

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC ; 6 CFU)

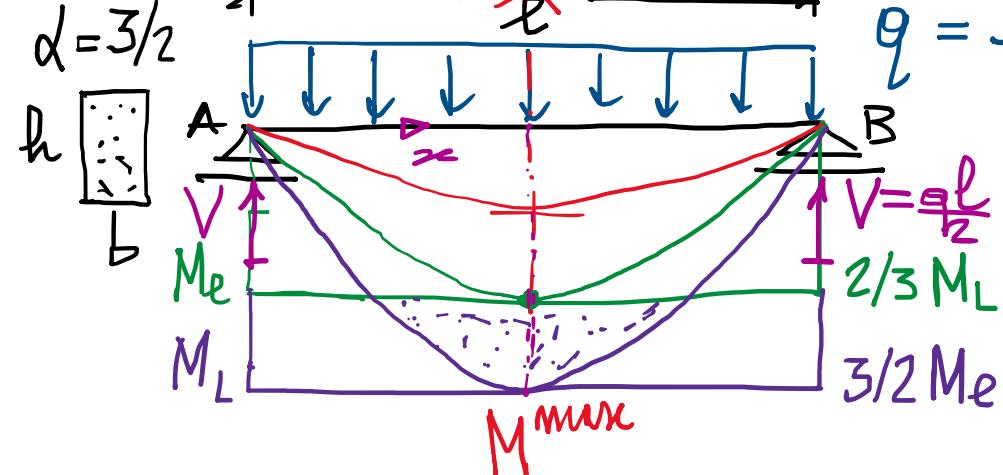
A.A. 2020/2021

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@uni.bg.it

LEZIONE 25

Trove appoggio-appoggio ~~(ISO)~~ con carico uniforme distribuito $\xrightarrow{q=\text{cost}}$ poi incastro-incastro (IPER)



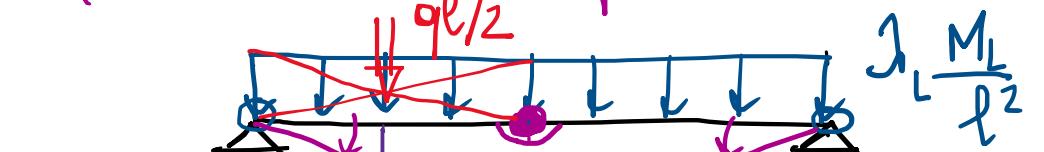
$$q = \lambda q_0 = \lambda \frac{M_L}{l^2}$$

$$M^{\max} = \frac{ql}{8} = \frac{1}{8} M_L$$

$$\begin{aligned} &= \frac{T_A^2}{2q} = \left(\frac{ql}{2}\right)^2 \frac{1}{2q} = \frac{q l^2}{8} \\ &\quad \dots x = \frac{l}{2} \xrightarrow{x = \frac{l}{2}} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) = \frac{4-2}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

• Limite elastico: $M = \frac{\lambda_e}{8} M_L = M_e = \frac{2}{3} M_L \Rightarrow \lambda_e = \frac{16}{3} = 5.\bar{3}$ (Regime el. $0 \leq \lambda \leq \lambda_e$)

• Collasso plastico: $M = \frac{\lambda_L}{8} M_L = M_L \Rightarrow \lambda_E = \lambda_L = 8 = \frac{24}{3}$ (Regime EP $\lambda_e \leq \lambda \leq \lambda_L$)
 (limite elastico nell'ip. di CP) $+ 50\% \text{ rispetto a } \lambda_e$



spost. verticale $\frac{qL}{4}$

$\lambda_L \frac{M_L}{l^2}$

Mecanismo di collasso
di trave
(sotto e tre cerchie allineate)

~~$$\text{PLV: } \lambda_e = \frac{1}{8} \left(\frac{ql}{2} \right) + \frac{P}{4} = \lambda_{ip} = D = M_L 2 \frac{1}{4}$$~~

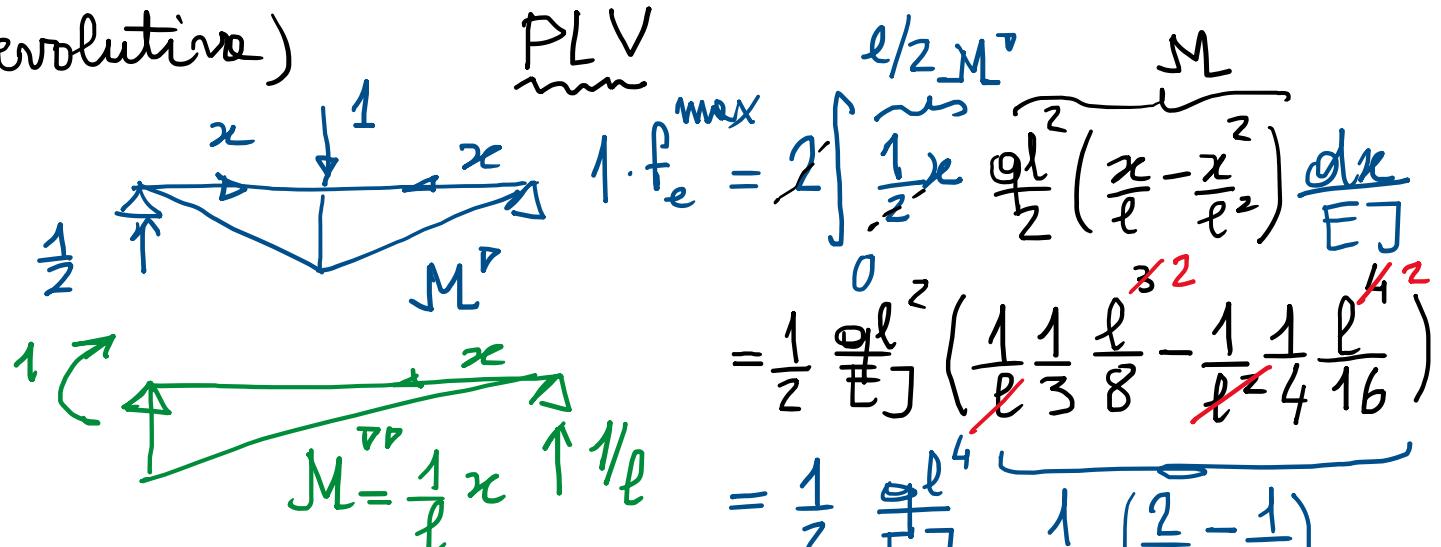
~~$$\lambda_L = \frac{D}{\lambda_{eo}} = \frac{2 M_L}{\frac{q_0 l^2}{4}} = 8 \quad (\text{come volevano dim.})$$~~

equilibrio a
collasso incipiente

(il moltiplicatore di
collasso λ_L può agevolmente
essere determinato, noto il
meccanismo di collasso, via PLV)

Risposta elastoplastica (analisi evolutiva)

"Freccce"  EJ
elastiche: $\frac{M_{\max}}{EJ} = \frac{1}{24} \frac{q l^3}{EJ}$, $f_{\max} = \frac{5}{384} \frac{q l^4}{EJ}$



Quindi, in campo elastico:

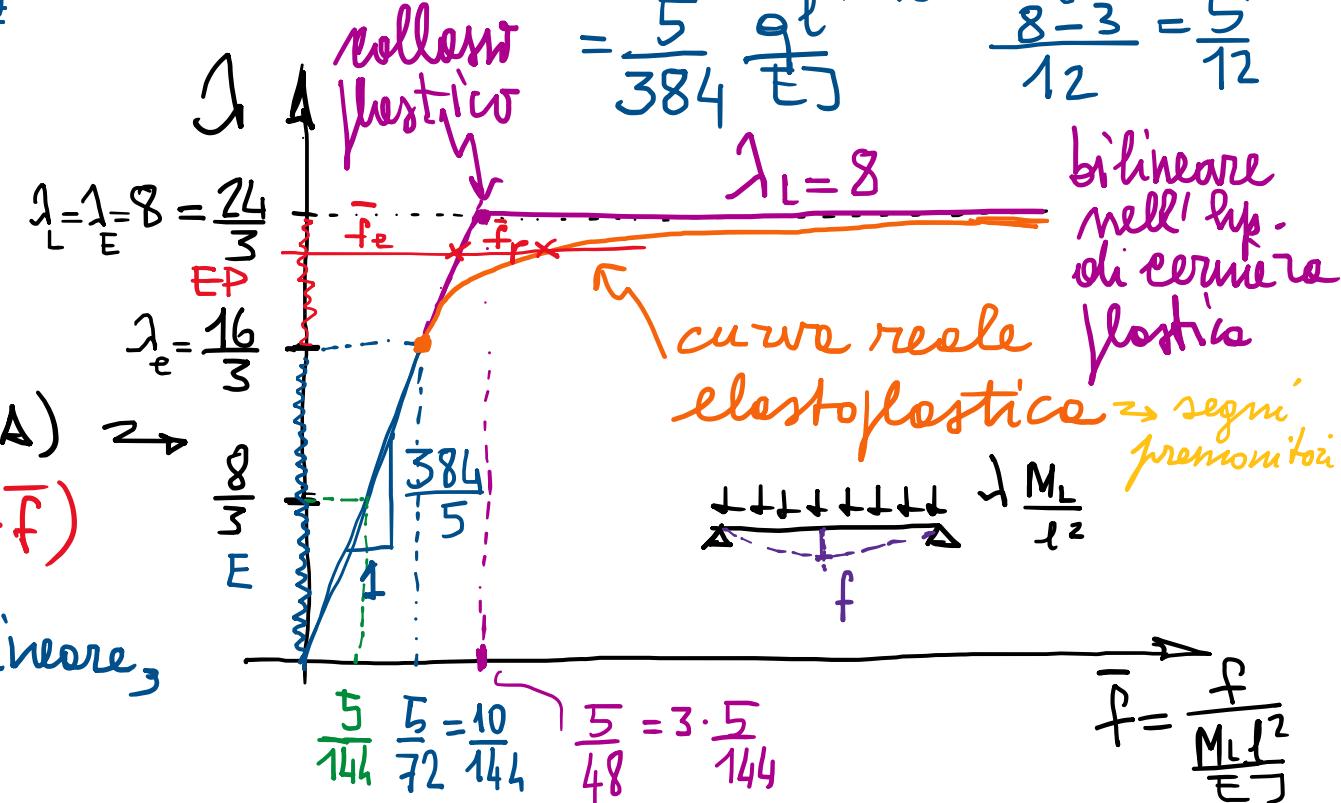
$$\bar{f} = \frac{5}{384} \cancel{\frac{1}{2} \frac{M_L l^2}{EJ}} \Rightarrow \bar{f} = \frac{5}{384} \cancel{\frac{1}{2}} = \frac{5}{72}$$

$$\bar{f}_e = \frac{5}{24} \cancel{\frac{384}{3}} = \frac{5}{72}$$

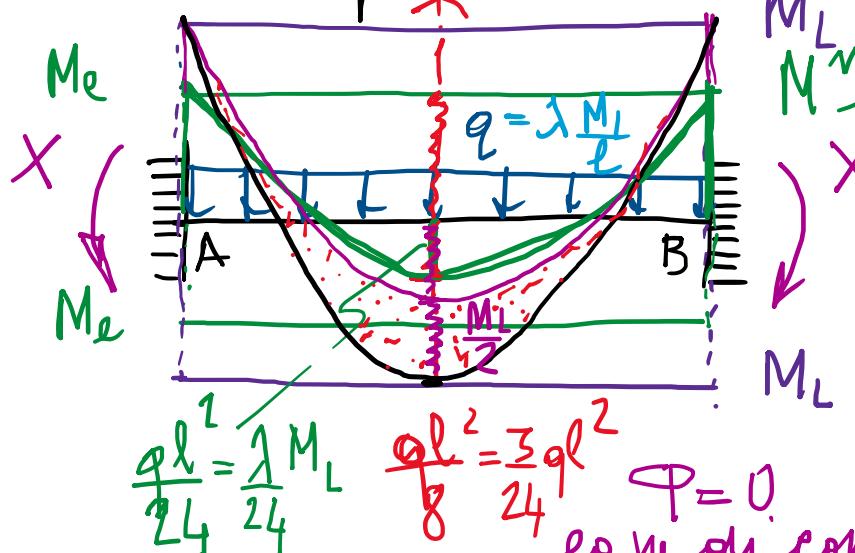
$$\bar{f}_E = \frac{5}{384} \cancel{\frac{8}{8}} = \frac{5}{48}$$

Diagramma forza-spostamento ($F-\Delta$) \rightarrow
moltip. del carico-frecce $(1-\bar{f})$

Risposte evolutive elastoplastiche non-lineare,
per non-linearità di materiale.



Strutture iperstatiche (treve doppioamente incastrate)



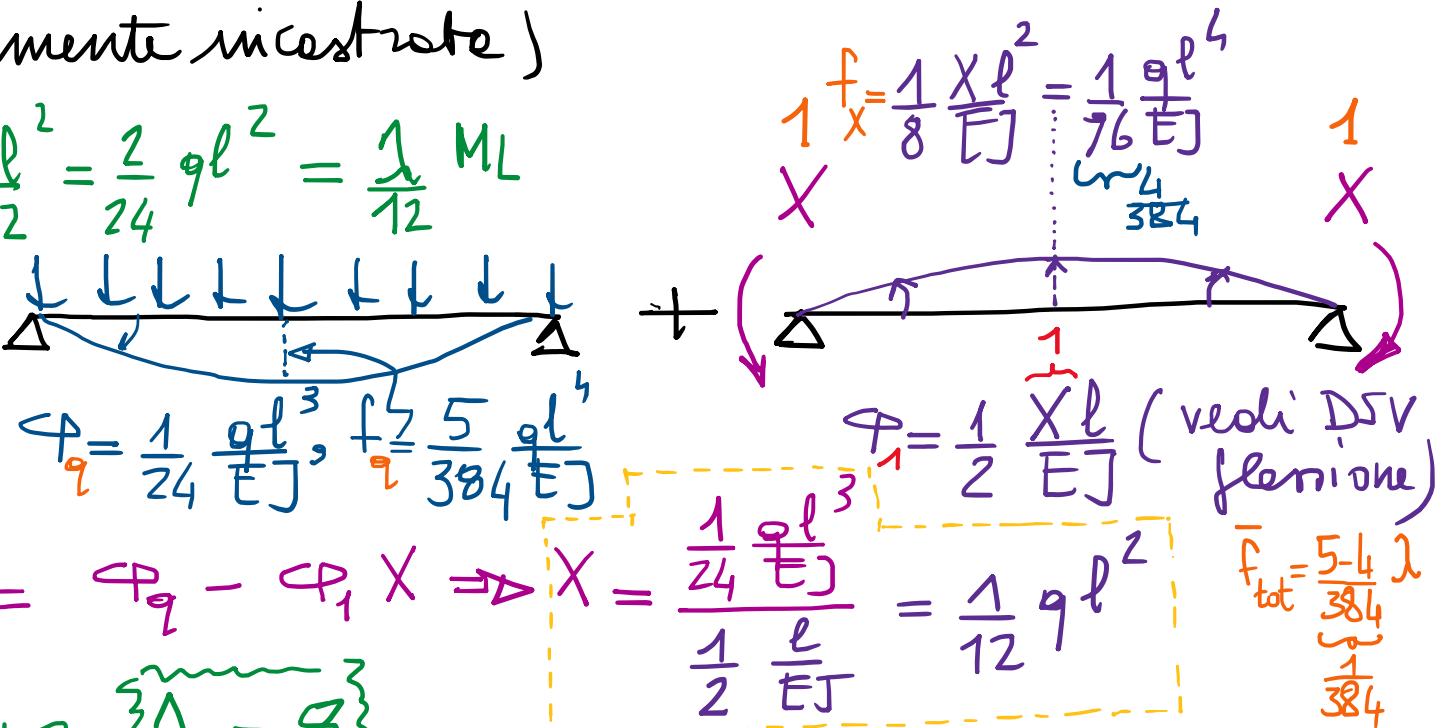
$$\frac{ql^2}{24} = \frac{1}{12} M_L \quad \frac{ql^2}{8} = \frac{3}{24} ql^2 \quad \Phi = 0 \quad \text{eq. n. di congrz.}$$

Limite elastico: $\frac{\lambda_e}{12} M_L = M_e = \frac{2}{3} M_L \Rightarrow \lambda_e = 8$

Momento limite: $\frac{\lambda_E}{12} M_L = M_L \Rightarrow \lambda_E = 12$ (limite elastico nell'ip. di C.F.)

N.B.: Il momento può ancora crescere in campane, sino ad M_L , mediante ri-distribuzione di sforzi (dei momenti), mentre si producono deformazioni plastiche nelle treve (localizzate in A e B nell'ip. di C.F.).

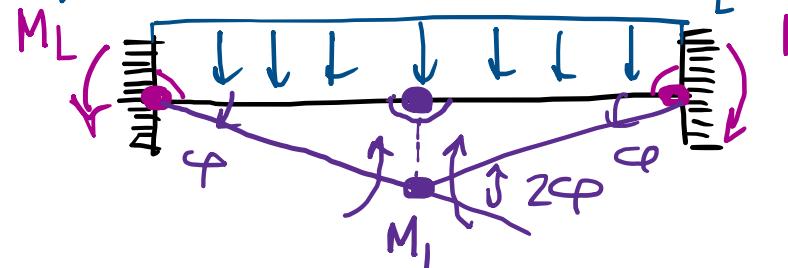
$$\Delta\lambda \Rightarrow M_{\max} = M_L \Rightarrow \Delta M = \frac{M_L}{2} = \frac{\Delta\lambda}{8} M_L$$



$$\Delta q = \Delta\lambda \frac{M_L}{l^2} \quad + 33\% \quad \lambda_L = 16$$

$$\Delta M_{\max} = \frac{\Delta q l^2}{8} = \frac{\Delta\lambda}{8} M_L \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{8}{2} = 4$$

• Infatti, analizzando il meccanismo di collasso:



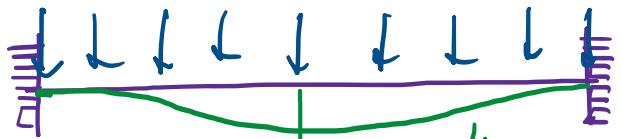
$$q = \lambda \frac{M_L}{l}$$

$$\text{PLV: } f_e = \lambda f_{eo} = D = f_{ip}$$

raddoppio di dissipazione plastica D , e perità di f_{eo} rispetto a ISO

$$\lambda_L = \frac{D}{f_{eo}} = \frac{\frac{4 M_L \varphi}{l}}{\frac{1}{4} M_L \varphi} = 16$$

• Risposte evolutive elasto-plastiche:



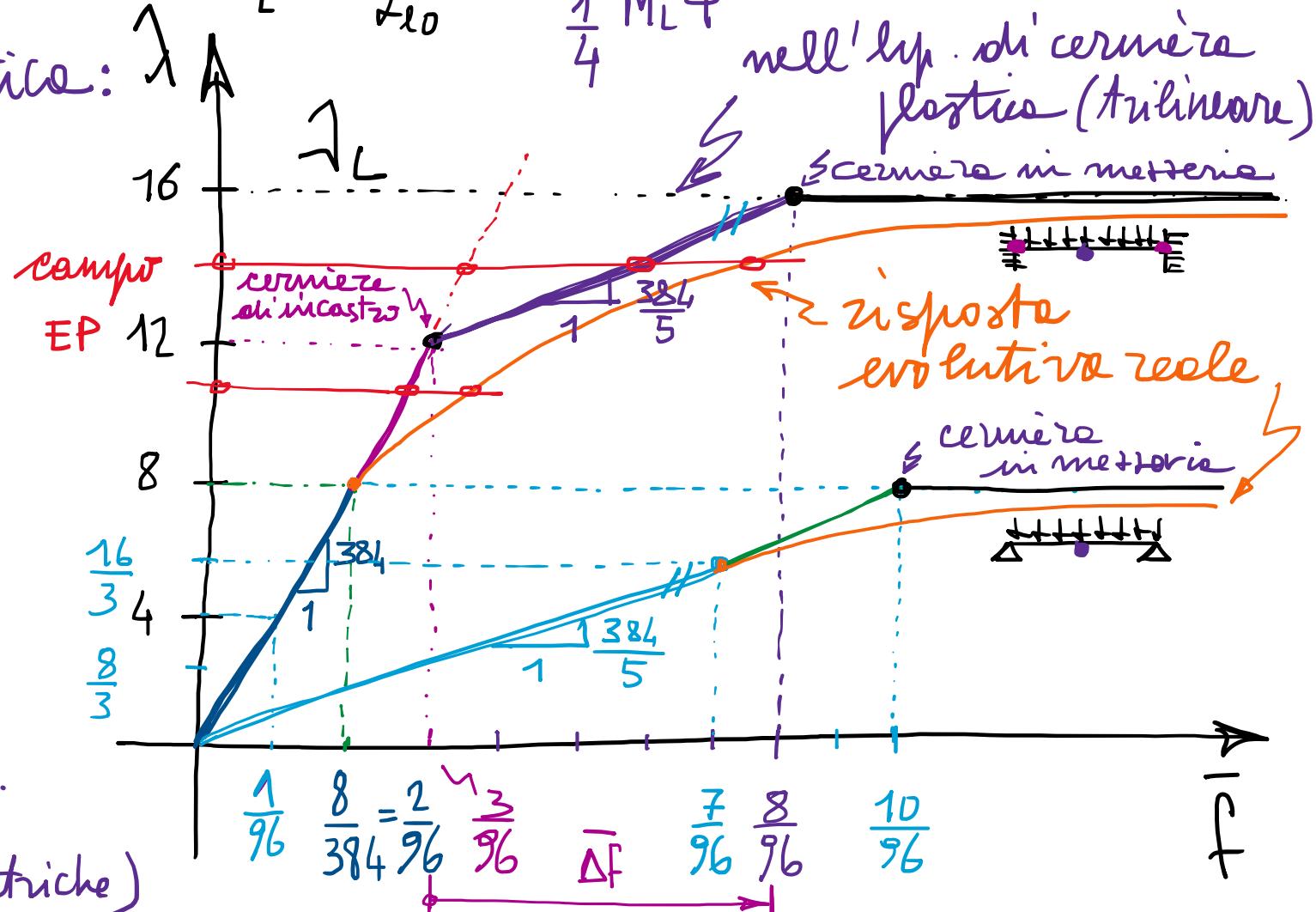
$$f = \frac{1}{384} \frac{q l^4}{E J}$$

$$\Delta f = \frac{5}{384} \Delta \lambda = \frac{20}{384} = \frac{5}{96}$$

$$f = \frac{1}{384}; \quad \frac{1}{f} = 384$$

N.B.: - rigidità elastica 5 volte
- multipl. collasso 1 volta

Guadagno ottimale con sole r.c.
(di vincolo) e perità di proprietà
intrinsiche (di materiale e geometriche)



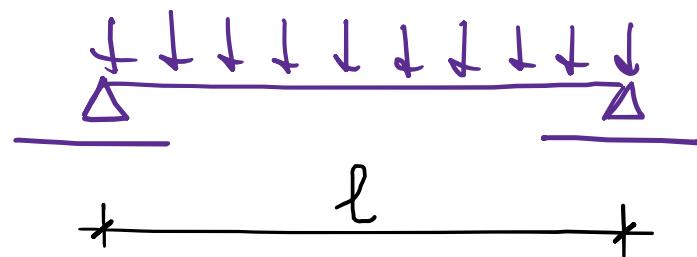
Concetti fondamentali :

- Gerarchia di approcci nell'analisi elastoplastica delle strutture :
 - determinazione delle risposte EP complete, in termini di forze e spostamenti (curva P- Δ non-lineare) -
 - tracciamento delle risposte evolutive EP, lineare a tratti, nell'ipotesi di cerchiere plastica (curva P- Δ "piece-wise linear"), con sottostime dell'entità delle deformazioni e valutazione corretta dei valori di carico corrispondenti alla sequenza di attivazione delle CP, sino a raggiungere la situazione di collasso plastico.
 - individuazione delle sole caratteristiche di collasso plastico, in termini di: moltiplicatore (dei carichi) di collasso e corrispondente meccanismo di collasso (mappante). \Rightarrow "metodi diretti"

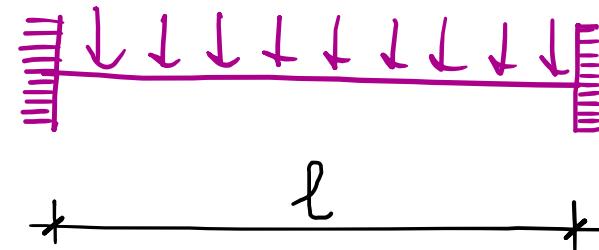
A
N
A
L
I
S
I

- Illustrazione mediante esempio emblematico (differenza della risposta in campo elastoplastico):

$$q = \lambda \frac{M_L}{l^2}$$



vs.



trave appoggio-appoggio

ISO

(staticamente determinata)

trave incastro-incastro

IPER

(staticamente indeterminata)

SOMMARIO (Lec. 25)

- $\overline{I-F}$
- Analisi evolutiva trave appoggio-appoggio con q (bilineare): collasso all'attivazione delle prime cerniere plastiche in mezzerie (risorse ulteriori); λ_L agilmente determinato (via PLV), nonostante sottostima deformazione EP.
 - Analisi evolutiva trave incastro-incastro con q (tutlineare): sequenze di attivazione delle cerniere plastiche (due istanze di apertura); ulteriori risorse portanti da ridistribuzione di spazio per sviluppo di deformazioni plastiche, e carico crescente.
 - Confronto: moltiplicatore di collasso doppio (+100%); rigidezza elastica iniziale quintupla (rigidezza successive uguali a quelle del caso precedente, all'apertura delle cerniere plastiche alle estremità incastrate).
 - In genere, informazione essenziale è collasso plastico (meccanismo e moltiplicatore) vs. analisi evolutiva.

Next step: Teoremi fondamentali dell'Analisi Limite (calcolo a rottura dei telai), per stima del collasso plastico - Esempi.