

Applicazione dei due Th. sulle catene cinematiche

- Sistema di n aste \rightarrow si presuppone la labilità dell'intero sistema

- Vasta ($\{1 \dots n\}$)
 $n-1$ coppie assuibili
 $\frac{n^2}{2}$ escludendo le ripetit.

$(i,j) \equiv (j,i)$

$\frac{n-2}{3}$ triplette ass

o la latz

• Over
Satin

• Se tui

• H

- A volte
la spie

• Verifica

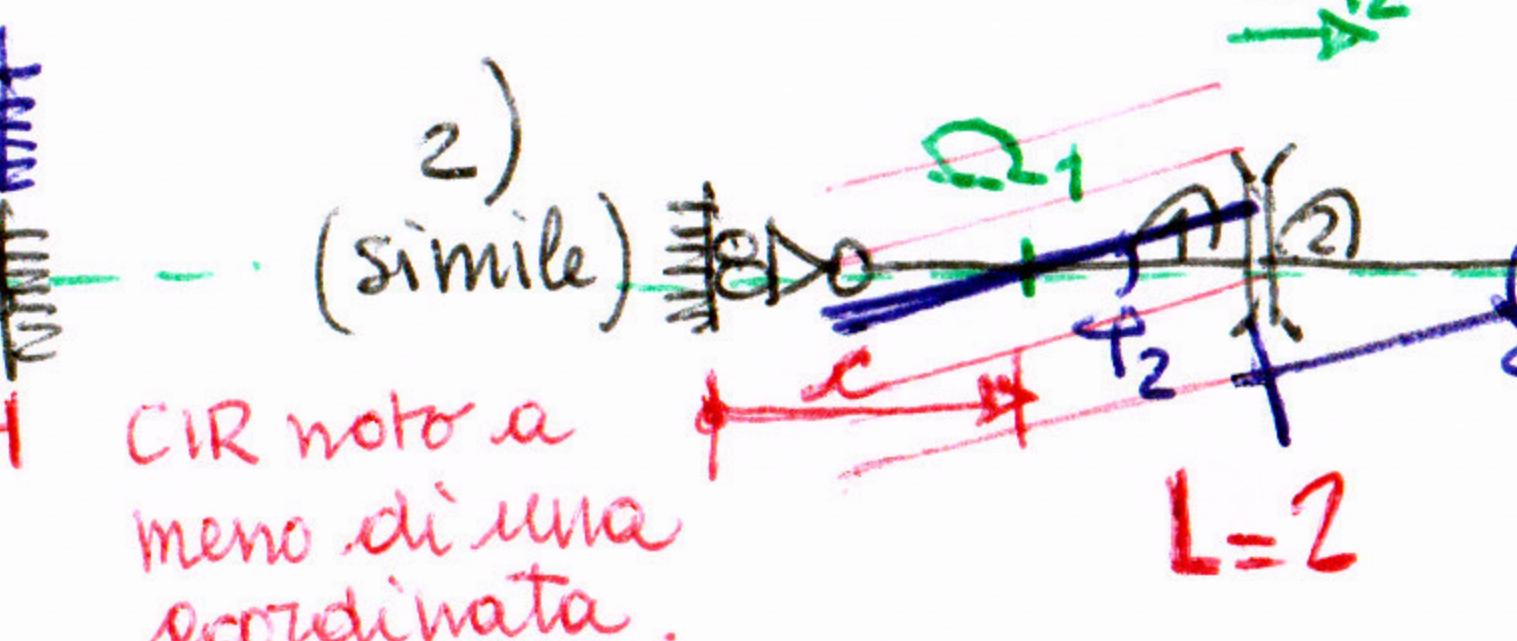
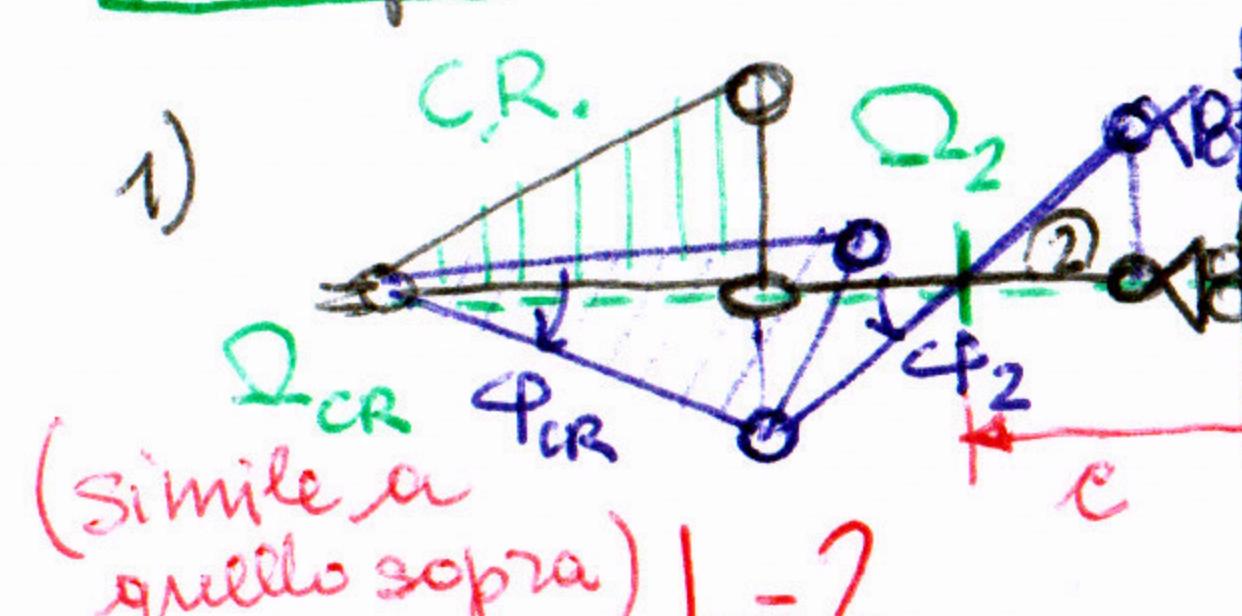
✓
Name

$$N = \frac{1}{K!} \prod_{i=0}^{K-1} (n-i) = \frac{n(n-1)(n-2)\cdots(n-K+1)}{K!} = \binom{n}{K} \stackrel{\text{def.}}{=} \frac{n!}{K!(n-K)!} = \binom{n}{K}$$

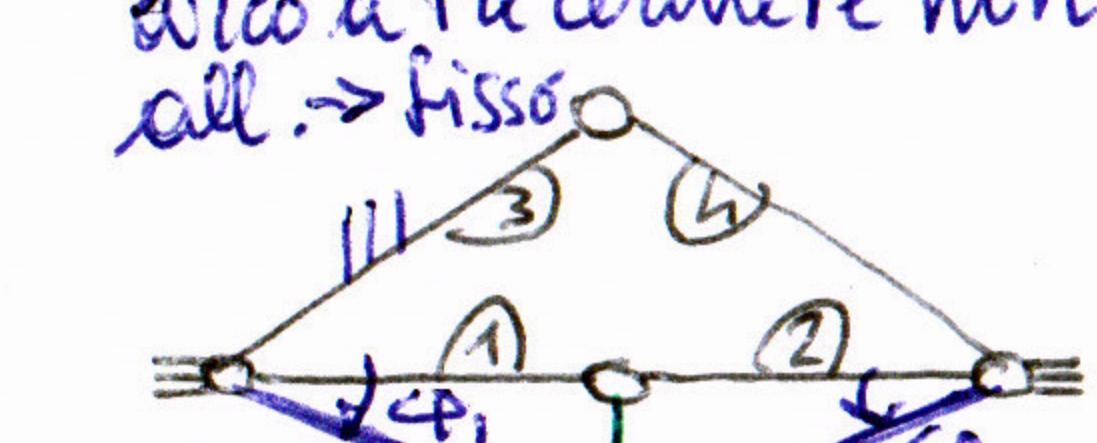
• Es.

$$\left. \begin{array}{l} n=2 \rightarrow n_d = 1 \\ n_t = 0 \end{array} \right\} 1 \text{ condiz.}, n_{CIR}^o = 3 \quad | \quad \left. \begin{array}{l} n=3 \rightarrow n_d = 3 \\ n_t = 1 \end{array} \right\} 4 \text{ condiz.}, n_{CIR}^o = 6 \quad | \quad \left. \begin{array}{l} n=4 \rightarrow n_d = 6 \\ n_t = 4 \end{array} \right\} 10 \text{ condiz.}, n_{CIR}^o = 10 \quad | \quad \text{ecc.}$$

Esempi

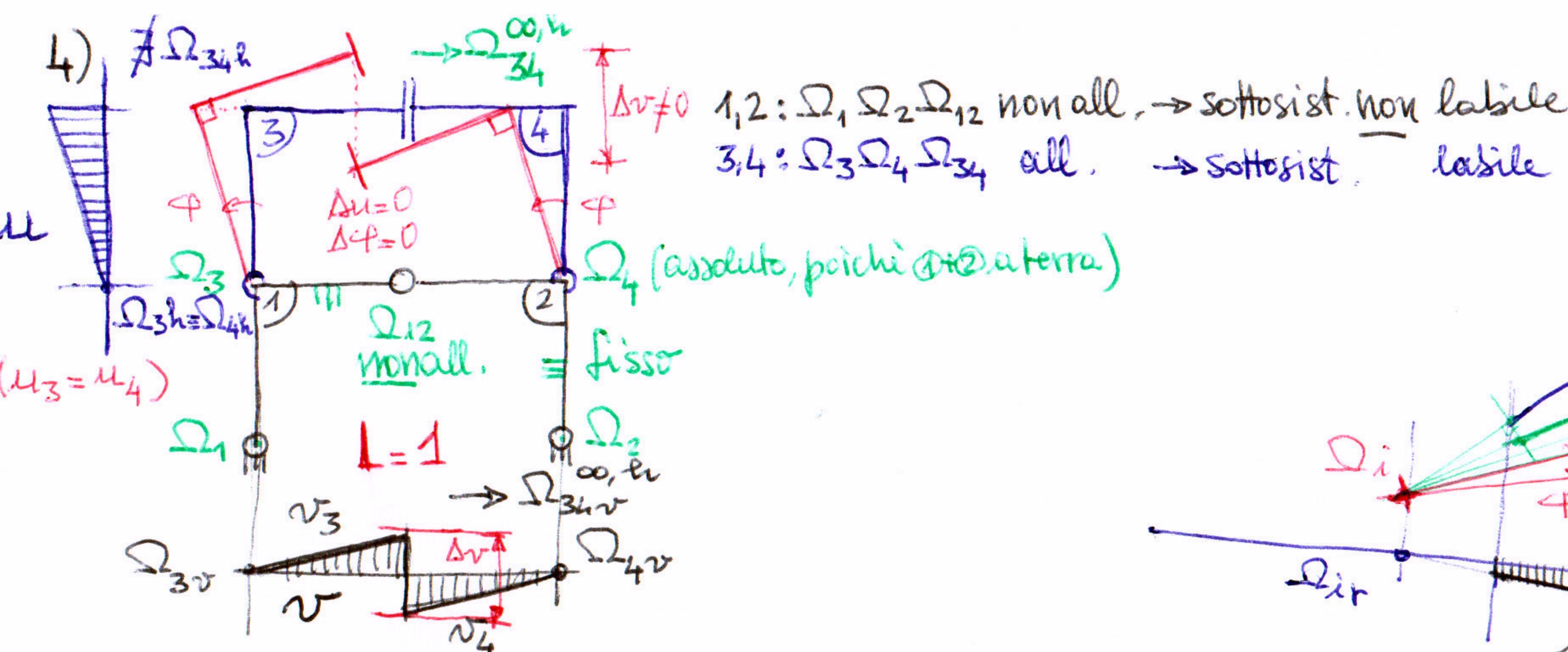


Altro

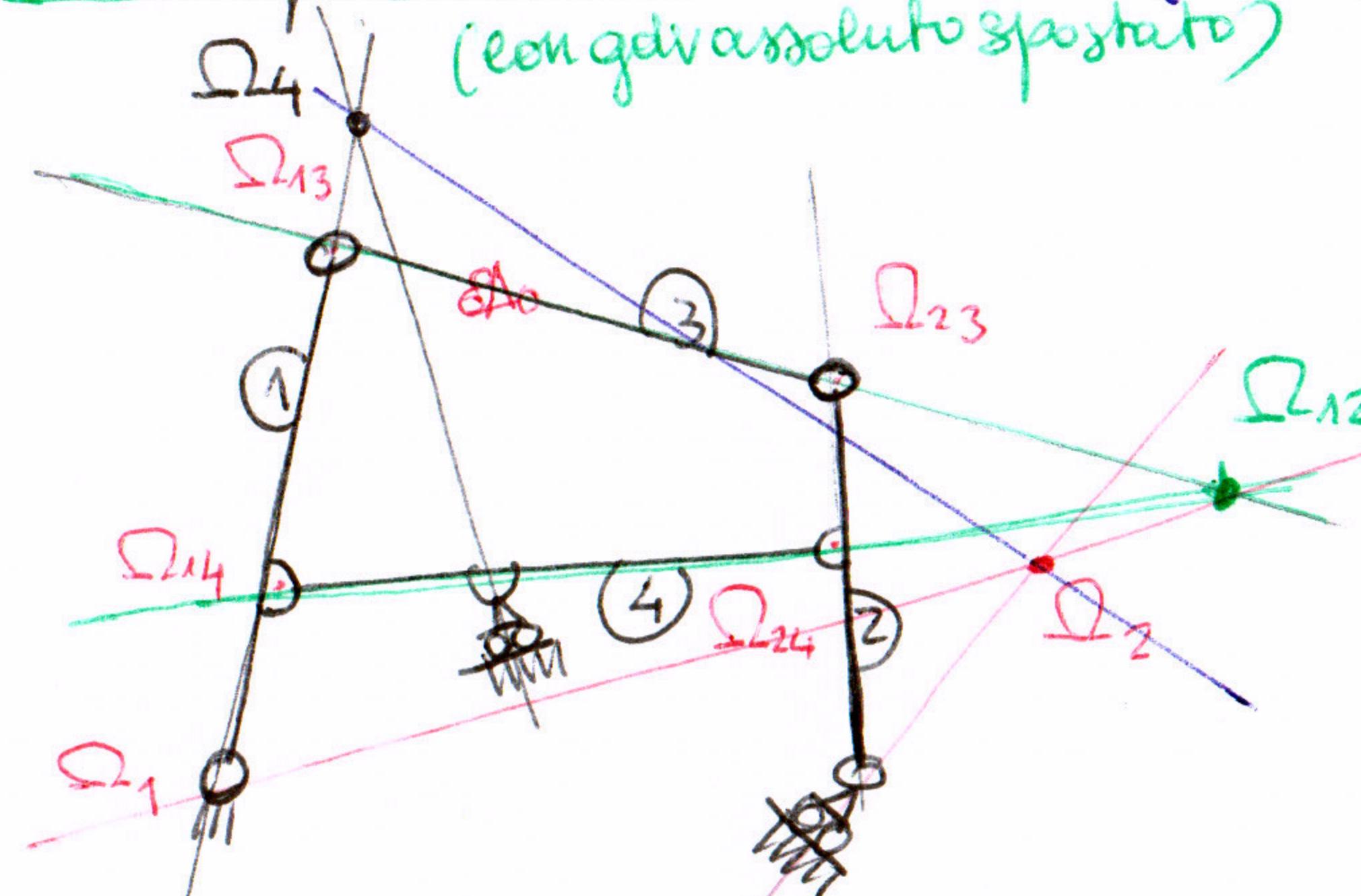


~~Labilità per
dislocazione~~

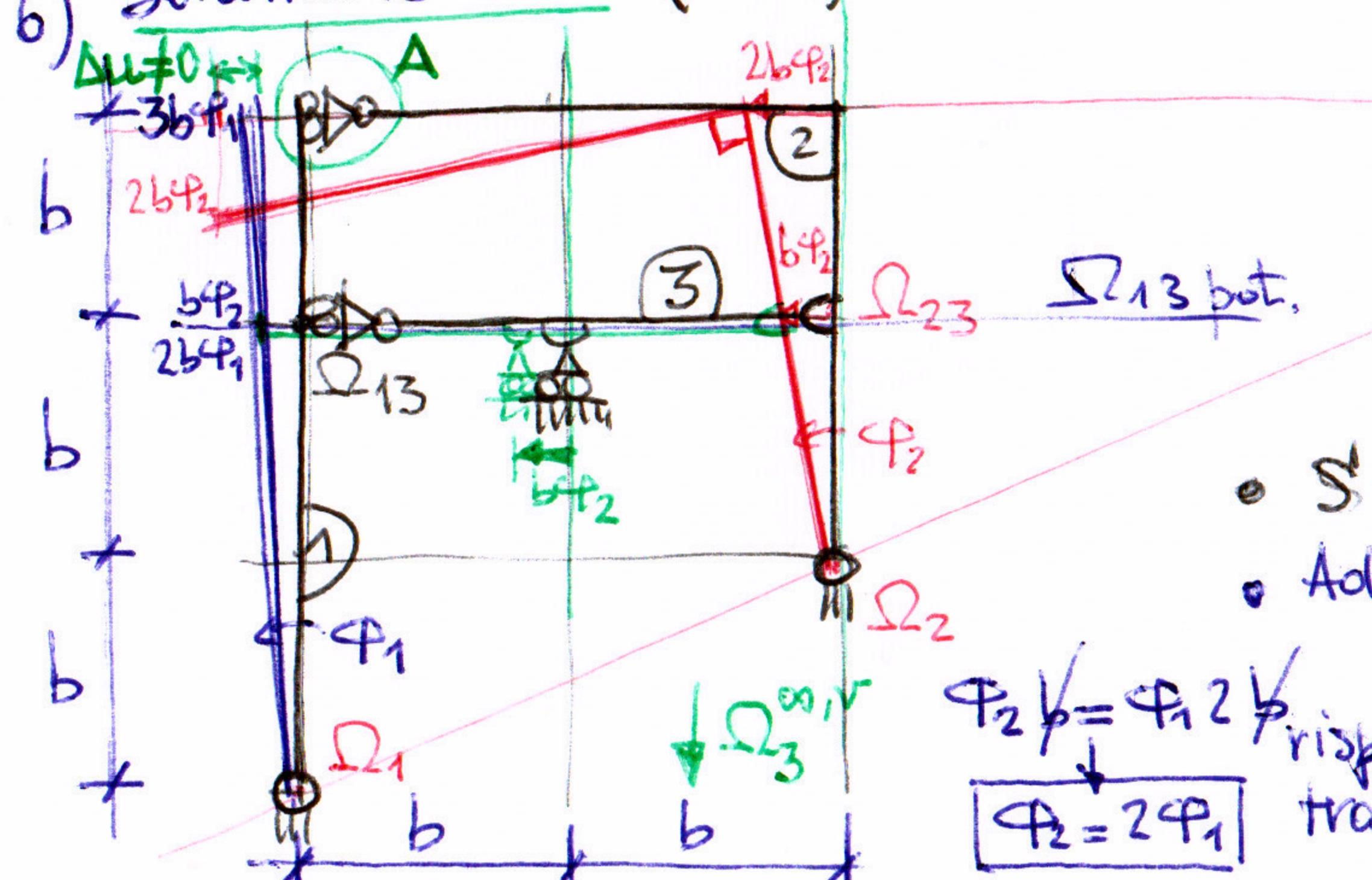
$$\textcircled{1} + \textcircled{2} - L=1 \rightarrow \begin{array}{l} \text{Arco a tre} \\ \text{cerchere} \\ \text{allineate} \end{array} \quad \begin{array}{l} 3a. \\ 1 \end{array}$$



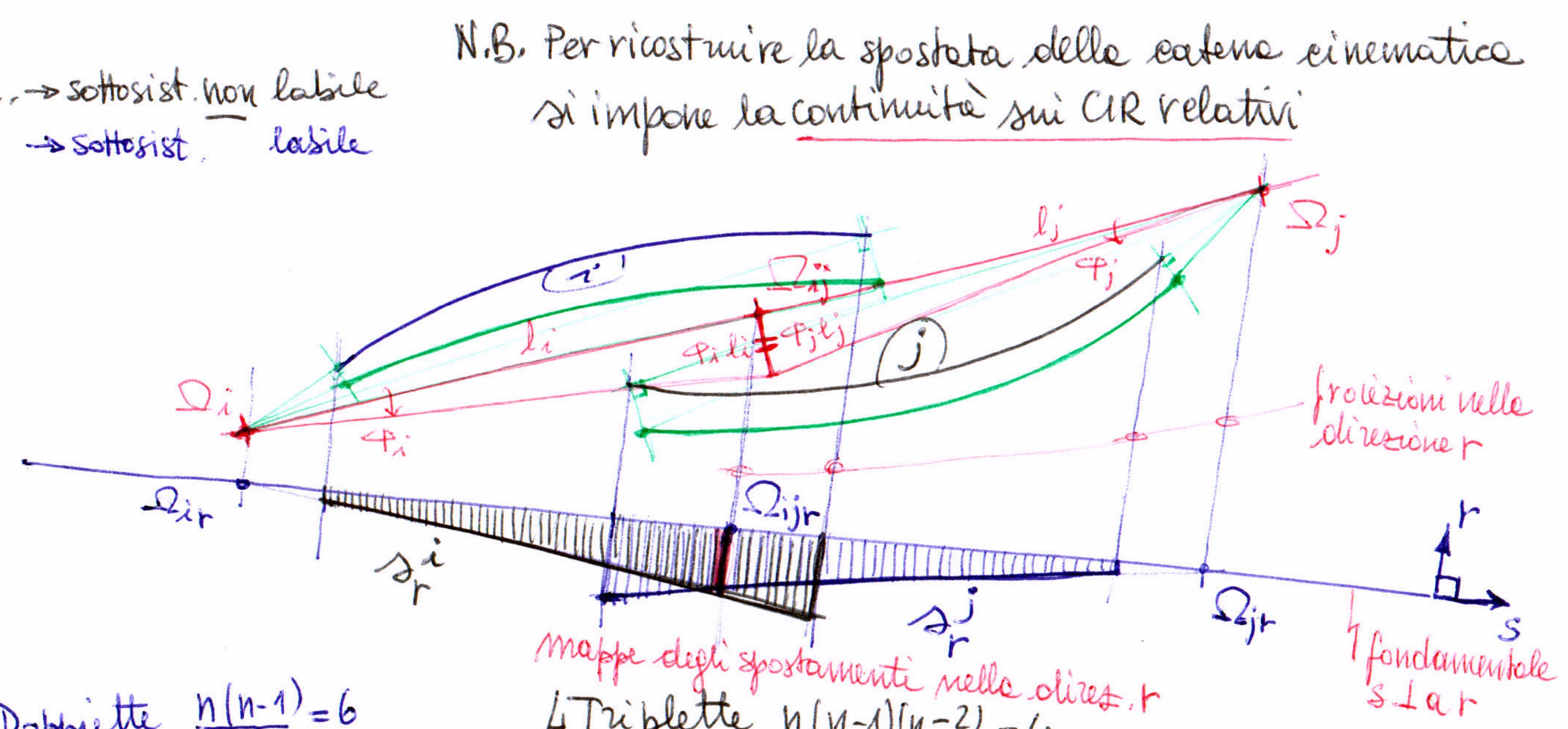
5) Pseudo quadrilatero articolato. ($n=4$)



6) Schema simile ($n=3$)



- Si vede infatti che anche provando a disegnare la spostata, si ottiene situazione incompatibile.
- Ad es., basandosi su $1+3+2 \rightarrow$ vincolo carrello tra 1 e 2 violato ($\Delta u_A \neq 0$)
- ma: $\frac{u_A^2}{u_A^1} = -2b\varphi_2 = -4b\varphi_1 \quad \Delta u_A \neq 0$ Dovrebbe aprire il carrello per raggiungere la spostata



6 Doppiette $\frac{n(n-1)}{2} = 6$

- * 12 $\Omega_1 \Omega_2 \Omega_{12} \xrightarrow{\text{corr.}} \Omega_2$ ②
 $(13 \Omega_1 \Omega_3 \Omega_{13})$
- * 14 $\Omega_1 \Omega_4 \Omega_{14} \xrightarrow{\text{corr.}} \Omega_4$ ③
 $(23 \Omega_2 \Omega_3 \Omega_{23})$
- * 24 $\Omega_2 \Omega_4 \Omega_{24} \rightarrow$ violata ④
 $(34 \Omega_3 \Omega_4 \Omega_{34})$

4 Triplette $\frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 4$

- * 123 $\Omega_{12} \Omega_{23} \Omega_{13} \quad \} \rightarrow \Omega_{12}$ ①
 $\Omega_{12} \Omega_{24} \Omega_{14}$
- * 124 $\Omega_{13} \Omega_{34} \Omega_{14} \quad \} \rightarrow \Omega_{34}$
 $\Omega_{23} \Omega_{34} \Omega_{24} \quad \} \rightarrow \Omega_{34}$

\hookrightarrow 2+4 sistema fisso
 in cascata, tutto fisso
SISTEMA NON LABILE

- Tutto ciò che è targato 3 può essere considerato in un secondo momento.

$$③ \bullet \Omega_1 \Omega_3 \Omega_{13} \xrightarrow{\text{corr.}} \Omega_{13}$$

Ω_{12}

$$① \bullet \Omega_1 \Omega_2 \Omega_{12} \xrightarrow{\text{corr.}} \Omega_{12}$$

$$④ \bullet \Omega_{12} \Omega_{23} \Omega_{13} \text{ non allineati} \Rightarrow 1+2+3 \text{ formano un CR}$$

$$② \bullet \Omega_2 \Omega_3 \Omega_{23} \xrightarrow{\text{corr.}} \Omega_3$$

(quindi, in cascata, sistema non labile)

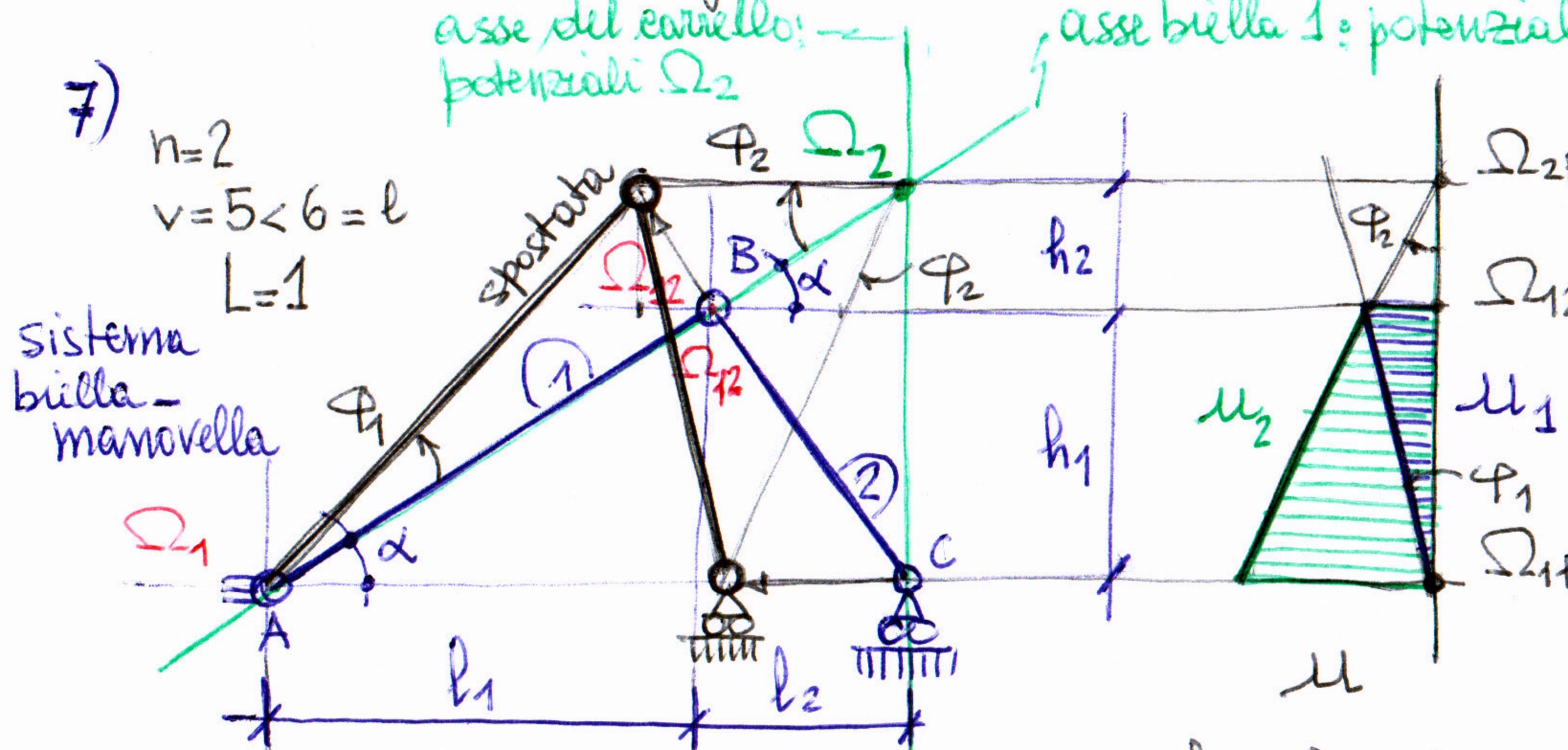
- Biella 3 condensabile in carrello
- Consente rebbe il passaggio da $n=4$ a $n=3$, $n_d=3$, $n_t=1$
- Sono quindi cruciali le * (con $\neq 0$ tenuta in conto con l'asse del carrello introdotto)
- Avalle, ricostruire anche gli altri CIR, specie se c'è moto (per il disegno delle spostate)

3a

$\varphi_2 \neq \varphi_1 \neq$ rispetto del carrello
 $\varphi_2 = 2\varphi_1$ tra 1 e 3

eristicumby.it (2)

- Ulteriori esempi di AC geometriche, con tracciamento di spostate e mappe di componenti di spostamento -



$$\begin{aligned} \Phi_1 h_1 &= \Phi_2 h_2 \\ &\downarrow \\ &= \Phi_2 \frac{l_2 h_1}{l_1} \\ \Phi_1 l_1 &= \Phi_2 l_2 \text{ OK} \end{aligned}$$

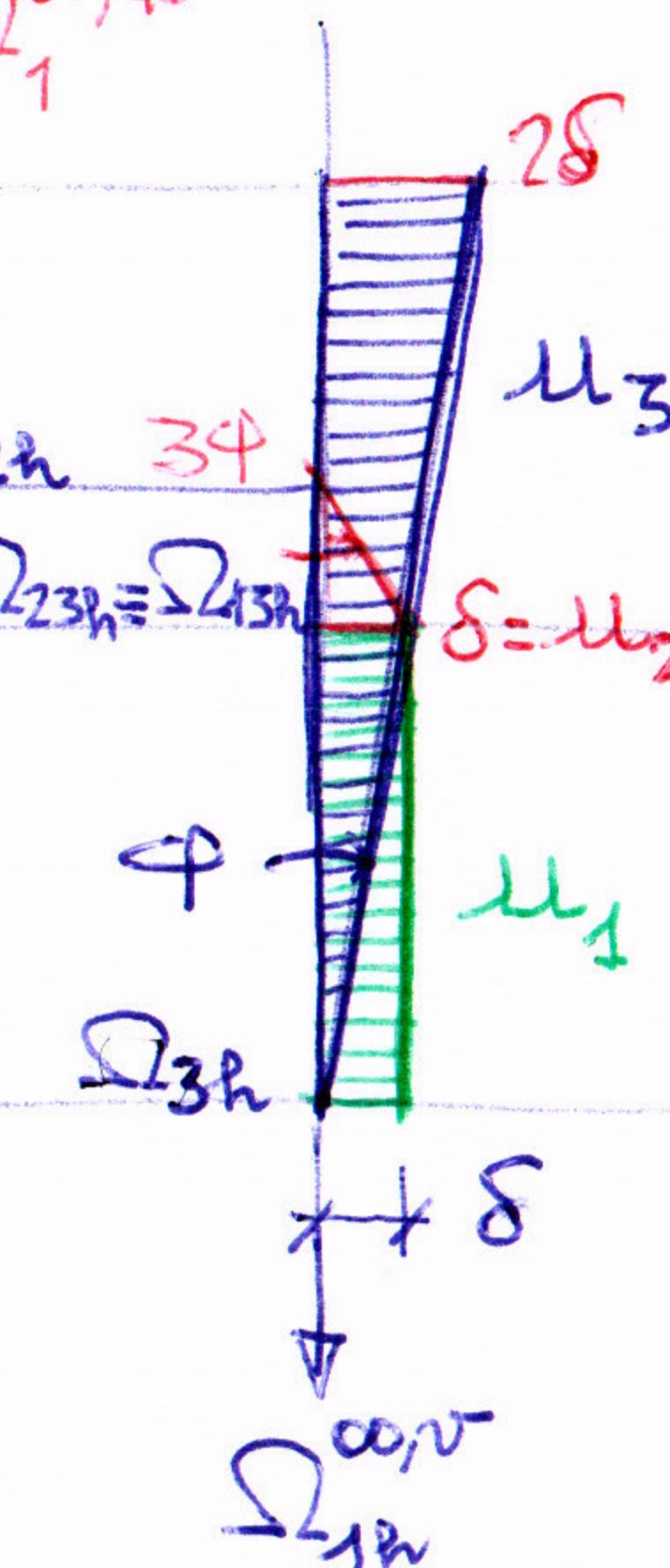
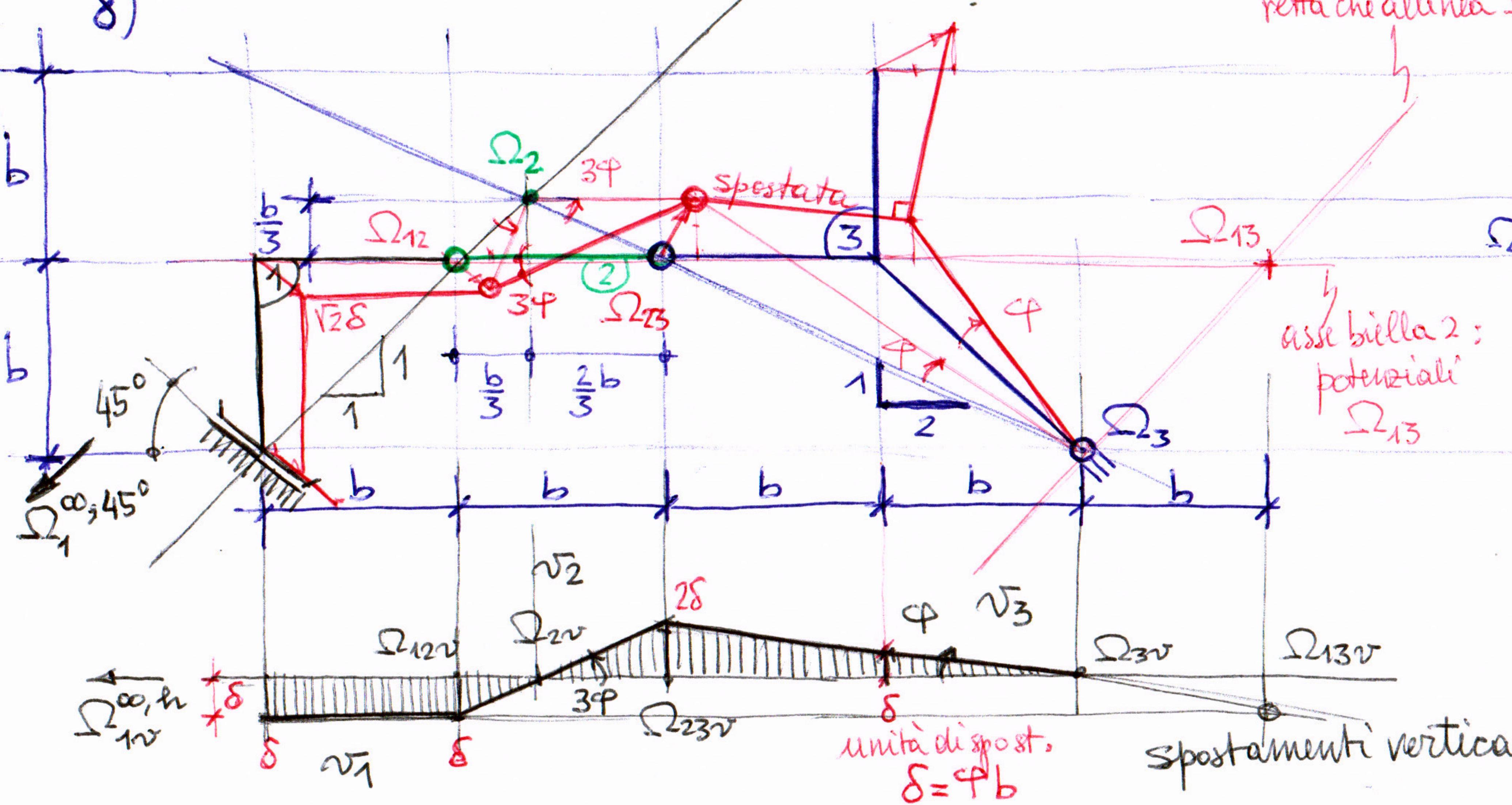
Oppure:
congruente $\Delta_{B1} = \Delta_{B2}$:

$$\begin{aligned} \Phi_1 \overline{AB} &= \Phi_2 \overline{B\bar{A}_2} \\ &\downarrow \\ \Phi_1 \frac{l_1}{\cos \alpha} &= \Phi_2 \frac{l_2}{\cos \alpha} \text{ OK} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{\dot{\theta}_1}{l_1} = \frac{\dot{\theta}_2}{l_2} \\ \Omega_{1v} &= \frac{\dot{\theta}_1}{l_1} \\ \Omega_{2v} &= \frac{\dot{\theta}_2}{l_2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Anche: } \overline{AB} : l_1 &= \overline{B\bar{A}_2} : l_2 \\ &\downarrow \\ \overline{B\bar{A}_2} &= \frac{l_2}{l_1} \overline{AB} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Phi_1 \overline{AB} &= \Phi_2 \frac{l_2}{l_1} \overline{AB} \\ &\downarrow \\ \boxed{\Phi_1 l_1 = \Phi_2 l_2} & \text{OK} \\ \rightarrow \text{es. } \Phi_1 : \Phi_2 = \frac{l_1}{l_2} \Phi_1 \\ \text{oppure } \Phi_2 : \Phi_1 = \frac{l_2}{l_1} \Phi_2 \end{aligned}$$



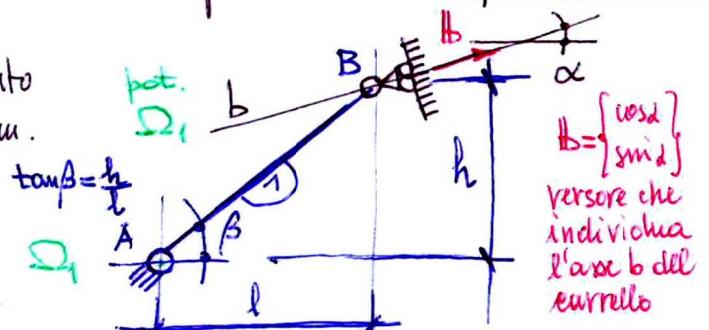
$$\begin{aligned} 34 \frac{b}{3} &= \Phi b \text{ v OK} \\ \Phi b &= \delta \text{ v OK} \end{aligned}$$

N.B.:
La spostata di ogni coppia di asti della catena cinematica si ricostruisce tramite la continuità sul CIR relativo.

A.C. analitica - Scrittura esplicita delle eq. di vincolo (sistema di congruenza)

Esempio di riferimento
(potenzialm. cinematico
iso determinato)

$$V = l = 3$$



- Descrizione analitica degli spostamenti del sistema in f.n. di \underline{U} , in particolare in corrispondenza dei vincoli rimossi (sorapponendo gli effetti dei moti base desritti dai gdl scelti):

$$\begin{cases} u_B = u_A - \varphi_A h \\ v_B = v_A + \varphi_A l \end{cases} \quad (*)$$

- Scrittura delle eq. di vincolo (in corrispondenza ai vincoli rimossi)

$$\text{corniera in } A : \begin{cases} u_A = 0 \\ v_A = 0 \end{cases}$$

$$\text{carrello in } B : \gamma_{BB} = \underline{\alpha}_B \cdot \underline{b} = u_B \cos d + v_B \sin d = 0 \quad \text{Sost. } \underline{u} \quad (\text{(*)}) \quad (u_A - \varphi_A h) \cos d + (v_A + \varphi_A l) \sin d = 0 \rightarrow \cos d u_A + \sin d v_A + (l \sin d - h \cos d) \varphi_A = 0$$

- Sistema delle eq. di vincolo in forma matriciale (sistema di congruenza)

$$\underline{v} = \begin{pmatrix} u_A \\ v_A \\ \varphi_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_A & v_A & \varphi_A \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_A \\ v_A \\ \varphi_A \end{pmatrix} = \underline{U} = \underline{0} \quad \underline{U} = \underline{0} \Rightarrow \underline{v} = \underline{C} \cdot \underline{U} = \underline{0}$$

- Studio delle proprietà algebriche del sistema (qui sistema lineare omogeneo 3×3)
Ammette soluzioni non banali sse

$$\det C = 1 \cdot (l \sin d - h \cos d) = 0 \quad (C \text{ singolare})$$

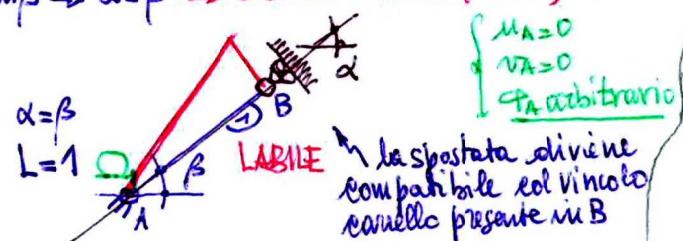
$$2 \tan x = \frac{h}{l} \tan \beta \rightarrow d = \beta \rightarrow \text{Sistema LABILE (c.v.d.) e consoluz.}$$

- Conclusioni:

$$\begin{array}{l} d \neq \beta \\ L=0 \end{array}$$

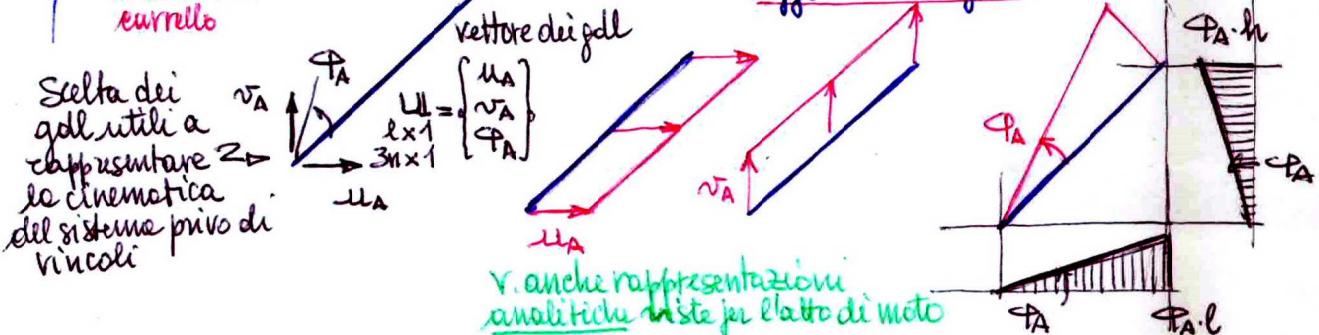
NON labile

$\underline{U} \equiv \underline{0}$



- Da AC geometrica \rightarrow se $A \notin b$ ($d \neq \beta$) struttura non labile
se $A \in b$ ($d = \beta$) struttura LABILE
 $\hookrightarrow \underline{\Omega}_1 \equiv A$ e $L=1$

- Rimuoviamo tutti i gdl (sistema di congruente completo)
effetto dei gdl:



v. anche rappresentazioni analitiche niste per l'albero di moto

- \underline{v} : vettore degli spostamenti corrispondenti ai $\underline{v} \times 1$ gdl rimossi

- \underline{U} : vettore dei gdl scelti

\circ per vincoli NON
evidenti

- C : matrice di congruenza

$\circ \underline{v}$: spostamenti assegnati (imposti)

* procedimento alternativo ottimizzato sconsigliato ad albero
(viene implicitamente imposto $u_A = 0, v_A = 0$)

* rimozione di un solo gdl

carrello rimosso \rightarrow scrittura di una sola eq. di vincolo:

$$\gamma_{BB} = u_B \cos d + v_B \sin d = -\varphi_A h \cos d + \varphi_A l \sin d = 0$$

Sistema di congruenza $(l \sin d - h \cos d) \varphi_A = 0$

ridotto: $\underline{v}' = C \cdot \underline{U}' = \underline{0}$ (qui 1×1)

Conseguenze: $l \sin d - h \cos d \neq 0 \rightarrow \varphi_A = 0$

conclusioni: $l \sin d - h \cos d = 0 \rightarrow \varphi_A \text{ arbitr.}$

maggie chiusa formate dalle strutture con la terra