

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

L-23 Ingegneria delle Tecnologie per l'Edilizia

Scienza delle Costruzioni

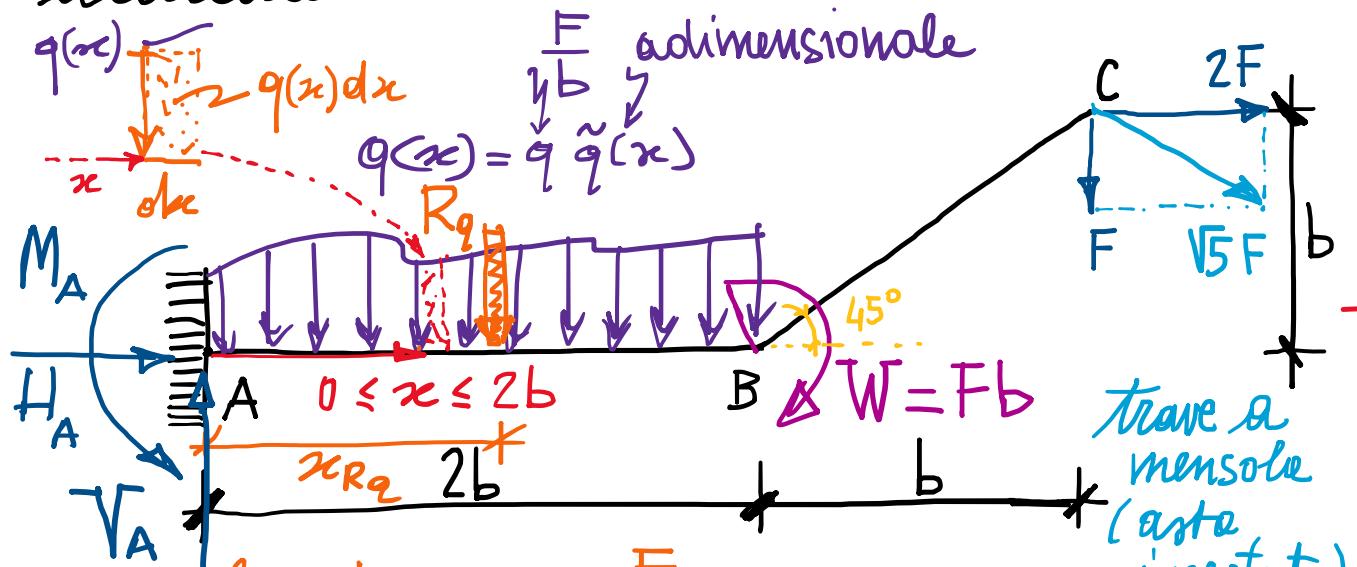
~~~~~  
(ICAR/08 - SdC; 9 CFU)

prof. Egidio RIZZI

[egidio.rizzi@unibg.it](mailto:egidio.rizzi@unibg.it)

LEZIONE 04

# Analisi Statica (AS): Calcolo delle Reazioni Vincolari (RV)

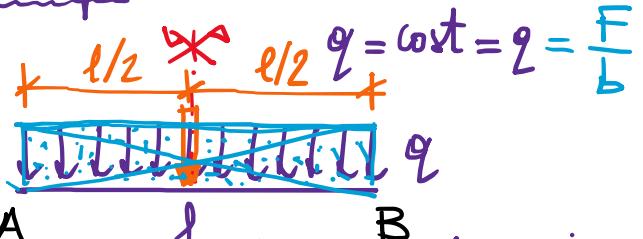


$$R_q = \int_0^{l_{AB}} q(x) dx = \tilde{q} \int_0^l \tilde{q}(x) dx$$

$$[R_q] = [F]$$

$$x_{Rq} = \frac{M_A}{R_q} = \frac{\int_0^b [q(x)dx] x}{\int_0^b q(x) dx} = \frac{\int_0^b \tilde{q}(x)x dx}{\int_0^b \tilde{q}(x) dx}$$

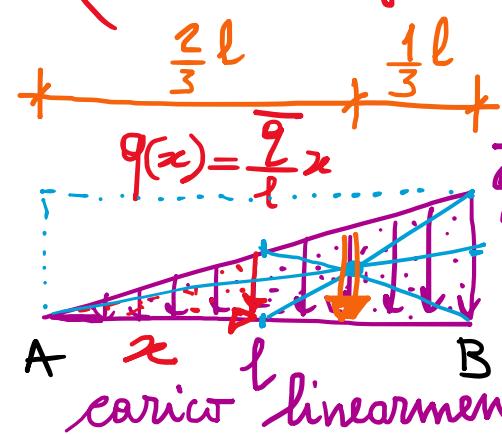
Esempi



$$R_q = q l$$

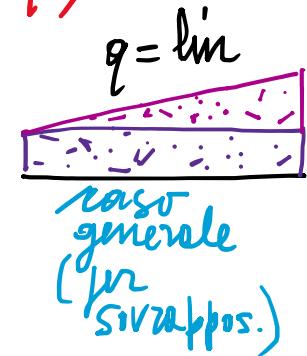
$$x_{Rq} = \frac{q \frac{l^2}{2}}{q l} = \frac{l}{2}$$

(Th. di Varignon:  $M_A = R_q x_{Rq}$ )



$$R_q = \frac{q l}{2}$$

$$x_{Rq} = \frac{2}{3} l$$



$$R_q = \frac{q l}{2}$$

$$x_{Rq} = \frac{2}{3} l$$

dimensione  
caratteristica  
maglie strutt.

$m [b] = [L]$  lunghezza ("scala delle lunghezze")

$N [F] = [F]$  forza ("scala delle forze") (concentrata)

$Nm [W] = [Fb]$  momento o coppia  
=  $[F][L]$  (concentrata)

$\frac{N}{m} [q] = \left[ \frac{F}{b} \right]$  carico distribuito o  
ripartito (per unità di  
lunghezza)

$$= \frac{[F]}{[L]}$$

Reazioni vincolari: postuliamo l'enza di azioni statiche, prodotte dai vincoli, in corrispondenza dei poli forniti, cioè dell'ep. lie di vincolo cinematico corrispondente, di entità arbitrarie (e tali da poter imporre l'equilibrio, in modo che il vincolo possa svolgere le sue funzione di "bloco" di spostamento/rotazione).

## Calcolo delle RV: equazioni cardinali della statica dei corpi rigidi

2 eq. n. 3 eq. n.  $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{R} = \mathbf{0} \\ M_O = 0 \end{array} \right.$  risultante nullo  
 (sistema di forze attive)  
 1 eq. n. 3 eq. n.  $\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{R} = \mathbf{0} \\ M_O = 0 \end{array} \right.$  momento rispetto a polo O nullo e reattive

2D 3D

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_i F_{x_i} = 0 \\ \sum_i F_{y_i} = 0 \\ \sum_i M_{O_i} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{equil. alle traslazione} \\ \text{orizzontale} \\ \text{verticale} \\ \text{equil. alle rotazioni rispetto ad } O \end{array}$$

Esempio :

$$\rightarrow H_A + 2F = 0 \quad \Rightarrow H_A = -2F$$

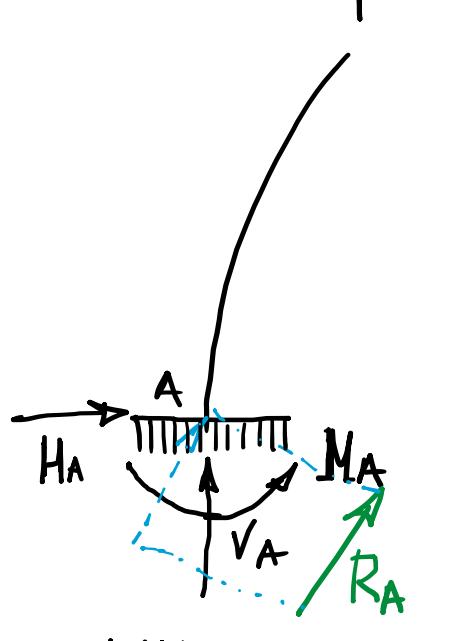
$$+ \uparrow \int_a V_A - F - R_g = 0 \Rightarrow V_A = F + R_g$$

$$\text{At } A: M_A - F \cdot 3b - F \cdot 2b - Fb - M_A^q = 0 \Rightarrow M_A = 6Fb + M_A^q$$

Alternativam.:  
tre equilibri alle  
rotazione rispetto  
a tre punti non  
allineati (per  
eq. in linea mente  
indipendenti )

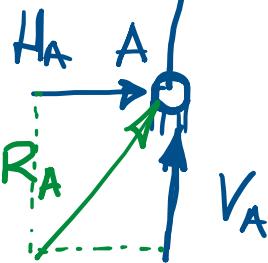
# RV dei vincoli introdotti (vincoli assoluti)

vincolo triplo :

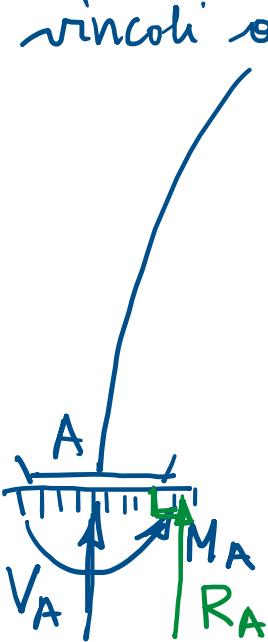


INCASTRO

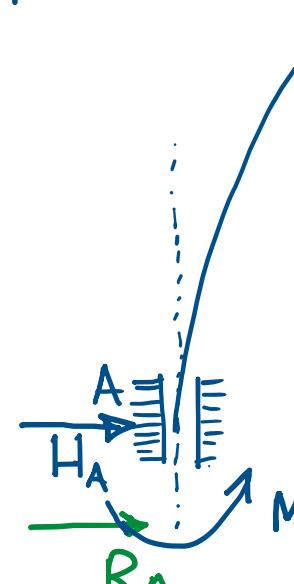
vincoli doppii



CERNIERA

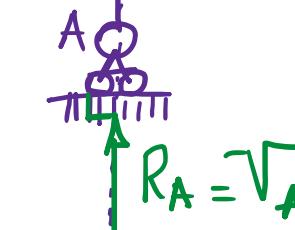


PATTINO

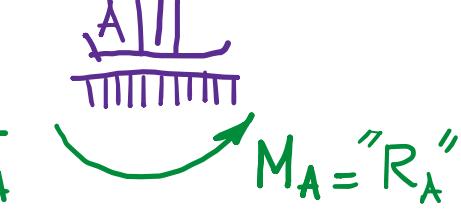


MANICOTTO

vincoli semplici

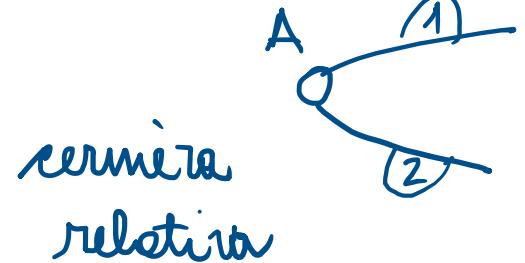


CARRELLO

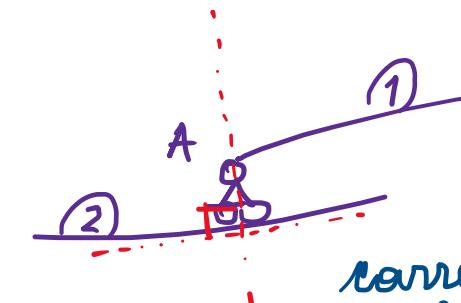
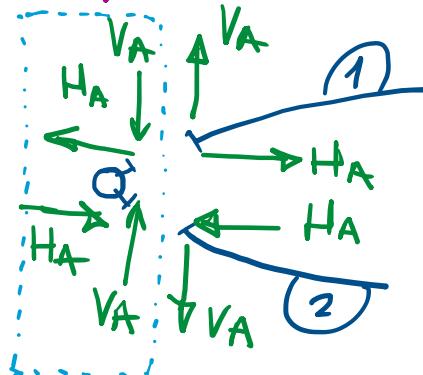


BIPATTINO

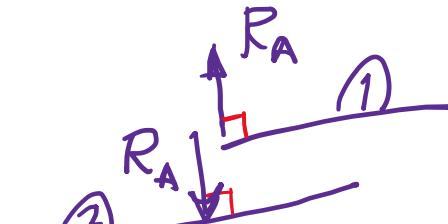
IDEEM per vincoli relativi tra più corpi rigidi:



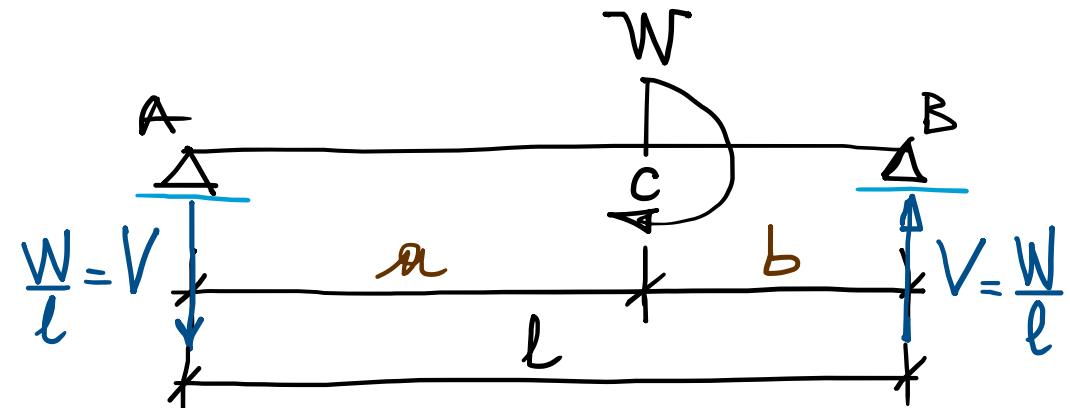
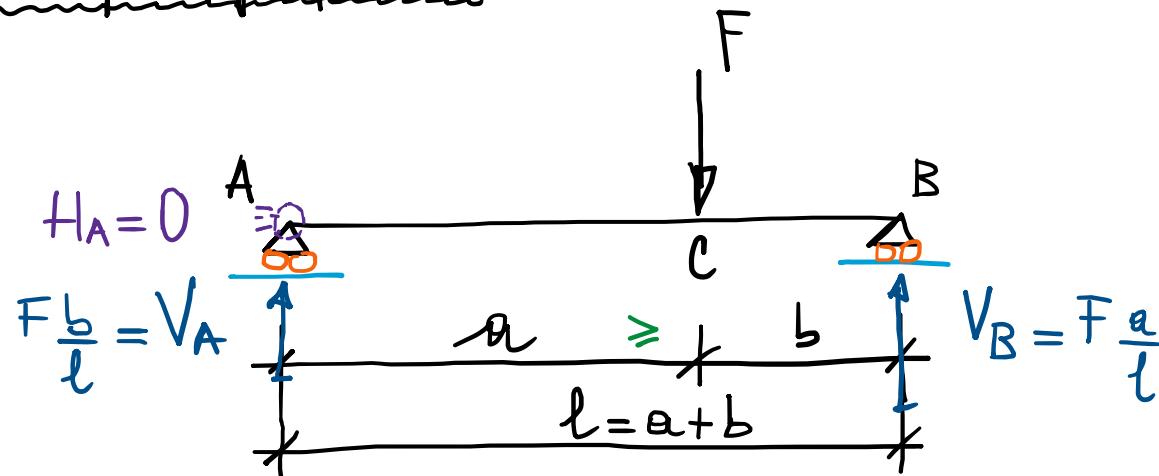
cerniere  
relativa



carrello  
relativo



Esempi significativi:



trave semplicemente appoggiata (appoggio-appoggio)

$$\sum_i M_{Bi} = 0 \Rightarrow -V_A l + Fb = 0 \Rightarrow V_A = \frac{Fb}{l}$$

$$\sum_i M_{Ai} = 0 \Rightarrow V_B l - Fa = 0 \Rightarrow V_B = \frac{Fa}{l}$$

$$\left( \sum_i Fy_i = 0 \Rightarrow V_A + V_B - F = 0 \Rightarrow \underline{\underline{V_A + V_B = F}} \right) \checkmark$$

verifica

$$\frac{Fa+b}{l} = \frac{Fb}{l} + \frac{Fa}{l} \stackrel{?}{=} F$$

$$NB: se a=b=\frac{l}{2} \Rightarrow V_A = V_B = V = \frac{F}{2}$$

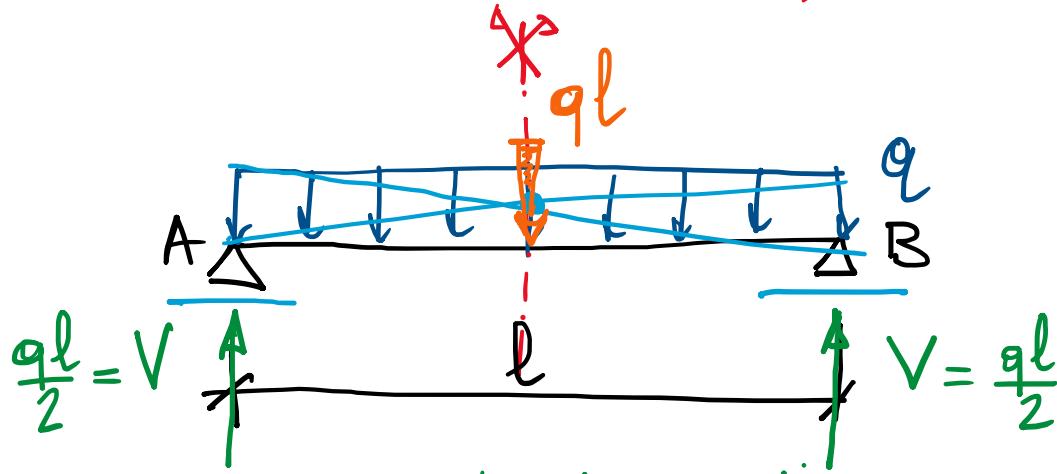
equilibrio alla rotazione

$$V l = W$$

$$V = \frac{W}{l}$$

(indipendentemente  
dal p.t. di applicazione C  
sul corpo rigido AB)

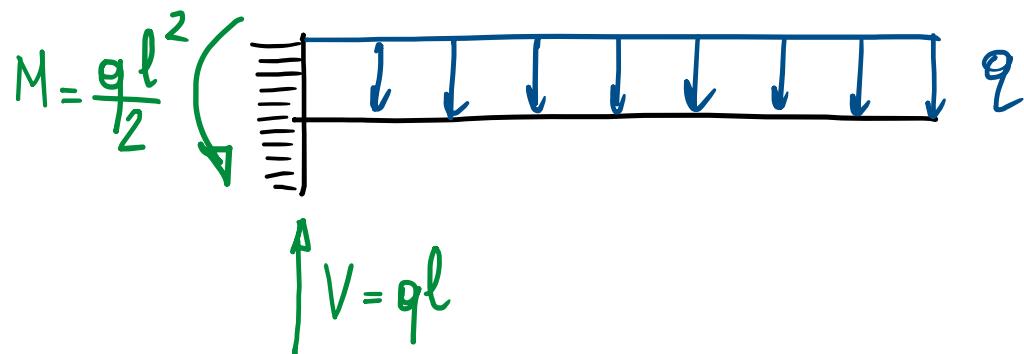
asse di simmetria (retta)



equil. sulle traslat. verticali

$$2V = ql$$

(o rotazione rispetto ad A o B)



Esempio di arte tre-carelli  $\Rightarrow$  dispense

