

$$\begin{aligned}
 p_{AB} &= -4q = -4F/b \\
 \theta_{BC} &= 3\theta = 3\alpha T/b = 3bF/EJ \\
 k_A &= 4EJ/b^3 \\
 k_C &= 4EJ/b \\
 u_A &= ? \\
 \phi_{AAB} &= ? \\
 \phi_B &= ? \\
 \phi_C &= ? \\
 EJ_{AB} &= EJ \\
 EJ_{BC} &= 2EJ
 \end{aligned}$$



Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta BC positiva se convessa a destra con inizio B.

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo A

Calcolare la rotazione assoluta del nodo A su asta AB.

Calcolare la rotazione assoluta del nodo B

Calcolare la rotazione assoluta del nodo C

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano

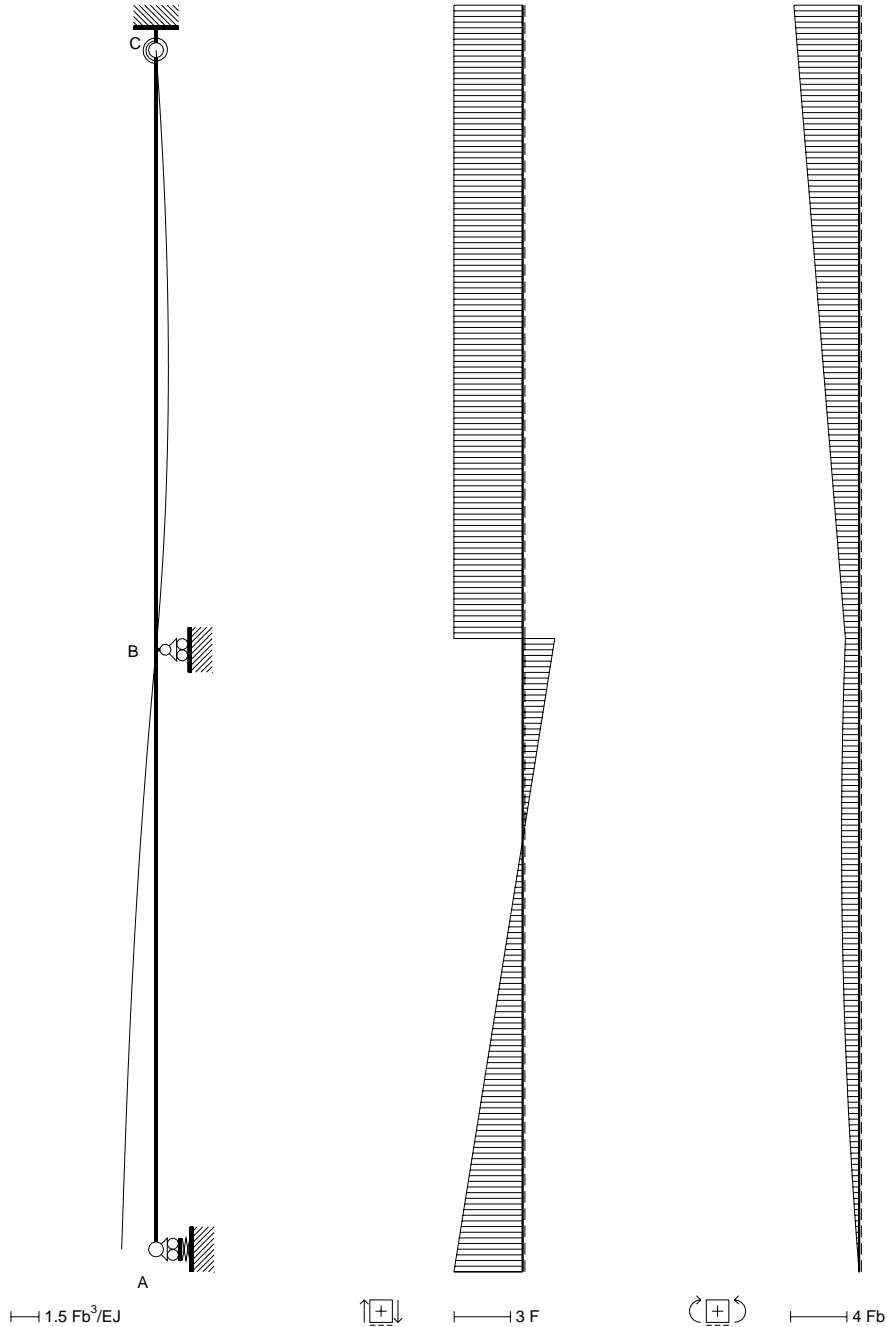
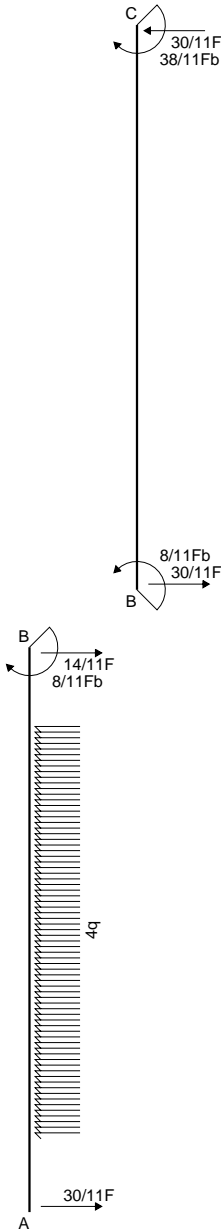


DEFORMATA (coordinate locali)
AB $y(x)EJ =$
BC $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI
 $u_A =$
 $\varphi_{AAB} =$
 $\varphi_B =$
 $\varphi_C =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$	$u_B =$	$u_C =$
$v_{AAB} =$	$v_B =$	$v_C =$
$\varphi_{AAB} =$	$\varphi_B =$	$\varphi_C =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{BA} \quad Y = W_{CB}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{BC} K_{BC}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(b) - y'_{BC}(0) = 0$$

$$y'_{BC}(b) + 1/4 W_{CB}/EJ = 0$$

$$y_{AB}(0) - 1/4 H_A b^3/EJ = 0$$

$$y_{AB}(b) = 0$$

$$y_{BC}(0) = 0$$

$$y_{BC}(b) = 0$$

$$M_{AB} = -2Fx + 2qx^2 + Xx/b$$

$$EJy'' = -2Fx + 2qx^2 + Xx/b$$

$$EJy' = -Fx^2 + 2/3 qx^3 + 1/2 Xx^2/b + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = -1/3 Fx^3 + 1/6 qx^4 + 1/6 Xx^3/b + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{BC} = -Xx/b + X + Yx/b$$

$$EJy'' = 3EJ\theta - 1/2 Xx/b + 1/2 X + 1/2 Yx/b$$

$$EJy' = 3EJ\theta x - 1/4 Xx^2/b + 1/2 Xx + 1/4 Yx^2/b + EJ\varphi_{BC}$$

$$EJy = 3/2 EJ\theta x^2 - 1/12 Xx^3/b + 1/4 Xx^2 + 1/12 Yx^3/b + EJ\varphi_{BC}x + EJK_{BC}$$

Condizioni al contorno

	$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{BC}b & K_{BC} & Xb^2/EJ & Yb^2/EJ \end{bmatrix}$	$=$	$\begin{bmatrix} qb^4/EJ & \alpha Tb \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & \varphi_{BC}b & K_{AB} & Xb^2/EJ & K_{BC} & Yb^2/EJ \end{bmatrix}$	$=$	$\begin{bmatrix} Fb^3/EJ \end{bmatrix}$
y'_{BA}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 1/3 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -13/33 \end{bmatrix}$		
y'_{CB}	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1/4 & 1/2 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & -3 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -12/11 \end{bmatrix}$		
y_{AB}	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1/4 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 1/2 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 15/22 \end{bmatrix}$		
y_{BA}	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1/6 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 1/6 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -8/11 \end{bmatrix}$		
y_{BC}	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$		
y_{CB}	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1/6 & 1/12 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & -3/2 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -38/11 \end{bmatrix}$		

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = 15/22 Fb^3 - 13/33 x Fb^2 - 5/11 x^3 F + 1/6 x^4 q$$

$$BA \ y(x)EJ = 12/11 x Fb^2 - 4/11 x^2 Fb - 7/33 x^3 F + 1/6 x^4 q$$

$$BC \ y(x)EJ = -12/11 x Fb^2 + 29/22 x^2 Fb - 5/22 x^3 F$$

$$CB \ y(x)EJ = -19/22 x Fb^2 + 7/11 x^2 Fb + 5/22 x^3 F$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$u_A = -15/22(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{AAB} = -13/33(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_B = -12/11(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_C = 19/22(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = -15/22(Fb^3/EJ)$$

$$u_B = 0$$

$$u_C = 0$$

$$v_{AAB} = 0$$

$$v_B = 0$$

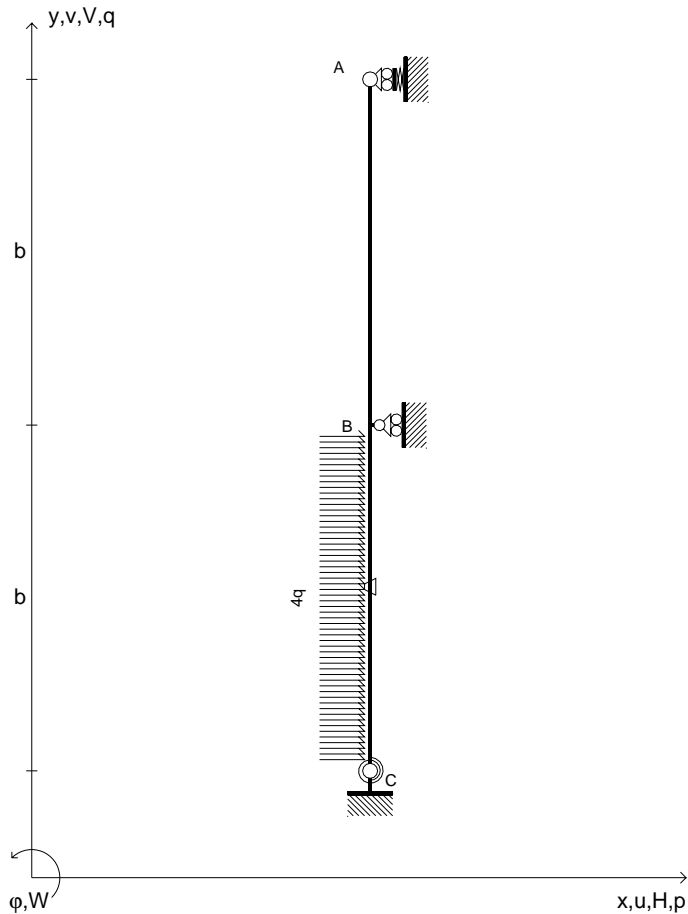
$$v_C = 0$$

$$\varphi_{AAB} = -13/33(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_B = -12/11(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_C = 19/22(Fb^2/EJ)$$

$$\begin{aligned}
 p_{BC} &= 4q = 4F/b \\
 \theta_{BC} &= -4\theta = -4\alpha T/b = -4bF/EJ \\
 k_A &= 4EJ/b^3 \\
 k_C &= EJ/b \\
 u_A &= ? \\
 \phi_{AAB} &= ? \\
 \phi_B &= ? \\
 \phi_C &= ? \\
 EJ_{AB} &= EJ \\
 EJ_{BC} &= 2EJ
 \end{aligned}$$



Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta BC positiva se convessa a destra con inizio B.

Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo A

Calcolare la rotazione assoluta del nodo A su asta AB.

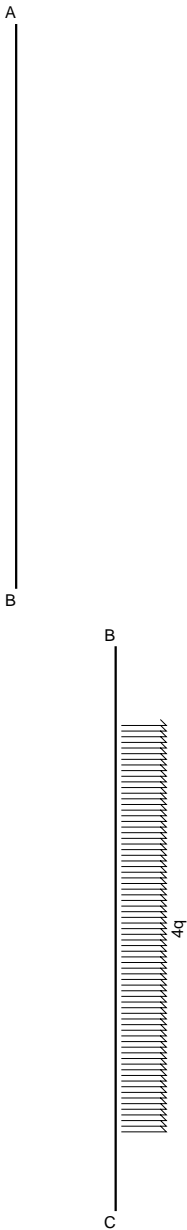
Calcolare la rotazione assoluta del nodo B

Calcolare la rotazione assoluta del nodo C

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



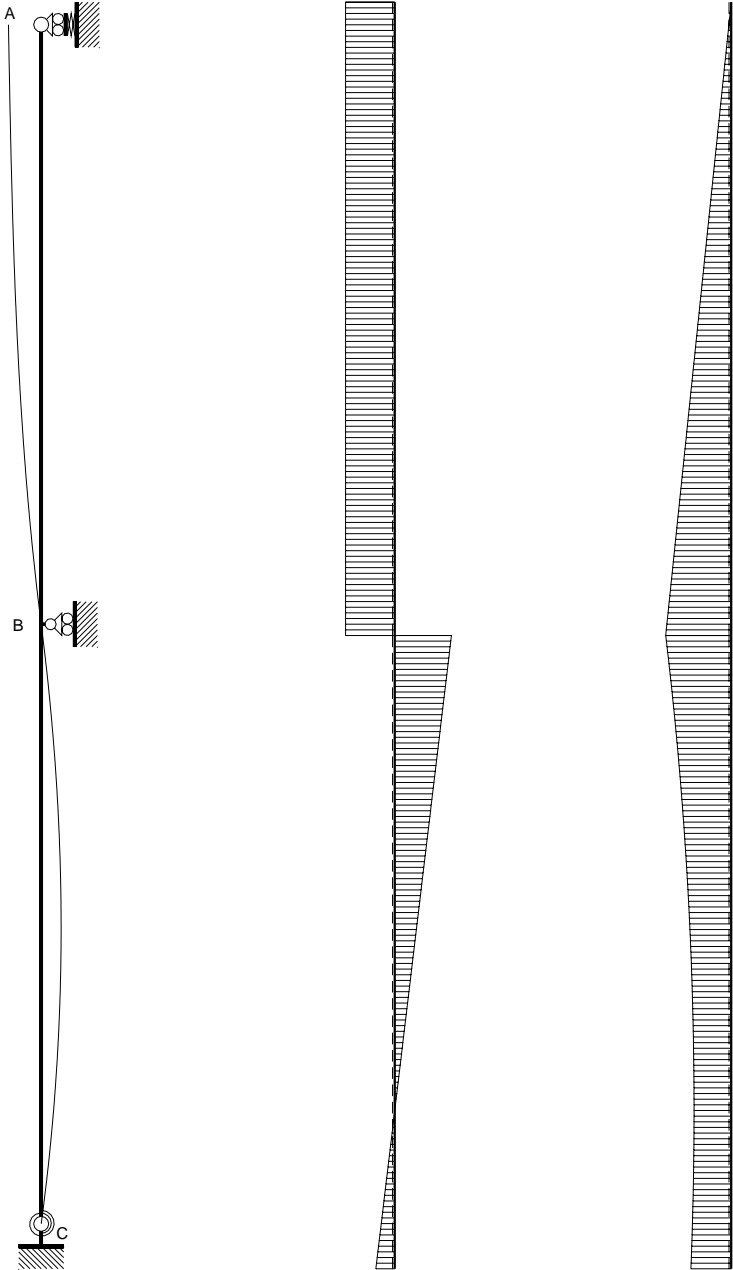
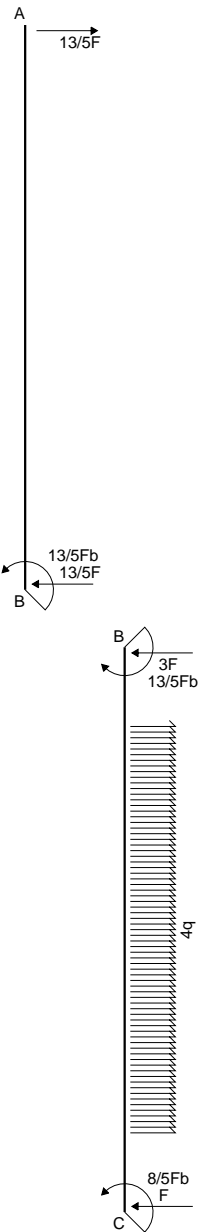
@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)
AB $y(x)EJ =$
BC $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI
 $u_A =$
 $\varphi_{AAB} =$
 $\varphi_B =$
 $\varphi_C =$

SPOSTAMENTI NODALI
 $u_A =$ $u_B =$ $u_C =$
 $v_{AAB} =$ $v_B =$ $v_C =$
 $\varphi_{AAB} =$ $\varphi_B =$ $\varphi_C =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{BA} \quad Y = W_{CB}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{BC} K_{BC}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(b) - y'_{BC}(0) = 0$$

$$y'_{BC}(b) + W_C b/EJ = 0$$

$$y_{AB}(0) + 1/4 H_A b^3/EJ = 0$$

$$y_{AB}(b) = 0$$

$$y_{BC}(0) = 0$$

$$y_{BC}(b) = 0$$

$$M_{AB} = Xx/b$$

$$EJy'' = Xx/b$$

$$EJy' = 1/2 Xx^2/b + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = 1/6 Xx^3/b + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{BC} = -2Fx + 2qx^2 - Xx/b + X + Yx/b$$

$$EJy'' = -Fx + qx^2 - 4EJ\theta - 1/2 Xx/b + 1/2 X + 1/2 Yx/b$$

$$EJy' = -1/2 Fx^2 + 1/3 qx^3 - 4EJ\theta x - 1/4 Xx^2/b + 1/2 Xx + 1/4 Yx^2/b + EJ\varphi_{BC}$$

$$EJy = -1/6 Fx^3 + 1/12 qx^4 - 2EJ\theta x^2 - 1/12 Xx^3/b + 1/4 Xx^2 + 1/12 Yx^3/b + EJ\varphi_{BC}x + EJK_{BC}$$

Condizioni al contorno

	$\varphi_{AB}b$	K_{AB}	$\varphi_{BC}b$	K_{BC}	Xb^2/EJ	Yb^2/EJ		$[qb^4/EJ \quad \alpha Tb]$		Soluzione	
y'_{BA}	1	0	-1	0	1/2	0	=	0	0	$\varphi_{AB}b$	$[Fb^3/EJ]$
y'_{CB}	0	0	1	0	1/4	5/4		1/6	4	$\varphi_{BC}b$	13/60
y_{AB}	0	1	0	0	1/4	0		0	0	K_{AB}	91/60
y_{BA}	1	1	0	0	1/6	0		0	0	Xb^2/EJ	-13/20
y_{BC}	0	0	0	1	0	0		0	0	K_{BC}	13/5
y_{CB}	0	0	1	1	1/6	1/12		1/12	2	Yb^2/EJ	0
											8/5

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \quad y(x)EJ = -13/20 Fb^3 + 13/60 x Fb^2 + 13/30 x^3 F$$

$$BA \quad y(x)EJ = -91/60 x Fb^2 + 13/10 x^2 Fb - 13/30 x^3 F$$

$$BC \quad y(x)EJ = 91/60 x Fb^2 - 27/20 x^2 Fb - 1/4 x^3 F + 1/12 x^4 q$$

$$CB \quad y(x)EJ = 8/5 x Fb^2 - 8/5 x^2 Fb - 1/12 x^3 F + 1/12 x^4 q$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$u_A = -13/20(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{AAB} = 13/60(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_B = 91/60(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_C = -8/5(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = -13/20(Fb^3/EJ)$$

$$u_B = 0$$

$$u_C = 0$$

$$v_{AAB} = 0$$

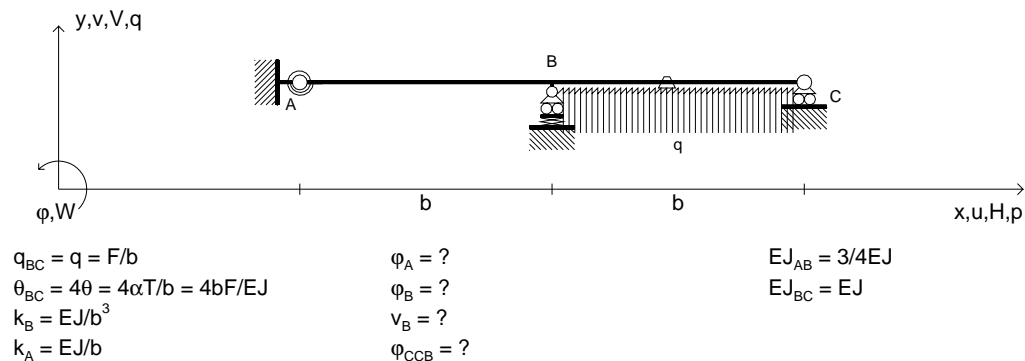
$$v_B = 0$$

$$v_C = 0$$

$$\varphi_{AAB} = 13/60(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_B = 91/60(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_C = -8/5(Fb^2/EJ)$$



Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta BC positiva se convessa a destra con inizio B.

Calcolare la rotazione assoluta del nodo A

Calcolare la rotazione assoluta del nodo B

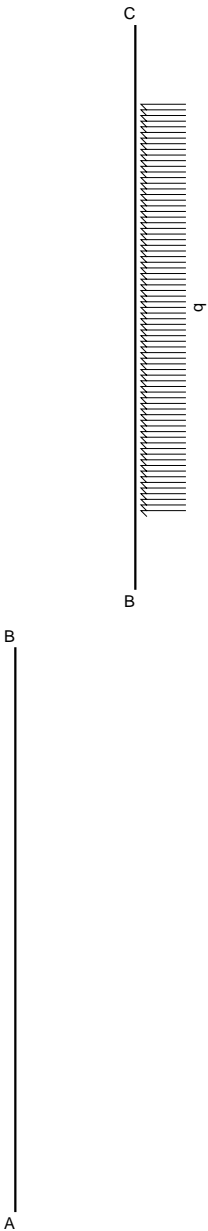
Calcolare lo spostamento verticale del nodo B

Calcolare la rotazione assoluta del nodo C su asta CB.

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

BC $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$\varphi_A =$

$\varphi_B =$

$v_B =$

$\varphi_{CCB} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_B =$

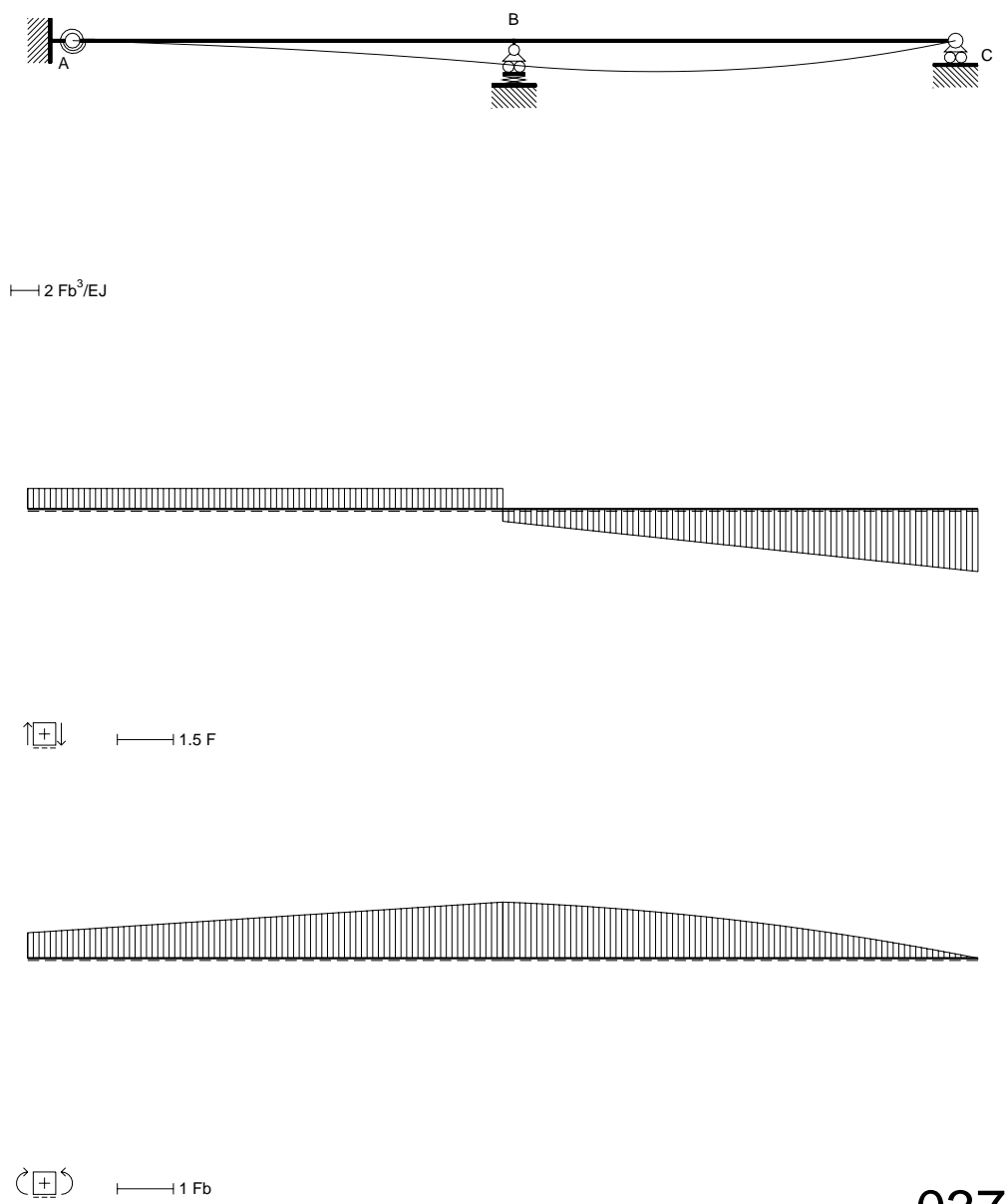
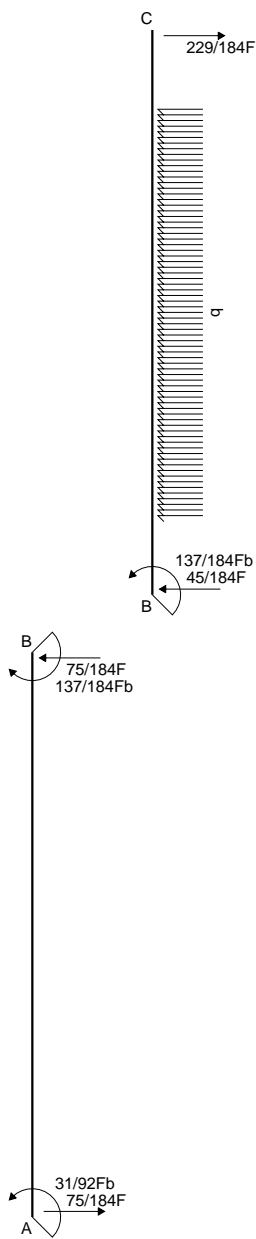
$v_B =$

$\varphi_B =$

$u_{CCB} =$

$v_C =$

$\varphi_{CCB} =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{AB} \quad Y = W_{BC}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{BC} K_{BC}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) + W_A b/EJ = 0$$

$$y'_{AB}(b) - y'_{BC}(0) = 0$$

$$y_{AB}(0) = 0$$

$$y_{AB}(b) + V_B b^3/EJ = 0$$

$$y_{BC}(0) + V_B b^3/EJ = 0$$

$$y_{BC}(b) = 0$$

$$M_{AB} = Xx/b - X - Yx/b$$

$$EJy'' = 4/3Xx/b - 4/3X - 4/3Yx/b$$

$$EJy' = 2/3Xx^2/b - 4/3Xx - 2/3Yx^2/b + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = 2/9Xx^3/b - 2/3Xx^2 - 2/9Yx^3/b + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{BC} = -1/2Fx + 1/2qx^2 + Yx/b - Y$$

$$EJy'' = -1/2Fx + 1/2qx^2 + 4EJ\theta + Yx/b - Y$$

$$EJy' = -1/4Fx^2 + 1/6qx^3 + 4EJ\theta x + 1/2Yx^2/b - Yx + EJ\varphi_{BC}$$

$$EJy = -1/12Fx^3 + 1/24qx^4 + 2EJ\theta x^2 + 1/6Yx^3/b - 1/2Yx^2 + EJ\varphi_{BC}x + EJK_{BC}$$

Condizioni al contorno

	$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{BC}b & K_{BC} & Xb^2/EJ & Yb^2/EJ \end{bmatrix}$	$=$	$\begin{bmatrix} qb^4/EJ & \alpha Tb \end{bmatrix}$		Soluzione	
y'_{AB}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$	$=$	$\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{BC}b \\ K_{AB} \\ Xb^2/EJ \\ K_{BC} \\ Yb^2/EJ \end{bmatrix}$	$=$	$\begin{bmatrix} -31/92 \\ -73/69 \\ 0 \\ 31/92 \\ -15/23 \\ 137/184 \end{bmatrix}$
y'_{BA}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & -2/3 & -2/3 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$			
y_{AB}	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$			
y_{BA}	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -13/9 & 16/9 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 1/2 & 0 \end{bmatrix}$			
y_{BC}	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 1/2 & 0 \end{bmatrix}$			
y_{CB}	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1/3 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 1/24 & -2 \end{bmatrix}$			

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = -31/92xFb^2 - 31/138x^2Fb - 25/276x^3F$$

$$BA \ y(x)EJ = -15/23Fb^3 + 73/69xFb^2 - 137/276x^2Fb + 25/276x^3F$$

$$BC \ y(x)EJ = -15/23Fb^3 - 73/69xFb^2 + 599/368x^2Fb + 15/368x^3F + 1/24x^4q$$

$$CB \ y(x)EJ = -915/368xFb^2 + 2x^2Fb - 229/1104x^3F + 1/24x^4q$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$\varphi_A = -31/92(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_B = -73/69(Fb^2/EJ)$$

$$v_B = -15/23(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{CCB} = 915/368(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = 0$$

$$v_A = 0$$

$$\varphi_A = -31/92(Fb^2/EJ)$$

$$u_B = 0$$

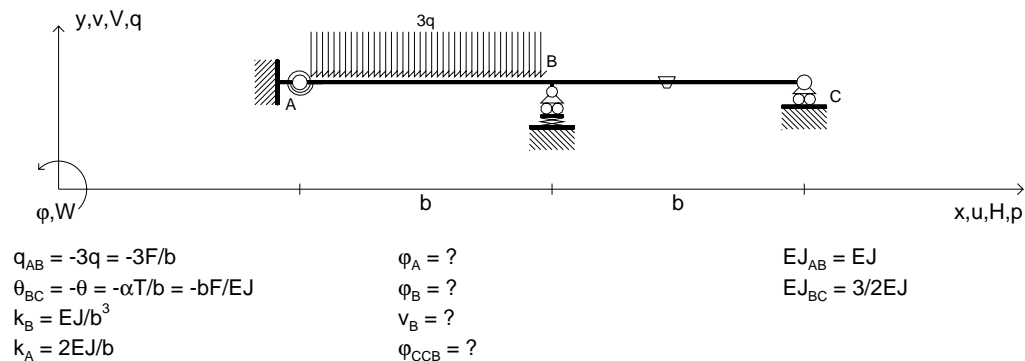
$$v_B = -15/23(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_B = -73/69(Fb^2/EJ)$$

$$u_{CCB} = 0$$

$$v_C = 0$$

$$\varphi_{CCB} = 915/368(Fb^2/EJ)$$



Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta BC positiva se convessa a destra con inizio B.

Calcolare la rotazione assoluta del nodo A

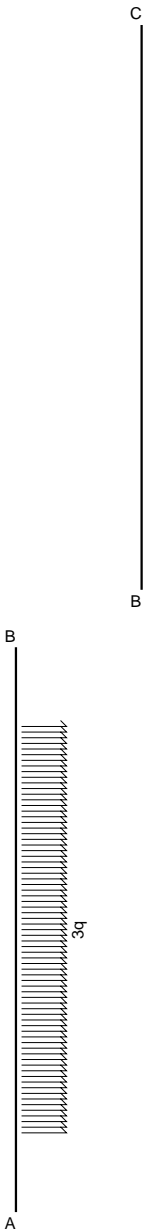
Calcolare la rotazione assoluta del nodo B

Calcolare lo spostamento verticale del nodo B

Calcolare la rotazione assoluta del nodo C su asta CB.

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano





DEFORMATA (coordinate locali)

AB $y(x)EJ =$

BC $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$\varphi_A =$

$\varphi_B =$

$v_B =$

$\varphi_{CCB} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$

$v_A =$

$\varphi_A =$

$u_B =$

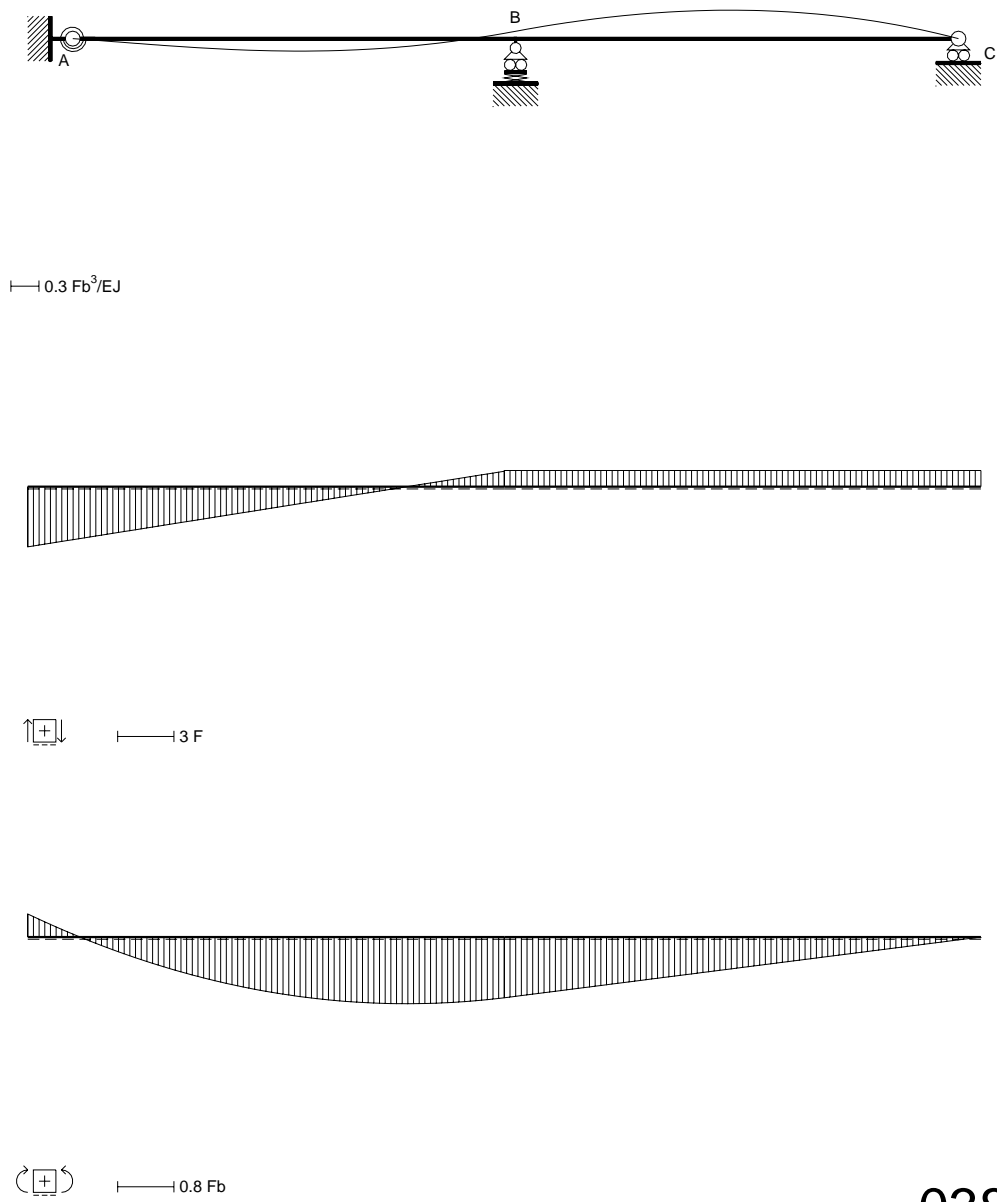
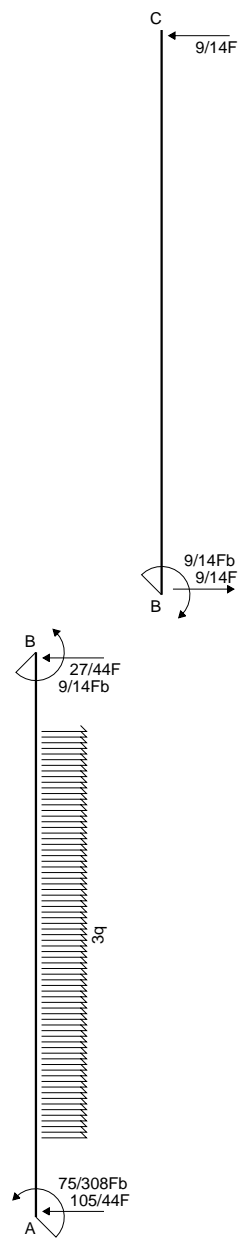
$v_B =$

$\varphi_B =$

$u_{CCB} =$

$v_C =$

$\varphi_{CCB} =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{AB} \quad Y = W_{BC}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{BC} K_{BC}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) + 1/2W_A b/EJ = 0$$

$$y'_{AB}(b) - y'_{BC}(0) = 0$$

$$y_{AB}(0) = 0$$

$$y_{AB}(b) + V_B b^3/EJ = 0$$

$$y_{BC}(0) + V_B b^3/EJ = 0$$

$$y_{BC}(b) = 0$$

$$M_{AB} = 3/2Fx - 3/2qx^2 + Xx/b - X - Yx/b$$

$$EJy'' = 3/2Fx - 3/2qx^2 + Xx/b - X - Yx/b$$

$$EJy' = 3/4Fx^2 - 1/2qx^3 + 1/2Xx^2/b - Xx - 1/2Yx^2/b + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = 1/4Fx^3 - 1/8qx^4 + 1/6Xx^3/b - 1/2Xx^2 - 1/6Yx^3/b + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{BC} = Yx/b - Y$$

$$EJy'' = -EJ\theta + 2/3Yx/b - 2/3Y$$

$$EJy' = -EJ\theta x + 1/3Yx^2/b - 2/3Yx + EJ\varphi_{BC}$$

$$EJy = -1/2EJ\theta x^2 + 1/9Yx^3/b - 1/3Yx^2 + EJ\varphi_{BC}x + EJK_{BC}$$

Condizioni al contorno

	$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{BC}b & K_{BC} & Xb^2/EJ & Yb^2/EJ \end{bmatrix}$	$=$	$\begin{bmatrix} qb^4/EJ & \alpha Tb \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & \varphi_{BC}b & K_{AB} & Xb^2/EJ & K_{BC} & Yb^2/EJ \end{bmatrix}$	$=$	$\begin{bmatrix} Fb^3/EJ \end{bmatrix}$
y'_{AB}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -75/616 \end{bmatrix}$		
y'_{BA}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -1/4 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 101/308 \end{bmatrix}$		
y_{AB}	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix}$		
y_{BA}	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -4/3 & 11/6 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -13/8 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 75/308 \end{bmatrix}$		
y_{BC}	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -3/2 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 9/308 \end{bmatrix}$		
y_{CB}	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -2/9 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & 1/2 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} -9/14 \end{bmatrix}$		

Soluzione

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = -75/616xFb^2 - 75/616x^2Fb + 35/88x^3F - 1/8x^4q$$

$$BA \ y(x)EJ = 9/308Fb^3 - 101/308xFb^2 + 9/28x^2Fb + 9/88x^3F - 1/8x^4q$$

$$BC \ y(x)EJ = 9/308Fb^3 + 101/308xFb^2 - 2/7x^2Fb - 1/14x^3F$$

$$CB \ y(x)EJ = 141/308xFb^2 - 1/2x^2Fb + 1/14x^3F$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$\varphi_A = -75/616(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_B = 101/308(Fb^2/EJ)$$

$$v_B = 9/308(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{CCB} = -141/308(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = 0$$

$$v_A = 0$$

$$\varphi_A = -75/616(Fb^2/EJ)$$

$$u_B = 0$$

$$v_B = 9/308(Fb^3/EJ)$$

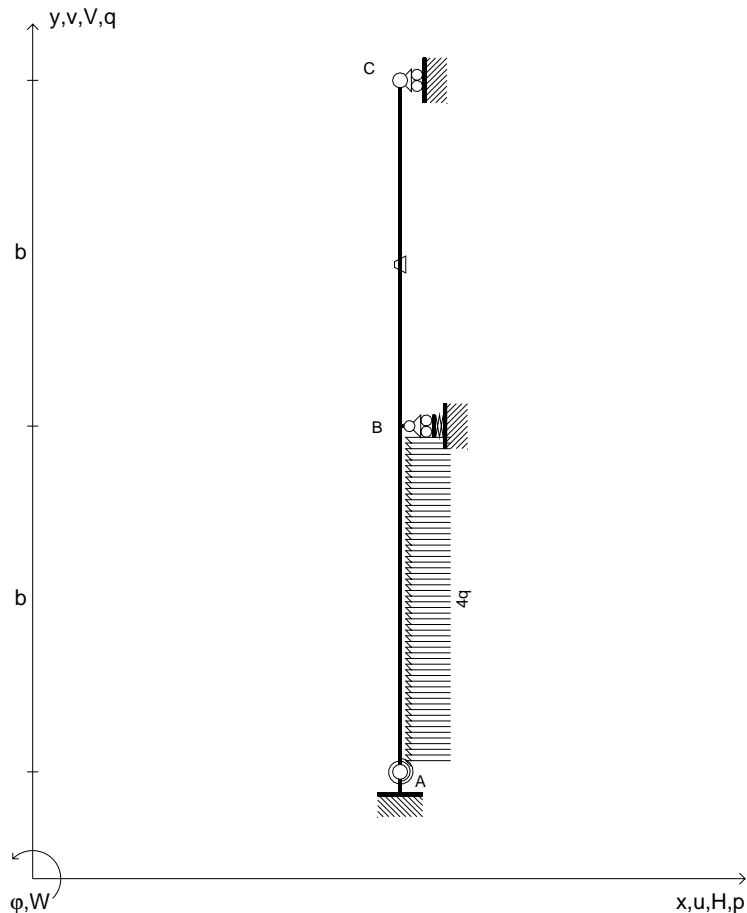
$$\varphi_B = 101/308(Fb^2/EJ)$$

$$u_{CCB} = 0$$

$$v_C = 0$$

$$\varphi_{CCB} = -141/308(Fb^2/EJ)$$

$$\begin{aligned}
 p_{AB} &= -4q = -4F/b \\
 \theta_{BC} &= \theta = \alpha T/b = bF/EJ \\
 k_B &= 2EJ/b^3 \\
 k_A &= 2EJ/b \\
 \varphi_A &= ? \\
 \varphi_B &= ? \\
 u_B &= ? \\
 \varphi_{CCB} &= ? \\
 EJ_{AB} &= 3/2EJ \\
 EJ_{BC} &= 4/3EJ
 \end{aligned}$$



Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta BC positiva se convessa a destra con inizio B.

Calcolare la rotazione assoluta del nodo A

Calcolare la rotazione assoluta del nodo B

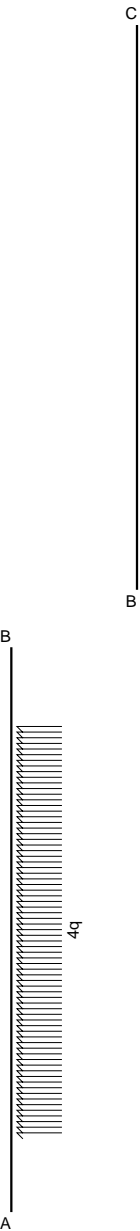
Calcolare lo spostamento orizzont. del nodo B

Calcolare la rotazione assoluta del nodo C su asta CB.

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano

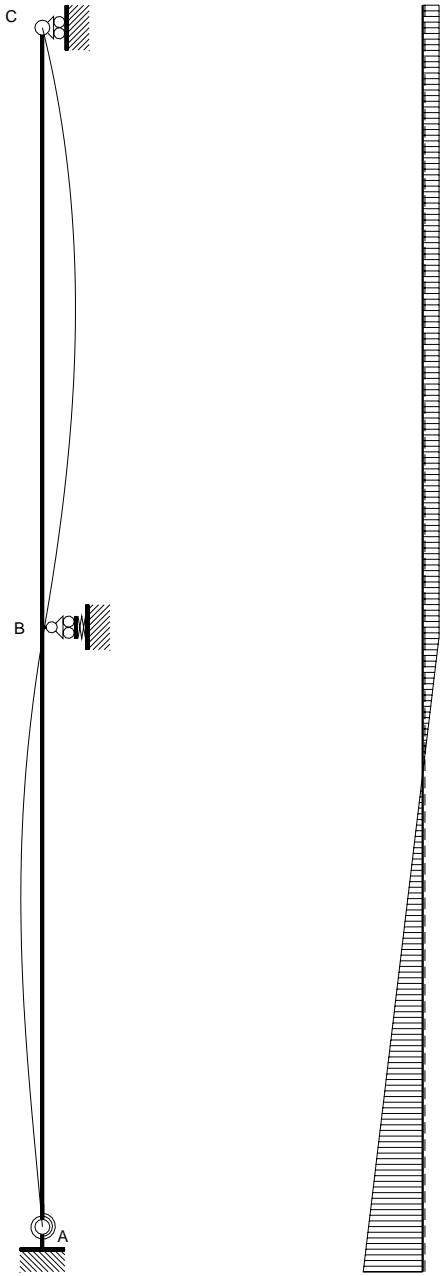
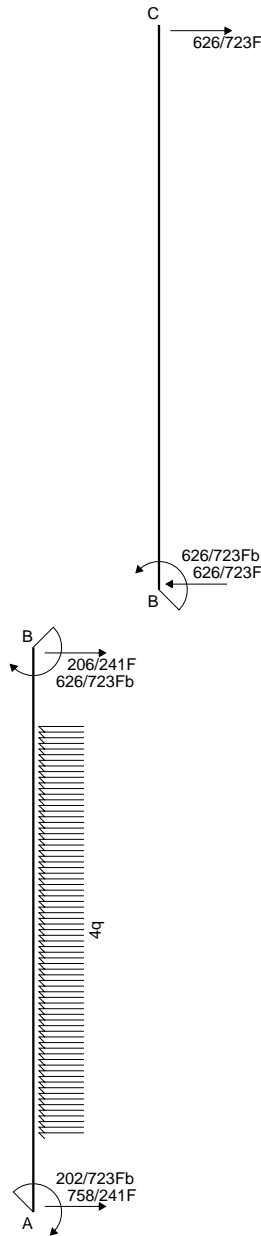


DEFORMATA (coordinate locali)
AB $y(x)EJ =$
BC $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI
 $\varphi_A =$
 $\varphi_B =$
 $u_B =$
 $\varphi_{CCB} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$	$u_B =$	$u_C =$
$v_A =$	$v_B =$	$v_{CCB} =$
$\varphi_A =$	$\varphi_B =$	$\varphi_{CCB} =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{AB} \quad Y = W_{BC}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: φ_{AB} K_{AB} φ_{BC} K_{BC}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) + 1/2W_A b/EJ = 0$$

$$y'_{AB}(b) - y'_{BC}(0) = 0$$

$$y_{AB}(0) = 0$$

$$y_{AB}(b) - 1/2H_B b^3/EJ = 0$$

$$y_{BC}(0) - 1/2H_B b^3/EJ = 0$$

$$y_{BC}(b) = 0$$

$$M_{AB} = -2Fx + 2qx^2 + Xx/b - X - Yx/b$$

$$EJy'' = -4/3Fx + 4/3qx^2 + 2/3Xx/b - 2/3X - 2/3Yx/b$$

$$EJy' = -2/3Fx^2 + 4/9qx^3 + 1/3Xx^2/b - 2/3Xx - 1/3Yx^2/b + EJ\varphi_{AB}$$

$$EJy = -2/9Fx^3 + 1/9qx^4 + 1/9Xx^3/b - 1/3Xx^2 - 1/9Yx^3/b + EJ\varphi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{BC} = Yx/b - Y$$

$$EJy'' = EJ\theta + 3/4Yx/b - 3/4Y$$

$$EJy' = EJ\theta x + 3/8Yx^2/b - 3/4Yx + EJ\varphi_{BC}$$

$$EJy = 1/2EJ\theta x^2 + 1/8Yx^3/b - 3/8Yx^2 + EJ\varphi_{BC}x + EJK_{BC}$$

Condizioni al contorno

	$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b & K_{AB} & \varphi_{BC}b & K_{BC} & Xb^2/EJ & Yb^2/EJ \end{bmatrix}$	$=$	$\begin{bmatrix} qb^4/EJ & \alpha Tb \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} \varphi_{AB}b \\ \varphi_{BC}b \\ K_{AB} \\ Xb^2/EJ \\ K_{BC} \\ Yb^2/EJ \end{bmatrix}$	$=$	$\begin{bmatrix} Fb^3/EJ \\ 101/723 \\ -67/241 \\ 0 \\ -202/723 \\ -4/723 \\ 626/723 \end{bmatrix}$
y'_{AB}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1/2 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$				
y'_{BA}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & -1/3 & -1/3 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 2/9 & 0 \end{bmatrix}$				
y_{AB}	$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix}$				
y_{BA}	$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & -13/18 & 8/9 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 10/9 & 0 \end{bmatrix}$				
y_{BC}	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & -1/2 & 1 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix}$				
y_{CB}	$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & -1/4 \end{bmatrix}$		$\begin{bmatrix} 0 & -1/2 \end{bmatrix}$				

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = 101/723x^3Fb^2 + 202/2169x^2Fb - 758/2169x^3F + 1/9x^4q$$

$$BA \ y(x)EJ = -4/723Fb^3 + 67/241x^2Fb^2 - 626/2169x^2Fb - 206/2169x^3F + 1/9x^4q$$

$$BC \ y(x)EJ = -4/723Fb^3 - 67/241x^2Fb^2 + 169/964x^2Fb + 313/2892x^3F$$

$$CB \ y(x)EJ = -383/964x^2Fb^2 + 1/2x^2Fb - 313/2892x^3F$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$\varphi_A = 101/723(Fb^2/EJ)$$

$$\varphi_B = -67/241(Fb^2/EJ)$$

$$u_B = 4/723(Fb^3/EJ)$$

$$\varphi_{CCB} = 383/964(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = 0$$

$$v_A = 0$$

$$\varphi_A = 101/723(Fb^2/EJ)$$

$$u_B = 4/723(Fb^3/EJ)$$

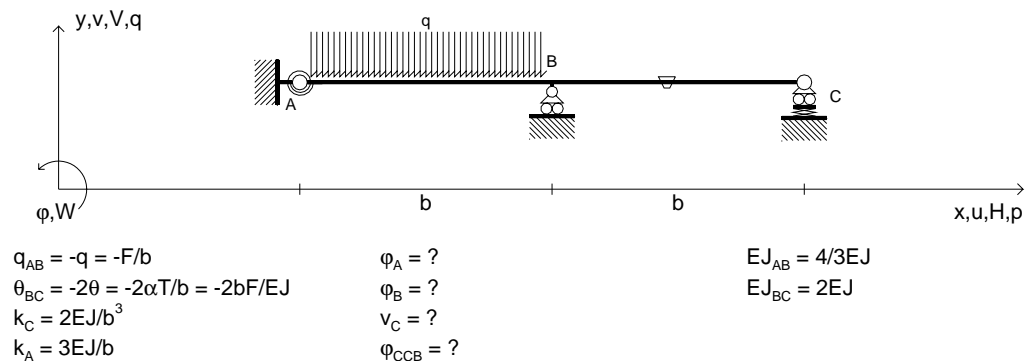
$$v_B = 0$$

$$\varphi_B = -67/241(Fb^2/EJ)$$

$$u_C = 0$$

$$v_{CCB} = 0$$

$$\varphi_{CCB} = 383/964(Fb^2/EJ)$$



Svolgere l'analisi cinematica.

Risolvere con PLV e LE.

Riportare la soluzione su questo foglio.

Carichi e deformazioni date hanno verso efficace in disegno.

Calcolare reazioni vincolari della struttura e delle aste.

Tracciare i diagrammi delle azioni interne nelle aste.

Esprimere la linea elastica delle aste.

Calcolare spostamento e rotazione di tutti i nodi.

$J_{YZ} - x_{YZ} - \theta_{YZ}$ riferimento locale asta YZ con origine in Y.

Curvatura θ asta BC positiva se convessa a destra con inizio B.

Calcolare la rotazione assoluta del nodo A

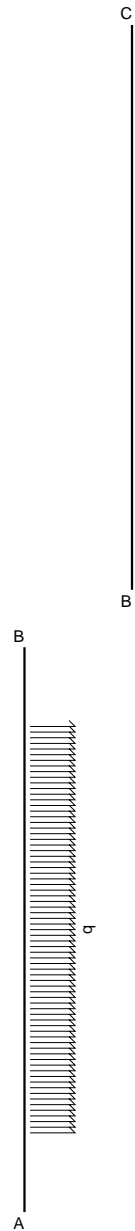
Calcolare la rotazione assoluta del nodo B

Calcolare lo spostamento verticale del nodo C

Calcolare la rotazione assoluta del nodo C su asta CB.

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano



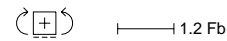
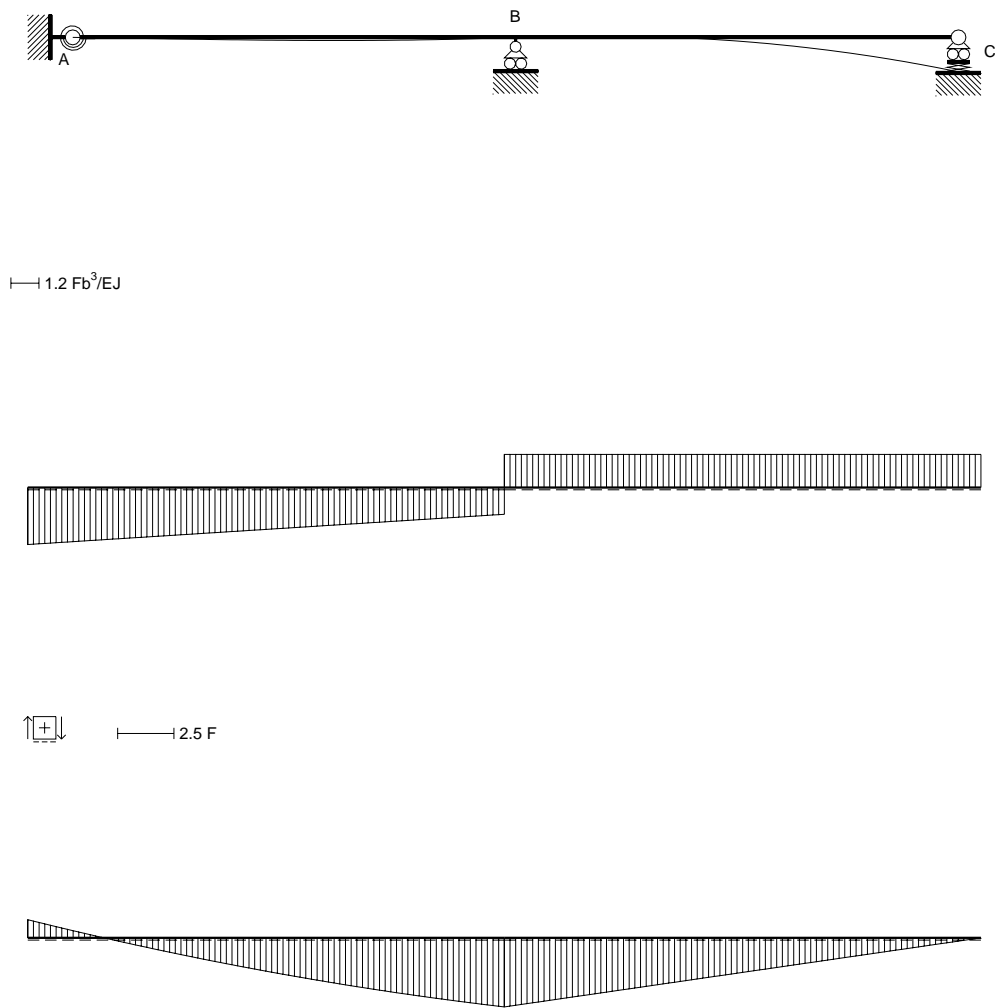
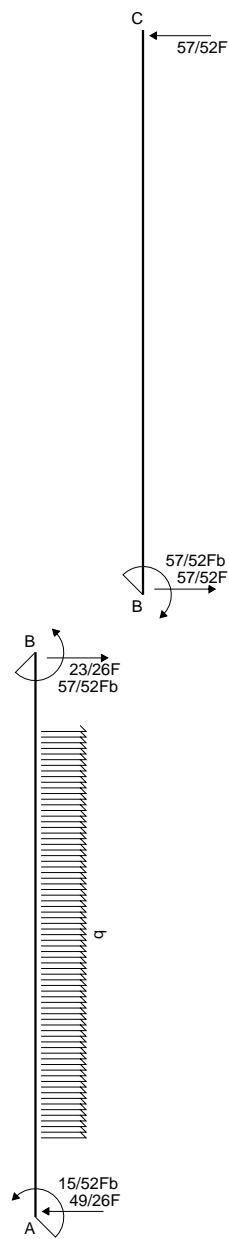


DEFORMATA (coordinate locali)
AB $y(x)EJ =$
BC $y(x)EJ =$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI
 $\varphi_A =$
 $\varphi_B =$
 $v_C =$
 $\varphi_{CCB} =$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_A =$	$u_B =$	$u_{CCB} =$
$v_A =$	$v_B =$	$v_C =$
$\varphi_A =$	$\varphi_B =$	$\varphi_{CCB} =$



REAZIONI IPERSTATICHE

$$X = W_{AB} \quad Y = W_{BC}$$

DETERMINAZIONE DELLA DEFORMATA ELASTICA

Costanti di integrazione: ϕ_{AB} K_{AB} ϕ_{BC} K_{BC}

Relazioni di congruenza

$$y'_{AB}(0) + 1/3W_A b/EJ = 0$$

$$y'_{AB}(b) - y'_{BC}(0) = 0$$

$$y_{AB}(0) = 0$$

$$y_{AB}(b) = 0$$

$$y_{BC}(0) = 0$$

$$y_{BC}(b) + 1/2V_C b^3/EJ = 0$$

$$M_{AB} = 1/2Fx - 1/2qx^2 + Xx/b - X - Yx/b$$

$$EJy'' = 3/8Fx - 3/8qx^2 + 3/4Xx/b - 3/4X - 3/4Yx/b$$

$$EJy' = 3/16Fx^2 - 1/8qx^3 + 3/8Xx^2/b - 3/4Xx - 3/8Yx^2/b + EJ\phi_{AB}$$

$$EJy = 1/16Fx^3 - 1/32qx^4 + 1/8Xx^3/b - 3/8Xx^2 - 1/8Yx^3/b + EJ\phi_{AB}x + EJK_{AB}$$

$$M_{BC} = Yx/b - Y$$

$$EJy'' = -2EJ\theta + 1/2Yx/b - 1/2Y$$

$$EJy' = -2EJ\theta x + 1/4Yx^2/b - 1/2Yx + EJ\phi_{BC}$$

$$EJy = -EJ\theta x^2 + 1/12Yx^3/b - 1/4Yx^2 + EJ\phi_{BC}x + EJK_{BC}$$

Condizioni al contorno

	$\phi_{AB}b$	K_{AB}	$\phi_{BC}b$	K_{BC}	Xb^2/EJ	Yb^2/EJ		$[qb^4/EJ \quad \alpha Tb]$		Soluzione	
	$\phi_{AB}b$	K_{AB}	$\phi_{BC}b$	K_{BC}	Xb^2/EJ	Yb^2/EJ		$[qb^4/EJ \quad \alpha Tb]$		$[Fb^3/EJ]$	
y'_{AB}	1	0	0	0	1/3	0	=	0	0	$\phi_{AB}b$	-5/52
y'_{BA}	1	0	-1	0	-3/8	-3/8		-1/16	0	$\phi_{BC}b$	7/26
y_{AB}	0	1	0	0	0	0		0	0	K_{AB}	0
y_{BA}	1	1	0	0	-1/4	-1/8		-1/32	0	Xb^2/EJ	15/52
y_{BC}	0	0	0	1	0	0		0	0	K_{BC}	0
y_{CB}	0	0	1	1	0	-2/3		0	1	Yb^2/EJ	-57/52

DEFORMATA (coordinate locali)

$$AB \ y(x)EJ = -5/52x^2Fb^2 - 45/416x^2Fb + 49/208x^3F - 1/32x^4q$$

$$BA \ y(x)EJ = -7/26x^2Fb^2 + 171/416x^2Fb - 23/208x^3F - 1/32x^4q$$

$$BC \ y(x)EJ = 7/26x^2Fb^2 - 151/208x^2Fb - 19/208x^3F$$

$$CB \ y(x)EJ = -57/104Fb^3 + 303/208x^2Fb^2 - x^2Fb + 19/208x^3F$$

SPOSTAMENTI ASSOLUTI

$$\phi_A = -5/52(Fb^2/EJ)$$

$$\phi_B = 7/26(Fb^2/EJ)$$

$$v_C = -57/104(Fb^3/EJ)$$

$$\phi_{CCB} = -303/208(Fb^2/EJ)$$

SPOSTAMENTI NODALI

$$u_A = 0$$

$$v_A = 0$$

$$\phi_A = -5/52(Fb^2/EJ)$$

$$u_B = 0$$

$$v_B = 0$$

$$\phi_B = 7/26(Fb^2/EJ)$$

$$u_{CCB} = 0$$

$$v_C = -57/104(Fb^3/EJ)$$

$$\phi_{CCB} = -303/208(Fb^2/EJ)$$