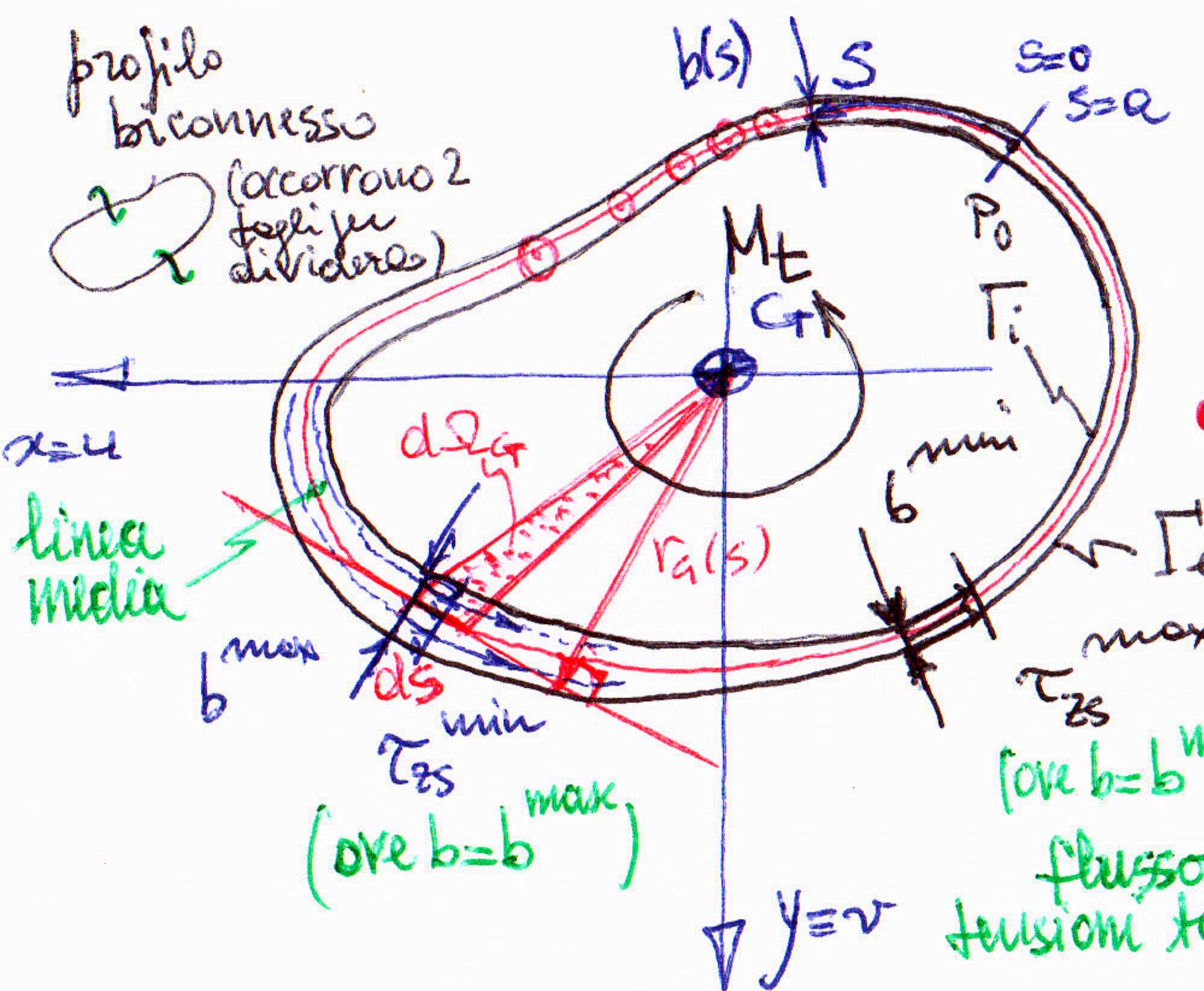


23^a Lez. CdSdt - Torsione nei profili sottili chiusi (monocellulari) egidio.rizzi@unibg.it



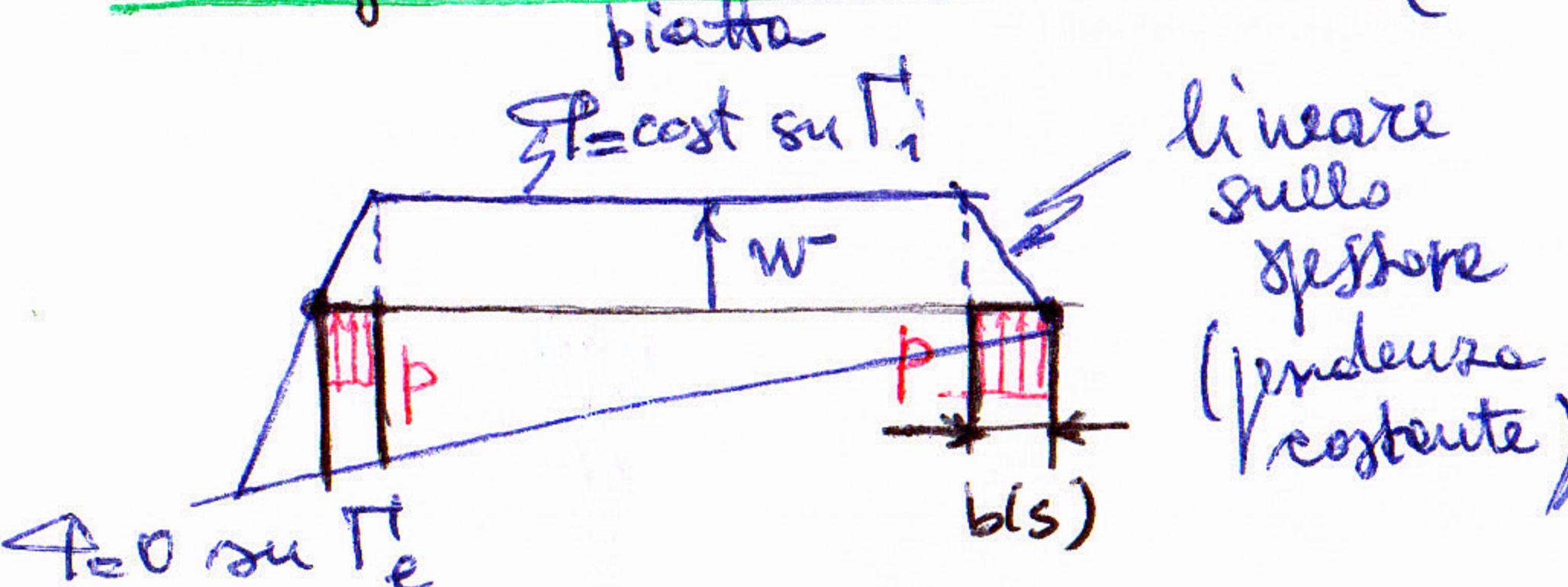
- Profilo sottile $b(s) \ll a$ e $b(s) \ll h$ dim. caratteristiche dell'rigore delle sezioni in generale sviluppo delle linee medie

- spessore variabile, con continuità e restando piccolo, eresita dello spess. decrescita dello spess.

Analogie idrodinamica:

- traiettorie che abbracciano l'intero profilo solo
- T_z circa // alle linee medie (T_{zh} trasv.) $\Rightarrow T_{zs}$
- $T_{zs} \approx \text{cost}$ sullo spessore e con flusso v. analogie con la portata del fluido
- $q(s) = T_{zs}(s) b(s) = \text{cost}$ $\Leftrightarrow Q = V \cdot A = \text{cost}$ portato
- quindi T_{zs}^{\max} in b^{\min} e T_{zs}^{\min} in b^{\max}

Analogie della membrana:



$$\left\{ \begin{array}{l} T_{zs} = \frac{\partial q}{\partial n} = \text{cost} \\ T_{zh} = -\frac{\partial q}{\partial s} \approx 0 \end{array} \right.$$

ph. staticamente determinato

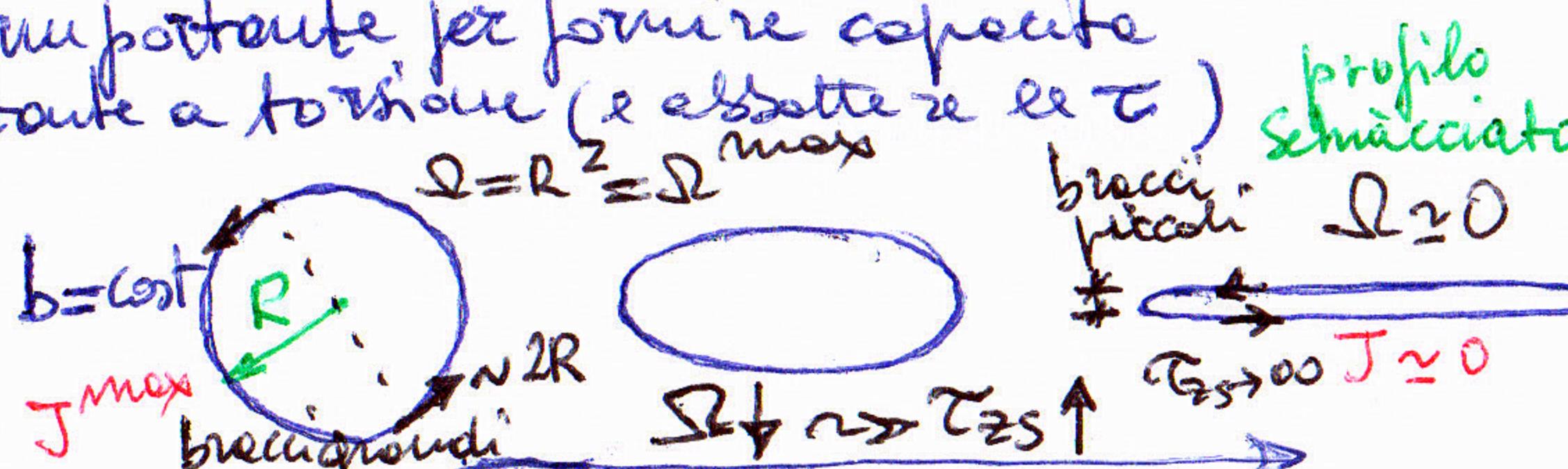
Formule di BREDET (~1896) (Determinazione "isostatica" del campo di sforzo T_{zs})

N.B. Equivalente, non equilibrio
Con $q(s) = T_{zs}(s) b(s) = \text{cost}$, equiv. statica: $T_{zs} \Leftrightarrow M_t$

Quindi

$$q = T_{zs}(s) b(s) = \frac{M_t}{2 \Omega}$$

- Ω più importante per fornire capacità portante a torsione (e abbattere le T_z)



$$M_t = \int \text{integrale di circolazione (esteso a tutte le linee medie)}$$

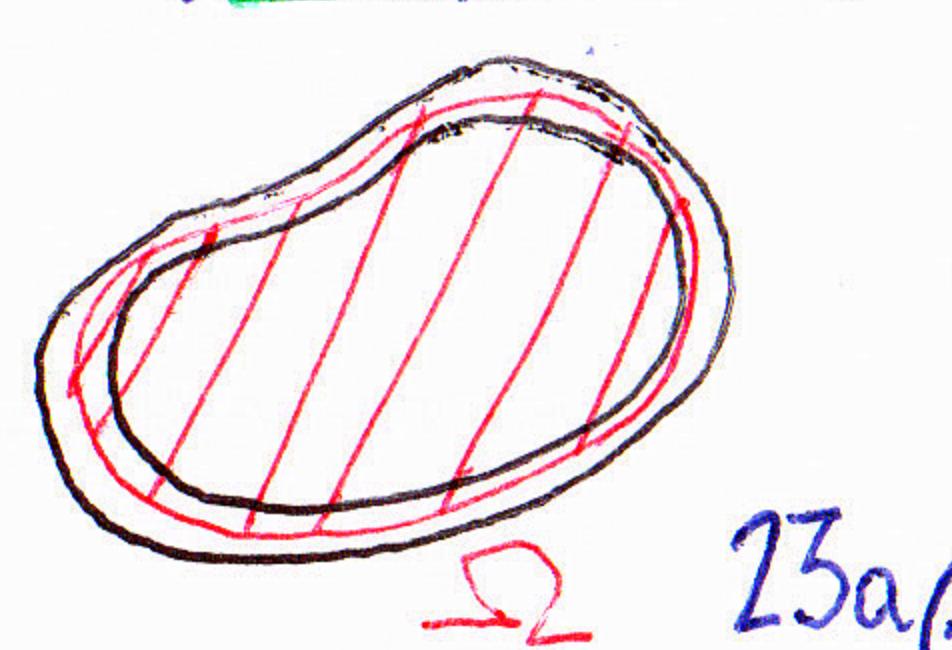
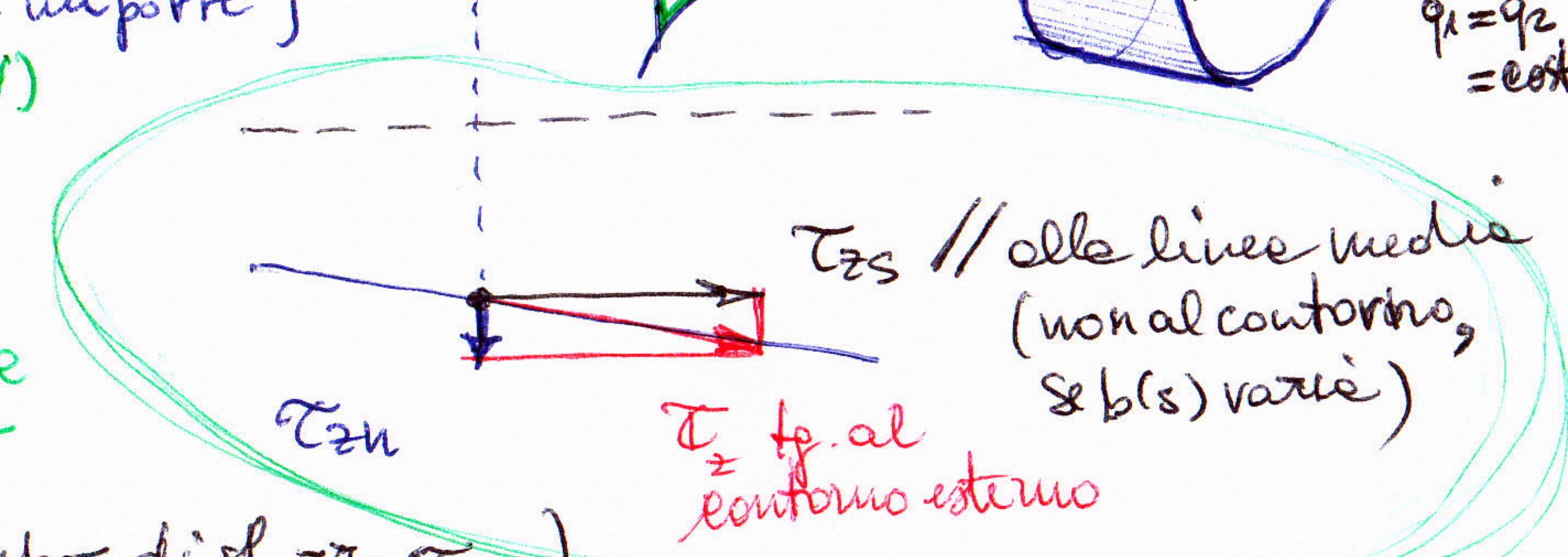
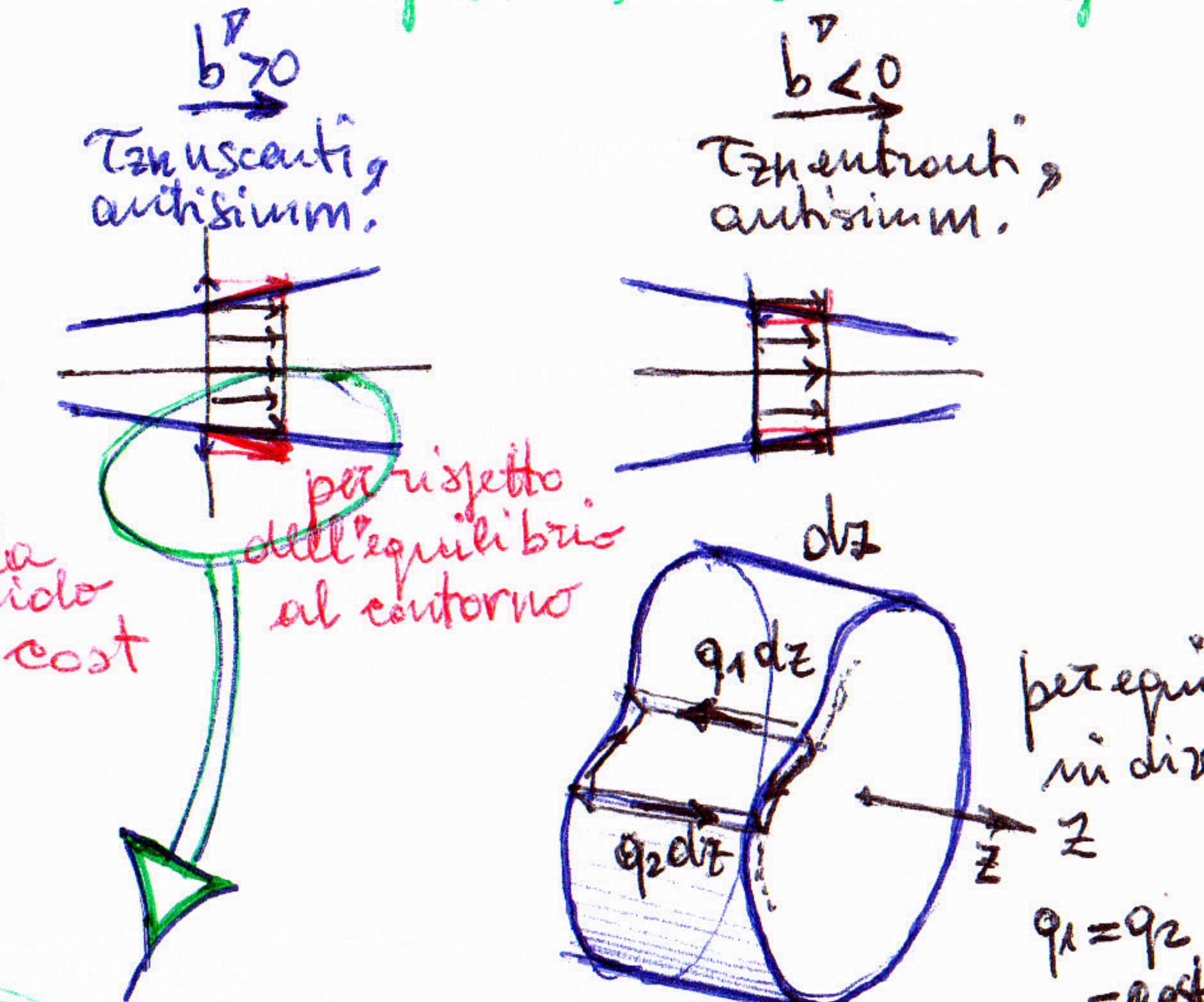
$$T_{zs}(s) b(s) ds \quad \underbrace{T_{zs}(s)}_{\text{forza su } dA = b ds} \quad \underbrace{\frac{1}{2} r_a(s) ds}_{\text{braccio}} = 2q \int \frac{1}{2} r_a(s) ds = 2q \sum \text{aree riconosciute all'interno della linea media}$$

$$T_{zs}(s) = \frac{M_t}{2 \Omega b(s)}$$

formula di BREDET

$\rightarrow T_{zs}$ dir. prop. a M_t
inv. prop. a Ω
 Ω " $b(s)$
mom. d'inertia torsionale

- Mi aspetto che anche J (le cui det. non è stata necessarie per trovare lo sforzo) sia dip. da Ω . ($> \Omega > J$)
a differenza rispetto ai profili aperti



- J valutabile a valle del carico di τ_{zs} , tramite il PLV: $\beta = \frac{M_t}{GJ} \Rightarrow J = \frac{M_t}{\beta G}$ GJ: rigidità torsionale

lavoro specifico per unità di lunghezza

$$\frac{dL_e}{dz} = M_t \beta = \int \tau_{zs}(s) Y_{zs}(s) b(s) ds = \frac{dL_i}{dz} \Rightarrow G M_t \beta = \int (\tau_{zs}(s) b(s))^2 \frac{ds}{b(s)} = q^2 \int \frac{ds}{b(s)}$$

γ_{zs} scorrimento angolare $\frac{\tau_{zs}(s)}{q}$

Casi particolari:

- Se $b(s) = b = \text{cost}$ $J = \frac{4\Omega^2 b}{a}$ o: sviluppo delle linee medie

- Se sezione scatolare formata da rettangoli allungati

- Funzione di ingobbamento $\psi_g(s)$

Si era ricavato:

(v. trattazione precedente
per profili sottili aperti,
ove si era posto $\tau_{zs} = 0$
sulla linea media)

$$d\psi_g = \frac{\tau_{zs}(s)}{G\beta} ds - 2 d\Omega_g$$

= $\frac{J}{M_t} \tau_{zs}(s) ds - 2 d\Omega_g$ - Sost. le espressioni trovate:

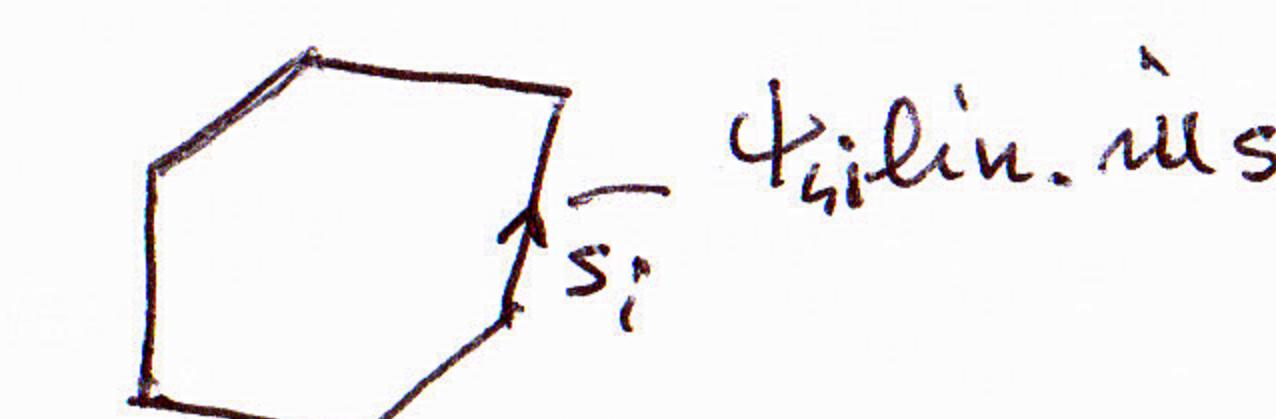
$$= \frac{1}{M_t} \frac{\frac{4\Omega^2}{\int \frac{ds}{b(s)}}}{\int \frac{ds}{b(s)}} \frac{M_t}{\int \frac{ds}{b(s)}} ds - 2 d\Omega_g$$

$$= \frac{2\Omega}{\int \frac{ds}{b(s)}} \frac{ds}{b(s)} - 2 d\Omega_g \rightarrow$$

Per profili scatolari, poiché $b_i = \text{cost}$ a tratti e $\Omega_g(s)$ è lineare a tratti, anche $\psi_g(s)$ è lineare in ogni tratto rettangolare

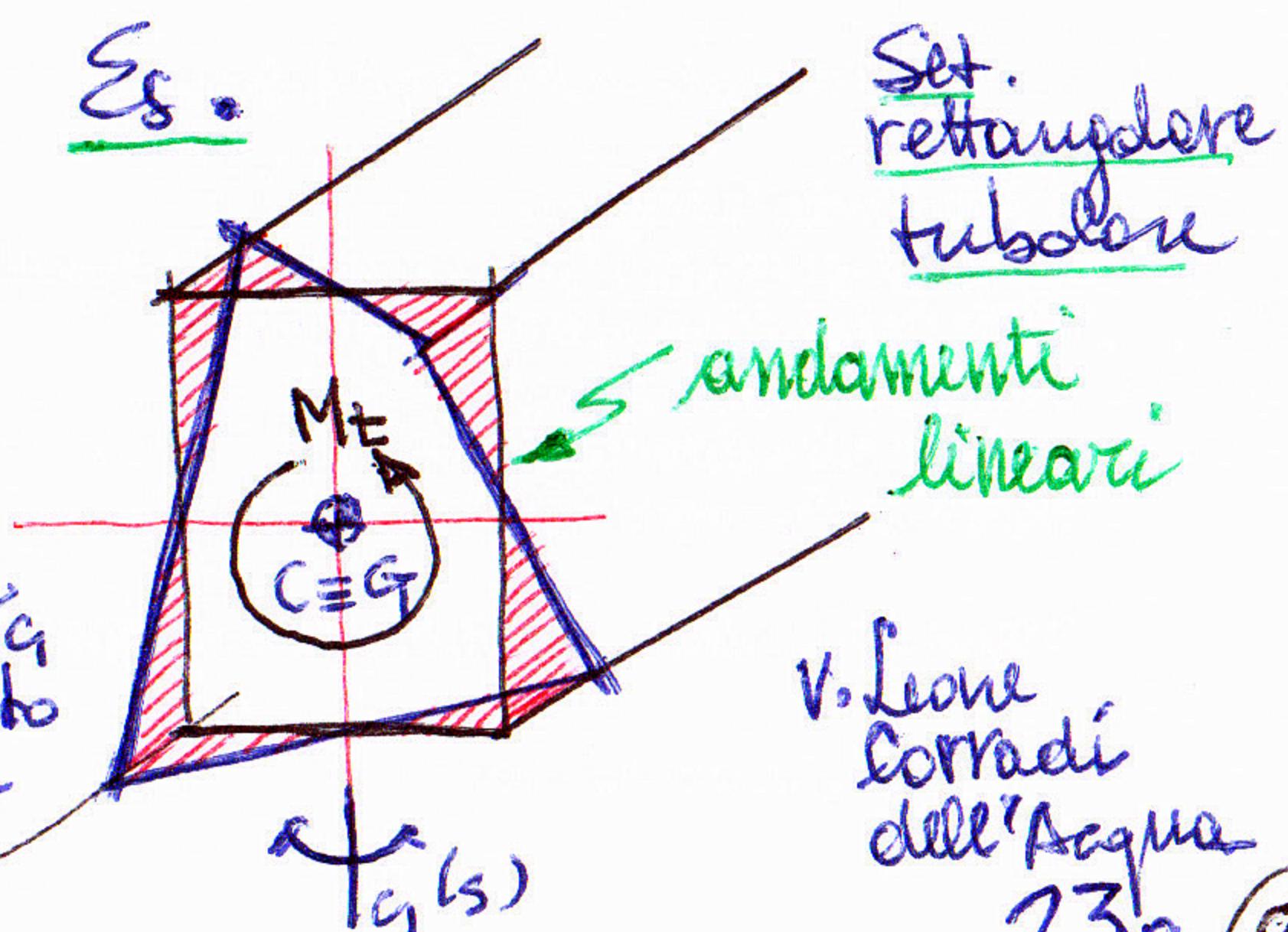
$$\left\{ \begin{array}{l} x_c = -\frac{1}{J_x} \int \psi_g(s) y(s) b(s) ds \\ y_c = \frac{1}{J_y} \int \psi_g(s) x(s) b(s) ds \end{array} \right.$$

N.B. Se l'asse di simmetria, C è a (come per G)



ψ_g lin. n.s.i.

$\Delta_2 = \beta \psi_g$
ingobbamento
fuori piano



Set.
rettangolare
tubolare
andamenti
lineari

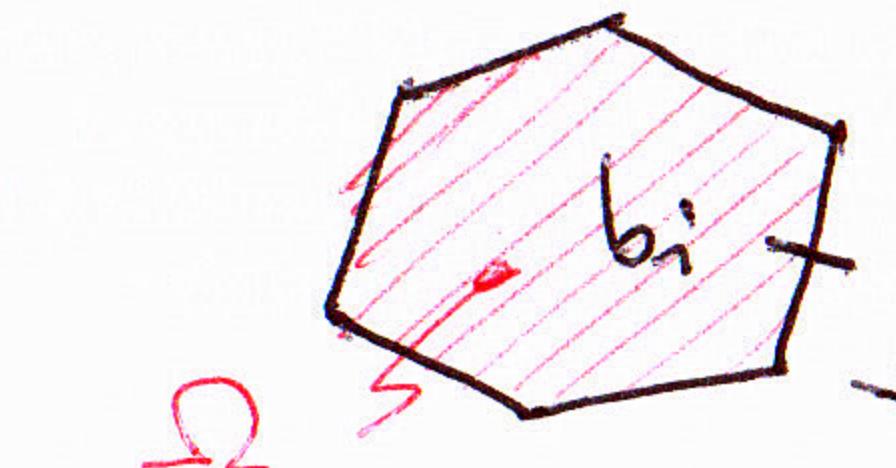
v. Leone
Corradi
dell'Acqua
23a/2

$$\frac{M_t^2}{J} = q \beta M_t = \frac{M_t^2}{4\Omega^2} \int \frac{ds}{b(s)} \Rightarrow$$

$$J = \frac{4\Omega^2}{\int \frac{ds}{b(s)}}$$

Momento
d'inerzia
torsionale
 $\sim \Omega^2$
(grande se si
abbreccia il grande)

erizzi@unibg.it



$$J = \frac{4\Omega^2}{\sum_i \frac{a_i}{b_i}}$$

$\Omega_g(s)$: area settoriale

qui con $\tau_{zs}(s)$ lungo le linee medie $\neq 0$

area racchiusa
all'interno delle
linee medie

f. ne area
settoriale

Cost. di integraz.

$$\psi_g(s) = \frac{2\Omega}{\int \frac{ds}{b(s)}} \int_0^s \frac{ds}{b(s)} - 2 \Omega_g(s) + \psi_g^0$$

può essere
det. ponendo

val. media
nullo di
 ψ_g in A

$$\int \psi_g(s) b(s) ds = 0$$

CONFRONTO TRA PROFILO APERTO E PROFILO CHIUSO

- Profilo sottile a spessore costante con linea media descritta da un quadrato di lato e .
- Si vuole indagare la differenza di risposta torsionale tra profilo aperto e profilo chiuso, in termini sia di resistenza che di deformabilità.

- Si attende largamente vincente il profilo chiuso.

- Peraltro, profili aperti spesso usati in pratica per sollecitazioni di taglio e flessione. Utile operare la verifica di resistenza torsionale, qualora siano presenti sollecitazioni di torsione (ad es. donute ad eccentricità dell'azione tagliente).

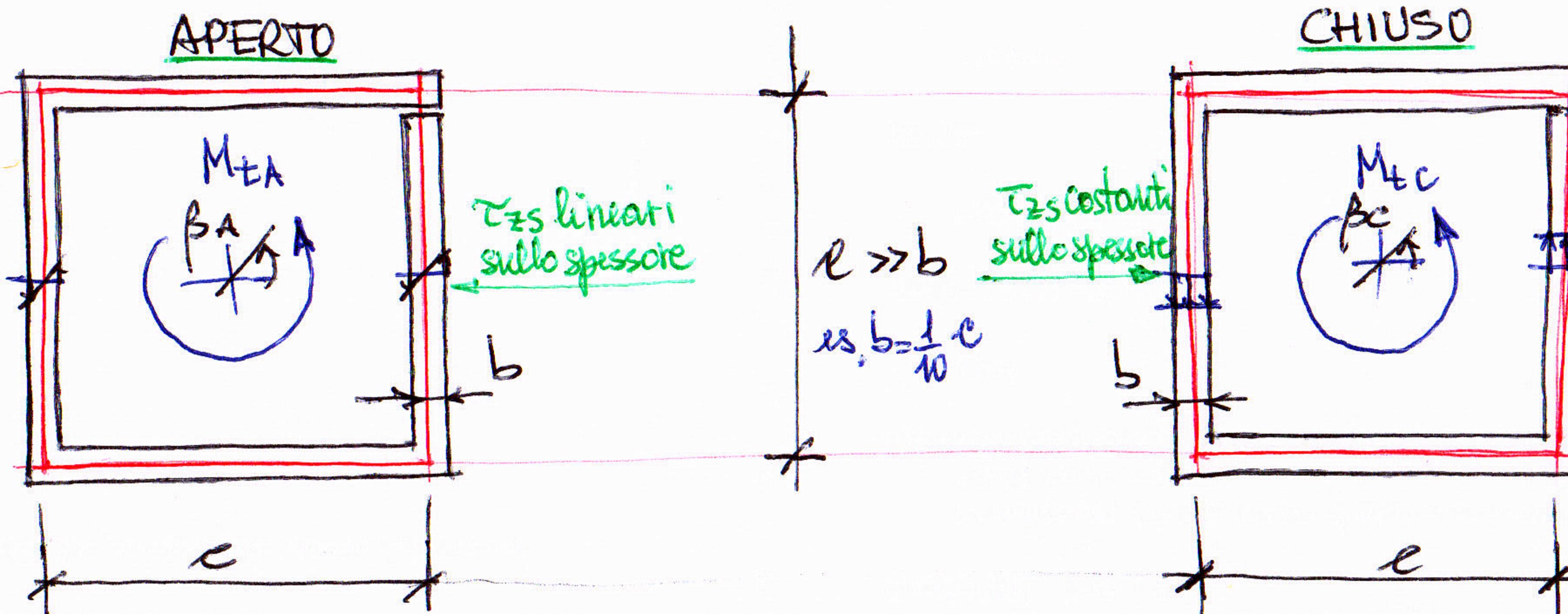
Resistenza/capacità portante

- A parità di M_t :

$$\frac{\tau_A^{\max}}{\tau_c^{\max}} = \frac{3}{2} \frac{e}{b} \gg 1$$

- A parità di resistente T_0 :

$$\frac{M_{tc}}{M_{ta}^{\max}} = \frac{3}{2} \frac{e}{b} \gg 1$$



$$J_A = \sum_i \frac{1}{3} a_i b_i^3 = \frac{4}{3} e b^3$$

$$\frac{\tau_A^{\max}}{\tau_c^{\max}} = \frac{M_{ta}}{J_A} b = \frac{3 M_{ta}}{4 e b^2}$$

$$\text{Inerzia torsionale} \dots J_c = \frac{4 \Omega^2 b}{\sum_i r_i^2} = \frac{\Omega^2 b}{e} = e^3 b$$

$$\text{Tensione tangenziale} \dots \frac{\tau_c^{\max}}{\tau_c^{\max}} = \frac{M_{tc}}{2 \Omega b} = \frac{M_{tc}}{2 e^2 b}$$

$$\frac{J_c}{J_A} = \frac{e^3 b}{\frac{4}{3} e b^3} = \frac{3}{4} \left(\frac{e}{b}\right)^2 \gg 1 \quad \text{es. } 0.75 \cdot 100 = 75, \text{ per } \frac{e}{b} = 10$$

$$\frac{\tau_A^{\max}}{\tau_c^{\max}} = \frac{3 M_{ta}}{4 e b^2} \cdot \frac{e^3 b}{M_{tc}} = \frac{M_{ta}}{M_{tc}} \left(\frac{3}{2} \frac{e}{b}\right) \quad \text{es. } 1.5 \cdot 10 = 15, \text{ per } \frac{e}{b} = 10$$

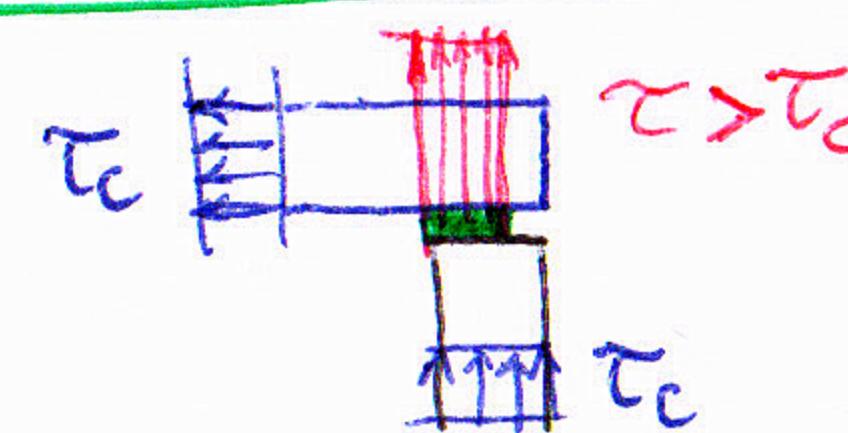
$$\frac{\beta_A}{\beta_c} = \frac{M_{ta}}{M_{tc}} \frac{J_c}{J_A} = \frac{M_{ta}}{M_{tc}} \frac{3}{4} \left(\frac{e}{b}\right)^2 \rightarrow \text{Deformabilità}$$

decisamente!

N.B. Nel cf. "vince" il profilo chiuso, con ordine di grandezze ~ 10 in termini di resistenza e ~ 100 in termini di rigidezza torsionale

grizzi@unibg.it

Es. chiuso mediante soldature a complete penetrazione
Att. alle soldature!



$$\Omega = e^2$$

Es. di effettiva realizzazione:
 z più elevate, per passaggio in spessore più stretto (v. analogia idrodinamica)

- A parità di M_t :

$$\frac{\beta_A}{\beta_c} = \frac{3}{4} \left(\frac{e}{b}\right)^2 \gg 1$$

- A parità di β :

$$\frac{M_{tc}}{M_{ta}} = \frac{3}{4} \left(\frac{e}{b}\right)^2 \gg 1$$