

Meccanica delle Strutture (deformabili)

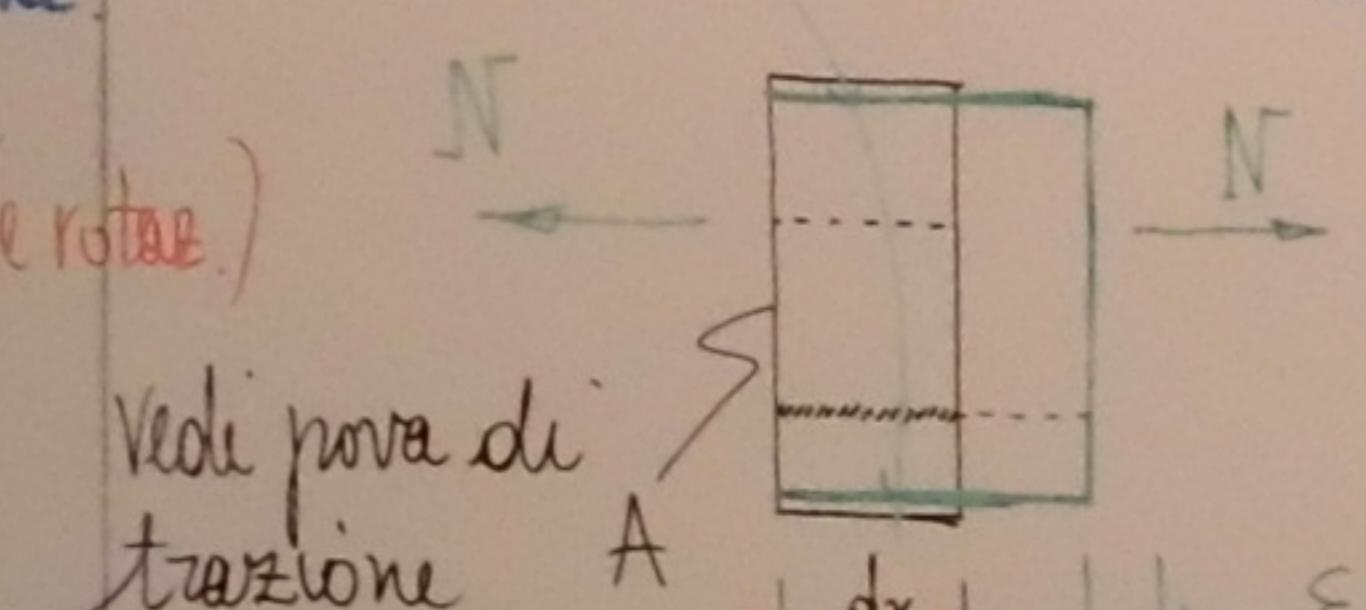
- Valutazione della risposta deformativa di strutture (isostatiche) e ipostatiche di componenti carette e stick di spostamento (e rotaz.)

Risoluzione di strutture staticamente indeterminate (ipostatiche), mediante la scrittura di opportune relazioni di congruenza

- Riferimento principale sui sistemi di travi deformabili (Classicamente) con uso di due metodi: metodo delle Linee Flessive (LF) e uso del Principio dei Lavori Virtuali (PLV)

Deformazioni (elastiche) elementari del conco di trave (soggetto ad A, N, T, M)

contrazione trasversale, legata al coeff. di Poisson ν



Vedi prova di trazione

$$\bullet \sigma = \frac{N}{A}$$

$$\bullet \sigma = E \epsilon; \epsilon = \frac{\sigma}{E}$$

legge di Hooke generalizzata

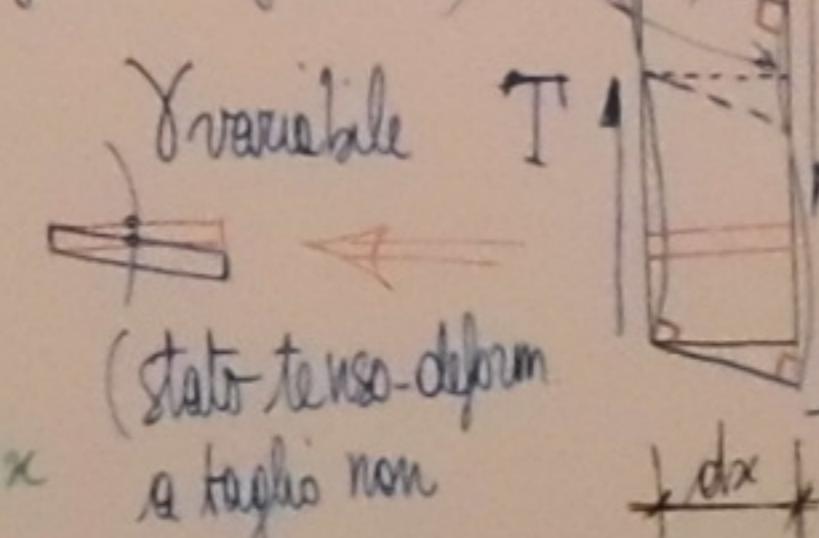
$$\text{allungamento} = \frac{N dx}{E \cdot A}$$

modulo di elasticità longitudinale (modulo di Young), area della sezione trans.

$$[EA] = [F]$$

Rigidità strutturale

ingolamento fuori piano delle sezioni t trasversale (legato alla variazione delle deformazioni taglienti lungo la sezione)



(stato tensione-deformazione a taglio non uniforme)

$$\gamma = \frac{T}{G}$$

modulo di elasticità tangenziale (modulo di taglio)

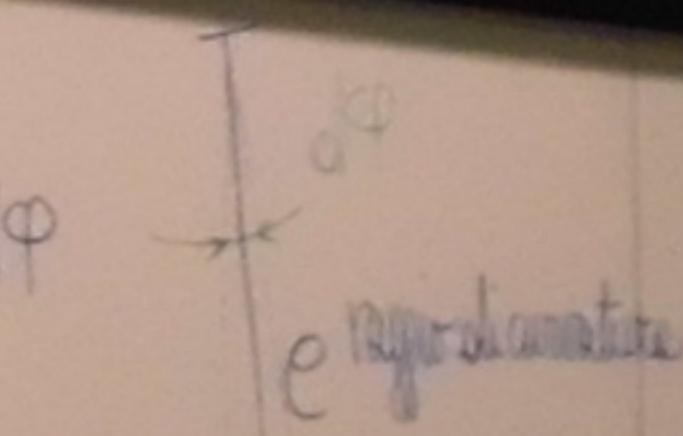
$$\mu = \frac{T dx}{G \cdot A}$$

area della sezione trasversale

$$\mu > 1$$

fattore di taglio propria geometria et trave

$$ds = \rho d\phi$$



Campi armati
Stress resistente
alla linea d'aria deformata

$$\text{linea d'aria deformata con curvatura } \chi = \frac{1}{r}$$

$$I_{dt} = \bar{\gamma} dx$$

$$\chi = \frac{1}{r} = \frac{d\theta}{ds} = \frac{d\phi}{dx}$$

$$r = \frac{ds}{d\phi}$$

$$= \frac{M_{ext}}{EJ} \cdot \frac{1}{r}$$

Modulo Young

$$= \frac{M_{ext}}{EJ} \cdot \frac{1}{r}$$

Modulo rigidezza

Mecanica delle Strutture (deformabile)

- Valutazione della risposta deformativa

di strutture (costatiche) \rightarrow determinare le componenti risultanti di spostamento (ristate)

Risposte di struttura staticamente determinate (costatiche) riducendo la retta di spazio di spostamenti

- rigorento facendo ai sistemi di travi deformabili

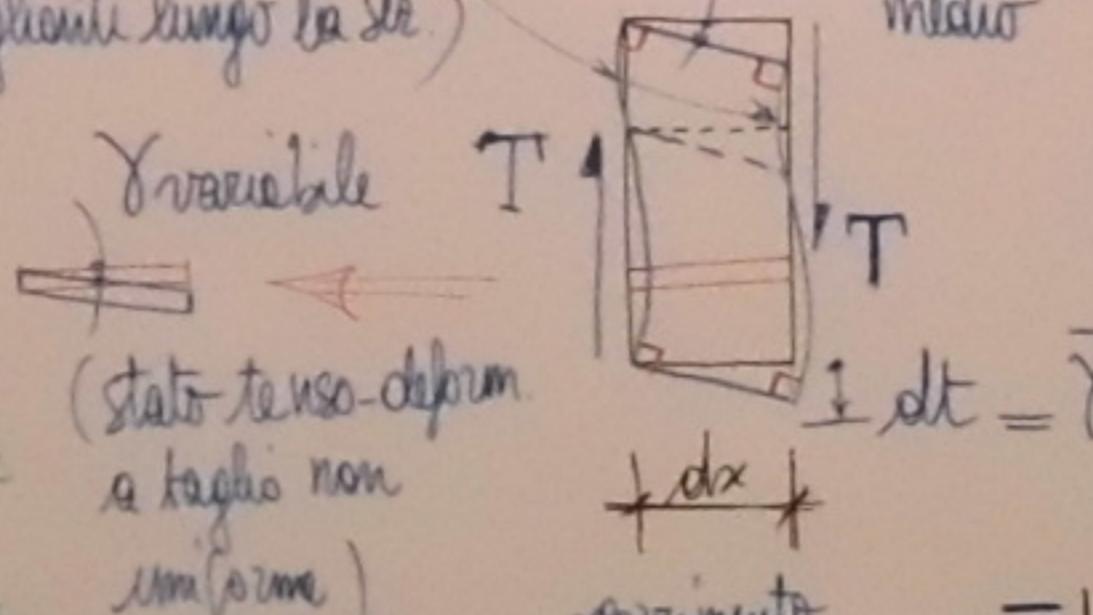
Corrispondenza: analisi di due metodi:

metodo dei nodi - metodo principale (Lema di Tricomi (PLN))

Deformazioni elementari del concio di trave (soggetto ad A, N, T, M)

estensione longitudinale, legata al coefficiente di Poisson ν

ingolbamento fuori fuoco
delle sezioni t trasversale (legato alla variazione delle deformazioni taglienti lungo la sezione)



(stato tensio-deformativo e taglio non uniforme)

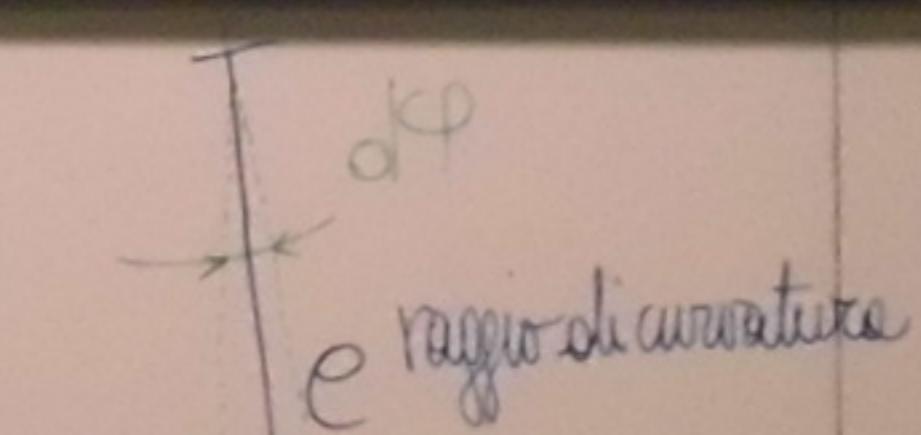
scorrimento = $\mu \frac{T dx}{G \cdot A}$
modulo di elasticità tangenziale (modulo di taglio)

area della sezione trasversale

$\mu > 1$ fattore di taglio (proprietà geometrica est. trave)

rigidezza tagliente $[GA] = [F]$

$$ds = \rho d\varphi$$



linea d'asse deformata con curvatura $\chi = \frac{1}{\rho}$

$$\chi = \frac{1}{\rho} = \frac{ds}{dx} \approx \frac{d\varphi}{dx}$$

$$d\varphi = \chi dx$$

$$= \frac{M dx}{E J}$$

$$= \frac{M dx}{E J}$$

$$= \frac{M dx}{E J}$$

Campo cinematico

sezioni ruotano intorno fuoco e propagandono alla linea d'asse deformata

Legge di Bernoulli-Euler-Navier

$$\chi = \frac{M}{E J}$$

$$M = E J \chi$$

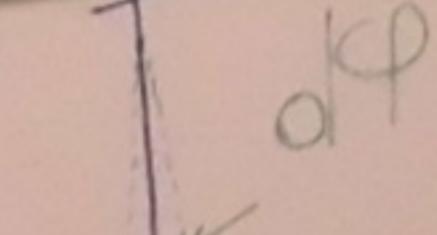
Campo cinematico:
sezioni ruotano uscendo fuori e parallele
alla linea d'asse deformata

Legge di Bernoulli - Euler - Navier

$$\text{momento flettente} \quad \underbrace{M = E J}_{\text{zincata}} \quad X_L$$

L curvatura delle
linee d'asse
deformata (wiffra)

$$[E] = [F][U] \quad EJ x = M$$

$$ds = \rho d\varphi$$


raggio di curvatura

The diagram illustrates a beam element of length ds under a bending moment M . The beam is curved, and its deflection is labeled ds . The curvature is indicated by a green radius line. The beam's longitudinal axis is labeled χ , and the deflection is labeled ds . The beam is shown in its initial straight position and its deformed position. A coordinate system (x, z) is established at the right end of the beam. The width of the beam is labeled b .

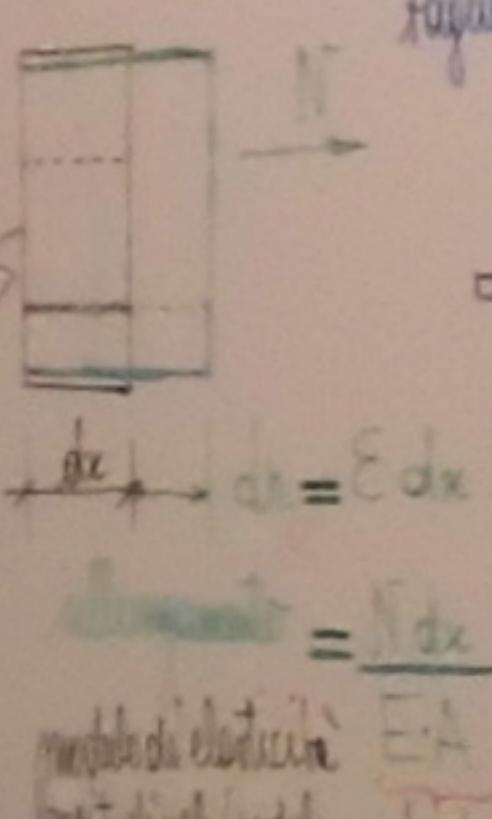
Rotazione

$$-\frac{M}{2} dx$$

Modulo di Young
Momento d'urto della sabbia

Attivazione interna elementi del concio di trave (soggetto ad A.I.: N, T, M)

Elemento fusi piano
 della sezione trasversale (legato
 alla variazione delle deformazioni
 tangenziali lungo la sezione)

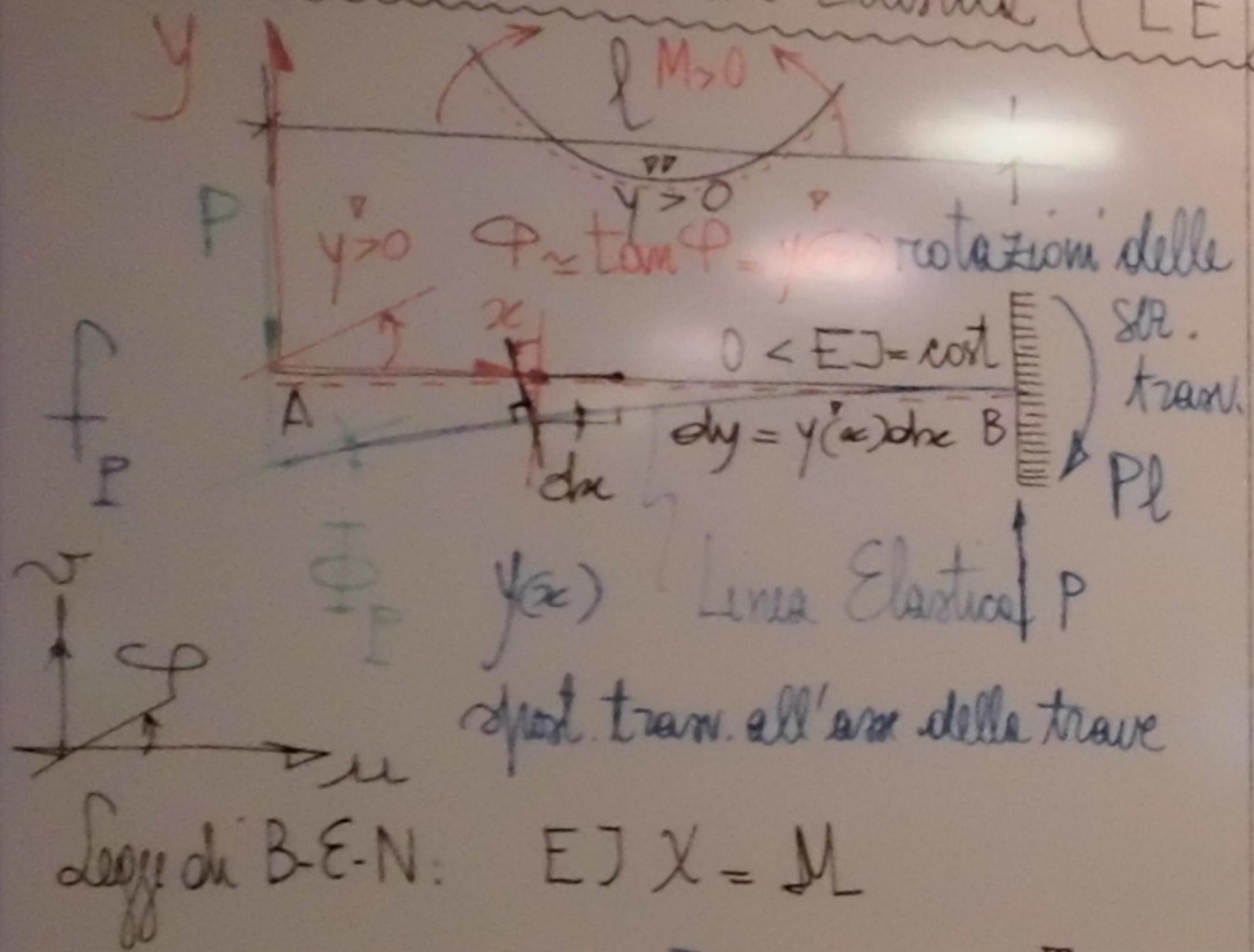


Strain $\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$
 Modulo di elasticità longitudinale E
 $\sigma = E\epsilon$; $\epsilon = \frac{\sigma}{E}$
 Modulo di elasticità tangenziale G
 $\gamma = \frac{\Delta x}{A}$
 $\tau = G\gamma$
 $\mu = \frac{T}{G \cdot A}$

Movimento $i dt = \bar{y} dx$
 Movimento $= \mu \frac{T dx}{G \cdot A}$

$\mu \geq 1$ fattore di taglio
 propriez. geometriche settaggi

Metodo della Linea Elastica (LE)



Equazione differenziale della LE: (nell'incognita $y(x)$)

$$\begin{aligned} EJ y''(x) &= \pm M(x) \\ &= -P x \quad M(x) \\ &\text{dove } \int dx \end{aligned}$$

, del 2° ord
Sistema delle Condizioni al contorno (c.c.)

$$\begin{cases} v_B = 0 & \text{In canto in B} \\ \phi_B = 0 \end{cases}$$

Equazione finale della LE

$$y(x) = \frac{1}{EI} \left(-\frac{P x^3}{6} + P \frac{x^2}{2} - \frac{1}{3} \right)$$

$$\int dx \quad EJ y'(x) = -\frac{P x^2}{2} + A_1$$

$$\int dx \quad EJ y(x) = -\frac{P x^3}{6} + A_1 x + A_2$$

con A_1, A_2 costanti di integrazione

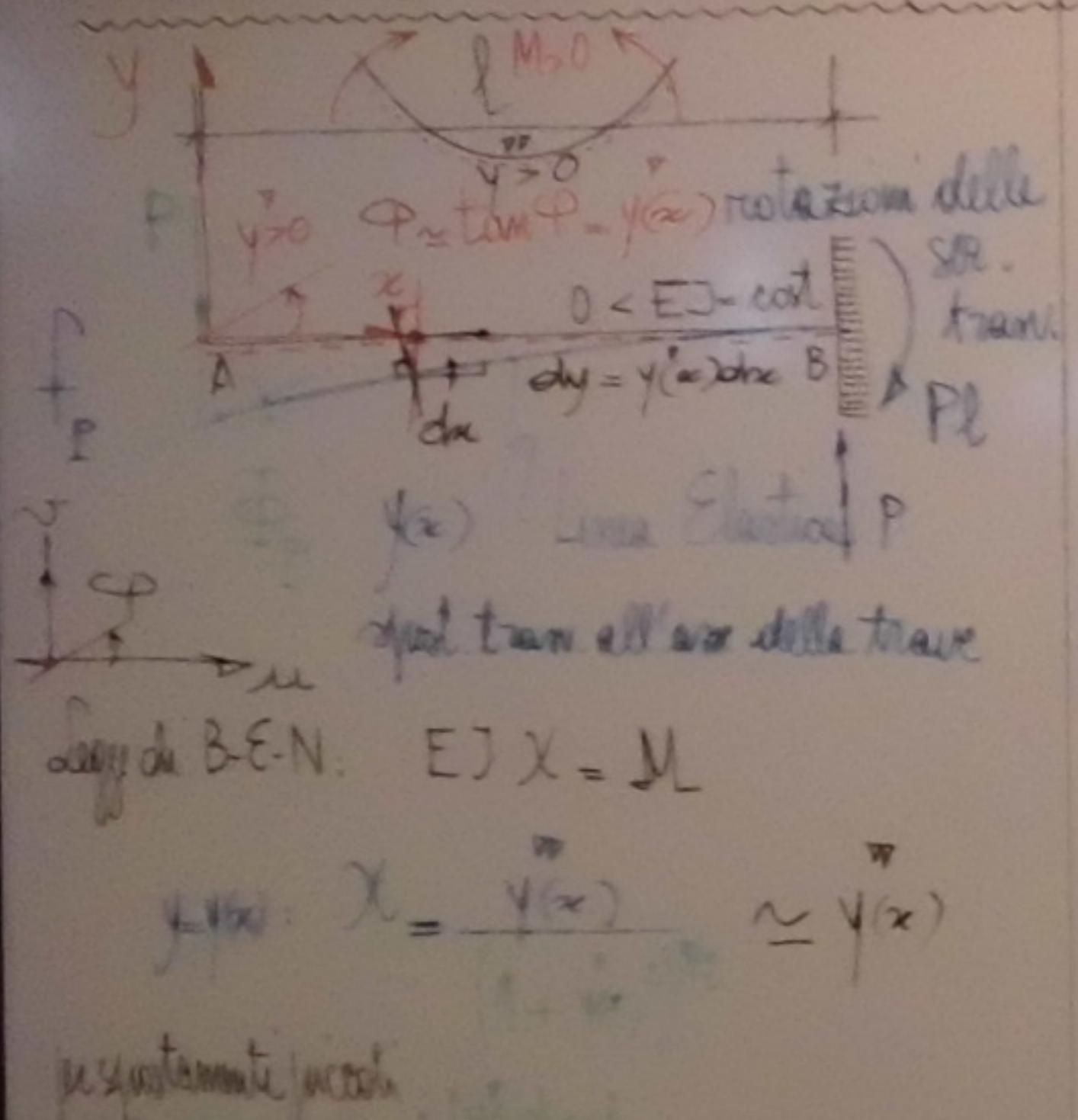
(tutto scorico: $y(x) \sim$ cubica)

Cond. di moto
rigido rotazionale
nel piano (legata
al giro di z, ha solto)

$$EJ y(l) = 0 \Rightarrow -\frac{P l^2}{2} + A_1 = 0 \Rightarrow A_1 = \frac{P l^2}{2}$$

$$EJ y(0) = 0 \Rightarrow -\frac{P l^3}{6} + A_1 l + A_2 = 0 \Rightarrow A_2 = \frac{(l^3 - 6l^2)}{6} P l^3 = -\frac{1}{2} P l^3$$

Metodo della Linea Elastica (LE)



def di B-E-N: $EJx = M$

$$y_{\text{def}}: x = \frac{y}{y''} \approx \frac{y}{y''}$$

piamente incisa

Eq. di differenziale della LE: (nell'incognita $y(x)$) del 2° ordine delle Condizioni al contorno (c.c.)

$$\begin{aligned} EJ y'' &= \pm M(x) \\ &= -Px \quad M(x) \\ &\quad 0 \leq x \leq l \end{aligned}$$

$$\begin{cases} V_B = 0 \\ \Phi_B = 0 \end{cases} \quad \text{Incastro in B}$$

$$EJ y'' = -\frac{Px^2}{2} + A_1$$

$$\int dx \quad EJ y(x) = -\frac{Px^3}{6} + A_1 x + A_2$$

con A_1, A_2 costanti di integrazione

(tutto serio: $y(x) \sim$ cubica)

Cond. di moto
rigido rotazionario
nel piano (legata
al giro di 180 gradi solto)

$$EJ y(l) = 0 \Rightarrow -\frac{Pl^2}{2} + A_1 l = 0 \Rightarrow A_1 = \frac{Pl^2}{2}$$

$$EJ y(0) = 0 \Rightarrow -\frac{Pl^3}{6} + A_1 l + A_2 = 0 \Rightarrow A_2 = \left(\frac{1-3}{6-32}\right) Pl^3 = -\frac{1}{3} Pl^3$$

Equazione finale della LE:

$$y(x) = \frac{1}{EJ} \left(-\frac{Px^3}{6} + \frac{Pl^2}{2} x - \frac{1}{3} Pl^3 \right)$$

In particolare

$$\begin{cases} f_p = -y(0) = \frac{1}{3} \frac{Pl^3}{EJ} = -\frac{A_2}{EJ} \end{cases}$$

$$\Phi_p = y'(0) = \frac{1}{2} \frac{Pl^2}{EJ} - \frac{A_1}{EJ}$$

v signif. posso
delle costanti di
integrazione

spese

costo

costo

$$EJ = \int_{0}^l M(x) P(x) dx$$

Equazione della LE: $\text{M}(\alpha) = -P_x$ 

 Soluzione delle Condizioni al contorno (l.l.):

$$\begin{cases} v_B = 0 & \text{Incastro in B} \\ \varphi_B = 0 \end{cases}$$

$$E[y] = -\frac{D^3}{6} + A_1 x + A_2$$

Con di moto
vado forte forte
al piano
dai che ho scritto

$$\text{EJ } y(l) = 0 \Rightarrow -\frac{Pl^2}{2} + A_1 = 0 \Rightarrow A_1 = \frac{Pl^2}{2}$$

$$\text{EJ } y(l) = 0 \Rightarrow -\frac{Pl^3}{6} + A_1 l + A_2 = 0 \Rightarrow A_2 = \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{32}\right) Pl^3 = -\frac{1}{3} Pl^3$$

Imposizioni delle c.l.

$$\begin{cases} v_B = y(x=l) = 0 & y(l) = 0 \\ \Phi_B = y'(x=l) = 0 & y'(l) = 0 \end{cases} \Rightarrow$$

Equazione finale della LE

Equazione finale della \mathcal{E} :

$$y(x) = \frac{1}{EI} \left(-\frac{Px^3}{6} + \frac{Pl^2}{2}x - \frac{1}{3}Pl^3 \right)$$

v. significato fisico
delle costante di
 A_2 integrat.

In parte colore

$$f_p = -y(0) = \frac{1}{3} \frac{Pl}{EI} = -\frac{A_2}{EI}$$

$$\Phi_p = y(0) = \frac{1}{2} \frac{P l^2}{EJ} = \frac{A_1}{EJ}$$