

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

L-23 Ingegneria delle Tecnologie per l'Edilizia

Scienza delle Costruzioni

( ICAR/08 - SdC ; 9 CFU )

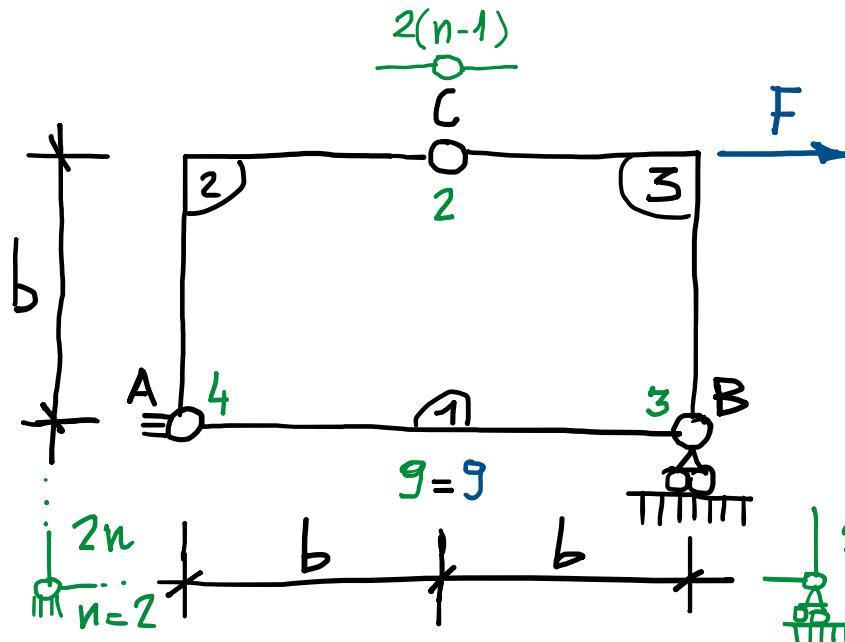
A.A. 2022/2023

prof. Egidio RIZZI

[egidio.rizzi@unibg.it](mailto:egidio.rizzi@unibg.it)

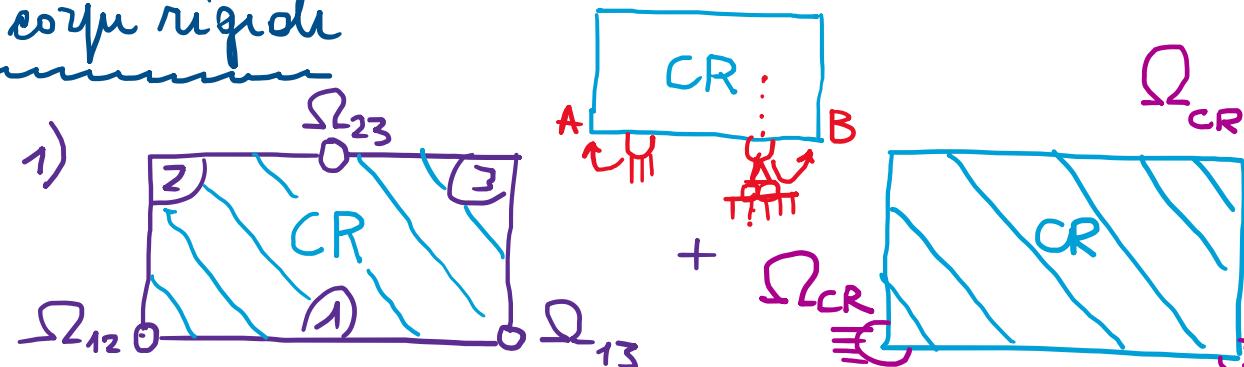
LEZIONE 05

# Calcolo RV: Sistemi articolati di corpi rigidi



N.B.: La ricostruzione delle sequenze di montaggio in generale non risulta univoca, cioè può prestarsi a possibili interpretazioni alternative (con lo stesso risultato finale).  $\Rightarrow$  di labilità o meno

AC: 1)

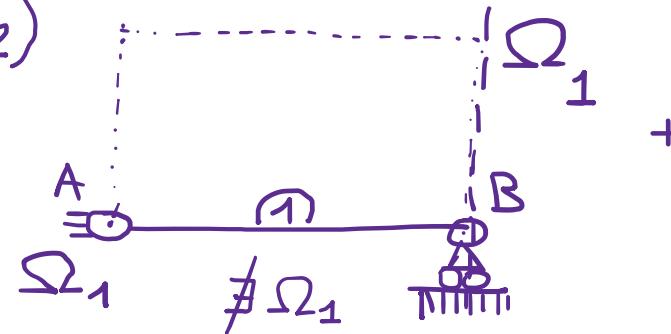


A.C.I. contro cerniere interne non allineate

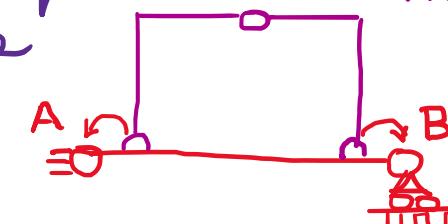
$$\# \Omega_{12}, \Omega_{23}, \Omega_{13}$$

ISOSTATICA

2)

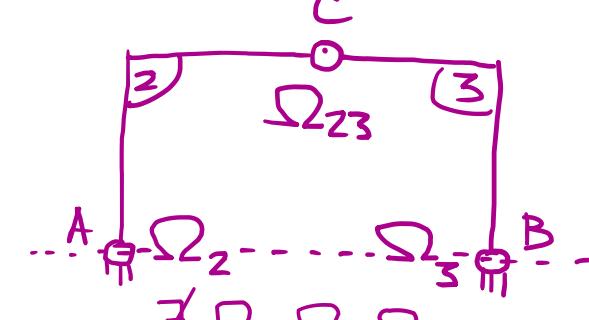


asta cerniere-carrello avente asse non passante per la cerniere



posto a terra con schema cerniere-carrello avente...

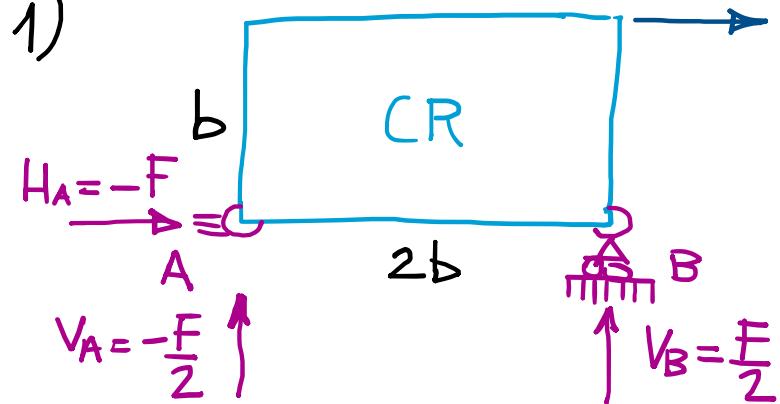
$$\# \Omega_{CR}$$



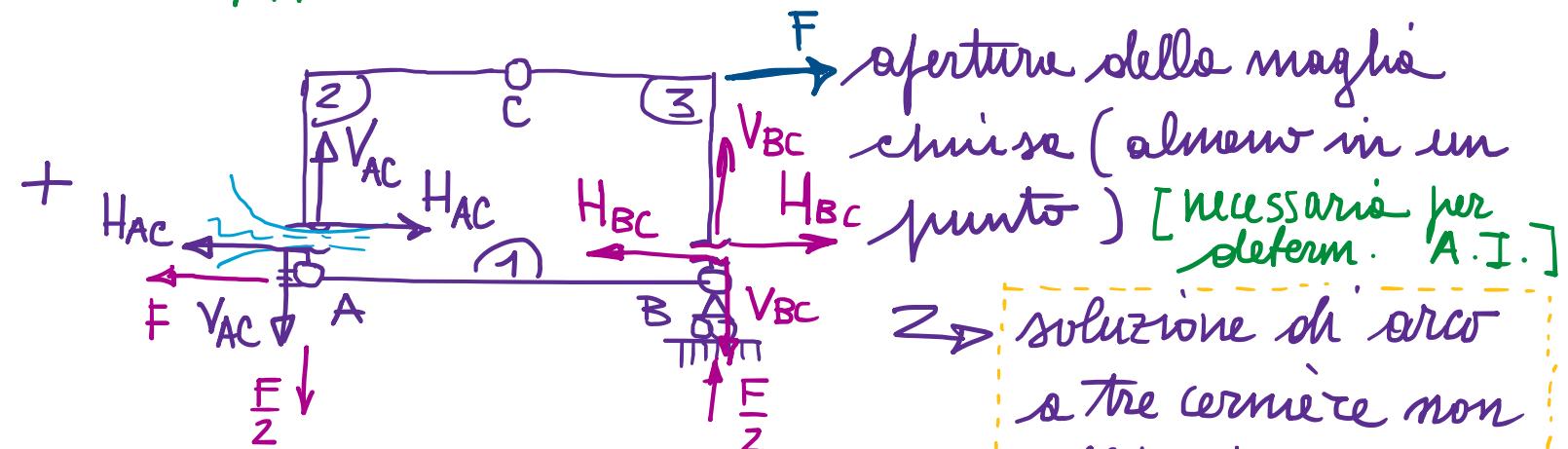
tre cerniere non allineate

AS : Calcolo delle RV  $\rightarrow$  (e delle Azioni Interne) - Secondo seguenza inversa rispetto ad AC

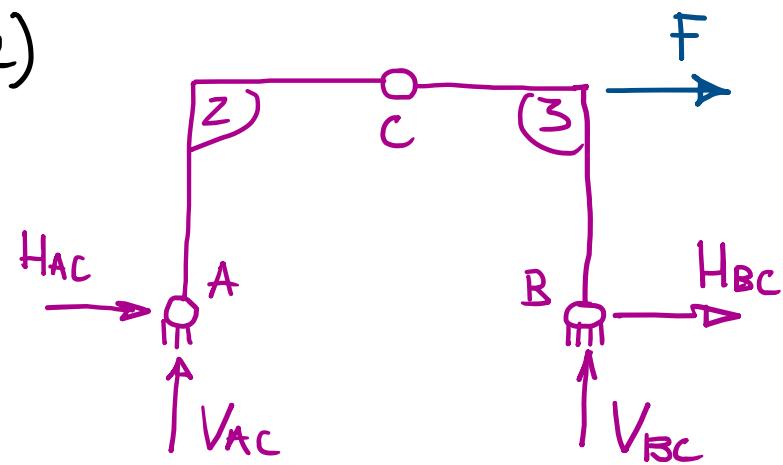
1)



A.I.

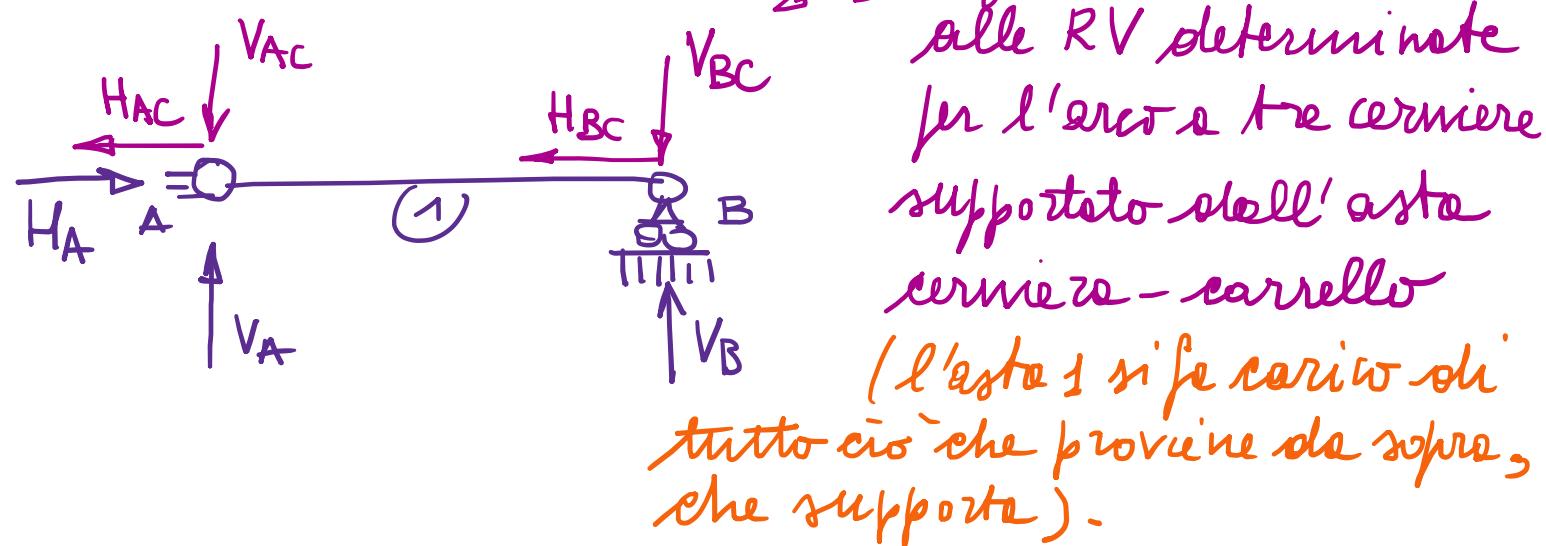


2)



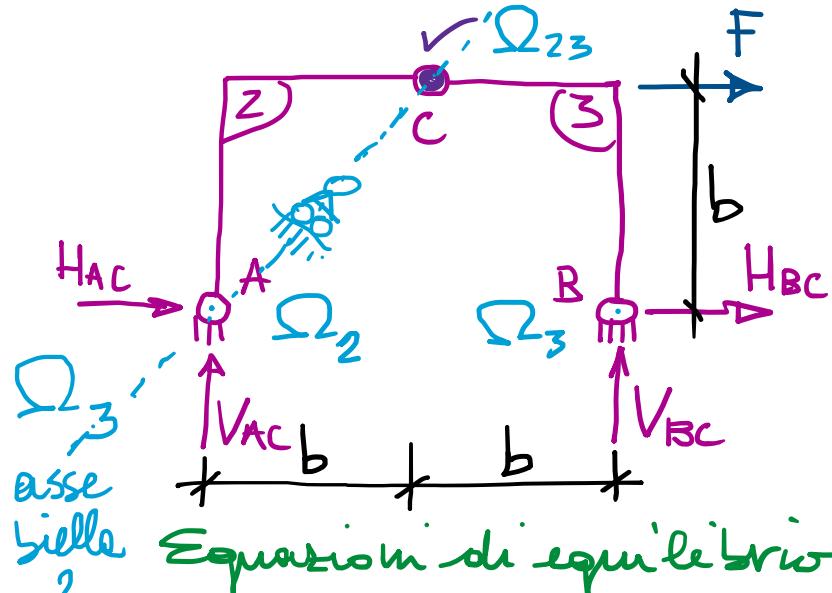
arco e le cerniere non allineate

+



(l'asta si fa carico di tutto ciò che proviene da sopra, che supporta).

- Soluzione di arco e tre cerriere non allineate:



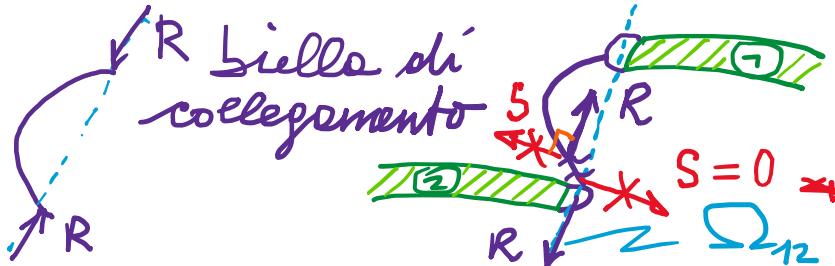
asse  
bielle  
2

4 incognite RV:  $H_{AC}, V_{AC}; H_{BC}, V_{BC}$

Occorrono 4 eq. m di equilibrio, in particolare comprendenti anche l'equilibrio relativo, qui tra l'este 2 e l'este 3, in corrispondenza dello snodo (cerriera relativa propria) in C.

Equazioni di equilibrio (sistema lineare, di 4 eq.m in 4 incognite):

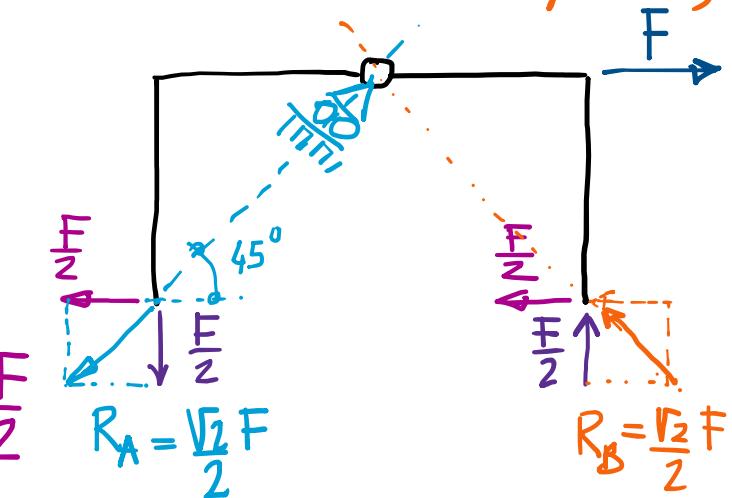
$$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_{B_i}^{2+3} = 0 \Rightarrow -V_{AC} 2b - Fb = 0 \Rightarrow V_{AC} = -\frac{F}{2} \\ \sum M_{A_i}^{2+3} = 0 \Rightarrow V_{BC} 2b - Fb = 0 \Rightarrow V_{BC} = \frac{F}{2} \\ \text{equil. rel. tra 2 e 3} \rightarrow \sum M_{C_i}^2 = 0 \Rightarrow H_{AC} b - V_{AC} b = 0 \Rightarrow H_{AC} = V_{AC} = -\frac{F}{2} \\ \sum F_{x_i}^{2+3} = 0 \Rightarrow H_{AC} + H_{BC} + F = 0 \Rightarrow H_{BC} = -F - H_{AC} = -\frac{F}{2} \end{array} \right.$$



R bielle di collegamento

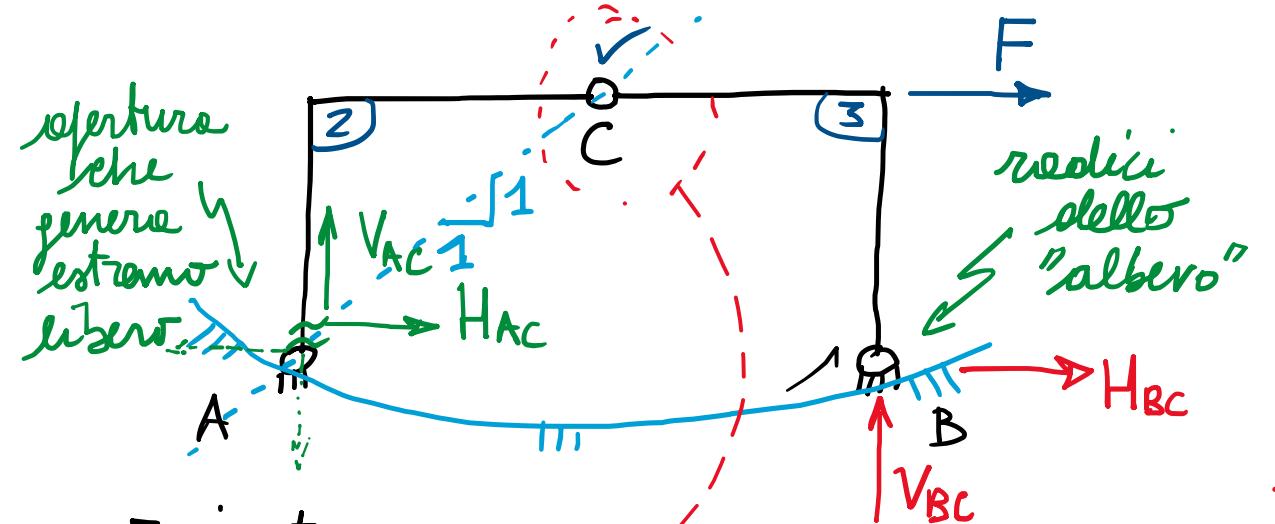
ruolo "statico" delle bielle (senza azioni esterne su di esse applicate)

(qui  $F$  non dà momento rispetto a C)

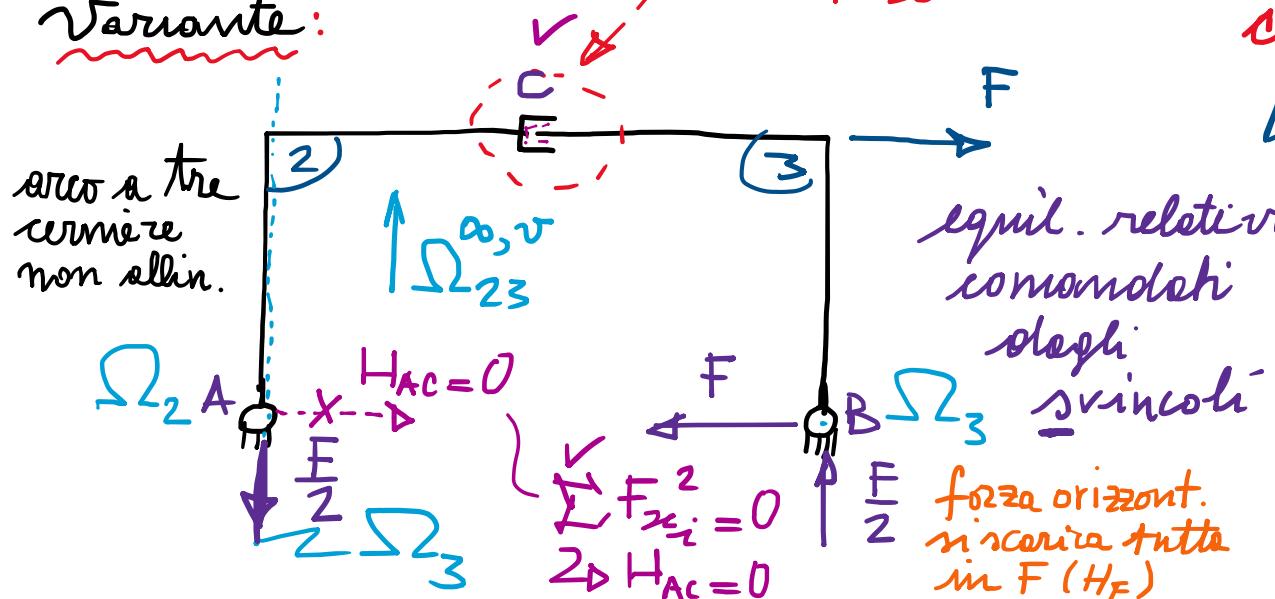


$R_A = \frac{\sqrt{2}}{2} F$   
 $R_B = \frac{\sqrt{2}}{2} F$   
lungo l'asse delle bielle 2  
⇒ bielle "statiche"

- Risoluzione tramite "schema ad albero": prevede la rimozione di tutte le megli chiuse (aprendole in un solo punto)  $\Rightarrow$  risoluzione "ottimizzata" [incluso quelle formate dalle strutture con le terre].



Variante:

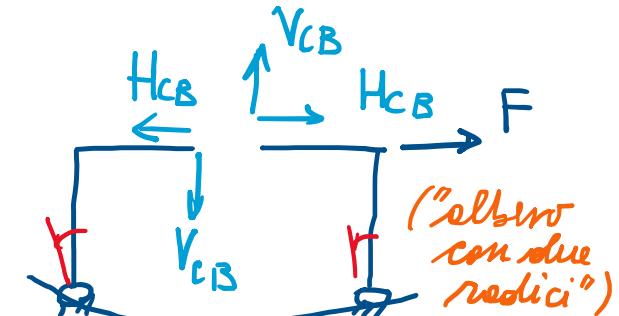
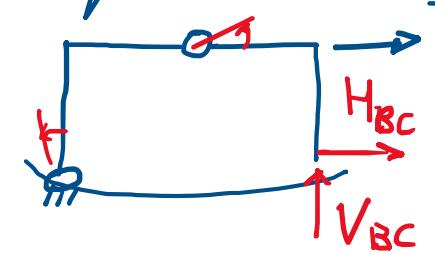


2 sole incognite:  $H_{AC}, V_{AC}$

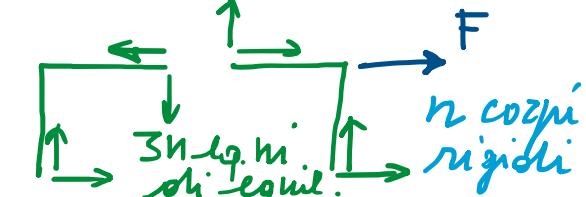
$$\begin{cases} \sum M_{C_i}^2 = 0 \Rightarrow H_{AC} = V_{AC} \text{ (vechiare biella 2)} \\ \sum M_{B_i}^{2+3} = 0 \Rightarrow V_{AC} = -\frac{F}{2} \end{cases} \Rightarrow H_{AC} = -\frac{F}{2}$$

A volte del calcolo (tramite schema ad albero): equil. assoluti consentono il calcolo di rimanenti RV a terra:  $H_{BC}, V_{BC}$

Altre possibilità:

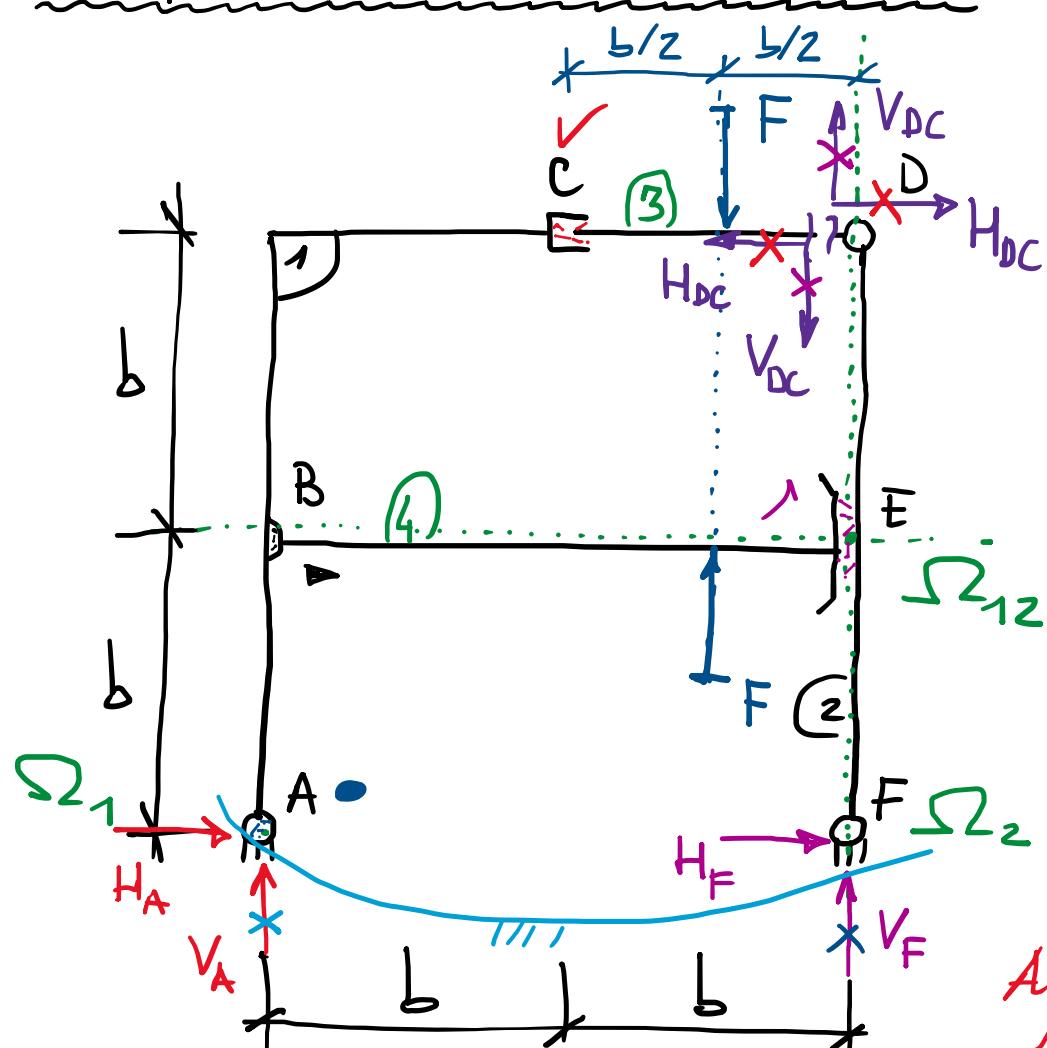


All'estremo opposto c'è l'esplosa: (6 eq.m in 6 incognite)



Esempio di quadrilatero articolato

(riconducibile ad erco se le cerniere non ellineate)



NB: pur essendo sistema autoequil.  
ma con forze applicate a corpi rigidi  
differenti (3 e 4), RV ≠ 0 in generale.

Soggetto a sistema di forze auto-equilibrato  
(a risultante nulla)

Schemi col elenco  $\Rightarrow$  eq. ni di equilibrio  
(assoluto e relativo), considerate solo gli  
svincoli presenti

$$\checkmark \sum F_{x_i}^3 = 0 \Rightarrow H_{DC} = 0$$

$$\bullet \sum M_{A_i} = 0 \Rightarrow V_F = 0$$

$$\checkmark \sum F_{y_i}^2 = 0 \Rightarrow V_{DC} = 0$$

$$\Rightarrow \sum M_B^{2+4} = 0 \Rightarrow H_F = -\frac{3}{2} F$$

← uniche componenti

A volte del calcolo  $\sum F_{x_i} = 0 \Rightarrow H_A = -H_F = \frac{3}{2} F$  ← RV non nulle

$$\text{calcolo } \sum M_{F_i} = 0 \Rightarrow V_A = 0$$

$$(o \sum F_{y_i} = 0 \Rightarrow V_A = 0)$$