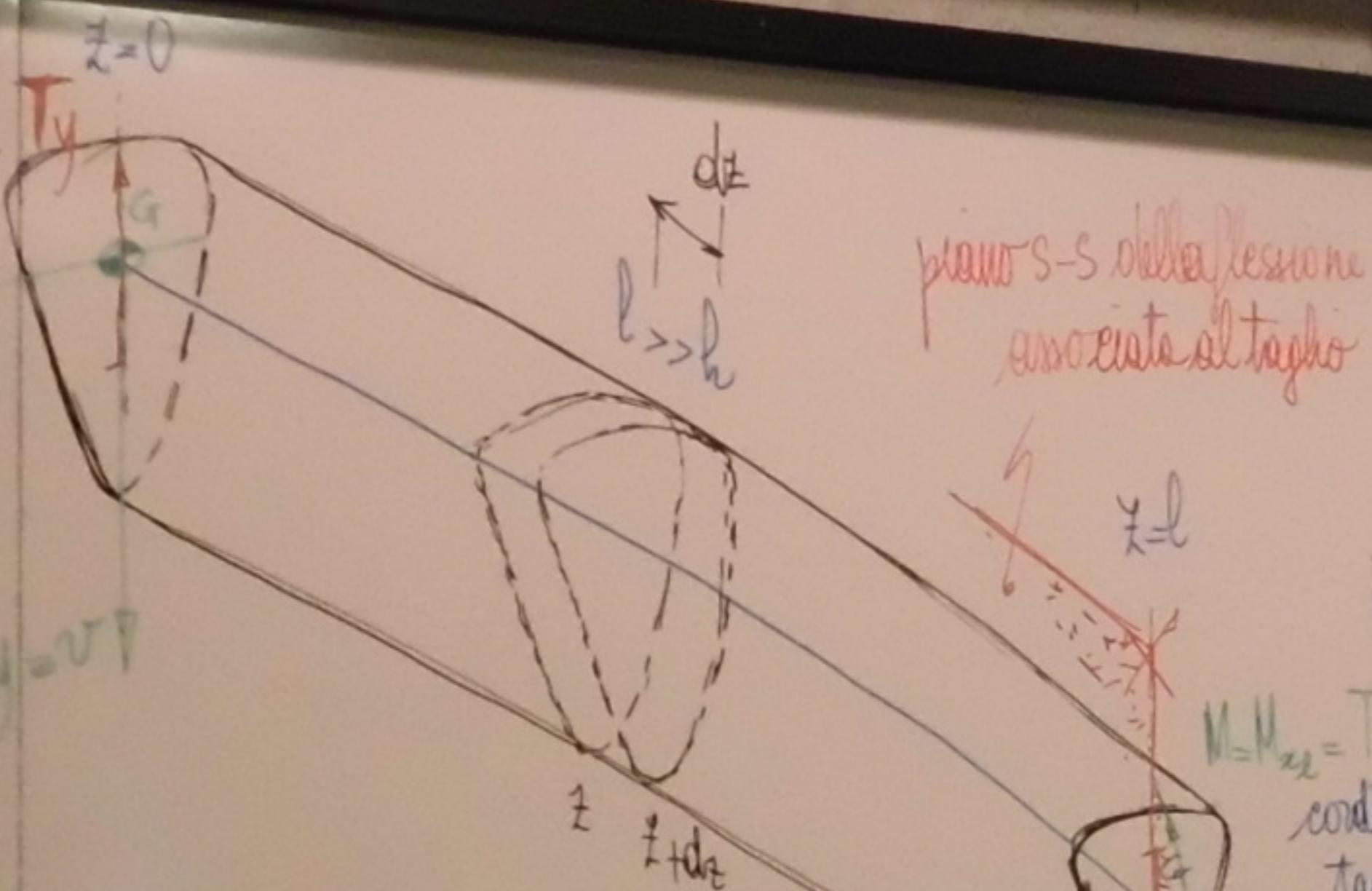
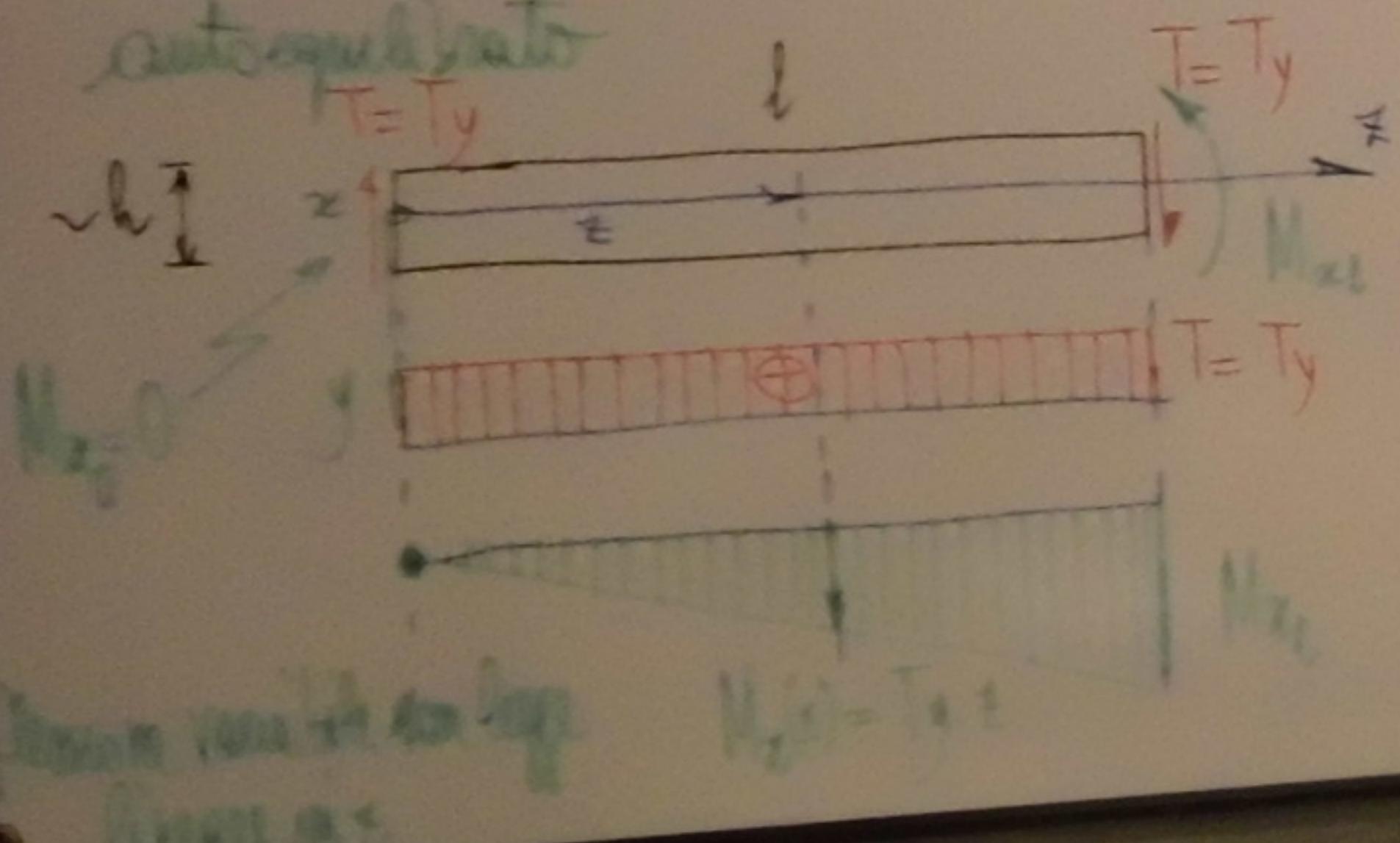


### 3) Taglio (o flessione composta)

- In questo caso di DSV le forze di superficie agenti sulle barre del prisma di DSV sono equivalenti ad un'azione tagliente  $T = T_y$  e momento flettente  $M = M_x$  in modo tale da formare un sistema auto-equilibrato.

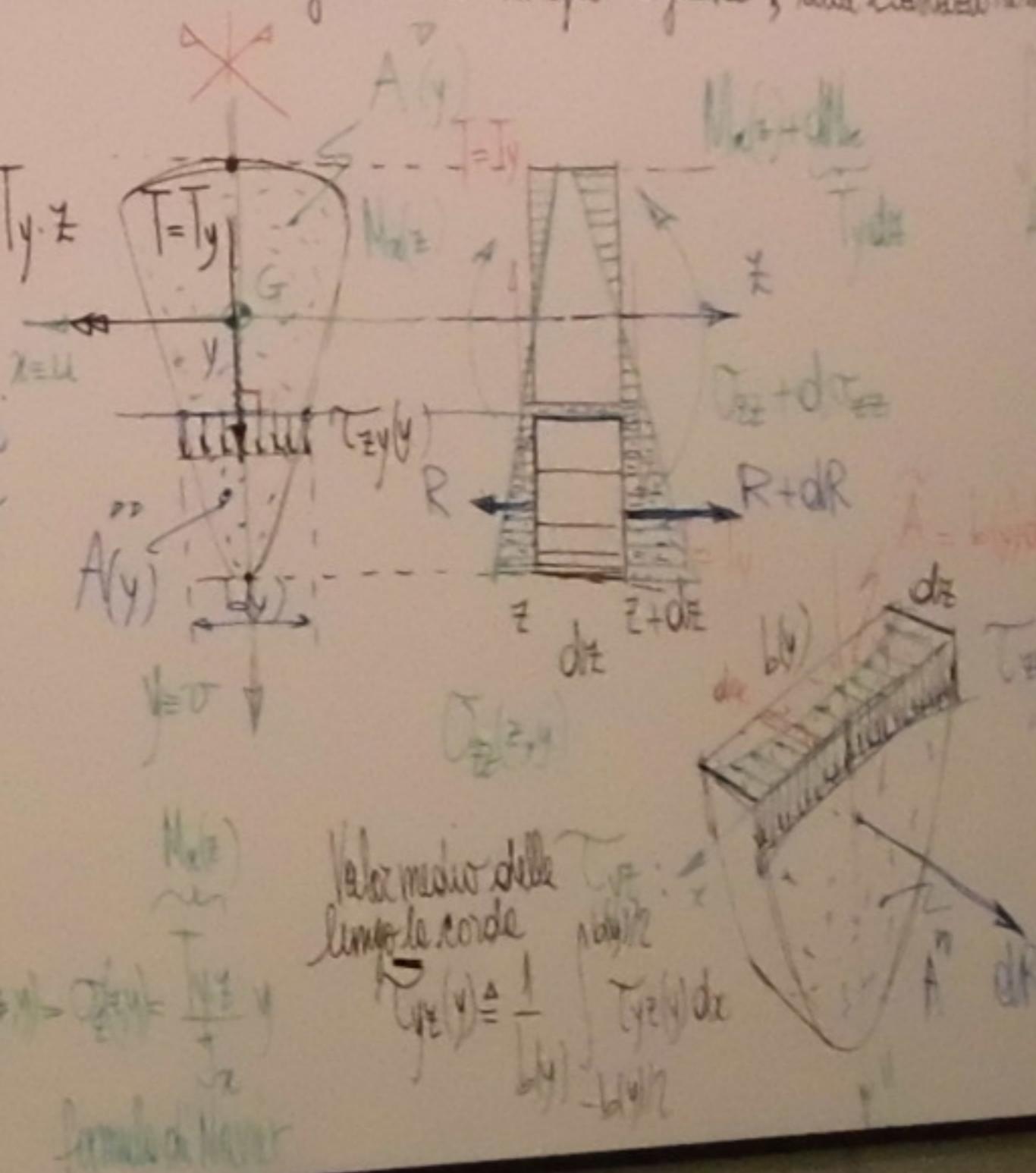


Ipotizziamo di considerare sezioni simmetriche (asse  $y$  di simmetria  $\rightarrow$  spazi simmetrici di inerzia) e caricate lungo l'asse di simmetria ( $T = T_y$ ). Tale asse  $y$  è quindi anche l'asse s-s delle flessioni (ritta)  $\Rightarrow M = M_x = T_y \cdot z \Rightarrow M_x = T_y \cdot z \Rightarrow I_{yy} \frac{dM}{dz} = T_y \cdot z \Rightarrow I_{yy} \frac{d^2y}{dz^2} = T_y \cdot z$

piano s-s della flessione  
associata al taglio

- Trattazione approssimata del taglio alla D.J. Jourawsky (~1856)

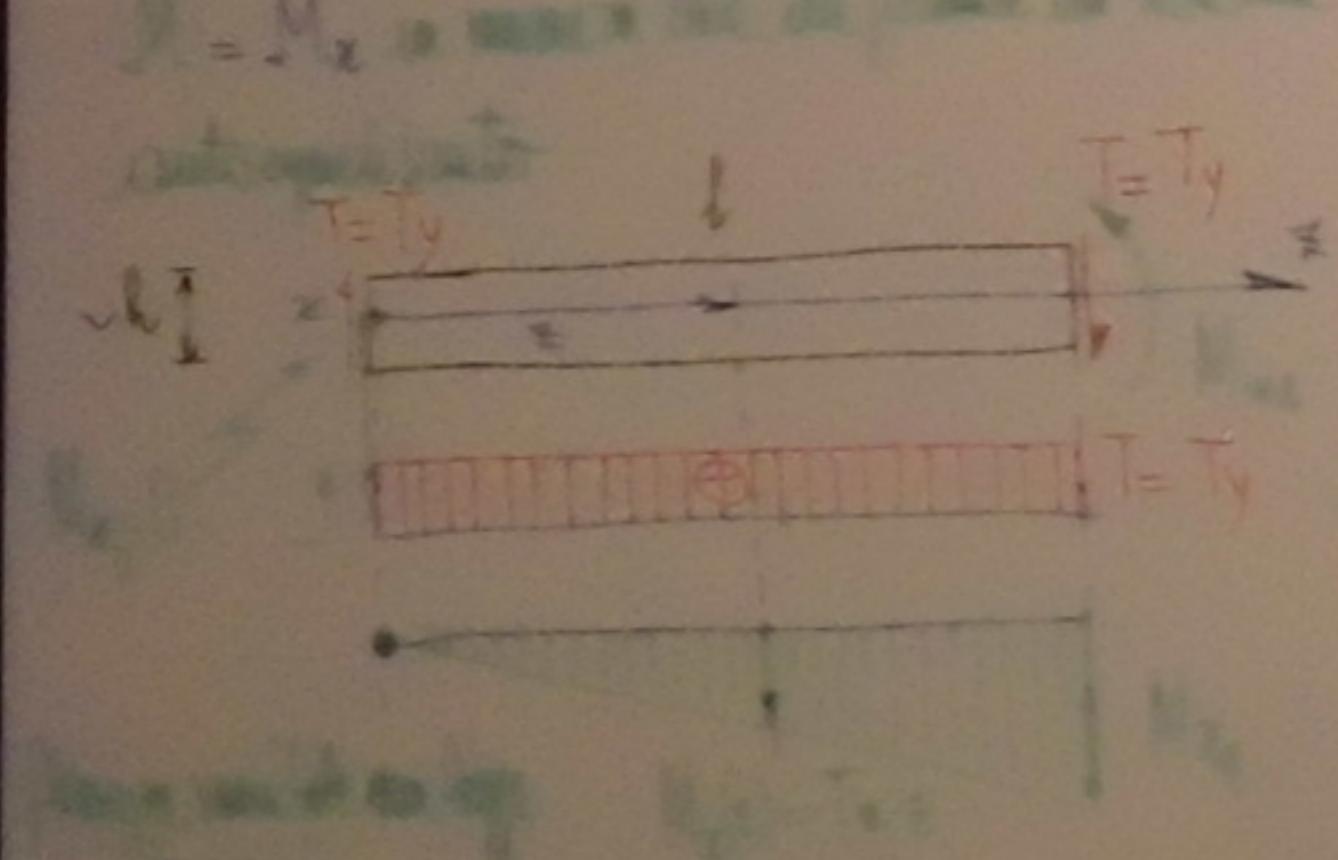
Fondete sul ragionamento di qui seguito, alla trattazione di Jourawsky.



- $T = T_y$  taglio netto
- $I_y$  momento di inerzia della sezione
- $S_y(z)$  spazio di inerzia della sezione
- $y(z)$  curva della linea di carica

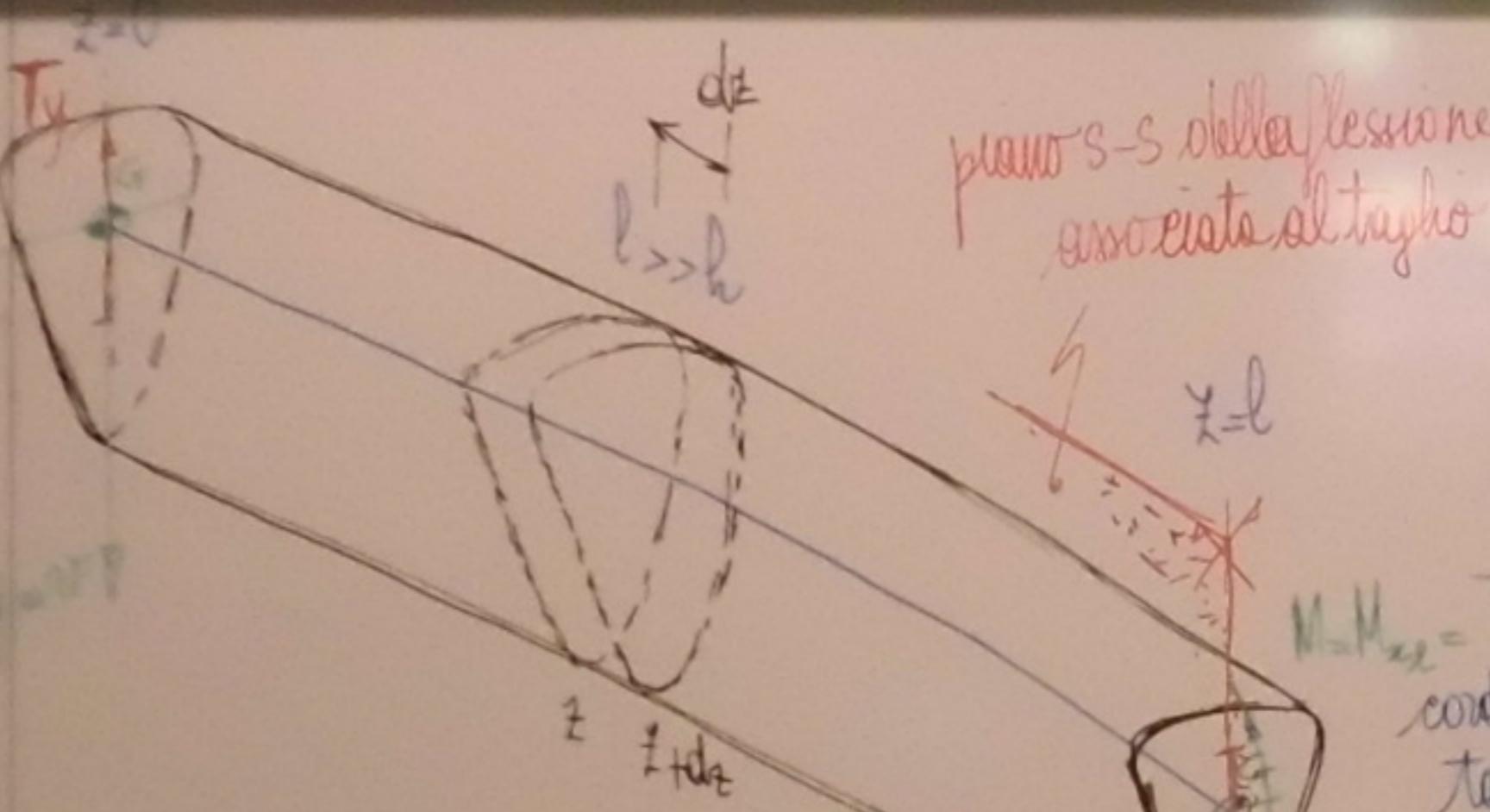
### 3) Taglio o tensione composta $T = T_y$

In questo caso di DSV le forze di superficie segnate sulle basi del prisma di DSV sono equivalenti ad un'azione tagliente  $T = T_y$ .



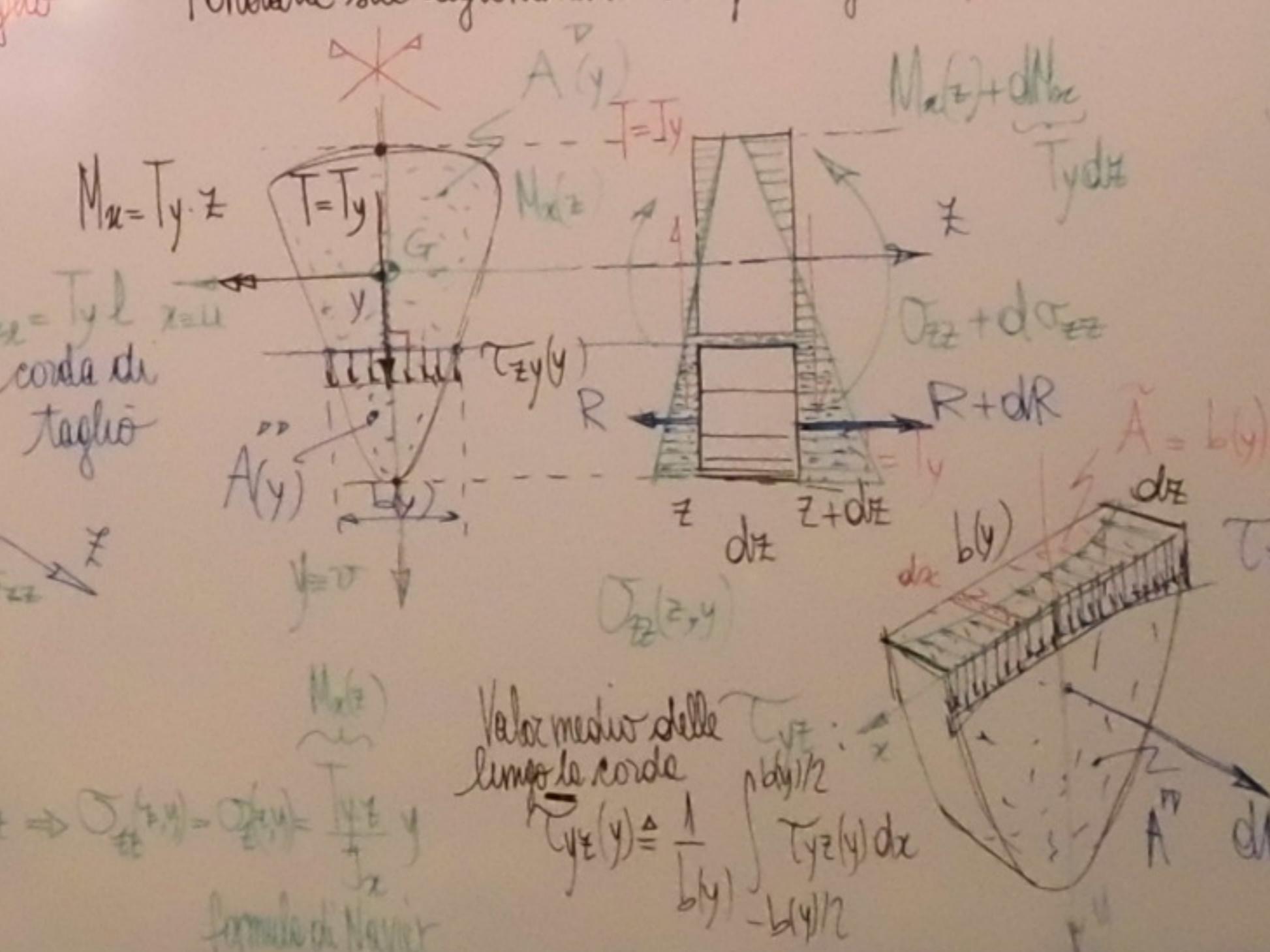
Ipotizziamo di considerare sezioni simmetriche (asse y di simmetria) e parallele lungo l'asse di simmetria ( $T = T_y$ ). Tale asse y è quindi anche l'asse s-s delle tensioni (rette).

piano s-s della lesione  
associata al taglio



- Trattazione approssimata del taglio alla D.J. Jourawsky (~1856)

Fondate sul ragionamento di quel seguente, alla trattazione iniziale di porzione di concio:



N.B.  $\theta = \delta_x = \delta_x + \delta_z$   
 $\text{G} \times$

$$\int_{\tilde{A}} \tau_{yz} dh = dR = \int_{\tilde{A}} dz \cdot dA = \int_{\tilde{A}} T_y dz dy dA$$

$$\bar{\tau}_{yz} b(y) = \frac{T_y}{J_x} S_z(y) = -\frac{T_y}{J_x} y dA$$

$$\bar{\tau}_{zy}(z, y) \approx \bar{\tau}_{zy}(y) = \frac{T_y}{J_x} S_z(y) = -\frac{T_y}{J_x} S_z(y)$$

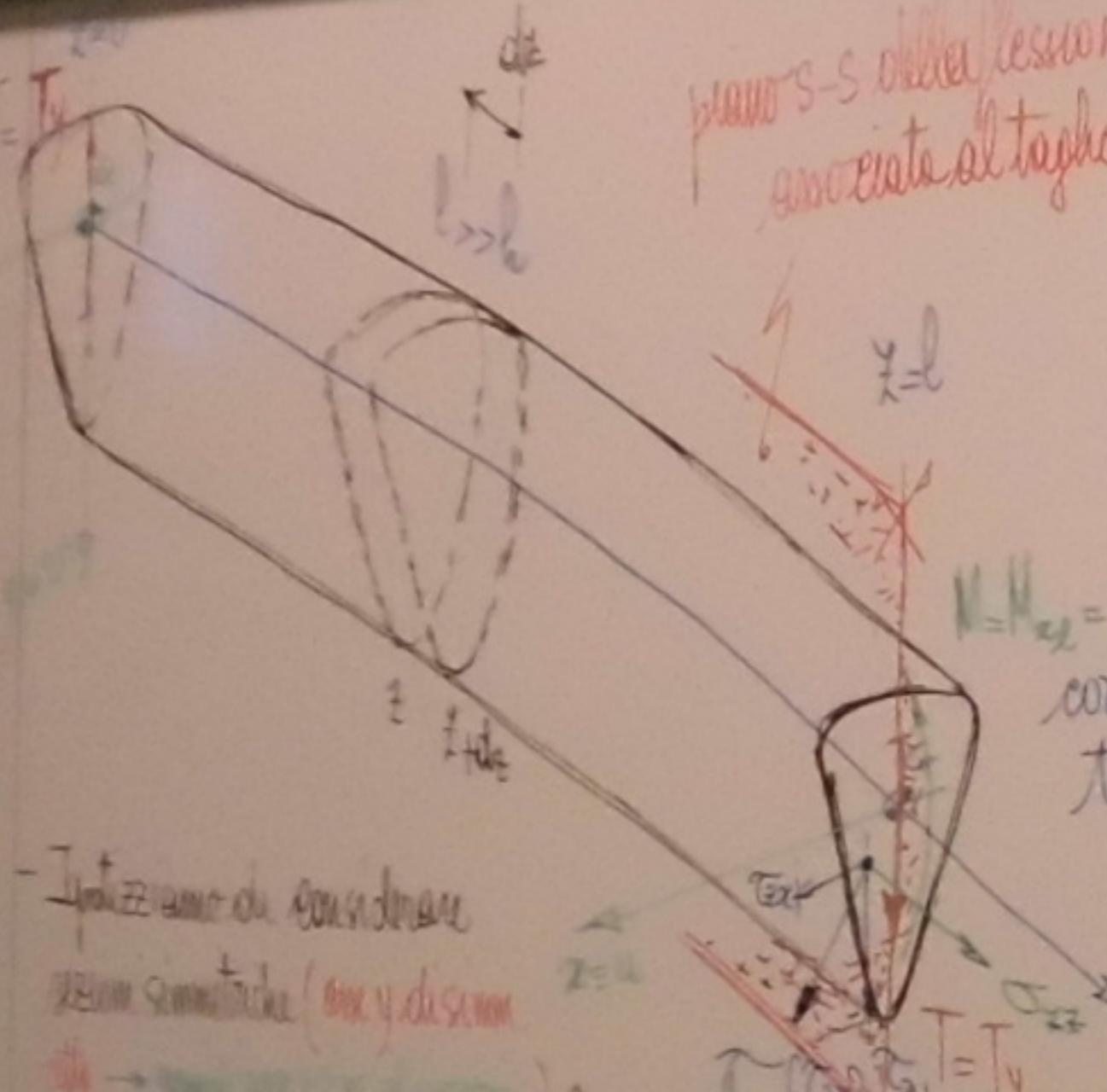
$$T_{zy} = \bar{\tau}_{zy} \cdot b(y) \quad \text{approssimazione}$$

J. formula di Jourawsky

- $T = T_y$  taglio assiale
- $J_x$  momento di inerzia intorno all'asse neutro della sezione attivato al taglio
- $S_z(y)$  momento statico di  $T_y$  rispetto all'asse  $b(y)$  larghezza delle corde al taglio

3) piano d'azione composto

In quanto esercizio D.S. la parte di superficie eguale nelle barre di forma ha P.I. per equivalente ad un unico segmento  $T = T_y$

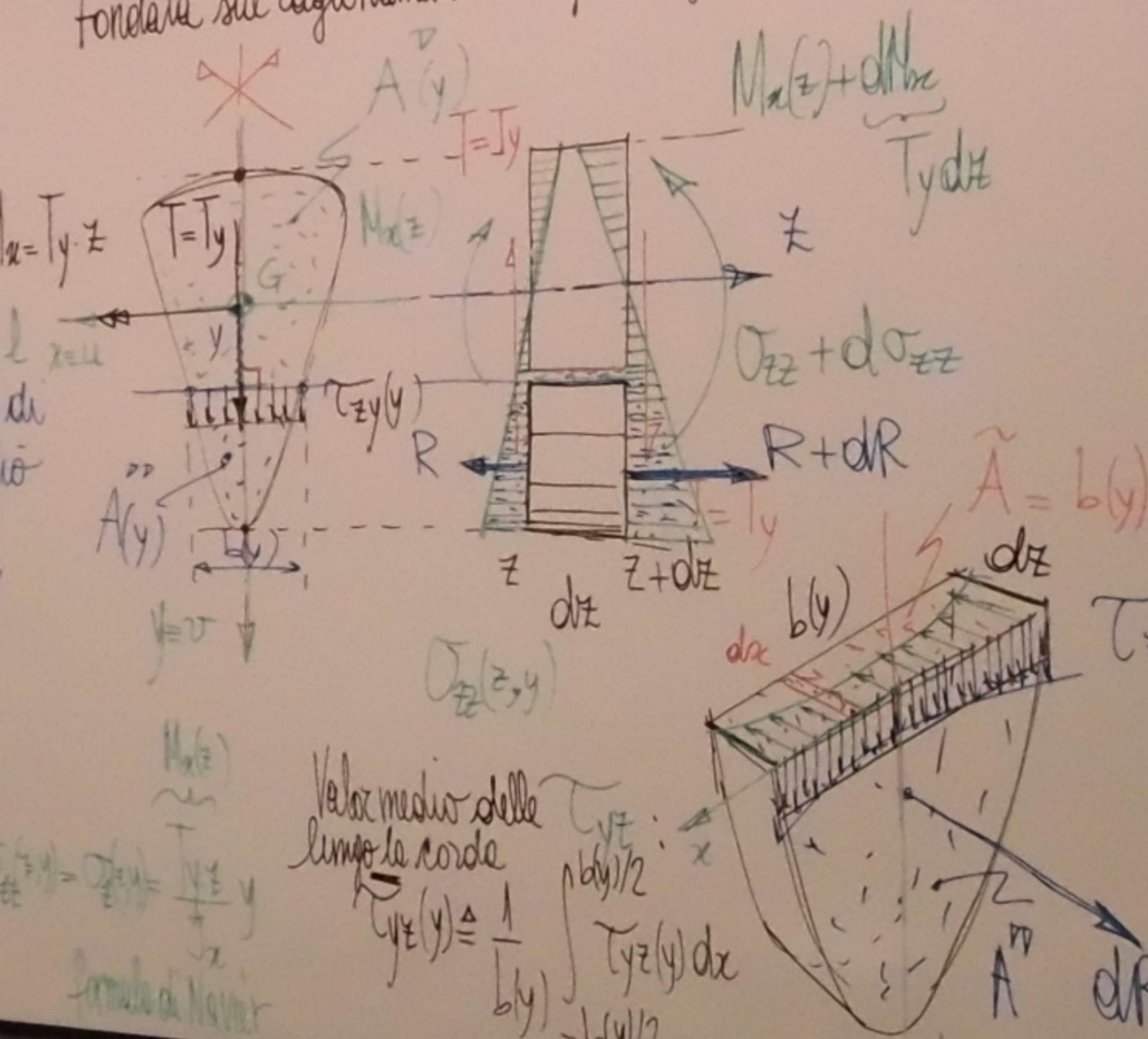


- Trattazione di grandezza assimmetrica (non dissimmetrica)

rispetto alla linea di simmetria ( $T = T_y$ ). Tale linea è quindi anche l'asse s.s. delle flessioni (flessione assorbita dal taglio).

piano s.s. della flessione associata al taglio

- Trattazione approssimata del taglio alla D.J. Jourawsky (~1856)  
Fondata sul ragionamento di equil. seguente, alla traslazione in z di porzione di conio:



$$T_{zy}(y) \approx \frac{T_y S_x(y)}{I_x}$$

$$\text{N.B. } 0 = S_x = S_x + T_x$$

$GEx$

$$\int_{A''} T_y dz = \int_{A''} dS_x dA = \int_{A''} T_y dz y dA$$

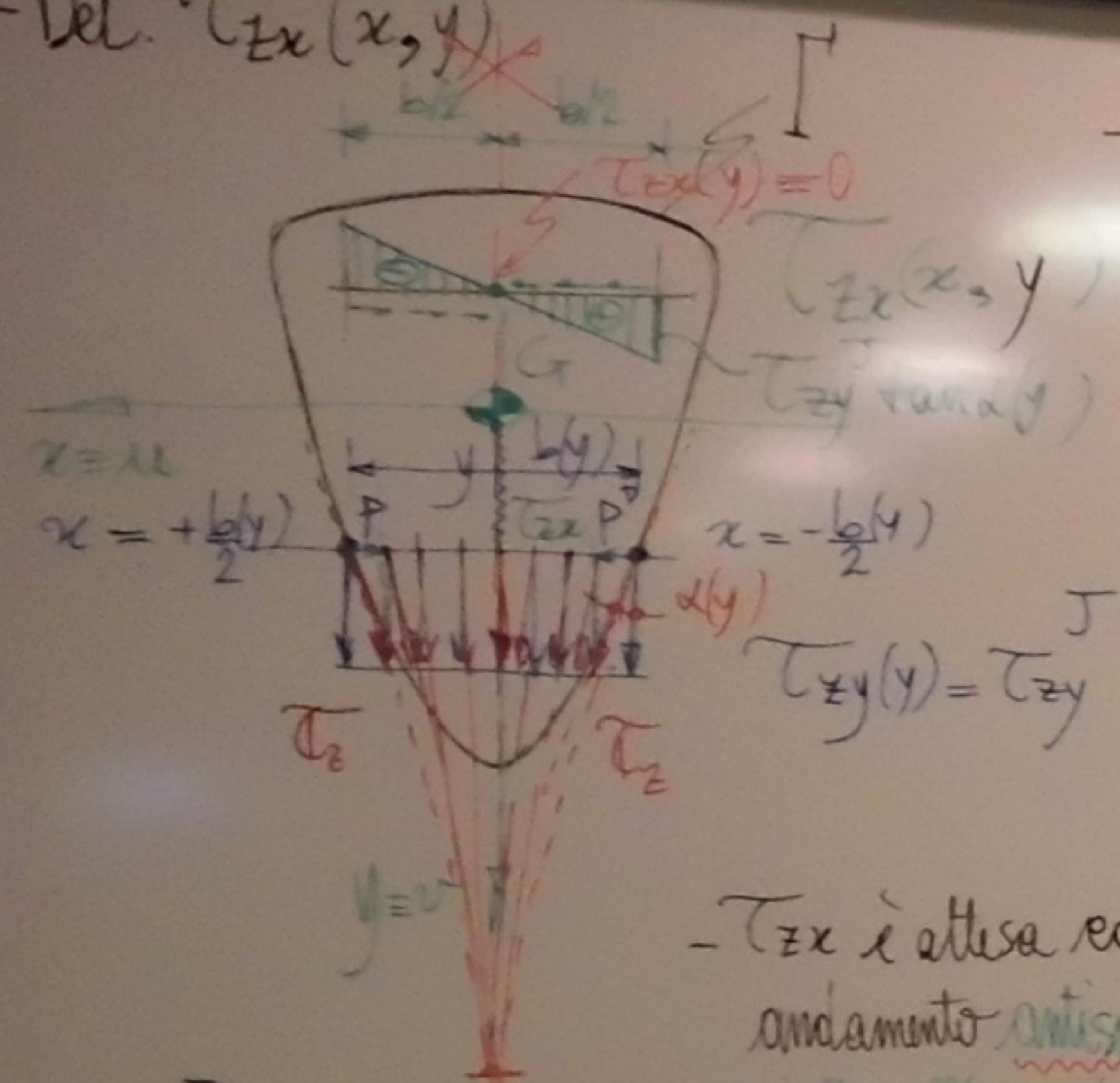
$$\bar{T}_{zy} b(y) = \frac{T_y}{\bar{S}_x} \bar{S}_x(y) \Rightarrow \bar{S}_x = \int_{A''} y dA$$

$$\bar{T}_{zy}(x, y) \approx \bar{T}_{zy}(y) = \frac{T_y S_x(y)}{\bar{S}_x b(y)} = - \frac{T_y S_x(y)}{\bar{S}_x b(y)}$$

J. formula di Jourawsky

- $T = T_y$  taglio agente
- $\bar{S}_x$  momento d'inerzia delle sez. trans. rispetto all'asse neutro delle flessioni associate al taglio
- $S_x(y)$  momento statico di  $A''(y)$  rispetto all'asse x
- $b(y)$  larghezza delle corde di taglio

- Det.  $T_{zx}(x, y)$



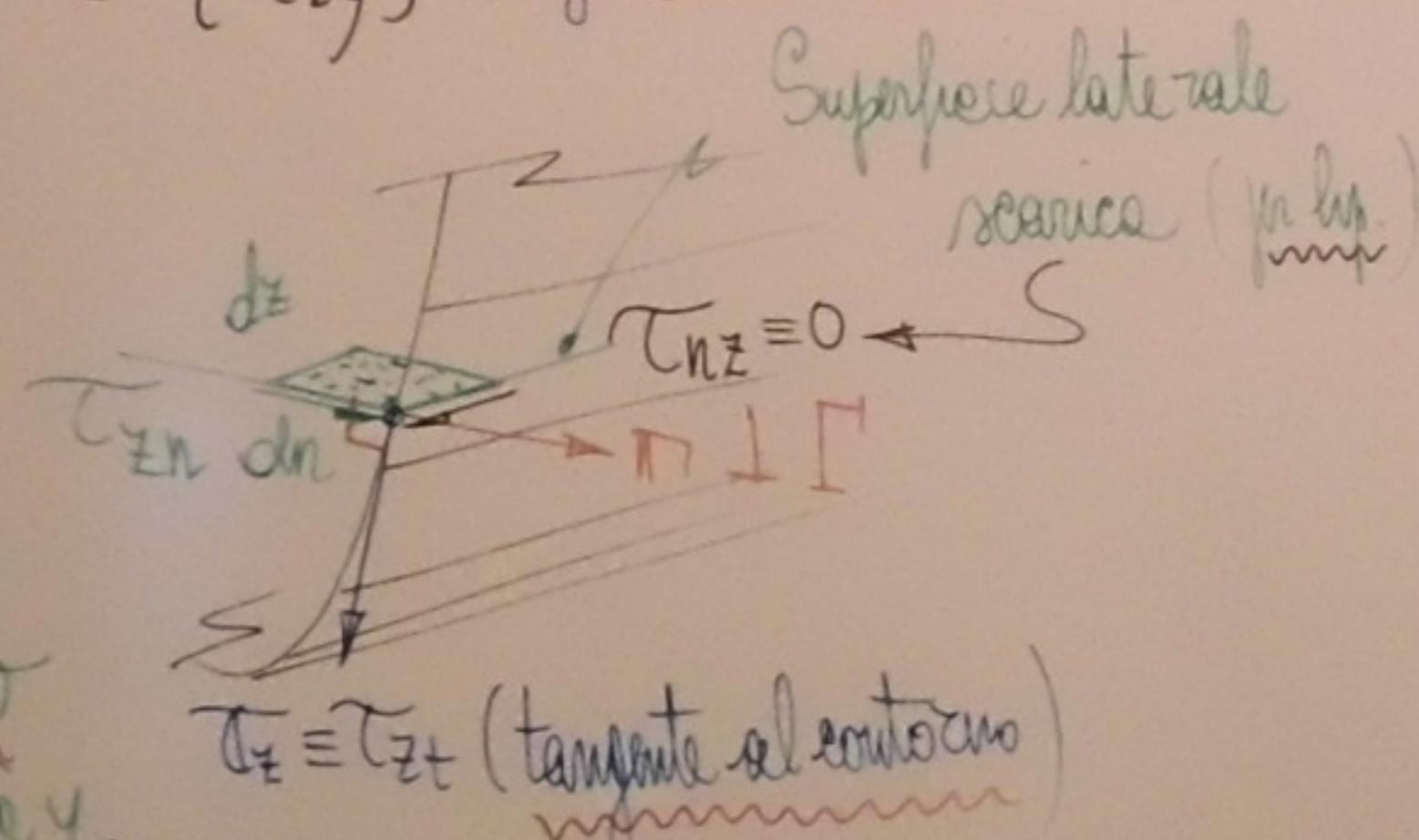
-  $T_{zx}$  è attesa con andamento antisimmetrico rispetto all'asse di simmetria  $y$ , con valore nullo sull'asse di simmetria

in  $P, P'$

$$T_{zy} = T_{zy}(\text{lungo } y)$$

- N.B.

Ove il contorno  $\Gamma$  risulti inclinato (di  $\alpha(y)$ ) rispetto ad  $y$ , nei punti  $P$  e  $P'$  deve risultare presente una  $T_{zx}$  tale da rendere il vettore  $T_z = \{T_{zx}\}$  tangente al contorno



$$T_z \equiv T_zt \quad (\text{tangente al contorno})$$

- In base all'approssimazione di Boussinesq  $T_{zy}(x, y) = T_{zy}(y)$ , dalle eq.m. indel di equil. risulta che  $T_{zx}(x, y)$  è costante lungo la corda:

$$\operatorname{div} \sigma + f = 0 \Leftrightarrow \sigma_{j,j} + f_j = 0, j=1, 3$$

$$\text{prendiamo } j=3=z \quad \sigma_{xz,x} + \sigma_{yz,y} + \sigma_{zz,z} = 0 \quad \text{lim}_{z \rightarrow \pm \frac{dy}{2}} = -\frac{\partial}{\partial z} T_{zx}(y)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( T_{zx,x} + T_{zy,y} + \sigma_{zz,z} \right) = 0$$

$$T_{zx} \text{ lineare in } x \Rightarrow T_{zx,xx} + T_{zy,yx} + \sigma_{zz,zz} = 0$$

(esattamente con l'ip. di J. si considerano le  $T_{zy}$  estese in  $x$  lungo la corda)

$$\begin{cases} T_{zy,xy} \\ T_{zy,yx} \\ T_{zx,xx} \end{cases}$$

- Per altro, date le  $T_{zy,y} = T_{zy}$

$$T_{zy,y} = -\frac{\partial}{\partial y} T_{zx}$$

$$=-\frac{\partial}{\partial y} T_{zx}$$

$$=\frac{\partial}{\partial y} T_{zx}$$

$$T_{zy,y} = T_{zy} - T_{zy}$$

$$=0$$

$$=0$$

$$=0$$

$$=0$$

$$=0$$

$$=0$$

$$=0$$

$$=0$$

$$=0$$

$$=0$$

$$=0$$

$$=0$$

$$=0$$

$$=0$$

- Det.  $T_{zx}(x, y)$   $\Gamma$   
 $\text{cong} = 0$   
 $T_{zx}(x, y)$   
 $\text{cong}$   
 $x = -\frac{b}{2}$   
 $y$   
 $T_{zy}(y) = T_{zy}$   
 $T_{zy}(y) = T_{zy}$   
 $T_z$   
 $T_z$   
 $-T_{zx}$  i altre reazioni  
 accanto

- Tex è atteso con  
ancamento disgustato  
disgustato  
con palmo aperto nell'aria di sventate

- N.B. Ove il contorno  $\Gamma$  risulti inclinato (di  $\alpha(y)$ ) rispetto ad y, nei punti P e  $P'$  deve risultare presente una  $T_{zx}$  tale da rendere il vettore

- In base all'approx di Bourawsky  $T_{xy}(x,y) = \bar{T}_{xy}(y)$ ,  
dalle eq.m midel di equil, risulta che  $T_{zx}(x,y)$  è lineare  
lungo la corda:  $= 0$  per ip.

lungo la corda:  $\nabla \cdot \vec{F} = 0$  per ip.

$$\text{div } \vec{\sigma} + \vec{F} = 0 \iff \sigma_{ij,i} + F_j = 0, \quad j=1,2,3$$

$$\text{prendiamo } j=3=z \quad \sigma_{xz,x} + \sigma_{yz,y} + \sigma_{zz,z} = 0$$

$$T_{zx}^J \text{ linear in } x = T_{zx,zx} + T_{zy,zy} + \sigma_{zz,zz} = 0$$

( coerentemente con l'ip. di J. di considerare le  $T_{2g}$  esistenti in x l'una o la corda )

$T^{24,xy}$   $O^{22,xz}$

- Pertanto, date le  $T_{xy}(x_3, y) = T_{zy}(y)$

$$\begin{aligned} T_{xx}(x,y) &= - \frac{\tan \alpha + \frac{1}{2}}{b(y)/2} x \\ \text{from eq. 4 one} \\ \tan \alpha &= \frac{b'(y)}{b(y)} \\ \tan \alpha &= \pm \frac{b'(y)}{2} \\ \sin \alpha &= \pm \frac{b'(y)}{2} \end{aligned}$$

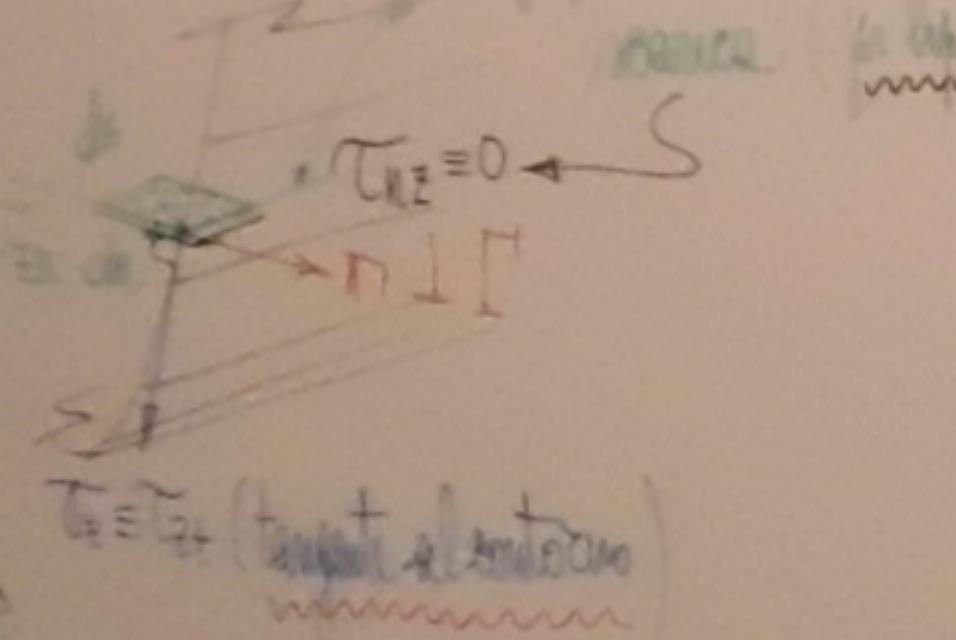
~~Appendix~~ formula di Januski

- $T = T_y$  taglio orizzontale
  - $J_x$  momento di inerzia rispetto all'asse longitudinale  
per rettangolo
  - $S_y$  momento statico di  $A^M$  rispetto all'asse  $y$
  - $b_y$  larghezza della sezione di base

- NB. Che il vettore  $\vec{T}$  nella indurata (di  $\alpha(y)$ ) rispetto ad  $y$ , nel punto  $P \in P'$  deve risultare parallelo a  $\vec{T}_{zx}$  tale da rendere il vettore lungo la corda:

$$\vec{T}_z = \begin{pmatrix} T_{zx} \\ T_{zy} \end{pmatrix} \text{ tangente al contorno}$$

Superficie laterale



$T_{zy} = T_{zx}$  (tangente al contorno)

- In base all'approx di Jourawsky  $T_{zy}(x,y) = \bar{T}_{zy}(y)$ , delle eq. in molti di equal, risulta che  $T_{zx}(x,y)$  è lineare

lungo la corda:

$$\text{div } \sigma + \vec{F} = 0 \Leftrightarrow \sigma_{ij,i} + F_j = 0, \quad j=1,2,3$$

$$\text{prendiamo } j=3=z \quad \sigma_{xz,x} + \sigma_{yz,y} + \sigma_{zz,z} = 0$$

$$\sigma_x = \frac{\partial}{\partial z} \Rightarrow (\sigma_{zz,x} + \sigma_{zy,y} + \sigma_{zx,z} = 0)_x$$

$$T_{zx} \text{ lineare in } x \Rightarrow \sigma_{zx,x} + \sigma_{zy,yx} + \sigma_{zz,zx} = 0$$

(correntemente con l'ip di J. di considerare le  $T_{zy}$  costanti in  $x$  lungo la corda)

$$\underbrace{T_{zy,xy}}_0 \quad \underbrace{\sigma_{zz,zx}}_0$$

(Th. di Schwarz)

- Pertanto, date le  $T_{zy}(x,y) = \bar{T}_{zy}(y)$

$$T_{zx}(x,y) = - \frac{\bar{T}_{zy} \tan \alpha(y)}{b(y)/2} x$$

$$= - 2 \frac{\bar{T}_{zy}(y) \tan \alpha(y)}{b(y)} x$$

$$= - 2 \frac{T_y S_x(y) \tan \alpha(y)}{I_x b^2(y)} x$$

$$T_{zy}(x,y) \approx \bar{T}_{zy}(y) = \frac{T_y S_x(y)}{I_x b(y)} = - \frac{T_y S_x(y)}{I_x b(y)}$$

Appross di J. formula di Jourawsky

-  $T = T_y$  taglio agente

-  $I_x$  momento d'inerzia della sezione rispetto ad  $x$

-  $S_x(y)$  momento statico di  $A''(y)$  rispetto all'asse  $x$  (essere neutro delle flessioni associate al taglio)

-  $b(y)$  larghezza delle corde di taglio