Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dalmine)

CCS Ingegneria Edile

L-23 Ingegneria delle Tecnologie per l'Edilizia

Scienza delle Costruzioni

(ICAR/08 - SdC; 9 CFU)

A.A. 2021/2022

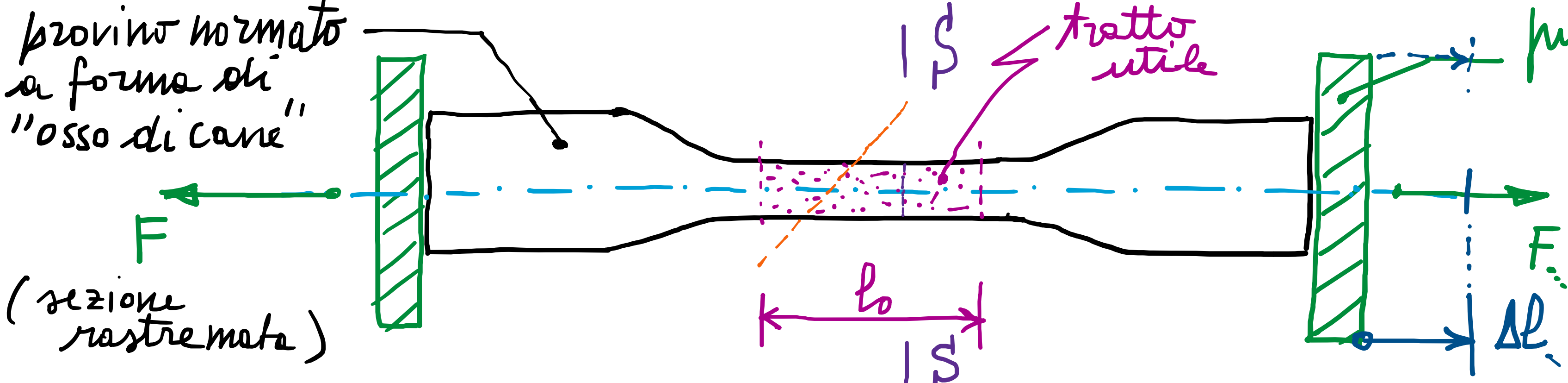
prof. Egidio RIZZI

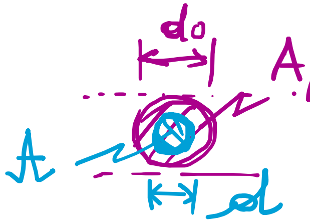
egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 08

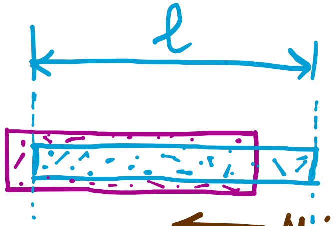
Meccanica dei Solidi (o dei mezzi continui): Introduzione sui concetti di sforzo (o tensione), deformazione e di legame costitutivo (legge sforzo-deformazione) – comportamento meccanico del materiale

• Prova di trazione monoassiale (1D) [es. materiale metallico, acciaio dolce]





Base di misura con stato tenso-deformativo supposto omogeneo (costante)



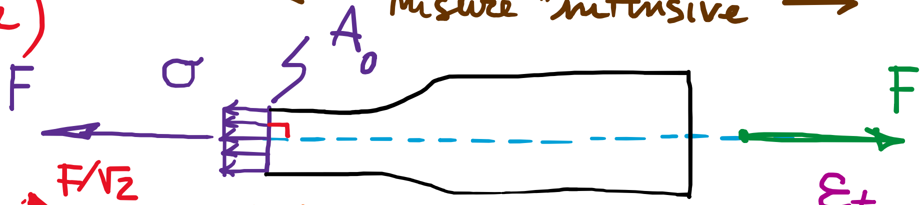
$l = l_0 + \Delta l$ $[\Delta l = l - l_0 > 0]$ Allungamento

$d = d_0 + \Delta d$ $[\Delta d = d - d_0 < 0]$ Contrazione trasversale

← Misure "intensive" →

Sforzo o tensione (nominale)

$\sigma_{90°} = \dfrac{F}{A_0}$ normale $\qquad [\sigma] = \dfrac{[F]}{[L]^2}$



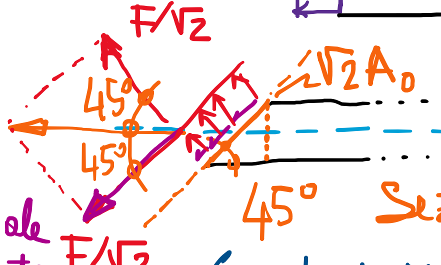
Deformazione — Λ "stretch" (nominale)

• $\varepsilon = \dfrac{\Delta l}{l_0} = \dfrac{l - l_0}{l_0} = \dfrac{l}{l_0} - 1 > 0 \ll 1$ deformaz. normale (longitudinale)

$\nu = -\dfrac{\varepsilon_t}{\varepsilon}$ coeff. di contrazione trasversale o di Poisson

• $\varepsilon_t = \dfrac{\Delta d}{d_0} = \dfrac{d - d_0}{d_0} = \dfrac{d}{d_0} - 1 < 0$ $\quad [\varepsilon] = [1]$

deformaz. (normale) trasversale $\quad \Lambda_t < 1$



$$\begin{cases} \sigma_{45°} = \dfrac{F/\sqrt{2}}{\sqrt{2}A_0} = \dfrac{\sigma}{2} \\ \tau_{45°} = \dfrac{F/\sqrt{2}}{\sqrt{2}A_0} = \dfrac{\sigma}{2} \end{cases}$$

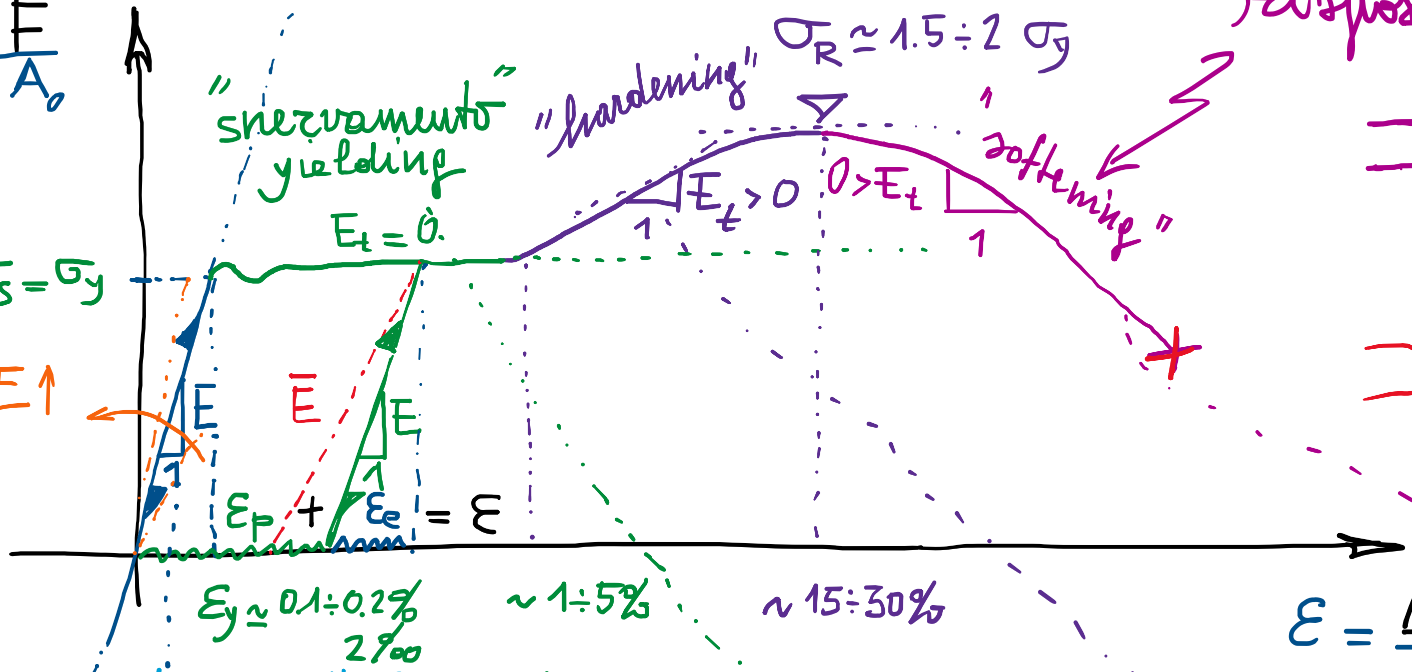
$\tau_{45°}$: tangenziale o tagliante

45° Sezione inclinata

Comp. normale e tagliante variabili con l'inclinazione (giacitura)

Risposta del materiale ("curva" di trazione) → classi tipiche di comportamento meccanico del materiale (es. acciaio dolce, $T = 20°C$)

$\sigma = \frac{F}{A_0}$



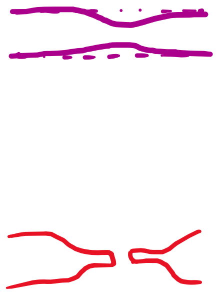
$200 \div 400$ MPa $\simeq \sigma_s = \sigma_y$

aumento di rigidezza $E \uparrow$

$E \simeq 200'000$ MPa
$= 200$ GPa

$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$

risposta non-omogenea



strizione localizzata del provino, con localizzazione delle deformaz. plastiche

rottura localizzata del provino

comport. reversibile

tratto elastico "lineare" con relazione di proporzionalità tra sforzo e deformazione

$[E] = [\sigma] = \frac{[F]}{[L]^2}$

$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \text{cost}$
$\begin{cases} \sigma = E\,\varepsilon \\ \varepsilon = \frac{1}{E}\,\sigma \end{cases}$ Legge di Hooke generalizzata

modulo di elasticità longitudinale o di Young

E: rigidezza
E^{-1}: cedevolezza

irreversibile →

snervamento a sforzo costante su "plateau" con deformaz. plastiche (comportamento perfettamente elastoplastico)

incrudimento "hardening" (positivo)
occorre sforzo crescente per continuare a plasticizzare il materiale

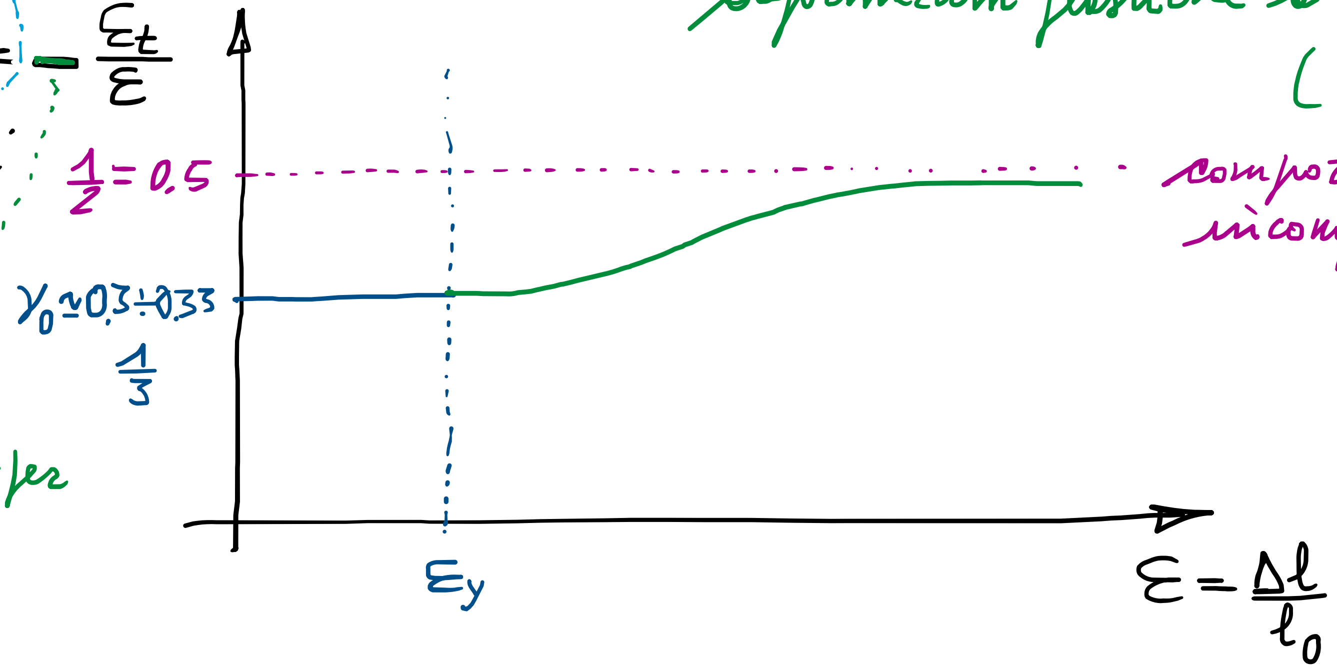
"addolcimento" incrudimento negativo ("softening")
in controllo di deformazione (o di spostamento)

Contrazione trasversale

$\nu = -\dfrac{\varepsilon_t}{\varepsilon}$

coefficiente di contrazione trasversale (o di Poisson)

[segno – introdotto per avere parametro positivo]



Osservazione sperimentale:

deformazioni plastiche a volume ~ costante e variazione di forma (deviatoriche)

comportamento asintotico incomprimibile

regime elastico con $\nu \simeq$ cost

parametro caratteristico del comportamento (elastico) del materiale

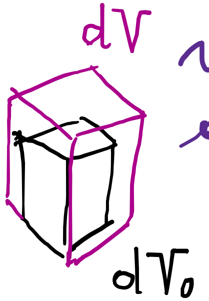
generalizzazione al 3D (tensore delle piccole deformazioni)

Vedremo deformaz. volumetrica:

$$v = \frac{dV - dV_0}{dV_0} = \frac{dV}{dV_0} - 1 = \overset{\varepsilon}{\varepsilon_{xx}} + \overset{\varepsilon_t = -\nu\varepsilon}{\varepsilon_{yy}} + \overset{\varepsilon_t}{\varepsilon_{zz}} = \underbrace{\mathrm{tr}}_{\text{traccia}}\,\varepsilon$$

$\sum_i \varepsilon_{ii}$

variazione specifica di volume



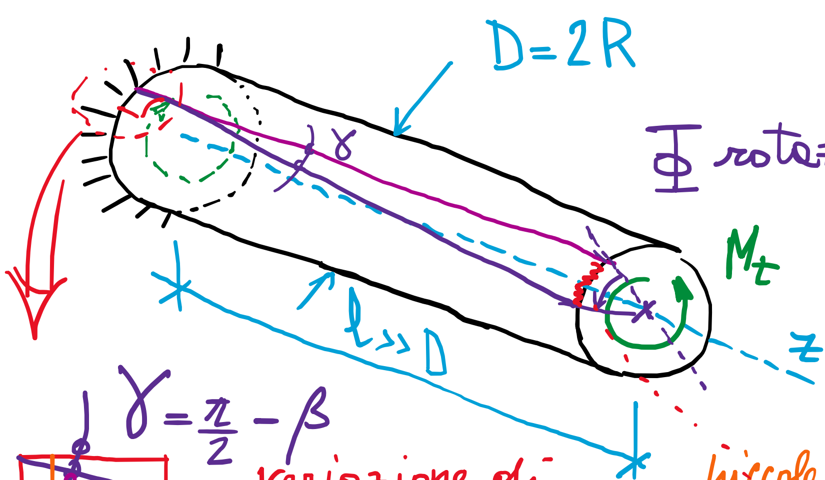
$$= \varepsilon - 2\nu\varepsilon =$$

$$= (1-2\nu)\,\varepsilon \to 0$$

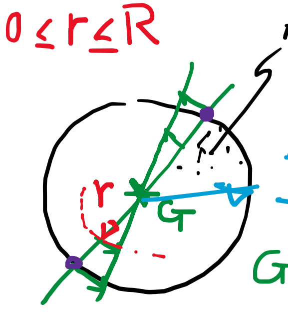
$\nu \to 1/2 = 0.5$

(materiale incomprimibile)

Risposta tagliante ⇒ prova di torsione (ingenera stato tenso-deformativo tagliante)
circolare τ γ



Φ rotazione



G: baricentro

τ_{zt}^{max}

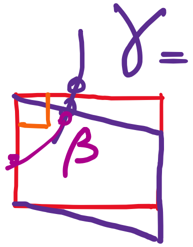
momento torcente

$$\tau_{zt} = \frac{M_t}{J_G} r = \frac{2 M_t}{\pi R^4} r$$

J_G: momento d'inerzia polare rispetto a G

$$J_G = \int_A r^2 dA = \frac{\pi R^4}{2}$$

$$\tau_{zt}^{max}(r=R) = \boxed{\frac{2 M_t}{\pi R^3} = \tau} \quad (\tau \Leftarrow M_t)$$



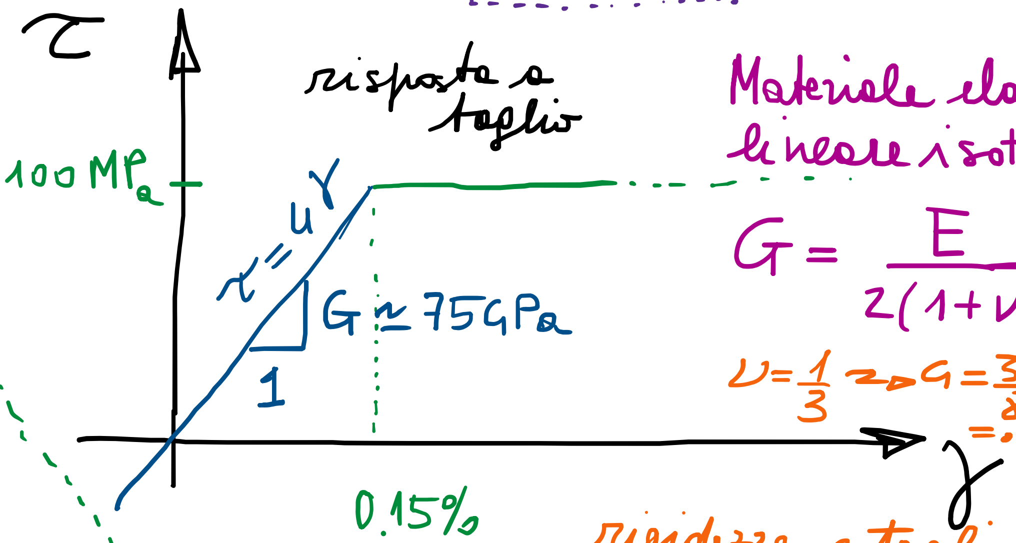
$\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta$ variazione di angolo retto tra fibre

piccole deformazioni

$\gamma l \simeq l \tan\gamma = \Phi R$

$$\boxed{\gamma = \Phi \frac{R}{l}}$$

scorrimento angolare (deformazione tagliante)



Materiale elastico lineare isotropo

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

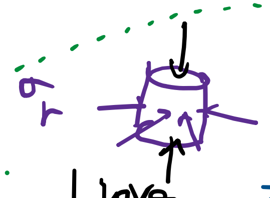
$\nu = \frac{1}{3} \Rightarrow G = \frac{3}{8} E = 0.375 E$

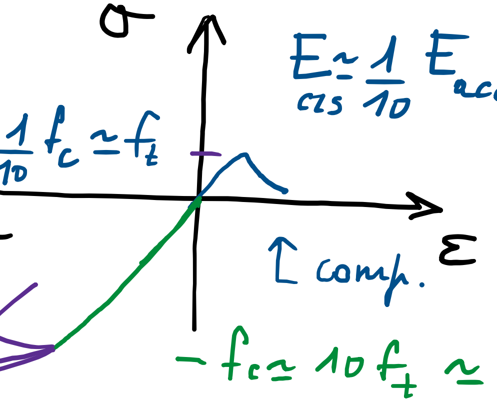
rigidezza a taglio

$$\begin{cases} \tau = G\gamma \\ \gamma = \frac{1}{G}\tau \end{cases}$$

G: modulo di elasticità tangenziale o modulo di taglio

Altri comportamenti (materiali lapidei)
asimmetrici a trazione/compressione





$E_{cls} \simeq \frac{1}{10} E_{acc.}$

$\frac{1}{10} f_c \simeq f_t$

↑ comp. "fragile"

$-f_c \simeq 10 f_t \simeq 30 \div 50$ MPa