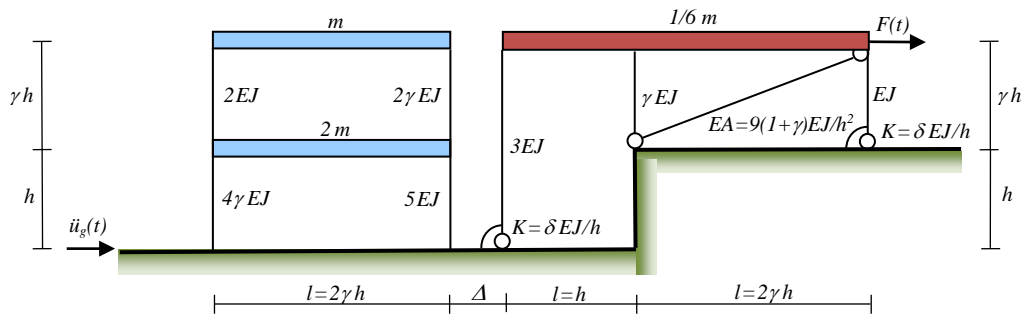


**Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture**  
**a.a. 2019/2020**

**I ELABORATO**

Si considerino il telaio multipiano “shear-type” ed il telaio monopiano in C.A. in figura. Si ritengano le colonne assialmente inestensibili, con rigidezza flessionale indicata e prive di massa; gli impalcati infinitamente rigidi.



**Dati:**

- parametri allievo:  $\gamma=\gamma_a=1+0.01(N-C)$ ,  $\delta=\delta_a=10+0.12(N-C)$ ;      ▪ massa degli impalcati:  $m=58000$  kg;
- $(N=n. \text{ lettera iniziale nome, } C=n. \text{ lettera iniziale cognome})$ ;      ▪ altezza caratteristica delle colonne:  $h=3.2$  m;
- momento d'inerzia:  $J=J_a=0.0006+0.00003(N-C)$  m<sup>4</sup>;      ▪ modulo di elasticità:  $E=33000$  MPa.

**Richieste:**

- Si consideri inizialmente il solo **telaio monopiano a destra (sistema SDOF)**:
  1. Determinare e rappresentare la risposta non forzata del sistema, considerando i valori  $\delta=0$ ,  $\delta=\delta_a$ ,  $\delta \rightarrow \infty$ , con condizioni iniziali  $u_0=4$  cm,  $\dot{u}_0=8$  cm/s, per i fattori di smorzamento  $\zeta=0\%$ ,  $3\%$ ,  $6\%$ .
  2. Assumendo  $\delta=\delta_a$  e  $\zeta=3\%$ , determinare e rappresentare la risposta con c.i. nulle  $u_0=\dot{u}_0=0$  dovuta a forzante armonica  $F(t)=F \sin(\omega t)$  di ampiezza  $F=30000$  N e periodo  $T=0.2$  s. Verificare se spostamento e velocità massimi a regime risultano inferiori a 5 cm e 50 cm/s. Rappresentare il diagramma di Argand delle risposte  $z(t)$ ,  $\dot{z}(t)$ ,  $\ddot{z}(t)$  a forzante armonica  $F(t)=F e^{i\omega t}$  e delle forze in gioco: forzante  $F e^{i\omega t}$ , forza elastica  $F_e=kz$ , forza smorzante  $F_d=c\dot{z}$  ( $F_e$  e  $F_d$  positive se opposte a  $z$  e  $\dot{z}$ ), forza d'inerzia  $F_i=-m\ddot{z}$ . Indicare lo sfasamento tra risposta e forzante ed il modulo di tutte le forze sopra indicate.
- Si consideri quindi il **telaio multipiano a sinistra (sistema MDOF)**:
  1. Si determinino: **a)** matrici di massa e rigidezza  $M$  e  $K$  della struttura; **b)** modi principali di vibrare, fornendo autovettori  $\phi$ , pulsazioni proprie  $\omega$  e periodi propri  $T_i$  (utilizzare il metodo numerico dell'iterazione vettoriale inversa e confrontare con soluzioni alternative; rappresentare graficamente i modi principali di vibrare corrispondenti agli autovettori determinati); **c)** matrici degli autovettori e degli autovalori  $\Phi$  e  $\Omega$  (verificare le relazioni matriciali:  $K\Phi=M\Phi\Omega^2$ ,  $M=\Phi^T M \Phi = \text{diag}[\mathcal{M}_i]$ ,  $K=\Phi^T K \Phi = \text{diag}[\mathcal{K}_i]$ ,  $\Omega^2=M^{-1}K=\text{diag}[\mathcal{K}_i/\mathcal{M}_i]$ ); **d)** trasformazioni diretta  $q=\Phi p$  ed inversa  $p=\Phi^{-1}q$  tra coordinate principali  $p$  e lagrangiane  $q$ .
  2. Assumendo uno smorzamento strutturale “alla Rayleigh”,  $C=\alpha M+\beta K$ , con i parametri  $\alpha, \beta$  da calibrare in modo tale che i fattori di smorzamento associati ai due modi risultino pari a  $\zeta_1=6\%$ ,  $\zeta_2=3\%$ , si valuti la risposta del sistema ad un'eccitazione sismica secondo lo spettro di risposta di accelerazione relativo al terremoto de L'Aquila del 6 aprile 2009, stazione AQV (dati scaricabili dalla pagina del corso o dal sito dell'Itaca). Considerare la componente orizzontale WE del sisma (periodo proprio in s,  $\zeta=5\%$ ). Per ottenere lo spettro di risposta associato a  $\zeta$  differenti si moltiplichino le ordinate per il fattore  $\eta=\sqrt{[0.10/(0.05+\zeta)]}$ . In particolare, si determinino: **a)** fattori di partecipazione e masse modali efficaci; **b)** spostamenti massimi attesi degli impalcati (stima SRSS); **c)** forze equivalenti modali ed azioni interne ad esse corrispondenti (rappresentare i diagrammi N,T,M, N esclusa per le travi); **d)** valori massimi attesi delle azioni interne (SRSS) nelle sezioni caratteristiche del telaio; **e)** considerando anche la risposta sismica del telaio monopiano (per  $\delta=\delta_a$  e  $\zeta=3\%$ ), determinare il valore minimo della distanza  $l$  tra le due strutture tale da impedire il fenomeno del “martellamento”.
- **Facoltativo**: determinare la risposta sismica in termini di spostamento, velocità ed accelerazione del telaio monopiano (con vs. senza controvento, per  $\delta=\delta_a$  e  $\zeta=3\%$ ) all'accelerogramma sismico scaricabile dalle stesse fonti (time step:  $\Delta t=0.005$  s), mediante integrazione diretta nel tempo col metodo di Newmark e/o tramite valutazione numerica dell'integrale di Duhamel. Confrontare e commentare gli esiti anche alla luce delle stime precedenti.