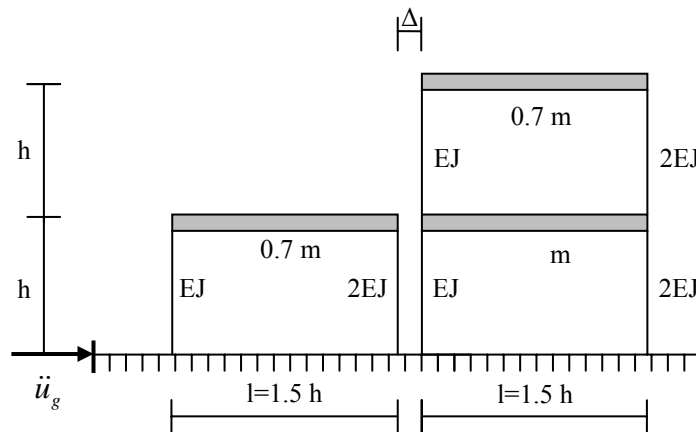


Fondamenti di Dinamica e Instabilità delle Strutture  
a.a. 2008/2009

II ELABORATO

Si considerino i due adiacenti telai multipiano “shear-type” in C.A. con le caratteristiche in figura. Si assumano le travi infinitamente rigide, con massa indicata; le colonne assialmente inestensibili, con rigidezza flessionale  $EJ$  variabile, prive di massa.



Dati:

- altezza delle colonne:  $h=3$  m;
- momento d'inerzia della sezione trasversale base delle colonne:  $J=0.004 + 0.00005$  (N-C)  $m^4$ ; (N=numero lettera iniziale del nome, C= numero lettera iniziale del cognome);
- massa degli impalcati:  $m=20000$  kg;
- modulo di elasticità:  $E=32000$  MPa.

Richieste:

- Determinare matrice delle masse  $\mathbf{M}$  e matrice di rigidezza  $\mathbf{K}$  della struttura.
- Determinare i modi principali di vibrare fornendo autovettori  $\phi_i$ , pulsazioni proprie  $\omega_i$  e periodi propri  $T_i$ . Utilizzare il metodo numerico dell'iterazione vettoriale inversa secondo un'implementazione propria, verificando la stima iterativa delle pulsazioni proprie tramite il rapporto di Rayleigh. Confrontare con soluzioni analitiche e numeriche alternative. Rappresentare graficamente i modi principali di vibrare corrispondenti agli autovettori determinati.
- Scrivere: le matrici  $\Phi$  e  $\Omega$  degli autovettori e degli autovalori; le trasformazioni diretta  $\mathbf{q} = \Phi \mathbf{p}$  e inversa  $\mathbf{p} = \Phi^{-1} \mathbf{q}$  tra coordinate principali e lagrangiane. Verificare le relazioni algebriche:  $\mathbf{K}\Phi = \mathbf{M}\Phi\Omega^2$ ;  $\mathcal{M} = \Phi^T \mathbf{M} \Phi = \text{diag}[\mathcal{M}_i]$ ,  $\mathcal{K} = \Phi^T \mathbf{K} \Phi = \text{diag}[\mathcal{K}_i]$ ,  $\Omega^2 = \mathcal{M}^{-1} \mathcal{K} = \text{diag}[\mathcal{K}_i / \mathcal{M}_i]$ .
- Assumendo uno smorzamento strutturale “alla Rayleigh”,  $\mathbf{C} = \alpha \mathbf{M} + \beta \mathbf{K}$ , con i parametri  $\alpha$ ,  $\beta$  da calibrare in modo tale che i fattori di smorzamento risultanti per i primi due modi risultino pari a  $\zeta_1=4\%$ ,  $\zeta_2=5\%$ :
  - ♦ Valutare la risposta del sistema ad un'eccitazione sismica secondo lo spettro di risposta di accelerazione relativo al terremoto de l'Aquila del 6 aprile 2009 (dati scaricabili dalla pagina del corso o dal sito dell'Itaca). Considerare la componente orizzontale NS del sisma (periodo proprio in s,  $\zeta=5\%$ ). Per ottenere lo spettro di risposta associato a fattori di smorzamento diversi si moltiplichino le ordinate per il fattore  $\eta = \sqrt{[0.10 / (0.05 + \zeta)]}$ .
  - ♦ Determinare i fattori di partecipazione e le masse modali efficaci dei vari modi.
  - ♦ Valutare gli spostamenti massimi attesi degli impalcati secondo la stima SRSS e dire qual è il valore minimo della distanza  $\Delta$  che impedisce il “martellamento” fra i due edifici.
  - ♦ Calcolare le forze equivalenti agenti secondo i vari modi e le azioni interne ad esse corrispondenti, rappresentando i diagrammi N,T,M (N esclusa per le travi). Determinare i valori massimi attesi delle azioni interne (SRSS) in tutte le sezioni caratteristiche del telaio.
  - ♦ *Facoltativo*: determinare la risposta sismica in termini di spostamento, velocità e accelerazione del telaio di sinistra all'accelerogramma sismico scaricabile dalle stesse fonti (intervallo di registrazione  $\Delta t = 0.005$  s), mediante integrazione nel tempo col metodo di Newmark. Confrontare gli esiti con le stime precedenti.