

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

L-23 Ingegneria delle Tecnologie per l'Edilizia

Scienza delle Costruzioni

(ICAR/08 - SdC ; 9 CFU)

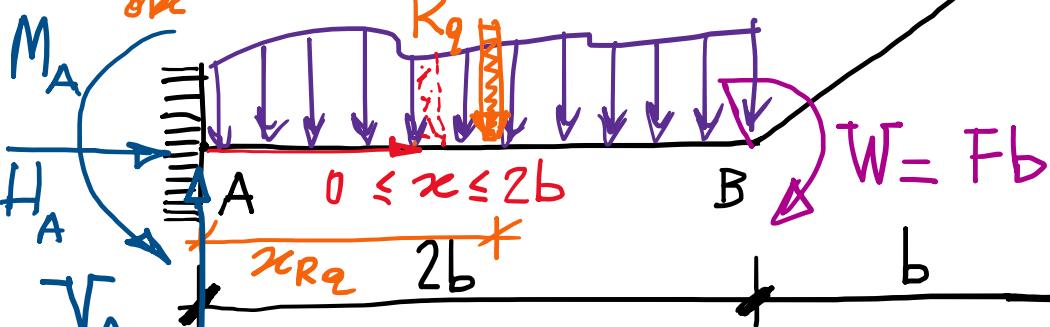
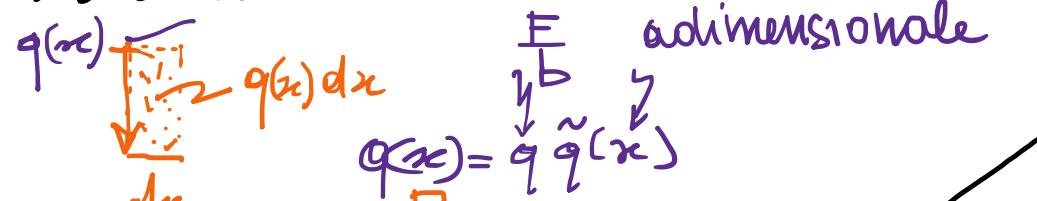
A.A. 2020/2021

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@unibg.it

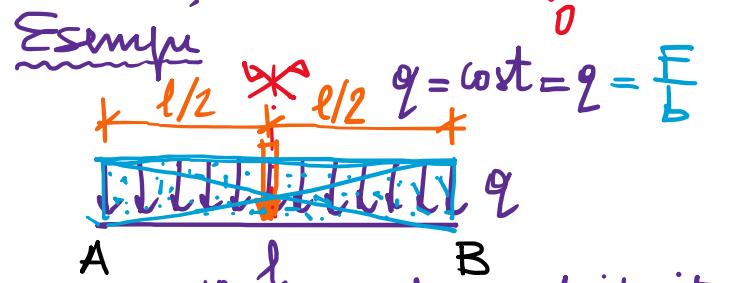
LEZIONE 04

Analisi Statica (AS): Calcolo delle Reazioni Vincolari (RV)



$$R_q = \int_0^l q(x) dx = \tilde{q} \int_0^l \tilde{q}(x) dx \quad [R_q] = [F]$$

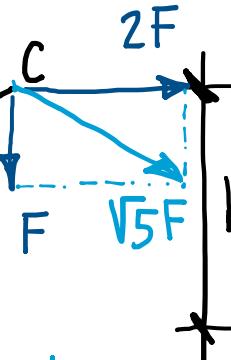
$$x_{Rq} = \frac{M_A}{R_q} = \frac{\int_0^l [q(x) dx] x}{\int_0^l q(x) dx} = \frac{\int_0^l \tilde{q}(x) x dx}{\tilde{q} \int_0^l \tilde{q}(x) dx}$$



carico uniformemente distribuito

$$R_q = q l$$

$$x_{Rq} = \frac{q \frac{l^2}{2}}{q l} = \frac{l}{2}$$



$trave a mensole (asta incisata)$

dimensione caratteristica
maglie strutt.

$m [b] = [L]$ lunghezza ("scala delle lunghezze")

$N [F] = [F]$ forza ("scala delle forze") (concentrata)

$Nm [W] = [Fb]$ momento o coppia
= $[F][L]$ (concentrata)

$\frac{N}{m}$

$[\tilde{q}] = \left[\frac{F}{b} \right]$

$= \left[\frac{F}{L} \right]$

carico distribuito o ripartito (per unità di lunghezza)

$$(Th. di Varignon: M_A = R_q x_{Rq}) \quad q = \text{lin}$$

$\frac{2}{3}l$

$\frac{1}{3}l$

\bar{q}

$$q(x) = \frac{\bar{q}}{l} x$$

$A \quad x \quad B$

carico linearmente ripartito ($q=0, \text{int}$)

$$R_q = \frac{q l}{2}$$

$$x_{Rq} = \frac{1}{3}l$$

caso generale (in sviluppo.)

Reazioni vincolari: postuliamo l'enza di azioni statiche, prodotte dai vincoli, in corrispondenza dei poli forniti, cioè dell'ep. lie di vincolo cinematico corrispondente a un'entità arbitraria (e tali da poter impostare l'equilibrio, in modo che il vincolo possa svolgere le sue funzioni di "blocco" di spostamento/rotazione).

Calcolo delle RV: equazioni cardinali della statica dei corpi rigidi

$$\begin{array}{ll} \text{2 eq. m} & \text{3 eq. m} \\ \text{1 eq. ne} & \text{3 eq. m} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} \mathbf{R} = \mathbf{0} \quad \text{risultante nullo} \\ \mathbf{M}_O = \mathbf{0} \quad \text{momento rispetto a polo } O \text{ nullo} \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} (\text{sistema di forze attive e reattive}) \\ \text{e reattive} \end{array}$$

2D 3D

$$\rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \sum_i F_{x,i} = 0 \\ \sum_i F_{y,i} = 0 \\ \sum_i M_{O,i} = 0 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{equil. alle traslazione} \\ \text{orizzontale} \\ \text{verticale} \\ \text{equil. alle rotazioni} \end{array}$$

Esempio:

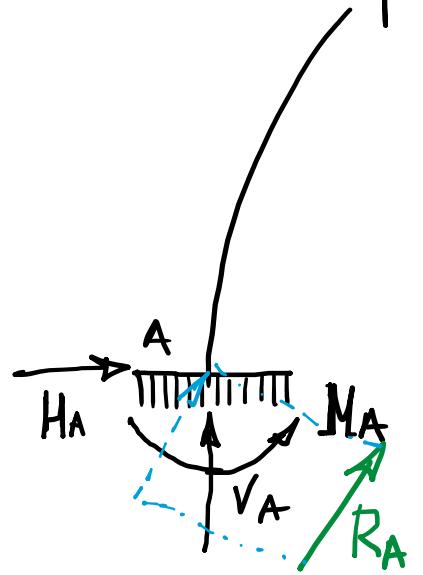
$$\rightarrow \begin{cases} H_A + 2F = 0 \Rightarrow H_A = -2F \\ V_A - F - R_q = 0 \Rightarrow V_A = F + R_q \\ M_A - F \cdot 3b - F \cdot 2b - F_b - M_A^q = 0 \Rightarrow M_A = 6Fb + M_A^q \end{cases}$$

$R_q \propto R_q$

Alternativamente: tre equilibri alle rotazioni rispetto a tre punti non allineati (per eq. m linearmene indipendenti)

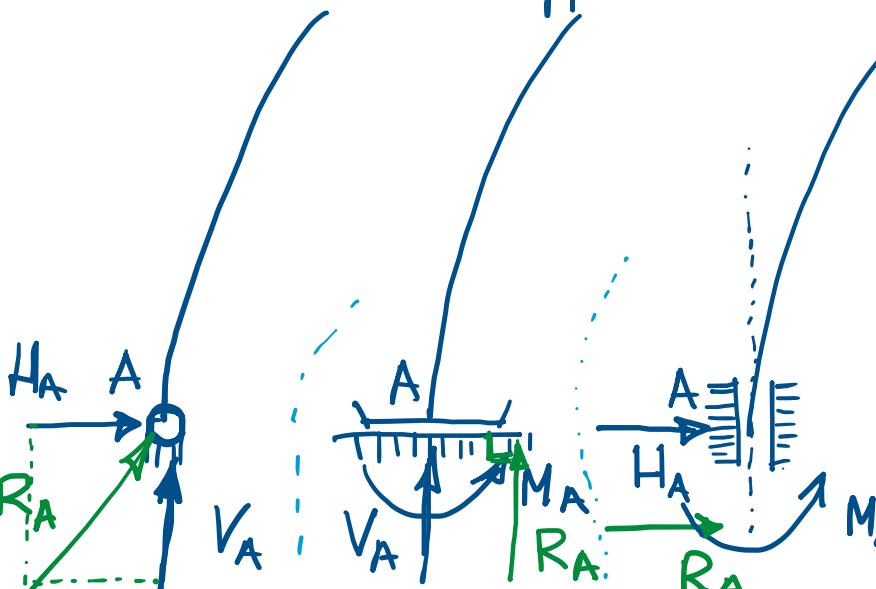
RV dei vincoli introdotti (vincoli assoluti)

vincoli triple



INCASTRO

vincoli doppii

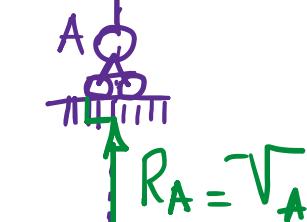


CERNIERA

PATTINO

MANICOTTO

vincoli semplici



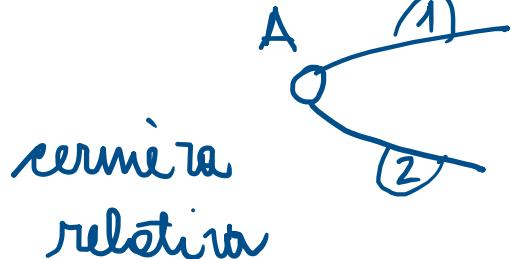
CARRELLO



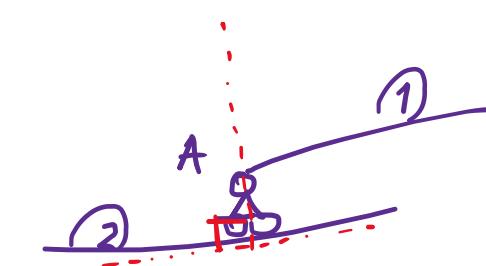
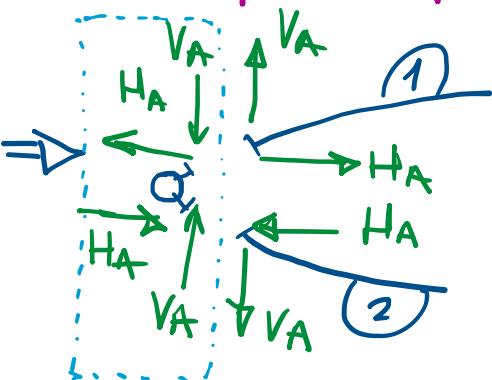
BI PATTINO

$$M_A = "R_A"$$

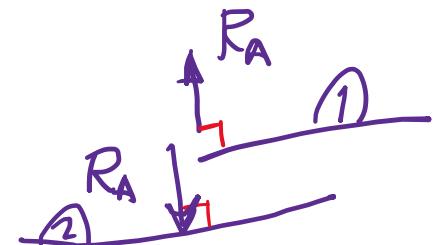
IDEEM per vincoli relativi tra più corpi rigidi:



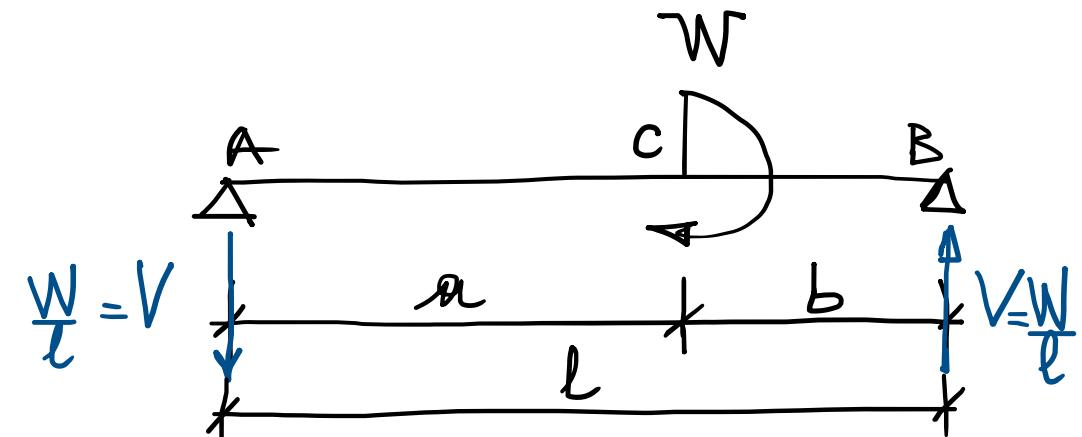
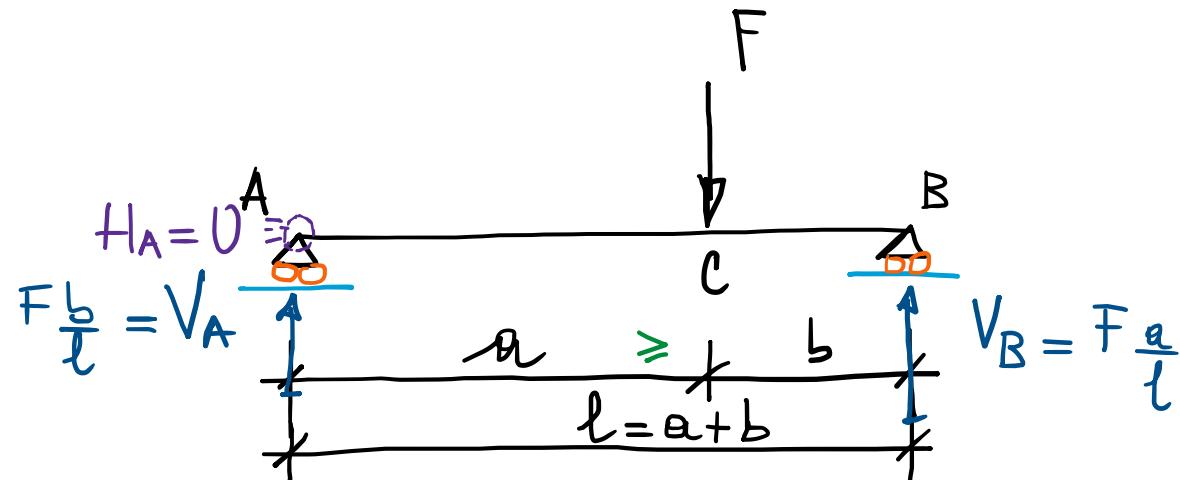
cerniera
relativa



carrello
relativo



Esempi significativi:



trave semplicemente appoggiata (appoggio-appoggio)

equilibrio alle rotazioni

$$\sum_i M_{Bi} = 0 \Rightarrow -V_A l + Fb = 0 \Rightarrow V_A = \frac{Fb}{l}$$

$$\sum_i M_{Ai} = 0 \Rightarrow V_B l - Fa = 0 \Rightarrow V_B = \frac{Fa}{l}$$

$$\left(\sum_i F_{y,i} = 0 \Rightarrow V_A + V_B - F = 0 \Rightarrow V_A + V_B = F \right) \checkmark$$

$$\frac{Fa+b}{l} = \frac{Fb}{l} + \frac{Fa}{l} \checkmark$$

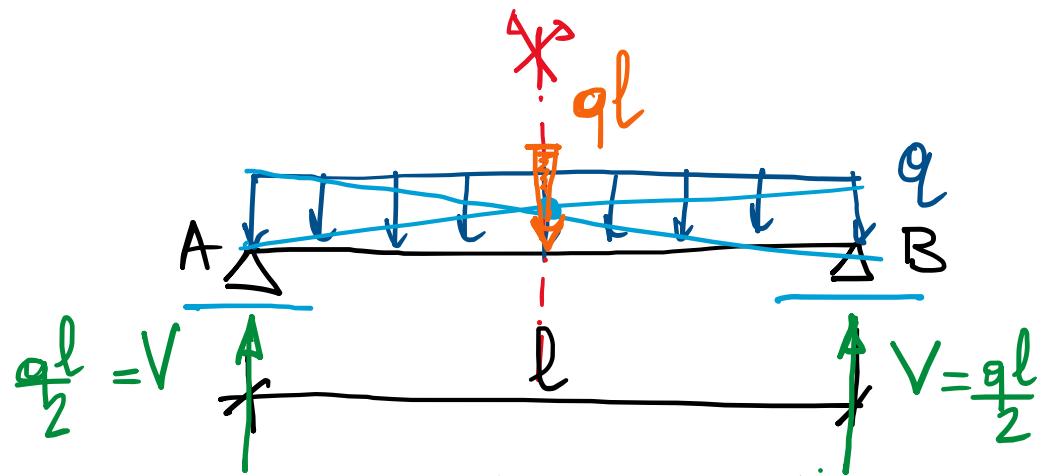
$$NB: se a=b=\frac{l}{2} \Rightarrow V_A = V_B = V = \frac{F}{2}$$

$$V l = W$$

$$V = \frac{W}{l}$$

(indipendentemente
dal p. tr. di applicazione C
sul corpo rigido AB)

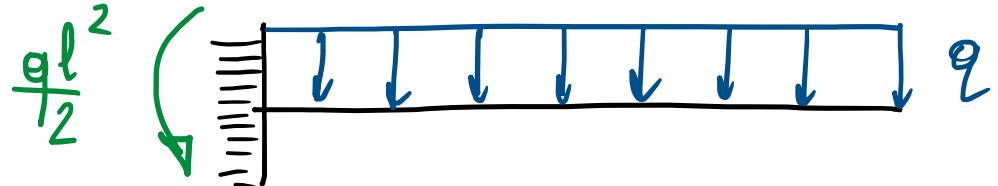
Aasse di simmetrie (rette)



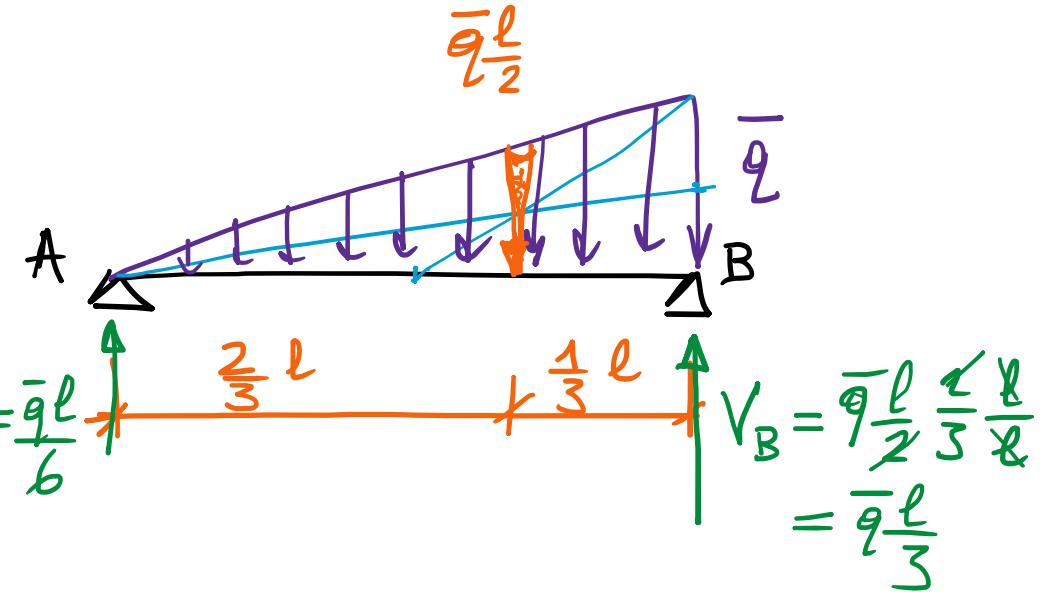
equil. sulle traslat. verticali

$$2V = ql$$

(o rotazione rispetto ad A o B)



Esempio di arte tre-cornelli
=> dispense



es. pressione idrostaticica (olig., peratt.)

