

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

L-23 Ingegneria delle Tecnologie per l'Edilizia

Scienza delle Costruzioni

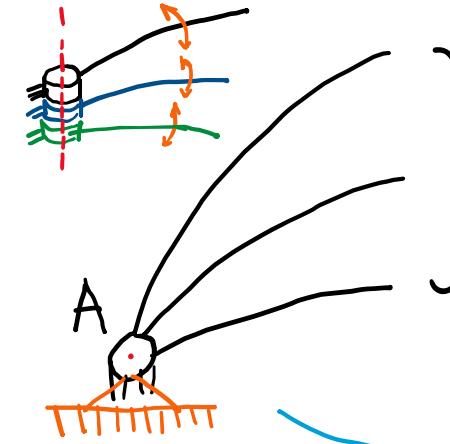
~~~~~  
(ICAR/08 - SdC; 9 CFU)

prof. Egidio RIZZI

[egidio.rizzi@unibg.it](mailto:egidio.rizzi@unibg.it)

LEZIONE 02

# AC : Sistemi articolati di corpi rigidi - Computo dei gdl (gradi di vincolo)



cerchia assoluta

$$+2gdsv \\ -2gdl$$



cerchia relativa

$$+1gdsv \\ -1gdl$$

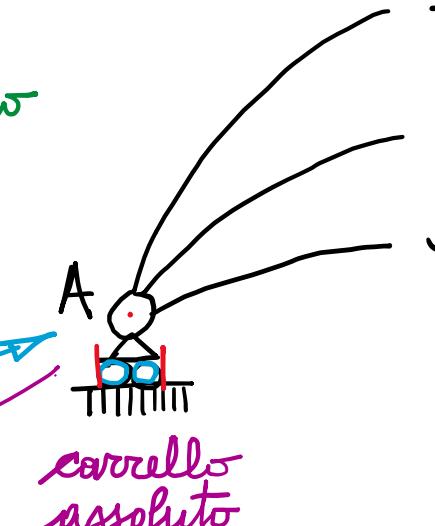
$n$  aste

$$\begin{aligned} gdl &= gdl \text{ prima} - gdl \text{ dopo} \\ &= 3n - n \\ &= 2n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} +1gdsv \\ -1gdl \\ +1gdsv \\ -1gdl \end{aligned}$$

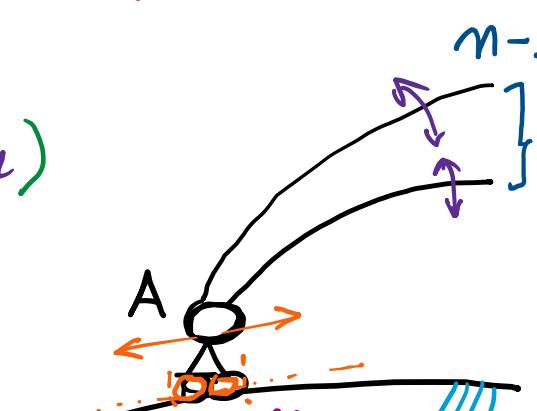
$n$  aste

$$\begin{aligned} gdl &= 3n - (2+n) \\ &= 2n-2 \\ &= 2(n-1) \end{aligned}$$



carrello assoluto

$$\begin{aligned} n \text{ gdl} &= " - " \\ &= 3n - (1+n) \\ &= 2n-1 \end{aligned}$$



carrello relativo

$$\begin{aligned} n \text{ gdl} &= 3n - (3+1+n-1) \\ &= 2n-3 \end{aligned}$$

NB: ragionamento analogo si applica al caso  
di vincoli impropri (pattino, manicotto, bipattino)

Gradi di libertà residui e labilità strutturale  $\rightarrow$  possibilità di movimento

AB: veste rigide

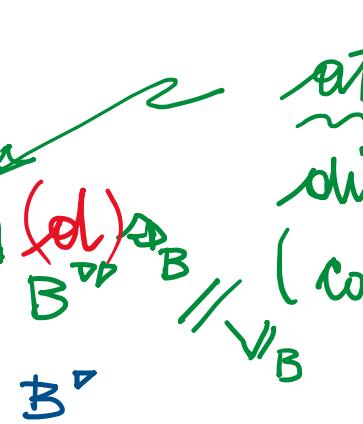
$$\overline{AB} = \text{cost}$$

$$(d)$$

cermiera  
(propria)

$$\Omega_1^2$$
  
CIR

sost.  
finito

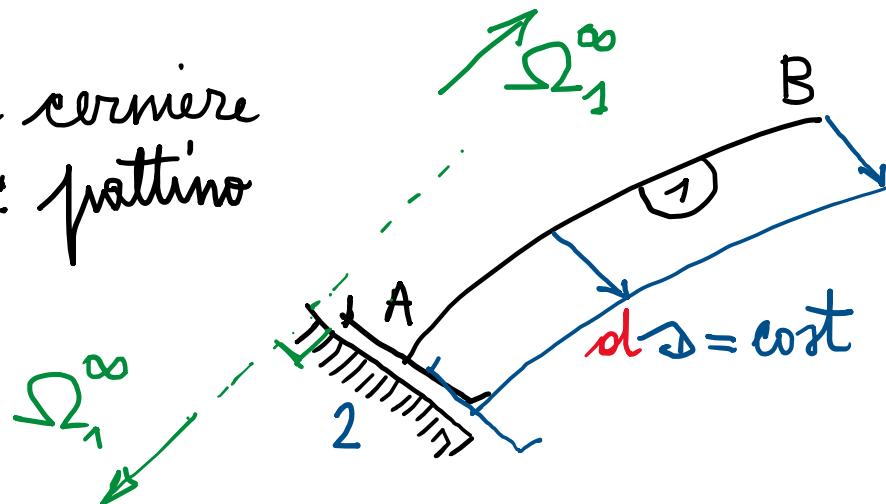


atto di moto: spostamento assimo, spunto di movimento dalla configurazione di riferimento (con spostamento // alla velocità)

$$(d)\Delta_B = \overline{AB} \underbrace{\tan(d\varphi)}_{\sim d\varphi} = \overline{AB} (d)\varphi \Rightarrow \varphi = \frac{\Delta}{l}$$

sistema labile, con 1 goll resistivo (possibile [atto di] moto del sistema).

Idem per cerniere improprie: pattino

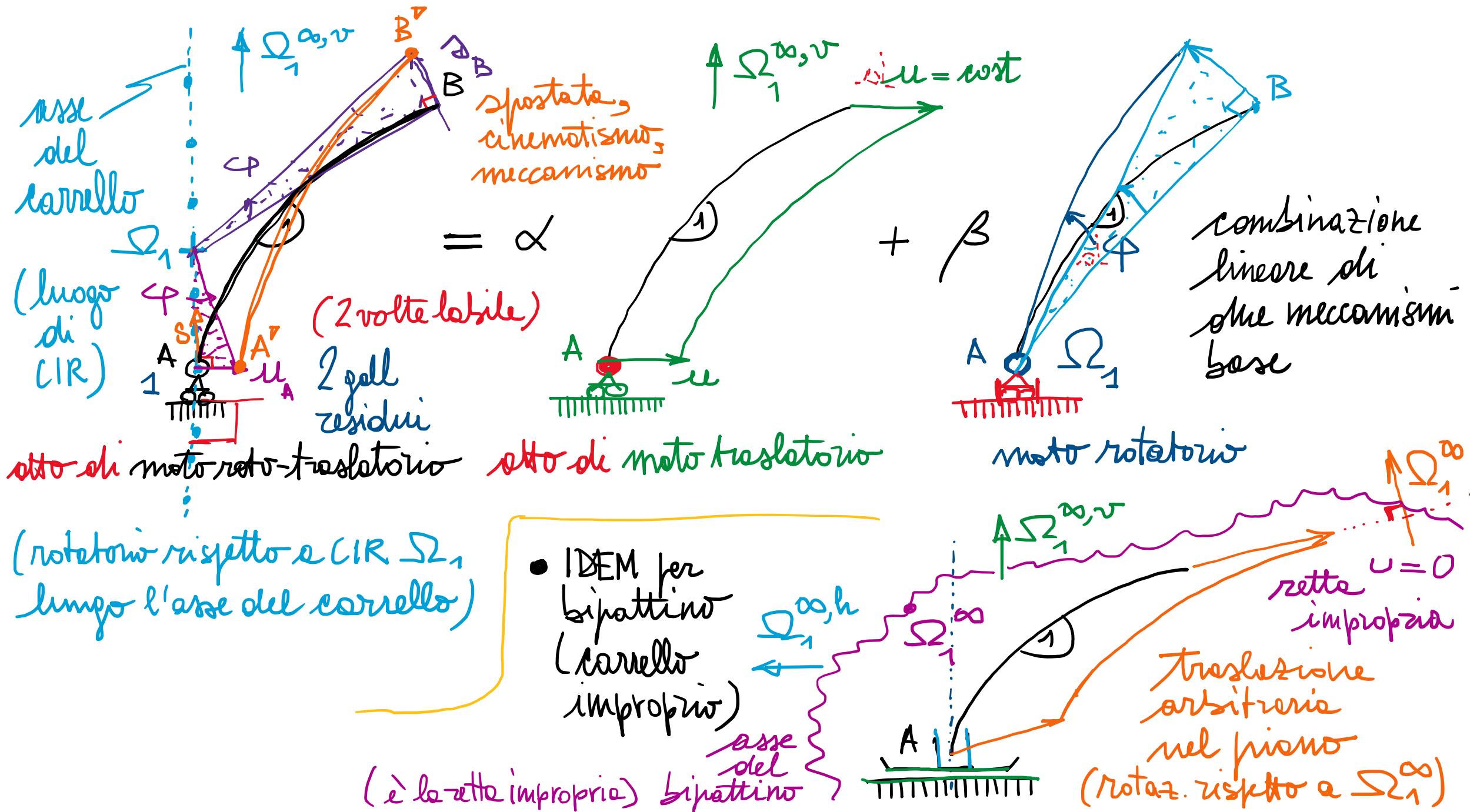


(atto di) moto traslatorio  $\Rightarrow$  infinitesima assimilabile a moto rotatorio, rispetto ad un punto improprio (cioè collocato sull'infinito).

$$l \rightarrow \infty$$

$$\varphi \rightarrow 0$$

$$T \rightarrow 0$$



## Analisi Cinematica (AC).

- Volte e stabilire se possono risultare possibili dei movimenti (atti di moto) per il sistema articolato di corpi rigidi.
  - Si definisce labile un sistema per il quale movimenti risultano possibili.  $\leftarrow$  vincoli mal posti o ineffici.
  - " non "  $\leftarrow$  non "  $\leftarrow$  vincoli ben posti o efficaci
  - [sistema fisso]
  - CN di non-labilità:  $g_{dw} > g_{dl}$  ( $g_{dw} < g_{dl} \rightarrow$  sistema certamente labile)
- Condizione  
Necessaria

## CASISTICA STRUTTURE

$$g_{dw} < g_{dl} \quad (\text{certamente labile})$$

$$= 3n \quad (n: n^{\circ} \text{ di corpi rigidi nel piano})$$

(se l'equil.  
può sussistere)

IPO STATICHE

ISO STATICHE

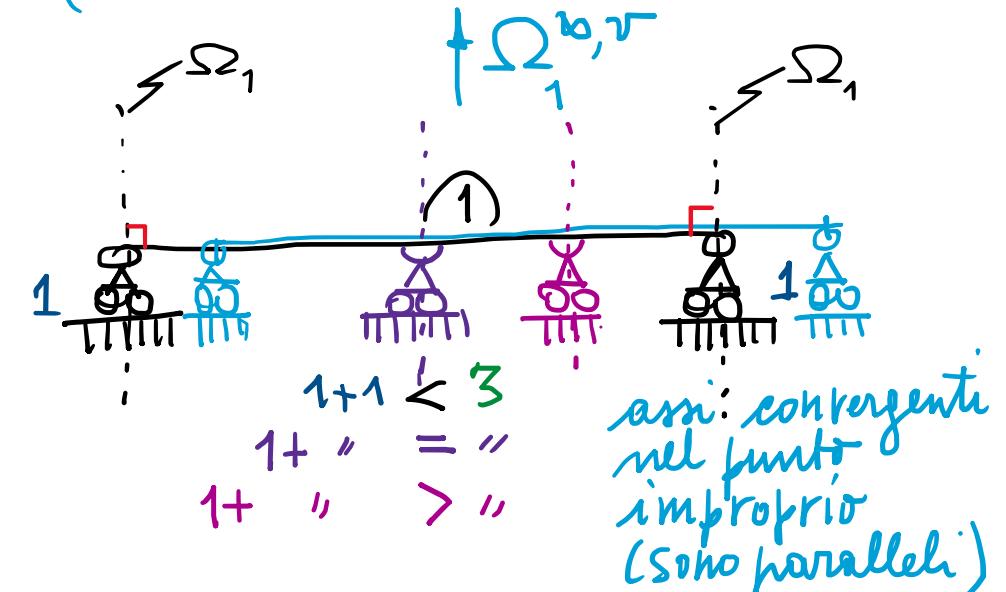
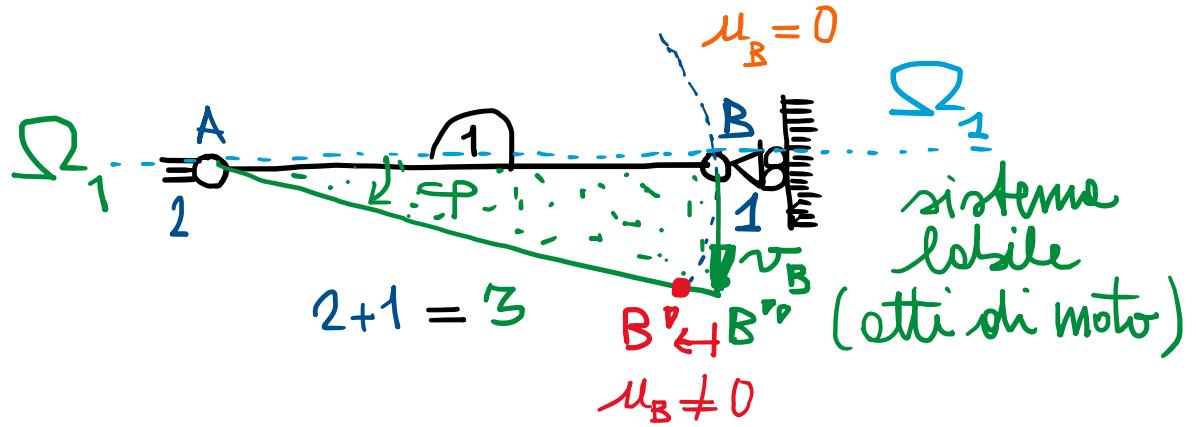
IPER STATICHE

$$\text{CN di instat.} \leftrightarrow g_{dw} = g_{dl} + \text{vincoli ben posti}$$

$$\text{CN di iperstat.} \leftrightarrow g_{dw} > g_{dl} \quad (\text{sist. non labile})$$

(NO CS!) non Sufficiente potenzialmente...

## Esempi di vincoli mol pasti o inefficaci (libertà residue)



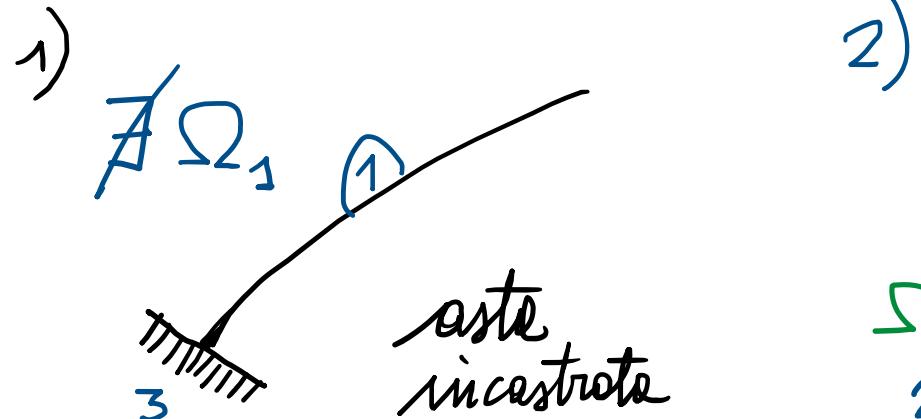
## Approci in AC:

- sequenze di montaggio di schemi fondamentali noti (schemi elementari)

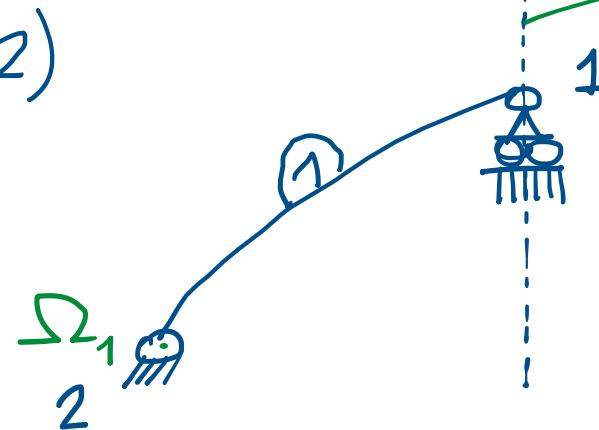
CdSdC { - approccio geometrico : ricostruzione di tutti i potenziali CIR  
- approccio analitico : scrittura esplicita delle equazioni di vincolo cinemotivo, in corrispondenza dei jolt forniti

(schemi anche non elementari)

# Schemi isostatici fondamentali (del corpo rigido)



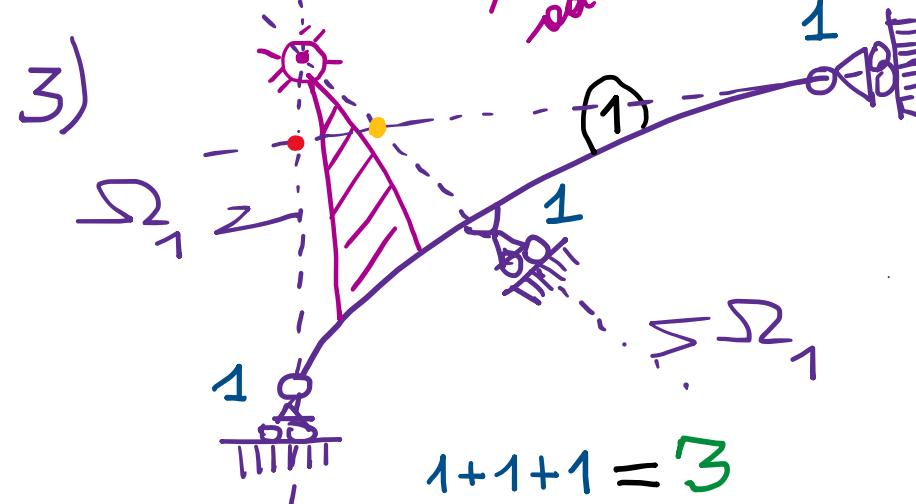
$$3 = 3$$



$\Omega_1$  (richieste incompatibili)

$\nexists \Omega_1$  sistema non lesile

aste cerniera-carrello  
(avente asse del carrello non passante per la cerniera)



$\nexists \Omega_1$

aste tre-carrelli  
(aventi assi dei carrelli non convergenti in un unico punto)

**Schemi elementari:**  
(sequenza di montaggio)

