

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC ; 6 CFU)

A.A. 2021/2022

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 01

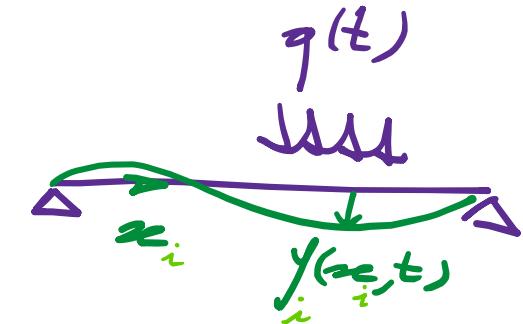
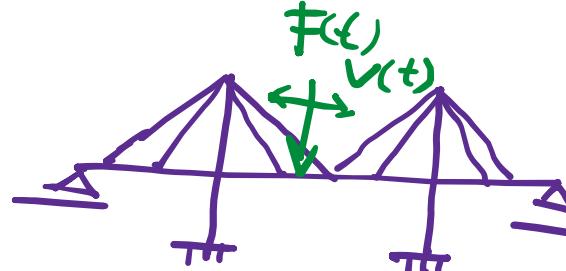
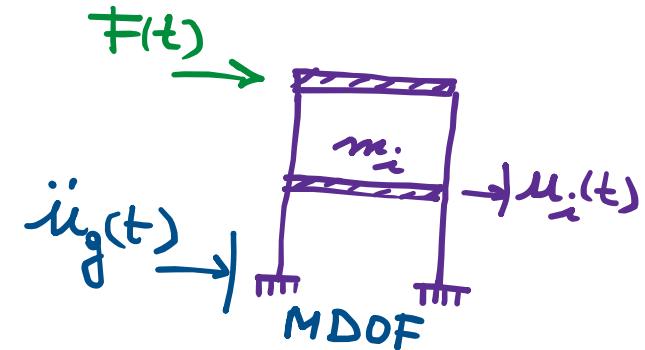
Inquadramento delle tematiche del corso { Dinamica
Instabilità
Anelasticità } ... delle strutture
 (con riferimento alla Scienze delle Costruzioni - SdC)

[propedeuticità]

SdC	Dinamica	Instabilità	Anelasticità
Meccanica dei Solidi/Strutture			
3 equaz. fondem. (LINEARI)	(LINEARI)		
- equilibrio (statica)	- equazioni del moto (masse; spost. $u(t)$, velocità $\dot{u}(t)$, accel. $\ddot{u}(t)$)	(equil. nelle conf. ne deformate)	"
- congruenza (legge deform./spost.)	"	- non-lin. geometrica con effetto P-Δ grandi spostamenti carico critico	"
- legame costitutivo (legge spazi/deform.)	"	"	- non-linearietà di materiale

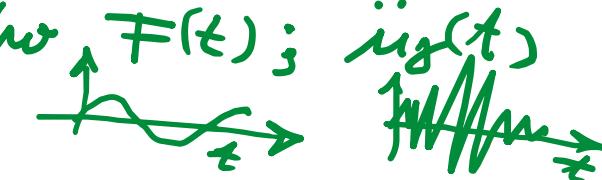
Esempi

Dinamica delle Strutture



Caratteristiche
salienti

- effetti inerziali: distribuzione delle masse
- spostamenti dip. del tempo (t), velocità, accelerazioni
- forzanti indipendenti del tempo $F(t)$; $i_i(t)$
- equazione del moto



Programme
del corso

Sistemi discriti
(n. finito di gradi)

Sistemi SDOF
„ MDOF



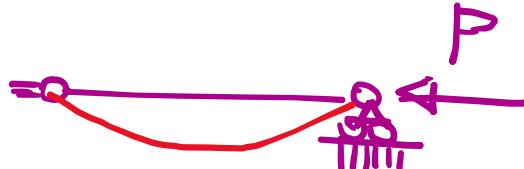
Elaborati

Sistemi SDOF + MDOF, soggetto a forzanti dip. del tempo e ad azione sismica

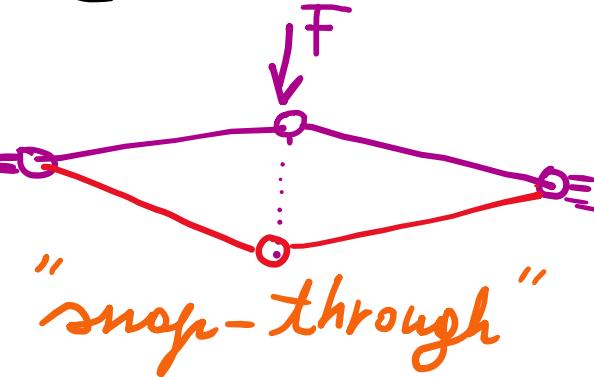
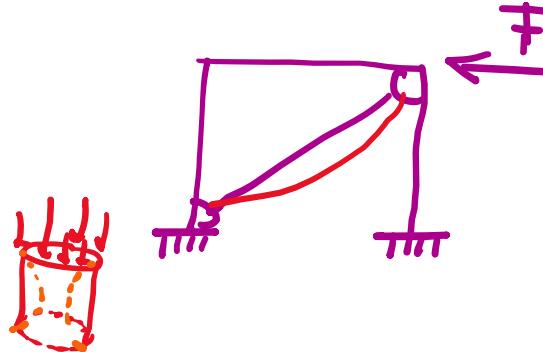
~ 2/3

Esempi

Instabilità delle Strutture



"Buckling"



Caratteristiche salienti

carichi quasi-statici

$$P = \beta P_0$$

carico base

carico critico P_{cr} , per

moltiplicatore dei carichi

equil. nelle conf. ne deformata
effetti del 2° ordine

approccio
statico/energetico

Programma
del corso

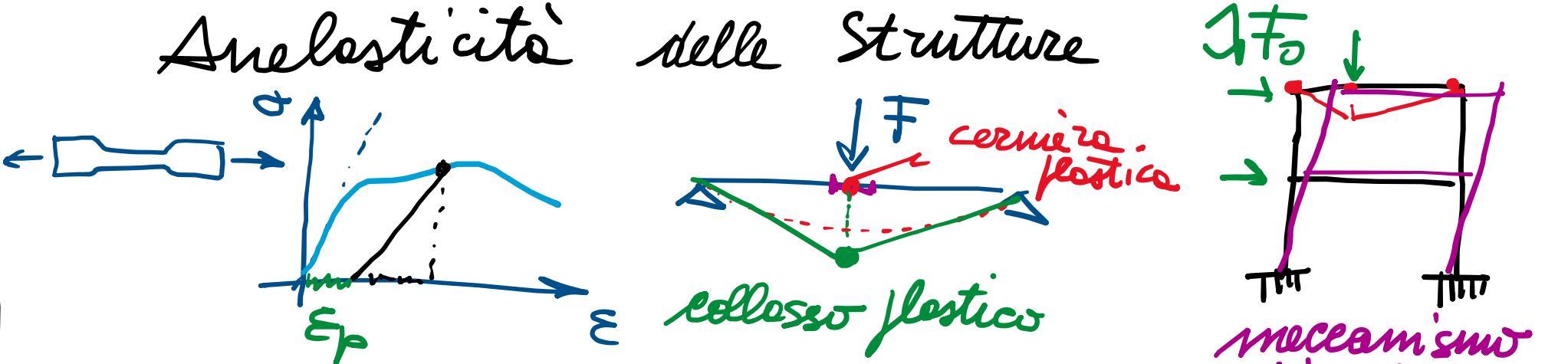
sistemi discreti MDOF ; sistemi continui
(statico/energetico)

(statico)

Elaborati

sistema discreto MDOF + continuo $\sim 1/3$
con det. di P_{cr} , deform. critiche, verifica di stabilità

Esempi



Caratteristiche salienti

Circichi quasi-statici $F = \lambda F_0$

λ moltiplicatore di collasso

Comportamento anelastico (in particolare plastico)

Dissipazione di energie (comportamento irrevers.)

"Calcolo e Rotta" dei telai, uso del Th. fondamentale dell'Analisi Limite

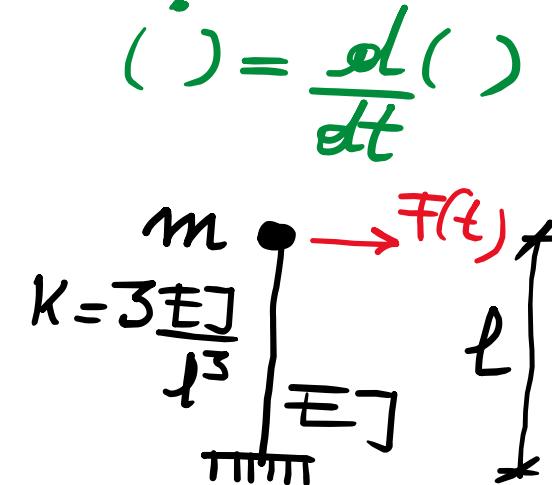
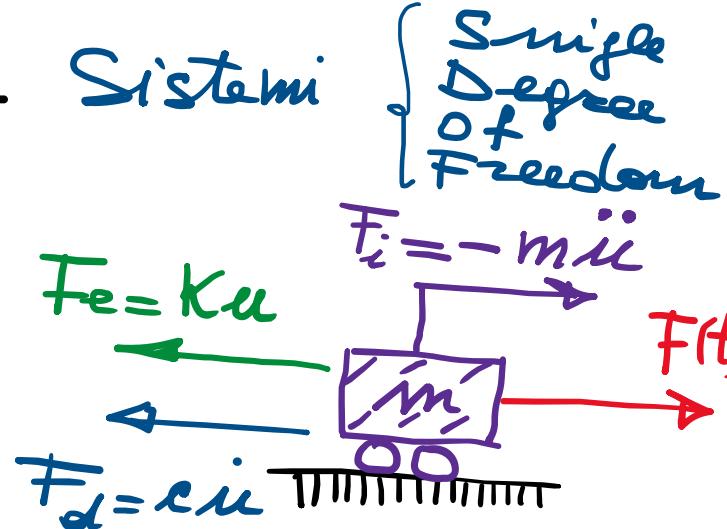
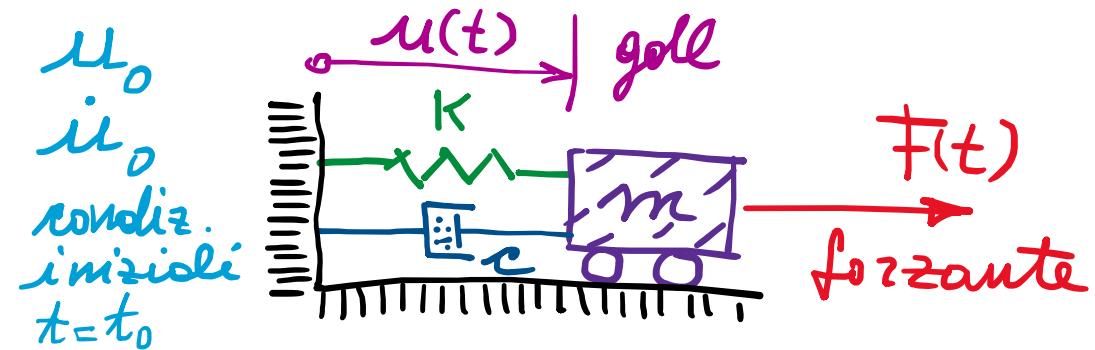
Calcolo e collasso di strutture a telai $\sim 1/5^+$

Programma del corso

Elaborati

I) Dinamica delle Strutture - Sistemi

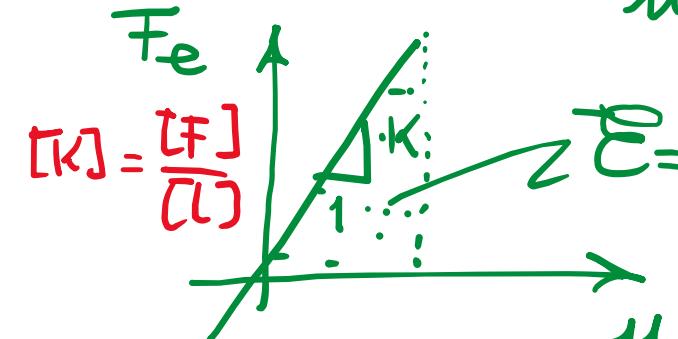
$\dot{u} = \frac{du}{dt}$



Molla elastica lineare

"spring" $F_e = Ku$

legge di Hooke
 $u = \frac{1}{K} F_e$



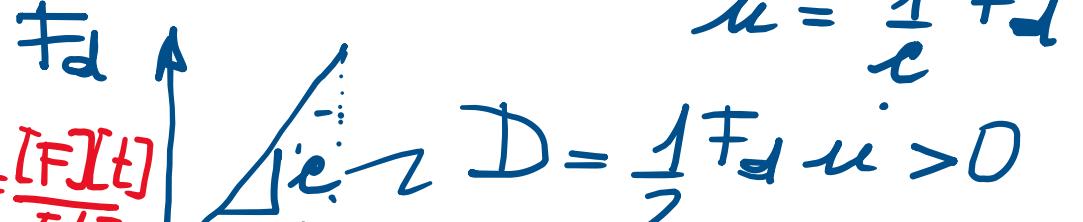
$K > 0$ costante di rigidezza

$\frac{1}{2} Ku^2$ $\frac{1}{2} \frac{1}{K} F_e^2$
 energia elastica

Smozzatore viscoso lineare

"dash-pot" $F_d = c \dot{u}$

$\dot{u} = \frac{1}{c} F_d$



$c > 0$ coeff. di smozzamento f. ne di dissipazione o di Rayleigh

Equilibrio dinamico (Princípio de D'Alembert)

F. forze d'inerzia

Legge fondamentale della dinamica $F = m\alpha \Rightarrow F - m\alpha = 0$

equazione del moto \leftarrow equazione di "equilibrio" dinamico $\sum F + \sum F_i = 0$

SDOF $\eta_1 = \mu$

sigt. tempo invariante me, k cost

$$\boxed{m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + K u(t) = F(t)}$$

$K = 1, \dots, n$

eq. differenzielle dgl 2. Ord. in s. w eff. const.

- Altrimenti, tramite equazioni di Lagrange: $\dot{L} = T - V$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_K} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_K} = Q_K^* = \frac{\delta \dot{q}_K^*}{\delta q_K^*}$$

coordinate]
Lagrange

$$Q_{kf}^+ = \underline{-2V_f}$$

$$Q_{kd}^+ = -\frac{\partial q_k}{\partial \dot{q}_d} = -F_d = -e_i$$

$$\text{forze generalizzate} = \mathcal{L}(q_k, \dot{q}_k)$$

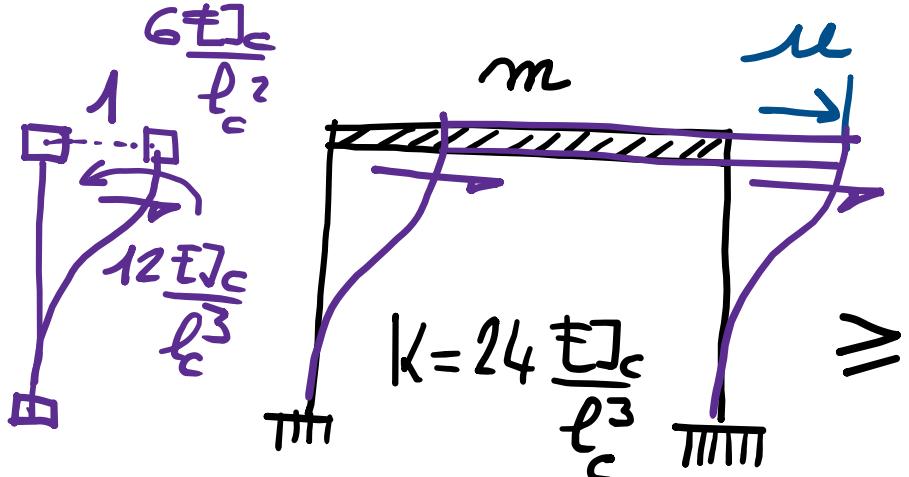
- T=1 mi

energia cinética

$$V = \frac{1}{3} K u^2$$

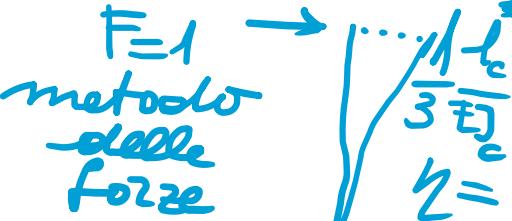
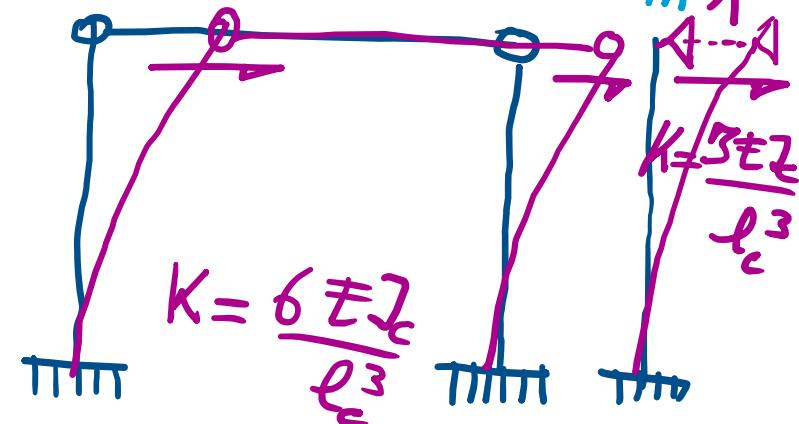
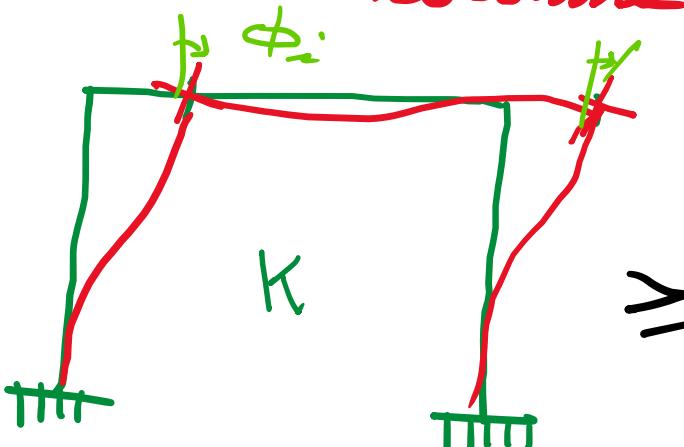
energie² pot.-elektro

Esempi di strutture



e: fatto di rigidezza trave-colonna

TELAI



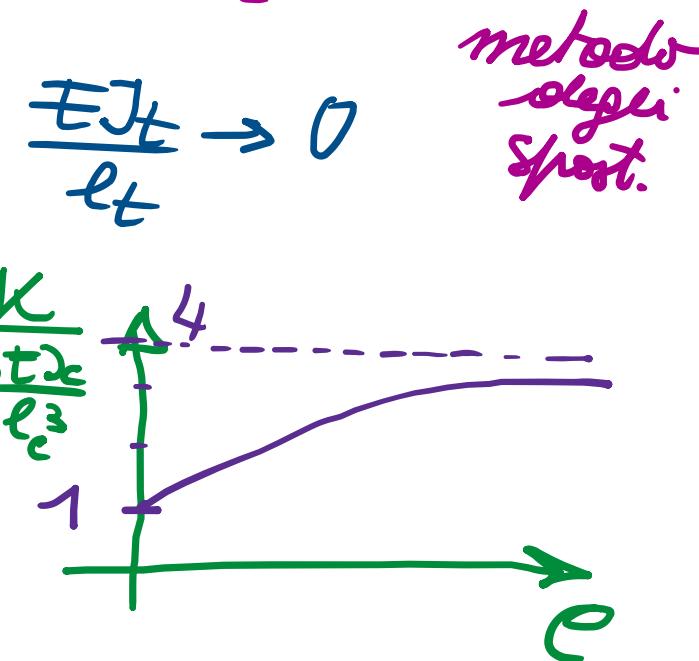
Telai "shear-type"

- $\frac{EJ_t}{lt} \rightarrow \infty$ (impermeabile rigido)
- $\frac{EA_c}{l_c} \rightarrow \infty$ (colonne ossidate rigide)
- m concentrate al minimo

$$\rho = \frac{\sum \frac{EJ_t}{lt}}{\sum \frac{EJ_c}{l_c}}$$

$$K = \frac{6EJ_c}{l_c^3} \frac{12\rho + 1}{3\rho + 1}$$

(tramite "condensazione statica" dei gradi di libertà si modifica)

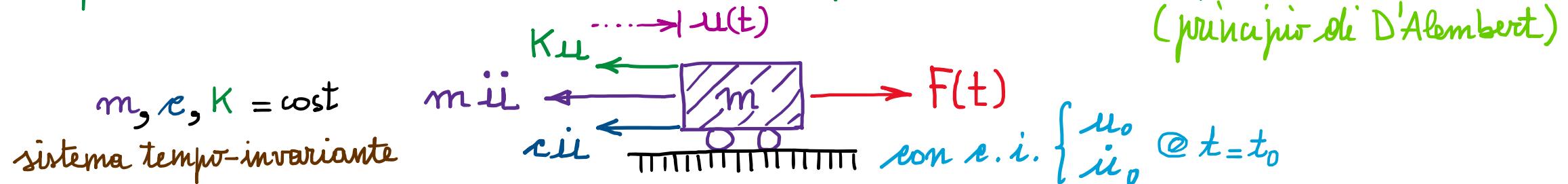


metodo degli spost.

$$\frac{EJ_t}{lt} \rightarrow 0$$

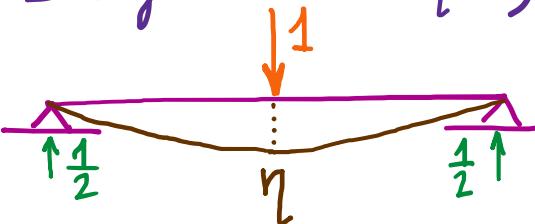
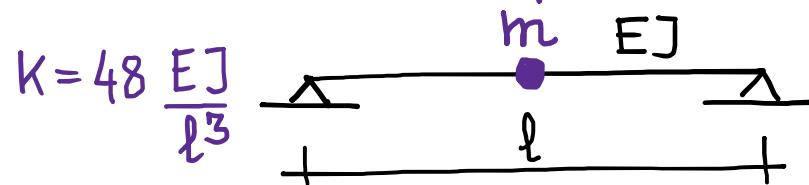
Concetti fondamentali :

- La struttura fornisce supporto (elastico; dissipativo viscoso per sistemi reali smorzati) alle masse, della stessa o di quantità sostenute.
- L'equazione del moto del sistema dinamico si può esprimere per "equilibrio dinamico":



$$m \ddot{u}(t) + c \dot{u}(t) + K u(t) = F(t) \quad \text{eq. ne differenziale del 2° ordine in } u(t)$$

- La costante di rigidezza K , che rappresenta la struttura (elastica lineare), si determina in ambito statico con metodi noti (vedi metodo delle forze \Rightarrow cedevolezza $\eta = K^{-1}$; metodo degli spostamenti \Rightarrow rigidezza $K = \eta^{-1}$). Es.:



$$\eta = 2 \int_0^{l/2} \left(\frac{1}{2} x \right)^2 \frac{dx}{EJ} = \frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{8} \frac{l^3}{EJ}$$

PLV(PFV) $= \frac{1}{48} \frac{l^3}{EJ}$

SOMMARIO (Lec. 01)

- Le tematiche della Dinamica, della Instabilità e della Anelasticità delle Strutture: aspetti specifici e interagenti.
- Posizionamento vs. la SeC; equazioni; caratteristiche; programma.

+ Parte 1 - Dinamica delle Strutture

- Sistemi dinamici ad un gdl (SDOF) - L'oscillatore semplice.
- Equazione del moto < equilibrio dinamico (principio di d'Alembert).
equazioni di Lagrange.
- Esempi di sistemi strutturali SDOF, con determinazione della costante di rigidezza.
- Telai o portal; fattore di rigidezza trave/colonna; telaio "shear-type".