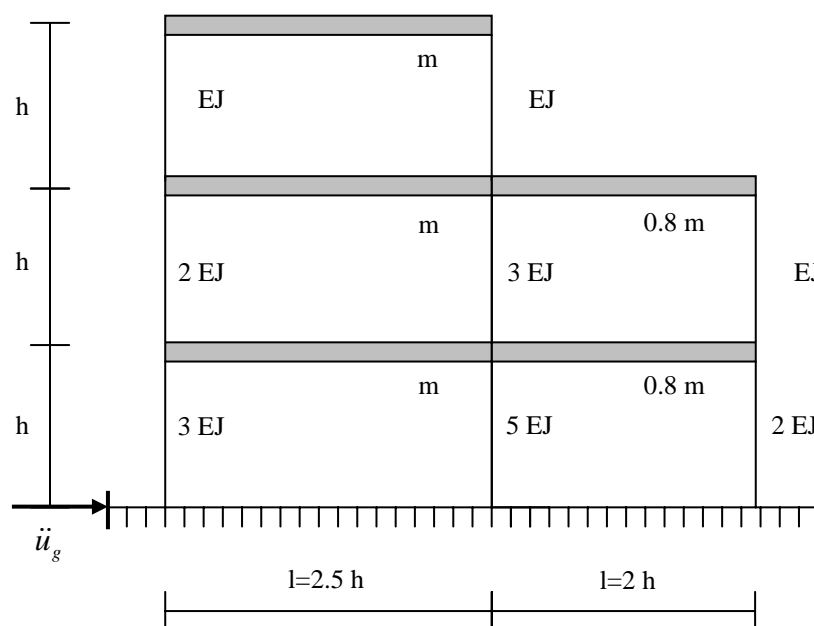


Fondamenti di Dinamica e Instabilità delle Strutture
a.a. 2007/2008

II ELABORATO

Si consideri il telaio multipiano in C.A. con le caratteristiche in figura. Si ritengano le travi infinitamente rigide, con massa indicata e le colonne assialmente inestensibili, con rigidezza flessionale EJ indicata, prive di massa.



Dati:

- altezza delle colonne: $h=4.5$ m;
- momento d'inerzia della sezione trasversale delle colonne in sommità: $J=0.0018 + 0.00005$ (N-C) m^4 (N=numero lettera iniziale del nome, C= numero lettera iniziale del cognome);
- massa degli impalcati: $m=30000$ kg;
- modulo di elasticità: $E=30000$ MPa.

Richieste:

- Determinare matrice delle masse \mathbf{M} e matrice di rigidezza \mathbf{K} della struttura.
- Determinare i modi principali di vibrare fornendo autovettori ϕ_i , pulsazioni proprie ω_i e periodi propri T_i . Utilizzare il metodo numerico dell'iterazione vettoriale inversa secondo un'implementazione propria e confrontare con soluzioni alternative. Rappresentare graficamente i modi principali di vibrare corrispondenti agli autovettori determinati.
- Scrivere: le matrici Φ e Ω degli autovettori e degli autovalori; le trasformazioni diretta $\mathbf{q}=\Phi\mathbf{p}$ e inversa $\mathbf{p}=\Phi^{-1}\mathbf{q}$ tra coordinate principali e lagrangiane. Verificare le relazioni algebriche: $\mathbf{K}\Phi = \mathbf{M}\Phi\Omega^2$; $\mathcal{M} = \Phi^T\mathbf{M}\Phi = \text{diag}[\mathcal{M}_i]$, $\mathcal{K} = \Phi^T\mathbf{K}\Phi = \text{diag}[\mathcal{K}_i]$, $\Omega^2 = \mathcal{M}^{-1}\mathcal{K} = \text{diag}[\mathcal{K}_i/\mathcal{M}_i]$.
- Determinare le oscillazioni libere del sistema con c.i. $\mathbf{q}_0=\mathbf{u}_0$, $\mathbf{r}^T=\{1 \ -1 \ 1\}$, $u_0=1$ cm e $\dot{\mathbf{q}}_0=\mathbf{0}$.
- Valutare la risposta del telaio ad un'eccitazione sismica secondo lo spettro di risposta di accelerazione (T periodo proprio in s, ζ fattore di smorzamento):

$$S_a(T, \zeta) / g = (0.25 + 3 T) \exp(- (3 + 50 \zeta) T) .$$

Si assuma uno smorzamento strutturale "alla Rayleigh", $\mathbf{C}=\alpha\mathbf{M}+\beta\mathbf{K}$, con i parametri α, β da calibrare in modo tale che i fattori di smorzamento risultanti per i primi due modi risultino: $\zeta_1=5\%$, $\zeta_2=4\%$. Si determinino:

- ♦ il fattore di smorzamento del terzo modo ζ_3 ;
- ♦ i fattori di partecipazione e le masse modali efficaci dei vari modi;
- ♦ gli spostamenti massimi attesi degli impalcati secondo il metodo SRSS;
- ♦ le forze equivalenti agenti secondo i vari modi e le azioni interne ad esse corrispondenti (facoltativo: rappresentare i diagrammi N,T,M, N esclusa per le travi, secondo i vari modi);
- ♦ i valori massimi attesi delle azioni interne (SRSS) nelle sezioni caratteristiche del telaio.