

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Complementi di Scienza delle Costruzioni

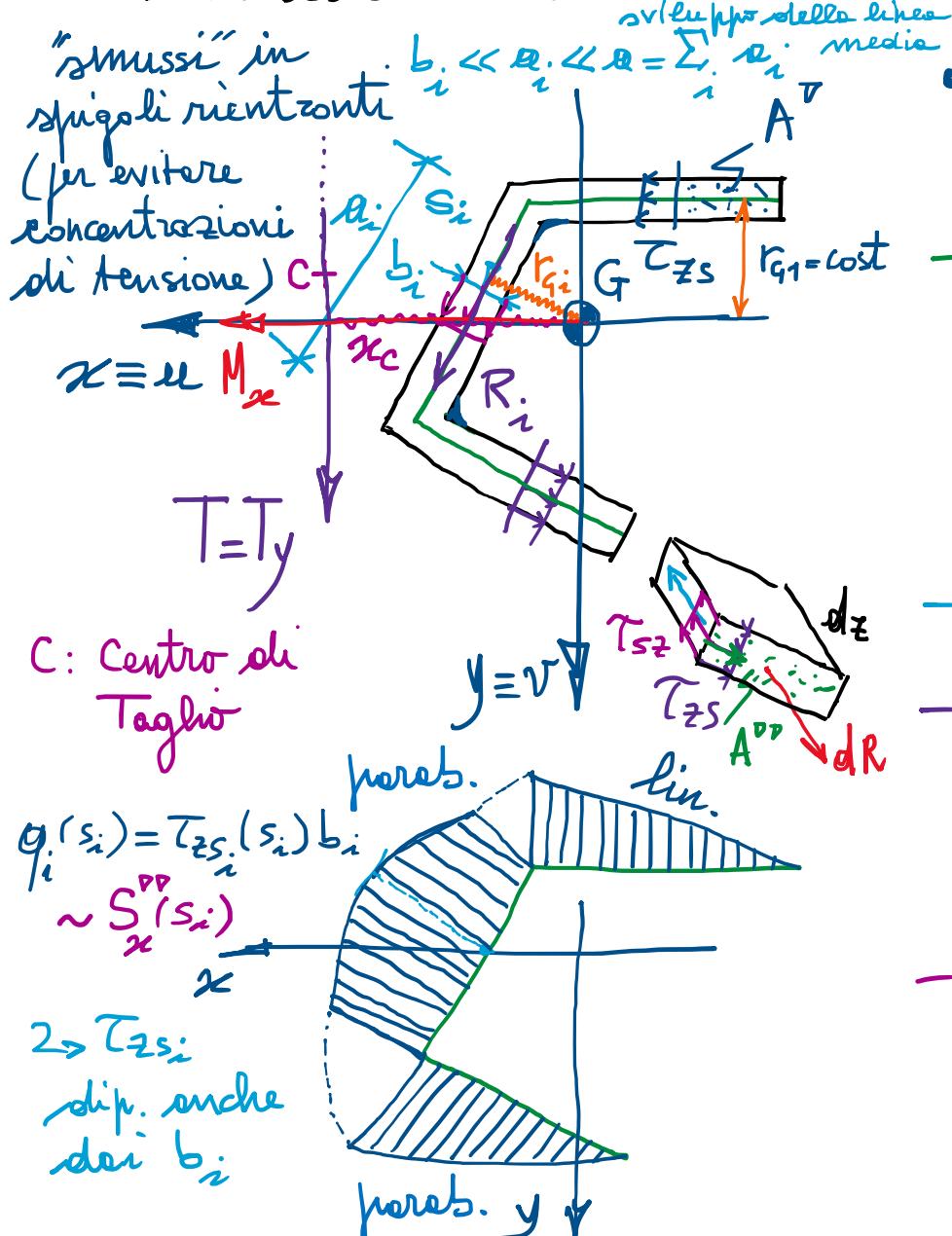
(ICAR/08 - SdC; 6 CFU)

prof. Egidio RIZZI

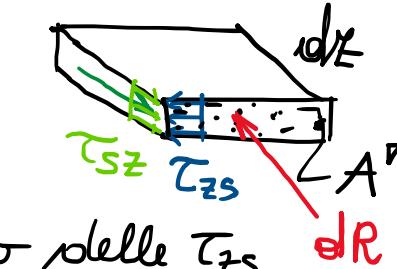
egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 24

Taglio in profili sottili aperti formati da rettangoli sottili ($b_i = \text{cost}$ in ogni tratto)



$$T_{zS_i}(s_i) = \frac{T_y S_x^\triangleright(s_i)}{J_x b_i} = - \frac{T_y S_x^\triangleright(s_i)}{J_x b_i}$$

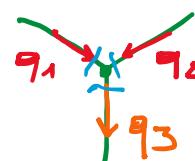


- $S_x^\triangleright(s_i)$ al più parabolico in $s_i \sim s_i^2$, in quanto $A_i^\triangleright \sim s_i$ e G_i di tale posizione ha distanza da x altrettanto lin. in $s_i (\sim s_i)$. in direzione z)

verso delle T_{zS}

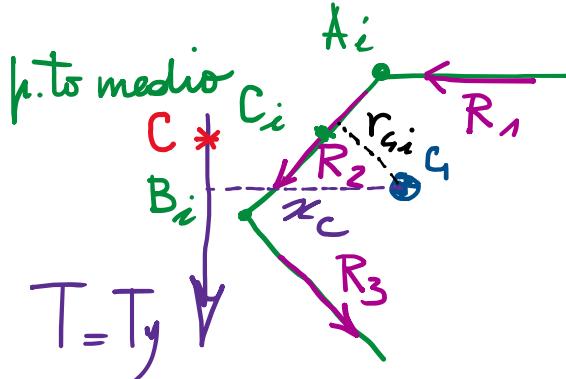
secondo ragionamento di Jourawsky (equil. alle trast.)

- Se tratto i -esimo // all'asse x , $r_{G_i} = \text{cost}$, $S_x^\triangleright(s_i) \sim s_i$ lin. (caso particolare)
- In punto ove le linee medie tocchi l'asse x , si registra punto di stazionarietà di $S_x^\triangleright(s_i)$, max. rel., potenziale punto con $T_{zS_i}^{\max}$.
- Bilancio di "flussi delle tensioni tangenziali", entranti/uscenti nei nodi della linea media:



$$q_3 = q_1 + q_2 \Leftrightarrow S_{x3}^\triangleright = S_{x1}^\triangleright + S_{x2}^\triangleright$$

- Per determinare il CTe, quale punto di applicazione del risultante delle tensioni tangenziali (dalle Jouravsky) dovute al taglio, risulta comodo valutare le risultanti R_i delle T_{ZS_i} sui vari tratti:



$$R_i = \int_0^{a_i} \underbrace{T_{ZS_i}(s_i) b_i}_{q_i(s_i)} ds_i = - \int_0^{a_i} \frac{T_y}{J_x} S_x^\sigma(s_i) ds_i$$

$\uparrow 0$

forme analitica

$= - \frac{T_y}{J_x} \int_0^{a_i} S_x^\sigma(s_i) ds_i$ sostano le relazioni dei momenti statici

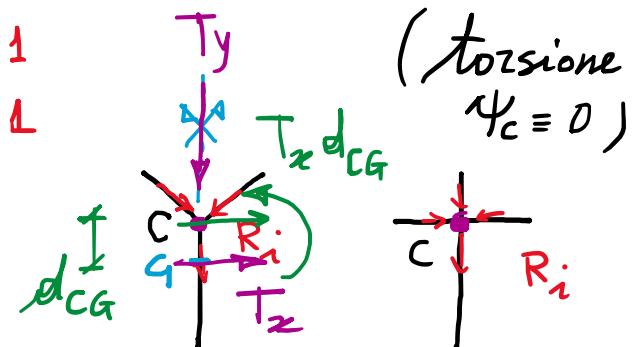
$\underbrace{\int_0^{a_i}}_{\text{formule di Simpson}}$ $= \frac{a_i}{6} \left(S_{xA_i}^\sigma + 4S_{xc_i}^\sigma + S_{xB_i}^\sigma \right)$

(integre esattamente una parabola)

- Quindi, imponere le condizioni di equivalenza statica (in termini di momento torcente) rispetto al baricentro G (o altro punto comodo):

$$T_y x_c = \sum_i R_i r_{g_i} \Rightarrow x_c = \sum_i \frac{R_i}{T_y} r_{g_i}$$

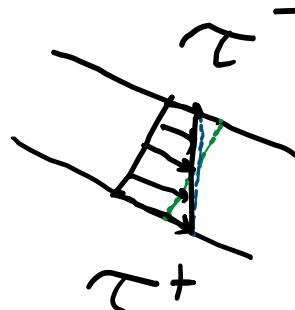
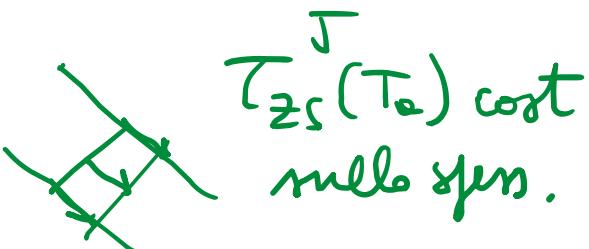
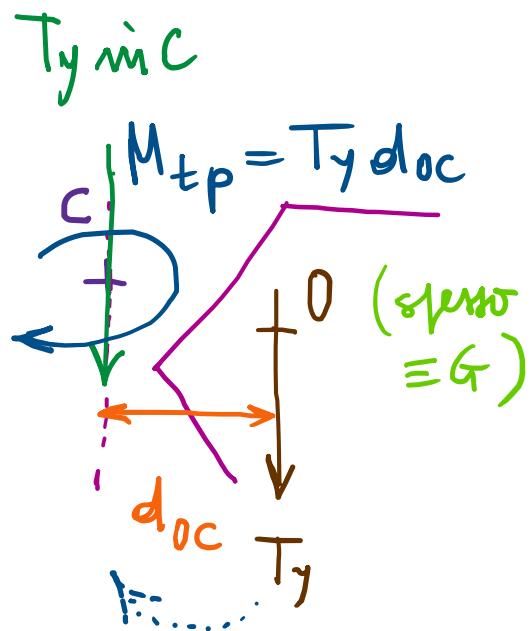
$$\begin{aligned} x_c &\leftarrow T_y = 1 \\ y_c &\leftarrow T_x = L \end{aligned}$$



- N.B.: nei profili a stelle, il CTe coincide col centro delle stelle (poiché tutte le R_i convergono in esso)

- N.B. : Se l'azione tagliente è applicata in $O \neq C$ (verso O viene fatto riferire al bocentro G) occorre sovrapporre, alle tensioni tangenziali da taglio (alle Jourawsky, costanti sullo spessore), delle tensioni tangenziali da torsione, legate al momento torcente "parassita"

$M_{tp} = T_y \cdot d_{OC}$, lineari a ferri e ferfolle sullo spessore, perciò ottenendo in generale un andamento "trapezoidale" sullo spessore :



M_{tp}

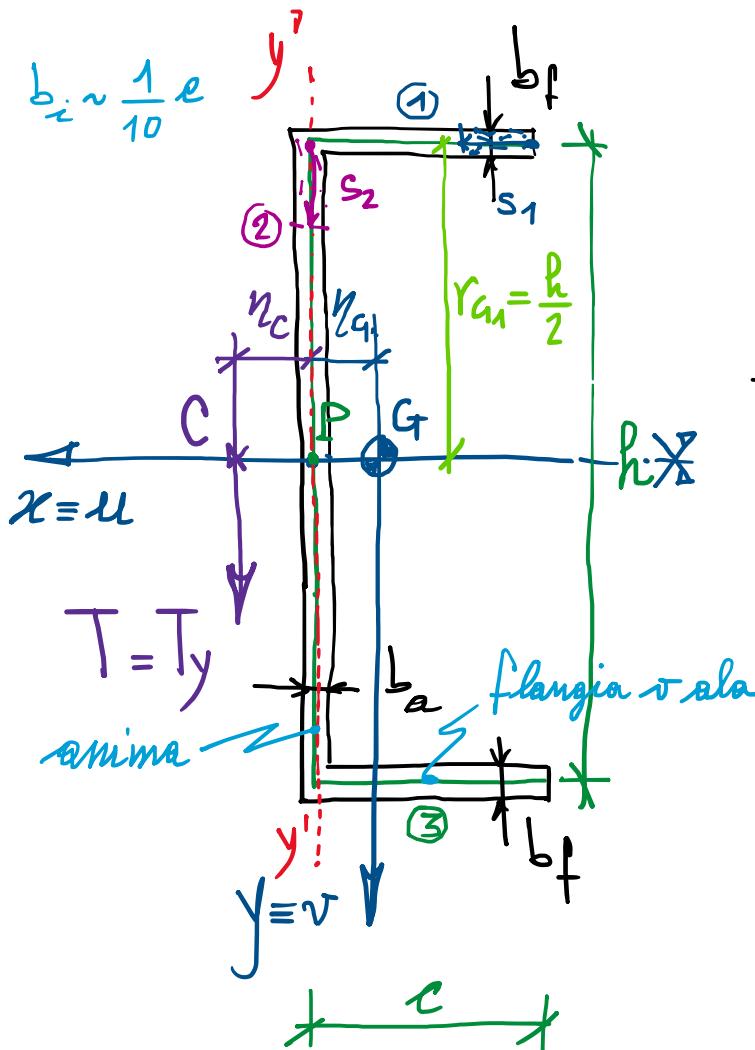
$T_{zs}(T_o) \text{ lin.}$

nullo spess.

$\tau^+ = \frac{T_y d_{OC}}{J_x}$

(Composit. delle T_{zs} da taglio e torsione)

Profilo a L SW CTA



$$A = 2c b_f + h b_a = b_f c \left(2 + \frac{b_a h}{b_f c} \right)$$

$$\eta_G = \frac{S_y}{A} = \frac{2c b_f}{A} \frac{c}{2} = \frac{b_f c^2}{b_f c \left(2 + \frac{b_a h}{b_f c} \right)} = \frac{c}{2 + \frac{b_a h}{b_f c}} = \eta_G$$

$$J_x = \frac{1}{12} b_a h^3 + 2 \left(\frac{1}{12} c b_f^3 + c b_f \frac{h^2}{4} \right) = \frac{b_f c h^2}{12} \left(6 + \frac{b_a h}{b_f c} \right)$$

Tensioni tangenziali τ_{zs}

$$\textcircled{1} \quad \tau_{zs}(s_1) = - \frac{T_y S_x(s_1)}{J_x b_f} ; \quad S_x(s_1) = -s_1 b_f \frac{h}{2}$$

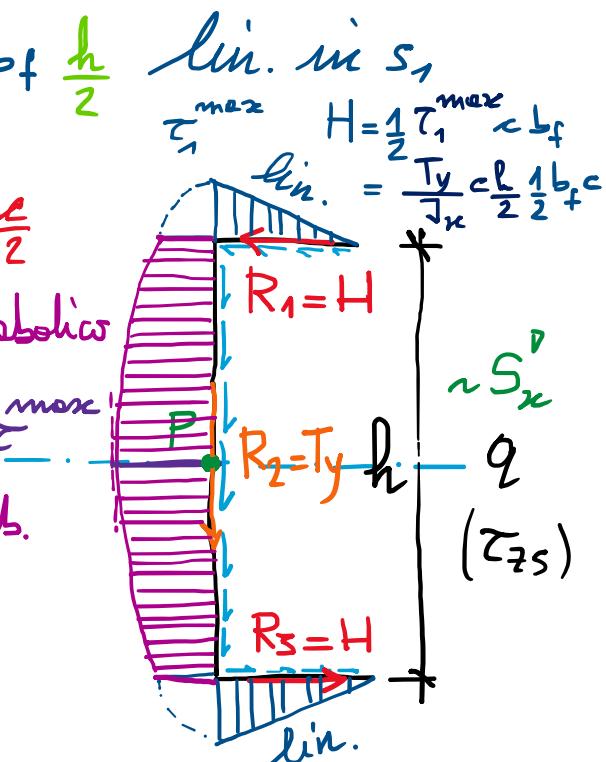
$$\tau_{zs1}^{\max} = \frac{T_y}{J_x} c \frac{h}{2} \quad H = \int_0^e \tau_{zs1} b_f ds_1 = \frac{T_y b_f c h}{J_x} \frac{e}{2} = \frac{T_y b_f h c^2}{4}$$

$$\textcircled{2} \quad \tau_{zs}(s_2) = - \frac{T_y S_x(s_2)}{J_x b_a}$$

$$-S_x(s_2) = c b_f \frac{h}{2} + b_a s_2 \left(\frac{h}{2} - \frac{s_2}{2} \right) \sim s_2^2 \text{ parab.}$$

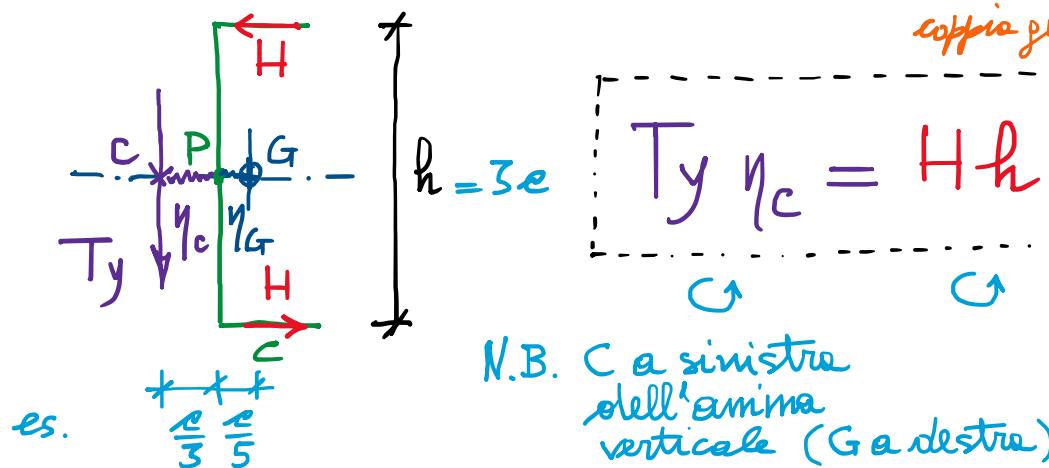
$$\tau^{\max} = \tau_{zs}(s_2 = \frac{h}{2}) = \frac{T_y}{J_x} \frac{h^2}{8} \left(1 + 4 \frac{b_f c}{b_a h} \right)$$

$$b_a = b_f, h = 3c; \eta_G = \frac{c}{5}$$



Centro di taglio:

- Equivalenza statica rispetto a P (punto "comodo")



$$\bar{c}_G = \gamma_c + \gamma_G \Leftrightarrow \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{5}\right)c = \frac{8}{15}e$$

N.B.: per $T=Ty$ applicato in $O \neq C$
(ad es. tipicamente in G), cioè
"eccentrico" rispetto al CTa,
necessa, da considerare, un concomitente
momento torcente parassita $M_{tp} = Ty \gamma_{co}$
(es. $O \equiv G$ - ecc. $\gamma_{cg} = \gamma_c + \gamma_G$)

coppia generata dalle H

$$\Rightarrow \gamma_c = \frac{H}{T_y} h = \frac{1}{J_x} \frac{b_f h c^2}{4} h$$

$$= 3 \frac{1}{6 + \frac{2ah}{b_f e}} c$$

$$= \frac{1}{2 + \frac{1}{3} \frac{b_e h}{b_f e}} c > \gamma_G \Leftrightarrow \frac{c}{5}$$

$$\text{es. } b_e = b_f, h = 3c ; \gamma_c = \frac{c}{3}$$

$$\gamma_c = \frac{3c}{4 + c/\gamma_G} = \gamma_G \frac{3c/\gamma_G}{4 + c/\gamma_G}$$

Conclusioni sul Corso di CdSdC (da Indice delle Lezioni)

[ARCHIVIO LEZIONI ONLINE CdSdC - Indice dettagliato delle lezioni](#)

Meccanica delle Strutture

- [Lezione 01. Introduzione al corso di CdSdC. Programma. Analisi Cinematica \(AC\) e suoi approcci. Rappresentazione analitica e geometrica di atto di moto \(piano\)](#)
- [Lezione 02. Spostate e mappe di componenti di spostamento \(oriz. e vert.\). Ruolo cinematico di biella e carrello. AC geometrica. I e II Teorema sulle catene cinematiche](#)
- [Lezione 03. AC geometrica per applicazione sistematica di I e II Th. sulle catene cinematiche. Computo di doppiette, triplette e CIR. Esempi di AC geometrica](#)
- [Lezione 04. Esempi di tracciamento di spostate e mappe. AC analitica. Esempio con singolo corpo rigido. Sistema di congruenza. Sistema ridotto da schema ad albero](#)
- [Lezione 05. AC analitica di sistemi articolati. Sistema di congruenza. Proprietà algebriche. Grado di indeterminazione cinematica o di labilità. Classificazione](#)
- [Lezione 06. Analisi Statica \(AS\) e dualità S/C. Sistema di equilibrio. Proprietà algebriche. Grado di indeterminazione statica o di iperstaticità. Classificazione delle strutture](#)
- [Lezione 07. PLV, CN di equilibrio e congruenza; PSV, CS di equil.; PFV, CS di congr. Deformazioni elementari elastiche e termiche. Dualità via PSV. Calcolo di RV/AI col PSV](#)
- [Lezione 08. Soluzione di strutture iperstatiche col PLV \(PFV\). Scrittura indiretta della condizione di congruenza tramite PLV. Calcolo di componenti di spostamento](#)
- [Lezione 09. Soluzione di strutture iperstatiche mediante metodo della Linea Elastica. Condizioni al contorno in presenza di molle assolute e relative, elongazionali e rotazionali](#)
- [Lezione 10. Travature reticolari. AC e AS \(Metodo dei nodi; Metodo delle sezioni\). Esempio di travatura reticolare isostatica, con diagonali tesi o compresi, e di travatura reticolare iperstatica soggetta a dilatazione termica](#)
- [Lezione 11. Azione interne in aste curve. Equazioni indefinite di equilibrio del concio di trave curvilinea. Esempio di arco semicircolare con carico concentrato in chiave, q uniforme e p uniforme](#)

Meccanica dei Solidi

- [Lezione 12. Statica dei continui: sforzo, invarianti, problemi agli autovalori; equazioni indefinite di equilibrio](#)
- [Lezione 13. Cinematica dei continui: spostamento e deformazione; equazioni di congruenza](#)
- [Lezione 14. Problema elastico lineare: bilancio equazioni/incognite. Legame costitutivo iperelastico \(lineare; isotropo, trasversalmente isotropo, ortotropo\)](#)
- [Lezione 15. PLV in meccanica dei continui; dimostrazione \(CN di equilibrio e congruenza\). Proprietà del problema elastico lineare; unicità della soluzione \(Teorema di Kirchhoff\)](#)
- [Lezione 16. Problema di de Saint Venant: ipotesi e definizioni; approccio semi-inverso agli sforzi; sforzo normale lineare; problema differenziale nelle tensioni tangenziali](#)
- [Lezione 17. Caso di DSV della torsione. Approccio agli spostamenti: problema di Neumann-Dini per l'equazione di Laplace](#)
- [Lezione 18. Centro di torsione. Approccio agli sforzi: problema di Dirichlet per l'equazione di Poisson. Quadro sinottico dei due approcci](#)
- [Lezione 19. Analogie fisiche del problema della torsione: analogia idrodinamica; analogia della membrana](#)
- [Lezione 20. Soluzioni analitiche del problema della torsione: sezione ellittica; sezione rettangolare sottile](#)
- [Lezione 21. Torsione nei profili sottili aperti](#)
- [Lezione 22. Torsione nei profili sottili chiusi. Formula di Bredt. Confronto profilo aperto/chiuso](#)
- [Lezione 23. Taglio e centro di taglio. Taglio nei profili sottili aperti](#)
- [Lezione 24. Taglio nei profili sottili aperti formati da rettangoli allungati. Centro di taglio del profilo a C. Conclusioni sul corso](#)