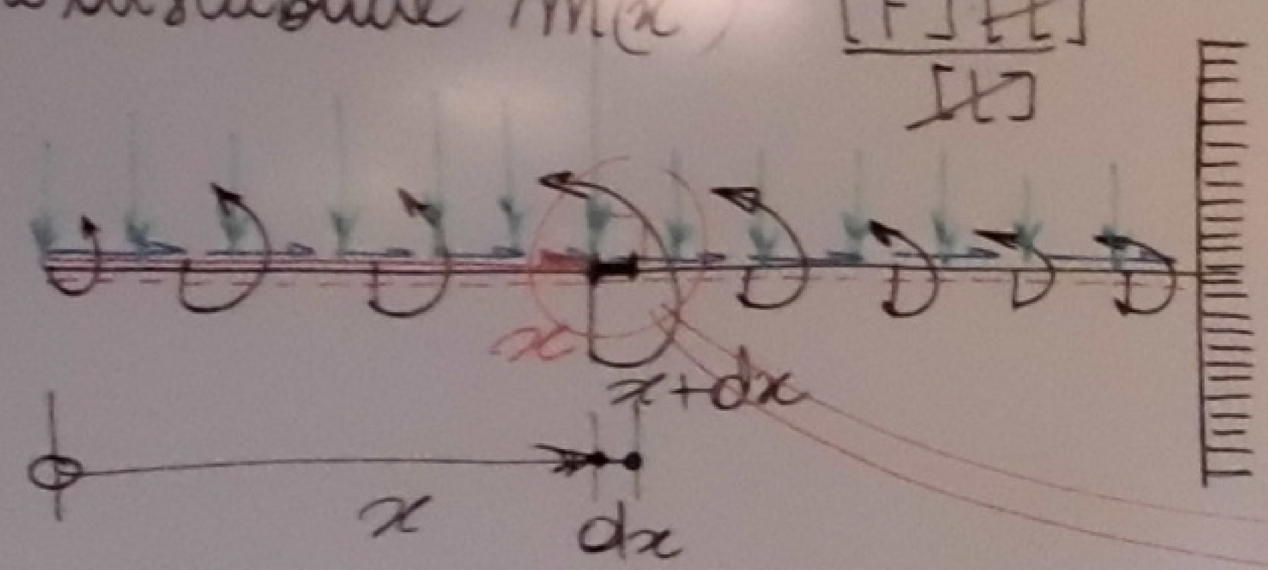
Equazioni indefinite di equilibrio del concio di trave (rettilinea)

carichi distribuiti $p(x)$ $\quad \frac{[F]}{[L]}$ $\quad$ (spesso: $p=0$, $m=0$)

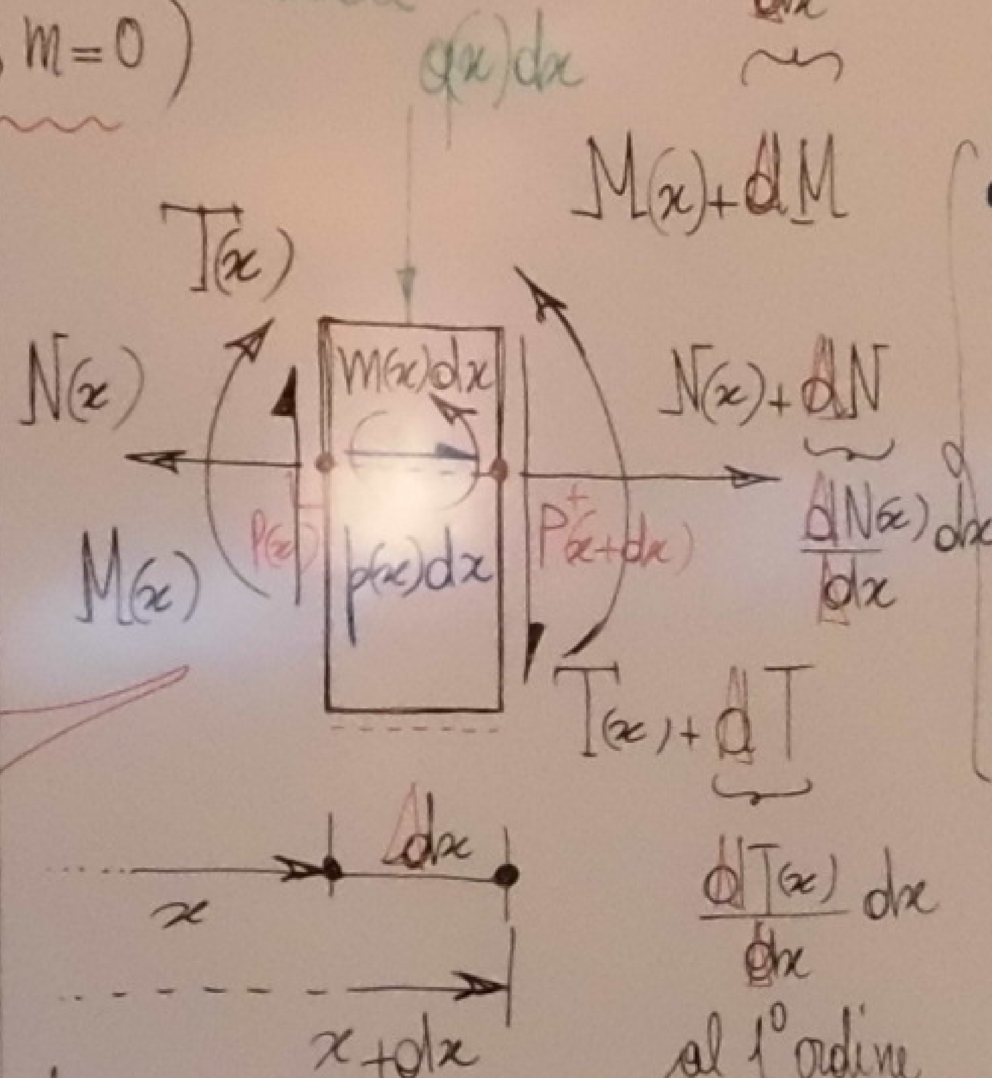
$q(x)$

coppie distribuite $m(x)$ $\quad \frac{[F][L]}{[L]}$



(In realtà processo al limite, con Δx finito e $\lim_{\Delta x \to 0}$) - Al 1° ord., $df = f'(x)\,dx = \frac{df(x)}{dx}\,dx$

differenziale 1° di $f(x)$



al 1° ordine

equilibrio del concio in sede indefinita

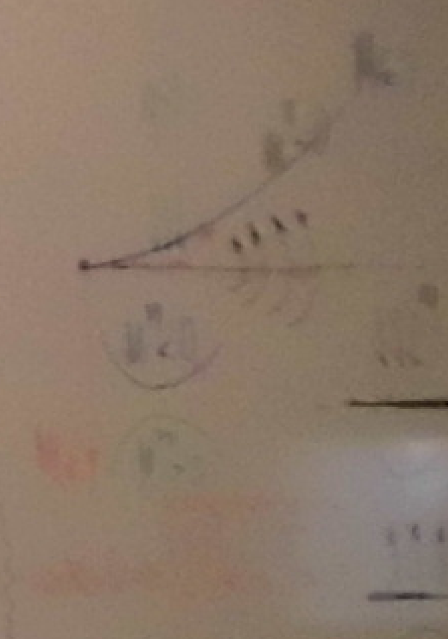
Eq. di equilibrio

- $\sum F_x = 0 \Rightarrow \cancel{N(x)} + \overbrace{\frac{dN(x)}{dx}dx}^{dN} - \cancel{N(x)} + p(x)\,dx = 0 \Rightarrow \boxed{N'(x) = \frac{dN(x)}{dx} = -p(x)}$
- $\sum F_y = 0 \Rightarrow -\left(\cancel{T(x)} + \overbrace{\frac{dT(x)}{dx}dx}^{dT}\right) + \cancel{T(x)} - q(x)\,dx = 0 \Rightarrow \boxed{T'(x) = \frac{dT(x)}{dx} = -q(x)}$
- $\sum M_{P^+_x} = 0 \Rightarrow \cancel{M(x)} + \overbrace{\frac{dM(x)}{dx}dx}^{dM} - \cancel{M(x)} + m(x)\,dx - T(x)\,dx + q(x)\frac{dx}{2}\,dx = 0$

$\Rightarrow \boxed{M'(x) = \frac{dM(x)}{dx} = -m(x) + T(x)}$

N.B. Tramite passaggio al limite (per $\Delta x \to 0$) ciò conduce al concetto e definizione di derivata prima, come limite di rapporto incrementale

differenziando una volta rispetto ad x $\quad M''(x) = -m'(x) + T'(x) = -m'(x) - q(x) = \ldots$




Equazioni indefinite del concio di trave (rettilinea)
coppie distribuite m(x) [F][L]/[L]
(spesso p=0, m=0)
Eq di equilibrio
∑F_x = 0 ⇒ N(x) + dN(x)/dx dx − N(x) + p(x) dx = 0 ⇒ N'(x) = dN(x)/dx = −p(x)
∑F_y = 0 ⇒ +(T(x) + dT(x)/dx dx) + T(x) + q(x) dx = 0 ⇒ T'(x) = dT/dx = −q(x)
∑M = 0 ⇒ M(x) + dM(x)/dx dx − M(x) + m(x) dx − T(x) dx + q(x) dx/2 = 0
⇒ M'(x) = dM(x)/dx = −m(x) + T(x)
N.B. Tramite passaggio al limite (per Δx→0) ciò conduce al concetto e definizione di derivata prima, come limite di rapporto incrementale
differenziando una volta rispetto ad x
M''(x) = −m'(x) + T'(x) = −m'(x) − q(x) = −(m'(x) + q(x))
In realtà passo al limite, con Δx finito e lim Δx→0
al 1° ord, df = f'(x) dx = df(x)/dx dx
differenziale 1° di f(x)
equilibrio del concio in sede indefinita
al 1° ordine

Equazioni indefinite dell'asse di trave (rettilinea)

Eq. di equilibrio

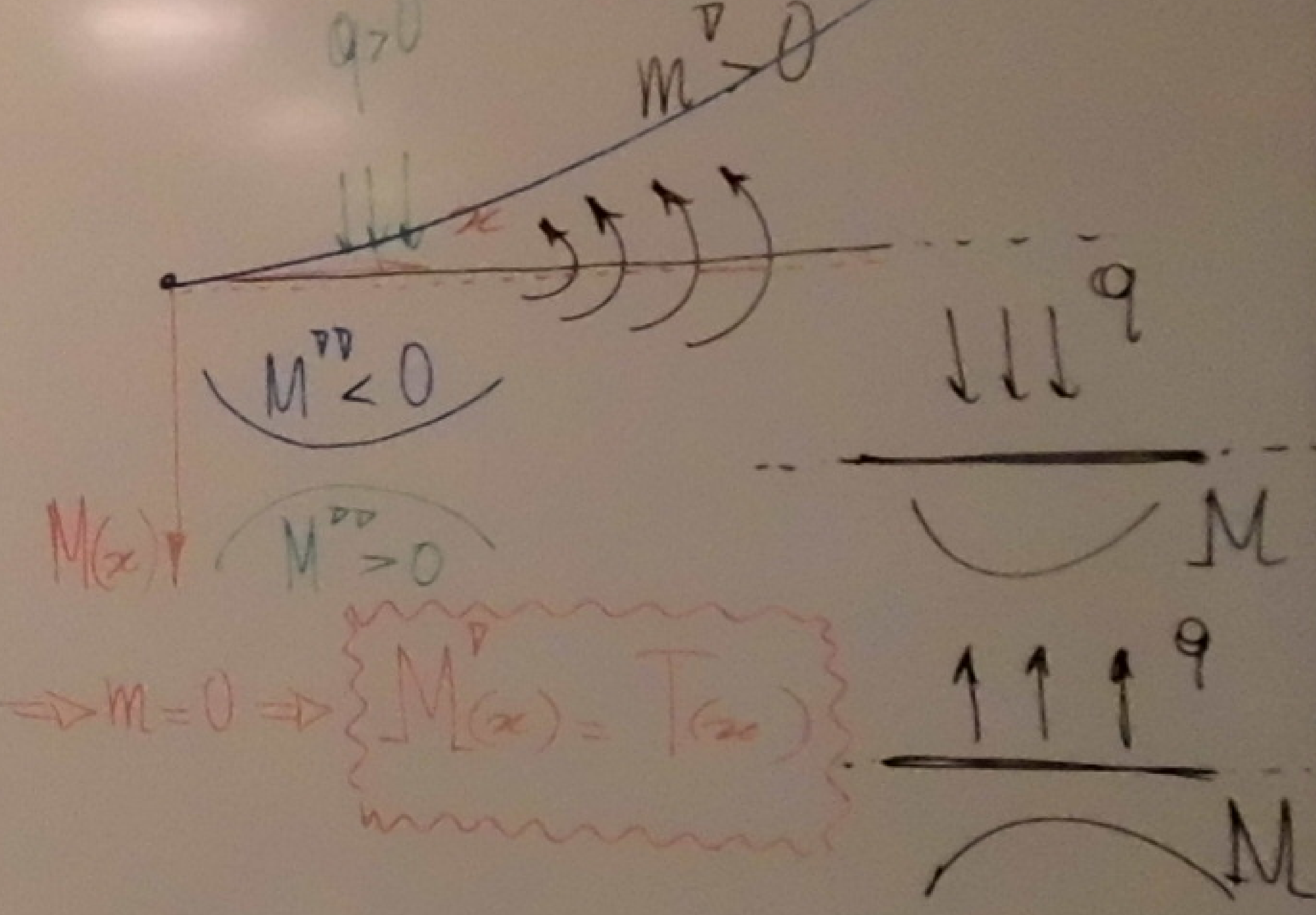
- $\sum F_x = 0 \Rightarrow \cancel{N(x)} + \overbrace{\frac{dN(x)}{dx}dx}^{dN} - \cancel{N(x)} + p(x)\cancel{dx} = 0 \Rightarrow \boxed{N'(x) = \frac{dN(x)}{dx} = -p(x)}$ → $p=0 \Rightarrow N'(x)=0 \Rightarrow N(x)=N=\text{cost}$
- $\sum F_y = 0 \Rightarrow \cancel{T(x)} + \overbrace{\frac{dT(x)}{dx}dx}^{dT} - \cancel{T(x)} + q(x)\cancel{dx} = 0 \Rightarrow \boxed{T'(x) = \frac{dT(x)}{dx} = -q(x)}$ (*)
- $\sum M_{pt} = 0 \Rightarrow \cancel{M(x)} + \overbrace{\frac{dM(x)}{dx}dx}^{dM} - \cancel{M(x)} + m(x)dx - T(x)dx + \underbrace{q(x)\frac{dx^2}{2}}_{0 \,\to\, o(dx^2)} = 0$

$$\Rightarrow \boxed{M'(x) = \frac{dM(x)}{dx} = -m(x) + T(x)} \Rightarrow m=0 \Rightarrow \boxed{M'(x) = T(x)}$$

N.B. Tramite passaggio al limite (per $\Delta x \to 0$) ciò conduce al concetto e definizione di derivata prima, come limite di rapporto incrementale

differenziando una volta rispetto ad x

$$M''(x) = -m'(x) + T'(x) = -m'(x) - q(x) = -\left(m'(x) + q(x)\right) \Rightarrow \begin{matrix} m=0 \\ m'=0 \end{matrix} \Rightarrow \boxed{M''(x) = -q(x)}$$



concavità di M(x) nel verso di q(x)


Casi tipici
Carico
N(x)
T(x)
M(x)
p=0
q=0
m=0
tratto scarico
costante
costante
lineare (*)
costante
p=cost
q=cost
m=cost
tratto con carico uniform. distr.
lineare
lineare
quadratico
lineare
p=lin
q=lin
m=lin
tratto con carico linearm. distr.
quadratico
quadratico
cubico
quadratico
(*) Contiene il caso costante come caso part. (T=0)
→ vedi es. prova di flessione su quattro punti
a=c=(l-b)/2
P
a
b
c
A
C
D
B
P
T
T=0
M
M=cost
Pa
P(l-b)/2
- Determinaz. di M max con q=cost
M(x)=M_A+T_A x-qx²/2
parabolica
T(x)=T_A-qx=M'(x)
lineare
x̄=T_A/q
M_A
T_A
x
pto di stazionarietà di M(x) ove T=0
M max = M_A + T_A²/2q
M max = M(x̄=T_A/q) = M_A + T_A²/2q
T_s - T_d = F

Casi tipici
Carico
N(x)
T(x)
M(x)
tratto scarico
costante
lineare (*)
costante
tratto con carico uniform distr.
lineare
quadratico
lineare
tratto con carico linearm distr.
quadratico
cubico
quadratico
(*) Contiene il caso costante come caso part. (T=0)
→ vedi es. prova di flessione su quattro punti
a = c = (l-b)/2
M = cost
Determinaz di M^max con q = cost
M(x) = M_A + T_A x - qx^2/2
parabolico
T(x) = T_A - qx = M'(x)
lineare
T = 0, x = x̄ = T_A/q
punto di stazionarietà di M(x) ove T = 0
M^max = M_A + T_A^2/2q
M^max(rel) = M(x̄ = T_A/q) = M_A + T_A^2/2q
Commenti sulle AI
T_S - T_d = F
N = 0
T = 0
M = 0
M = 0
T = 0
T_s = 0
M_s = 0
vs.

Determinare di M max con q = cost
M(x) = M_A + T_A x - qx^2/2
parabolico
T(x) = T_A - qx = M'(x)
lineare
T = 0, x = x̄ = T_A/q
p.to di stazionarietà di M(x) ove T = 0
M max = M_A + T_A^2/2q
M max (el) = M(x̄ = T_A/q) = M_A + T_A^2/2q
Commenti sulle AI
F
N = 0
N_s = -F, N_d = 0
F
T = 0
T_s = 0, T_d = F
W
M = 0
M_s = 0, M_d = W
T_s - T_d = F
N = 0
M = 0
N = 0
T = 0
T_s = 0
M_s = 0
Tsotto ≠ Tsopra
Msotto = Msopra
F_A = ...
T_s
T_d
N = 0
vs.
B
A
F_AB = ...
C
N_AB = F, N_AC = 0
vs.
B
A
F_AC = ...
C
N_AB = 0, N_AC = F