

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC ; 6 CFU)

A.A. 2022/2023

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 22

III - Anelasticità delle Strutture (Plasticità) \rightarrow Non-linearietà di materiale ("material non-linearity")

Scopi:

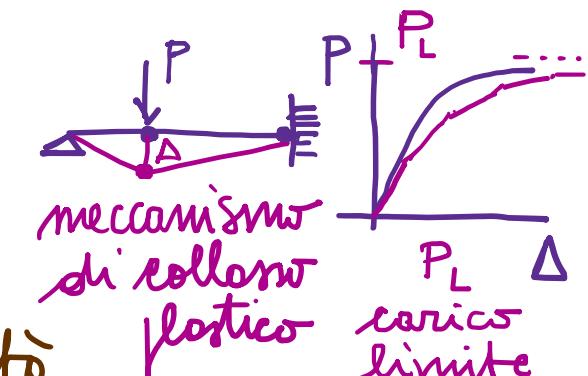
- Introduzione al comportamento non-lineare del materiale (punto materiale) [campo elasto-plastico].

- Comportamento non-lin. delle sez. trasverse delle trave.

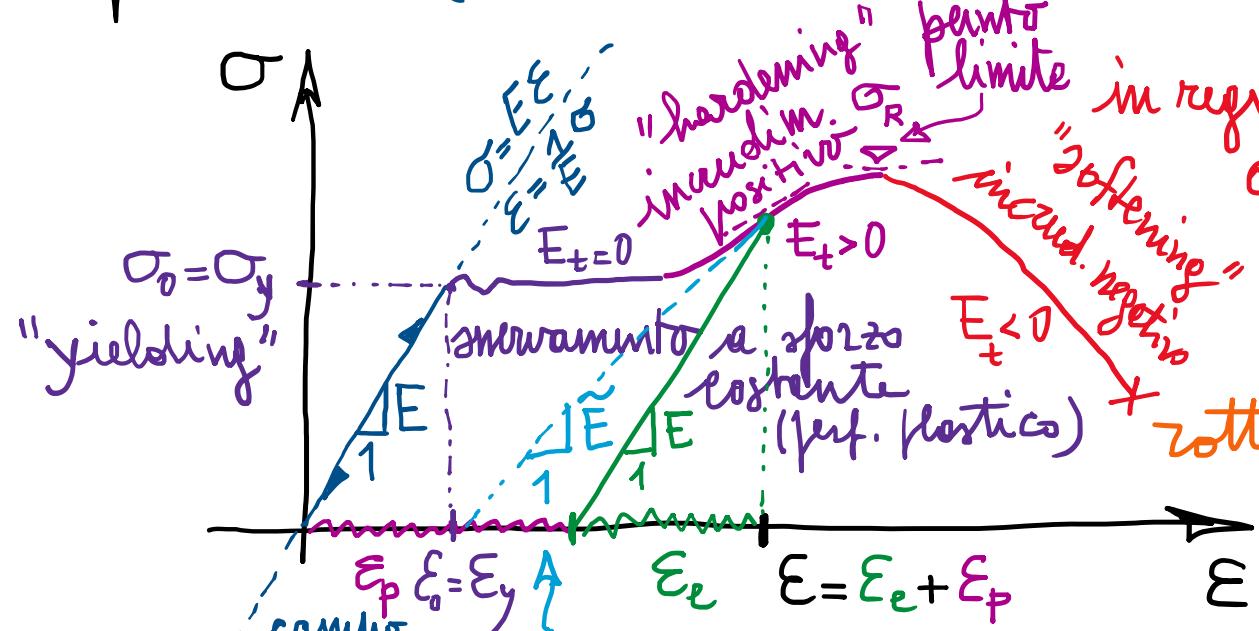
- Comportamento globale elasto-plastico delle trave



- Ipotesi di "cerniera plastica" (localizzazione delle deform. plastiche) e "calcolo a rottura" dei telai (Analisi Limite).



- Qui, non-linearietà di materiale scissore ole non-linearietà geometrica (vedi Instabilità), per cinematiche lineari (regime di "piccoli spostamenti").



legge intera elastico-lin. $E < E$ (degradazione di rigidità) \rightarrow
 \Rightarrow sforzo

- Sistematico con uscite del campo elastico.

- Campo plastico: deformazioni irreversibili allo scarico (legate ad un riacquisto della struttura interna di energia in calore). O<olos

- Comportamento anolonomo \Rightarrow legame incrementale
 distinz. carico vs. scarico: $\frac{d\sigma}{dt} = E \frac{dE}{dt}$ scarico

$$\frac{d\sigma}{dt} = E \frac{d\varepsilon}{dt} \quad \begin{array}{l} \text{scarico} \\ \text{elastico} \end{array}$$

O color es caro foscuro

 le E_t modulo tangente
ascendente $dE > 0$ elasto-plastico

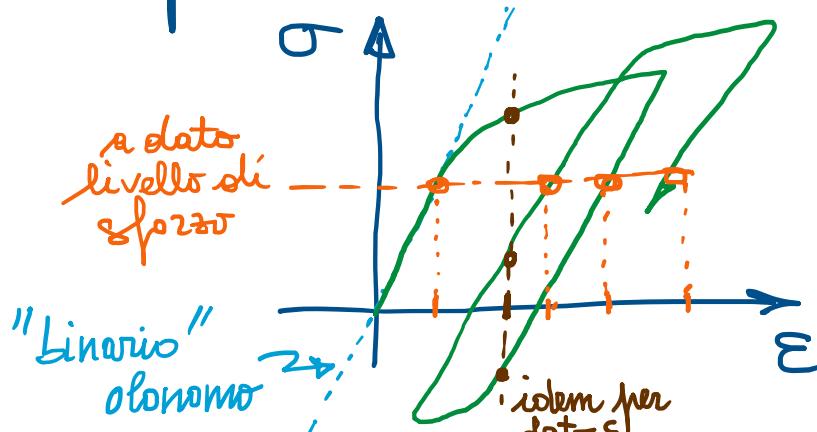
$$\frac{d\sigma}{dt} = E + \frac{dE}{dt}$$

$E_t \geq 0$, $\dot{\sigma} = E_t \dot{E} \geq 0$
 (reherdining) ratei di st. e olef.

- Legge costitutiva in forma incrementale:

- legame diretto $\dot{\sigma} = \dot{\sigma}(\dot{\varepsilon})$ controllo in deformazione (consente descrizione del softening)
- " inverso" $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}(\dot{\sigma})$ " in sforzo

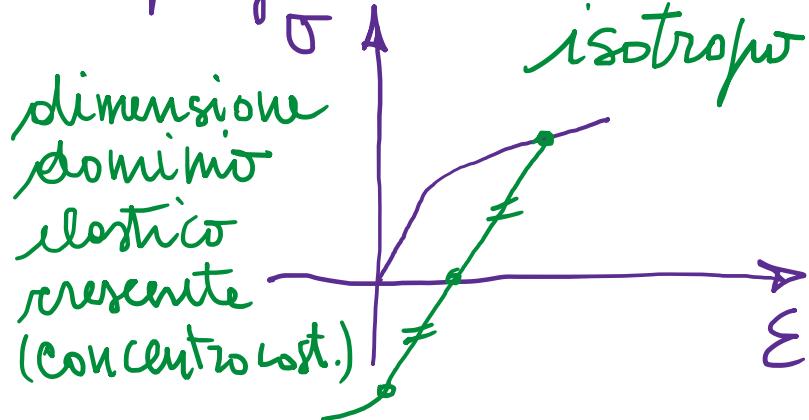
- Dipendenze dalla storia di carico (comportamento "path-dependent", descritto mediante opportune "variabili interne", utili a registrare la storia)



(in genere non-lineare)

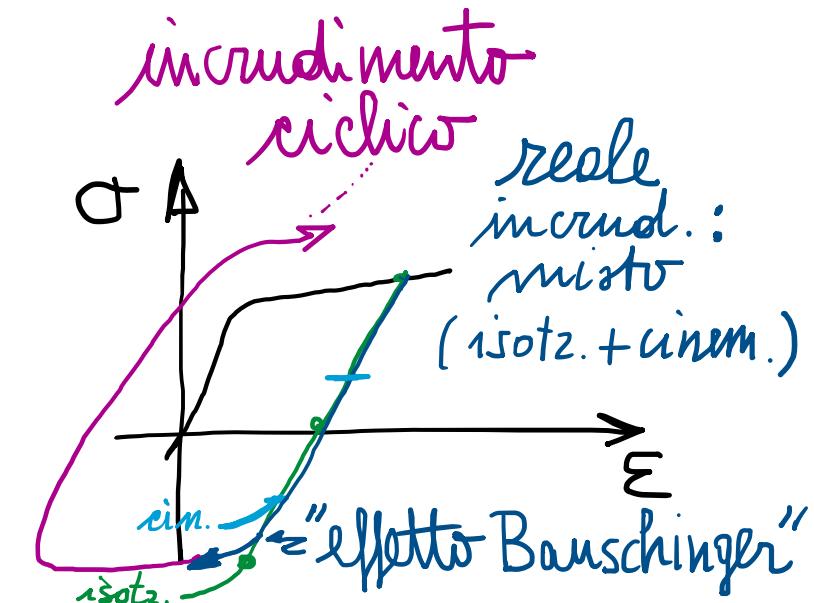
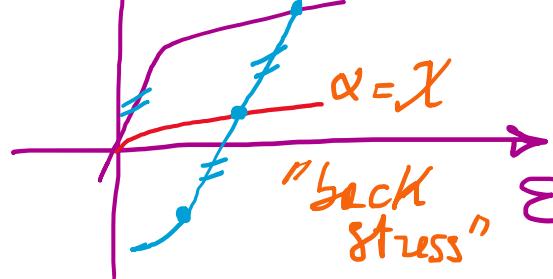
(variaz. del centro)

- Tipologie di incrudimento:



isotropo

ciclico



legame
diretto
 $\dot{\sigma}(\dot{\varepsilon})$

microdilatamento positivo
(hardening) $E_t > 0$

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon} \geq 0 \Rightarrow \dot{\sigma} = E_t \dot{\varepsilon} \geq 0 \\ \dot{\varepsilon} \leq 0 \Rightarrow \dot{\sigma} = E \dot{\varepsilon} \leq 0\end{aligned}$$

unicità

legame
inverso
 $\dot{\varepsilon}(\dot{\sigma})$

$$\dot{\sigma} \geq 0 \Rightarrow \dot{\varepsilon} = \frac{1}{E_t} \dot{\sigma} \geq 0$$

$$\dot{\sigma} \leq 0 \Rightarrow \dot{\varepsilon} = \frac{1}{E} \dot{\sigma} \leq 0$$

unicità

microdilatamento nullo
(perfett. plastico) $E_t = 0$

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon} \geq 0 \Rightarrow \dot{\sigma} = 0 \\ \dot{\varepsilon} \leq 0 \Rightarrow \dot{\sigma} = E \dot{\varepsilon} \leq 0\end{aligned}$$

unicità

microdilatamento negativo
(softening) $E_t < 0$

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon} \geq 0 \Rightarrow \dot{\sigma} = E_t \dot{\varepsilon} \leq 0 \\ \dot{\varepsilon} \leq 0 \Rightarrow \dot{\sigma} = E \dot{\varepsilon} \leq 0\end{aligned}$$

unicità

soft. "critico" $E_t \rightarrow -\infty$ ($\dot{\varepsilon} = 0$)
perdita controllo in defor.

$\dot{\sigma} > 0$ non possibile
 $\dot{\sigma} = 0 \Rightarrow \dot{\varepsilon}$ indeter.
 //

non unicità

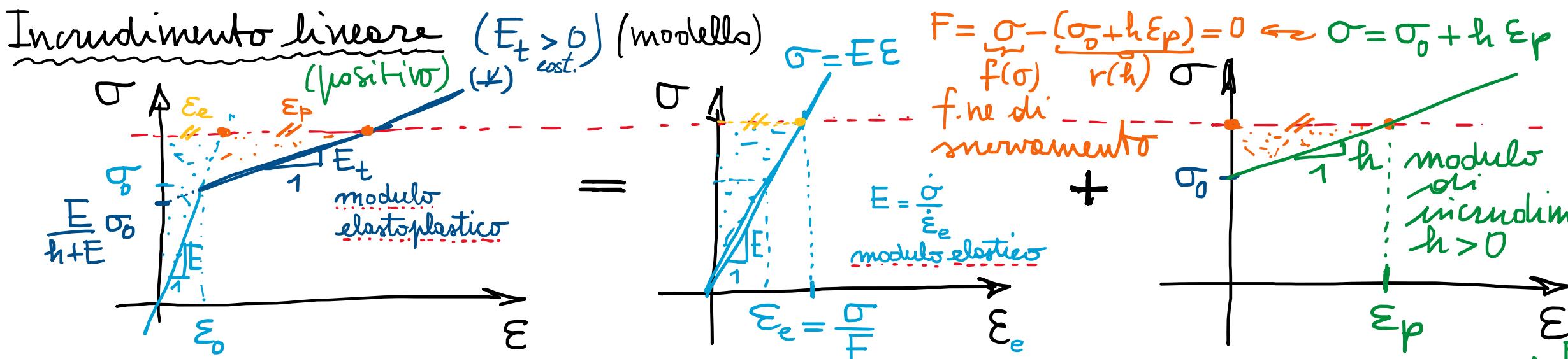
perdita di controllo
in sforzo

"/"
 $\dot{\varepsilon} = \frac{1}{E_t} \dot{\sigma} \geq 0$
 //

non unicità

$$-\infty < E_t < E$$

$E_t > E$ "locking" σ
(es. materiali biolog.)



decomposizione somme di deformazioni assieme : $\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_p \Leftrightarrow$ (simil. in ratei, in det. E_t)

$$= \frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{h} - \frac{\sigma_0}{h} \Leftrightarrow \epsilon + \frac{\sigma_0}{h} = \frac{h+E}{hE} \sigma \Leftrightarrow \epsilon_p = \frac{\sigma - \sigma_0}{h}$$

$$\frac{h+E}{hE} \sigma = \left(\frac{1}{E} + \frac{1}{h} \right) \sigma$$

- Generalizzazione al 3D (teoria delle plasticità)

Condiz. di shew. $F(\sigma_0, \lambda) = f(\lambda) - r(h, \lambda) = 0$

Legge di flusso plast. $\dot{\epsilon}_p = \lambda \dot{\epsilon}_n$ es. $f(\lambda) = \sigma_{eq}^{VM} = \sqrt{3} J_2$

Operatore tangente $\dot{\sigma} = E_t : \dot{\epsilon}$ moltiplicatore vettore sizez. di flusso plast. (modulo elastoplastico) $L E_{t,ijk}$

$$\sigma = \underbrace{\frac{hE}{h+E} \epsilon}_{{\dot{\epsilon}}_t} + \underbrace{\frac{hE}{h+E} \frac{\sigma_0}{h}}_{\lambda} = \frac{E}{h+E} \sigma_0 + E_t \epsilon (*)$$

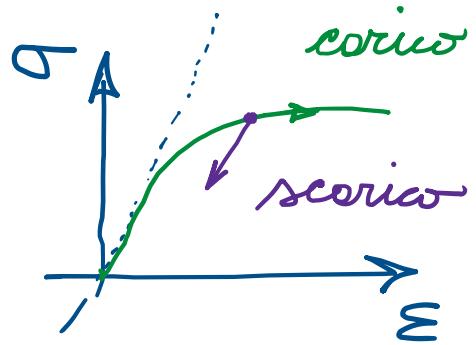
$$E_t = \frac{hE}{h+E} \quad h = \frac{E E_t}{E - E_t} = \frac{E_t}{1 - E_t/E}$$

modulo tangente

Concetti fondamentali :

- Anelasticità (in particolare Plasticità) delle strutture :
 - comportamento dissipativo anelastico delle strutture, a partire da quello del materiale \Rightarrow non-linearietà di materiale
 - manifestabile per carichi e spostamenti crescenti, tali da indurre un'uscita dal campo elastico (quale regime tipico di funzionamento ordinario, quotidiano delle strutture, in condizioni di esercizio), per condurre anche a situazioni "Limite", con possibile collasso (plastico) delle strutture, nelle sue totalità (meccanismo completo) o di una sua parte (meccanismo parziale) \Rightarrow Analisi Limite (AL) o "Calcolo e rottura" (dei telai).

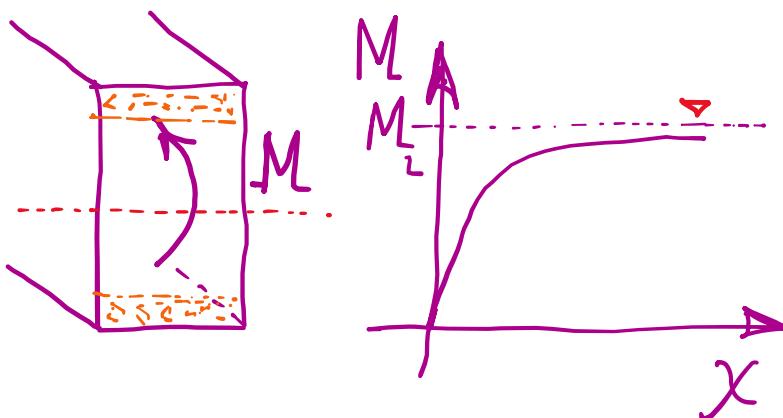
- Le diverse scale strutturali (flessione elastoplastica delle travi):



punto materiale

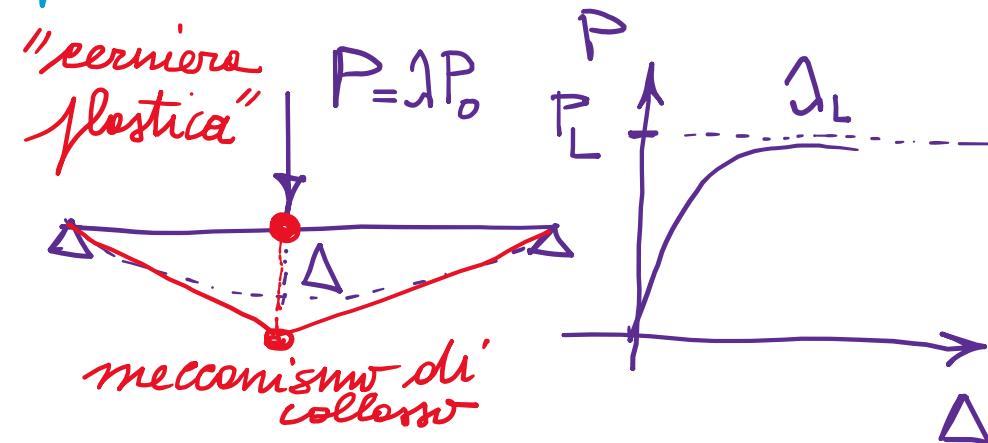
(Teoria delle
Plessibilità)

Mecanica dei
Continui in
campo
elastoplastico.



sezione trasversale

"Legge costitutiva"
delle trave per
flessione elastoplastica
(in particolare per
comportamento "perfettamente
elastoplastico").



struttura nel suo complesso

Risposta non-lineare
globale, forza-spostamento,
della struttura (trave o
sistemi di travi e telai),
 sino al collasso
(plastico, duttile), descriv.
anche per "localizzazioni" delle sfor.

SOMMARIO (Lec. 22)

III - Anelasticità delle strutture (Plasticità)

- Introduzione al comportamento non-lineare (elastoplastico) del materiale.
- Regimi tipici: elastico, perfettamente plastico, incud. positivo/^{"hardening"}/_{"softening"} negativo.
- Comportamento anolognomo: legame incrementale (carico pl. vs. scarico el.).
- Dipendenze delle storie di carico (integras. del legame incrementale).
- Tipologie di microscimento e loro modellazione.
- Unicità del legame diretto/inverso.
- Incudimento lineare e modulo tangente.
- Generalizzazione 3D: teoria della plasticità.

Next step: Flessione elastoplastica - Comportamento delle sezioni trasversale delle trave
(verso una teoria strutturale in ambito di non-lin. di materiale).