

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

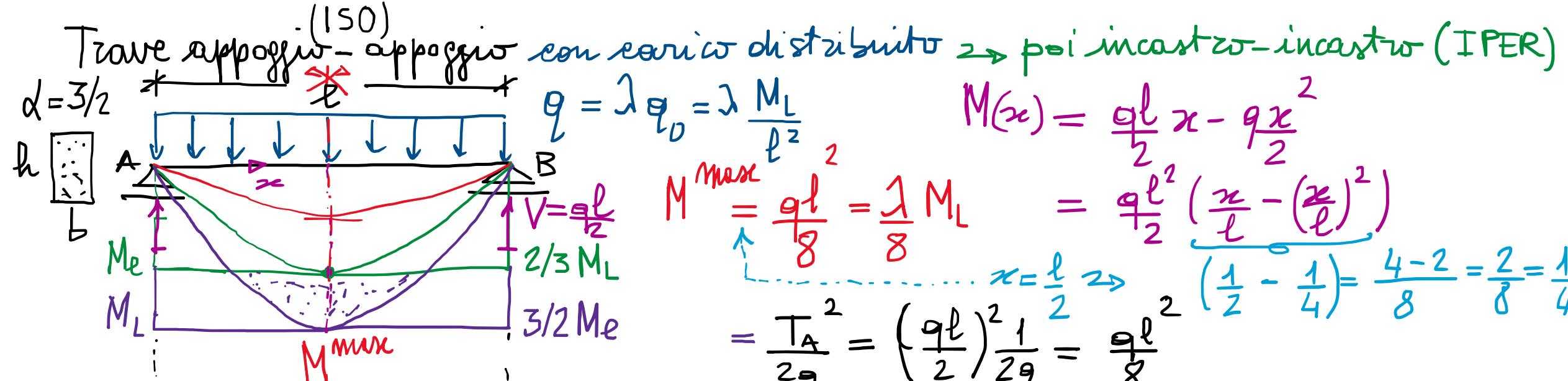
(ICAR/08 - SdC ; 6 CFU)

A.A. 2019/2020

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@uni.bg.it

LEZIONE 25

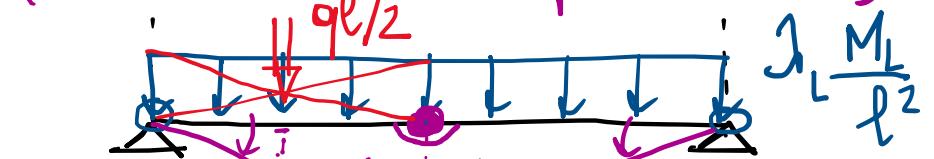


- Limite elastico : $M = \frac{\lambda_e}{8} M_L = M_e = \frac{2}{3} M_L \rightarrow \lambda_e = \frac{16}{3} = 5.\bar{3}$ (Regime el. $0 \leq \lambda \leq \lambda_e$)

- Collasso plastico : $M = \frac{\lambda_L}{8} M_L = M_L$ (λ_L limite elastico nell'ip. di CP)

$$\lambda_E = \lambda_L = 8 = \frac{24}{3} \quad (+50\% \text{ rispetto a } \lambda_e)$$

(Regime EP $\lambda_e \leq \lambda \leq \lambda_L$)



$\frac{q l}{4}$

2ϕ

M_L

meccanismo di collasso

di trave
(sotto le cerneze allineate)

PLV: $\lambda_e = \frac{1}{4} \left(\frac{q l}{2} \right) + \frac{P}{4} = \lambda_{IP} = D = M_L / 24$

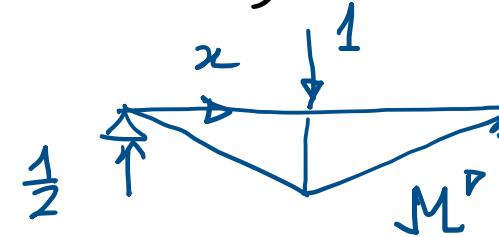
$$\lambda_L = \frac{D}{\lambda_{el}} = \frac{2 M_L}{q_0 \frac{l^2}{4}} = 8 \quad (\text{come volevano dim.})$$

(il moltiplicatore di collasso λ_L può agevolmente essere determinato, noto il meccanismo di collasso, via PLV)

equilibrio e
collasso incipiente

Risposta elastoplastica (analisi evolutiva)

"Freccce" 
 elastiche: $\frac{f_{max}}{EJ} = \frac{1}{24} \frac{q l^3}{EJ}$, $f_{max} = \frac{5}{384} \frac{q l^4}{EJ}$



$$\text{PLV} \quad 1 \cdot f_e^{max} = 2 \int_0^{\frac{l}{2}} \frac{1}{2} x \frac{q l^2}{2} \left(\frac{x}{l} - \frac{x^2}{l^2} \right) \frac{dx}{EJ}$$

$$= \frac{1}{2} \frac{q l^2}{EJ} \left(\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{l}{8} - \frac{1}{2} \frac{1}{4} \frac{l^4}{16} \right)$$

$$= \frac{1}{2} \frac{q l^4}{EJ} \frac{1}{16} \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) = \frac{5}{12} \frac{q l^4}{EJ}$$

Quindi, in campo elastico:

$$\bar{f} = \frac{5}{384} \cancel{\lambda / \frac{M_L l^2}{EJ}} \Rightarrow \bar{f} = \frac{5}{384} \lambda \Rightarrow \frac{1}{\bar{f}} = \frac{384}{5}$$

$$\bar{f}_e = \frac{5}{24} \frac{384}{3} \cancel{\lambda} = \frac{5}{72}$$

$$\bar{f}_E = \frac{5}{384} \cancel{\lambda} = \frac{5}{48}$$

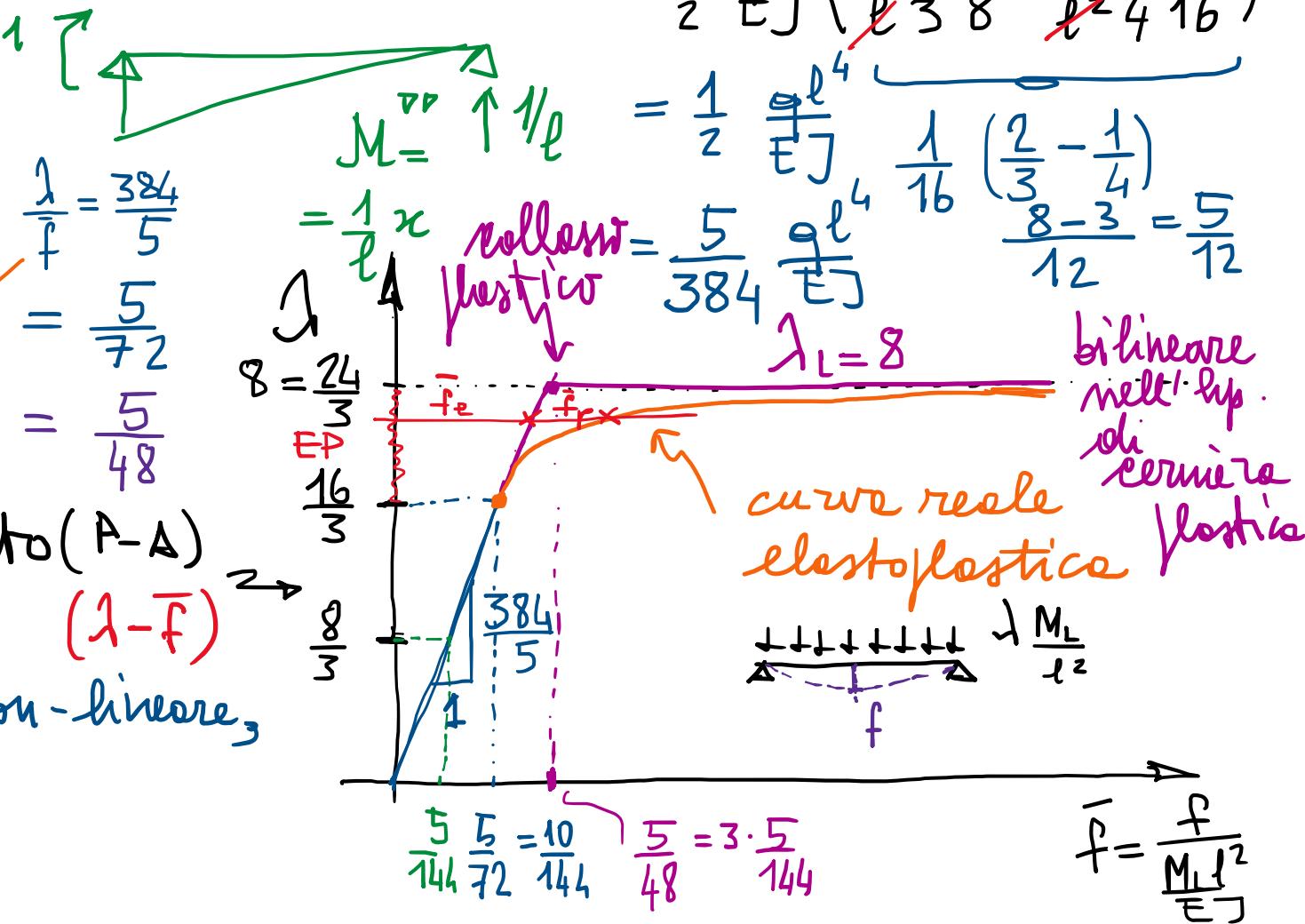


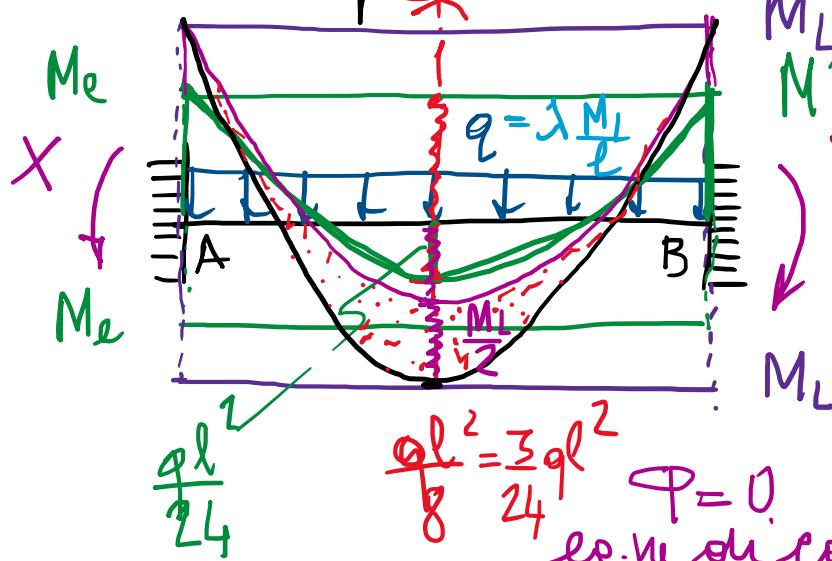
Diagramma forza-spostamento (A-A)

Moltip. delle varie-freccie

$(1 - \bar{f})$

Risposta evolutiva elastoplastica non-lineare,
per non-linearità di materiale

Strutture iperstatiche (trave doppiamente incastroata)



$$M_{el.} = \frac{ql^2}{12} = \frac{1}{24} ql^2 = \frac{1}{12} M_L$$

$$\Phi = \frac{1}{24} \frac{ql^3}{EJ} - \frac{5}{384} \frac{ql^5}{EJ}$$

$$\frac{1}{8} \frac{Xl^2}{EJ} = \frac{1}{76} \frac{ql^4}{EJ}$$

$$X = \frac{1}{2} \frac{Xl}{EJ}$$

(vedi DSV flessione)

$$\Phi_1 = \frac{1}{2} \frac{Xl^3}{EJ}$$

$$X = \frac{1}{24} \frac{ql^3}{EJ} = \frac{1}{12} ql^2$$

Limite elastico: $\lambda_e M_L = M_e = \frac{2}{3} M_L \Rightarrow \lambda_e = 8$

Momento limite: $\lambda_E M_L = M_L \Rightarrow \lambda_E = 12$ (limite elastico nell'ip. di C.P.)

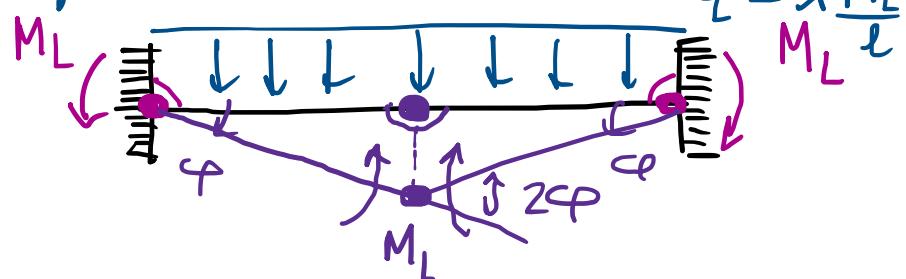
N.B.: Il momento può ancora crescere in campate, sino ad M_L , mediante ridistribuzione di sforzi (dei momenti), mentre si producono deformazioni plastiche nelle trave (localizzate in A e B nell'ip. di C.P.)

$$\Delta\lambda \Rightarrow M^{\max} = M_L \Rightarrow \Delta M = \frac{M_L}{2} = \frac{\Delta\lambda M_L}{8} \quad \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$$

$$\Delta q = \Delta\lambda \frac{M_L}{l^2} \quad \Delta M^{\max} = \frac{\Delta q l^2}{8} = \frac{\Delta\lambda}{8} M_L$$

$$\Rightarrow \Delta\lambda = \frac{8}{2} = 4 + 30\%$$

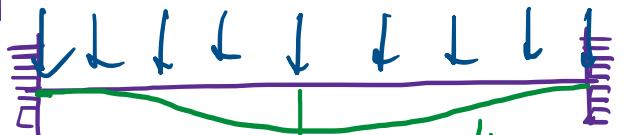
- Infatti, analizzando il meccanismo di collasso:



$$PLV: f_c = \lambda f_{e0} = D = f_{ip}$$

$$\lambda_L = \frac{D}{f_{e0}} = \frac{\frac{4 M_L \varphi}{1}}{\frac{1}{4} M_L \varphi} = 16$$

- Risposte evolutive elasto-plastiche



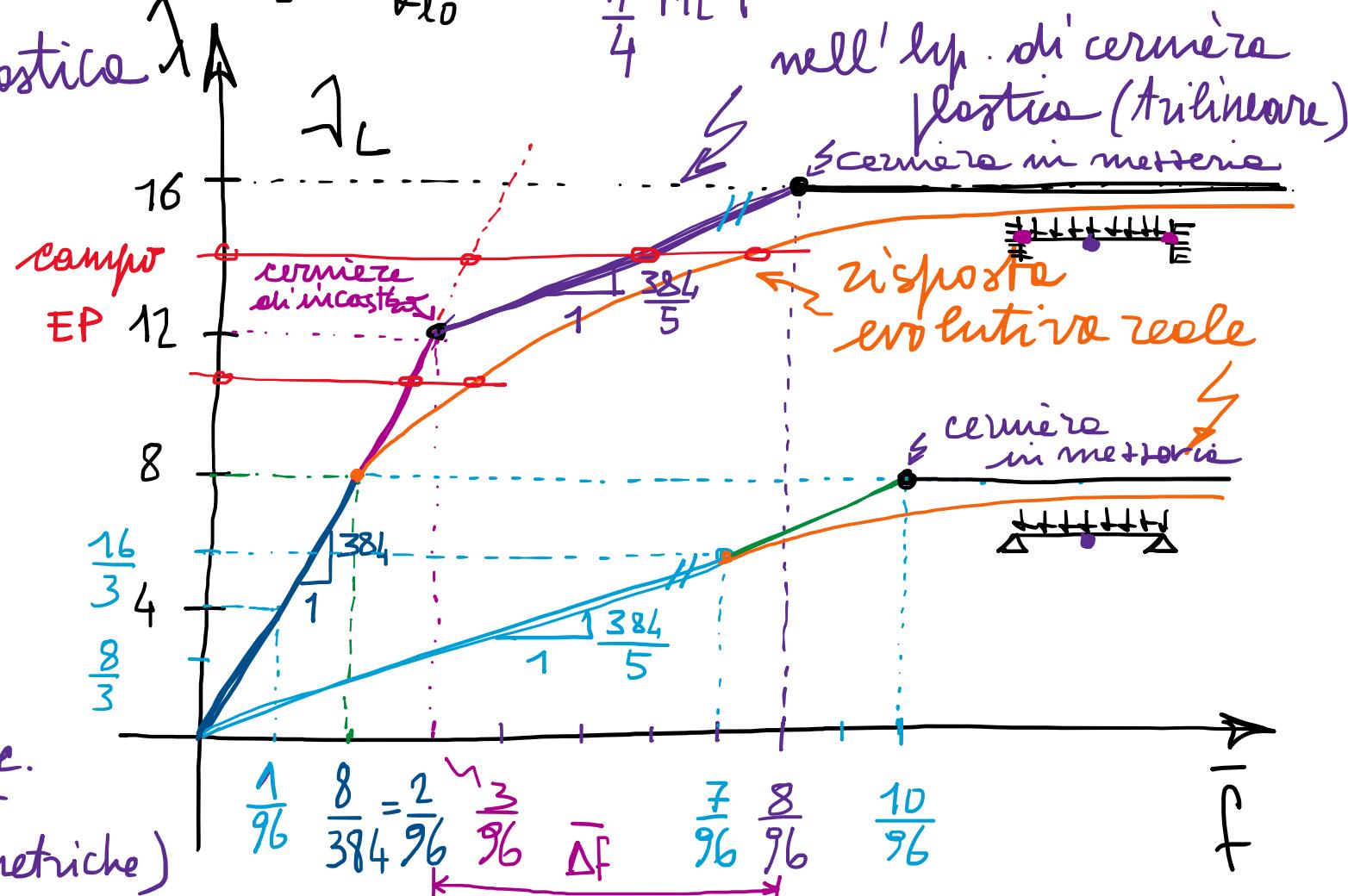
$$f = \frac{1}{384} \frac{q l^4}{E J}$$

$$\Delta f = \frac{5}{384} \frac{l^4}{\Delta \lambda} = \frac{20}{384} = \frac{5}{96}$$

$$f = \frac{1}{384}; \quad \frac{1}{f} = 384$$

N.B.: - rigidità elastica 5 volte
- multipl. collasso 1 volta

Guadagno ottenibile con sole r.c.
(di vincolo) e perità di proprietà
mitenzseche (di materiale e geometriche)



SOMMARIO (Lec. 25)

- $\overline{f-f}$
- Analisi evolutiva trave appoggio-appoggio con q (bilineare): collasso all'attivazione delle prime cerniere plastiche in mezzerie (risorse ulteriori); λ_L agilmente determinato (via PLV), nonostante sottostima deformazione EP.
 - Analisi evolutiva trave incastro-incastro con q (tutlineare): sequenze di attivazione delle cerniere plastiche (due istanze di apertura); ulteriori risorse portanti da ridistribuzione di spazio per sviluppo di deformazioni plastiche, e carico crescente.
 - Confronto: moltiplicatore di collasso doppio (+50%); rigidezza elastica iniziale quintuplicata (rigidezze successive uguali a quelle del caso precedente, all'apertura delle cerniere plastiche alle estremità incastrate).
 - In genere informazione essenziale collasso plastico (meccanismo e moltiplicatore) vs. analisi evolutiva.

Next step: Teoremi fondamentali dell'Analisi Limite (dei telsi), per stima del collasso plastico - Esempi.