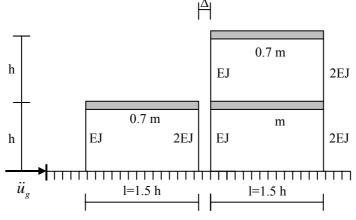
## Università degli Studi di Bergamo, Facoltà di Ingegneria, Dalmine Laurea Specialistica in Ingegneria Edile

# Fondamenti di Dinamica e Instabilità delle Strutture a.a. 2008/2009

## **II ELABORATO**

Si considerino i due adiacenti telai multipiano "shear-type" in C.A. con le caratteristiche in figura. Si assumano le travi infinitamente rigide, con massa indicata; le colonne assialmente inestensibili, con rigidezza flessionale EJ variabile, prive di massa.



#### Dati:

- altezza delle colonne: h=3 m;
- momento d'inerzia della sezione trasversale base delle colonne: J=0.004 + 0.00005 (N-C) m<sup>4</sup>;
  (N=numero lettera iniziale del nome, C= numero lettera iniziale del cognome);
- massa degli impalcati: m=20000 kg;
- modulo di elasticità: E=32000 MPa.

#### Richieste:

- Determinare matrice delle masse M e matrice di rigidezza K della struttura.
- Determinare i modi principali di vibrare fornendo autovettori φ<sub>i</sub>, pulsazioni proprie ω<sub>i</sub> e periodi propri T<sub>i</sub>. Utilizzare il metodo numerico dell'iterazione vettoriale inversa secondo un'implementazione propria, verificando la stima iterativa delle pulsazioni proprie tramite il rapporto di Rayleigh. Confrontare con soluzioni analitiche e numeriche alternative. Rappresentare graficamente i modi principali di vibrare corrispondenti agli autovettori determinati.
- Scrivere: le matrici  $\Phi$  e  $\Omega$  degli autovettori e degli autovalori; le trasformazioni diretta  $\mathbf{q} = \Phi \mathbf{p}$  e inversa  $\mathbf{p} = \Phi^{-1} \mathbf{q}$  tra coordinate principali e lagrangiane. Verificare le relazioni algebriche:  $\mathbf{K}\Phi = \mathbf{M}\Phi\Omega^2$ ;  $\mathcal{M} = \Phi^T \mathbf{M}\Phi = \mathrm{diag}[\mathcal{M}_i]$ ,  $\mathcal{K} = \Phi^T \mathbf{K}\Phi = \mathrm{diag}[\mathcal{K}_i]$ ,  $\Omega^2 = \mathcal{M}^{-1}\mathcal{K} = \mathrm{diag}[\mathcal{K}_i]/\mathcal{M}_i]$ .
- Assumendo uno smorzamento strutturale "alla Rayleigh",  $C = \alpha M + \beta K$ , con i parametri  $\alpha$ ,  $\beta$  da calibrare in modo tale che i fattori di smorzamento risultanti per i primi due modi risultino pari a  $\zeta_1$ =4%,  $\zeta_2$ =5%:
  - Valutare la risposta del sistema ad un'eccitazione sismica secondo lo spettro di risposta di accelerazione relativo al terremoto de l'Aquila del 6 aprile 2009, stazione AQV (dati scaricabili dalla pagina del corso o dal sito dell'Itaca). Considerare la componente orizzontale WE del sisma (periodo proprio in s,  $\zeta=5\%$ ). Per ottenere lo spettro di risposta associato a fattori di smorzamento diversi si moltiplichino le ordinate per il fattore  $\eta=\sqrt{[0.10/(0.05+\zeta)]}$ .
  - Determinare i fattori di partecipazione e le masse modali efficaci dei vari modi.
  - Valutare gli spostamenti massimi attesi degli impalcati secondo la stima SRSS e dire qual è il valore minimo della distanza Δ che impedisce il "martellamento" fra i due edifici.
  - ◆ Calcolare le forze equivalenti agenti secondo i vari modi e le azioni interne ad esse corrispondenti, rappresentando i diagrammi N,T,M (N esclusa per le travi). Determinare i valori massimi attesi delle azioni interne (SRSS) in tutte le sezioni caratteristiche del telaio.
  - ♦ Facoltativo: determinare la risposta sismica in termini di spostamento, velocità e accelerazione del telaio di sinistra all'accelerogramma sismico scaricabile dalle stesse fonti (intervallo di registrazione Δt = 0.005 s), mediante integrazione nel tempo col metodo di Newmark. Confrontare gli esiti con le stime precedenti.