

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Complementi di Scienza delle Costruzioni

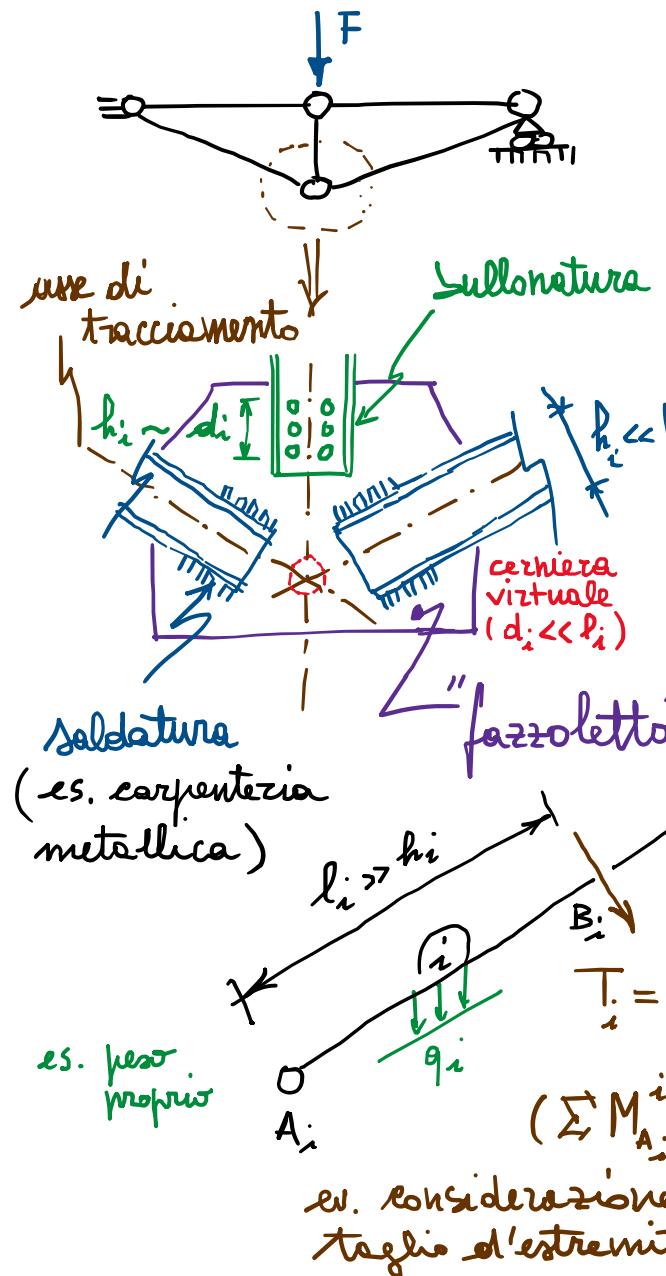
(ICAR/08 - SdC; 6 CFU)

prof. Egidio RIZZI

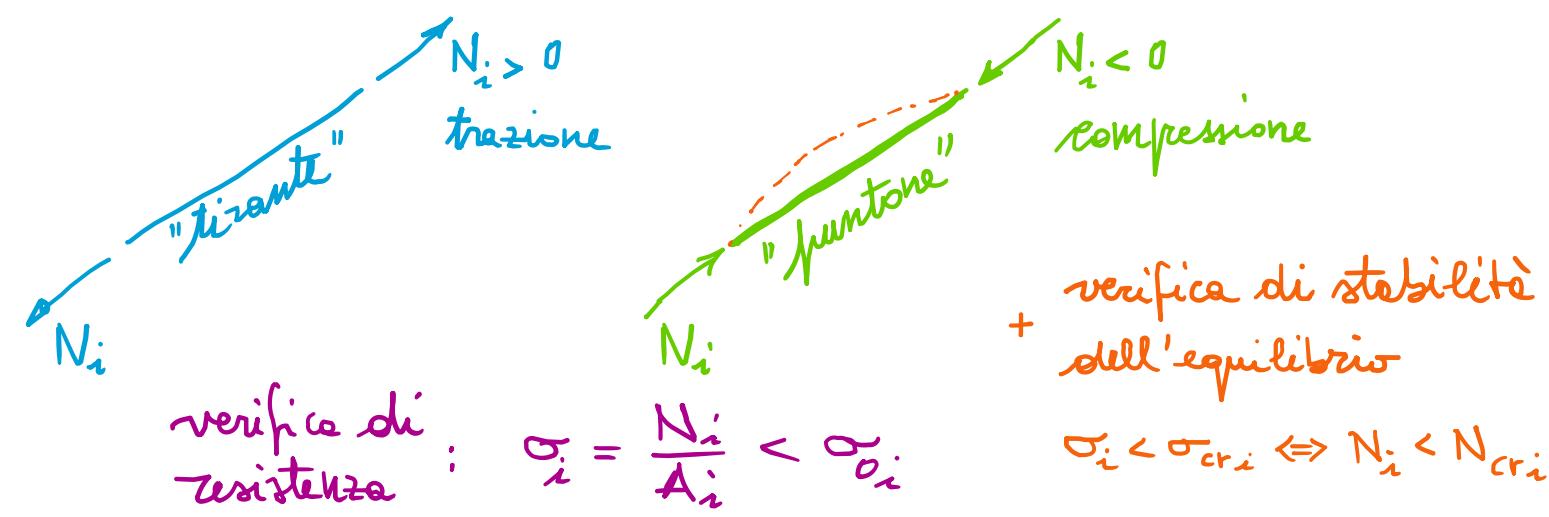
egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 10

Trautture reticolari (piane)



- Strutture tipiche, "ottimizzate", leggere, destinate ad usi specifici; es.: ponti e coperture di grandi luci, capriate, tralicci, gru, telai in ingegneria strutturale.
- Realizzate in materiali differenti, es.: legno, ferro e acciaio, CA, compositi.
- Assemblate "in opere", mediante tecniche di montaggio opportune.
- In genere formate da alte rettilinee, tramite le quali, globalmente, si possono comunque descrivere anche profili curvilinei.
- Carichi esterni in genere riportati ai nodi, cioè "noduli".
- Assunte costituite da sole "bielle", alte incernierate agli estremi, che, se rettilinee, risultano sede di sole azione assiale N_i :



Metodi di analisi (dedicati, considerando le loro peculiarità)

AC



n nodi $\Rightarrow 2n$ gdl (nel piano)



a ante \Rightarrow a gdl

+

$$\text{elastico} \quad \Delta l_i = \frac{N_i l_i}{E A_i} = \frac{N_i}{E A_i / l_i}$$

assimil. $\Delta l_i \rightarrow 0$, $E A_i / l_i \rightarrow \infty$
rigido

$$3 = 2 + 1 \Rightarrow$$

$$e + v = 5 + 3 = 8 = 2n$$

+ 2 ACI \Rightarrow isostatica



gdl a
terra

v gdl

\hookrightarrow CN
di non
labilità

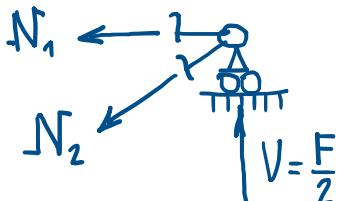
> potenz. iperstatica
= " isostatica

$$a + v \geq 2n$$

\hookrightarrow sovrapposizione di schemi noti
(es. Anello Chiuso Isostatico)

in forme analitico o
grafica (vedi statico grafico; diagramma Cremoniano)

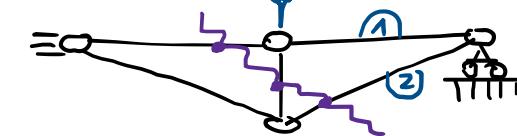
AS Metodo degli equilibri nodali (o metodo dei modi)



spartono da nodi in
cui convergono due sole
este con N_i incognite

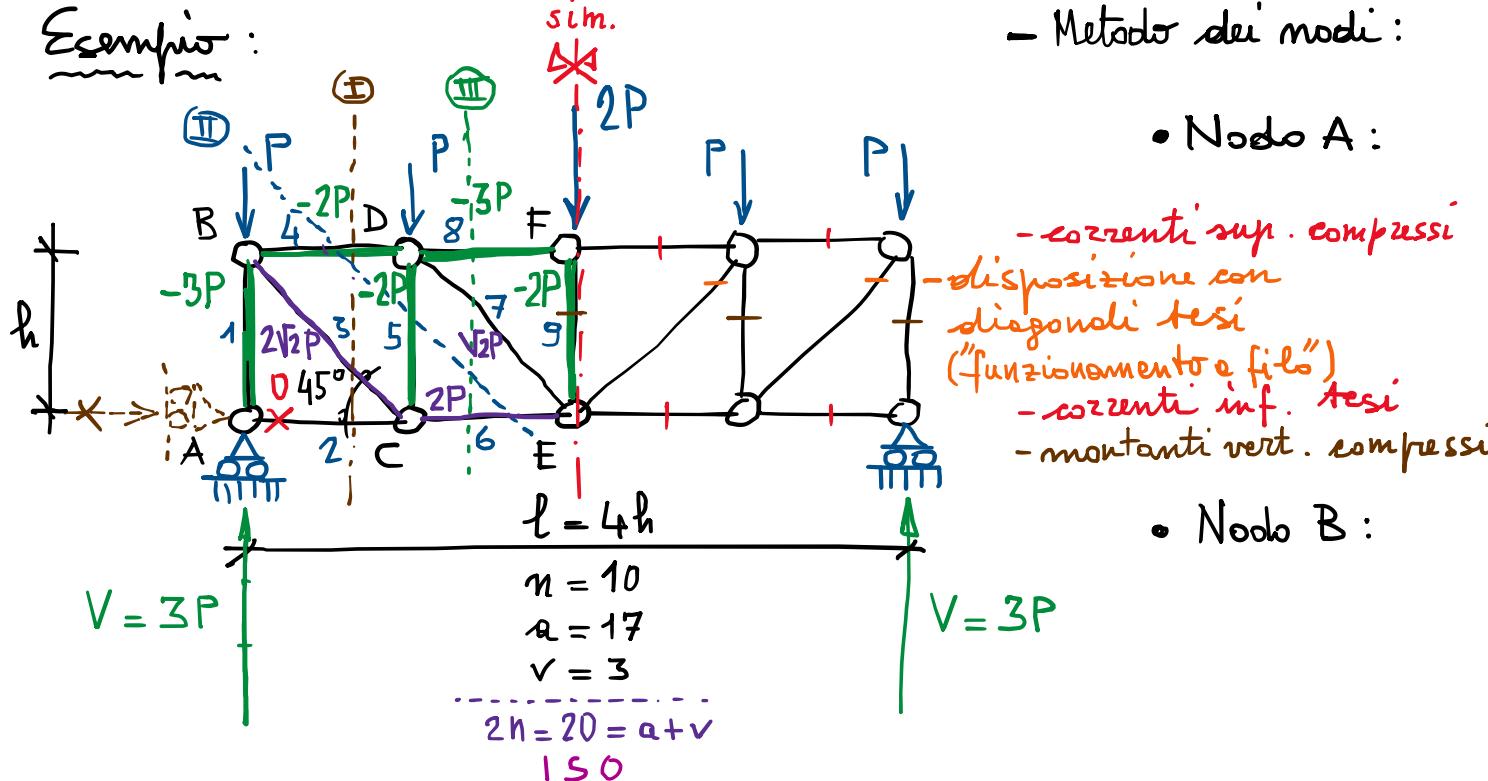
(e/σ)

Metodo delle sezioni (o di Ritter) \Rightarrow



Culmann Statica
 \Rightarrow Grafica
sezione con tre estremità con N_i
incognite, non convergenti
in un unico punto.

Esempio:



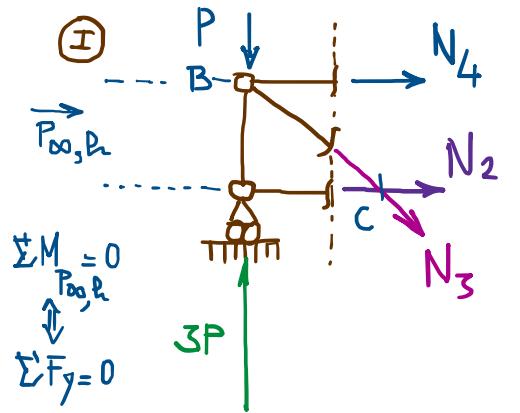
- Metodo dei modi:

• Nodo A:

- correnti sup. compressi
- disposizione con diagonali tesi ("funzionamento e filo")
- correnti inf. tesi
- montanti vert. compressi

• Nodo B:

- Metodo delle sezioni (σ di Ritter): 3 eq.m. di equil. alle rotazioni rispetto ai punti in cui, a due a due, convergono due delle tre asti con azione oraria incognita (come RV per asta - tre carrelli).



$$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_B = 0 \Rightarrow N_2 = 0 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow N_3 = 2\sqrt{2}P \\ \sum M_C = 0 \Rightarrow N_4 = -2P \end{array} \right. \quad \checkmark$$

- Metodo dei modi:

• Nodo A:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \Rightarrow N_2 = 0 \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow N_1 = -3P \end{array} \right. \quad \text{eq. analitico}$$

A

N_1

N_2

$3P$

$N_1 = -3P$

$N_2 = 0$

$R=0$

poligono delle forze chiuse

eq. grafico

puntone (punte sul nodo)

$$\left\{ \begin{array}{l} P \downarrow \\ N_4 = -2P \\ 3P \uparrow \\ N_3 = 2\sqrt{2}P \end{array} \right.$$

B

$N_4 = -2P$

$3P$

$N_3 = 2\sqrt{2}P$

puntone

$2P$

P

$2\sqrt{2}P$

45°

$3P$

tirante

• Nodo F:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2P \uparrow \rightarrow N_9 = -2P$$

$2P$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum M_D = 0 \Rightarrow N_6 = 2P \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow N_7 = \sqrt{2}P \\ \sum M_E = 0 \Rightarrow N_8 = -3P \end{array} \right. \quad \checkmark$$

III

$\sum M_D = 0 \Rightarrow N_6 = 2P \checkmark$

$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_7 = \sqrt{2}P$

$\sum M_E = 0 \Rightarrow N_8 = -3P$

- Quadro azioni assiali, per le due disposizioni, con diagonali

tesi ("funzionamento a filo")



N.B.



IPER

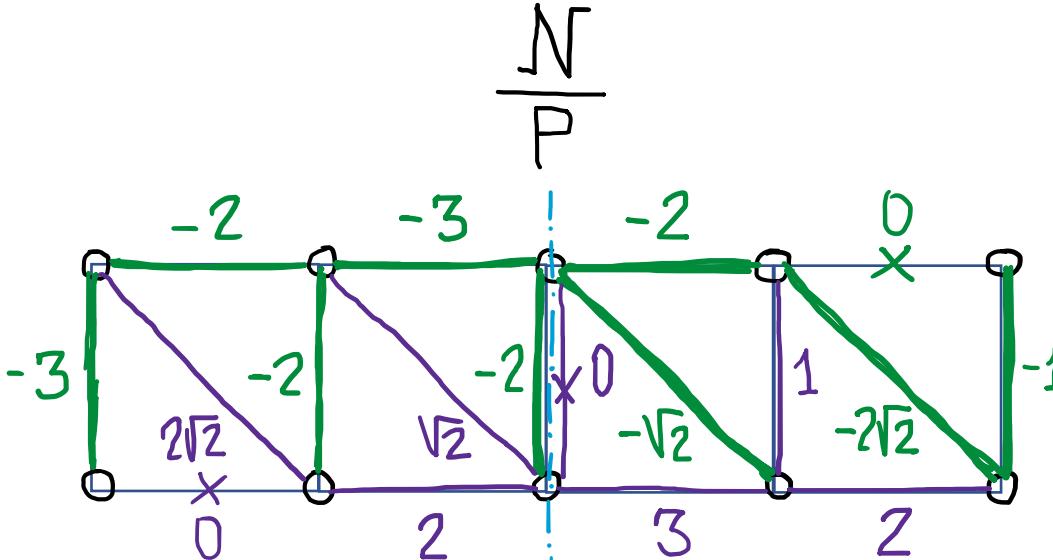
compressi ("funzionamento ad arco")



150



LABILE



diagonali tesi

con distribuzione

correnti con distribuzione

montanti compressi con sforzi superiori*

diagonali compressi

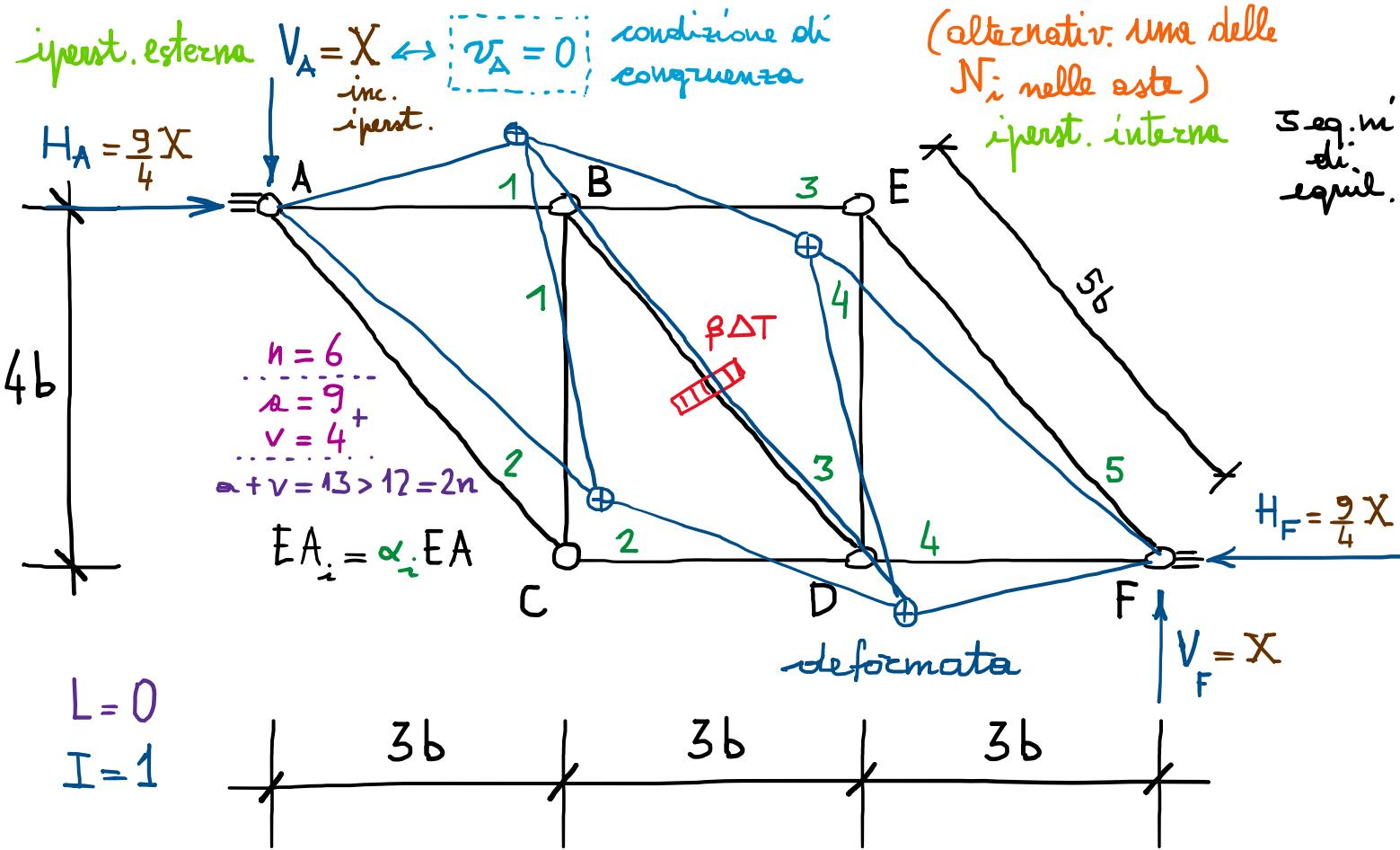
N_i "speculare" (e valore più elevato, in compress. $2\sqrt{2}P$ da considerare per verifica di stabilità)

N_i "speculare" (sup. in compr., inf. in traz.)

montanti compressi/tesi con sforzi inferiori

* e verifica di stabilità per 3P

Soluzione di travatura reticolare iperstatico



Sistema B \rightarrow sistema reale
einem. amm.

Equilibrio globale :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum F_x = 0 \Rightarrow H_A = H_F = \frac{9}{4} X \\ \sum F_y = 0 \Rightarrow V_A = V_F = X \\ \sum M_A = 0 \Rightarrow V_F 9b = H_F 4b \Rightarrow H_F = \frac{9}{4} V_F = \frac{9}{4} X \end{array} \right.$$

$$RVT = RVT(X)$$

Risoluzione tramite PLV (PFV) -

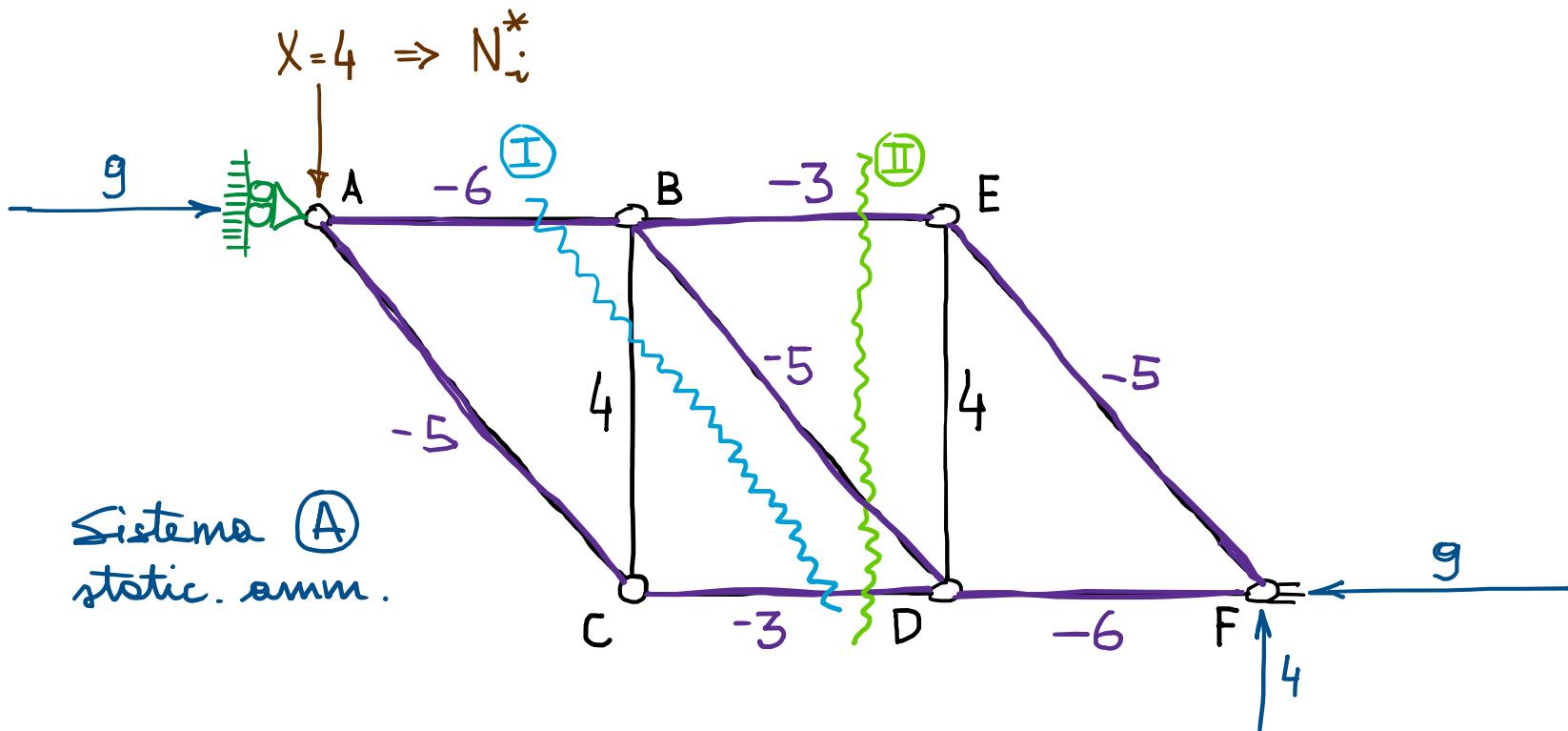
- Struttura principale isostatica $X=0 \Rightarrow N_i^0 = 0$

- Struttura fittizia

$$\begin{aligned} X=1 &\Rightarrow N_i^* = \frac{1}{4} N_i^* \\ &= 4 \Rightarrow N_i^* = 4 N_i^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_i &= N_i^0 + X N_i^* \\ &= N_i^0 + \frac{X}{4} N_i^* \end{aligned}$$

Struttura fittizia



Metodo delle sezioni (Ritter)

$$\textcircled{I} \quad \sum M_B^{sn} = 0 \Rightarrow N_{CD}^* = -3 \checkmark$$

$$\sum M_C^{sn} = 0 \Rightarrow N_{AB}^* = -6 \checkmark$$

$$\sum F_y^{sn} = 0 \Rightarrow N_{BC}^* = 4 \checkmark$$

(v. astre tre-correlli)

$$\textcircled{II} \quad \sum M_B^{sn} = 0 \Rightarrow N_{CD}^* = -3 \checkmark$$

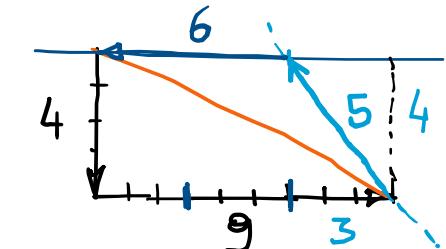
$$\sum M_D^{sn} = 0 \Rightarrow N_{BE}^* = -3 \checkmark$$

$$\sum F_y^{sn} = 0 \Rightarrow N_{BD}^* = -5 \quad (N_{BDy} = 4)$$

Metodo dei nodi

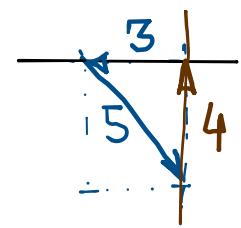
Nodo A:

(Nodo F)



poligono delle forze chiuso
(statica grafica)

Nodo C:
(Nodo E)



Scrittura del PLV (PFV, CS di congruenza):

$$\sum_e^{AB} = \int_{str} N_i^o \frac{N_i^o + X N_i^*}{EA_i} dx_i + \int_{BD} N_{BD}^o \underbrace{\alpha \beta \Delta T}_{\Sigma_t} dx = \sum_i^{AB}$$

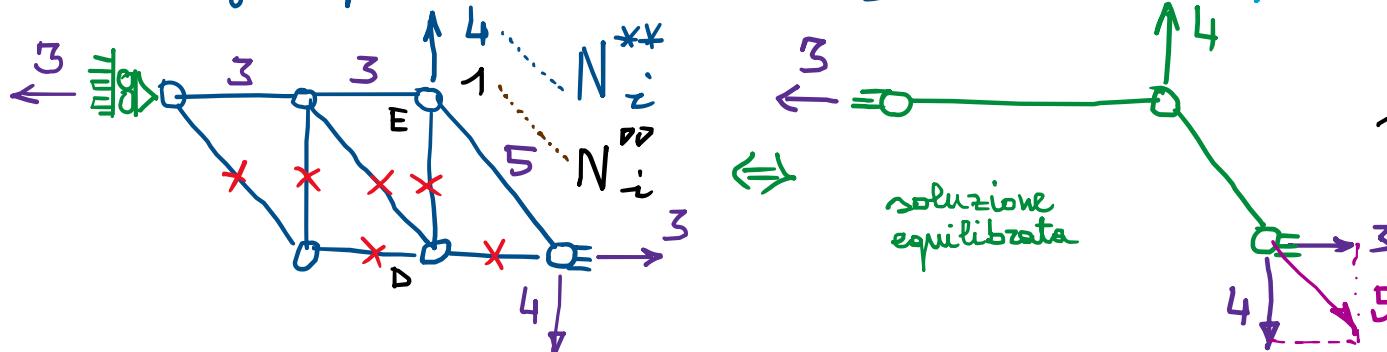
coeff. di dilat. termica ($\sim 10^{-5} \div 10^{-6} \text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$)

$N_i = \text{cost nelle sezioni}$
 $(EA_i = \alpha_i EA \text{ cost})$

$$X = - \frac{\sum_i \frac{N_i^o N_i^* l_i}{EA_i} + N_{BD}^o \alpha \beta \Delta T l_{BD}}{\sum_i \frac{N_i^o l_i}{EA_i}}$$

$$= - \frac{-5 \alpha \beta \Delta T 5b EA 4}{\frac{1100}{3} b} = + 100 \alpha \beta \Delta T EA \frac{3}{1100} = \boxed{\frac{3}{11} \alpha \beta \Delta T EA = X}$$

Calcolo degli spost. noduali (es. $v_E = ?$) \rightarrow deformata



$$1 \cdot v_E = \sum_i \frac{N_i^*}{4} \left(N_i^o + \frac{X N_i^*}{4} \right) \frac{l_i}{\alpha_i EA}$$

$$= \boxed{-\frac{3}{2} \alpha \beta \Delta T b = v_E}$$

$$v_E = v_D + \Delta l_{ED}^e$$

$$v_D = v_E - \frac{N_{ED} l_{ED}}{EA_{ED}}$$