scelte moltiplici).
- Metodo cinematico ("upper bound") fornisce stima non conserv. $\min \lambda^+ = \lambda_L \leq \lambda^+$ ma di assai facile determinazione (es. di equil. a collasso incipiente tramite PLV).
Laddove tutti i meccanismi, λ_L è il min tra tutti quelli det.; ove una parte, $\lambda_L \leq \lambda^+$ min.
- Metodi codificabili in forma computazionale (Programmazione Lineare) con calcolo metriciale.

Conclusioni globali sul corso [D(I)AS]: (Plasticità)

- Tre discipline, Dinamica/Instabilità/Aneleasticità delle strutture viste separatamente (aspetti concettuali fondamentali) → ma in realtà interagenti.
- Come estensione del SolC (statica in ambito lineare):
Dinamica: con iniezione, linearità (elasto-viscosa).
Instabilità/Aneleasticità: "quasi statica", non-linearietà (geometrica/odi materiale).
- Dinamica anche ben tipica di stati di servizio (uso quotidiano vibrazionale, es. ponti).
- Instabilità/Aneleasticità più tipica di stati limiti ultimi (preludono o conducono al collasso), tipicamente tramite transizione dinamica → Risposta non-lineare con discipline ex-festanti.
- Trait d'union: sistemi discreti (masse concentrate; elementi a deformabilità concentrate, elastiche (molle)/plastiche (cerniere plastiche o snodi)).
- "Modi" caratteristici:
 - » "di Dinamica" (modi principali di vibrazione, frequenze proprie; $\omega_1 = \min \omega_i$);
 - » "di Instabilità" (deformate critiche, carichi critici; $f_{cr} = \min f_{cr,i}$);
 - » "di Plasticità" (meccanismi di collasso, moltiplicatori cinematici; $A_L = \min A_i^+$).
- Link con MCSS (discretizzazione) e uso calcolo matriciale (automatizzato).
- Recano traccia del filone SolC - CdSdC - DIAS (fondamenti) sugli aspetti teorico- (+MCSS) metodologici in Meccanica dei Solidi e delle Strutture.
- Seguono aspetti applicativi nell'area di TolC (Progetto, verifica agli S.L.U., costruzioni in zone simice).