

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI BERGAMO
FACOLTÀ DI INGEGNERIA, DALMINE

INSEGNAMENTO: FONDAMENTI DI DINAMICA E INSTABILITÀ DELLE STRUTTURE (5 CFU)

CORSO DI LAUREA SPECIALISTICA: INGEGNERIA EDILE

DOCENTE: PROF. EGIDIO RIZZI

INDICE DELLE LEZIONI

Lezione	N. ORE	ARGOMENTO	N. ORE PROGR.
Lez. 01	1	Introduzione al corso. Le tematiche della dinamica e dell'instabilità delle strutture. Concetti fondamentali. Parti e programma indicativo del corso. Modalità d'esame.	01
"	1	Stabilità dinamica secondo Liapunov. Illustrazione con riferimento ad esempio esplicativo ad 1 gdl: scrittura dell'equazione del moto, nozione di carico critico P^{cr} , risposta armonica per $P < P^{cr}$, risposte divergenti per $P \geq P^{cr}$.	02
Lez. 02	1	PARTE I – DINAMICA. Dinamica dei sistemi ad 1 gdl. Oscillatore semplice. Molla elastica lineare: costante di rigidezza, energia elastica. Smorzatore viscoso lineare: coefficiente di smorzamento, funzione di dissipazione. Scrittura dell'equazione del moto tramite equazione di equilibrio dinamico (principio di d'Alembert). Condizioni iniziali.	03
"	1	Scrittura tramite le equazioni di Lagrange. Teorema dell'energia cinetica. Esempi di sistemi strutturali reali da associare all'oscillatore semplice. Determinazione della costante elastica k. Telaio shear-type. Fattore di rigidezza trave/colonna. Portale ad 1 gdl con travi flessibili e delimitazioni sulla costante elastica.	04
Lez. 03	1	Oscillazioni libere non smorzate. Equazione dei moti armonici. Pulsazione propria. Derivazione dell'integrale generale in forma esponenziale e in termini di seno e coseno. Imposizione delle condizioni iniziali. Rappresentazione grafica della risposta armonica. Periodo proprio e frequenza propria.	05
"	1	Espressione e rappresentazione in termini di ampiezza e fase dell'oscillazione. Sfasamento in ritardo o in anticipo. Interpretazione secondo il moto di vettori rotanti nel piano di Argand. Ampiezza di spostamento, velocità ed accelerazione.	06

Lez. 04	1	Oscillazioni libere smorzate. Coefficiente di smorzamento e fattore di smorzamento (relativo al critico). Soluzione dell'equazione caratteristica. Casistica delle radici per smorzamento supercritico, critico e subcritico. Caso subcritico. Integrale generale e sua rappresentazione. Moto armonico periodico di ampiezza smorzata esponenzialmente e moto oscillatorio aperiodico risultante.	07
"	1	Decremento logaritmico e stima del fattore di smorzamento. Casi critico e supercritico. Integrale generale e imposizione delle condizioni iniziali. Risposta non oscillatoria, aperiodica.	08
Lez. 05	1	Risposta (non smorzata) a forzante armonica. Rilevanza pratica e concettuale. Integrale particolare. Rapporto di frequenze. Fattore di amplificazione dinamica e angolo di fase. Risposta in fase o in opposizione di fase. Condizione di risonanza.	09
"	1	Integrale generale e imposizione delle c.i.. Rappresentazione grafica della risposta. Componenti di risposta alle sole c.i. e alla forzante per c.i. omogenee. Battimenti. Integrale particolare in condizioni di risonanza con risposta divergente in t e ampiezza crescente linearmente.	10
Lez. 06	1	Risposta smorzata a forzante armonica. Derivazione dell'integrale particolare $u_p = U \sin(\omega t - \xi)$. Fase e fattore di amplificazione dinamica. Curve di risonanza e di fase.	11
"	1	Analisi delle condizioni di stazionarietà delle curve di risonanza. Stima del fattore di amplificazione massimo. Curva traccia dei massimi relativi. Rappresentazione dell'integrale particolare $u_p = Z_1 \sin \omega t - Z_2 \cos \omega t$. Risposta transiente e risposta a regime. Integrale generale.	12
Lez. 07	1	Risposte a $F \sin \omega t$ e $F \cos \omega t$ mediante trattazione in variabili complesse. Integrale particolare in forma esponenziale. Componenti sfasate, in opposizione di fase e in quadratura. Diagramma di Argand della risposta e delle forze in gioco, con illustrazione dell'equilibrio dinamico.	13
"	1	Risposta a forzante periodica tramite sviluppo in serie di Fourier. Rilevanza pratica e concettuale. Definizione delle componenti armoniche. Risposta tramite sovrapposizione degli effetti (PSE). Effetto filtro sull'armonica con pulsazione più vicina a quella naturale del sistema.	14
Lez. 08	1	Risposta a forzante a gradino. Risposta completa e per c.i. nulle. Risposta tramite PSE a impulso $I = F \Delta \tau$ di breve durata $\Delta \tau$. Passaggio al limite per $\Delta \tau \rightarrow 0$.	15
"	1	Teorema dell'impulso. Condizione iniziale in termini di velocità corrispondente all'impulso. Risposta corrispondente ottenuta a partire da tale c.i. Distribuzione delta di Dirac e sue proprietà.	16
Lez. 09	1	Rappresentazione di forzante generica per sovrapposizione di impulsi. Integrale di convoluzione (integrale di Duhamel). Scritture alternative dell'integrale di Duhamel. Fattore di amplificazione dinamica dipendente dal tempo. Pseudo-velocità. Risposta pseudo-armonica. Integrale generale con sovrapposizione della risposta a c.i. non nulle.	17
"	1	Interpretazione alternativa per sovrapposizione di forzanti a gradino. Derivazione dell'integrale tramite integrazione per parti. Valutazione numerica dell'integrale di Duhamel: regola dei rettangoli, regola dei trapezi, regola di Simpson.	18

Lez. 10	1	Integrazione diretta dell'equazione del moto. Metodo dell'accelerazione lineare. Derivazione delle relazioni incrementali da sviluppo in serie di Taylor. Generalizzazione secondo il Metodo di Newmark. Rigidezza efficace, forza efficace e soluzione per l'incremento di spostamento.	19
"	1	Schema di algoritmo di integrazione. Proprietà del Metodo di Newmark: implicito vs. esplicito, accuratezza, stabilità, Δt critico. Casi particolari: metodo dell'accelerazione media, metodo dell'accelerazione lineare, metodo delle differenze centrali.	20
Lez. 11	1	Risposta al moto del riferimento. Rilevanza pratica. Forzante indotta per effetto d'inerzia (trascinamento). Risposta da integrale di Duhamel in termini di pseudo-velocità.	21
"	1	Azione sismica. Accelerogramma sismico. Spettri di risposta. Pseudo-spettri, assunzioni e motivazioni. Spettri di progetto. Effetto di periodi propri brevi e lunghi.	22
Lez. 11 bis	1	Analisi nel dominio delle frequenze. Forma esponenziale della serie di Fourier per rappresentazione di forzante periodica. Concetto e derivazione tramite processo al limite della trasformata di Fourier per rappresentazione di forzante aperiodica nel dominio delle frequenze. Trasformata delta di Dirac di forzante armonica. Risposta nel dominio delle frequenze. Trasformazione dell'integrale di convoluzione nel dominio delle frequenze: risposta in forma di prodotto algebrico di funzione trasformate.	23
"	1	Funzione risposta in frequenza, da trasformata di Fourier della funzione risposta ad impulso unitario ed interpretazione da risposta a forzante armonica. Schema riassuntivo sull'analisi nei domini del tempo e delle frequenze.	24
Lez. 12	1	Sistemi ad n gradi di libertà. Introduzione. Schemi strutturali. Strutture a masse concentrate. Discretizzazione di sistemi continui. Equazioni del moto (non smorzate) per equilibrio dinamico. Matrice di rigidezza elastica. Matrice di cedevolezza elastica. Energia elastica. Simmetria e definizione positiva delle matrici.	25
"	1	Forze d'inerzia. Energia cinetica. Matrice delle masse. Simmetria e definizione positiva della matrice delle masse. Equazioni del moto in forma matriciale. Derivazione delle equazioni del moto secondo le equazioni di Lagrange.	26
Lez. 13	1	Modi principali di vibrazione. Problema agli autovalori generalizzato associato alle matrici K e M . Forme standard. Autosoluzioni. Proprietà di mutua ortogonalità degli autovettori corrispondenti ad autovalori distinti. Pulsazioni proprie e modi propri. Matrice degli autovettori e degli autovalori. Forma diagonale con matrici delle masse e di rigidezza trasformate diagonali. Rapporto di Rayleigh. Stima degli autovalori.	27
"	1	Normalizzazione degli autovettori. Oscillazioni libere non smorzate in risposta alle condizioni iniziali. Trasformazione in coordinate principali. Significato. Trasformazione inversa e espressione esplicita della singola coordinata principale. Disaccoppiamento delle equazioni. Equazioni del moto disaccoppiate finali.	28

Lez. 14	1	Esempio di sistema a 2 gdl dinamici (e 1 gdl statico). Calcolo della matrice delle masse da scrittura dell'energia cinetica. Calcolo della matrice di rigidezza 3x3 (con termini inerenti anche il gdl statico rotazionale).	29
"	1	Condensazione statica e calcolo della matrice di rigidezza efficace finale 2x2. Calcolo della matrice di cedevolezza e sua inversione (3x3 e 2x2). Scrittura delle equazioni finali del moto.	30
Lez. 15	1	Analisi modale dell'esempio a 2 gdl. Calcolo di autovalori e autovettori in forma analitica. Rappresentazione dei modi principali di vibrare. Trasformazione diretta e inversa in coordinate principali. Diagonalizzazione ed equazioni del moto finali in coordinate principali.	31
"	1	Calcolo degli autovettori mediante il metodo dell'iterazione vettoriale inversa. Passi del calcolo iterativo. Ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Calcolo iterativo degli autovettori e degli autovalori (mediante stima da rapporto di Rayleigh) per l'esempio a 2 gdl.	32
Lez. 16	1	Sistemi smorzati. Smorzamento intrinseco e smorzamento aggiunto tramite dispositivi esterni. Ruolo dei singoli smorzatori, con trasformazione di coordinate $z(q)$. Funzione di dissipazione o di Rayleigh. Matrice di smorzamento. Smorzamento classico o alla Rayleigh. Ipotesi di disaccoppiamento. Fattori di smorzamento modali. Esempio a 2gdl con smorzatore inclinato.	33
"	1	Calcolo delle azioni interne. Sovrapposizione di effetti A_i per coordinate lagrangiane unitarie $q_i=1$ e di effetti \tilde{A}_i per coordinate principali unitarie $p_i=1$ (azioni interne modali). Calcolo delle forze d'inerzia modali. Applicazione al calcolo di M per l'esempio a 2 gdl.	34
Lez. 17	1	Azione sismica per strutture ad n gdl. Telaio multipiano "shear-type". Equazioni del moto. Fattori di partecipazione modale all'azione sismica. Analisi con spettro di risposta.	35
"	1	Stima degli spostamenti massimi via SRSS. Azione interne modali e stima dei valori max (SRSS). Taglio modale e max alla base. Masse modali efficaci.	36
Lez. 18	1	PARTE II – INSTABILITÀ. Instabilità dell'equilibrio. L'equilibrio scritto nella configurazione deformata. "Grandi spostamenti" e "spostamenti geometricamente piccoli". Approccio statico su esempio emblematico ad 1 gdl. Equazione non lineare di equilibrio. Studio delle soluzioni. Carico critico.	37
"	1	Punto di biforcazione dei percorsi di equilibrio. Risposta non lineare carico/spostamento (rotazione). Comportamento biforcuto in spostamenti geometricamente piccoli.	38
Lez. 19	1	Approccio energetico. Nozione di stabilità dell'equilibrio per problema puramente posizionale: equilibrio stabile, indifferente, instabile. Teorema di Dirichlet di minimo dell'Energia Potenziale Totale (CS di stabilità). Stazionarietà dell'EPT (CN di equilibrio).	39
"	1	Applicazione del metodo energetico nell'esempio di riferimento. Mappa delle configurazioni di equilibrio stabili/instabili. Analisi in spostamenti geometricamente piccoli (teoria del II ordine). Linearizzazione delle equazioni di equilibrio variato.	40

Lez. 20	1	Ruolo delle imperfezioni nei sistemi reali. Effetto di curvatura iniziale in asta tesa o compressa. Illustrazione estesa per l'esempio in esame, con imperfezione (eccentricità), mediante il metodo statico. Mappa dei percorsi di equilibrio, con rami primario e secondario non biforcati. Analisi statica per spostamenti "geometricamente piccoli".	41
"	1	Analisi di sistemi con imperfezioni tramite il metodo energetico. Mappa delle configurazioni stabili/instabili. Analisi per spostamenti "geometricamente piccoli".	42
Lez. 21	1	Formalizzazione della teoria del II ordine. Equazioni di equilibrio da stazionarietà dell'EPT. Analisi di stabilità. Problemi euleriani di stabilità. Variazione seconda dell'EPT lineare col moltiplicatore dei carichi p . Matrice di rigidezza elastica K_E , matrice di rigidezza geometrica K_G e problema agli autovalori generalizzato ad esse associato. Carico critico euleriano. Rapporto di Rayleigh (in stabilità). Sintesi su metodo energetico e metodo statico.	43
"	1	Esempio di sistema discreto a 3 gdl. Definizione dei gradi di libertà. Analisi mediante metodo energetico in grandi spostamenti e per spostamenti geometricamente piccoli. Scrittura delle eq. di equilibrio tramite stazionarietà. Calcolo della matrice di rigidezza tramite derivate seconde. Matrici K , K_E e K_G .	44
Lez. 22	1	Continuazione esempio. Singularità della matrice di rigidezza K . Calcolo dei carichi critici da condizione di annullamento del determinante di K . Calcolo e rappresentazione delle corrispondenti deformate critiche. Soluzione da problema agli autovalori generalizzato associato alle matrici K_E e K_G .	45
"	1	Soluzione tramite metodo statico. Scrittura diretta delle equazioni di equilibrio variato. Equazioni di equilibrio linearizzate per spostamenti geometricamente piccoli. Matrice di rigidezza di equilibrio e sua relazione (combinazione lineare di righe) con K da metodo energetico. Soluzione dei medesimi carichi critici da condizione di singolarità.	46
Lez. 23	1	Asta di Eulero: analisi di biforcazione secondo il metodo statico. Equazione della linea elastica con effetti del II ordine (equilibrio nella configurazione deformata). Determinazione dei carichi critici. Deformate critiche. Lunghezza di libera inflessione.	47
"	1	Asta compressa semplicemente incastrata. Analisi completa con carichi critici e deformate critiche.	48
Lez. 24	1	Analisi di altre condizioni di vincolo. Formula generale per la determinazione del carico critico tramite coefficiente di vincolo c e lunghezza di libera inflessione l_0 . Instabilità di telai piani a nodi fissi. Effetto della rigidezza elastica trave/colonna. Molla elastica equivalente. Delimitazioni del carico critico. Formula di Newmark.	49
"	1	Asta compressa incastro-carrello. Verifica di stabilità vs. verifica di resistenza. Snellezza. Curva di stabilità (iperbole di Eulero). Snellezza limite. Metodo omega per la verifica di stabilità condotta similmente a verifica di resistenza.	50