

```

In[1]:= "-----";
"INSTABILITA' DI ASTA RIGIDA CARICATA DI PUNTA
File Mathematica

Corso di Fondamenti di Dinamica e Instabilita' delle Strutture
Universita' di Bergamo, Facolta' di Ingegneria, Dalmine
prof. Egidio Rizzi
Maggio 2007";
"-----";

"Analisi di stabilita' di asta rigida caricata di punta con cerniera al piede
e molla elastica rotazionale:
- P carico di punta (positivo di compressione),
- K rigidezza elastica della molla rotazionale,
- l lunghezza dell'asta,
- p=P l/K carico adimensionale,
- th grado di liberta' rotazionale,
- e=eta l eccentricita' in sommita', eta fattore di imperfezione";

"Istruzioni d'uso:
Ogni cella di comandi puo' essere eseguita in Mathematica
cliccando col mouse nello spazio all'interno dei delimitatori
visibili a destra e agendo sulla tastiera con sfhit+enter";

"Disabilita la segnalazione di spelling errors";
Off[General::spell]
Off[General::spell1]

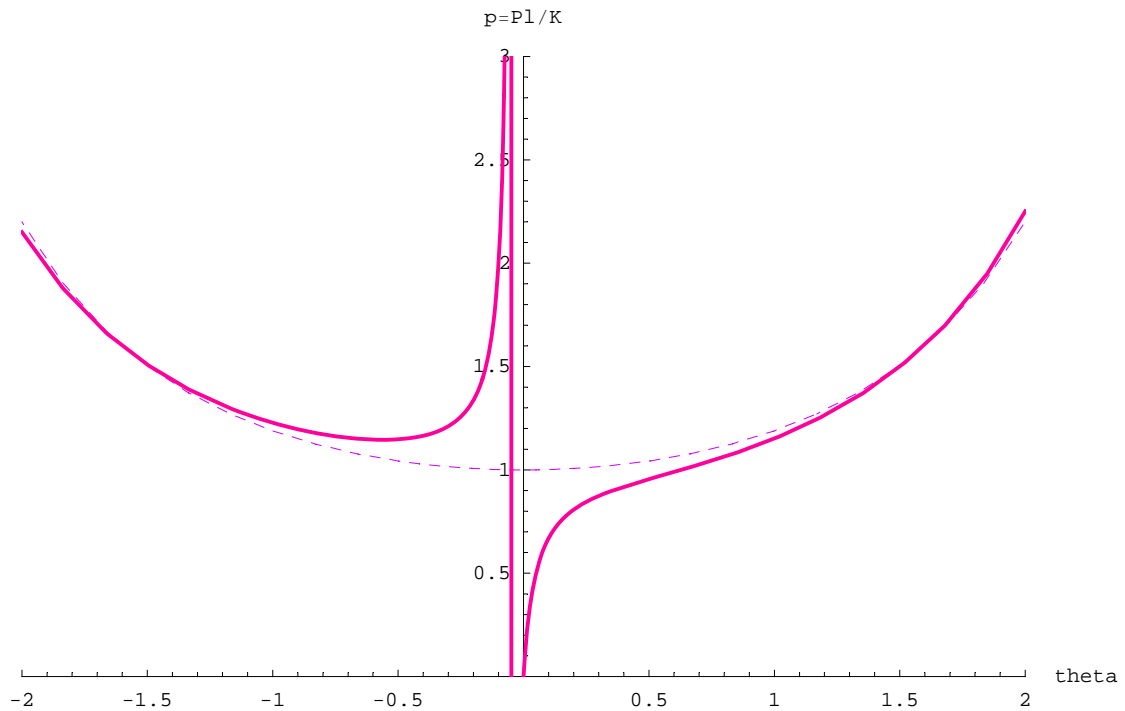
"Energia Potenziale Totale e sue derivate";
V = K (1/2 th^2 - p (1 - Cos[th] + eta Sin[th]));
Vp = Simplify[D[V, th]];
Vpp = Simplify[D[Vp, th]];
Vppp = Simplify[D[Vpp, th]];

"Configurazioni di equilibrio deformate da stazionarieta' EPT";
Solve[Vp == 0, p][[1]][[1]]

Out[15]= p -> 
$$\frac{th}{eta \cos[th] + \sin[th]}$$


```

```
In[16]:= "Mappe delle configurazioni di equilibrio per eta=0 e eta=0.05";
          th
          -----
          eta Cos[th] + Sin[th] ;
Plot[{peq /. {eta -> 0}, peq /. {eta -> 0.05}}, {th, -2, 2},
  PlotRange -> {{-2, 2}, {0, 3}},
  AxesLabel -> {theta, "p=Pl/K"}, AxesOrigin -> {0, 0},
  PlotStyle ->
    {{Dashing[{0.01}], Hue[.8]}, {Dashing[{ }], Hue[.9], Thickness[0.004]}}
```



```
Out[18]= - Graphics -
```

```
In[19]:= "Punto di stazionarieta' di peq(th)";
          peqp = Simplify[D[peq, th]];
          thmin = FindRoot[{peqp == 0 /. eta -> 0.05}, {th, 0}][[1]]
          peq /. eta -> 0.05 /. thmin
          "Punti comuni alle due curve: le curve si toccano in th=-Pi/2 e th=Pi/2";
          Solve[{peq /. eta -> 0} - peq == 0, th]
```

```
Out[21]= th -> -0.561866
```

```
Out[22]= 1.14561
```

```
Solve::verif : Potential solution {th -> 0} (possibly discarded
by verifier) should be checked by hand. May require use of limits. More...
```

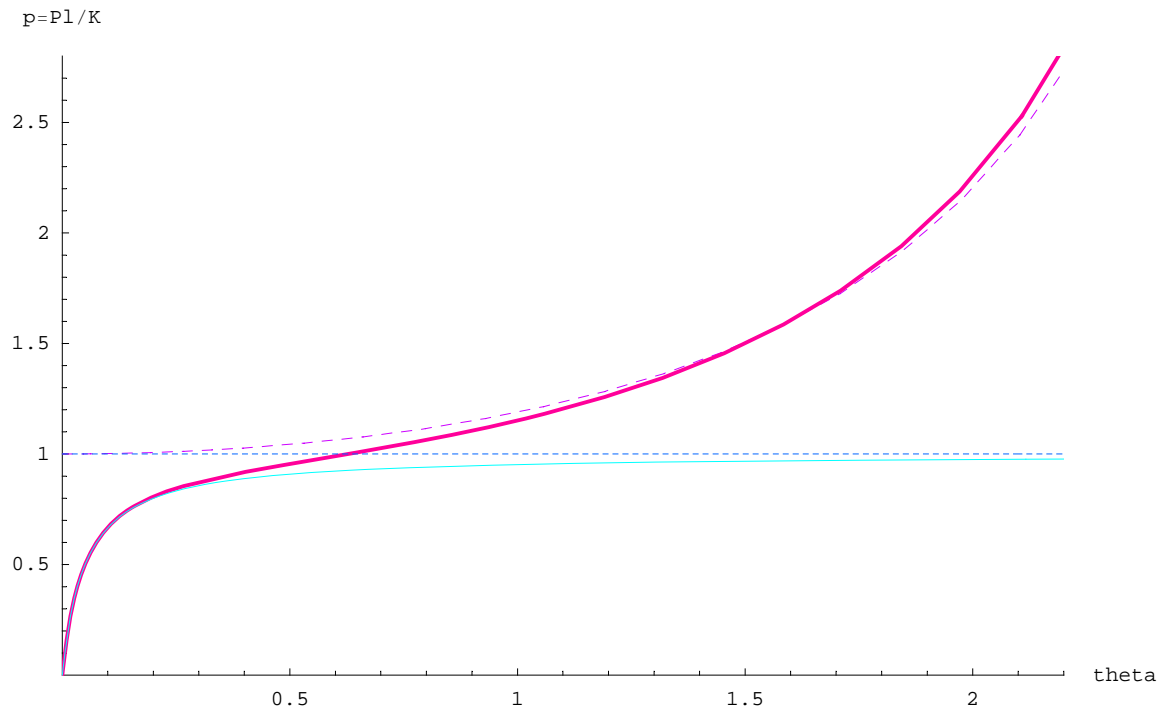
```
Solve::ifun : Inverse functions are being used by Solve, so some
solutions may not be found; use Reduce for complete solution information. More...
```

```
Out[24]= {{th -> -Pi/2}, {th -> Pi/2}}
```

```

In[25]:= "Rappresentazione del solo ramo primario e confronto con soluzione
con spostamenti geometricamente piccoli";
psmall = th / (eta + th);
Plot[{peq /. {eta -> 0}, peq /. {eta -> 0.05}, psmall /. {eta -> 0.05}, 1], {th, 0, Pi},
PlotRange -> {{0, 2.2}, {0, 2.8}},
AxesLabel -> {theta, "p=Pl/K"}, AxesOrigin -> {0, 0},
PlotStyle ->
{{Dashing[{0.01}], Hue[.8]}}, {Dashing[{ ]}, Hue[.9], Thickness[.004]}},
{Dashing[{ ]}, Hue[.5]}, {Dashing[{ 0.005}], Hue[.6]}}]

```



```
Out[27]= - Graphics -
```

```

In[28]:= "EPT e sue derivate nelle configurazioni di equilibrio";
Veq = Simplify[V /. p -> peq]
Vpeq = Simplify[Vp /. p -> peq]
Vppeq = Simplify[Vpp /. p -> peq]
Vpppeq = Simplify[Vppp /. p -> peq]

```

```
Out[29]=  $\frac{1}{2} K \theta \left( \theta + \frac{2 (-1 + \cos[\theta] - \eta \sin[\theta])}{\eta \cos[\theta] + \sin[\theta]} \right)$ 
```

```
Out[30]= 0
```

```
Out[31]=  $\frac{K ((\eta - \theta) \cos[\theta] + (1 + \eta \theta) \sin[\theta])}{\eta \cos[\theta] + \sin[\theta]}$ 
```

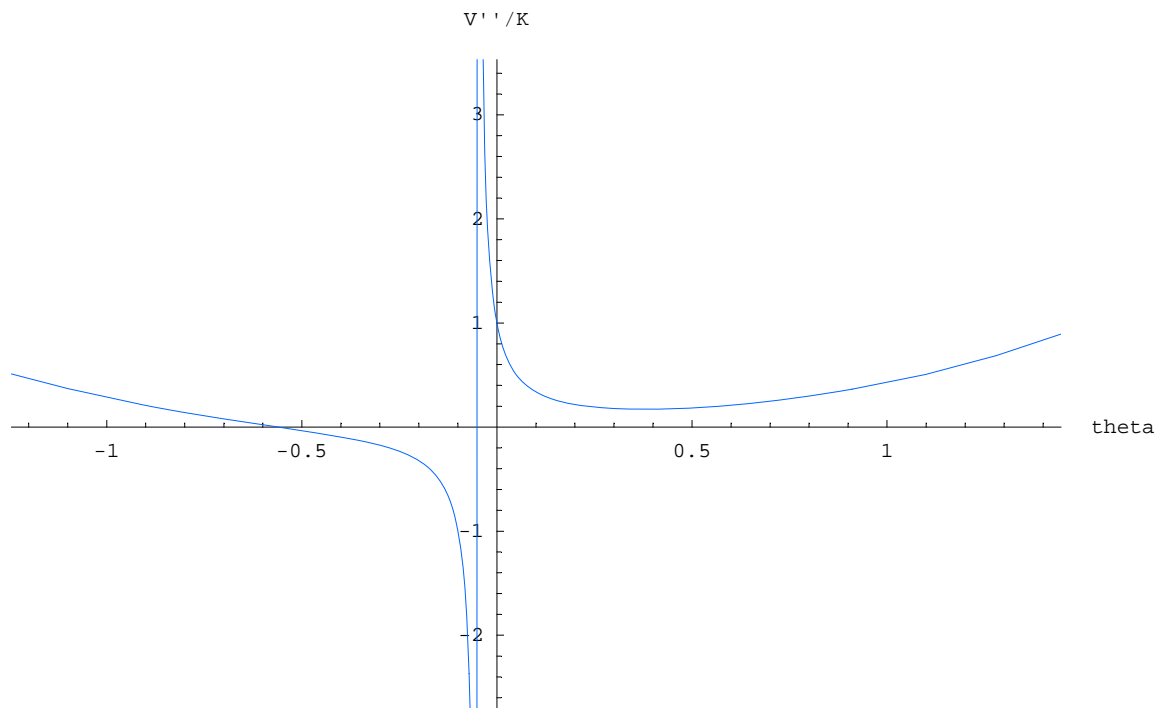
```
Out[32]= K \theta
```

```
In[33]:= "Studio del segno della derivata seconda dell'EPT";
thi = FindRoot[{Vppeq/K /. eta -> 0.05} == 0, {th, -0.5}][[1]]
Simplify[thi[[1]] - thmin[[1]]]
Plot[{Vppeq/K /. eta -> 0.05}, {th, -0.7 Pi, 0.7 Pi},
  PlotStyle -> {Hue[.6]}, AxesLabel -> {theta, "V''/K"}]

"NB: Il valore thi di th per transiz. stabile/instabile corrisponde al minimo
di peq(th) sul ramo secondario di equilibrio (a sn. di th=0)";
```

```
Out[34]= th -> -0.561866
```

```
Out[35]= 0
```



```
Out[36]= - Graphics -
```