

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC ; 6 CFU)

A.A. 2020/2021

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@uni.bg.it

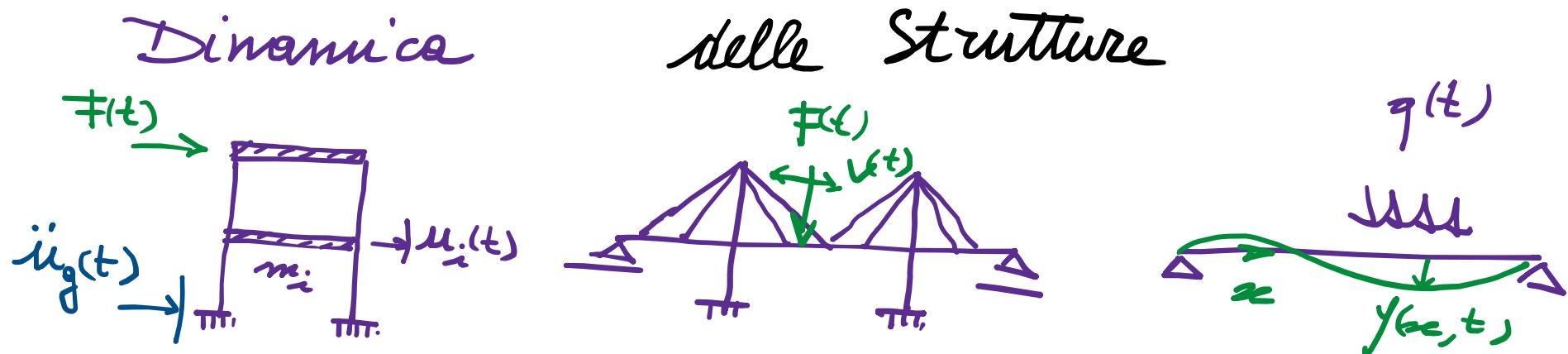
LEZIONE 01

Inquadramento delle tematiche del corso { Dinamica
Instabilità
Anelasticità } ... delle strutture
 (con riferimento alla Scienze delle Costruzioni - SdC)

[proprietà]

SdC	Dinamica	Instabilità	Anelasticità
Mecaniche dei Solidi/Strutture			
3 equaz. fondam. (LINEARI).	(LINEARI)		
- equilibrio (statica)	- equazioni del moto (masse; spost. $u(t)$, velocità $\dot{u}(t)$, accel. $\ddot{u}(t)$)	(equil. "nella confine deformato")	"
- congruenza (legge deform./spost.)	"	- non-lin. geometrica con effetto $P-\Delta$	"
- legame costitutivo (legge spazi/deform.)	"	grandi spostamenti carico critico	- non-linearietà di materiale

Esempi



Caratteristiche
salienti

- effetti inerziali: distribuzione delle masse
- spostamenti dip. del tempo (t), velocità, accelerazione:
 $u(t)$, $v(t)$, $\dot{u}(t)$, $\ddot{u}(t)$
- forzanti indipendenti del tempo $F(t)$; $\ddot{u}(t)$
- equazione del moto

Programma
del corso

Sistemi discreti Sistemi SDOF
(n. finito di gradi) .. MDOF

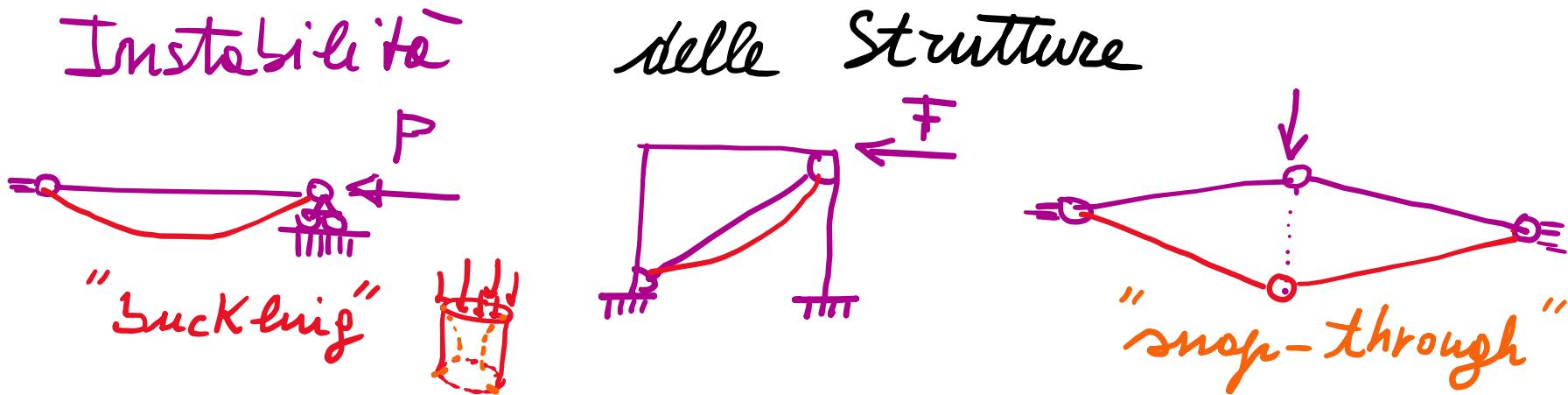
Elaborati

Sistemi SDOF + MDOF, soggetto a forzanti dip. del tempo e ad azione sismica



~ 2/3

Esempi



Caratteristiche
salienti

carichi quasi-statici

$$P = p P_0 \begin{cases} \text{carico base} \\ \text{moltiplicatore dei carichi} \end{cases}$$

carico critico P_{cr} s.t.a

equil. nelle conf. ne deformate
effetti del 2° ordine

approccio
statico/energetico

sistemi discreti MDOF ; sistemi continui
(statico/energetico)

Programma
del corso

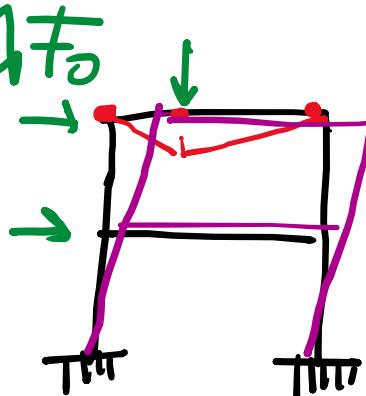
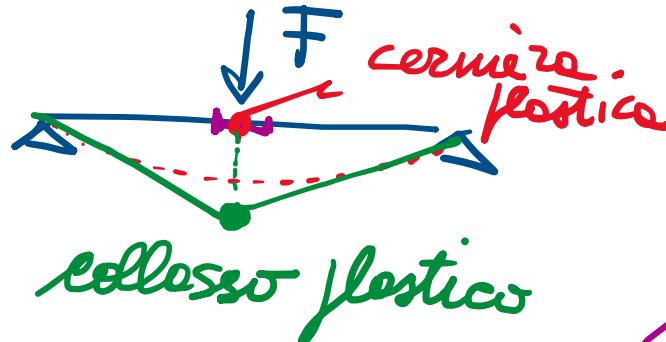
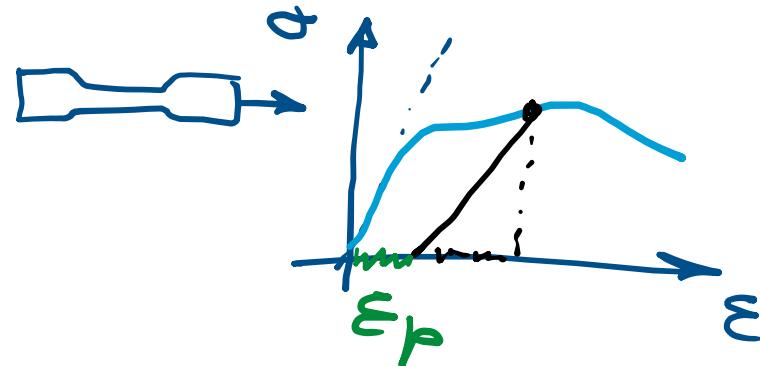
Elaborati

sistema discreto MDOF + continuo
con det. di P_{cr} , deform. critiche, verifica di instabilità

$\sim 1/3$

Esempi

Anelasticità delle Strutture



Caratteristiche salienti

Cricchi quasi-statici: $F = \lambda F_0$

λ , moltiplicatore di collasso

Comportamento anelastico (in particolare plastico)

Dissipazione di energie (comportamento irrevers.)

"Calcolo e Rotta" dei telai, uso dei Th. fondamentali dell'Analisi Limite

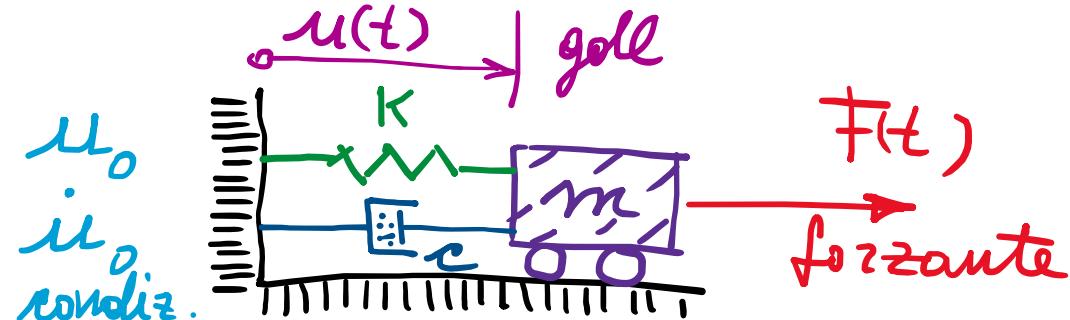
Calcolo e collasso di strutture a telai

$\sim 1/5^+$

Programma del corso

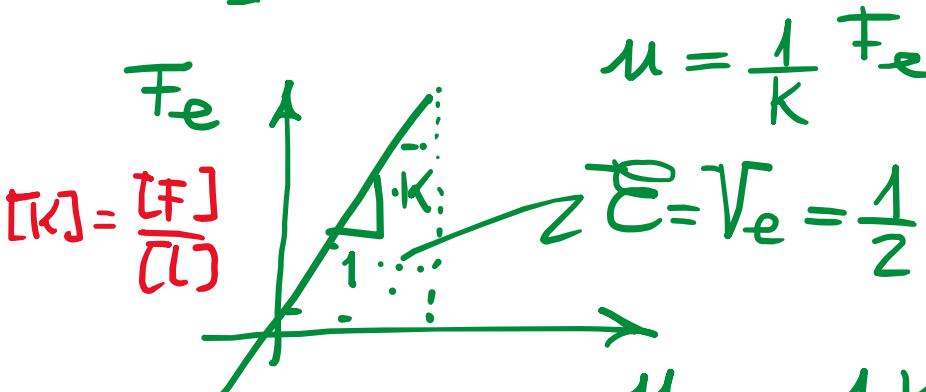
Elaborati

I) Dinamica delle Strutture.



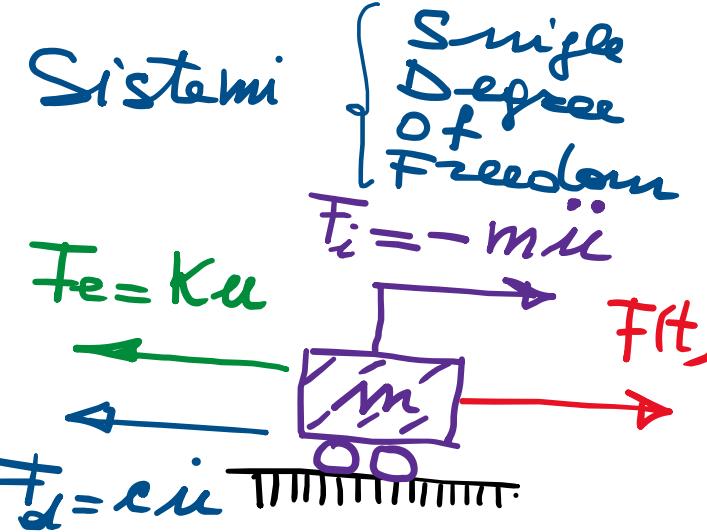
Molla elastica lineare

$$K \rightarrow F_e = K u$$



$K > 0$ costante di rigidezza

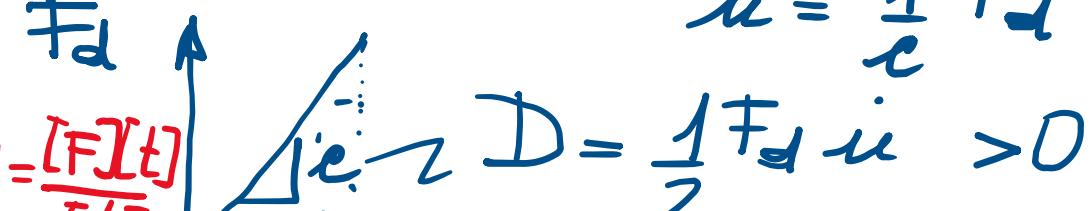
$$\frac{1}{2} K u^2 \quad \text{energia elastica}$$



Smorzatore viscoso lineare.

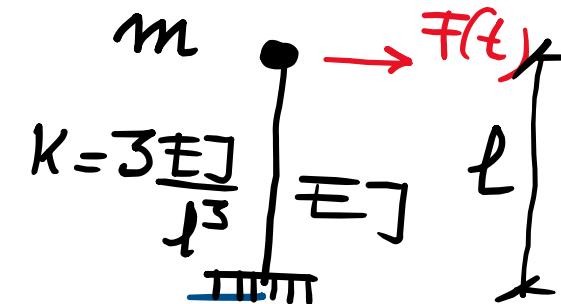
$$c \rightarrow F_d = c u$$

$$u = \frac{1}{c} F_d$$



$c > 0$ coeff. di smorzamento o di dissipazione
f. le di dissipazione o di Rayleigh

$$\dot{u} = \frac{du}{dt}$$



Equilibrio dinamico (Princípio di D'Alembert)

$\sum F_i$ forze d'inerzia

legge fondamentale delle dinamiche $F = m\alpha \Rightarrow F - m\ddot{u} = 0$

equazione del moto \leftarrow equazione di equilibrio dinamico $\sum F + \sum F_i = 0$

SDOF $q_1 = u$



sist. tempo-invarianti m, c, k cost.

$$\boxed{\begin{array}{l} m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + K u(t) = F(t) \\ \hline k=1, \dots, n \end{array}}$$

eq. differenziale del 2° ordine a coeff. cost.

- Altrimenti, tramite equazioni di Lagrange: $L = T - V$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_K} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_K} = Q_K^* = \frac{\delta L}{\delta \dot{q}_K}$$

forze generalizzate $= L(q_K, \dot{q}_K)$

coordinate
lagrangiane

$$Q_{kf}^* = - \frac{\partial V_f}{\partial q_K}$$

$$Q_{kd}^* = - \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_K} = - F_d = - e \dot{u}$$

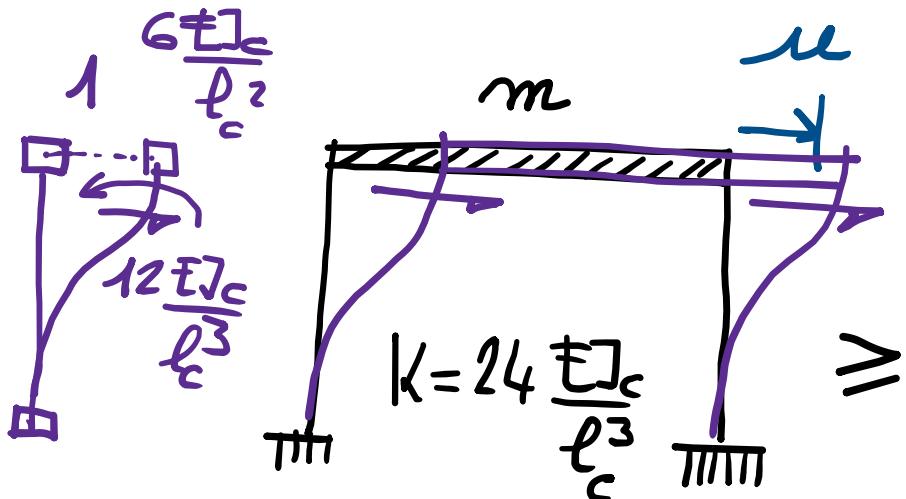
$$- T = \frac{1}{2} m \dot{u}^2$$

energia cinetica

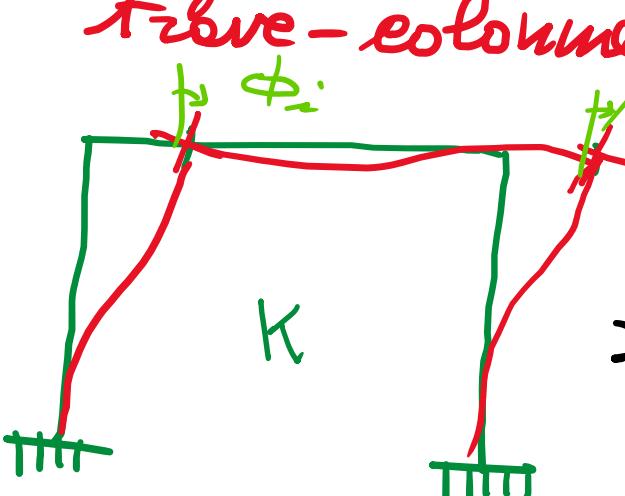
$$V = \frac{1}{2} K u^2$$

energia pot. elastica

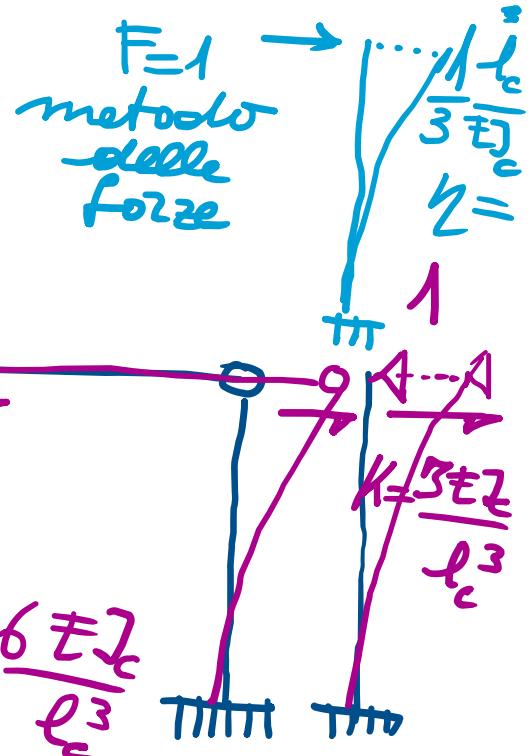
Esempi di struttura



e: fotografia di rigidezza trave-colonna



TELAI



$F=1$ →
metodo delle
forze

Telai "shear-type"

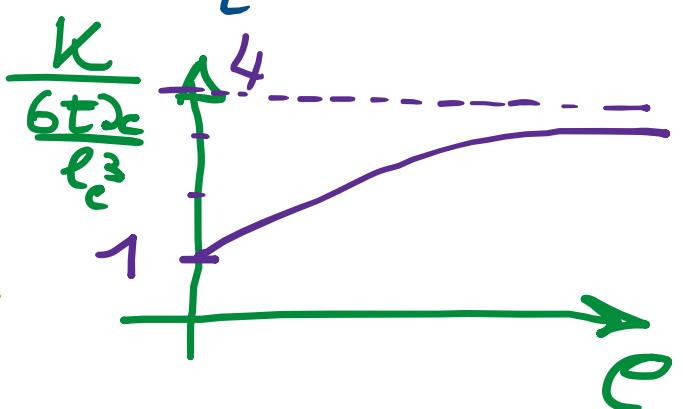
- $\frac{E J_t}{l_t} \rightarrow \infty$ (muro colto rigido)
- $\frac{E A_c}{l_c} \rightarrow \infty$ (colonne assialm. rigide)
- m concentrate al piano

$$\rho = \frac{\sum \frac{E J_t}{l_t}}{\sum \frac{E J_c}{l_c}}$$

$$K = \frac{6 E J_c}{l_c^3} \frac{12\rho + 1}{3\rho + 1}$$

(tramite "condensazione statica" dei gradi rotazionali si nodi)

$\frac{E J_t}{l_t} \rightarrow 0$ metodi
delegati
spost.



SOMMARIO (Lec. 01)

- Le tematiche della Dinamica, della Instabilità e della Anelasticità delle Strutture: aspetti specifici e interagenti.
 - Posizionamento vs. la SdC; equazioni; caratteristiche; programma.
- + Parte 1 - Dinamica delle Strutture
- Sistemi dinamici ad un gdl (SDOF) - L'oscillatore semplice .
 - Equazione del moto  equilibrio dinamico (principio di d'Alembert)
equazioni di Lagrange
 - Esempi di sistemi strutturali SDOF, con determinazione delle costante di rigidezza .
 - Telaio a portale ; fattore di rigidezza trave/colonna; telaio "shear-type"