

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC; 6 CFU)

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 23

Flessione elastoplastica delle travi

Scopi:

- Descrivere il salto di scala, da materiale a struttura, per cogliere il comportam. dell'elemento strutturale anche oltre l'usato del campo elastico (di quotidiano funzionamento, per condizioni di esercizio regolare), per non-linearietà di materiale (comportamento elastoplastico).
- "Analisi Limite" dei sistemi di travi ("Calcolo e Rotta" dei telai) utile a determinare le possibili condizioni di collasso strutturale (plastico), sia nelle caratteristiche statiche (livello dei carichi \Rightarrow carico di collasso, o moltiplicatore di), che cinematiche (meccanismo di collasso).
- Individuare la relazione tra comportamento locale (elastoplastico) del punto materiale delle trave e comportamento globale dell'intero elemento strutturale - Lo facciamo nell'ambito dell'ipotesi di comportamento perfettamente elastoplastico del materiale (no incrudimento) [da un lato conservativo, dall'altro sotto l'ipotesi di garantire una elevata (illimitata) utilità del materiale].

- Comportamento perfettamente elastoplastico del materiale

$\sigma_0 = E \varepsilon_0$

$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E}$

$\approx 10^{-3} = .001$

incremento (limite di rientrato variabile)

"plateau" o spazio costante (flow stress), con sviluppo di deformazioni plastiche illimitate.

(limite elastico fisso)

d4 p: regio di curvatura

- Diagram illustrating the stress distribution in a rectangular cross-section under bending. The section has height h and width b . The central horizontal axis is the neutral axis (asse neutro) in the elastic-plastic field. A vertical axis z passes through the centroid G , defining the deflection curve. A force M is applied at the top edge. The stress distribution $\sigma_{zz}(z)$ is shown as a linear triangle from zero at the neutral axis to σ_{max} at the bottom fiber. The coordinate y is also indicated.

- Quindi, in maniera diretta:

$$M = W_e \sigma^{\max} \Rightarrow \sigma^{\max} = \frac{M}{W_e}, \quad W_e = \frac{bh^2}{6} \text{ modulo di resistenza (a flessione) elastico}$$

- Altrettanto, per equivalenza statica (tra M_x e σ_{zz} che ne deriva):

$$M_x = \int_A (\sigma_{zz} dA) y = \int_A \sigma_{zz} y dA = \int_A E \underbrace{\chi y}_{\sigma_{zz}} y dA = E \chi \int_A y^2 dA \quad J_x = \frac{1}{12} b h^3$$

Legge di B-E-N: (comp. costitut. delle sez. trasv.

$$M_x = E J_x \chi_x \Leftrightarrow \chi_x = \frac{M_x}{E J_x} \quad \begin{array}{l} \text{delle trave} \\ \text{in campo} \\ \text{elastico} \end{array}$$

rigidezza
flessionale (elastica)

momento d'inerzia
delle sezioni trasv.
rispetto all'asse x
(asse n-n)

- Formule di Navier: (sforzi lineari sulle sez.)

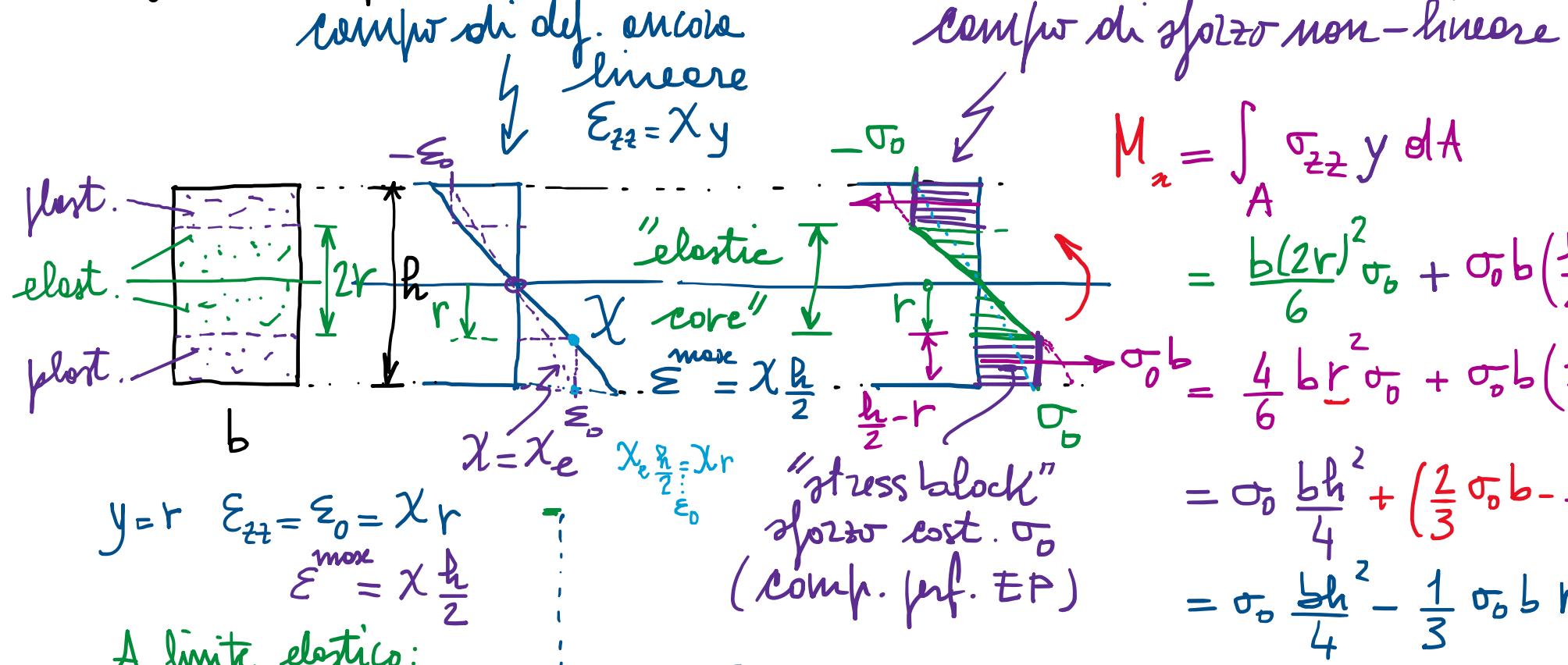
$$\sigma_{zz} = E \underbrace{\chi y}_{\epsilon_{zz}} = E \frac{M}{J_x} y = \frac{M_x}{J_x} y \rightarrow \sigma^{\max} = \sigma_{zz}(y=\frac{h}{2}) = \frac{M_x}{J_x \cdot 2} = \frac{M_x}{W_{ex}}$$

limite elastico

$$\sigma^{\max} \leq \sigma_0 \quad \left. \begin{array}{l} \sigma^{\max} = \chi \frac{h}{2} \leq \epsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E}; \\ \sigma^{\max} \leq \sigma_0 \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \chi \leq \chi_e = \chi_0 \\ \epsilon = \epsilon_0 \end{array} \right\} \chi_e = \frac{2\epsilon_0}{h} \quad W_e = \frac{J_x}{h/2} = \frac{1}{12} \frac{bh^3}{\chi/h} = \frac{1}{6} bh^2 \rightarrow M_e = \sigma_0 W_e$$

Momento a) limite elastico

- Regime elastoplastico ($\chi \geq \chi_e$) $\Rightarrow (M \geq M_e)$



A limite elastico:

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_{max} = \chi_e \frac{h}{2} \quad \rightarrow 1 = \frac{\chi r}{\chi_e \frac{h}{2}}$$

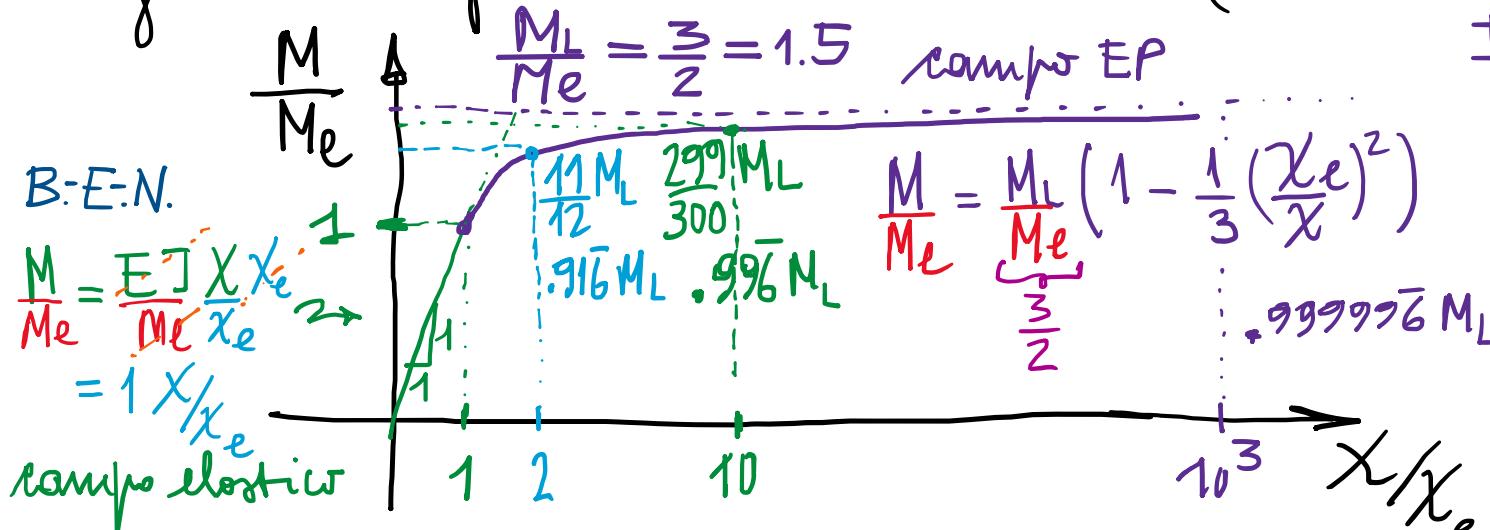
Momento limite

$$M_L = \sigma_0 W_p$$

$$\text{modulo plastico: } W_p = \frac{bh^2}{4} = Z \quad (\chi \rightarrow \infty, M \rightarrow M_L)$$

$$\frac{r}{h/2} = \frac{\chi_e}{\chi} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_{max}}$$

- legge elastoflessiva delle zet. trass. ($M = M(X)$ non-lineare) con incrinim.



- M_L : comp. asintotico per $X \rightarrow \infty$ ($r \rightarrow 0$)

- Caso limite: (compenetrazione impossibile)

$\varepsilon \leq 1$

$$\varepsilon^{max} = 1 \Rightarrow X = \frac{2}{h} \Leftrightarrow \varepsilon^{max} = X \frac{h}{2}$$

$$\frac{X}{X_e} = \frac{1}{\varepsilon_0} \approx \frac{1}{10^{-3}} = 10^3 = 1000$$

- Caso tipico $\varepsilon = 1\% = 10^{-2} \Rightarrow X = \frac{2}{h} 10^{-2}$

(in campo EP)

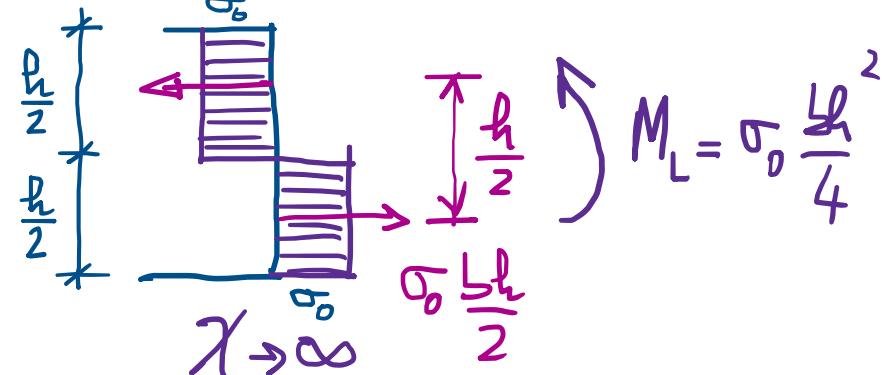
definizioni che possono

tipicamente manifestarsi in campo EP.

Fattore di forma:

$$\alpha = \frac{M_L}{M_e} = \frac{\sigma_0 W_p}{\sigma_0 W_e} = \frac{\frac{bh^2}{4}}{\frac{bh^2}{6}} = \frac{3}{2} = 1.5$$

Momento Limite:



Generalizz. ad altre sezioni:



α : 1.1-1.2 1.27 1.6-1.8 1.7 2.0

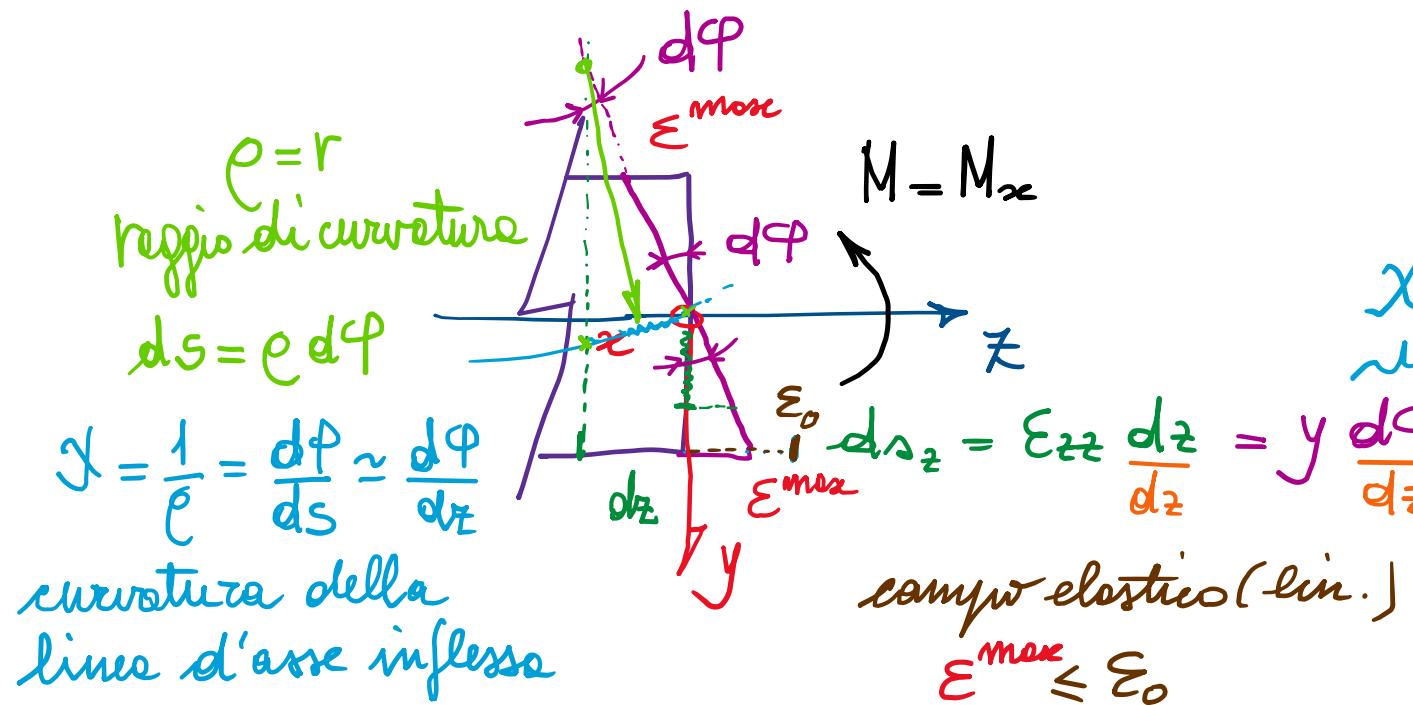
maggiorizz
il guadagno
plastico

$$\frac{bh^2}{4} = W_p = 2 S_x = \frac{1}{2} \frac{bh}{2} \frac{h}{4/2}$$

Momento statico parte zet.
sotto asse neutro

Concetti fondamentali :

- Flessione elastoplastica (trave) : si comportamento elastico e comportamento elastoplastico -
- Ipotesi cinematica sul campo di deformazione (conservazione delle sezioni piane) : $\epsilon_{zz} = \chi y$ *valido in campo elastoplastico*



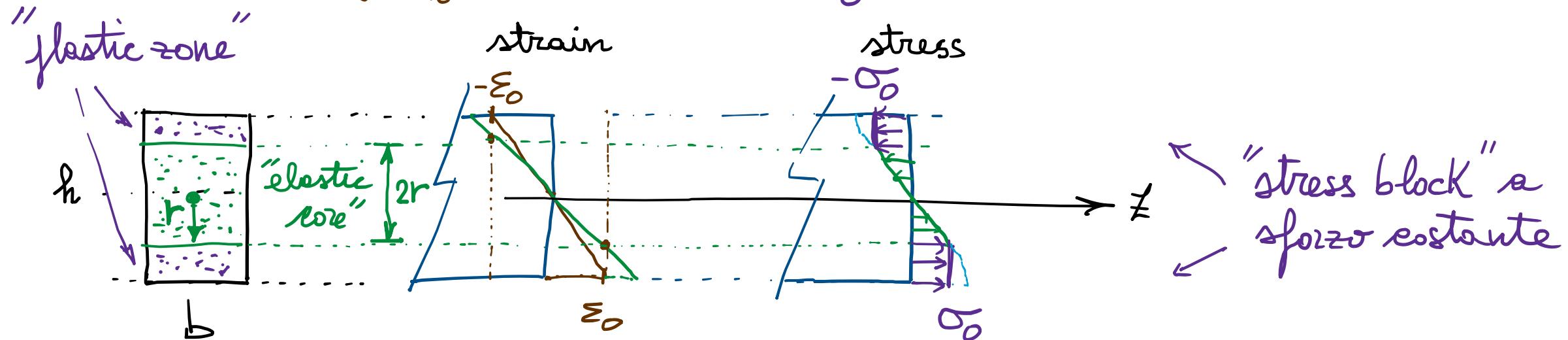
$$\sigma_{zz} = E \epsilon_{zz}$$

campo elastico

$$\epsilon_{zz} = \chi y \rightarrow \sigma_{zz}(y) = E \chi y$$

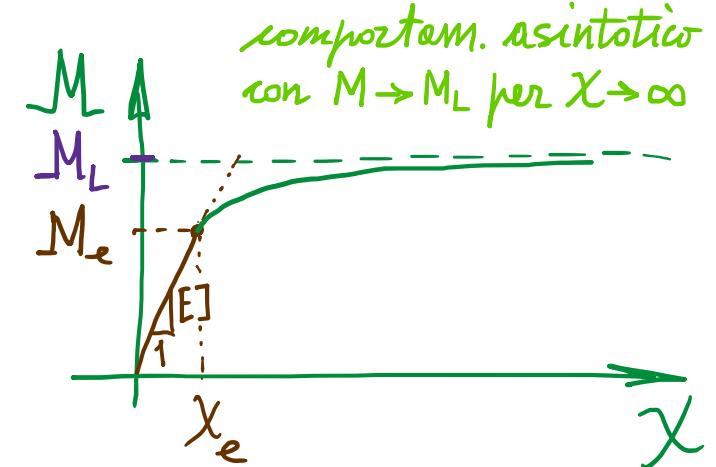
deformazioni lineari sulla sezione *spurzo lin. sulla sezione*

- Campo elastoplastico: $\varepsilon^{\text{max}} \geq \varepsilon_0$
 $\chi = \chi_e$ $\chi \geq \chi_e$

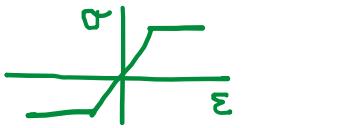


Per χ crescente, oltre il campo elastico, r si riduce da $\frac{h}{2}$ ($\chi = \chi_e$) a 0 ($\chi \rightarrow \infty$)

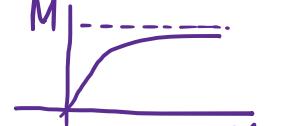
- Conduce a legge Momento/Curvature $M = M(\chi)$ non lineare, con incremento macroscopico



SOMMARIO (Lec. 23)



- Flexione elastoplastica (vs. legge costitutiva delle sez. trasversale). [de materiale] [a sezione]
- Hp. di conservazione delle sezioni piane (campo lineare di deformazione).
- Regime elastico (lineare): modulo di resistenza elastico, momento/curvatura e limite elastico.
- Regime elastoplastico : plasticizzazione con "stress block" che si diffondono, per curvature crescenti, dai lenti vs. l'interno; legame M/X non-lin. con incrudimento; modulo (di resistenza) plastico; momento limite ($X \rightarrow \infty$).
- Fattore di forma : guadagno plasticità/elasticità.
- Casi pratici : momento limite quasi raggiunto per deformazioni osservabili $\sim 1\%$ in campo elastoplastico.



Next step: Comportamento globale delle trave infisse ; ipotesi di cermeira plastica ; meccanismo di collasso (plastico) delle trave .