

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC ; 6 CFU)

A.A. 2019/2020

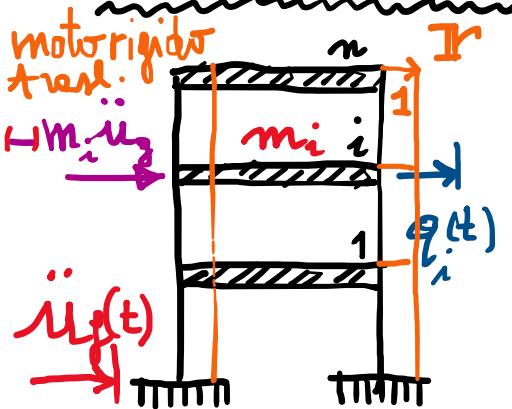
prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@uni.bg.it

LEZIONE 15

Azione sismica su sistemi MDOF (telaio multiplano "shear-type")

Generata per
iniezioni in
sequenza del



Telaio shear-type

- elementi ossistm. rigidi $\frac{EA}{l} \rightarrow \infty$
- travi infinitamente rigide anche fless. $\frac{EJ_t}{l_t} \rightarrow \infty$
- colonne flessionalmente elastiche, $\frac{EJ_c}{l_c}$ finita
- masse concentrate ai piani m_i

$$Q(t) = M \begin{Bmatrix} 1 \\ m_1 \\ \vdots \\ m_n \end{Bmatrix} \ddot{u} = -M \mathbf{R} \ddot{u}_g(t)$$

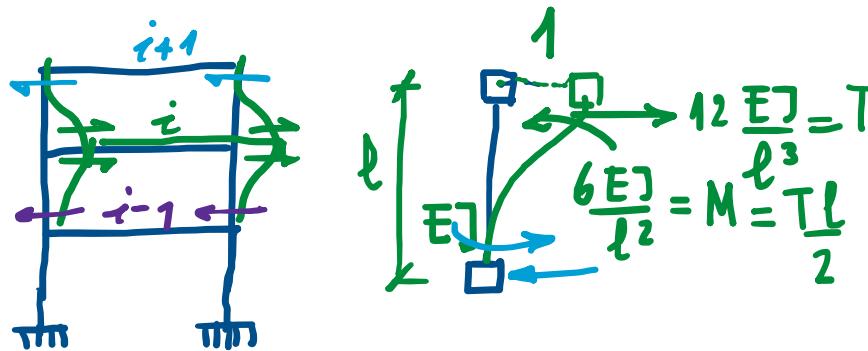
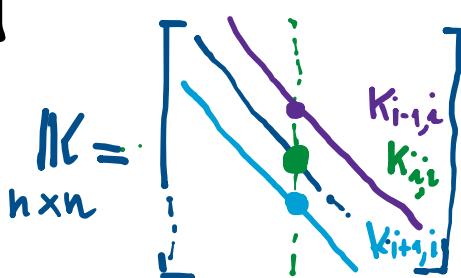
$\mathbf{R}^T = \{1 \ 1 \ \dots \ 1\}$

geli dinamici: spost. dei piani, relativi al terreno

(spost. totale:
 $\ddot{q}_{t,i} = \ddot{u}_g + \ddot{q}_i$)

- Matrice di massa: $M = \text{diag}[m_i]$
 $n \times n$

- Matrice di rigidezza tridiagonale



- Matrice di smorzamento (diagonalizzabile):

- alle Rayleigh o "classico" $C = \alpha M + \beta K$ (α, β det. fissando ζ_1, ζ_2 per i primi due modi)

- $C = \text{diag}[C_i = 2\zeta_i \sqrt{K_i M_i}]$, definendo i fattori dei smorz. modali

- Pb. agli autoveloci: $K \Phi_i = \omega_i^2 M \Phi_i \Rightarrow \frac{\omega_i^2}{\Phi_i} = \frac{K_i}{M_i} \Leftrightarrow K \Phi_i = M \Phi_i \omega_i^2$

↳ 5%

$\left\{ \begin{array}{l} K_i: \text{rigidezza} \\ M_i: \text{massa} \\ \Phi_i: \text{modo} \\ \Phi_i = \Phi_i^T K \Phi_i, \quad M_i = \Phi_i^T M \Phi_i \end{array} \right.$

• Eq. m. del moto:

$$M\ddot{q} + C\dot{q} + Kq^{\text{lt}} = (-)M\ddot{r} \quad \ddot{u}_g(t) \rightarrow M\ddot{p} + C\dot{p} + Kp(t) = -\Phi^T M \ddot{r} \quad \ddot{u}_g(t)$$

$\Phi^T M \Phi$ $C \Phi$ $K \Phi$

n eq. m. discr.
(per i vari modi)

modi i $\text{diag}[M_i]$ $\text{diag}[C_i]$ $\text{diag}[K_i]$ vettore mese
partecipanti modelli

$$\cancel{M_i \ddot{p}_i + C_i \dot{p}_i + K_i p_i(t) = -\lambda_i \ddot{u}_g(t)}$$

$$\lambda_i = \Phi_i^T M \ddot{r}$$

$$\cancel{M^{-1} \Rightarrow \ddot{p} + M^{-1}C\dot{p} + M^{-1}Kp(t) = -\cancel{M^{-1}\Lambda} \ddot{u}_g(t)}$$

Quindi:

$$\Gamma = M^{-1} \Lambda$$

$$= (\Phi^T M \Phi)^{-1} \Phi^T M \ddot{r}$$

$$= \Phi^{-1} M^{-1} \Phi^{-T} \Phi^T M \ddot{r} = \Phi^{-1} \ddot{r}$$

$\boxed{\Gamma}$

$$\Gamma = \{\Gamma_i\}$$

vettore dei fattori
di partecipazione
modale

$$\Gamma_i = \sum_j \Phi_{ij} \Gamma_j \quad \begin{pmatrix} \Phi_{ij} = 1 \\ \sum_i \Gamma_i = 1 \end{pmatrix}$$

N.B.: $M_i, \lambda_i; \Gamma_i$ assoc. a Φ_i
dip. de normal. di Φ_i

$$\Gamma_i = \frac{\lambda_i}{M_i} = \frac{\Phi_i^T M \ddot{r}}{\Phi_i^T M \Phi_i}$$

fattore di
partecipazione
modale (alla
stessa norma)

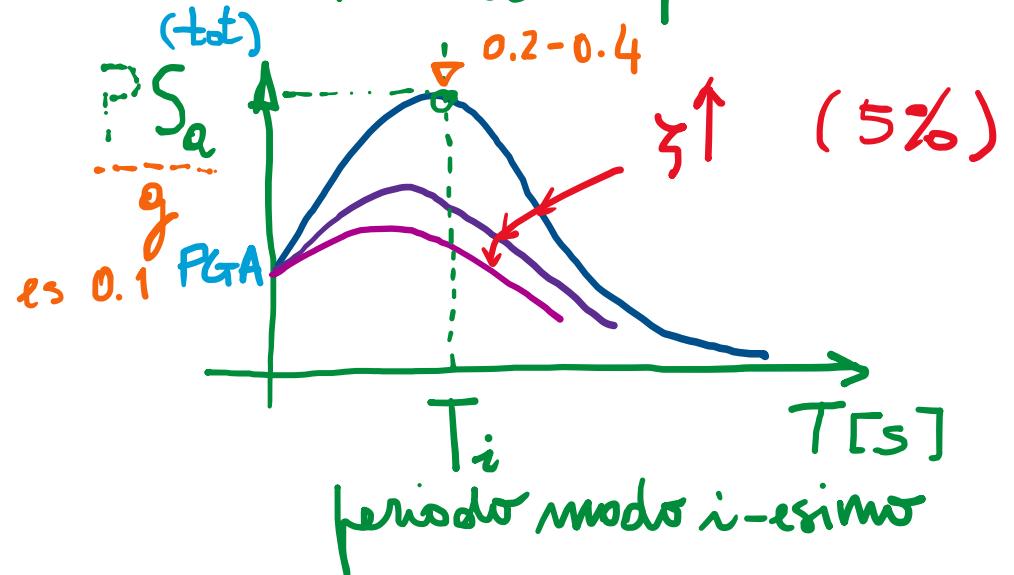
Risposta all'azione sismica.

- Tramite Int. di Duhamel

Metodo di Newmark

$$u_f(t) \rightarrow \psi_i(t) \rightarrow q_i(t) = \sum_j \phi_{ij} \psi_i(t)$$

- Tramite Spettro di risposta (di progetto, in base a zonazione sismica)



Si "entra" nello spettro di risposta col periodo proprio del modo i -esimo

$$S_{di} = \max_t \{p_i\} \Rightarrow PS_{ri} = \omega_i S_d \Rightarrow PS_e = \omega_i^2 S_d$$

$$S_{di} = \frac{S_{ei}}{\omega_i^2}$$

$$\psi_i = |\Gamma_i| \frac{S_{ei}}{\omega_i^2}$$

Stime spostamento complessivo $q_i(t)$

$$q_i^{\text{mese}} = \sum_i |\phi_{ij}| \psi_i^{\text{mese}} \quad (\text{in genere eccess. conserv.})$$

$$= \sqrt{\sum_i |\phi_{ij}| \Gamma_i \frac{S_{ei}}{\omega_i^2}}$$

Square Root of Sum of Squares

SRSS (efficece maggiore.)

- Azioni interne (a partire da quelli modelli $\bar{A}_i(s)$)
- $\underset{K}{\max} \underset{s}{\text{RSS}} = \sqrt{\sum_i \left(\bar{A}_i(s_{ik}) \Gamma_i \frac{S_{ei}}{\omega_i^2} \right)^2}$
-
- sez. caratteristiche
(vedi calcolo dei telai
col metodo degli sforzi.)

- Togli moduli alle basi

$$\bar{E}_i = K \Phi_i = \omega_i^2 N \Phi_i = F_{I,i}$$

$$\tau_i = \sum_j \bar{E}_{ij} = \bar{E}_i^T r = \omega_i^2 |\Phi_i^T M^T r| = \lambda_i |\omega_i^2| = \tau_i$$

τ_i : somma di tutte le forze d'inerzia ripartite.

- Togli moduli max:

$$\tau_i^{\max} = \tau_i \Phi_i^{\max} = |\lambda_i| \omega_i^2 |\Gamma_i| \frac{S_{ei}}{\omega_i^2} = \frac{|\lambda_i|}{M_i} S_{ei}$$

$$m_{tot} = \sum_i m_i = r^T M r = \Gamma \underbrace{\Phi^T M \Phi}_{m} \Gamma = \Gamma \underbrace{m^{-1} \Gamma}_{L}$$

$$= \Gamma^T \Gamma = \sum_i \Gamma_i^T \Gamma_i = \sum_i \frac{\lambda_i^2}{M_i} = \sum_i M_{eff,i}$$

proprietà "fisica" delle masse modelli efficieni

$$M_{eff,i} = \frac{\lambda_i^2}{M_i} S_{ei} = \boxed{M_{eff,i} S_{ei} = \tau_i^{\max}}$$

$$M_{eff,i} = \frac{\lambda_i^2}{M_i} = \frac{(\Phi_i^T M^T r)^2}{\Phi_i^T M I \Phi_i}$$

masse modelli efficieni
(indipendenti da norm. di Φ_i)

SOMMARIO (Lec. 15)

- Risposta sismica di strutture MDOF (telsi "shear-type").
- Equazioni del moto con azione sismica per effetto di trascinamento.
- Analisi dinamica modale con disaccoppiamento in N equi modo i.
- Determinazione delle risposte tramite spettri di risposte.
- Stime (SRSS) degli indici di risposta sismica (spost., AI, teglio alla base).
- Parametri di partecipazione modale (messe, fattori) e messe modali efficaci (legate alle stime del teglio modale alla base massimo).

Next step : (Dinamica dei sistemi continui).

II: Instabilità delle strutture (di partendo dall'analisi dinamica) -