

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

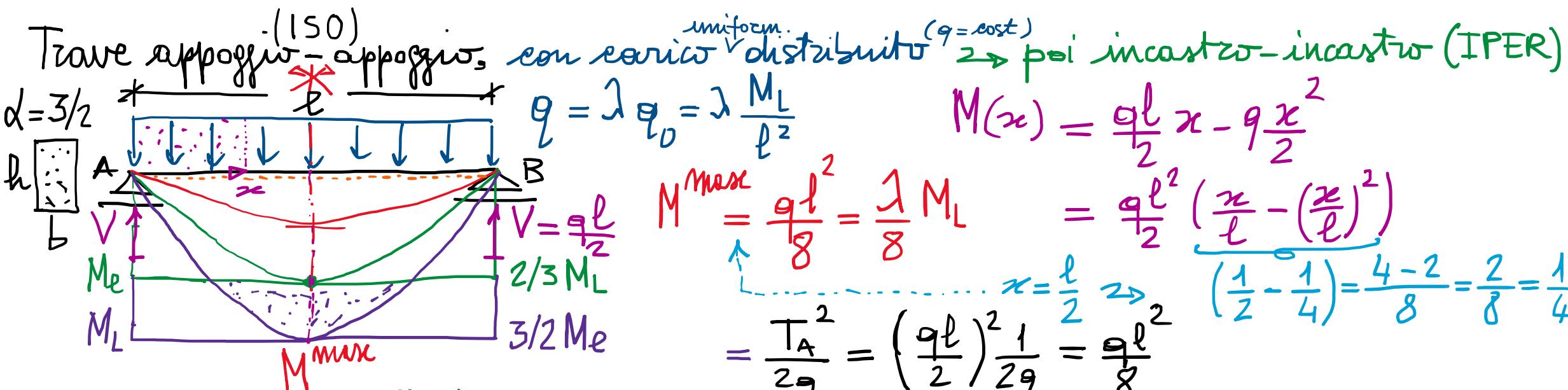
Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC; 6 CFU)

prof. Egidio RIZZI

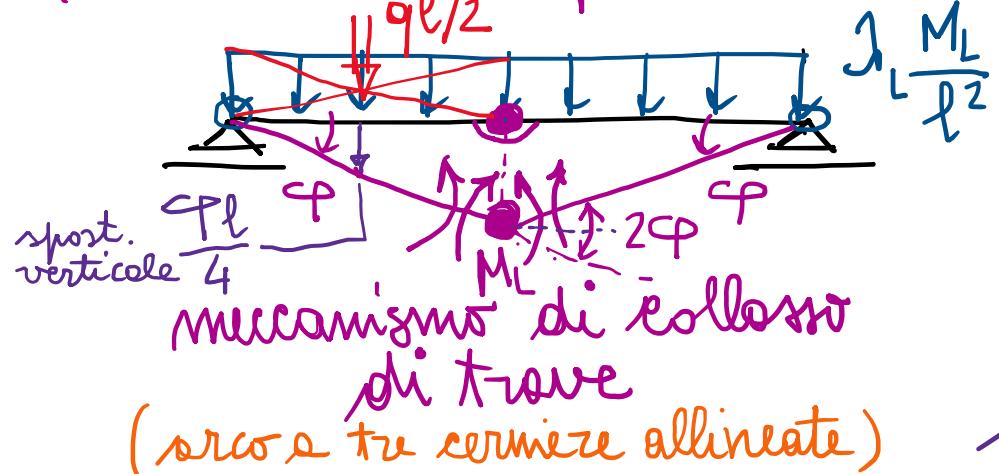
egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 25



- Limite elastico: $M = \frac{1}{8} M_L = M_e = \frac{2}{3} M_L \Rightarrow \lambda_e = \frac{16}{3} = 5.\bar{3}$ (Regime E $0 \leq \lambda \leq \lambda_e$)

- Collasso plastico: $M = \frac{1}{8} M_L = M_L \Rightarrow \lambda_e = \lambda_L = 8 = \frac{24}{3}$ (Regime EP $\lambda_e \leq \lambda \leq \lambda_L$)
(limite elastico nell'ip. di CP) $[+ 50\% \text{ rispetto a } \lambda_e]$



PLV: $\lambda_e = \frac{1}{2} \left(\frac{q l}{2} \right) + \frac{P}{4} \cancel{+ \lambda_L q_0} = \lambda_{ip} = D = M_L 2 \cancel{\downarrow}$

$\lambda_L = \frac{D}{\lambda_{eo}} = \frac{2 M_L \cancel{\downarrow}}{\frac{q_0 l}{4} \cancel{\downarrow}} = 8$ (come volevasi dim.)

(il moltiplicatore di collasso λ_L può agevolmente essere determinato, noto il meccanismo di collasso, re PLV)

equilibrio e
collasso incipiente

Risposta elastoplastica (analisi evolutiva)

"Freccce"  EJ
elastiche: $\frac{M_{max}}{EJ} = \frac{1}{24} \frac{q l^3}{EJ}$, $f_{max} = \frac{5}{384} \frac{q l^4}{EJ}$

Quindi, in campo elastico:

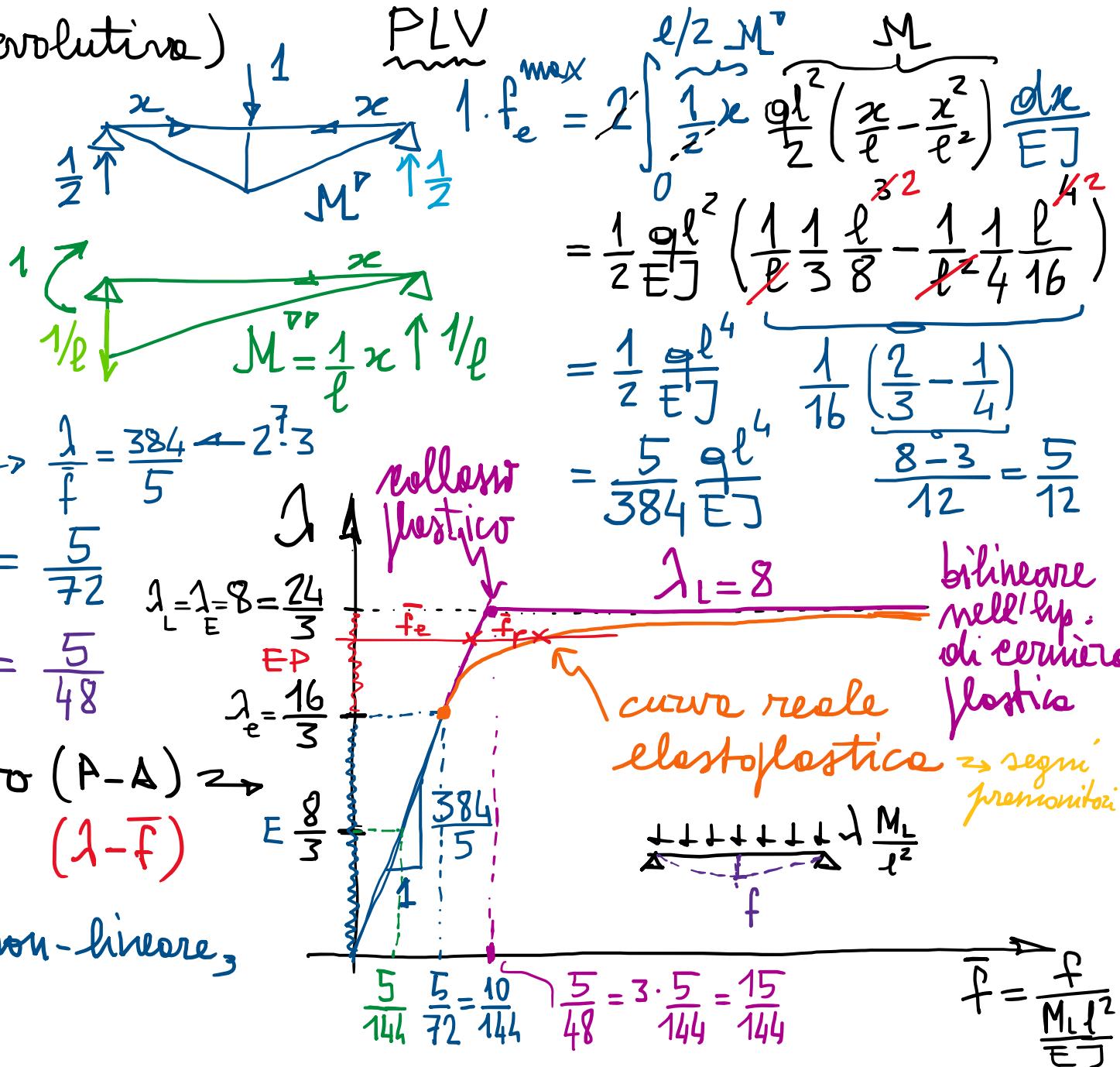
$$\bar{f} = \frac{5}{384} \cancel{\lambda / M_L l^2} \Rightarrow \bar{f} = \frac{5}{384} \lambda \Rightarrow \frac{1}{\bar{f}} = \frac{384}{5} \cancel{\lambda^2} \quad \text{2:3}$$

$$\bar{f}_e = \frac{5}{24} \cancel{\frac{16}{384}} = \frac{5}{72} \quad \begin{matrix} \text{collaps} \\ \text{plastico} \end{matrix}$$

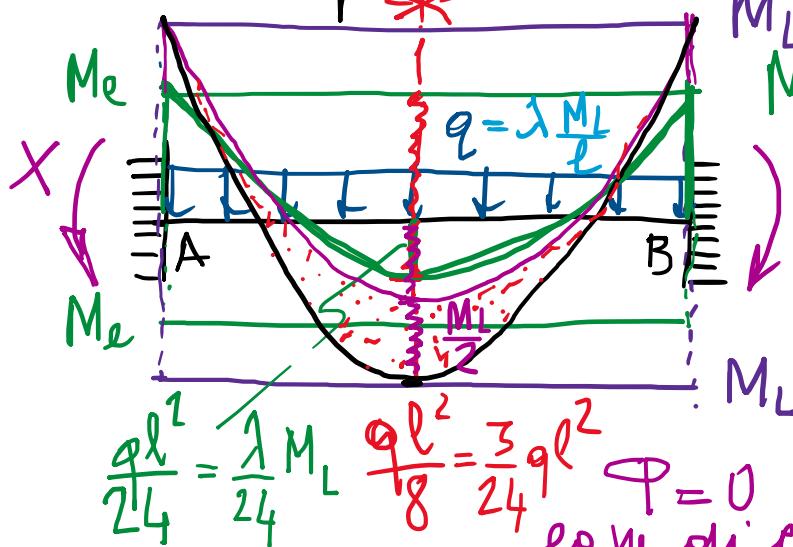
$$\bar{f}_E = \frac{5}{384} \cancel{\lambda} = \frac{5}{48}$$

Diagramma forza-spostamento ($A-A$) \Rightarrow
moltip. del rifer. - freccie $(1-\bar{f})$

Risposta evolutiva elastoplastica non-lineare,
per non-linearità di materiale.



Strutture iperstatiche (trave doppiamente incastrata)



$$\frac{ql^2}{24} = \frac{1}{24} M_L$$

$$\frac{ql^2}{8} = \frac{3}{24} ql^2$$

$$\text{ep. n. di congi.}$$

$$\Phi = 0$$

$$\text{Limite elastico: } \frac{\lambda_e}{12} M_L = M_e = \frac{2}{3} M_L \Rightarrow \boxed{\lambda_e = 8}$$

$$\text{Momento limite: } \frac{\lambda_E}{12} M_L = M_L \Rightarrow \boxed{\lambda_E = 12} \quad (\text{limite elastico nell'ip. di C.P.})$$

N.B.: Il momento può ancora crescere in campo, sino ad M_L , mediante ridistribuzione di sforzi (dei momenti), mentre si producono deformazioni plastiche nelle trave (localizzate in A e B nell'ip. di C.P.).

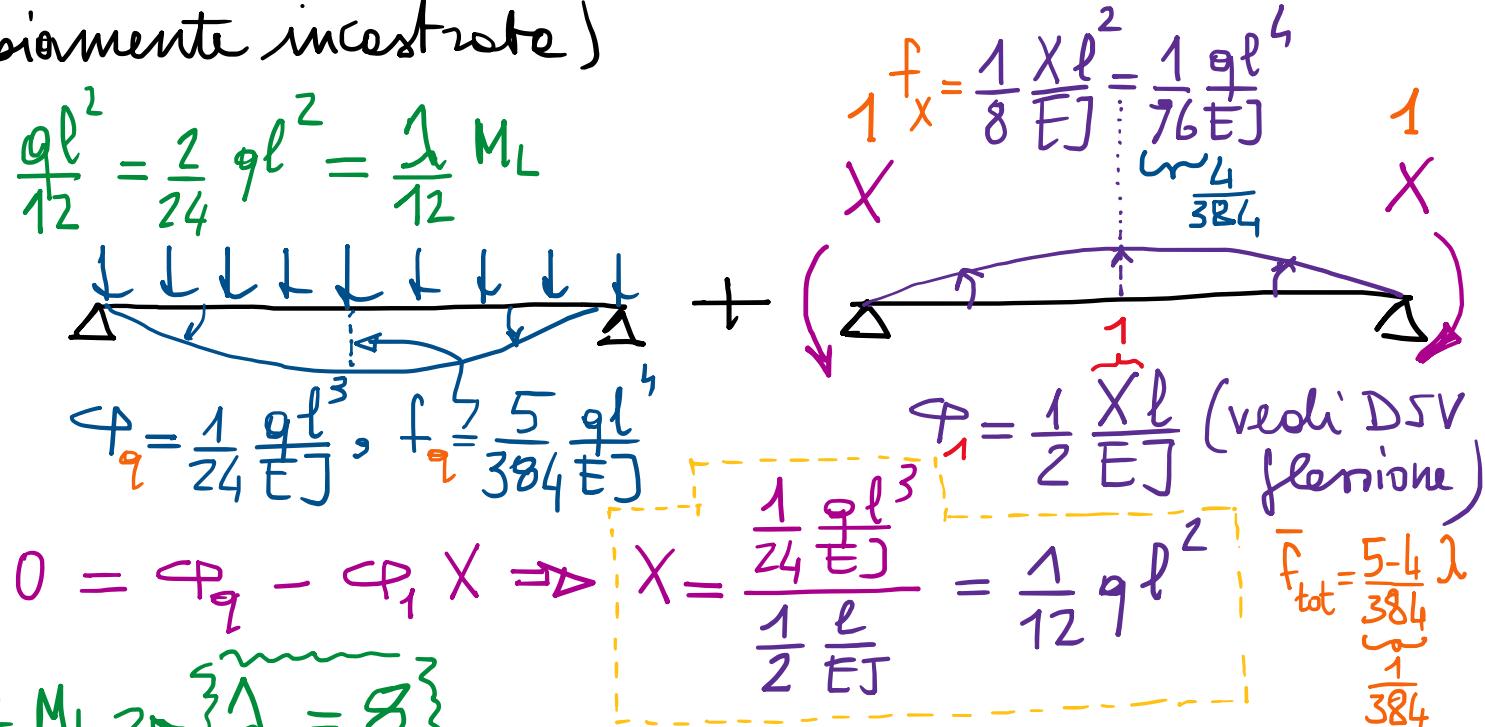
$$\Delta \lambda \Rightarrow M_{\max} = M_L \Rightarrow \Delta M = \frac{M_L}{2} = \frac{\Delta \lambda}{8} M_L$$



$$\Delta q = \Delta \lambda \frac{M_L}{l^2}$$

$$+33\% \quad \boxed{\lambda_L = 16}$$

$$\Delta M_{\max} = \frac{\Delta q l^2}{8} = \frac{\Delta \lambda}{8} M_L \Rightarrow \Delta \lambda = \frac{8}{2} = 4$$



$$f_x = \frac{1}{8} \frac{X l^2}{EJ} = \frac{1}{76} \frac{q l^4}{EJ}$$

$$1 \quad X \quad 1 \quad X$$

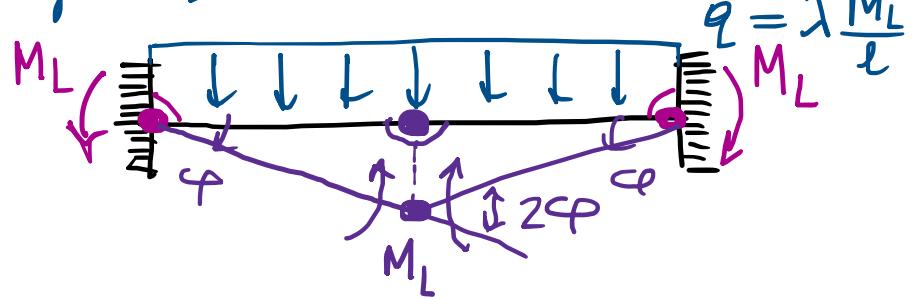
$$\Phi = \frac{1}{2} \frac{X l}{EJ} \quad (\text{vedi DSV flessione})$$

$$\frac{1}{24} \frac{q l^3}{EJ}, \quad f_q = \frac{5}{384} \frac{q l^4}{EJ}$$

$$X = \frac{\frac{1}{24} \frac{q l^3}{EJ}}{\frac{1}{2} \frac{l}{EJ}} = \frac{1}{12} q l^2 \quad f_{tot} = \frac{5-4}{384} \lambda$$

$$\frac{1}{384}$$

- Infatti, analizzando il meccanismo di collasso:

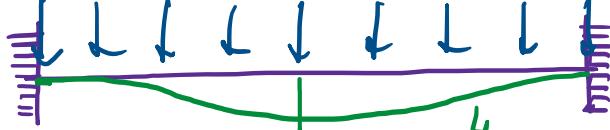


$$PLV: f_c = \lambda f_{eo} = f_{ip} = D$$

raddoppio di dissipazione plastica D_2 , e parità di f_{eo} rispetto a ISO

$$\lambda_L = \frac{D}{f_{eo}} = \frac{\frac{4}{1} M_L \cdot \varphi}{\frac{1}{4} M_L \cdot \varphi} = 16$$

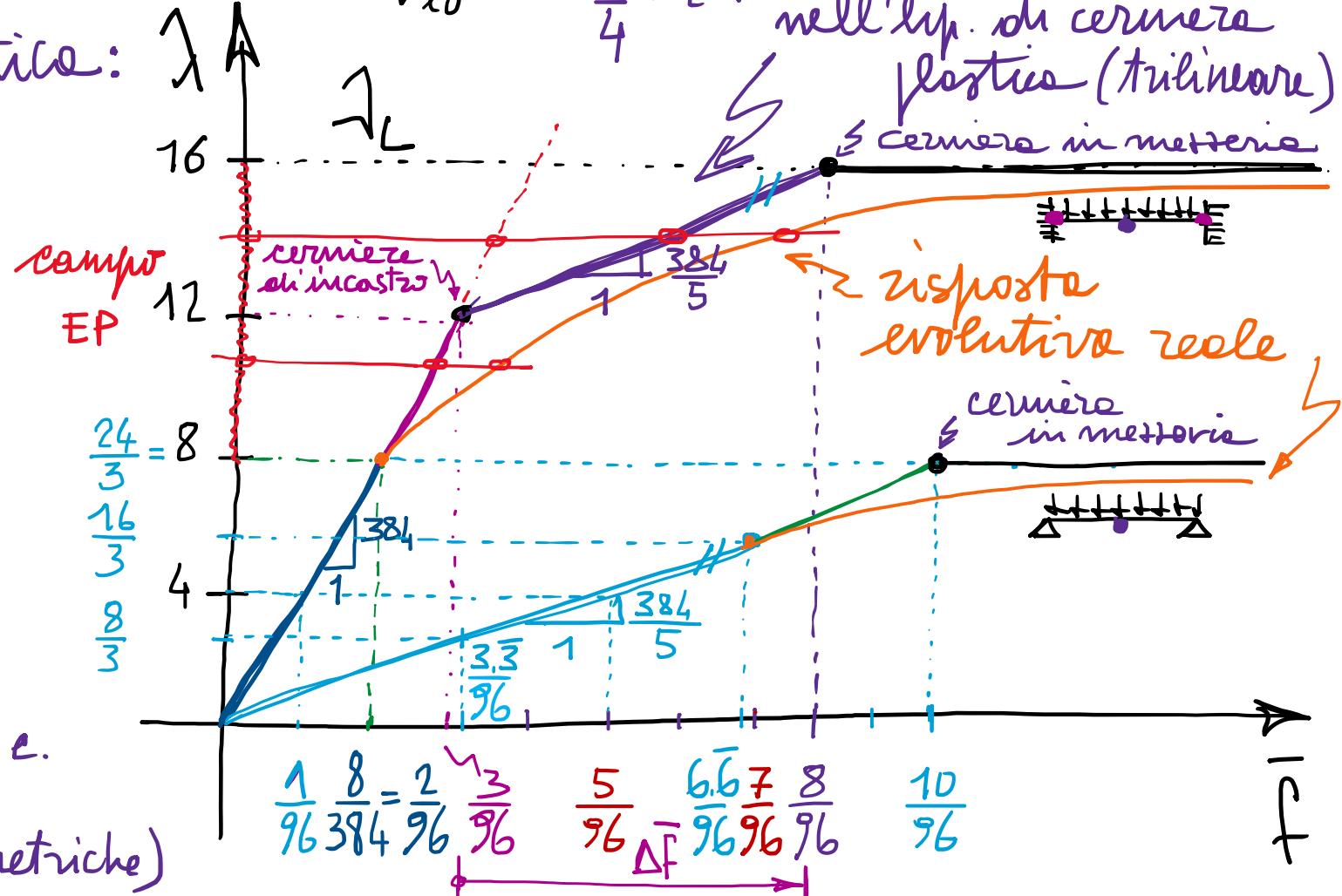
- Risposte evolutive elasto-plastiche:



$$\Delta \bar{f} = \frac{5}{384} \Delta \lambda = \frac{10}{384} = \frac{5}{96} \quad \bar{f} = \frac{1}{384} \frac{q l^4}{E J}$$

N.B.: - rigidità elastica 5 volte
- multipl. collasso 1 volta

Guadagno ottimale con sole r.c.
(di vincolo) a parità di proprietà
intensive (di materiale e geometriche)



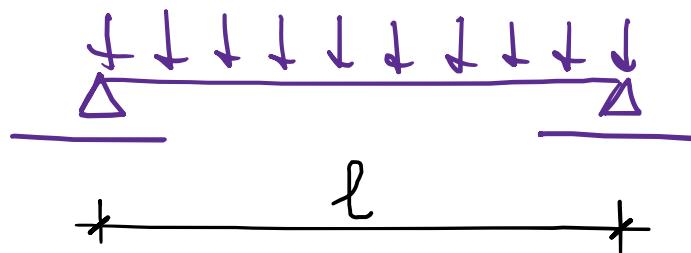
Concetti fondamentali :

- Gerarchia di approcci nell'analisi elastoplastica delle strutture:
 - determinazione delle risposte EP complete, in termini di forze e spostamenti (curva $P-\Delta$ non-lineare) -
 - tracciamento delle risposte evolutive EP, lineare a tratti, nell'ipotesi di cerniere plastiche (curva $P-\Delta$ "piece-wise linear"), con sottostime dell'entità delle deformazioni e valutazione corretta dei valori di carico corrispondenti alle segmente di attivazione delle CP, sino a raggiungere la situazione di collasso plastico.
 - individuazione delle sole caratteristiche di collasso plastico, in termini di: moltiplicatore (dei carichi) di collasso e corrispondente meccanismo di collasso (incipiente). \Rightarrow "metodi diretti"

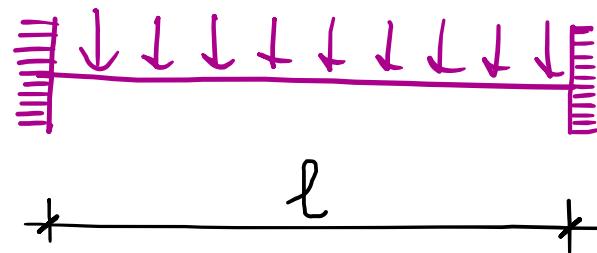
A
N
A
L
I
S
T
E

- Illustrazione mediante esempio emblematico (differenza della risposta in campo elastoplastico):

$$q = \lambda \frac{M_L}{l^2}$$



vs.



(staticamente determinate)

(staticamente indeterminata)

SOMMARIO (Lec. 25)

- $\lambda - \bar{f}$
- Analisi evolutiva trave appoggio-appoggio con q (bilineare): collasso all'attivazione delle prime cerchiere plastiche in mezzerie (no risorse ulteriori); λ_L agilmente determinato (via PLV), nonostante sottostime deformazione EP.
 - Analisi evolutiva trave incastro-incastro con q (tutlineare): sequenze di attivazione delle cerchiere plastiche (due istanze di apertura); ulteriori risorse portanti da ridistribuzione di sforzo per sviluppo di deformazioni plastiche, e carico crescente.
 - Confronto: moltiplicatore di collasso doppio (+100%); rigidezza elastica iniziale quintupla (rigidezza successive uguale a quelle del caso precedente, all'apertura delle cerchiere plastiche alle estremità incastrate).
 - In genere, informazione essenziale è collasso plastico (meccanismo e moltiplicatore) vs. analisi evolutiva.

Next step: Teoremi fondamentali dell'Analisi Limite (calcolo a rottura dei tesi), per stima del collasso plastico - Esempi.