

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

L-23 Ingegneria delle Tecnologie per l'Edilizia

Scienza delle Costruzioni

(ICAR/08 - SdC ; 9 CFU)

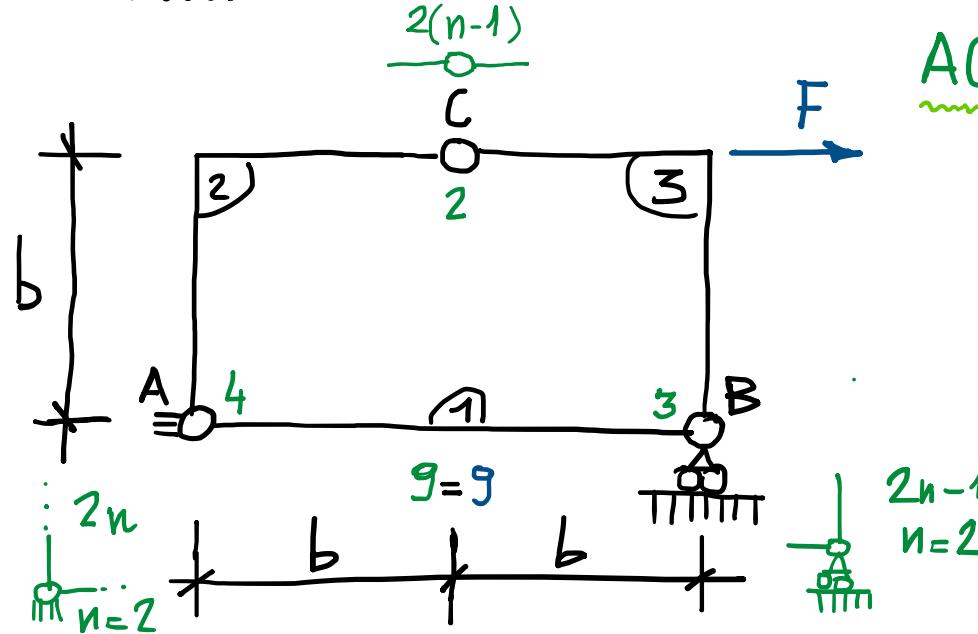
A.A. 2021/2022

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@unibg.it

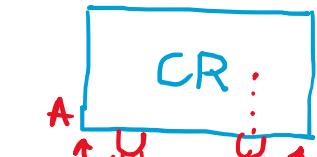
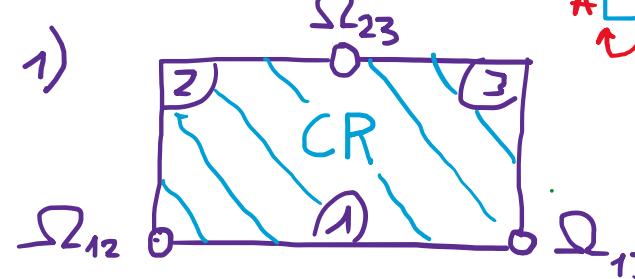
LEZIONE 05

Calcolo RV: Sistemi articolati di corpi rigidi



NB: La ricostruzione delle sequenze di montaggio in generale non risulta univoca, cioè può prestarsi a possibili interpretazioni alternative (con lo stesso risultato finale). \Rightarrow di labilità o meno

AC: 1)



Ω_{CR}

A.C.I. contro cerniere interne non allineate

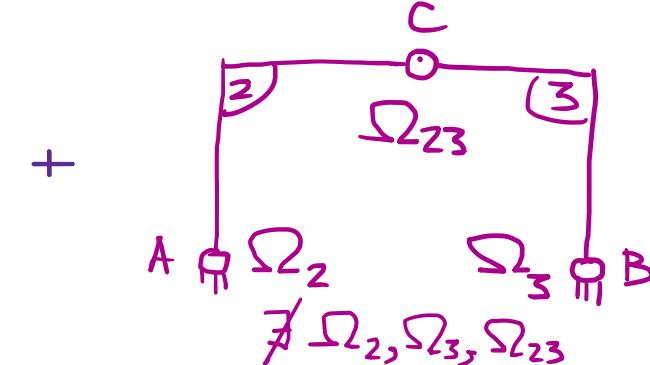
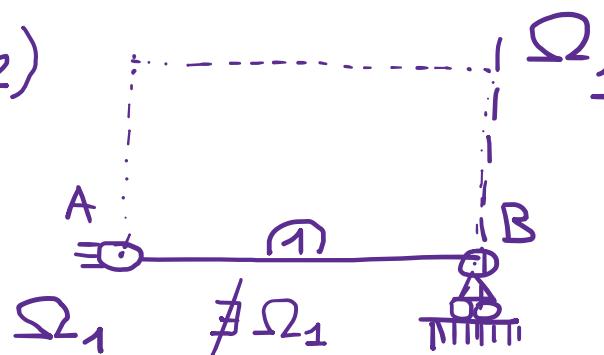
$\# \Omega_{12}, \Omega_{23}, \Omega_{34}$

ISOSTATICA

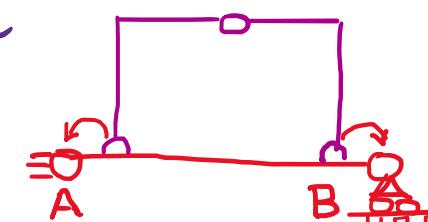
$\# \Omega_{CR}$

posto a fissa con schema cerniere-carrello avente...

2)



asta cerniere-carrello
avente asse non passante
per le cerniere

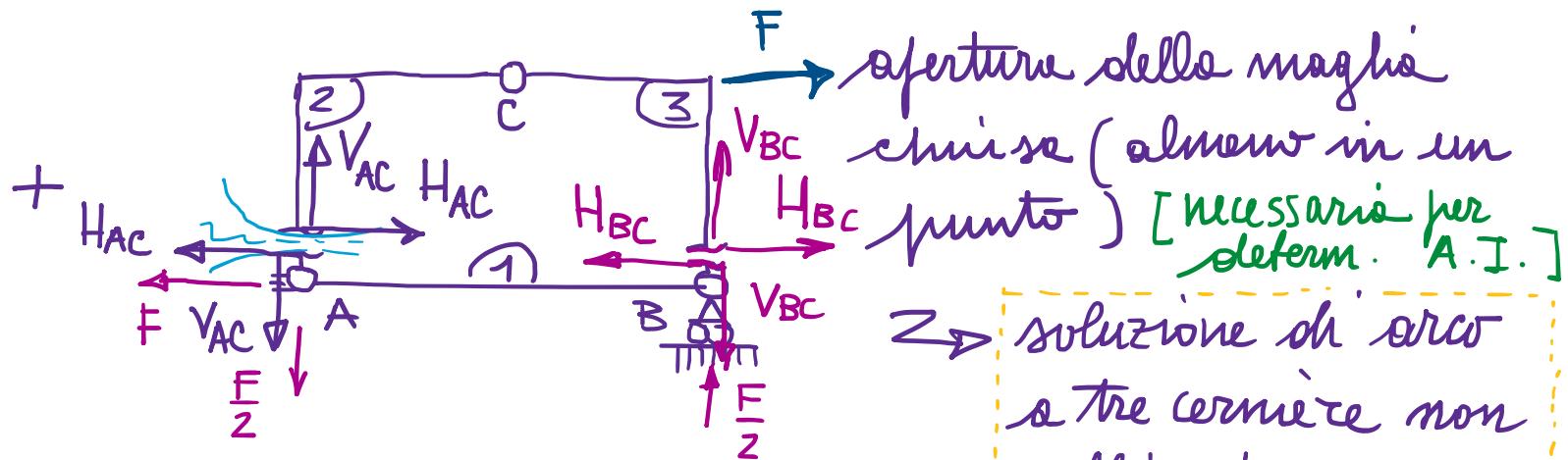
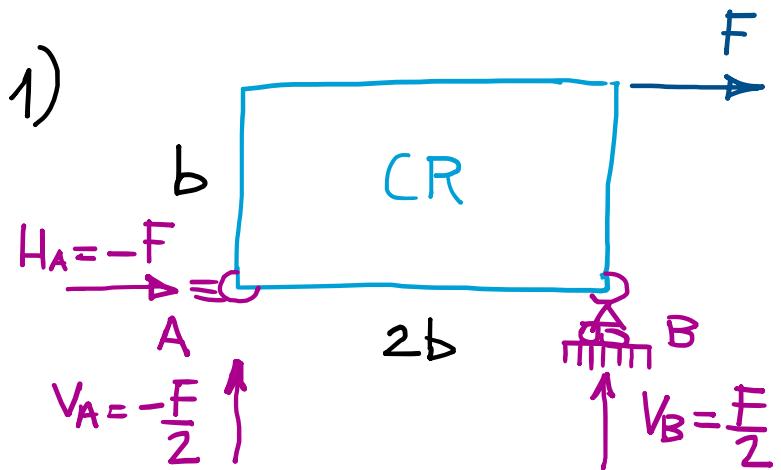


caso 2 cerniere
non allineate

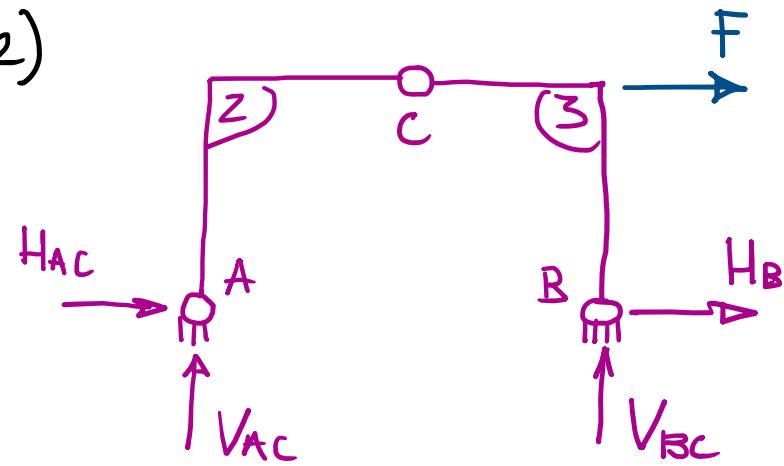
AS : Calcolo delle RV \rightarrow (e delle Azioni Interne) - Secondo sequenza inversa rispetto ad AC

A.I.

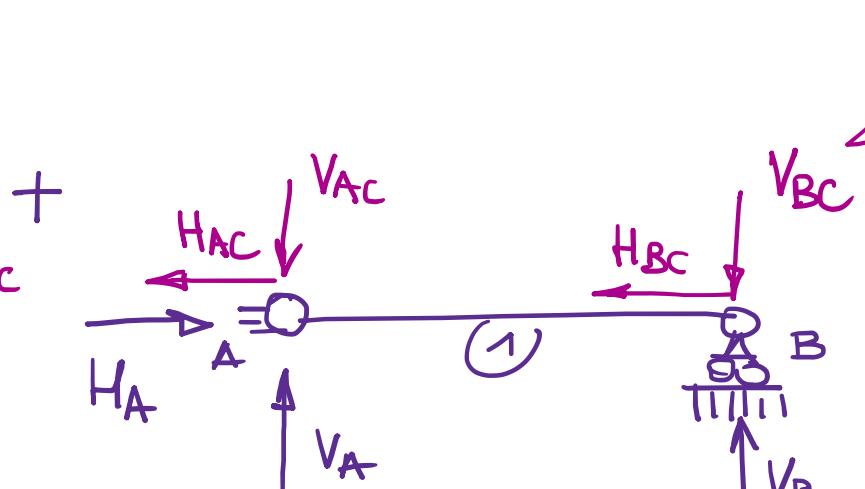
1)



2)

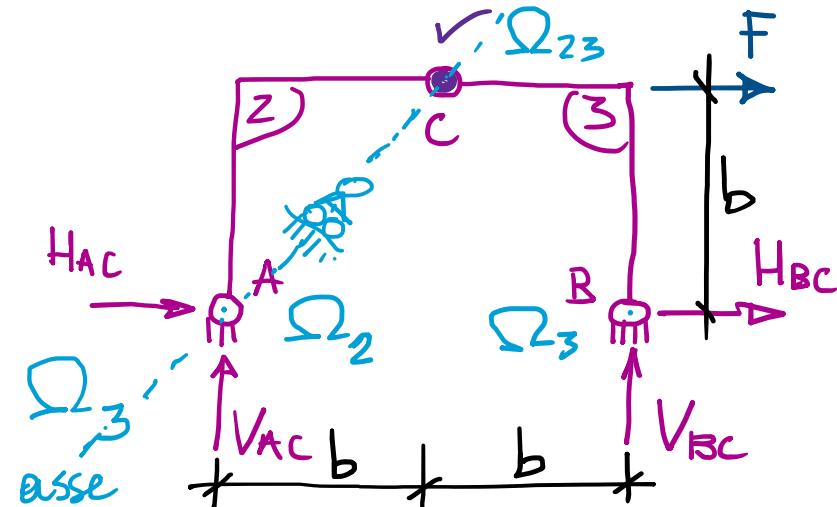


arc e tre cerniere non allineate



(l'asta si fa carico di tutto ciò che proviene da sopra, che supporta).

- Soluzione di arco e tre cerniere non allineate:



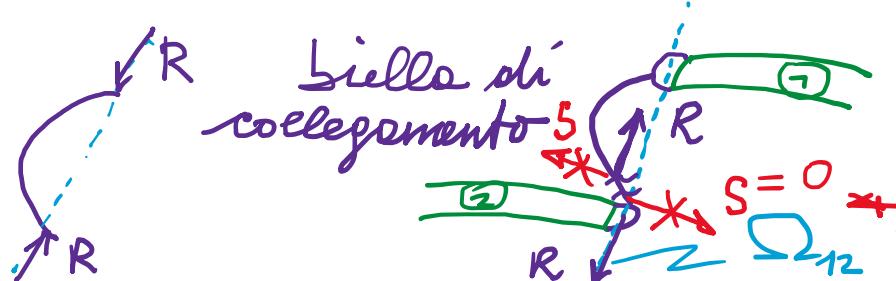
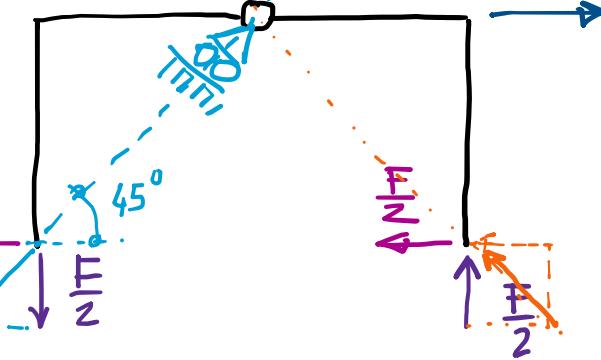
4 incognite RV: $H_{AC}, V_{AC}; H_{BC}, V_{BC}$

Occorrono 4 eq. ni di equilibrio, in particolare comprendente anche l'equilibrio relativo, qui tra l'esta 2 e l'esta 3, in corrispondenza dello snodo (cerniere relativa propria) in C.

Equazioni di equilibrio (sistema lineare, di 4 eq. ni in 4 incognite):

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_{B_i}^{2+3} = 0 \Rightarrow -V_{AC} 2b - Fb = 0 \Rightarrow V_{AC} = -\frac{F}{2} \\ \sum M_{A_i}^{2+3} = 0 \Rightarrow V_{BC} 2b - Fb = 0 \Rightarrow V_{BC} = \frac{F}{2} \\ \text{equil. rel. tra 2 e 3} \quad \sum M_{C_i}^2 = 0 \Rightarrow H_{AC} b - V_{AC} b = 0 \Rightarrow H_{AC} = V_{AC} = -\frac{F}{2} \\ \sum F_{x_i}^{2+3} = 0 \Rightarrow H_{AC} + H_{BC} + F = 0 \Rightarrow H_{BC} = -F - H_{AC} = -\frac{F}{2} \end{array} \right.$$

(qui F non dà momento rispetto a C)



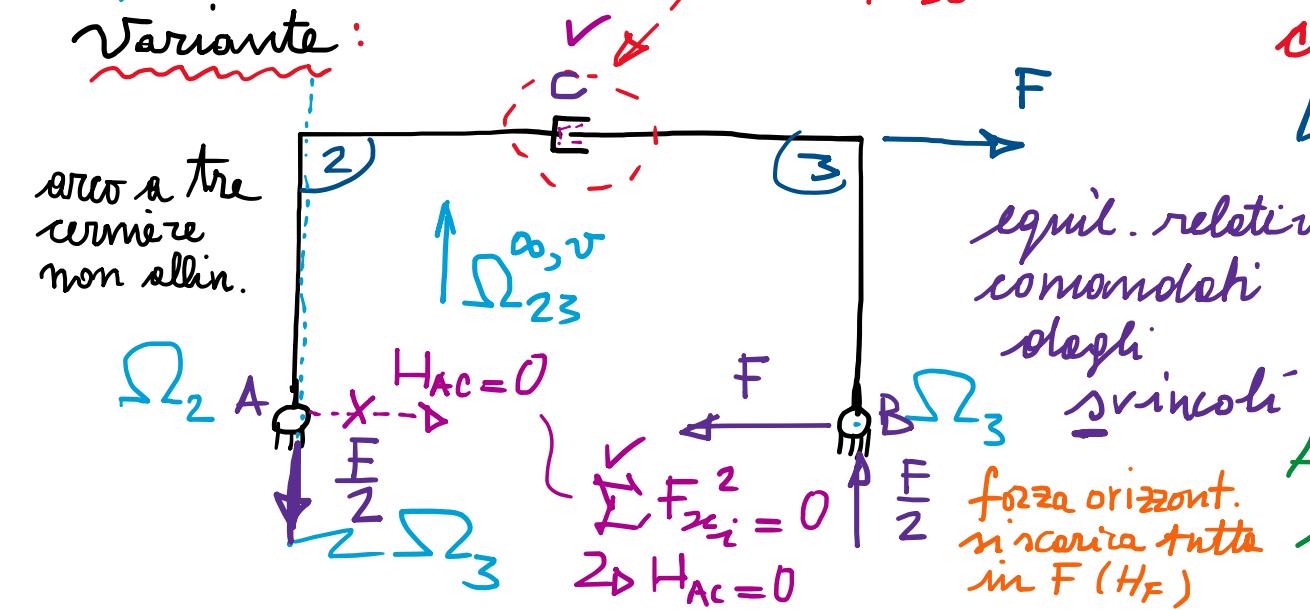
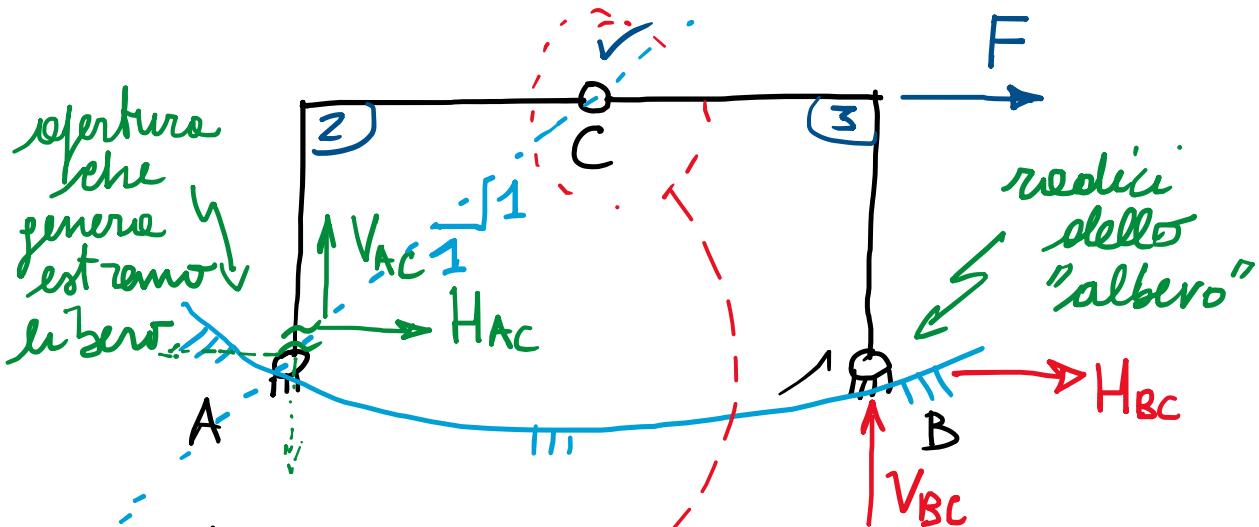
ruolo "statico" delle biella (senza azioni esterne su di essa applicate) \Rightarrow biella "statica"

$$R_A = \frac{\sqrt{2}}{2} F$$

$$R_B = \frac{\sqrt{2}}{2} F$$

lungo l'asse delle bielle 2

- Risoluzione tramite "schema ad albero": prevede la rimozione di tutte le meglio chiuse (aprendo in un solo punto) \Rightarrow risoluzione "ottimizzata" [incluso quelle formate dalle strutture con le ferre].

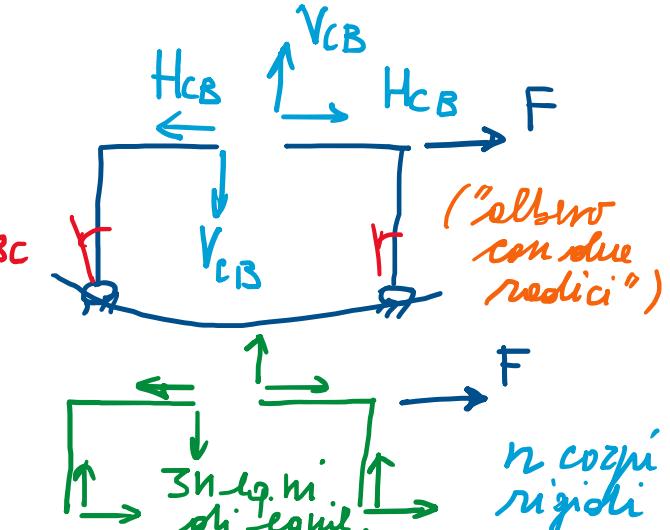
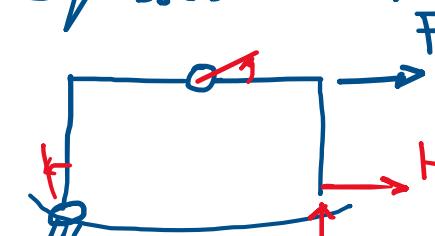


2 sole incognite: H_{AC}, V_{AC}

$$\begin{cases} \sum M_{C_i}^2 = 0 \Rightarrow H_{AC} = V_{AC} \text{ (vedi asse blu 2)} \\ \sum M_{B_i}^{2+3} = 0 \Rightarrow V_{AC} = -\frac{F}{2} \end{cases} \Rightarrow H_{AC} = -\frac{F}{2}$$

A volte del calcolo (tramite schema ad albero): equil. assoluti consentono il calcolo di rimanenti RV a terra: H_{BC}, V_{BC}

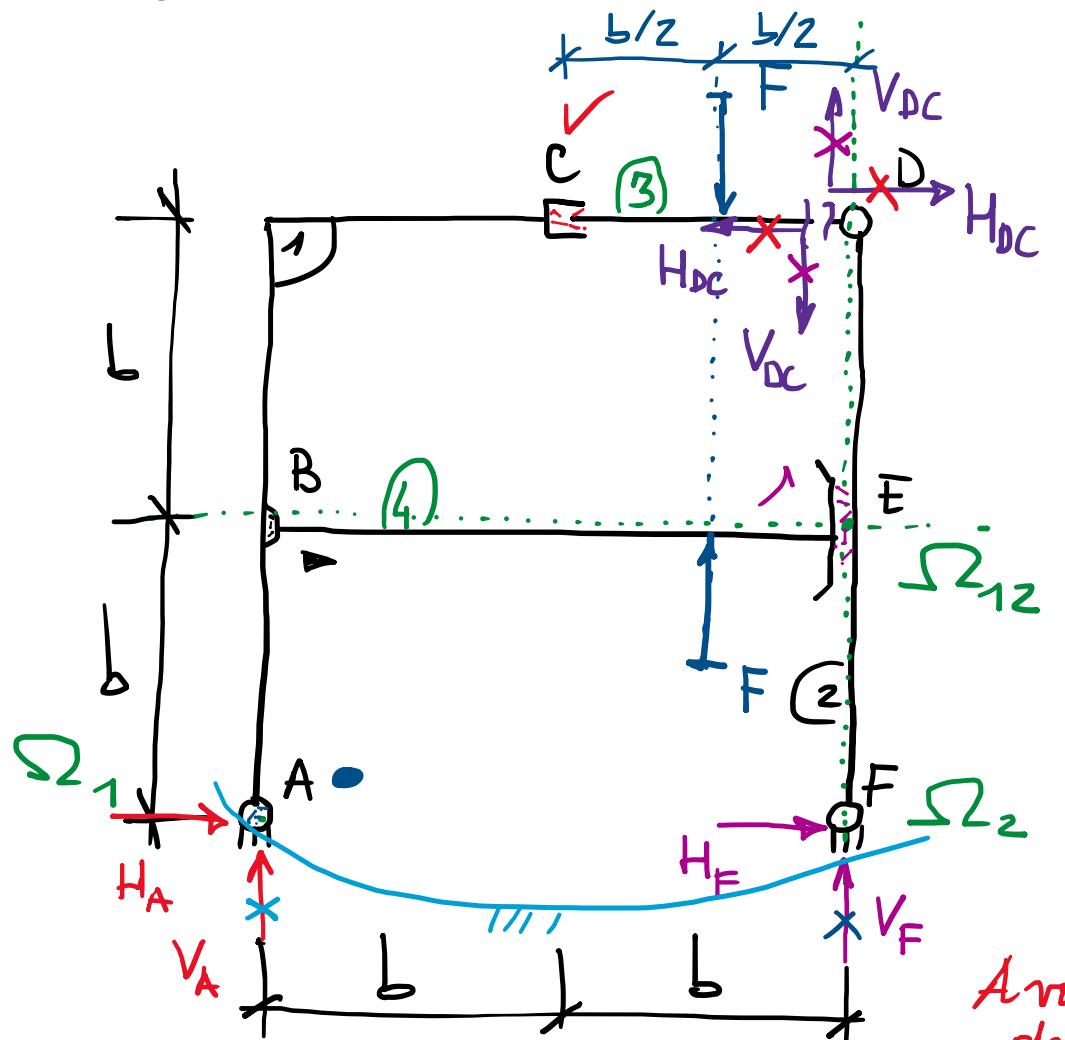
Altre possibilità:



All'estremo opposto c'è l'esplosivo: (6 eq. m. in 6 incognite)

n coppi rigidi

Esempio di quadrilatero articolato (riconducibile ad erco e te cerchiere non ellittiche)



soggetto e sisteme di forze auto-equilibrio
(e risultante nullo)

Schemi sull'albero \Rightarrow eq. ni di equilibrio
(assoluto e relativo); cominciate dagli
svincoli presenti

$$\sqrt{\sum F_{x_i}^3} = 0 \Rightarrow H_{DC} = 0$$

- $\sum M_{A_i} = 0 \Rightarrow V_F = 0$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{dc} = 0$$

$$\Delta \sum M_B^{2+4} = 0 \Rightarrow H_F = -\frac{3}{2} F$$

← uniche componenti

$$\begin{aligned} \text{A valle del rielcebo} \quad \sum F_{x_i} &= 0 \quad \Rightarrow \quad H_A = -H_F = \frac{3}{2} \\ \sum M_E &= 0 \quad \Rightarrow \quad V_A = 0 \end{aligned}$$

RV non
nulle

NB: pur essendo sistema autoequil. calcol
 ma con forze applicate a corpi rigidi
 differenti (3 e 4), $\mathbf{R}\mathbf{V} \neq 0$ in generale.