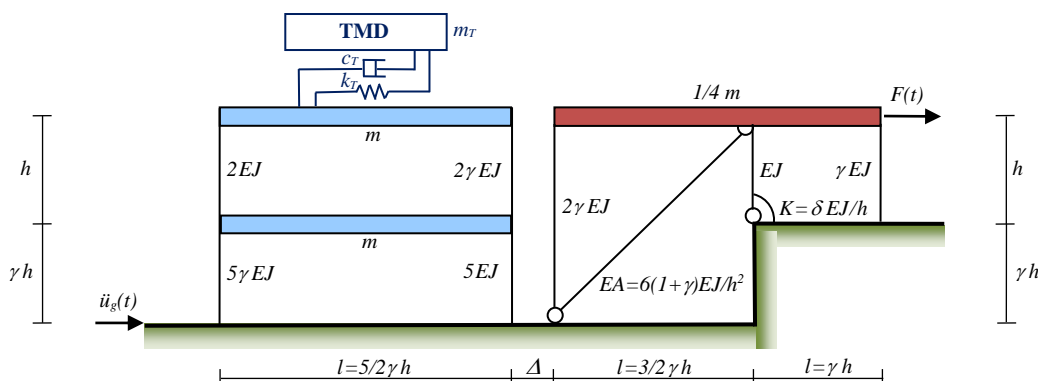


**Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture**  
**a.a. 2022/2023**

**I ELABORATO**

Si considerino il telaio multipiano “shear-type”, sormontato da dispositivo Tuned Mass Damper (TMD) volto alla riduzione delle vibrazioni ed il telaio monopiano in C.A. in figura. Si ritengano le colonne assialmente inestensibili, con rigidezza flessionale indicata e prive di massa; gli impalcati infinitamente rigidi. Il TMD è caratterizzato dai seguenti parametri: massa  $m_T = \mu (2m)$  (ove  $\mu$  è il rapporto di massa); pulsazione propria pari a quella fondamentale del sistema (I modo)  $\omega_T = f\omega_1$  (ove  $f = 1$  è il rapporto di frequenze); fattore di smorzamento  $\zeta_T = 0.5\sqrt{[\mu/(1+\mu)]}$ .



**Dati:**

- parametri allievo:
  - $\gamma = \gamma_a = 1 + 0.01 (N - C + M)$ ,  $\delta = \delta_a = 10 + 0.08 (N - C + M)$
  - ( $N = n$ , lettera iniziale del nome,
  - $C = n$ , lettera iniziale del cognome,
  - $M =$  somma delle ultime due cifre del n. di matricola);
- momento d'inerzia:
  - $J = J_a = 0.0005 + 0.00002 (N - C + M) \text{ m}^4$ ;
- massa degli impalcati:  $m = 52000 \text{ kg}$ ;
- altezza caratteristica delle colonne:  $h = 3.2 \text{ m}$ ;
- modulo di elasticità:  $E = 33000 \text{ MPa}$ .

**Richieste:**

- Si consideri inizialmente il solo **telaio monopiano a destra (sistema SDOF)**:
  1. Determinare e rappresentare la risposta non forzata del sistema, considerando i valori  $\delta = 0$ ,  $\delta = \delta_a$ ,  $\delta \rightarrow \infty$ , con condizioni iniziali  $u_0 = 4 \text{ cm}$ ,  $\dot{u}_0 = 8 \text{ cm/s}$ , per i fattori di smorzamento  $\zeta = 0\%$ ,  $3\%$ ,  $6\%$ .
  2. Assumendo  $\delta = \delta_a$  e  $\zeta = 3\%$ , determinare e rappresentare la risposta con c.i. nulle  $u_0 = \dot{u}_0 = 0$  a forzante armonica  $F(t) = F \cos(\omega t)$  di ampiezza  $F = 37000 \text{ N}$  e periodo  $T = 0.2 \text{ s}$ . Verificare se spostamento e velocità massimi a regime risultano inferiori a  $7 \text{ cm}$  e  $50 \text{ cm/s}$ . Rappresentare i diagrammi di Argand delle risposte a  $F(t) = F e^{i\omega t}$  e delle forze.
- Si consideri quindi il **telaio multipiano a sinistra (sistema MDOF)** e si assuma inizialmente  $\mu = 0$  (assenza di TMD):
  1. Si determinino: **a)** matrici di massa e rigidezza  $M$  e  $K$  della struttura; **b)** modi principali di vibrare, fornendo autovettori  $\phi_i$ , pulsazioni proprie  $\omega_i$  e periodi propri  $T_i$  (utilizzare il metodo numerico dell'iterazione vettoriale inversa e confrontare con soluzioni alternative; rappresentare graficamente i modi principali di vibrare corrispondenti agli autovettori determinati); **c)** matrici degli autovettori e degli autovalori  $\Phi$  e  $\Omega$  (verificare le relazioni matriciali:  $K\Phi = M\Phi\Omega^2$ ,  $\mathcal{M} = \Phi^T M \Phi = \text{diag}[\mathcal{M}_i]$ ,  $\mathcal{K} = \Phi^T K \Phi = \text{diag}[\mathcal{K}_i]$ ,  $\Omega^2 = \mathcal{M}^{-1} \mathcal{K} = \text{diag}[\mathcal{K}_i / \mathcal{M}_i]$ ); **d)** trasformazioni diretta  $q = \Phi p$  ed inversa  $p = \Phi^{-1} q$  tra coordinate principali  $p$  e lagrangiane  $q$ .
  2. Assumendo uno smorzamento strutturale “alla Rayleigh”,  $C = \alpha M + \beta K$ , con i parametri  $\alpha, \beta$  da calibrare in modo tale che i fattori di smorzamento associati ai due modi risultino pari a  $\zeta_1 = 6\%$ ,  $\zeta_2 = 3\%$ , si valuti la risposta del sistema ad un'eccitazione sismica secondo lo spettro di risposta di accelerazione relativo al terremoto de L'Aquila del 6 aprile 2009, stazione AQV (dati scaricabili dalla pagina del corso o dal sito dell'Itaca). Considerare la componente orizzontale WE del sisma (periodo proprio in s,  $\zeta = 5\%$ ). Per ottenere lo spettro di risposta associato a  $\zeta$  differenti si moltiplichino le ordinate per il fattore  $\eta = \sqrt{[0.10 / (0.05 + \zeta)]}$ . In particolare, si determinino: **a)** fattori di partecipazione e masse modali efficaci; **b)** spostamenti massimi attesi degli impalcati (stima SRSS); **c)** forze equivalenti modali ed azioni interne ad esse corrispondenti (rappresentare i diagrammi N,T,M, N esclusa per le travi); **d)** valori massimi attesi delle azioni interne (SRSS) nelle sezioni caratteristiche del telaio; **e)** considerando anche la risposta sismica del telaio monopiano (per  $\delta = \delta_a$  e  $\zeta = 3\%$ ), determinare il valore minimo della distanza  $\Delta$  tra le due strutture tale da impedire il fenomeno del “martellamento”.

**Facoltativo:** si assuma quindi  $\mu = 0.025$  (presenza di TMD) e una matrice di smorzamento nella forma  $C = \text{diag}\{C_i\}$ , ove  $C_i = 2 \zeta_i \omega_i \mathcal{M}_i$  e  $\zeta_i = (5\% + \zeta_T)/2$ . Si ripercorra l'analisi ai punti **1 a)** e **b)**, indagando le modifiche intercorse per il sistema strutturale in presenza di TMD e si rivaluti la risposta sismica ai punti **2 a)** e **b)**, commentando i risultati ottenuti in termini di variazione della risposta strutturale senza o con dispositivo TMD.
- Facoltativo:** determinare la risposta sismica del telaio monopiano all'accelerogramma sismico corrispondente (time step:  $\Delta t = 0.005 \text{ s}$ ), mediante integrazione diretta nel tempo col metodo di Newmark e/o tramite valutazione numerica dell'integrale di Duhamel. Confrontare e commentare gli esiti anche alla luce delle stime precedenti.