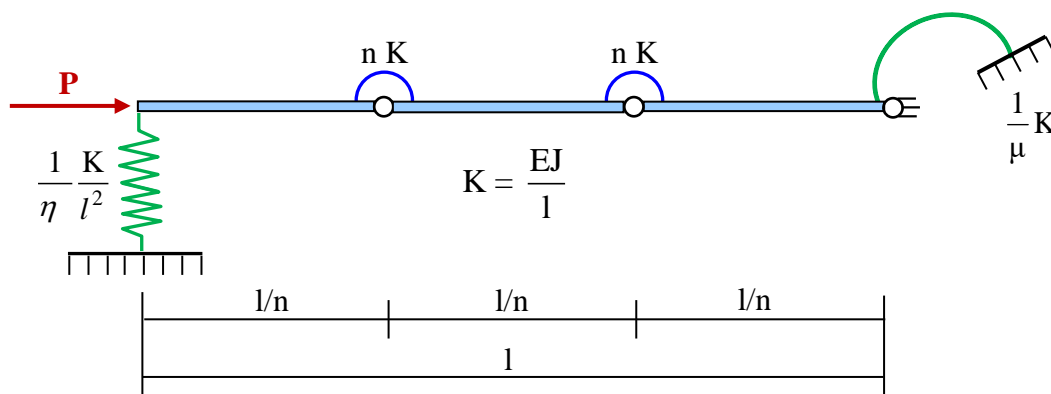


**Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture**  
**a.a. 2022/2023**

**II ELABORATO**

1) Si consideri il seguente *sistema discreto* strutturale semplicemente compresso avente aste rigide e molle elastiche lineari (molle rotazionali relative d'estremità e molla traslazionale d'estremità):



ove  $n$  è il numero di tratti in cui è stata suddivisa la lunghezza totale  $l$  fissa ( $n > 0$ ; in fig. è rappresentato il caso  $n = 3$ ). Un primo parametro adimensionale positivo  $\eta$ , che descrive la cedevolezza della molla traslazionale d'estremità di sinistra, è fissato pari a  $\eta_a = 6 + (N - C + M) / 6$  ( $N$  = numero lettera iniziale del nome,  $C$  = numero lettera iniziale del cognome,  $M$  = somma delle ultime due cifre del n. di matricola), mentre un secondo parametro adimensionale positivo  $\mu$  descrive la cedevolezza della molla rotazionale d'estremità di destra.

**Richieste:**

- Si considerino i primi tre casi con  $n = 1$ ,  $n = 2$  e  $n = 3$ :
  - ♦ calcolare il carico critico euleriano  $P_{cr,n}^E$  di ogni caso utilizzando il metodo energetico ed il metodo statico (si parta da equazioni valide per spostamenti arbitrariamente grandi per poi giungere a relazioni valide in regime di spostamenti geometricamente piccoli);
  - ♦ rappresentare l'andamento dei carichi critici  $P_{cr,n}^E$  così determinati in funzione del parametro  $\mu$ , ponendoli a confronto;
  - ♦ fornire in tabella il valore dei  $P_{cr,n}^E$  per i valori  $\mu \rightarrow 0$ ,  $\mu = \mu_a$ ,  $\mu \rightarrow \infty$ , con parametro allievo  $\mu_a = 5 + (N - C + M) / 5$ ;
  - ♦ rappresentare le corrispondenti deformate critiche per gli stessi valori di  $\mu$ .
- *Facoltativo*: determinare il carico critico  $P_{cr,n}^E$  per ulteriori  $n$  successivi ( $n > 3$ ); rappresentarne l'andamento al variare di  $n$ , indagando l'eventuale comportamento asintotico per  $n$  crescenti ed individuando i nessi con quanto segue.

2) Si consideri quindi il *sistema continuo* corrispondente, costituito da un'asta semplicemente compressa di lunghezza  $l$ , deformabile solo flessionalmente (con rigidezza flessionale elastica  $EJ$ ) e avente le medesime molle (traslazionale e rotazionale) d'estremità.

**Richieste:**

- Determinare il carico critico euleriano  $P_{cr}^E$  mediante il metodo statico per  $\mu \rightarrow 0$ ,  $\mu = \mu_a$ ,  $\mu \rightarrow \infty$ . Studiare e rappresentare la dipendenza di  $P_{cr}^E$  dal parametro  $\mu$ .
- Determinare e rappresentare la deformata critica ottenuta nei vari casi, esprimendo la stima della lunghezza di libera inflessione  $l_0$ .
- Assumendo  $\eta = 0$ , confrontare i valori ottenibili di  $P_{cr}^E$  per  $\mu \rightarrow 0$ ,  $\mu = \mu_a$ ,  $\mu \rightarrow \infty$  con quelli ricavabili mediante la formula di Newmark, indicando le variazioni percentuali registrate.
- Dati  $E = 32800$  MPa,  $l = 5.8$  m, sezione trasversale rettangolare  $26$  cm x  $32$  cm, effettuare la verifica di stabilità per  $\mu = \mu_a$  con  $P = 4950$  kN.