

# Complementi di Scienza delle Costruzioni

prof Egidio RIZZI

www.unibg.it/pers/?egidio.rizzi (9413)

## Programma

### Mecanica delle Strutture I

- I - Analisi cinematica geometrica o analitica
- schema non elementare
- Cinematica / statica e loro dualità, via PLV
- Calcolo effettivo di RV e AI (N,T,M) col PLV
- II - Travature reticolari; azioni interne in esse curvate
- Analisi dei reticolati di travi allungabili, con effetti  
elettrici ed acustici (condimenti vincolari, coazioni termiche);
- soluz di strutture più volte ipostatiche

### Analisi cinematica (AC)

- Volta a stabilire se per un sistema articolato di corpi rigidi risultano possibili movimenti (finiti o infiniti, atti di moto)
- Sistema si dice LABILE se risultano possibili: sistema cinematicamente indeterminato in quanto la sua config. nei punti univoc. note, si può desinuare da un n. finito di gradi di libertà (pari al grado di labilità  $L > 0$ )

Mecanica dei - Confronto su cinematica (caus di congruenza)

Solidi - e statica (spazio) dei continui su legge cost. (anisotropia)

- Riformulazione del pb. cinematico; Th. di Kirchhoff (vincoli), via col PLV

- Pb. di DSV, trattazione analitica torsione, - L'grado di indeterminazione  
profili rettilini, circolari e ellittici (massimi)

IV I

tp  
- rigidità  
- peso  
- resistenza

Esempio 2 AS

A B C D

1 2 3 4 5

6 7 8 9 10

11 12 13 14 15

16 17 18 19 20

21 22 23 24 25

26 27 28 29 30

31 32 33 34 35

36 37 38 39 40

41 42 43 44 45

46 47 48 49 50

51 52 53 54 55

56 57 58 59 60

61 62 63 64 65

66 67 68 69 70

71 72 73 74 75

76 77 78 79 80

81 82 83 84 85

86 87 88 89 90

91 92 93 94 95

96 97 98 99 100



## Analisi cinematica

### Analisi cinematica (AC)

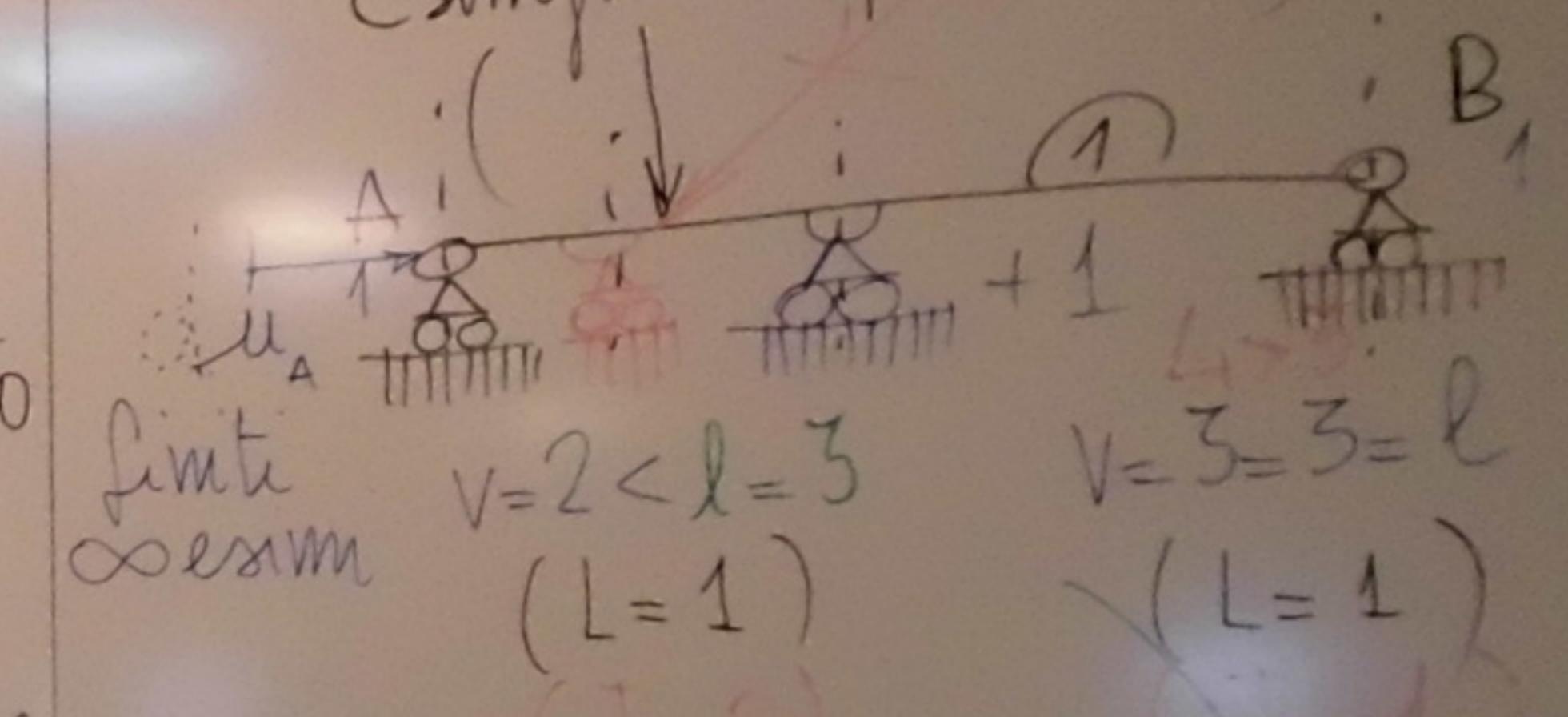
- Volta a stabilire se per un sistema articolato di corpi rigidi risultano possibili movimenti (finiti o infiniti, atti di moto)
- Sistema si dice LABILE se risultano possibili: sistema cinematicamente indeterminato in quanto le sue conf. ne non i umor. note, se pur descrivibile da un n. finito di gradi residui (pari al grado di labilità  $L > 0$ ) Vincoli mal posti
- Invece se non labile se risultano impossibili (ogni d. congruenza) e statica (spazio) due contingenze legate cost. (anisotropia)
- Riferimento all'analisi: Th. di Kirchhoff (kinetica), dim del PLV
- Pz. di DSV: flessione, attrito, torsione, angoli rotanti assisi e chiusi (non simm.)

IV V

H.p. Vincoli:

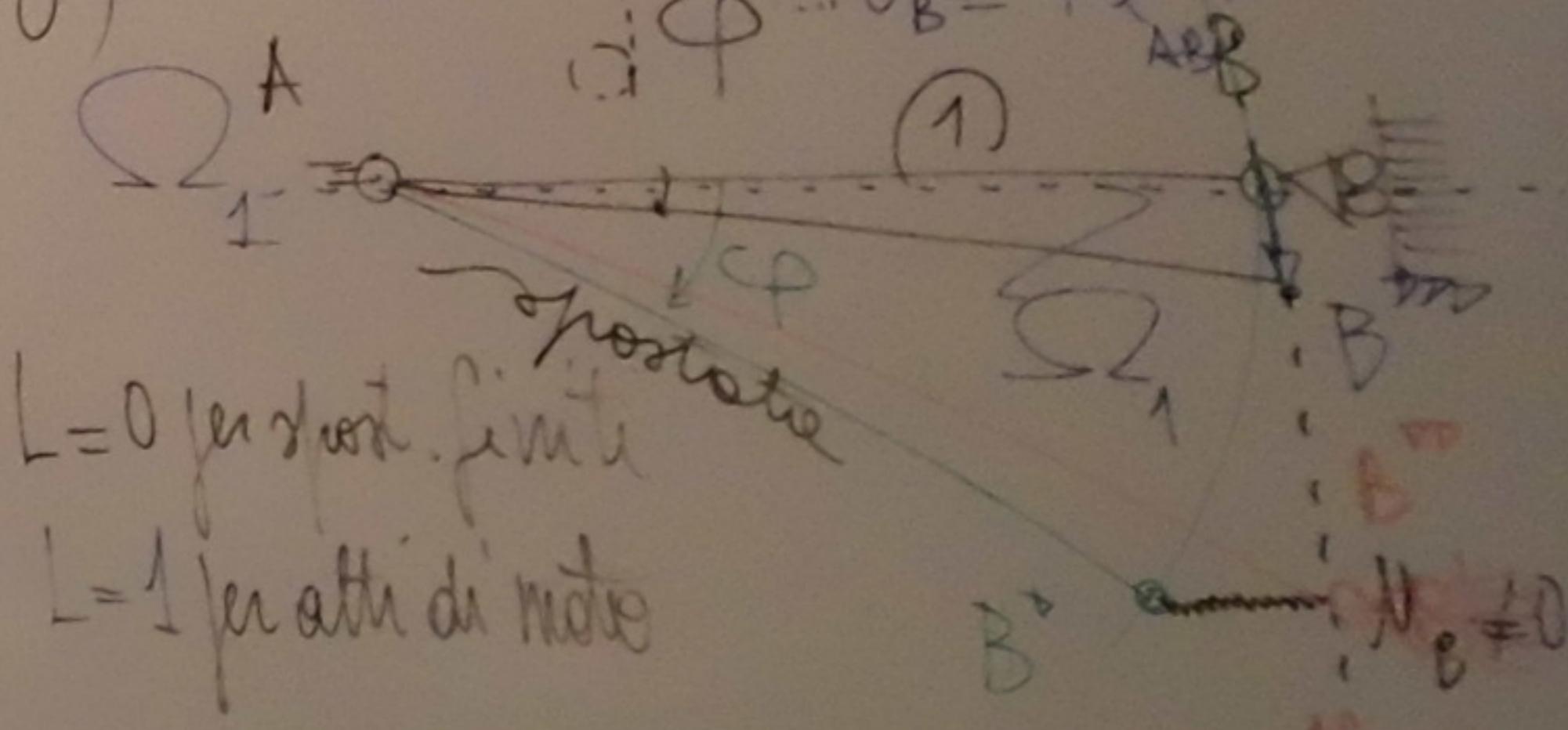
- ideali
- fatti
- bilateri

Esempio  $\Omega_1, \Omega_2, AS$



$$\begin{aligned} \text{limiti} \quad v = 2 &< l = 3 & v = 3 - 3 = l \\ \infty \text{sim} \quad (L=1) & & (L=1) \end{aligned}$$

C.I.R.



$$gdv = v \geq gdl = l$$

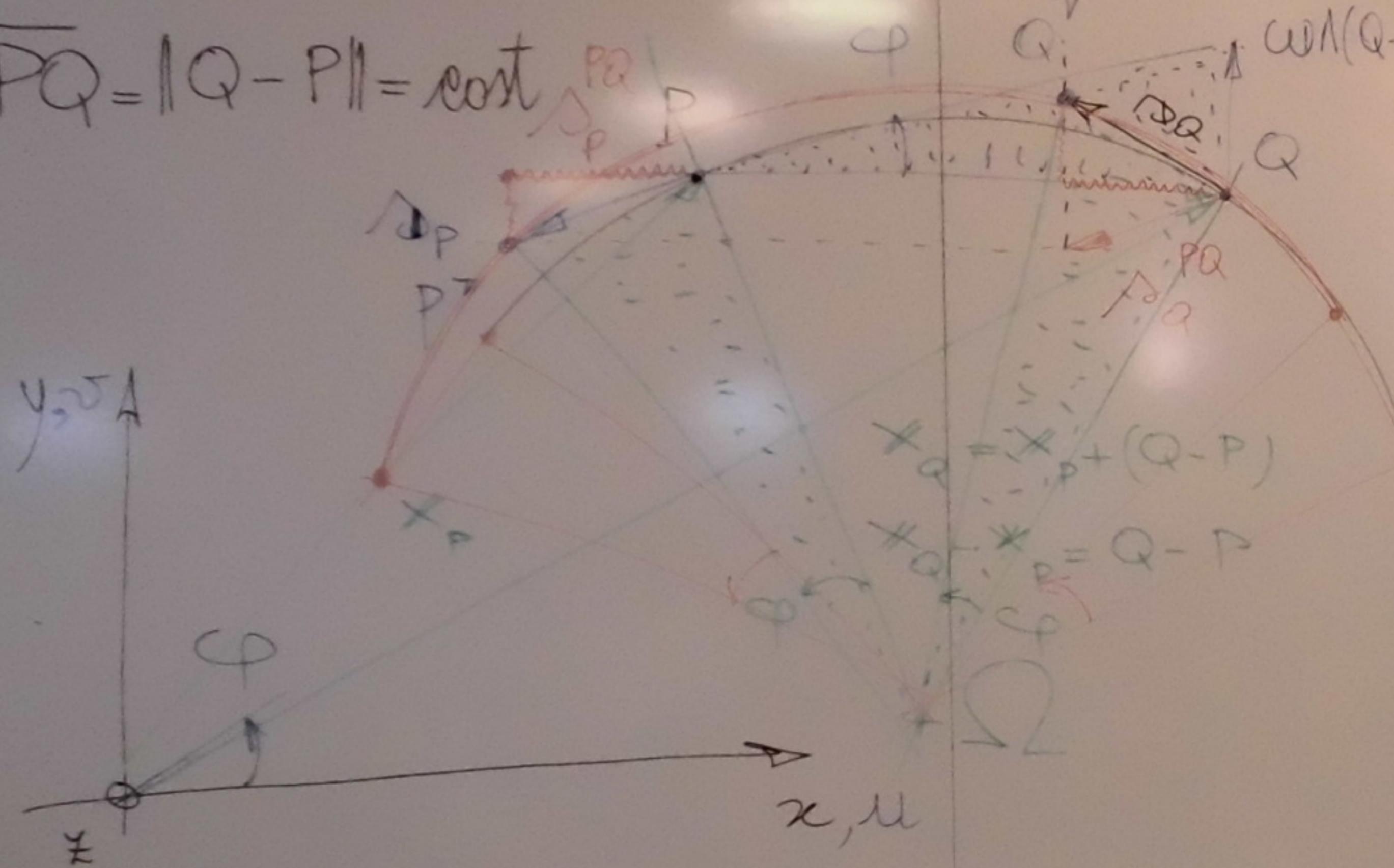
- L grado di indeterminaz. cinematica

$L=0$  per spost. finiti

$L=1$  per atti di moto

## Cinematica di atti di moto (piano)

$$\overline{PQ} = \|Q - P\| = \text{cost}$$



rigido

Rappresentazione analitica (MR)

$$s_q = s_p + \omega \lambda (Q - P)$$

$$\begin{cases} 0 \\ 0 \\ \varphi \end{cases}$$

velocità  
rotazione

$$s_q - s_p = \omega \lambda (Q - P)$$

$$(s_q - s_p) \cdot (Q - P) = 0$$

$$s_q \cdot (Q - P) = s_p \cdot (Q - P)$$

- Atti di moto rototraslatorio piano

-  $s_p$  comp. traslazione

-  $\omega$  comp. rotazione

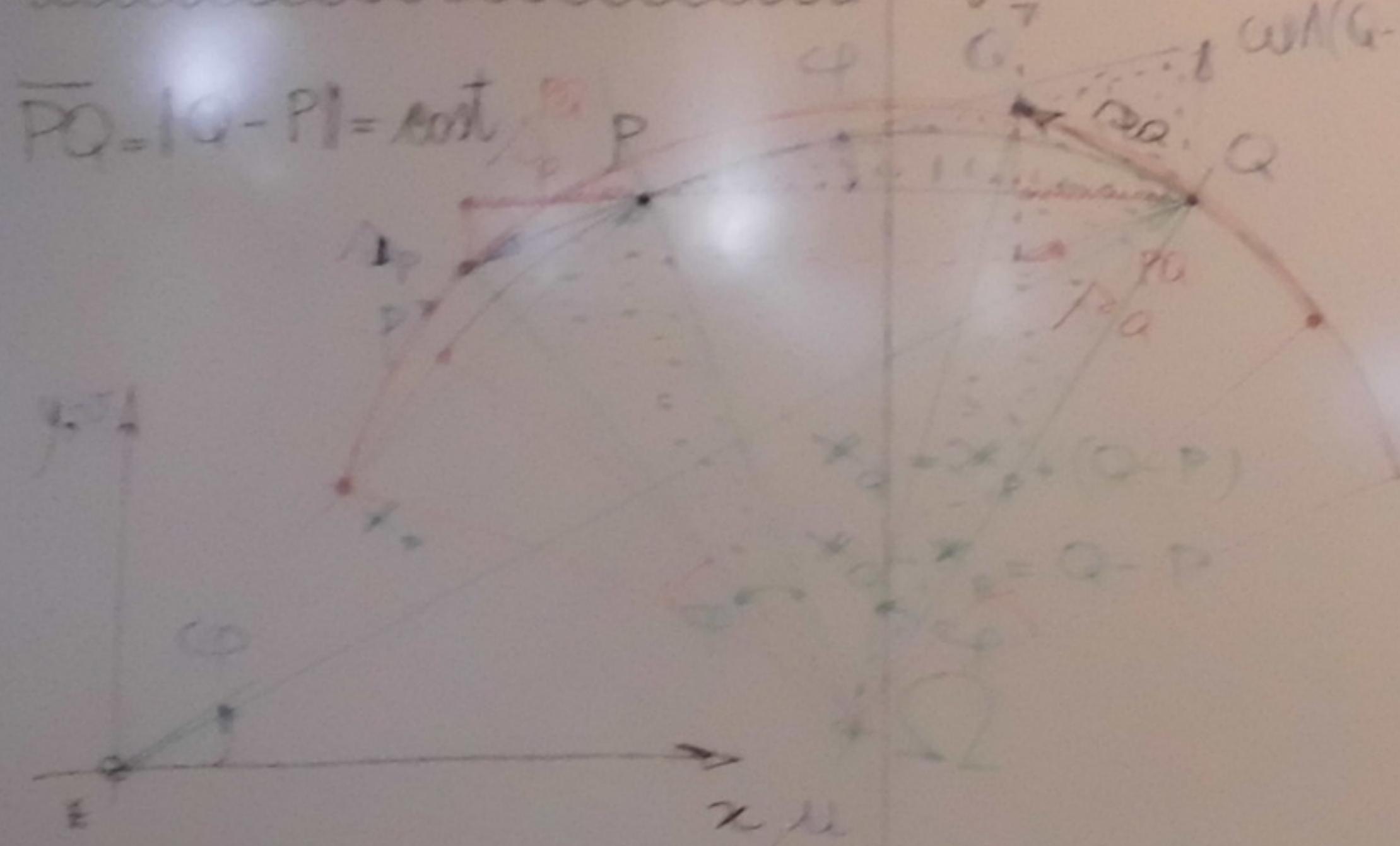
$$• Q = \Omega \Rightarrow s_q = 0 \Rightarrow s_p = \omega \lambda (P - \Omega)$$

$$\begin{cases} s_q = \omega \lambda (Q - \Omega) \\ \text{atto puramente rotatorio} \end{cases}$$

- somma dei risultati dinamici

$$\begin{cases} 0 \\ 0 \\ 0 \end{cases}$$

Geometria di attacco moto piano



rigido

Rappresentazione analitica (MR)

$$\dot{r}_Q = \dot{r}_P + \omega \lambda (Q-P)$$

vettore  
rotazione

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \oplus \end{pmatrix}$$

- Attacco moto rototraslatorio piano

- $\dot{r}_P$  comp. traduzione
- $\omega$  comp. rotazione

- $Q \equiv \Omega \Rightarrow \dot{r}_Q = 0 \Rightarrow \dot{r}_P = \omega \lambda (P-\Omega)$

$$\dot{r}_Q = \omega \lambda (Q-\Omega)$$

Atto piano in statico

$$\Rightarrow \dot{r}_Q - \dot{r}_P = \omega \lambda (Q-P)$$

$$(\dot{r}_Q - \dot{r}_P) \cdot (Q-P) = 0$$

$$\frac{\dot{r}_Q \cdot (Q-P)}{|Q-P|} = \frac{\dot{r}_P \cdot (Q-P)}{|Q-P|}$$

$$|\dot{Q}-\dot{P}| = \text{cost} \text{ (corpo rigido)}$$

- Somma di vette rigide costante

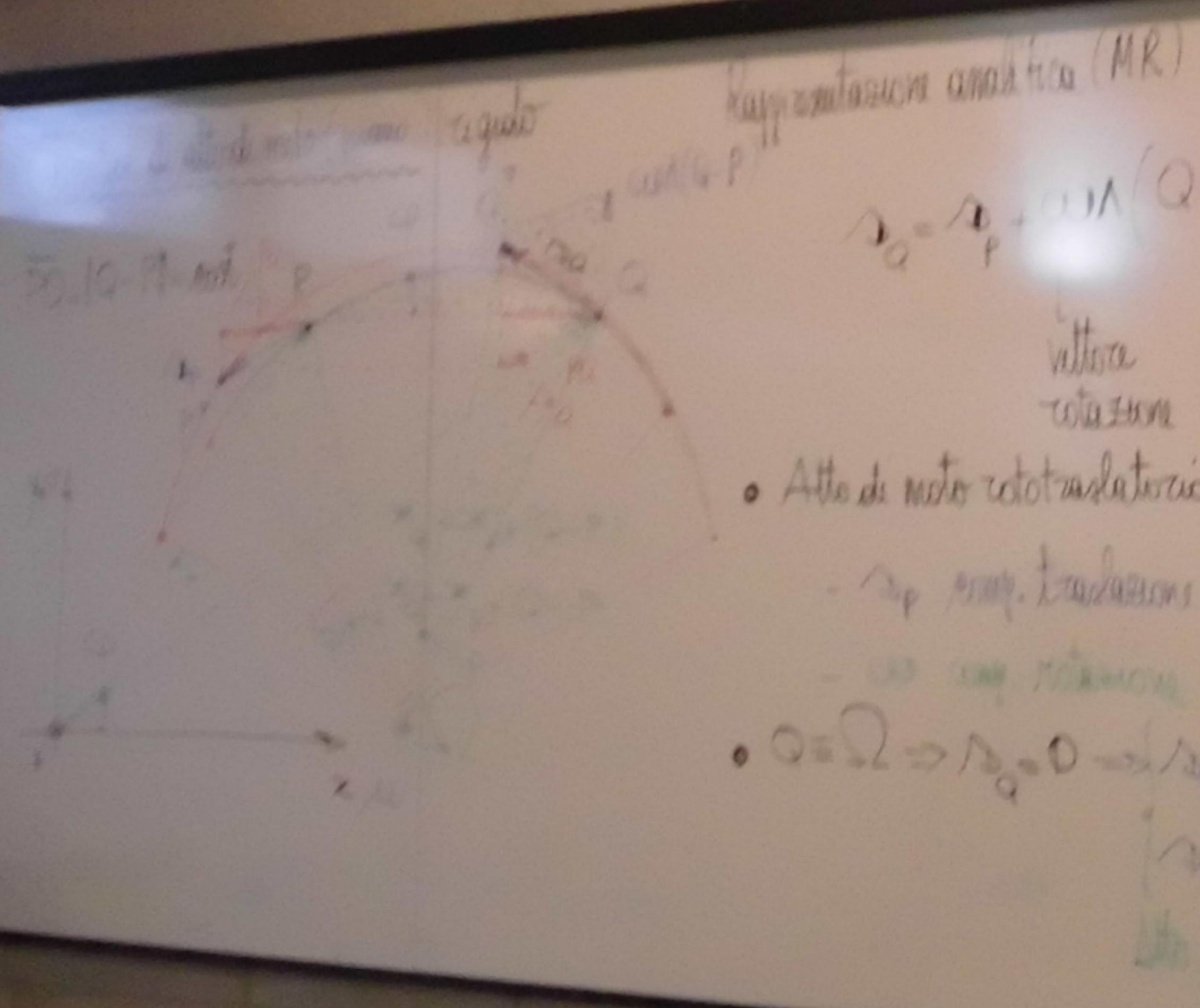
$$\textcircled{1} \quad \dot{r}_Q = \dot{r}_P + \omega \lambda (Q-P)$$

$$\textcircled{2} \quad \dot{r}_Q = \dot{r}_P + \omega \lambda (Q-P)$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \quad \dot{r}_Q + \dot{r}_Q = \dot{r}_P + \dot{r}_P + (\omega \lambda + \omega \lambda) (Q-P)$$

$$\dot{r}_Q = \dot{r}_P + \omega \lambda (Q-P)$$

$$\dot{r}_Q = \dot{r}_P + \omega \lambda (Q-P)$$



• Atto di moto rototraslatorio piano

-  $\dot{r}_P$  comp. traslaz.

-  $\omega \times$  comp. rotaz.

$$\bullet Q = \Omega \rightarrow \dot{r}_Q = 0 \rightarrow \dot{r}_P = \omega \Lambda (P - \Omega)$$

$$(\dot{r}_Q = \omega \Lambda (Q - \Omega))$$

Atto di rotaz.

Rappresentazione analitica (MR)

$$\dot{r}_Q = \dot{r}_P + \omega \Lambda (Q - P)$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Phi \end{bmatrix}$$

utile  
rotazion

$$\Rightarrow \dot{r}_Q - \dot{r}_P = \omega \Lambda (Q - P) \cdot (Q - P)$$

$$(\dot{r}_Q - \dot{r}_P) \cdot (Q - P) \equiv 0$$

$$\frac{\dot{r}_Q \cdot (Q - P)}{|Q - P|} = \frac{\dot{r}_P \cdot (Q - P)}{|Q - P|}$$

$$\underbrace{\dot{r}_Q}_{\dot{r}_{PQ}} = \underbrace{\dot{r}_P}_{\dot{r}_{PQ}}$$

$$\bullet ||Q - P|| = \text{cost} \text{ (corpo rigido)}$$

- Somma di rotaz. rigide coerente

$$\textcircled{1} \quad \dot{r}_Q = \dot{r}_P + \omega \textcircled{1} \Lambda (Q - P)$$

$$\textcircled{2} \quad \dot{r}_Q = \dot{r}_P + \omega \textcircled{2} \Lambda (Q - P)$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} \quad \dot{r}_Q = \dot{r}_P + \dot{r}_P + (\omega \textcircled{1} + \omega \textcircled{2}) \Lambda (Q - P)$$

$$\dot{r}_Q = \dot{r}_P + \omega \Lambda (Q - P)$$

$$\omega = \omega \textcircled{1} + \omega \textcircled{2}$$