Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

L-23 Ingegneria delle Tecnologie per l'Edilizia

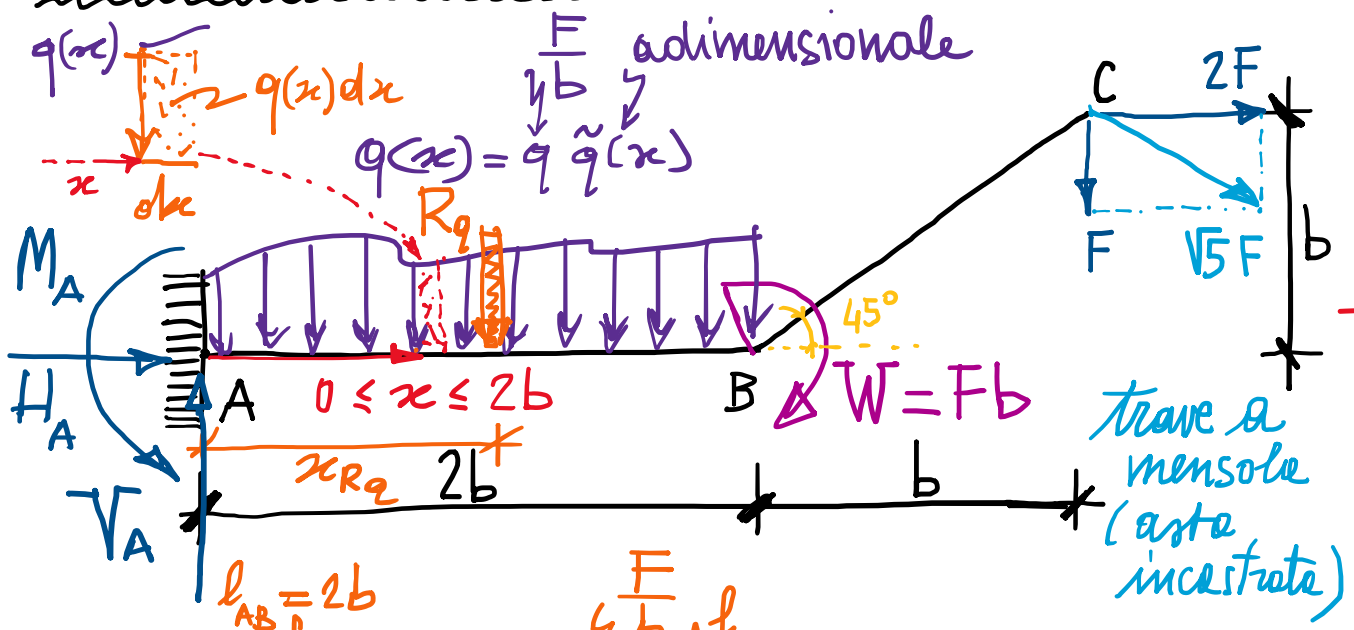
Scienza delle Costruzioni

(ICAR/08 - SdC; 9 CFU)

prof. Egidio RIZZI
egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 04

Analisi Statica (AS): Calcolo delle Reazioni Vincolari (RV)



m [b] = [L] lunghezza ("scala delle lungh.") ↳ dimensione caratteristica maglia strutt.

N [F] = [F] forza ("scala delle forze") (concentrata)

Nm [W] = [Fb] momento o coppia = [F][L] (concentrata)

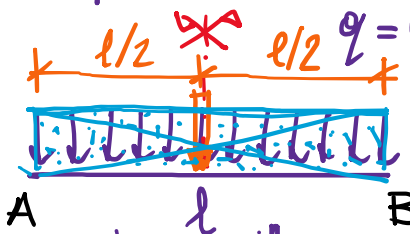
$\frac{N}{m}$ [q] = $\left[\frac{F}{b}\right]$ = $\frac{[F]}{[L]}$ carico distribuito o ripartito (per unità di lunghezza)

$$R_q = \int_0^{l_{AB}=2b} q(x)\,dx = q \int_0^{l} \tilde{q}(x)\,dx \qquad [R_q] = [F]$$

$$x_{R_q} = \frac{M_A^q}{R_q} = \frac{\int_0^l [q(x)\,dx]\,x}{\int_0^l q(x)\,dx} = \frac{q\int_0^l \tilde{q}(x)\,x\,dx}{q\int_0^l \tilde{q}(x)\,dx}$$

(Th. di Varignon: $M_A^q = R_q\, x_{R_q}$)

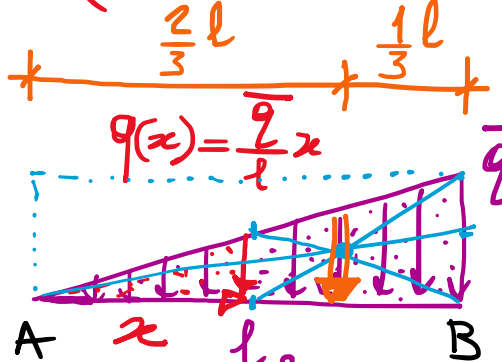
Esempi



carico uniformemente ripartito

$R_q = q\,l$

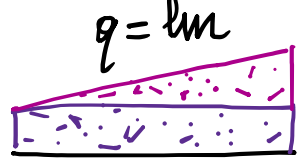
$x_{R_q} = \frac{q\frac{l^2}{2}}{q\,l} = \frac{l}{2}$



carico linearmente ripartito ($q = 0$, in A)

$R_q = \frac{ql}{2}$

$x_{R_q} = \frac{2}{3}l$



caso generale (per sviluppos.)

Reazioni vincolari: postuliamo l'esistenza di azioni statiche, prodotte dai vincoli, in corrispondenza dei gdv forniti, cioè dell'eq.ne di vincolo cinematico corrispondente, di entità arbitraria (e tali da poter imporre l'equilibrio, in modo che il vincolo possa svolgere la sua funzione di "blocco" di spostamento/rotazione).

Calcolo delle RV: equazioni cardinali della statica dei corpi rigidi

2 eq.ni 3 eq.ni
1 eq.ne 3 eq.ni

$$\begin{cases} \mathbb{R} = 0 & \text{risultante nullo} \\ M_0 = 0 & \text{momento rispetto a polo O nullo} \end{cases}$$

(sistema di forze attive e reattive)

2D 3D

$$\begin{cases} \sum_i F_{x_i} = 0 & \text{equil. alla traslazione orizzontale} \\ \sum_i F_{y_i} = 0 & \text{verticale} \\ \sum_i M_{O_i} = 0 & \text{equil. alla rotazione rispetto ad O} \end{cases}$$

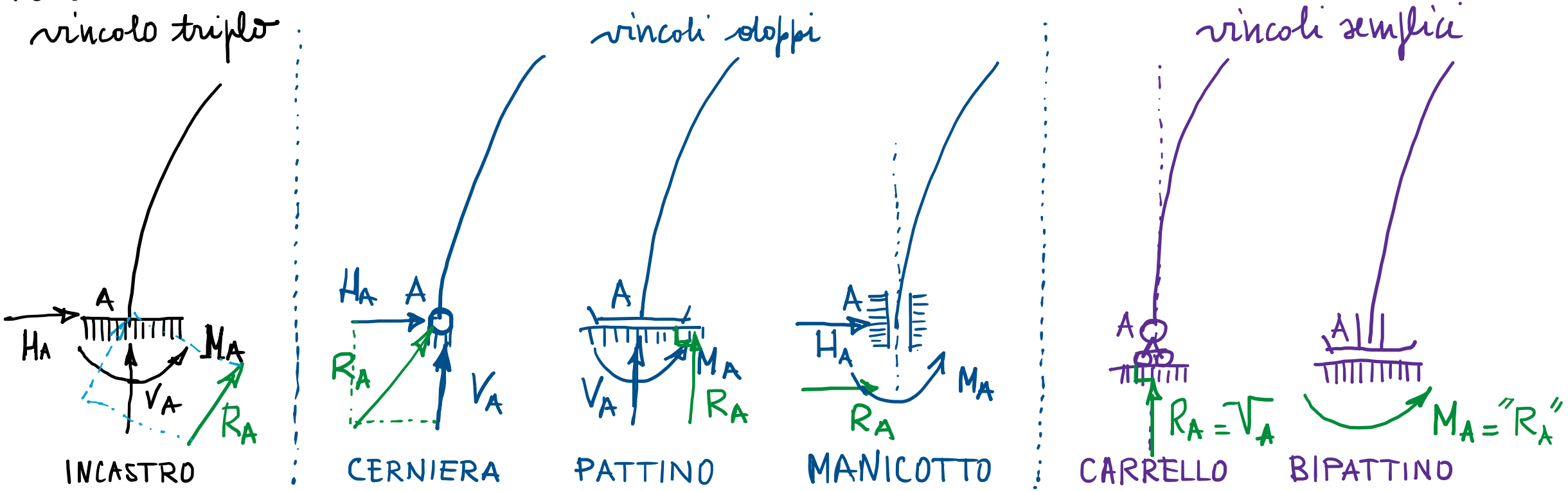
Alternativam.: tre equilibri alla rotazione rispetto a tre punti non allineati (per eq.ni linearmente indipendenti)

Esempio:

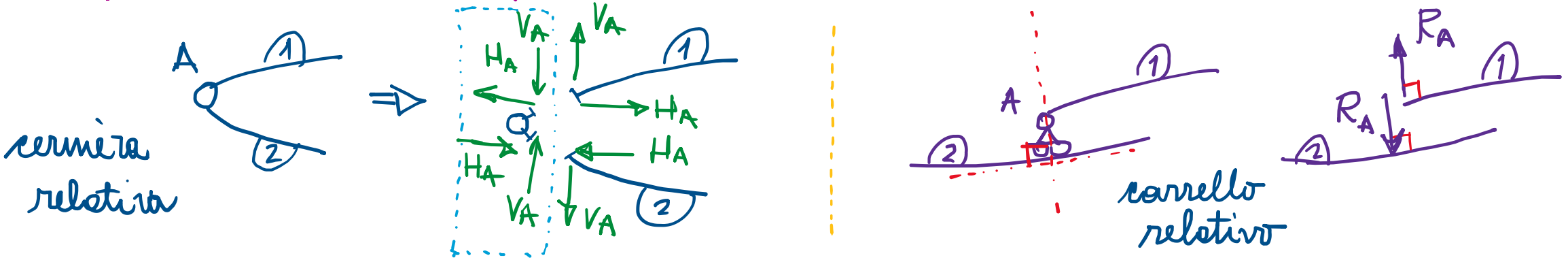
R_q x_{R_q}

$$\begin{cases} \rightarrow & H_A + 2F = 0 \Rightarrow H_A = -2F \\ +\uparrow & V_A - F - R_q = 0 \Rightarrow V_A = F + R_q \\ \circlearrowleft & M_A - F3b - F2b - Fb - M_A^q = 0 \Rightarrow M_A = 6Fb + M_A^q \end{cases}$$

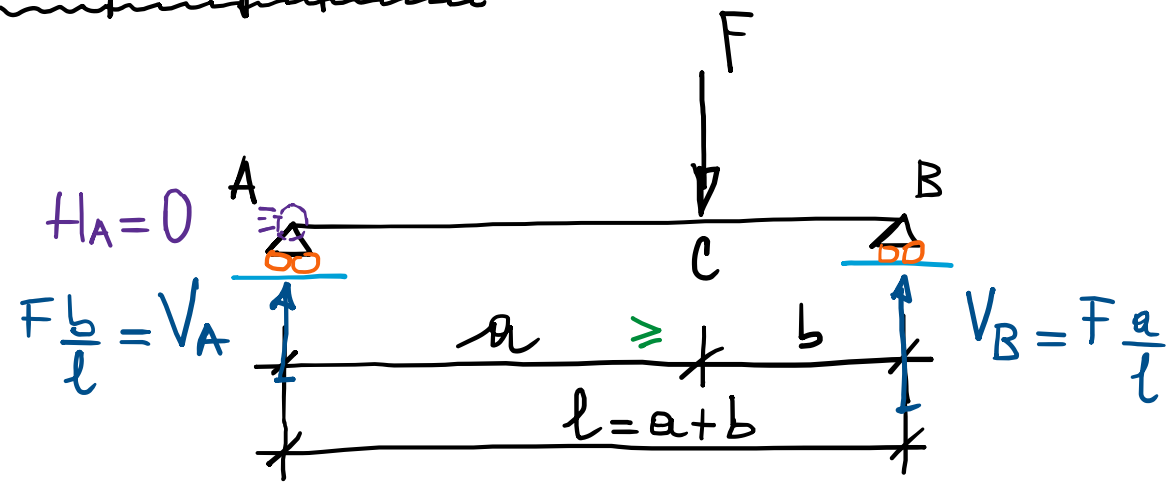
RV dei vincoli introdotti (vincoli assoluti)

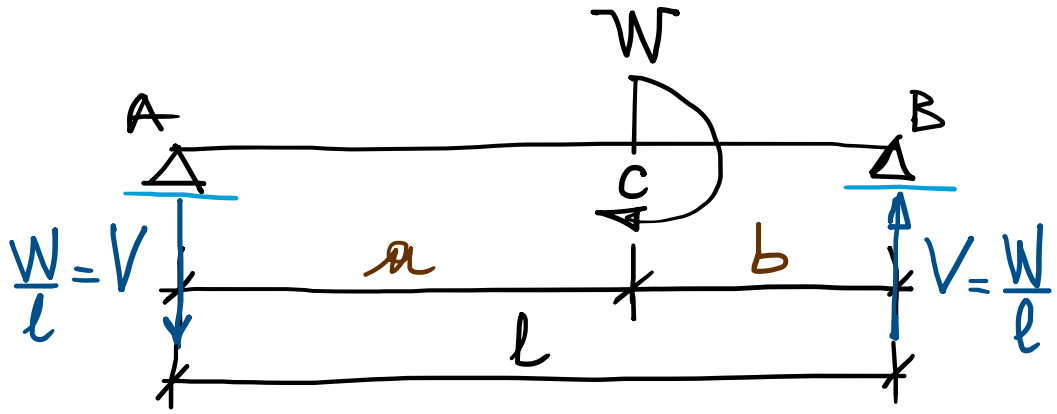


IDEM per vincoli relativi tra più corpi rigidi:



Esempi significativi:





trave semplicemente appoggiata (appoggio-appoggio)

$\sum_i M_{Bi} = 0 \Rightarrow -V_A l + Fb = 0 \Rightarrow V_A = F\frac{b}{l}$

$\sum_i M_{Ai} = 0 \Rightarrow V_B l - Fa = 0 \Rightarrow V_B = F\frac{a}{l}$

$\left(\sum_i F_{yi} = 0 \Rightarrow V_A + V_B - F = 0 \Rightarrow V_A + V_B = F\right)$ ✓

verifica

$F\frac{a+b}{l} = F\frac{b}{l} + F\frac{a}{l} \overset{\checkmark}{=} F$

NB: se $a = b = \frac{l}{2} \Rightarrow V_A = V_B = V = \frac{F}{2}$

equilibrio alla rotazione

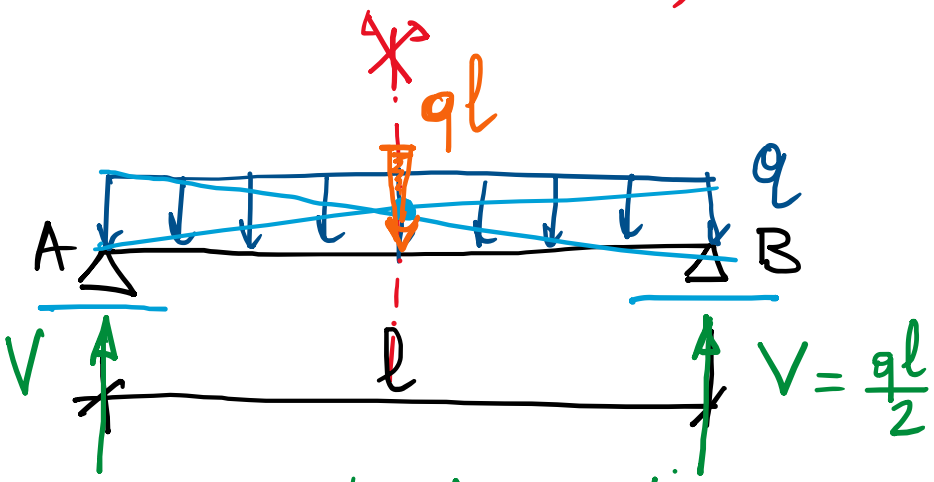
$$V\,l = W$$

$$\Downarrow$$

$$V = \frac{W}{l}$$

(indipendentemente dal p.to di applicazione C sul corpo rigido AB)

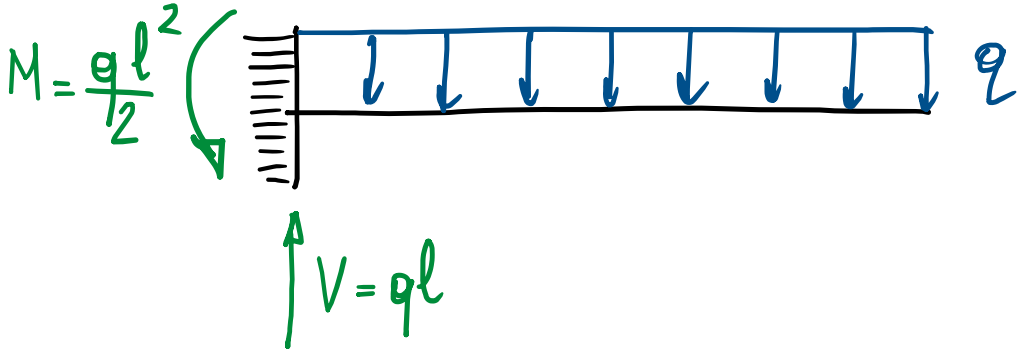
asse di simmetria (retta)



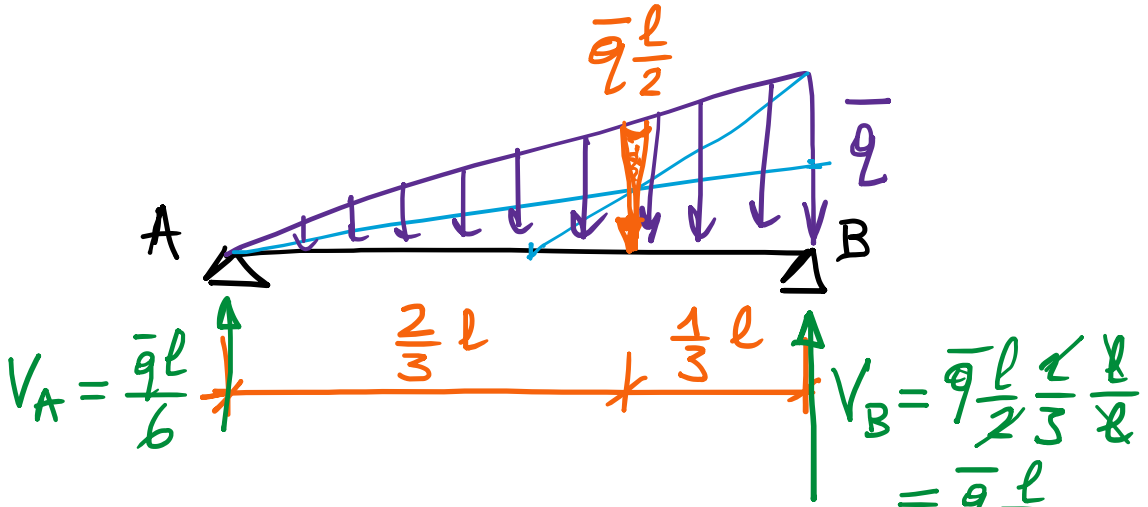
equil. alla traslat. verticale

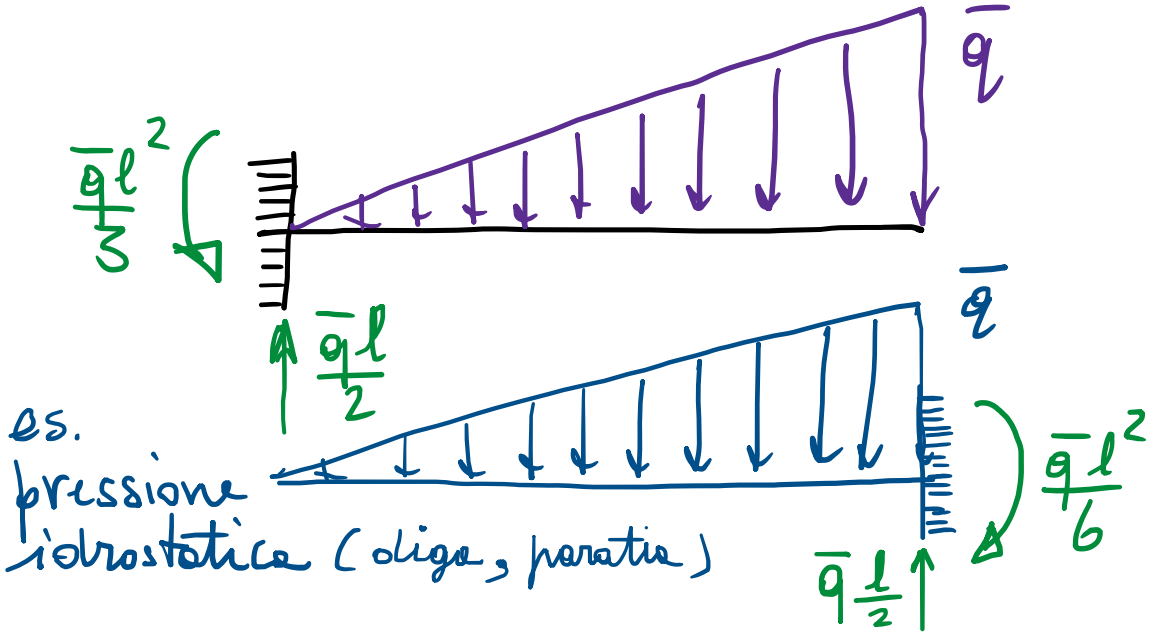
$$2V = q\ell$$

(o rotazione rispetto ad A o B)



Esempio di asta tre-carrelli => ridispense





es. pressione idrostatica (diga, paratia)