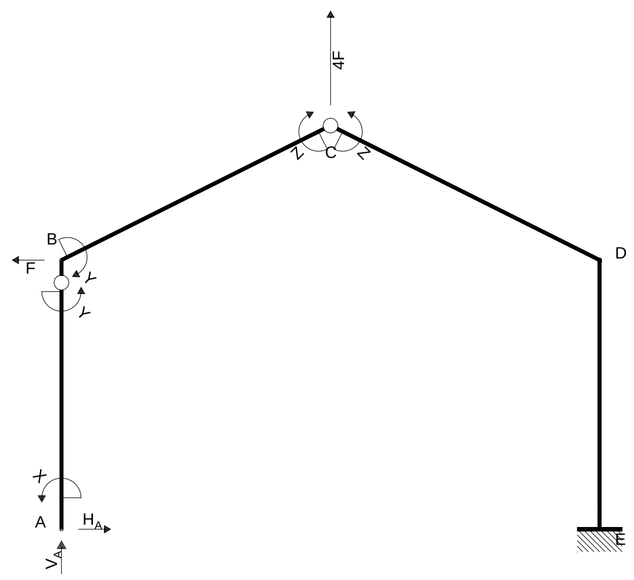


EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$3H_Ab - 2V_Ab = -Xb + Zb + Fb$

Rotazione intorno a B: aste BA

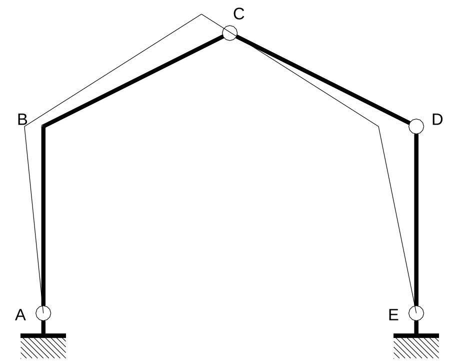
$2H_Ab = -Xb - Yb$

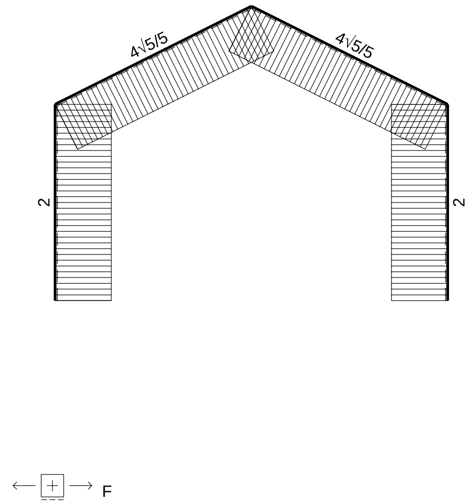
Matrice di equilibrio

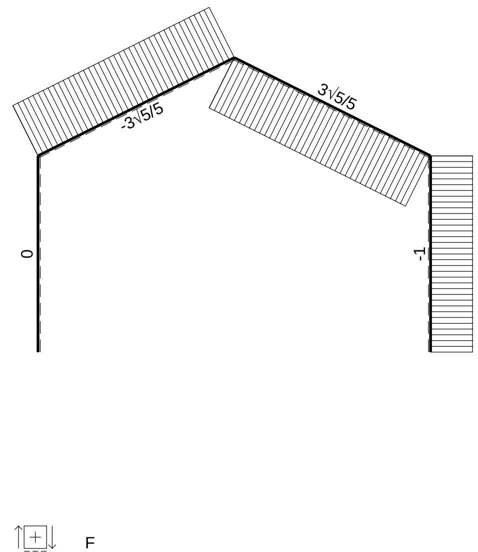
$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} H_Ab & V_Ab \end{array} \\ \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} Xb & Yb & Zb & Fb \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

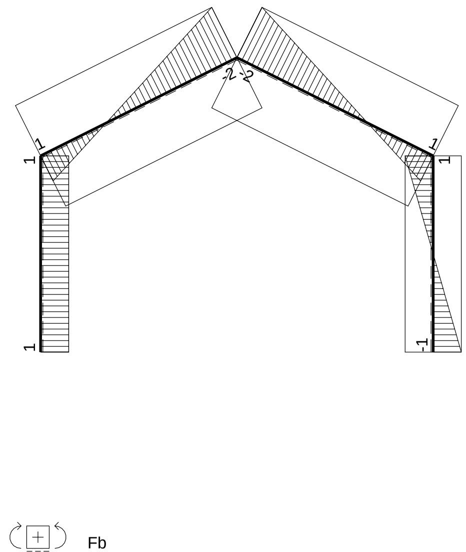
Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} Xb & Yb & Zb & Fb \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ -1/4 & -3/4 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix} \end{array}$$









PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6, n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL3.001

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CD}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	1	0	≤	2
W_{DE}-	1	2	2	-6	≥	-1
W_{DE}+	1	2	2	-6	≤	1
W_{ED}-	-2	-3	-2	4	≥	-1
W_{ED}+	-2	-3	-2	4	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	≥	-2
W_{DE}-	1	2	2	-6	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	6	≥	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	4	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	-4	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-2
W_{DE}-	1	2	2	-1	-2	-2	-6	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	1	2	2	6	≤	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	2	3	2	4	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	-2	-3	-2	-4	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	1	2	2	-6	-5	≥	-1
$\varphi_{DE}+$	-1	-2	-2	6	5	≥	-1
$\varphi_{ED}-$	-2	-3	-2	4	7	≥	-1
$\varphi_{ED}+$	2	3	2	-4	-7	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 7-4

	X	Y	Z	$\varphi_{DE}-$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
αbF	1/6	1/3	1/3	-1/6	-5/6	≥	-1/6
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
$\varphi_{ED}-$	-4/3	-5/3	-2/3	-2/3	11/3	≥	-5/3
$\varphi_{ED}+$	4/3	5/3	2/3	2/3	-11/3	≥	-1/3
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	1/6	1/3	1/3	-1/6	-5/6	=	-1/6

Scambio pivotale 4-2

	X	$\varphi_{BA}+$	Z	$\varphi_{DE}-$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
αbF	1/6	-1/3	1/3	-1/6	-1/2	≥	-1/2
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
$\varphi_{ED}-$	-4/3	5/3	-2/3	-2/3	2	≥	0
$\varphi_{ED}+$	4/3	-5/3	2/3	2/3	-2	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	1/6	-1/3	1/3	-1/6	-1/2	=	-1/2

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL3.001

Scambio pivotale 9-3

	X	$\varphi_{BA}+$	$\varphi_{ED}-$	$\varphi_{DE}-$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	-2	5/2	-3/2	-1	2	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	2	-5/2	3/2	1	-2	≥	-2
αbF	-1/2	1/2	-1/2	-1/2	1/2	≥	-1/2
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
Z	-2	5/2	-3/2	-1	3	≥	0
$\varphi_{ED}+$	0	0	-1	0	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/2	1/2	-1/2	-1/2	1/2	=	-1/2

Scambio pivotale 6-2

	X	$\varphi_{CD}+$	$\varphi_{ED}-$	$\varphi_{DE}-$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	-4/5	2/5	-3/5	-2/5	4/5	≥	-6/5
Y	-4/5	2/5	-3/5	-2/5	9/5	≥	-1/5
$\varphi_{CD}-$	0	-1	0	0	0	≥	-4
$\varphi_{BA}+$	4/5	-2/5	3/5	2/5	-4/5	≥	-4/5
αbF	-1/10	-1/5	-1/5	-3/10	1/10	≥	-9/10
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
Z	0	-1	0	0	1	≥	-2
$\varphi_{ED}+$	0	0	-1	0	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/10	-1/5	-1/5	-3/10	1/10	=	-9/10

Scambio pivotale 1-5

	X	$\varphi_{CD}+$	$\varphi_{ED}-$	$\varphi_{DE}-$	$\varphi_{AB}-$		Fb
X-	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	0	-1	≥	-2
$\varphi_{BA}-$	0	2/5	-3/5	-2/5	-4/5	≥	-2
Y	1	2/5	-3/5	-2/5	-9/5	≥	-2
$\varphi_{CD}-$	0	-1	0	0	0	≥	-4
$\varphi_{BA}+$	0	-2/5	3/5	2/5	4/5	≥	0
αbF	0	-1/5	-1/5	-3/10	-1/10	≥	-1
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
Z	1	-1	0	0	-1	≥	-3
$\varphi_{ED}+$	0	0	-1	0	0	≥	-2
L_X	-1	0	0	0	1	≥	-1
Max	0	-1/5	-1/5	-3/10	-1/10	=	-1

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

Tableau finale

	X	$\varphi_{CD}+$	$\varphi_{ED}-$	$\varphi_{DE}-$	$\varphi_{AB}-$		Fb
$X-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	0	-1	≥	-2
$\varphi_{BA}-$	0	2/5	-3/5	-2/5	-4/5	≥	-2
Y	1	2/5	-3/5	-2/5	-9/5	≥	-2
$\varphi_{CD}-$	0	-1	0	0	0	≥	-4
$\varphi_{BA}+$	0	-2/5	3/5	2/5	4/5	≥	0
αbF	0	-1/5	-1/5	-3/10	-1/10	≥	-1
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
Z	1	-1	0	0	-1	≥	-3
$\varphi_{ED}+$	0	0	-1	0	0	≥	-2
L_X	-1	0	0	0	1	≥	-1
Max	0	-1/5	-1/5	-3/10	-1/10	=	-1

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	$X-$		Fb
$\varphi_{AB}-$	0	0	0	0	0	≥	1/10
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	0	0	≥	0
$\varphi_{BA}-$	0	0	0	0	0	≥	0
$\varphi_{BA}+$	0	0	0	0	0	≥	0
$\varphi_{CD}-$	0	0	0	0	0	≥	0
$\varphi_{CD}+$	0	0	0	0	0	≥	1/5
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	0	0	≥	3/10
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	0	0	≥	0
$\varphi_{ED}-$	0	0	0	0	0	≥	1/5
$\varphi_{ED}+$	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	0	2	3	1	1	=	-1

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
-1	1	2

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

φ_{AB}	-1/10
φ_{BA}	0
φ_{CD}	1/5
φ_{DE}	-3/10
φ_{ED}	-1/5

REAZIONI Fattore di collasso = 1

$H_A = 0$
$V_A = -2F$
$W_A = -Fb$
$H_E = F$
$V_E = -2F$
$W_E = -Fb$

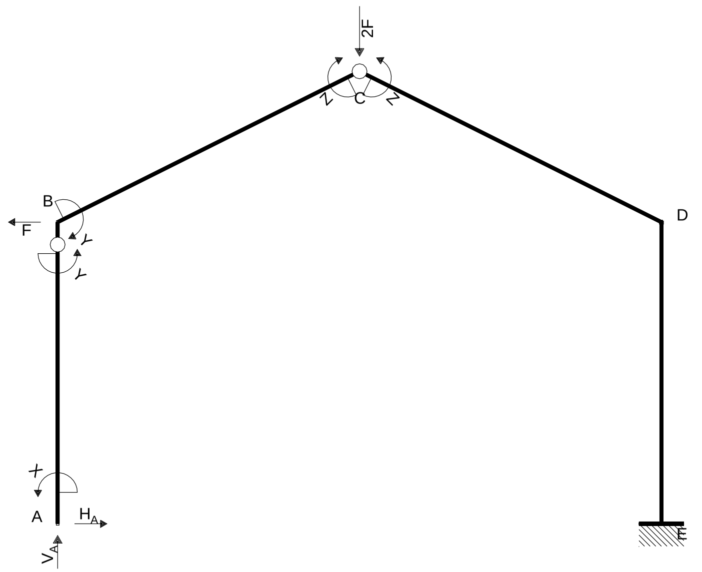
$H_{AB} = 0$	$H_{BC} = -F$	$H_{CD} = -F$	$H_{DE} = -F$
$V_{AB} = -2F$	$V_{BC} = -2F$	$V_{CD} = 2F$	$V_{DE} = 2F$
$W_{AB} = -Fb$	$W_{BC} = -Fb$	$W_{CD} = 2Fb$	$W_{DE} = -Fb$
$H_{BA} = 0$	$H_{CB} = F$	$H_{DC} = F$	$H_{ED} = F$
$V_{BA} = 2F$	$V_{CB} = 2F$	$V_{DC} = -2F$	$V_{ED} = -2F$
$W_{BA} = Fb$	$W_{CB} = -2Fb$	$W_{DC} = Fb$	$W_{ED} = -Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_B = -1/5\delta$	$u_{CCB} = -3/10\delta$	$u_{DDC} = -2/5\delta$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_B = 0$	$v_{CCB} = 1/5\delta$	$v_{DDC} = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/10\delta/b$	$\varphi_B = 1/10\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 1/10\delta/b$	$\varphi_{DDC} = -1/10\delta/b$	$\varphi_E = 1/5\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -1/5\delta$	$u_{CCD} = -3/10\delta$	$u_{DDE} = -2/5\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 1/5\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/10\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 1/10\delta/b$	$\varphi_{CCD} = -1/10\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 1/5\delta/b$



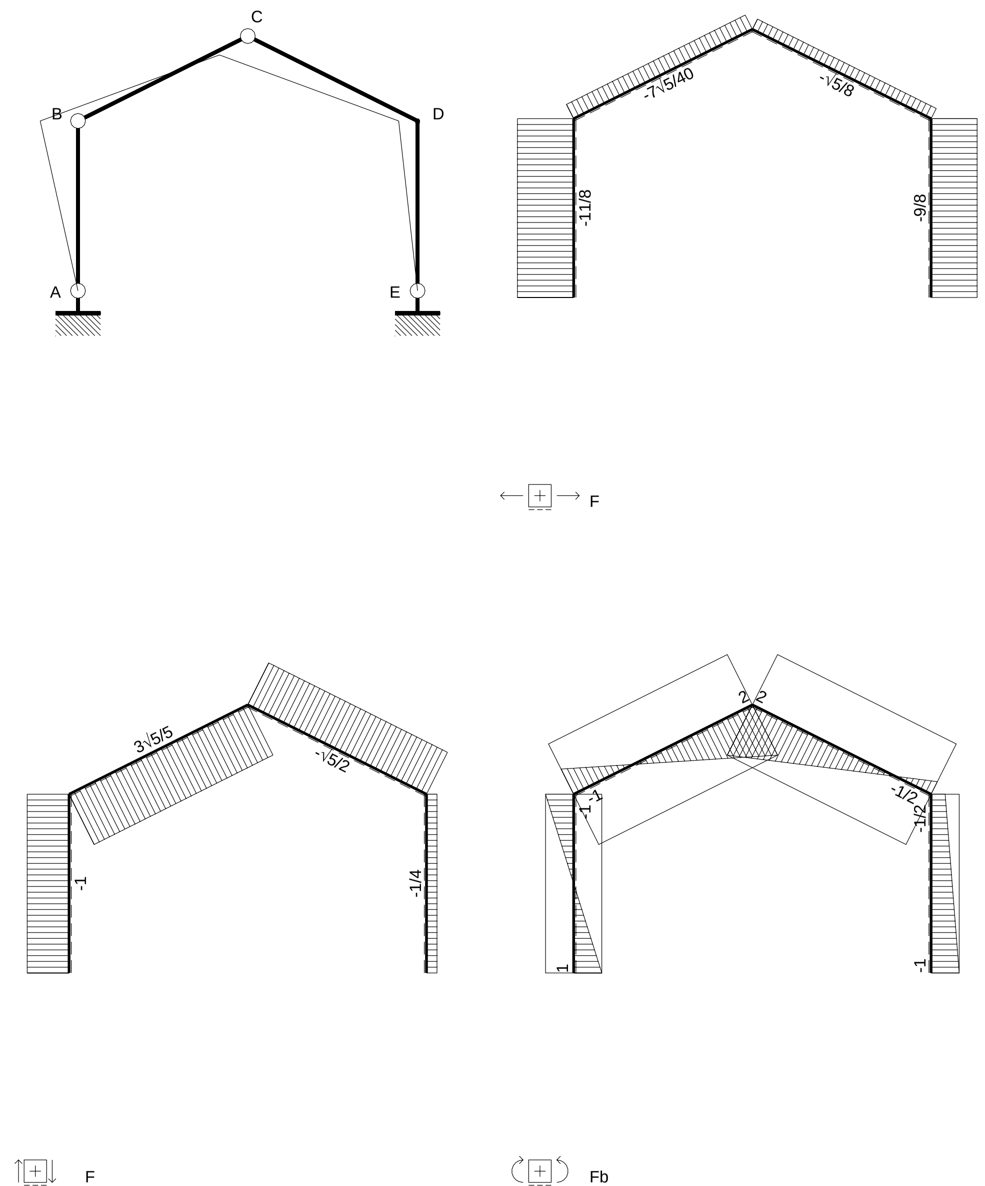
EQUAZIONI DI EQUILIBRIO
Rotazione intorno a C: aste CB BA
$3H_Ab - 2V_Ab = -Xb + Zb + Fb$
Rotazione intorno a B: aste BA
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} H_Ab \quad V_Ab \\ \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} Xb \quad Yb \quad Zb \quad Fb \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} Xb \quad Yb \quad Zb \quad Fb \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ -1/4 & -3/4 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \leq j<n,\ 1 \leq i<m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j\ H_{mj}\ P_j,\ 1 \leq j<n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i\ H_{in}\ D_i,\ 1 \leq i<m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \leq q<n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \leq p<m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CD}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	1	0	≤	2
W_{DE}-	1	2	2	6	≥	-1
W_{DE}+	1	2	2	6	≤	1
W_{ED}-	-2	-3	-2	-8	≥	-1
W_{ED}+	-2	-3	-2	-8	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	≥	-2
W_{DE}-	1	2	2	6	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	-6	≥	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	-8	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	8	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-2
W_{DE}-	1	2	2	-1	-2	-2	6	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	1	2	2	-6	≤	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	2	3	2	-8	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	-2	-3	-2	8	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	1	2	2	6	-5	≥	-1
φ_{DE}+	-1	-2	-2	-6	5	≥	-1
φ_{ED}-	-2	-3	-2	-8	7	≥	-1
φ_{ED}+	2	3	2	8	-7	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 9-4

	X	Y	Z	φ_{ED}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	-1/2	-1/4	1/2	-3/4	1/4	≥	-7/4
φ_{DE}+	1/2	1/4	-1/2	3/4	-1/4	≥	-1/4
αbF	-1/4	-3/8	-1/4	-1/8	7/8	≥	-1/8
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/4	-3/8	-1/4	-1/8	7/8	=	-1/8

Scambio pivotale 1-5

	X	Y	Z	φ_{ED}-	φ_{AB}-		Fb
X-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
φ_{BA}-	-1	1	0	0	1	≥	0
φ_{BA}+	1	-1	0	0	-1	≥	-2
φ_{CD}-	-1	0	1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	1	0	-1	0	-1	≥	-3
φ_{DE}-	-1/4	-1/4	1/2	-3/4	-1/4	≥	-2
φ_{DE}+	1/4	1/4	-1/2	3/4	1/4	≥	0
αbF	5/8	-3/8	-1/4	-1/8	-7/8	≥	-1
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1	0	0	0	1	≥	-1
Max	5/8	-3/8	-1/4	-1/8	-7/8	=	-1

Scambio pivotale 3-1

	φ_{BA}-	Y	Z	φ_{ED}-	φ_{AB}-		Fb
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
φ_{AB}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
X	-1	1	0	0	1	≥	0
φ_{BA}+	-1	0	0	0	0	≥	-2
φ_{CD}-	1	-1	1	0	0	≥	-1
φ_{CD}+	-1	1	-1	0	0	≥	-3
φ_{DE}-	1/4	-1/2	1/2	-3/4	-1/2	≥	-2
φ_{DE}+	-1/4	1/2	-1/2	3/4	1/2	≥	0
αbF	-5/8	1/4	-1/4	-1/8	-1/4	≥	-1
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1
Max	-5/8	1/4	-1/4	-1/8	-1/4	=	-1

Scambio pivotale 5-2

	φ_{BA}-	φ_{CD}-	Z	φ_{ED}-	φ_{AB}-		Fb
X-	0	-1	1	0	0	≥	-2
φ_{AB}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
X	0	-1	1	0	1	≥	-1
φ_{BA}+	-1	0	0	0	0	≥	-2
Y	1	-1	1	0	0	≥	-1
φ_{CD}+	0	-1	0	0	0	≥	-4
φ_{DE}-	-1/4	1/2	0	-3/4	-1/2	≥	-3/2
φ_{DE}+	1/4	-1/2	0	3/4	1/2	≥	-1/2
αbF	-3/8	-1/4	0	-1/8	-1/4	≥	-5/4
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	1	-1	0	0	≥	0
Max	-3/8	-1/4	0	-1/8	-1/4	=	-5/4

Tableau finale

	φ_{BA}-	φ_{CD}-	Z	φ_{ED}-	φ_{AB}-		Fb
X-	0	-1	1	0	0	≥	-2
φ_{AB}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
X	0	-1	1	0	1	≥	-1
φ_{BA}+	-1	0	0	0	0	≥	-2
Y	1	-1	1	0	0	≥	-1
φ_{CD}+	0	-1	0	0	0	≥	-4
φ_{DE}-	-1/4	1/2	0	-3/4	-1/2	≥	-3/2
φ_{DE}+	1/4	-1/2	0	3/4	1/2	≥	-1/2
αbF	-3/8	-1/4	0	-1/8	-1/4	≥	-5/4
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	1	-1	0	0	≥	0
Max	-3/8	-1/4	0	-1/8	-1/4	=	-5/4

Vettori soluzione della programmazione lineare

$$
\begin{array}{l}
\\
\varphi_{AB}- \\
\varphi_{AB}+ \\
\varphi_{BA}- \\
\varphi_{BA}+ \\
\varphi_{CD}- \\
\varphi_{CD}+ \\
\varphi_{DE}- \\
\varphi_{DE}+ \\
\varphi_{ED}- \\
\varphi_{ED}+ \\
L_X \\
\text{Max}
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{bmatrix} X & Y & Z & \alpha bF & X- \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 1 & 0 & 5/4 & 2
\end{bmatrix}
\end{array}
\begin{array}{c}
\\
\geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ \geq \\ =
\end{array}
\begin{array}{c}
\begin{bmatrix} Fb \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix}
1/4 \\ 0 \\ 3/8 \\ 0 \\ 1/4 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/8 \\ 0 \\ 0 \\ -5/4
\end{bmatrix}
\end{array}
$$

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$
\begin{array}{ccc} X & Y & Z \end{array}
$$
$$
\begin{bmatrix} -1 & -1 & -2 \end{bmatrix}
$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$
\begin{array}{l}
\varphi_{AB} \\ \varphi_{BA} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{DE} \\ \varphi_{ED}
\end{array}
\begin{bmatrix}
-1/4 \\ -3/8 \\ -1/4 \\ 0 \\ -1/8
\end{bmatrix}
$$

REAZIONI Fattore di collasso = 5/4

$H_A = F$
$V_A = 11/8F$
$W_A = -Fb$
$H_E = 1/4F$
$V_E = 9/8F$
$W_E = -Fb$

$H_{AB} = F$	$H_{BC} = -1/4F$	$H_{CD} = -1/4F$	$H_{DE} = -1/4F$
$V_{AB} = 11/8F$	$V_{BC} = 11/8F$	$V_{CD} = -9/8F$	$V_{DE} = -9/8F$
$W_{AB} = -Fb$	$W_{BC} = Fb$	$W_{CD} = -2Fb$	$W_{DE} = 1/2Fb$
$H_{BA} = -F$	$H_{CB} = 1/4F$	$H_{DC} = 1/4F$	$H_{ED} = 1/4F$
$V_{BA} = -11/8F$	$V_{CB} = -11/8F$	$V_{DC} = 9/8F$	$V_{ED} = 9/8F$
$W_{BA} = -Fb$	$W_{CB} = 2Fb$	$W_{DC} = -1/2Fb$	$W_{ED} = -Fb$

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL3.002

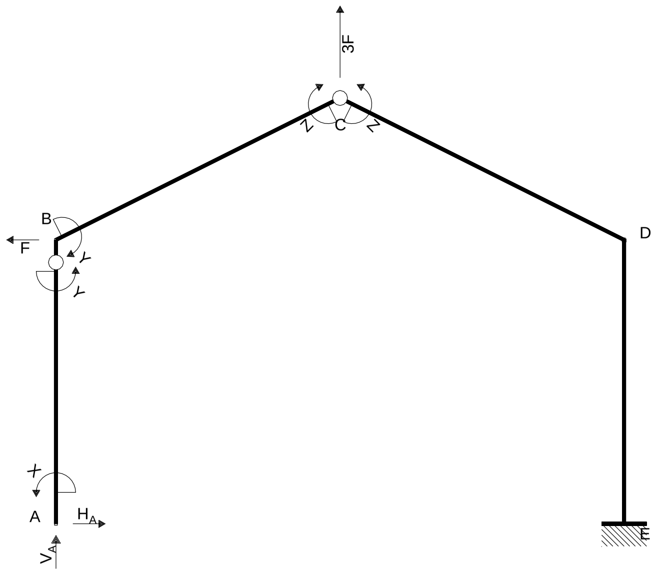
SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = -1/2\delta$	$u_{CCB} = -3/8\delta$	$u_D = -1/4\delta$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = -1/4\delta$	$v_D = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{BBA} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{CCB} = -1/8\delta/b$	$\varphi_D = 1/8\delta/b$	$\varphi_E = 1/8\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -1/2\delta$	$u_{CCD} = -3/8\delta$	$u_{DDE} = -1/4\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = -1/4\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/4\delta/b$	$\varphi_{BBC} = -1/8\delta/b$	$\varphi_{CCD} = 1/8\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 1/8\delta/b$

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$3H_Ab -2V_Ab = -Xb +Zb +Fb$

Rotazione intorno a B: aste BA

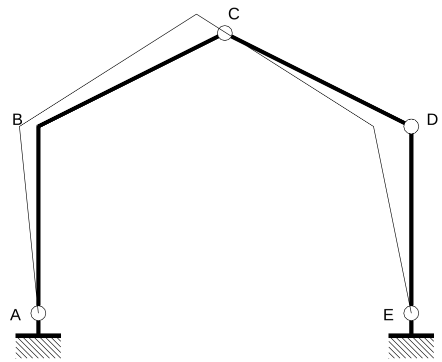
$2H_Ab = -Xb -Yb$

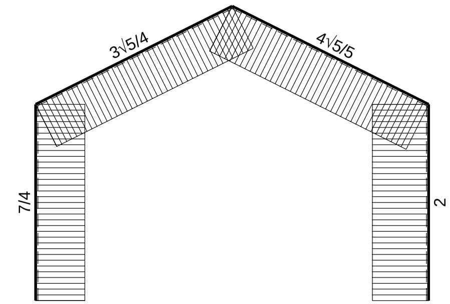
Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

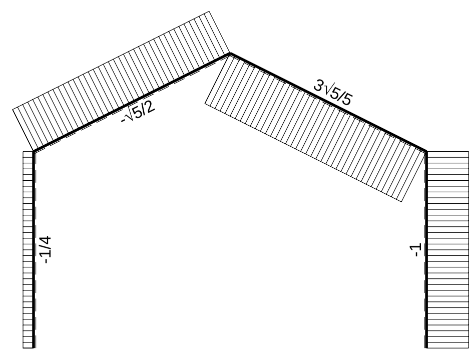
Soluzione del sistema

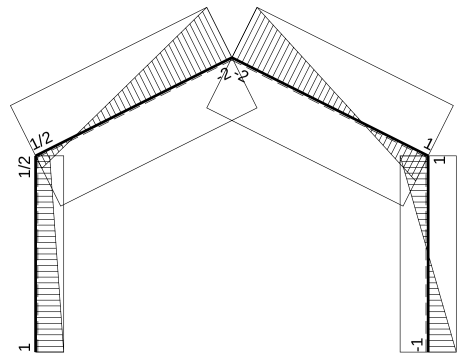
$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ -1/4 & -3/4 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix} \end{array}$$





F





F

Fb

PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j\ H_{mj}\ P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i\ H_{in}\ D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CD}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	1	0	≤	2
W_{DE}-	1	2	2	-4	≥	-1
W_{DE}+	1	2	2	-4	≤	1
W_{ED}-	-2	-3	-2	2	≥	-1
W_{ED}+	-2	-3	-2	2	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	≥	-2
W_{DE}-	1	2	2	-4	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	4	≥	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	2	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	-2	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-2
W_{DE}-	1	2	2	-1	-2	-2	-4	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	1	2	2	4	≤	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	2	3	2	2	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	-2	-3	-2	-2	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	1	2	2	-4	-5	≥	-1
$\varphi_{DE}+$	-1	-2	-2	4	5	≥	-1
$\varphi_{ED}-$	-2	-3	-2	2	7	≥	-1
$\varphi_{ED}+$	2	3	2	-2	-7	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 7-4

	X	Y	Z	$\varphi_{DE}-$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
αbF	1/4	1/2	1/2	-1/4	-5/4	≥	-1/4
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
$\varphi_{ED}-$	-3/2	-2	-1	-1/2	9/2	≥	-3/2
$\varphi_{ED}+$	3/2	2	1	1/2	-9/2	≥	-1/2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	1/4	1/2	1/2	-1/4	-5/4	=	-1/4

Scambio pivotale 9-2

	X	$\varphi_{ED}-$	Z	$\varphi_{DE}-$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	-3/4	-1/2	-1/2	-1/4	5/4	≥	-7/4
$\varphi_{BA}+$	3/4	1/2	1/2	1/4	-5/4	≥	-1/4
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
αbF	-1/8	-1/4	1/4	-3/8	-1/8	≥	-5/8
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
Y	-3/4	-1/2	-1/2	-1/4	9/4	≥	-3/4
$\varphi_{ED}+$	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/8	-1/4	1/4	-3/8	-1/8	=	-5/8

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL3.003

Scambio pivotale 9-3

	X	$\varphi_{ED}-$	Y	$\varphi_{DE}-$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	0	1	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	0	-1	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	-3/2	-1	-2	-1/2	7/2	≥	-7/2
$\varphi_{CD}+$	3/2	1	2	1/2	-7/2	≥	-1/2
αbF	-1/2	-1/2	-1/2	-1/2	1	≥	-1
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
Z	-3/2	-1	-2	-1/2	9/2	≥	-3/2
$\varphi_{ED}+$	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/2	-1/2	-1/2	-1/2	1	=	-1

Scambio pivotale 6-5

	X	$\varphi_{ED}-$	Y	$\varphi_{DE}-$	$\varphi_{CD}+$		Fb
$\varphi_{AB}-$	4/7	-2/7	-4/7	-1/7	2/7	≥	-6/7
$\varphi_{AB}+$	-4/7	2/7	4/7	1/7	-2/7	≥	-8/7
$\varphi_{BA}-$	-3/7	-2/7	3/7	-1/7	2/7	≥	-6/7
$\varphi_{BA}+$	3/7	2/7	-3/7	1/7	-2/7	≥	-8/7
$\varphi_{CD}-$	0	0	0	0	-1	≥	-4
X-	3/7	2/7	4/7	1/7	-2/7	≥	-1/7
αbF	-1/14	-3/14	1/14	-5/14	-2/7	≥	-8/7
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
Z	3/7	2/7	4/7	1/7	-9/7	≥	-15/7
$\varphi_{ED}+$	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	-3/7	-2/7	-4/7	-1/7	2/7	≥	-13/7
Max	-1/14	-3/14	1/14	-5/14	-2/7	=	-8/7

Scambio pivotale 1-3

	X	$\varphi_{ED}-$	$\varphi_{AB}-$	$\varphi_{DE}-$	$\varphi_{CD}+$		Fb
Y	1	-1/2	-7/4	-1/4	1/2	≥	-3/2
$\varphi_{AB}+$	0	0	-1	0	0	≥	-2
$\varphi_{BA}-$	0	-1/2	-3/4	-1/4	1/2	≥	-3/2
$\varphi_{BA}+$	0	1/2	3/4	1/4	-1/2	≥	-1/2
$\varphi_{CD}-$	0	0	0	0	-1	≥	-4
X-	1	0	-1	0	0	≥	-1
αbF	0	-1/4	-1/8	-3/8	-1/4	≥	-5/4
$\varphi_{DE}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
Z	1	0	-1	0	-1	≥	-3
$\varphi_{ED}+$	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	-1	0	1	0	0	≥	-1
Max	0	-1/4	-1/8	-3/8	-1/4	=	-5/4

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

Tableau finale

	X	φ_{ED}-	φ_{AB}-	φ_{DE}-	φ_{CD}+		Fb
Y	1	-1/2	-7/4	-1/4	1/2	≥	-3/2
φ_{AB}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
φ_{BA}-	0	-1/2	-3/4	-1/4	1/2	≥	-3/2
φ_{BA}+	0	1/2	3/4	1/4	-1/2	≥	-1/2
φ_{CD}-	0	0	0	0	-1	≥	-4
X-	1	0	-1	0	0	≥	-1
αbF	0	-1/4	-1/8	-3/8	-1/4	≥	-5/4
φ_{DE}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
Z	1	0	-1	0	-1	≥	-3
φ_{ED}+	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	-1	0	1	0	0	≥	-1
Max	0	-1/4	-1/8	-3/8	-1/4	=	-5/4

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	1/8
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}+	0	0	0	0	0	≥	1/4
φ_{DE}-	0	0	0	0	0	≥	3/8
φ_{DE}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	1/4
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	0	3/2	3	5/4	1	=	-5/4

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
-1	1/2	2

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

φ_{AB}	-1/8
φ_{BA}	0
φ_{CD}	1/4
φ_{DE}	-3/8
φ_{ED}	-1/4

REAZIONI Fattore di collasso = 5/4

H_A = 1/4F
V_A = -7/4F
W_A = -Fb
H_E = F
V_E = -2F
W_E = -Fb

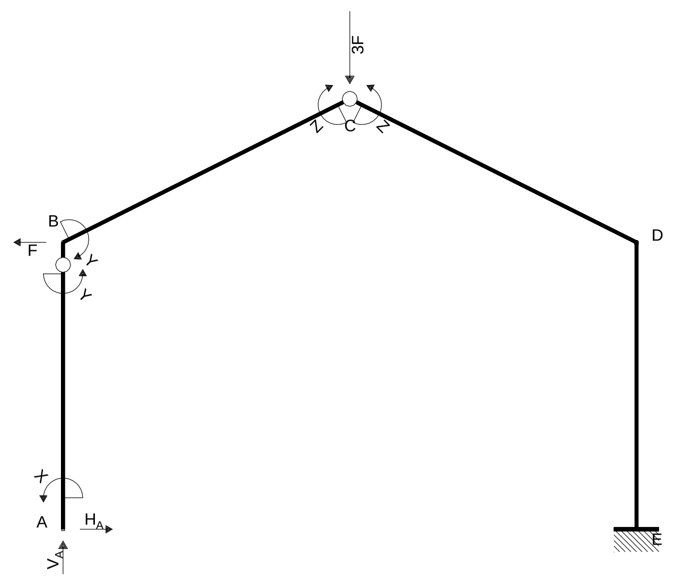
H_{AB} = 1/4F	H_{BC} = -F	H_{CD} = -F	H_{DE} = -F
V_{AB} = -7/4F	V_{BC} = -7/4F	V_{CD} = 2F	V_{DE} = 2F
W_{AB} = -Fb	W_{BC} = -1/2Fb	W_{CD} = 2Fb	W_{DE} = -Fb
H_{BA} = -1/4F	H_{CB} = F	H_{DC} = F	H_{ED} = F
V_{BA} = 7/4F	V_{CB} = 7/4F	V_{DC} = -2F	V_{ED} = -2F
W_{BA} = 1/2Fb	W_{CB} = -2Fb	W_{DC} = Fb	W_{ED} = -Fb

SPOSTAMENTI NODALI

u_{AAB} = 0	u_B = -1/4δ	u_{CCB} = -3/8δ	u_{DDC} = -1/2δ	u_{EED} = 0
v_{AAB} = 0	v_B = 0	v_{CCB} = 1/4δ	v_{DDC} = 0	v_{EED} = 0
φ_{AAB} = 1/8δ/b	φ_B = 1/8δ/b	φ_{CCB} = 1/8δ/b	φ_{DDC} = -1/8δ/b	φ_E = 1/4δ/b

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

u_{AAB} = 0	u_{BBC} = -1/4δ	u_{CCD} = -3/8δ	u_{DDE} = -1/2δ
v_{AAB} = 0	v_{BBC} = 0	v_{CCD} = 1/4δ	v_{DDE} = 0
φ_{AAB} = 1/8δ/b	φ_{BBC} = 1/8δ/b	φ_{CCD} = -1/8δ/b	φ_{DDE} = 1/4δ/b



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$3H_Ab - 2V_Ab = -Xb + Zb + Fb$

Rotazione intorno a B: aste BA

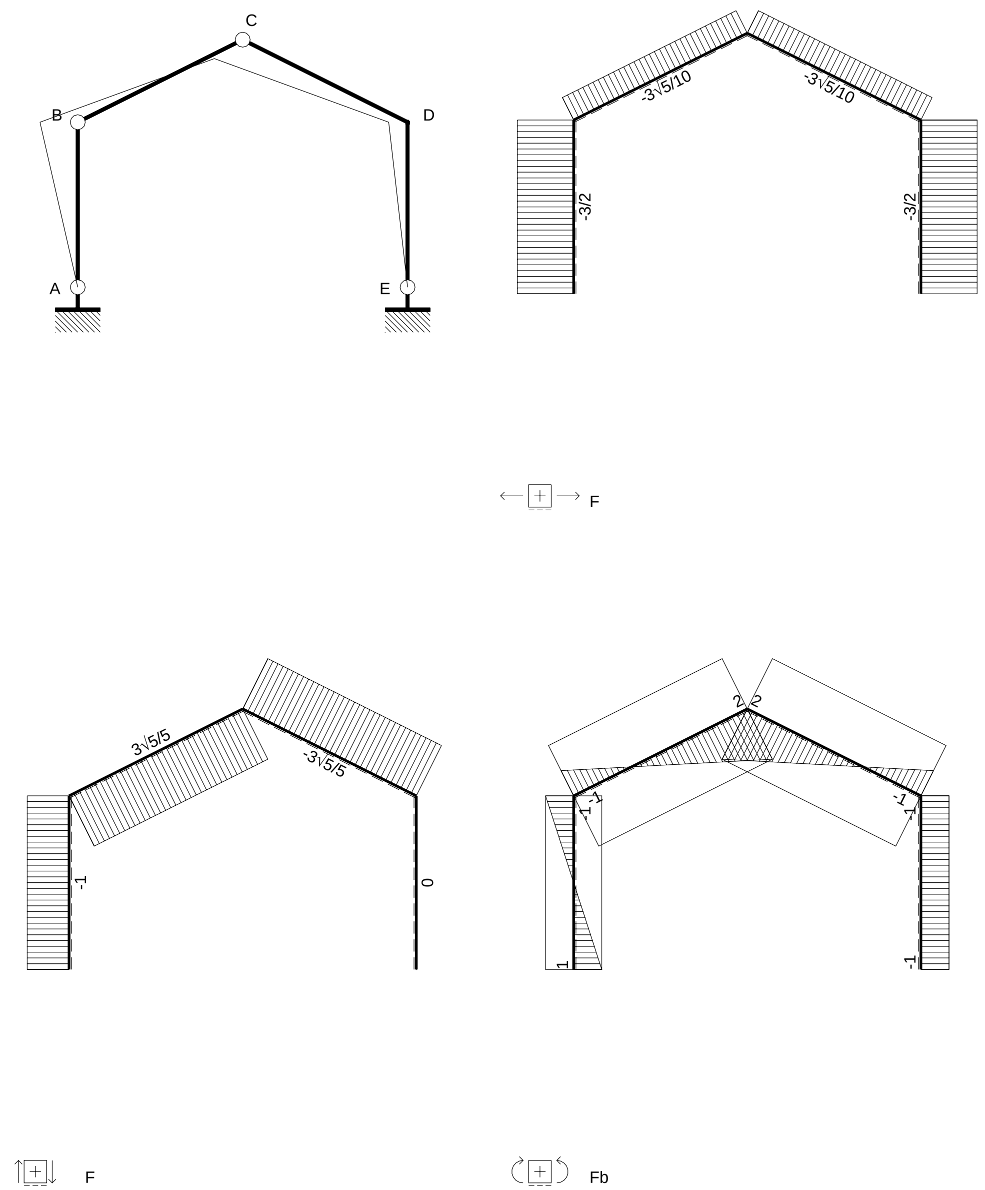
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} [H_Ab \;\; V_Ab] \\ \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} [Xb \;\; Yb \;\; Zb \;\; Fb] \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} [Xb \;\; Yb \;\; Zb \;\; Fb] \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ -1/4 & -3/4 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.

Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \leq j < n$, $1 \leq i < m$.

Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \leq j < n$.

Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \leq i < m$.

Sequenza di operazioni pivotali:

1 Sia q $(1 \leq q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.

2 Sia p $(1 \leq p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.

3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.

4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.

5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.

6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.

7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.

8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.

Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.

Giunti a questo punto, si individua la soluzione.

Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.

Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6, n=4$

$$
\begin{array}{c|ccc|c|c|}
 & P_1 & P_2 & P_3 & & MIN \\
D_1 & H_{11} & H_{12} & H_{13} & \geq & H_{14} \\
D_2 & H_{21} & H_{22} & H_{23} & \geq & H_{24} \\
D_3 & H_{31} & H_{32} & H_{33} & \geq & H_{34} \\
D_4 & H_{41} & H_{42} & H_{43} & \geq & H_{44} \\
D_5 & H_{51} & H_{52} & H_{53} & \geq & H_{54} \\
MAX & H_{61} & H_{62} & H_{63} & = & H_{64}
\end{array}
$$

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CD}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	1	0	≤	2
W_{DE}-	1	2	2	8	≥	-1
W_{DE}+	1	2	2	8	≤	1
W_{ED}-	-2	-3	-2	-10	≥	-1
W_{ED}+	-2	-3	-2	-10	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	≥	-2
W_{DE}-	1	2	2	8	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	-8	≥	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	-10	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	10	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-2
W_{DE}-	1	2	2	-1	-2	-2	8	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	1	2	2	-8	≤	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	2	3	2	-10	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	-2	-3	-2	10	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	1	2	2	8	-5	≥	-1
$\varphi_{DE}+$	-1	-2	-2	-8	5	≥	-1
$\varphi_{ED}-$	-2	-3	-2	-10	7	≥	-1
$\varphi_{ED}+$	2	3	2	10	-7	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 9-4

	X	Y	Z	$\varphi_{ED}-$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	-3/5	-2/5	2/5	-4/5	3/5	≥	-9/5
$\varphi_{DE}+$	3/5	2/5	-2/5	4/5	-3/5	≥	-1/5
αbF	-1/5	-3/10	-1/5	-1/10	7/10	≥	-1/10
$\varphi_{ED}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/5	-3/10	-1/5	-1/10	7/10	=	-1/10

Scambio pivotale 8-5

	X	Y	Z	$\varphi_{ED}-$	$\varphi_{DE}+$		Fb
$\varphi_{AB}-$	0	-2/3	2/3	-4/3	5/3	≥	-2/3
$\varphi_{AB}+$	0	2/3	-2/3	4/3	-5/3	≥	-4/3
$\varphi_{BA}-$	-1	1/3	2/3	-4/3	5/3	≥	-2/3
$\varphi_{BA}+$	1	-1/3	-2/3	4/3	-5/3	≥	-4/3
$\varphi_{CD}-$	-1	-2/3	5/3	-4/3	5/3	≥	-5/3
$\varphi_{CD}+$	1	2/3	-5/3	4/3	-5/3	≥	-7/3
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	1	2/3	-2/3	4/3	-5/3	≥	-1/3
αbF	1/2	1/6	-2/3	5/6	-7/6	≥	-1/3
$\varphi_{ED}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1	-2/3	2/3	-4/3	5/3	≥	-5/3
Max	1/2	1/6	-2/3	5/6	-7/6	=	-1/3

Scambio pivotale 1-4

	X	Y	Z	$\varphi_{AB}-$	$\varphi_{DE}+$		Fb
$\varphi_{ED}-$	0	-1/2	1/2	-3/4	5/4	≥	-1/2
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
$\varphi_{BA}-$	-1	1	0	1	0	≥	0
$\varphi_{BA}+$	1	-1	0	-1	0	≥	-2
$\varphi_{CD}-$	-1	0	1	1	0	≥	-1
$\varphi_{CD}+$	1	0	-1	-1	0	≥	-3
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	1	0	0	-1	0	≥	-1
αbF	1/2	-1/4	-1/4	-5/8	-1/8	≥	-3/4
$\varphi_{ED}+$	0	1/2	-1/2	3/4	-5/4	≥	-3/2
L_X	-1	0	0	1	0	≥	-1
Max	1/2	-1/4	-1/4	-5/8	-1/8	=	-3/4

Scambio pivotale 3-1

	$\varphi_{BA}-$	Y	Z	$\varphi_{AB}-$	$\varphi_{DE}+$		Fb
$\varphi_{ED}-$	0	-1/2	1/2	-3/4	5/4	≥	-1/2
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
X	-1	1	0	1	0	≥	0
$\varphi_{BA}+$	-1	0	0	0	0	≥	-2
$\varphi_{CD}-$	1	-1	1	0	0	≥	-1
$\varphi_{CD}+$	-1	1	-1	0	0	≥	-3
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
αbF	-1/2	1/4	-1/4	-1/8	-1/8	≥	-3/4
$\varphi_{ED}+$	0	1/2	-1/2	3/4	-5/4	≥	-3/2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1
Max	-1/2	1/4	-1/4	-1/8	-1/8	=	-3/4

Scambio pivotale 1-2

	$\varphi_{BA}-$	$\varphi_{ED}-$	Z	$\varphi_{AB}-$	$\varphi_{DE}+$		Fb
Y	0	-2	1	-3/2	5/2	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
X	-1	-2	1	-1/2	5/2	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	-1	0	0	0	0	≥	-2
$\varphi_{CD}-$	1	2	0	3/2	-5/2	≥	0
$\varphi_{CD}+$	-1	-2	0	-3/2	5/2	≥	-4
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	-1	-2	1	-3/2	5/2	≥	-2
αbF	-1/2	-1/2	0	-1/2	1/2	≥	-1
$\varphi_{ED}+$	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	1	2	-1	3/2	-5/2	≥	0
Max	-1/2	-1/2	0	-1/2	1/2	=	-1

Scambio pivotale 5-5

	φ_{BA}-	φ_{ED}-	Z	φ_{AB}-	φ_{CD}-		Fb
Y	1	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
X	0	0	1	1	-1	≥	-1
φ_{BA}+	-1	0	0	0	0	≥	-2
φ_{DE}+	2/5	4/5	0	3/5	-2/5	≥	0
φ_{CD}+	0	0	0	0	-1	≥	-4
φ_{DE}-	-2/5	-4/5	0	-3/5	2/5	≥	-2
X-	0	0	1	0	-1	≥	-2
αbF	-3/10	-1/10	0	-1/5	-1/5	≥	-1
φ_{ED}+	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	0	0	-1	0	1	≥	0
Max	-3/10	-1/10	0	-1/5	-1/5	=	-1

Tableau finale

	φ_{BA}-	φ_{ED}-	Z	φ_{AB}-	φ_{CD}-		Fb
Y	1	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
X	0	0	1	1	-1	≥	-1
φ_{BA}+	-1	0	0	0	0	≥	-2
φ_{DE}+	2/5	4/5	0	3/5	-2/5	≥	0
φ_{CD}+	0	0	0	0	-1	≥	-4
φ_{DE}-	-2/5	-4/5	0	-3/5	2/5	≥	-2
X-	0	0	1	0	-1	≥	-2
αbF	-3/10	-1/10	0	-1/5	-1/5	≥	-1
φ_{ED}+	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	0	0	-1	0	1	≥	0
Max	-3/10	-1/10	0	-1/5	-1/5	=	-1

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	1/5
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}-	0	0	0	0	0	≥	3/10
φ_{BA}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}-	0	0	0	0	0	≥	1/5
φ_{CD}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	1/10
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	1	1	0	1	2	=	-1

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
-1	-1	-2

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

φ_{AB}	-1/5
φ_{BA}	-3/10
φ_{CD}	-1/5
φ_{DE}	0
φ_{ED}	-1/10

REAZIONI Fattore di collasso = 1

$H_A = F$
$V_A = 3/2F$
$W_A = -Fb$
$H_E = 0$
$V_E = 3/2F$
$W_E = -Fb$

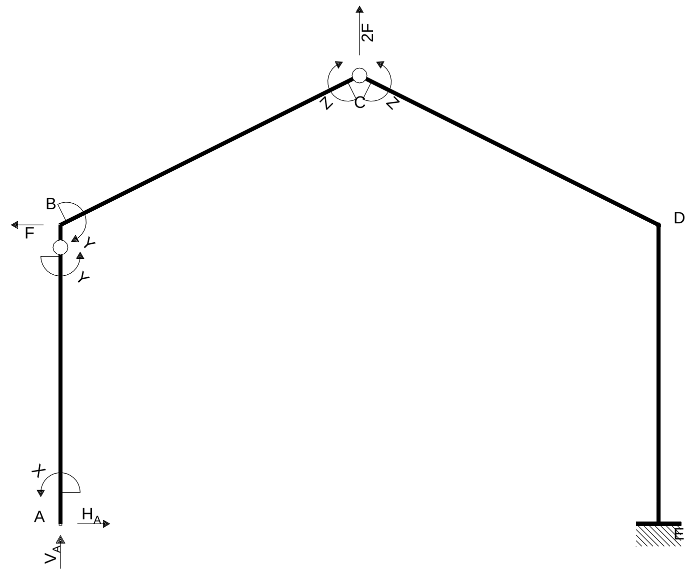
$H_{AB} = F$	$H_{BC} = 0$	$H_{CD} = 0$	$H_{DE} = 0$
$V_{AB} = 3/2F$	$V_{BC} = 3/2F$	$V_{CD} = -3/2F$	$V_{DE} = -3/2F$
$W_{AB} = -Fb$	$W_{BC} = Fb$	$W_{CD} = -2Fb$	$W_{DE} = Fb$
$H_{BA} = -F$	$H_{CB} = 0$	$H_{DC} = 0$	$H_{ED} = 0$
$V_{BA} = -3/2F$	$V_{CB} = -3/2F$	$V_{DC} = 3/2F$	$V_{ED} = 3/2F$
$W_{BA} = -Fb$	$W_{CB} = 2Fb$	$W_{DC} = -Fb$	$W_{ED} = -Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = -2/5\delta$	$u_{CCB} = -3/10\delta$	$u_D = -1/5\delta$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = -1/5\delta$	$v_D = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/5\delta/b$	$\varphi_{BBA} = 1/5\delta/b$	$\varphi_{CCB} = -1/10\delta/b$	$\varphi_D = 1/10\delta/b$	$\varphi_E = 1/10\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -2/5\delta$	$u_{CCD} = -3/10\delta$	$u_{DDE} = -1/5\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = -1/5\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/5\delta/b$	$\varphi_{BBC} = -1/10\delta/b$	$\varphi_{CCD} = 1/10\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 1/10\delta/b$



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$3H_Ab - 2V_Ab = -Xb + Zb + Fb$

Rotazione intorno a B: aste BA

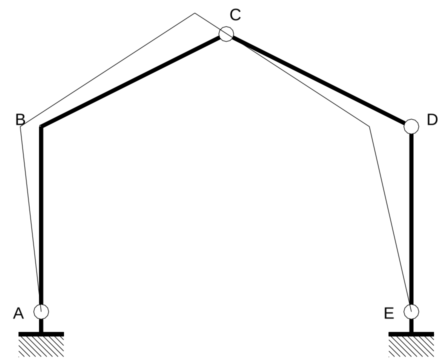
$2H_Ab = -Xb - Yb$

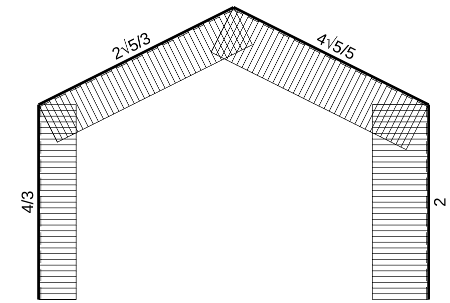
Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} H_Ab \quad V_Ab \\ \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} Xb \quad Yb \quad Zb \quad Fb \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

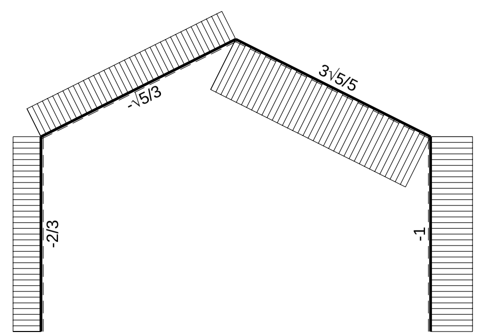
Soluzione del sistema

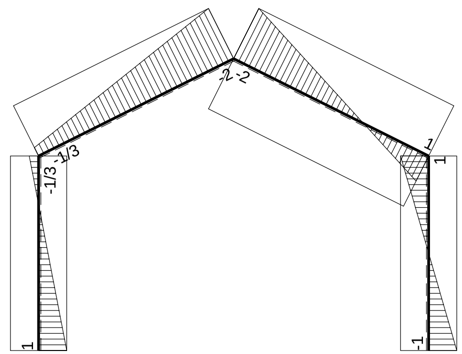
$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} Xb \quad Yb \quad Zb \quad Fb \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ -1/4 & -3/4 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix} \end{array}$$





F





F

Fb

PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j<n,\ 1 \le i<m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j\ H_{mj}\ P_j,\ 1 \le j<n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i\ H_{in}\ D_i,\ 1 \le i<m$.
Sequenza di operazioni pivotali:

1 Sia q $(1 \le q<n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p<m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.

Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CD}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	1	0	≤	2
W_{DE}-	1	2	2	-2	≥	-1
W_{DE}+	1	2	2	-2	≤	1
W_{ED}-	-2	-3	-2	0	≥	-1
W_{ED}+	-2	-3	-2	0	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	≥	-2
W_{DE}-	1	2	2	-2	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	2	≥	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	0	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	0	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-2
W_{DE}-	1	2	2	-1	-2	-2	-2	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	1	2	2	2	≤	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	2	3	2	0	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	-2	-3	-2	0	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	1	2	2	-2	-5	≥	-1
φ_{DE}+	-1	-2	-2	2	5	≥	-1
φ_{ED}-	-2	-3	-2	0	7	≥	-1
φ_{ED}+	2	3	2	0	-7	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 7-4

	X	Y	Z	φ_{DE}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
αbF	1/2	1	1	-1/2	-5/2	≥	-1/2
φ_{DE}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
φ_{ED}-	-2	-3	-2	0	7	≥	-1
φ_{ED}+	2	3	2	0	-7	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	1/2	1	1	-1/2	-5/2	=	-1/2

Scambio pivotale 9-2

	X	φ_{ED}-	Z	φ_{DE}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	-2/3	-1/3	-2/3	0	4/3	≥	-4/3
φ_{BA}+	2/3	1/3	2/3	0	-4/3	≥	-2/3
φ_{CD}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
αbF	-1/6	-1/3	1/3	-1/2	-1/6	≥	-5/6
φ_{DE}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
Y	-2/3	-1/3	-2/3	0	7/3	≥	-1/3
φ_{ED}+	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/6	-1/3	1/3	-1/2	-1/6	=	-5/6

Scambio pivotale 9-3

	X	φ_{ED}-	Y	φ_{DE}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	0	1	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	0	-1	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	-1	-1/2	-3/2	0	5/2	≥	-5/2
φ_{CD}+	1	1/2	3/2	0	-5/2	≥	-3/2
αbF	-1/2	-1/2	-1/2	-1/2	1	≥	-1
φ_{DE}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
Z	-1	-1/2	-3/2	0	7/2	≥	-1/2
φ_{ED}+	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/2	-1/2	-1/2	-1/2	1	=	-1

Scambio pivotale 6-5

	X	φ_{ED}-	Y	φ_{DE}-	φ_{CD}+		Fb
φ_{AB}-	3/5	-1/5	-3/5	0	2/5	≥	-2/5
φ_{AB}+	-3/5	1/5	3/5	0	-2/5	≥	-8/5
φ_{BA}-	-2/5	-1/5	2/5	0	2/5	≥	-2/5
φ_{BA}+	2/5	1/5	-2/5	0	-2/5	≥	-8/5
φ_{CD}-	0	0	0	0	-1	≥	-4
X-	2/5	1/5	3/5	0	-2/5	≥	-3/5
αbF	-1/10	-3/10	1/10	-1/2	-2/5	≥	-8/5
φ_{DE}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
Z	2/5	1/5	3/5	0	-7/5	≥	-13/5
φ_{ED}+	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	-2/5	-1/5	-3/5	0	2/5	≥	-7/5
Max	-1/10	-3/10	1/10	-1/2	-2/5	=	-8/5

Scambio pivotale 1-3

	X	φ_{ED}-	φ_{AB}-	φ_{DE}-	φ_{CD}+		Fb
Y	1	-1/3	-5/3	0	2/3	≥	-2/3
φ_{AB}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
φ_{BA}-	0	-1/3	-2/3	0	2/3	≥	-2/3
φ_{BA}+	0	1/3	2/3	0	-2/3	≥	-4/3
φ_{CD}-	0	0	0	0	-1	≥	-4
X-	1	0	-1	0	0	≥	-1
αbF	0	-1/3	-1/6	-1/2	-1/3	≥	-5/3
φ_{DE}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
Z	1	0	-1	0	-1	≥	-3
φ_{ED}+	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	-1	0	1	0	0	≥	-1
Max	0	-1/3	-1/6	-1/2	-1/3	=	-5/3

Tableau finale

	X	φ_{ED}-	φ_{AB}-	φ_{DE}-	φ_{CD}+		Fb
Y	1	-1/3	-5/3	0	2/3	≥	-2/3
φ_{AB}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
φ_{BA}-	0	-1/3	-2/3	0	2/3	≥	-2/3
φ_{BA}+	0	1/3	2/3	0	-2/3	≥	-4/3
φ_{CD}-	0	0	0	0	-1	≥	-4
X-	1	0	-1	0	0	≥	-1
αbF	0	-1/3	-1/6	-1/2	-1/3	≥	-5/3
φ_{DE}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
Z	1	0	-1	0	-1	≥	-3
φ_{ED}+	0	-1	0	0	0	≥	-2
L_X	-1	0	1	0	0	≥	-1
Max	0	-1/3	-1/6	-1/2	-1/3	=	-5/3

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	1/6
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}+	0	0	0	0	0	≥	1/3
φ_{DE}-	0	0	0	0	0	≥	1/2
φ_{DE}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	1/3
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	0	2/3	3	5/3	1	=	-5/3

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
-1	-1/3	2

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

φ_{AB}	-1/6
φ_{BA}	0
φ_{CD}	1/3
φ_{DE}	-1/2
φ_{ED}	-1/3

REAZIONI Fattore di collasso = 5/3

H_A = 2/3F
V_A = -4/3F
W_A = -Fb
H_E = F
V_E = -2F
W_E = -Fb

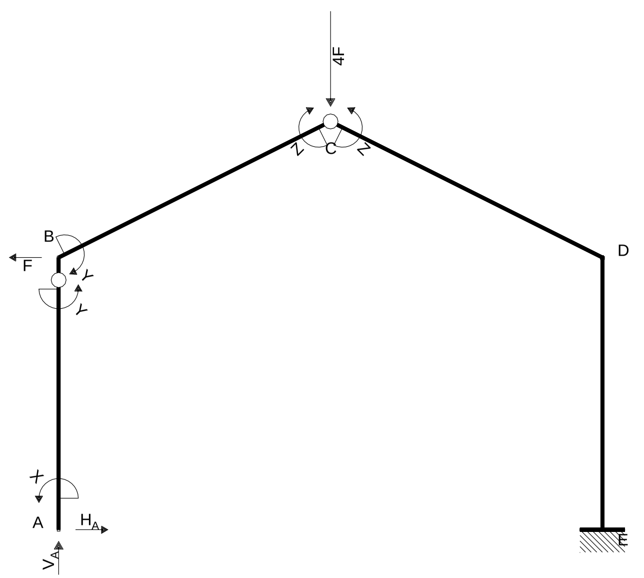
H_{AB} = 2/3F	H_{BC} = -F	H_{CD} = -F	H_{DE} = -F
V_{AB} = -4/3F	V_{BC} = -4/3F	V_{CD} = 2F	V_{DE} = 2F
W_{AB} = -Fb	W_{BC} = 1/3Fb	W_{CD} = 2Fb	W_{DE} = -Fb
H_{BA} = -2/3F	H_{CB} = F	H_{DC} = F	H_{ED} = F
V_{BA} = 4/3F	V_{CB} = 4/3F	V_{DC} = -2F	V_{ED} = -2F
W_{BA} = -1/3Fb	W_{CB} = -2Fb	W_{DC} = Fb	W_{ED} = -Fb

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_B = -1/3\delta$	$u_{CCB} = -1/2\delta$	$u_{DDC} = -2/3\delta$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_B = 0$	$v_{CCB} = 1/3\delta$	$v_{DDC} = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/6\delta/b$	$\varphi_B = 1/6\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 1/6\delta/b$	$\varphi_{DDC} = -1/6\delta/b$	$\varphi_E = 1/3\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -1/3\delta$	$u_{CCD} = -1/2\delta$	$u_{DDE} = -2/3\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 1/3\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/6\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 1/6\delta/b$	$\varphi_{CCD} = -1/6\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 1/3\delta/b$



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$3H_Ab - 2V_Ab = -Xb + Zb + Fb$

Rotazione intorno a B: aste BA

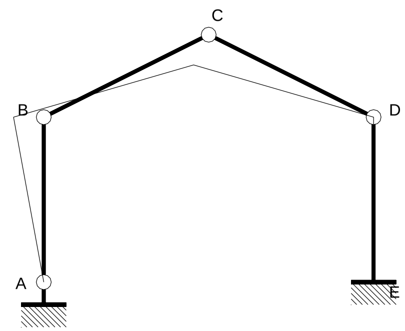
$2H_Ab = -Xb - Yb$

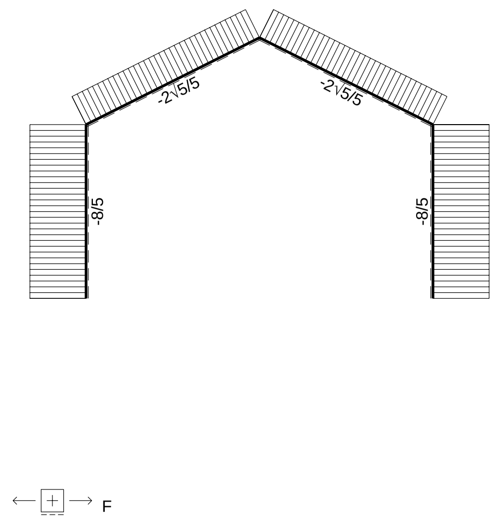
Matrice di equilibrio

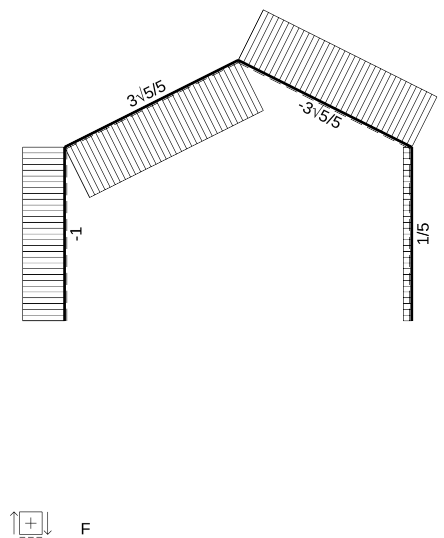
$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} H_Ab & V_Ab \end{array} \\ \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} Xb & Yb & Zb & Fb \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

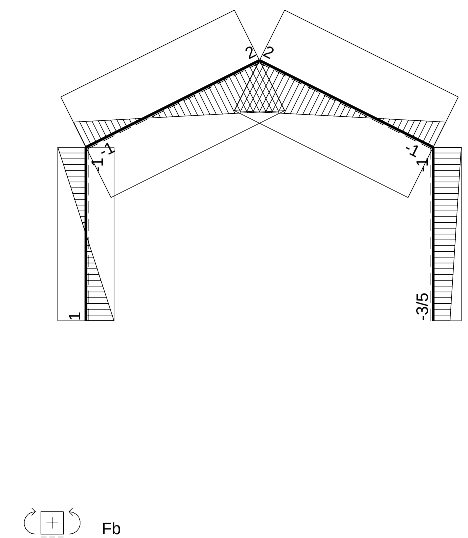
Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} Xb & Yb & Zb & Fb \end{array} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ -1/4 & -3/4 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix} \end{array}$$









PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j\ H_{mj}\ P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i\ H_{in}\ D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = -\ H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

$$
\begin{array}{c|ccc|c|c|}
 & P_1 & P_2 & P_3 & & MIN \\
D_1 & H_{11} & H_{12} & H_{13} & \ge & H_{14} \\
D_2 & H_{21} & H_{22} & H_{23} & \ge & H_{24} \\
D_3 & H_{31} & H_{32} & H_{33} & \ge & H_{34} \\
D_4 & H_{41} & H_{42} & H_{43} & \ge & H_{44} \\
D_5 & H_{51} & H_{52} & H_{53} & \ge & H_{54} \\
MAX & H_{61} & H_{62} & H_{63} & = & H_{64}
\end{array}
$$

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL3.006

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CD}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	1	0	≤	2
W_{DE}-	1	2	2	10	≥	-1
W_{DE}+	1	2	2	10	≤	1
W_{ED}-	-2	-3	-2	-12	≥	-1
W_{ED}+	-2	-3	-2	-12	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	≥	-2
W_{DE}-	1	2	2	10	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	-10	≥	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	-12	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	12	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-2
W_{DE}-	1	2	2	-1	-2	-2	10	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	1	2	2	-10	≤	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	2	3	2	-12	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	-2	-3	-2	12	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	1	2	2	10	-5	≥	-1
$\varphi_{DE}+$	-1	-2	-2	-10	5	≥	-1
$\varphi_{ED}-$	-2	-3	-2	-12	7	≥	-1
$\varphi_{ED}+$	2	3	2	12	-7	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 9-4

	X	Y	Z	$\varphi_{ED}-$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	-2/3	-1/2	1/3	-5/6	5/6	≥	-11/6
$\varphi_{DE}+$	2/3	1/2	-1/3	5/6	-5/6	≥	-1/6
αbF	-1/6	-1/4	-1/6	-1/12	7/12	≥	-1/12
$\varphi_{ED}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/6	-1/4	-1/6	-1/12	7/12	=	-1/12

Scambio pivotale 8-5

	X	Y	Z	$\varphi_{ED}-$	$\varphi_{DE}+$		Fb
$\varphi_{AB}-$	1/5	-3/5	2/5	-1	6/5	≥	-4/5
$\varphi_{AB}+$	-1/5	3/5	-2/5	1	-6/5	≥	-6/5
$\varphi_{BA}-$	-4/5	2/5	2/5	-1	6/5	≥	-4/5
$\varphi_{BA}+$	4/5	-2/5	-2/5	1	-6/5	≥	-6/5
$\varphi_{CD}-$	-4/5	-3/5	7/5	-1	6/5	≥	-9/5
$\varphi_{CD}+$	4/5	3/5	-7/5	1	-6/5	≥	-11/5
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	4/5	3/5	-2/5	1	-6/5	≥	-1/5
αbF	3/10	1/10	-2/5	1/2	-7/10	≥	-1/5
$\varphi_{ED}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-4/5	-3/5	2/5	-1	6/5	≥	-9/5
Max	3/10	1/10	-2/5	1/2	-7/10	=	-1/5

Scambio pivotale 1-4

	X	Y	Z	$\varphi_{AB}-$	$\varphi_{DE}+$		Fb
$\varphi_{ED}-$	1/5	-3/5	2/5	-1	6/5	≥	-4/5
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
$\varphi_{BA}-$	-1	1	0	1	0	≥	0
$\varphi_{BA}+$	1	-1	0	-1	0	≥	-2
$\varphi_{CD}-$	-1	0	1	1	0	≥	-1
$\varphi_{CD}+$	1	0	-1	-1	0	≥	-3
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	1	0	0	-1	0	≥	-1
αbF	2/5	-1/5	-1/5	-1/2	-1/10	≥	-3/5
$\varphi_{ED}+$	-1/5	3/5	-2/5	1	-6/5	≥	-6/5
L_X	-1	0	0	1	0	≥	-1
Max	2/5	-1/5	-1/5	-1/2	-1/10	=	-3/5

Scambio pivotale 3-1

	$\varphi_{BA}-$	Y	Z	$\varphi_{AB}-$	$\varphi_{DE}+$		Fb
$\varphi_{ED}-$	-1/5	-2/5	2/5	-4/5	6/5	≥	-4/5
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
X	-1	1	0	1	0	≥	0
$\varphi_{BA}+$	-1	0	0	0	0	≥	-2
$\varphi_{CD}-$	1	-1	1	0	0	≥	-1
$\varphi_{CD}+$	-1	1	-1	0	0	≥	-3
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
αbF	-2/5	1/5	-1/5	-1/10	-1/10	≥	-3/5
$\varphi_{ED}+$	1/5	2/5	-2/5	4/5	-6/5	≥	-6/5
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1
Max	-2/5	1/5	-1/5	-1/10	-1/10	=	-3/5

Scambio pivotale 5-2

	$\varphi_{BA}-$	$\varphi_{CD}-$	Z	$\varphi_{AB}-$	$\varphi_{DE}+$		Fb
$\varphi_{ED}-$	-3/5	2/5	0	-4/5	6/5	≥	-2/5
$\varphi_{AB}+$	0	0	0	-1	0	≥	-2
X	0	-1	1	1	0	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	-1	0	0	0	0	≥	-2
Y	1	-1	1	0	0	≥	-1
$\varphi_{CD}+$	0	-1	0	0	0	≥	-4
$\varphi_{DE}-$	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	0	-1	1	0	0	≥	-2
αbF	-1/5	-1/5	0	-1/10	-1/10	≥	-4/5
$\varphi_{ED}+$	3/5	-2/5	0	4/5	-6/5	≥	-8/5
L_X	0	1	-1	0	0	≥	0
Max	-1/5	-1/5	0	-1/10	-1/10	=	-4/5

Tableau finale

	φ_{BA}-	φ_{CD}-	Z	φ_{AB}-	φ_{DE}+		Fb
φ_{ED}-	-3/5	2/5	0	-4/5	6/5	≥	-2/5
φ_{AB}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
X	0	-1	1	1	0	≥	-1
φ_{BA}+	-1	0	0	0	0	≥	-2
Y	1	-1	1	0	0	≥	-1
φ_{CD}+	0	-1	0	0	0	≥	-4
φ_{DE}-	0	0	0	0	-1	≥	-2
X-	0	-1	1	0	0	≥	-2
αbF	-1/5	-1/5	0	-1/10	-1/10	≥	-4/5
φ_{ED}+	3/5	-2/5	0	4/5	-6/5	≥	-8/5
L_X	0	1	-1	0	0	≥	0
Max	-1/5	-1/5	0	-1/10	-1/10	=	-4/5

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	1/10
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}-	0	0	0	0	0	≥	1/5
φ_{BA}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}-	0	0	0	0	0	≥	1/5
φ_{CD}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}+	0	0	0	0	0	≥	1/10
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	1	1	0	4/5	2	=	-4/5

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
-1	-1	-2

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

φ_{AB}	-1/10
φ_{BA}	-1/5
φ_{CD}	-1/5
φ_{DE}	1/10
φ_{ED}	0

REAZIONI Fattore di collasso = 4/5

H_A = F
V_A = 8/5F
W_A = -Fb
H_E = -1/5F
V_E = 8/5F
W_E = -3/5Fb

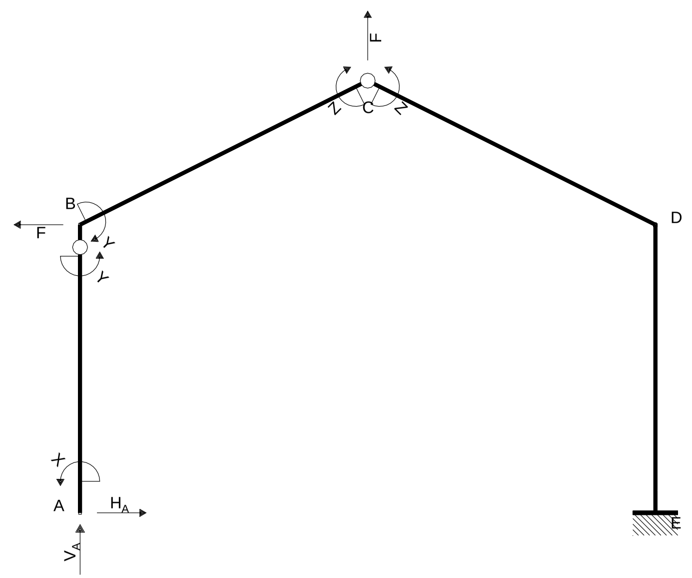
H_{AB} = F	H_{BC} = 1/5F	H_{CD} = 1/5F	H_{DE} = 1/5F
V_{AB} = 8/5F	V_{BC} = 8/5F	V_{CD} = -8/5F	V_{DE} = -8/5F
W_{AB} = -Fb	W_{BC} = Fb	W_{CD} = -2Fb	W_{DE} = Fb
H_{BA} = -F	H_{CB} = -1/5F	H_{DC} = -1/5F	H_{ED} = -1/5F
V_{BA} = -8/5F	V_{CB} = -8/5F	V_{DC} = 8/5F	V_{ED} = 8/5F
W_{BA} = -Fb	W_{CB} = 2Fb	W_{DC} = -Fb	W_{ED} = -3/5Fb

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = -1/5\delta$	$u_{CCB} = -1/10\delta$	$u_{DDC} = 0$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = -1/5\delta$	$v_{DDC} = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/10\delta/b$	$\varphi_{BBA} = 1/10\delta/b$	$\varphi_{CCB} = -1/10\delta/b$	$\varphi_{DDC} = 1/10\delta/b$	$\varphi_{EED} = 0$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -1/5\delta$	$u_{CCD} = -1/10\delta$	$u_{DDE} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = -1/5\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/10\delta/b$	$\varphi_{BBC} = -1/10\delta/b$	$\varphi_{CCD} = 1/10\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 0$



EQUAZIONI DI EQUILIBRIO

Rotazione intorno a C: aste CB BA

$3H_Ab - 2V_Ab = -Xb + Zb + Fb$

Rotazione intorno a B: aste BA

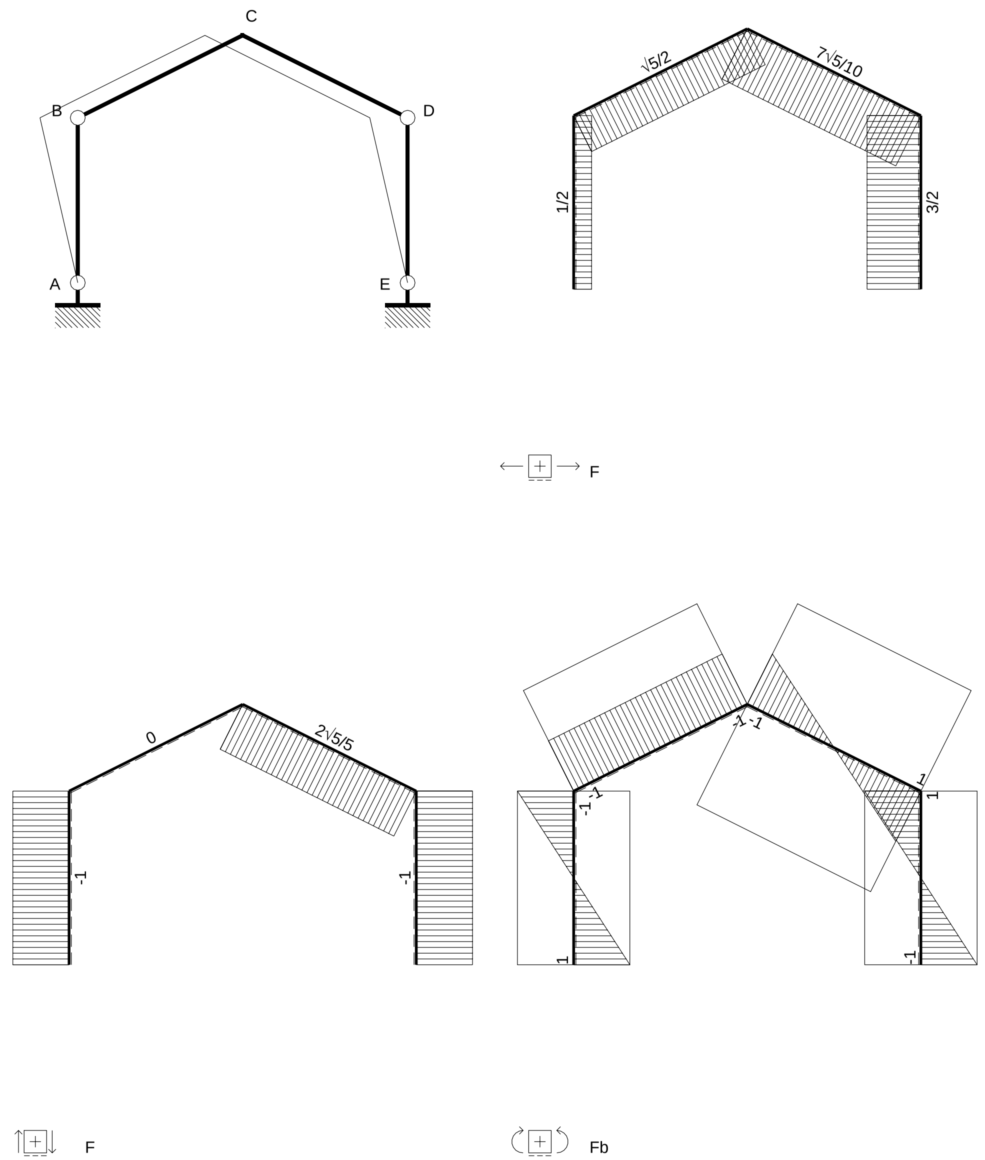
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ -1/4 & -3/4 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con *m* righe e *n* colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1\le j<n$, $1\le i<m$.
Siano a riga *m* i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1\le j<n$.
Siano a colonna *n* i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1\le i<m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1\le q<n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga *m.*
2 Sia p $(1\le p<m)$ la riga pivot di colonna *q,* a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot *q:* $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga *p* e la colonna *q:* $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot *p:* $H_{pj} = - H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga *m* ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna *n* dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga *m* della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare *m=6,n=4*

$$\begin{array}{lcccc}
 & \begin{bmatrix} P_1 & P_2 & P_3 \end{bmatrix} & & \begin{bmatrix} MIN \end{bmatrix} \\
\begin{array}{l} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ MAX \end{array} & \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \\ H_{41} & H_{42} & H_{43} \\ H_{51} & H_{52} & H_{53} \\ H_{61} & H_{62} & H_{63} \end{bmatrix} & \begin{array}{c} \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ \ge \\ = \end{array} & \begin{bmatrix} H_{14} \\ H_{24} \\ H_{34} \\ H_{44} \\ H_{54} \\ H_{64} \end{bmatrix}
\end{array}$$

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CD}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
$W_{AB}-$	1	0	0	0	≥	-1
$W_{AB}+$	1	0	0	0	≤	1
$W_{BA}-$	0	1	0	0	≥	-1
$W_{BA}+$	0	1	0	0	≤	1
$W_{CD}-$	0	0	1	0	≥	-2
$W_{CD}+$	0	0	1	0	≤	2
$W_{DE}-$	1	2	2	0	≥	-1
$W_{DE}+$	1	2	2	0	≤	1
$W_{ED}-$	-2	-3	-2	-2	≥	-1
$W_{ED}+$	-2	-3	-2	-2	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
$W_{AB}-$	1	0	0	0	≥	-1
$W_{AB}+$	-1	0	0	0	≥	-1
$W_{BA}-$	0	1	0	0	≥	-1
$W_{BA}+$	0	-1	0	0	≥	-1
$W_{CD}-$	0	0	1	0	≥	-2
$W_{CD}+$	0	0	-1	0	≥	-2
$W_{DE}-$	1	2	2	0	≥	-1
$W_{DE}+$	-1	-2	-2	0	≥	-1
$W_{ED}-$	-2	-3	-2	-2	≥	-1
$W_{ED}+$	2	3	2	2	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
$W_{AB}-$	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
$W_{AB}+$	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
$W_{BA}-$	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
$W_{BA}+$	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
$W_{CD}-$	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-2
$W_{CD}+$	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-2
$W_{DE}-$	1	2	2	-1	-2	-2	0	≥	-1
$W_{DE}+$	-1	-2	-2	1	2	2	0	≤	-1
$W_{ED}-$	-2	-3	-2	2	3	2	-2	≥	-1
$W_{ED}+$	2	3	2	-2	-3	-2	2	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	1	2	2	0	-5	≥	-1
φ_{DE}+	-1	-2	-2	0	5	≥	-1
φ_{ED}-	-2	-3	-2	-2	7	≥	-1
φ_{ED}+	2	3	2	2	-7	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 9-4

	X	Y	Z	φ_{ED}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	1	2	2	0	-5	≥	-1
φ_{DE}+	-1	-2	-2	0	5	≥	-1
αbF	-1	-3/2	-1	-1/2	7/2	≥	-1/2
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1	-3/2	-1	-1/2	7/2	=	-1/2

Scambio pivotale 7-5

	X	Y	Z	φ_{ED}-	φ_{DE}-		Fb
φ_{AB}-	4/5	-2/5	-2/5	0	1/5	≥	-4/5
φ_{AB}+	-4/5	2/5	2/5	0	-1/5	≥	-6/5
φ_{BA}-	-1/5	3/5	-2/5	0	1/5	≥	-4/5
φ_{BA}+	1/5	-3/5	2/5	0	-1/5	≥	-6/5
φ_{CD}-	-1/5	-2/5	3/5	0	1/5	≥	-9/5
φ_{CD}+	1/5	2/5	-3/5	0	-1/5	≥	-11/5
X-	1/5	2/5	2/5	0	-1/5	≥	-1/5
φ_{DE}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
αbF	-3/10	-1/10	2/5	-1/2	-7/10	≥	-6/5
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1/5	-2/5	-2/5	0	1/5	≥	-9/5
Max	-3/10	-1/10	2/5	-1/2	-7/10	=	-6/5

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL3.007

Scambio pivotale 1-3

	X	Y	φ_{AB}-	φ_{ED}-	φ_{DE}-		Fb
Z	2	-1	-5/2	0	1/2	≥	-2
φ_{AB}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
φ_{BA}-	-1	1	1	0	0	≥	0
φ_{BA}+	1	-1	-1	0	0	≥	-2
φ_{CD}-	1	-1	-3/2	0	1/2	≥	-3
φ_{CD}+	-1	1	3/2	0	-1/2	≥	-1
X-	1	0	-1	0	0	≥	-1
φ_{DE}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
αbF	1/2	-1/2	-1	-1/2	-1/2	≥	-2
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1	0	1	0	0	≥	-1
Max	1/2	-1/2	-1	-1/2	-1/2	=	-2

Scambio pivotale 3-1

	φ_{BA}-	Y	φ_{AB}-	φ_{ED}-	φ_{DE}-		Fb
Z	-2	1	-1/2	0	1/2	≥	-2
φ_{AB}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
X	-1	1	1	0	0	≥	0
φ_{BA}+	-1	0	0	0	0	≥	-2
φ_{CD}-	-1	0	-1/2	0	1/2	≥	-3
φ_{CD}+	1	0	1/2	0	-1/2	≥	-1
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
φ_{DE}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
αbF	-1/2	0	-1/2	-1/2	-1/2	≥	-2
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1
Max	-1/2	0	-1/2	-1/2	-1/2	=	-2

Tableau finale

	φ_{BA}-	Y	φ_{AB}-	φ_{ED}-	φ_{DE}-		Fb
Z	-2	1	-1/2	0	1/2	≥	-2
φ_{AB}+	0	0	-1	0	0	≥	-2
X	-1	1	1	0	0	≥	0
φ_{BA}+	-1	0	0	0	0	≥	-2
φ_{CD}-	-1	0	-1/2	0	1/2	≥	-3
φ_{CD}+	1	0	1/2	0	-1/2	≥	-1
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
φ_{DE}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
αbF	-1/2	0	-1/2	-1/2	-1/2	≥	-2
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1
Max	-1/2	0	-1/2	-1/2	-1/2	=	-2

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	1/2
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}-	0	0	0	0	0	≥	1/2
φ_{BA}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}-	0	0	0	0	0	≥	1/2
φ_{DE}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	1/2
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	0	0	2	2	1	=	-2

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{c} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BA} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{DE} \\ \varphi_{ED} \end{array} \begin{bmatrix} -1/2 \\ -1/2 \\ 0 \\ -1/2 \\ -1/2 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 2

$H_A = F$
$V_A = -1/2F$
$W_A = -Fb$
$H_E = F$
$V_E = -3/2F$
$W_E = -Fb$

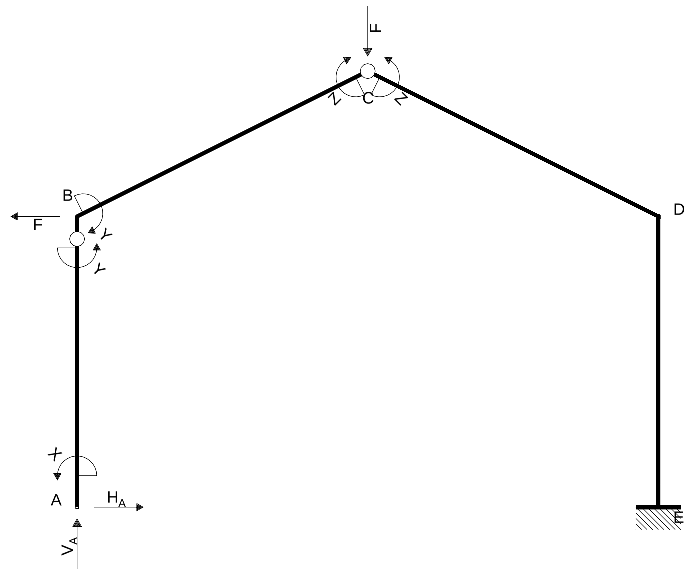
$H_{AB} = F$	$H_{BC} = -F$	$H_{CD} = -F$	$H_{DE} = -F$
$V_{AB} = -1/2F$	$V_{BC} = -1/2F$	$V_{CD} = 3/2F$	$V_{DE} = 3/2F$
$W_{AB} = -Fb$	$W_{BC} = Fb$	$W_{CD} = Fb$	$W_{DE} = -Fb$
$H_{BA} = -F$	$H_{CB} = F$	$H_{DC} = F$	$H_{ED} = F$
$V_{BA} = 1/2F$	$V_{CB} = 1/2F$	$V_{DC} = -3/2F$	$V_{ED} = -3/2F$
$W_{BA} = -Fb$	$W_{CB} = -Fb$	$W_{DC} = Fb$	$W_{ED} = -Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = -\delta$	$u_C = -\delta$	$u_{DDC} = -\delta$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_C = 0$	$v_{DDC} = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/2\delta/b$	$\varphi_{BBA} = 1/2\delta/b$	$\varphi_C = 0$	$\varphi_{DDC} = 0$	$\varphi_E = 1/2\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -\delta$	$u_{CCD} = -\delta$	$u_{DDE} = -\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 0$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/2\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 0$	$\varphi_{CCD} = 0$	$\varphi_{DDE} = 1/2\delta/b$



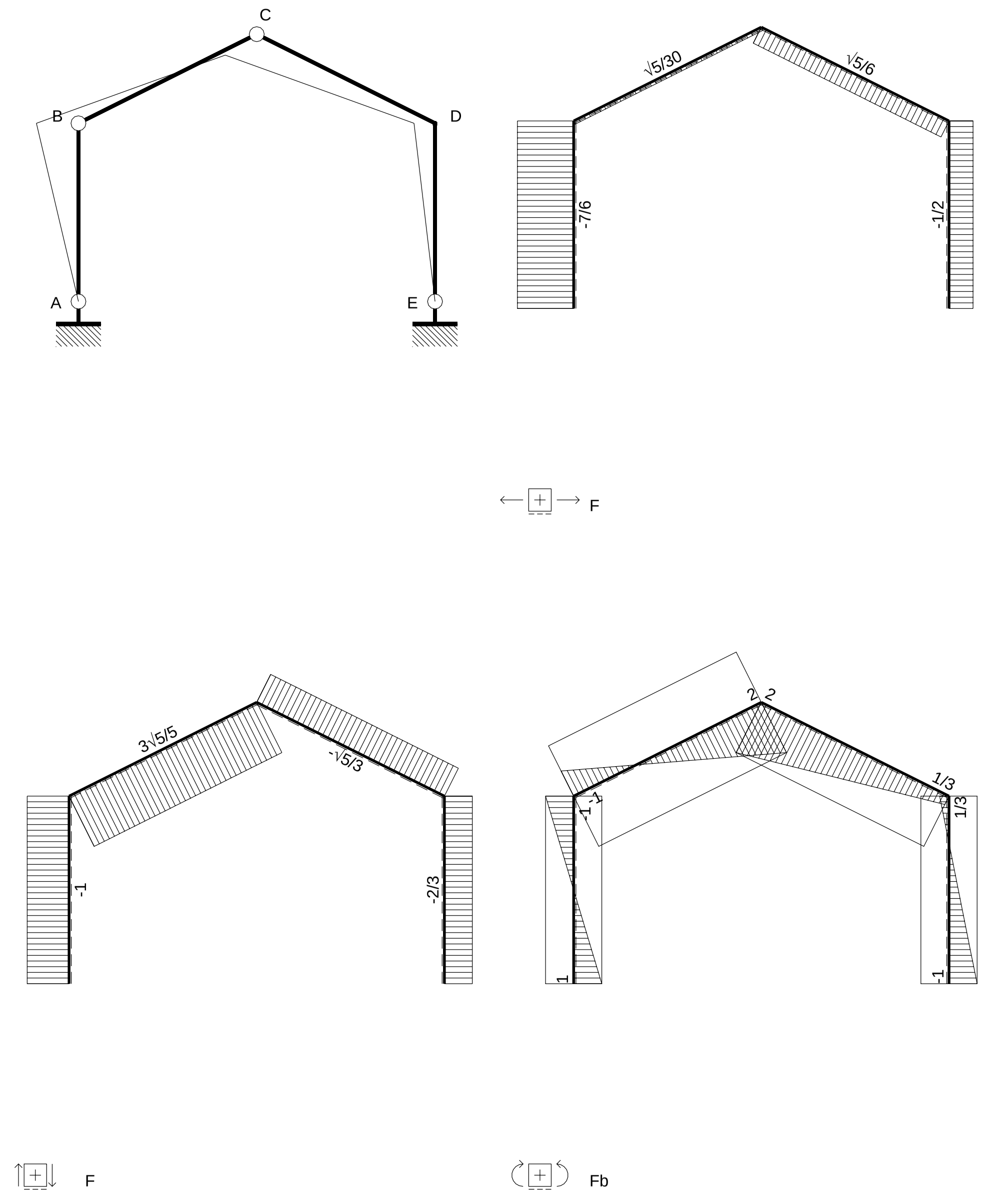
EQUAZIONI DI EQUILIBRIO
Rotazione intorno a C: aste CB BA
$3H_Ab - 2V_Ab = -Xb + Zb + Fb$
Rotazione intorno a B: aste BA
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c c} & \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{array}{c}\varphi_{CD} \\ \varphi_{BA}\end{array} & \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 1 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ -1/4 & -3/4 & -1/2 & -1/2 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j<n$, $1 \le i<m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j<n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i<m$.
Sequenza di operazioni pivotali:
1 Sia q $(1 \le q<n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p<m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.
Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CD}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	1	0	≤	2
W_{DE}-	1	2	2	4	≥	-1
W_{DE}+	1	2	2	4	≤	1
W_{ED}-	-2	-3	-2	-6	≥	-1
W_{ED}+	-2	-3	-2	-6	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	≥	-2
W_{DE}-	1	2	2	4	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	-4	≥	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	-6	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	6	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-2
W_{DE}-	1	2	2	-1	-2	-2	4	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	1	2	2	-4	≤	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	2	3	2	-6	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	-2	-3	-2	6	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	1	2	2	4	-5	≥	-1
φ_{DE}+	-1	-2	-2	-4	5	≥	-1
φ_{ED}-	-2	-3	-2	-6	7	≥	-1
φ_{ED}+	2	3	2	6	-7	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 9-4

	X	Y	Z	φ_{ED}-	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	-1/3	0	2/3	-2/3	-1/3	≥	-5/3
φ_{DE}+	1/3	0	-2/3	2/3	1/3	≥	-1/3
αbF	-1/3	-1/2	-1/3	-1/6	7/6	≥	-1/6
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/3	-1/2	-1/3	-1/6	7/6	=	-1/6

Scambio pivotale 1-5

	X	Y	Z	φ_{ED}-	φ_{AB}-		Fb
X-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
φ_{BA}-	-1	1	0	0	1	≥	0
φ_{BA}+	1	-1	0	0	-1	≥	-2
φ_{CD}-	-1	0	1	0	1	≥	-1
φ_{CD}+	1	0	-1	0	-1	≥	-3
φ_{DE}-	-2/3	0	2/3	-2/3	1/3	≥	-4/3
φ_{DE}+	2/3	0	-2/3	2/3	-1/3	≥	-2/3
αbF	5/6	-1/2	-1/3	-1/6	-7/6	≥	-4/3
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	-1	0	0	0	1	≥	-1
Max	5/6	-1/2	-1/3	-1/6	-7/6	=	-4/3

Scambio pivotale 3-1

	φ_{BA}-	Y	Z	φ_{ED}-	φ_{AB}-		Fb
X-	-1	1	0	0	0	≥	-1
φ_{AB}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
X	-1	1	0	0	1	≥	0
φ_{BA}+	-1	0	0	0	0	≥	-2
φ_{CD}-	1	-1	1	0	0	≥	-1
φ_{CD}+	-1	1	-1	0	0	≥	-3
φ_{DE}-	2/3	-2/3	2/3	-2/3	-1/3	≥	-4/3
φ_{DE}+	-2/3	2/3	-2/3	2/3	1/3	≥	-2/3
αbF	-5/6	1/3	-1/3	-1/6	-1/3	≥	-4/3
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	1	-1	0	0	0	≥	-1
Max	-5/6	1/3	-1/3	-1/6	-1/3	=	-4/3

Scambio pivotale 5-2

	φ_{BA}-	φ_{CD}-	Z	φ_{ED}-	φ_{AB}-		Fb
X-	0	-1	1	0	0	≥	-2
φ_{AB}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
X	0	-1	1	0	1	≥	-1
φ_{BA}+	-1	0	0	0	0	≥	-2
Y	1	-1	1	0	0	≥	-1
φ_{CD}+	0	-1	0	0	0	≥	-4
φ_{DE}-	0	2/3	0	-2/3	-1/3	≥	-2/3
φ_{DE}+	0	-2/3	0	2/3	1/3	≥	-4/3
αbF	-1/2	-1/3	0	-1/6	-1/3	≥	-5/3
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	1	-1	0	0	≥	0
Max	-1/2	-1/3	0	-1/6	-1/3	=	-5/3

Tableau finale

	φ_{BA}-	φ_{CD}-	Z	φ_{ED}-	φ_{AB}-		Fb
X-	0	-1	1	0	0	≥	-2
φ_{AB}+	0	0	0	0	-1	≥	-2
X	0	-1	1	0	1	≥	-1
φ_{BA}+	-1	0	0	0	0	≥	-2
Y	1	-1	1	0	0	≥	-1
φ_{CD}+	0	-1	0	0	0	≥	-4
φ_{DE}-	0	2/3	0	-2/3	-1/3	≥	-2/3
φ_{DE}+	0	-2/3	0	2/3	1/3	≥	-4/3
αbF	-1/2	-1/3	0	-1/6	-1/3	≥	-5/3
φ_{ED}+	0	0	0	-1	0	≥	-2
L_X	0	1	-1	0	0	≥	0
Max	-1/2	-1/3	0	-1/6	-1/3	=	-5/3

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	1/3
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}-	0	0	0	0	0	≥	1/2
φ_{BA}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}-	0	0	0	0	0	≥	1/3
φ_{CD}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	1/6
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	0
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	1	1	0	5/3	2	=	-5/3

Variabili soluzione dedotto il valore X-

X	Y	Z
-1	-1	-2

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

φ_{AB}	-1/3
φ_{BA}	-1/2
φ_{CD}	-1/3
φ_{DE}	0
φ_{ED}	-1/6

REAZIONI Fattore di collasso = 5/3

$H_A = F$
$V_A = 7/6F$
$W_A = -Fb$
$H_E = 2/3F$
$V_E = 1/2F$
$W_E = -Fb$

$H_{AB} = F$	$H_{BC} = -2/3F$	$H_{CD} = -2/3F$	$H_{DE} = -2/3F$
$V_{AB} = 7/6F$	$V_{BC} = 7/6F$	$V_{CD} = -1/2F$	$V_{DE} = -1/2F$
$W_{AB} = -Fb$	$W_{BC} = Fb$	$W_{CD} = -2Fb$	$W_{DE} = -1/3Fb$
$H_{BA} = -F$	$H_{CB} = 2/3F$	$H_{DC} = 2/3F$	$H_{ED} = 2/3F$
$V_{BA} = -7/6F$	$V_{CB} = -7/6F$	$V_{DC} = 1/2F$	$V_{ED} = 1/2F$
$W_{BA} = -Fb$	$W_{CB} = 2Fb$	$W_{DC} = 1/3Fb$	$W_{ED} = -Fb$

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL3.008

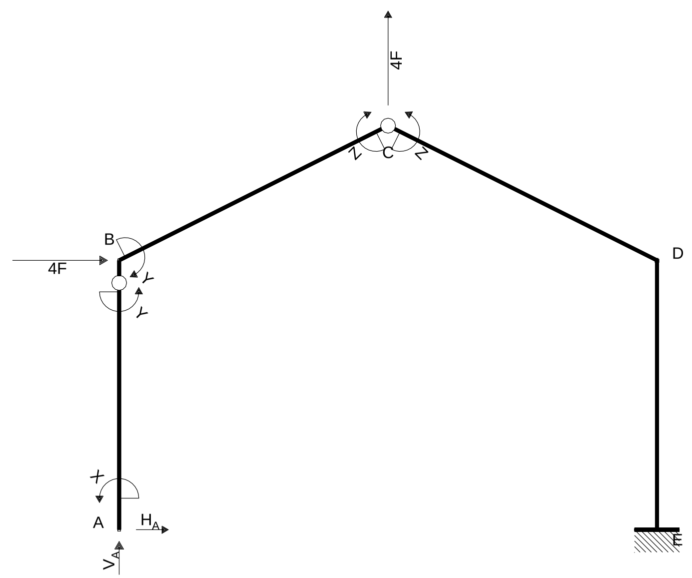
SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = -2/3\delta$	$u_{CCB} = -1/2\delta$	$u_D = -1/3\delta$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = -1/3\delta$	$v_D = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/3\delta/b$	$\varphi_{BBA} = 1/3\delta/b$	$\varphi_{CCB} = -1/6\delta/b$	$\varphi_D = 1/6\delta/b$	$\varphi_E = 1/6\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = -2/3\delta$	$u_{CCD} = -1/2\delta$	$u_{DDE} = -1/3\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = -1/3\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = 1/3\delta/b$	$\varphi_{BBC} = -1/6\delta/b$	$\varphi_{CCD} = 1/6\delta/b$	$\varphi_{DDE} = 1/6\delta/b$

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11



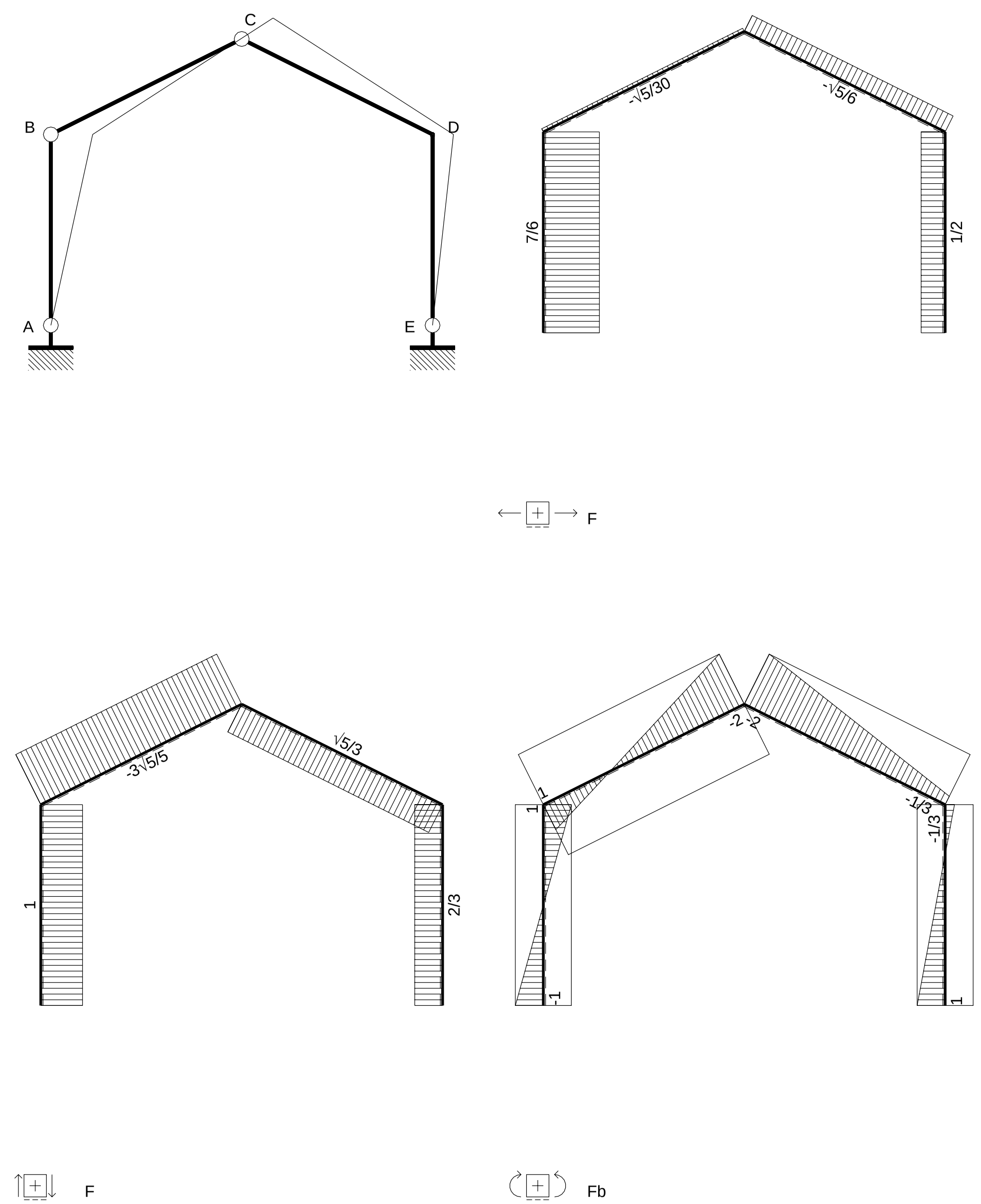
EQUAZIONI DI EQUILIBRIO
Rotazione intorno a C: aste CB BA
$3H_Ab - 2V_Ab = -Xb + Zb - 4Fb$
Rotazione intorno a B: aste BA
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & -4 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ -1/4 & -3/4 & -1/2 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \leq j < n$, $1 \leq i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j\ H_{mj}\ P_j$, $1 \leq j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i\ H_{in}\ D_i$, $1 \leq i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:

1 Sia q $(1 \leq q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \leq p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq}\ H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq}\ H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = -\ H_{pq}\ H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.

Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CD}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	1	0	≤	2
W_{DE}-	1	2	2	-16	≥	-1
W_{DE}+	1	2	2	-16	≤	1
W_{ED}-	-2	-3	-2	24	≥	-1
W_{ED}+	-2	-3	-2	24	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	≥	-2
W_{DE}-	1	2	2	-16	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	16	≥	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	24	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	-24	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-2
W_{DE}-	1	2	2	-1	-2	-2	-16	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	1	2	2	16	≤	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	2	3	2	24	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	-2	-3	-2	-24	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	1	2	2	-16	-5	≥	-1
$\varphi_{DE}+$	-1	-2	-2	16	5	≥	-1
$\varphi_{ED}-$	-2	-3	-2	24	7	≥	-1
$\varphi_{ED}+$	2	3	2	-24	-7	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 10-4

	X	Y	Z	$\varphi_{ED}+$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	1	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{BA}+$	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	-1/3	0	2/3	2/3	-1/3	≥	-1/3
$\varphi_{DE}+$	1/3	0	-2/3	-2/3	1/3	≥	-5/3
$\varphi_{ED}-$	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	1/12	1/8	1/12	-1/24	-7/24	≥	-1/24
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	1/12	1/8	1/12	-1/24	-7/24	=	-1/24

Scambio pivotale 4-2

	X	$\varphi_{BA}+$	Z	$\varphi_{ED}+$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	1	0	0	0	-1	≥	-1
$\varphi_{AB}+$	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	-1/3	0	2/3	2/3	-1/3	≥	-1/3
$\varphi_{DE}+$	1/3	0	-2/3	-2/3	1/3	≥	-5/3
$\varphi_{ED}-$	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	1/12	-1/8	1/12	-1/24	-1/6	≥	-1/6
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	1/12	-1/8	1/12	-1/24	-1/6	=	-1/6

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL3.009

Scambio pivotale 2-1

	$\varphi_{AB}+$	$\varphi_{BA}+$	Z	$\varphi_{ED}+$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	1	0	-1	≥	-2
$\varphi_{CD}+$	0	0	-1	0	1	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	1/3	0	2/3	2/3	-2/3	≥	0
$\varphi_{DE}+$	-1/3	0	-2/3	-2/3	2/3	≥	-2
$\varphi_{ED}-$	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/12	-1/8	1/12	-1/24	-1/12	≥	-1/4
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/12	-1/8	1/12	-1/24	-1/12	=	-1/4

Scambio pivotale 6-3

	$\varphi_{AB}+$	$\varphi_{BA}+$	$\varphi_{CD}+$	$\varphi_{ED}+$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	-1	0	0	≥	-4
Z	0	0	-1	0	1	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	1/3	0	-2/3	2/3	0	≥	-4/3
$\varphi_{DE}+$	-1/3	0	2/3	-2/3	0	≥	-2/3
$\varphi_{ED}-$	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/12	-1/8	-1/12	-1/24	0	≥	-5/12
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/12	-1/8	-1/12	-1/24	0	=	-5/12

Tableau finale

	$\varphi_{AB}+$	$\varphi_{BA}+$	$\varphi_{CD}+$	$\varphi_{ED}+$	X-		Fb
$\varphi_{AB}-$	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{BA}-$	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
$\varphi_{CD}-$	0	0	-1	0	0	≥	-4
Z	0	0	-1	0	1	≥	-2
$\varphi_{DE}-$	1/3	0	-2/3	2/3	0	≥	-4/3
$\varphi_{DE}+$	-1/3	0	2/3	-2/3	0	≥	-2/3
$\varphi_{ED}-$	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/12	-1/8	-1/12	-1/24	0	≥	-5/12
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/12	-1/8	-1/12	-1/24	0	=	-5/12

Vettori soluzione della programmazione lineare

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{AB}+	0	0	0	0	0	≥	1/12
φ_{BA}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{BA}+	0	0	0	0	0	≥	1/8
φ_{CD}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{CD}+	0	0	0	0	0	≥	1/12
φ_{DE}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{DE}+	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	0	0	≥	0
φ_{ED}+	0	0	0	0	0	≥	1/24
L_X	0	0	0	0	0	≥	0
Max	1	1	2	5/12	0	=	-5/12

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \\ \end{array}$$
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{c} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BA} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{DE} \\ \varphi_{ED} \end{array} \begin{bmatrix} 1/12 \\ 1/8 \\ 1/12 \\ 0 \\ 1/24 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 5/12

$H_A = -F$
$V_A = -7/6F$
$W_A = Fb$
$H_E = -2/3F$
$V_E = -1/2F$
$W_E = Fb$

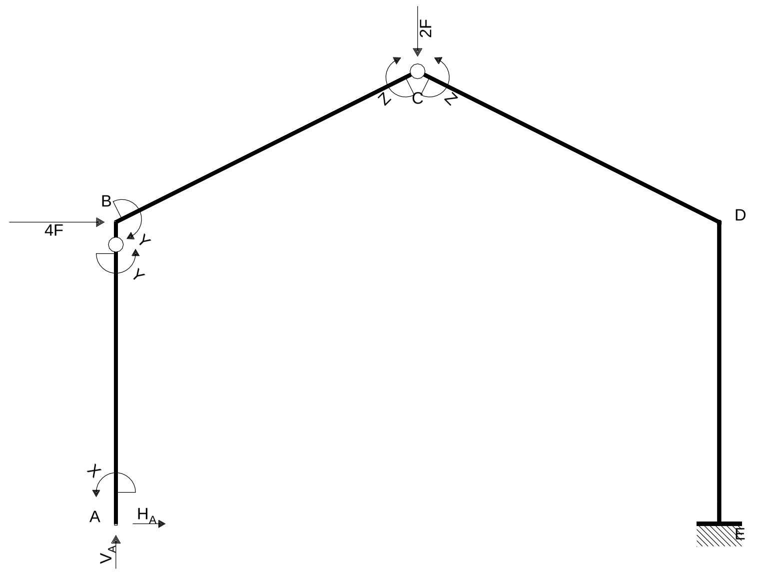
$H_{AB} = -F$	$H_{BC} = 2/3F$	$H_{CD} = 2/3F$	$H_{DE} = 2/3F$
$V_{AB} = -7/6F$	$V_{BC} = -7/6F$	$V_{CD} = 1/2F$	$V_{DE} = 1/2F$
$W_{AB} = Fb$	$W_{BC} = -Fb$	$W_{CD} = 2Fb$	$W_{DE} = 1/3Fb$
$H_{BA} = F$	$H_{CB} = -2/3F$	$H_{DC} = -2/3F$	$H_{ED} = -2/3F$
$V_{BA} = 7/6F$	$V_{CB} = 7/6F$	$V_{DC} = -1/2F$	$V_{ED} = -1/2F$
$W_{BA} = Fb$	$W_{CB} = -2Fb$	$W_{DC} = -1/3Fb$	$W_{ED} = Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = 1/6\delta$	$u_{CCB} = 1/8\delta$	$u_D = 1/12\delta$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_{CCB} = 1/12\delta$	$v_D = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/12\delta/b$	$\varphi_{BBA} = -1/12\delta/b$	$\varphi_{CCB} = 1/24\delta/b$	$\varphi_D = -1/24\delta/b$	$\varphi_E = -1/24\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = 1/6\delta$	$u_{CCD} = 1/8\delta$	$u_{DDE} = 1/12\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 1/12\delta$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/12\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 1/24\delta/b$	$\varphi_{CCD} = -1/24\delta/b$	$\varphi_{DDE} = -1/24\delta/b$



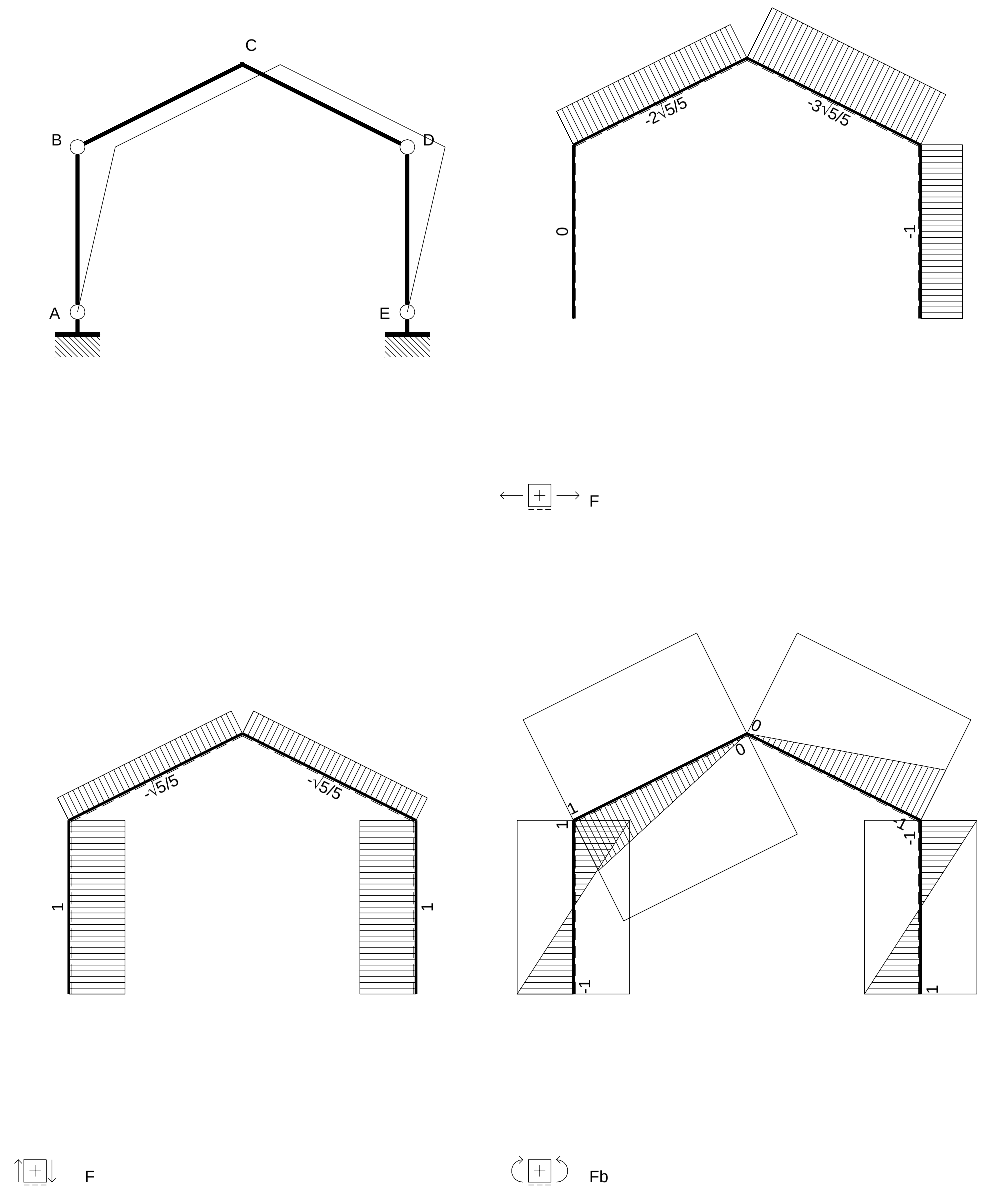
EQUAZIONI DI EQUILIBRIO
Rotazione intorno a C: aste CB BA
$3H_Ab - 2V_Ab = -Xb + Zb - 4Fb$
Rotazione intorno a B: aste BA
$2H_Ab = -Xb - Yb$

Matrice di equilibrio

$$\begin{array}{c} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{BA} \end{array} \begin{array}{c} \begin{bmatrix} H_Ab & V_Ab \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \end{array} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & -4 \\ -1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

Soluzione del sistema

$$\begin{bmatrix} H_Ab \\ V_Ab \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \begin{bmatrix} Xb & Yb & Zb & Fb \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} -1/2 & -1/2 & 0 & 0 \\ -1/4 & -3/4 & -1/2 & 2 \end{bmatrix} \end{array}$$



PROGRAMMAZIONE LINEARE

Sia H_{ij} la matrice del simplesso, con m righe e n colonne.
Siano P_j le variabili primali di riga e D_i le variabili duali di colonna, con $1 \le j < n$, $1 \le i < m$.
Siano a riga m i coefficienti della funzione obiettivo primale $max\ \Sigma_j H_{mj} P_j$, $1 \le j < n$.
Siano a colonna n i coefficienti della funzione obiettivo duale $min\ \Sigma_i H_{in} D_i$, $1 \le i < m$.
Sequenza di operazioni pivotali:

1 Sia q $(1 \le q < n)$ la colonna pivot con massimo valore H_{mj} in riga m.
2 Sia p $(1 \le p < m)$ la riga pivot di colonna q, a coefficiente negativo H_{iq}, che minimizza il rapporto H_{in}/H_{iq}.
3 Si ottiene il coefficiente pivotale H_{pq}.
4 Si scambia la variabile primale P_q con la duale D_p.
5 Si ridefinisce il coefficiente pivotale $H_{pq}=1/H_{pq}$.
6 Si ridefiniscono i coefficienti della colonna pivot q: $H_{iq} = H_{pq} H_{iq}$, escluso il pivot H_{pq}.
7 Si ridefiniscono tutti i coefficienti della matrice, esclusa la riga p e la colonna q: $H_{ij} = H_{ij} - H_{iq} H_{pj}$.
8 Si ridefiniscono i coefficienti della riga pivot p: $H_{pj} = - H_{pq} H_{pj}$, escluso il pivot H_{pq}.

Si ripete il ciclo 1-8 sino a quando la funzione obiettivo di riga m ha solo coefficienti non-positivi.
Giunti a questo punto, si individua la soluzione.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione primale, con segno cambiato, sulla colonna n dei termini noti, in corrispondenza delle variabili P_j presenti sulla colonna di sinistra.
Si hanno gli elementi non nulli del vettore soluzione duale, con segno cambiato, sulla riga m della funzione obiettivo, in corrispondenza delle variabili D_i presenti sulla colonna superiore.

Programmazione lineare $m=6,n=4$

	P_1	P_2	P_3		MIN
D_1	H_{11}	H_{12}	H_{13}	≥	H_{14}
D_2	H_{21}	H_{22}	H_{23}	≥	H_{24}
D_3	H_{31}	H_{32}	H_{33}	≥	H_{34}
D_4	H_{41}	H_{42}	H_{43}	≥	H_{44}
D_5	H_{51}	H_{52}	H_{53}	≥	H_{54}
MAX	H_{61}	H_{62}	H_{63}	=	H_{64}

SOLUZIONE DEL SIMPLESSO $X=W_{AB}$ $Y=W_{BA}$ $Z=W_{CD}$

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	1	0	0	0	≤	1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	1	0	0	≤	1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	1	0	≤	2
W_{DE}-	1	2	2	-4	≥	-1
W_{DE}+	1	2	2	-4	≤	1
W_{ED}-	-2	-3	-2	12	≥	-1
W_{ED}+	-2	-3	-2	12	≤	1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili non vincolate in segno

	X	Y	Z	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	0	≥	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	≥	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	≥	-2
W_{DE}-	1	2	2	-4	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	4	≥	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	12	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	-12	≥	-1
Max	0	0	0	1	=	0

Tableau con variabili vincolate in segno

	X+	Y+	Z+	X-	Y-	Z-	αbF		Fb
W_{AB}-	1	0	0	-1	0	0	0	≥	-1
W_{AB}+	-1	0	0	1	0	0	0	≤	-1
W_{BA}-	0	1	0	0	-1	0	0	≥	-1
W_{BA}+	0	-1	0	0	1	0	0	≤	-1
W_{CD}-	0	0	1	0	0	-1	0	≥	-2
W_{CD}+	0	0	-1	0	0	1	0	≤	-2
W_{DE}-	1	2	2	-1	-2	-2	-4	≥	-1
W_{DE}+	-1	-2	-2	1	2	2	4	≤	-1
W_{ED}-	-2	-3	-2	2	3	2	12	≥	-1
W_{ED}+	2	3	2	-2	-3	-2	-12	≤	-1
Max	0	0	0	0	0	0	1	=	0

Tableau a variabili negative su X- e limitate

	X	Y	Z	αbF	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	1	2	2	-4	-5	≥	-1
φ_{DE}+	-1	-2	-2	4	5	≥	-1
φ_{ED}-	-2	-3	-2	12	7	≥	-1
φ_{ED}+	2	3	2	-12	-7	≥	-1
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	0	0	0	1	0	=	0

Scambio pivotale 10-4

	X	Y	Z	φ_{ED}+	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	1	0	0	-1	≥	-1
φ_{BA}+	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	1/3	1	4/3	1/3	-8/3	≥	-2/3
φ_{DE}+	-1/3	-1	-4/3	-1/3	8/3	≥	-4/3
φ_{ED}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	1/6	1/4	1/6	-1/12	-7/12	≥	-1/12
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	1/6	1/4	1/6	-1/12	-7/12	=	-1/12

Scambio pivotale 4-2

	X	φ_{BA}+	Z	φ_{ED}+	X-		Fb
φ_{AB}-	1	0	0	0	-1	≥	-1
φ_{AB}+	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	1/3	-1	4/3	1/3	-5/3	≥	-5/3
φ_{DE}+	-1/3	1	-4/3	-1/3	5/3	≥	-1/3
φ_{ED}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	1/6	-1/4	1/6	-1/12	-1/3	≥	-1/3
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	1/6	-1/4	1/6	-1/12	-1/3	=	-1/3

PROCEDIMENTO E RISULTATI Nome: AL3.010

Scambio pivotale 2-1

	φ_{AB}+	φ_{BA}+	Z	φ_{ED}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	0	0	1	0	-1	≥	-2
φ_{CD}+	0	0	-1	0	1	≥	-2
φ_{DE}-	-1/3	-1	4/3	1/3	-4/3	≥	-2
φ_{DE}+	1/3	1	-4/3	-1/3	4/3	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/6	-1/4	1/6	-1/12	-1/6	≥	-1/2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/6	-1/4	1/6	-1/12	-1/6	=	-1/2

Scambio pivotale 8-3

	φ_{AB}+	φ_{BA}+	φ_{DE}+	φ_{ED}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	1/4	3/4	-3/4	-1/4	0	≥	-2
φ_{CD}+	-1/4	-3/4	3/4	1/4	0	≥	-2
φ_{DE}-	0	0	-1	0	0	≥	-2
Z	1/4	3/4	-3/4	-1/4	1	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/8	-1/8	-1/8	-1/8	0	≥	-1/2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/8	-1/8	-1/8	-1/8	0	=	-1/2

Tableau finale

	φ_{AB}+	φ_{BA}+	φ_{DE}+	φ_{ED}+	X-		Fb
φ_{AB}-	-1	0	0	0	0	≥	-2
X	-1	0	0	0	1	≥	-1
φ_{BA}-	0	-1	0	0	0	≥	-2
Y	0	-1	0	0	1	≥	-1
φ_{CD}-	1/4	3/4	-3/4	-1/4	0	≥	-2
φ_{CD}+	-1/4	-3/4	3/4	1/4	0	≥	-2
φ_{DE}-	0	0	-1	0	0	≥	-2
Z	1/4	3/4	-3/4	-1/4	1	≥	0
φ_{ED}-	0	0	0	-1	0	≥	-2
αbF	-1/8	-1/8	-1/8	-1/8	0	≥	-1/2
L_X	0	0	0	0	-1	≥	-2
Max	-1/8	-1/8	-1/8	-1/8	0	=	-1/2

@ Adolfo Zavelani Rossi, Politecnico di Milano, vers.11.05.11 08.06.11

Vettori soluzione della programmazione lineare

$$\begin{array}{l}
 \\ \varphi_{AB}- \\ \varphi_{AB}+ \\ \varphi_{BA}- \\ \varphi_{BA}+ \\ \varphi_{CD}- \\ \varphi_{CD}+ \\ \varphi_{DE}- \\ \varphi_{DE}+ \\ \varphi_{ED}- \\ \varphi_{ED}+ \\ L_X \\ Max
\end{array}
\begin{bmatrix} X & Y & Z & \alpha bF & X- \\ 0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0\\1&1&0&1/2&0 \end{bmatrix}
\begin{array}{c} \\ \geq\\ \geq\\ \geq\\ \geq\\ \geq\\ \geq\\ \geq\\ \geq\\ \geq\\ \geq\\ \geq\\ = \end{array}
\begin{bmatrix} Fb \\ 0\\1/8\\0\\1/8\\0\\0\\0\\1/8\\0\\1/8\\0\\-1/2 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione dedotto il valore X-

$$\begin{array}{ccc} X & Y & Z \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Variabili soluzione differenza tra rotazioni

$$\begin{array}{l} \varphi_{AB} \\ \varphi_{BA} \\ \varphi_{CD} \\ \varphi_{DE} \\ \varphi_{ED} \end{array} \begin{bmatrix} 1/8 \\ 1/8 \\ 0 \\ 1/8 \\ 1/8 \end{bmatrix}$$

REAZIONI Fattore di collasso = 1/2

$H_A = -F$
$V_A = 0$
$W_A = Fb$
$H_E = -F$
$V_E = F$
$W_E = Fb$

$H_{AB} = -F$	$H_{BC} = F$	$H_{CD} = F$	$H_{DE} = F$
$V_{AB} = 0$	$V_{BC} = 0$	$V_{CD} = -F$	$V_{DE} = -F$
$W_{AB} = Fb$	$W_{BC} = -Fb$	$W_{CD} = 0$	$W_{DE} = Fb$
$H_{BA} = F$	$H_{CB} = -F$	$H_{DC} = -F$	$H_{ED} = -F$
$V_{BA} = 0$	$V_{CB} = 0$	$V_{DC} = F$	$V_{ED} = F$
$W_{BA} = Fb$	$W_{CB} = 0$	$W_{DC} = -Fb$	$W_{ED} = Fb$

SPOSTAMENTI NODALI

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBA} = 1/4\delta$	$u_C = 1/4\delta$	$u_{DDC} = 1/4\delta$	$u_{EED} = 0$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBA} = 0$	$v_C = 0$	$v_{DDC} = 0$	$v_{EED} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/8\delta/b$	$\varphi_{BBA} = -1/8\delta/b$	$\varphi_C = 0$	$\varphi_{DDC} = 0$	$\varphi_E = -1/8\delta/b$

SPOSTAMENTI RIGIDI DELLE ASTE

$u_{AAB} = 0$	$u_{BBC} = 1/4\delta$	$u_{CCD} = 1/4\delta$	$u_{DDE} = 1/4\delta$
$v_{AAB} = 0$	$v_{BBC} = 0$	$v_{CCD} = 0$	$v_{DDE} = 0$
$\varphi_{AAB} = -1/8\delta/b$	$\varphi_{BBC} = 0$	$\varphi_{CCD} = 0$	$\varphi_{DDE} = -1/8\delta/b$