Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica (, Instabilità) e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC ; 6 CFU)

A.A. 2019/2020

prof. Egidio RIZZI

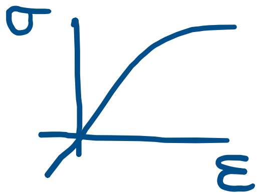
egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 22

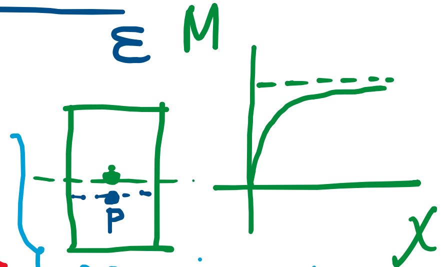
III - Anelasticità delle Strutture (Plasticità) → Non-linearità di materiale ("material non-linearity")

Scopi:

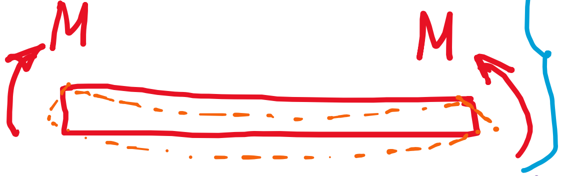
- Introduzione al comportamento non-lineare del materiale (punto materiale) [campo elastoplastico]



- Comportamento non-lin. della sez. trasversale della trave

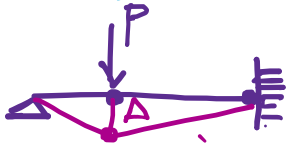


- Comportamento globale elastoplastico della trave

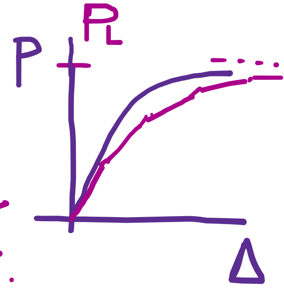


flessione EP

- Ipotesi di cerniera plastica (localizzazione delle deform. plastiche) e "calcolo a rottura" dei telai (Analisi Limite).



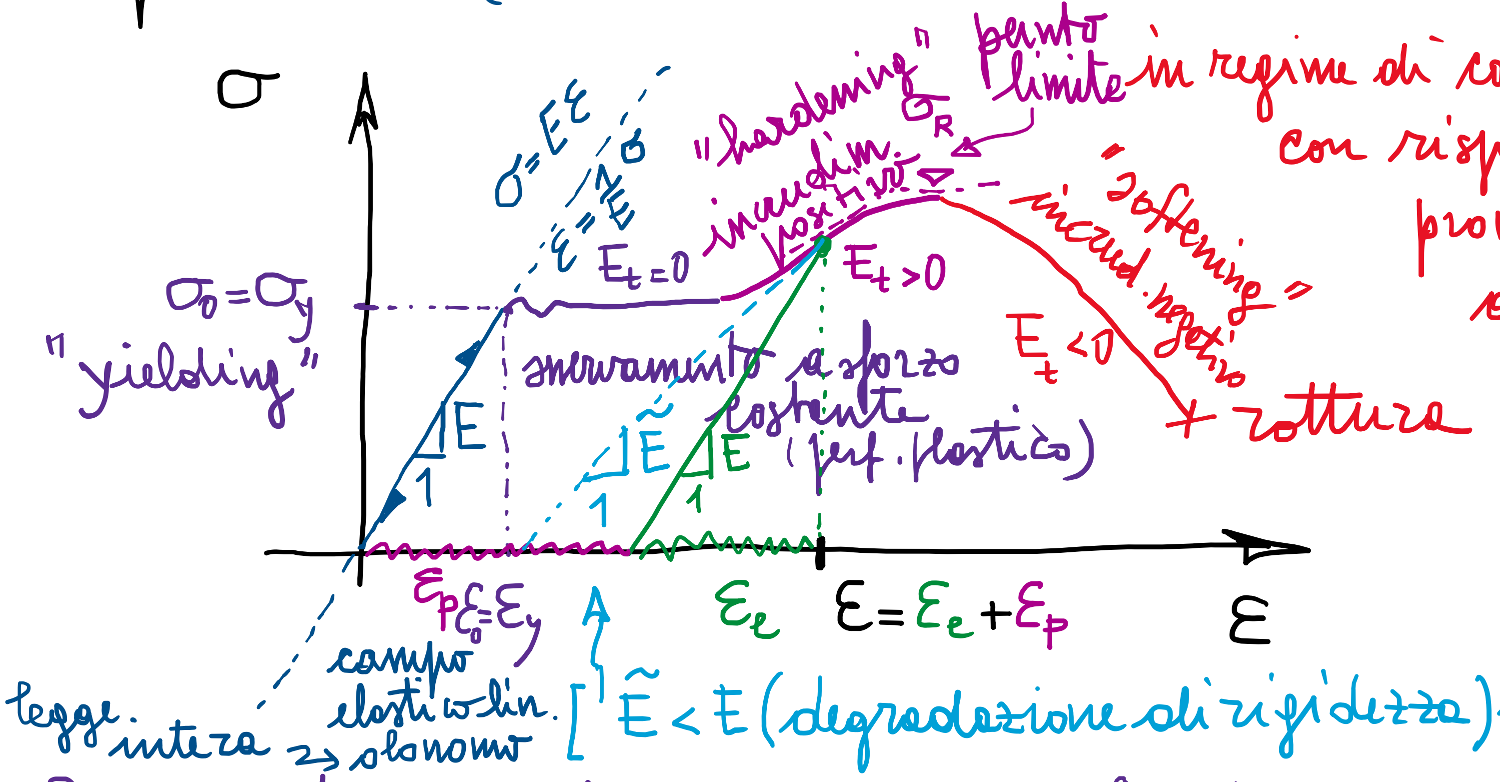
meccanismo di collasso plastico



P_L carico limite

- Qui non-linearità di materiale scissa da non-linearità geometrica (vedi Instabilità), per cinematiche lineari (regime di "piccoli spostamenti").

Comportamento (classi di) meccanico del materiale (non-lineare) – (Es. acciaio $T=20°C$) – prove di trazione



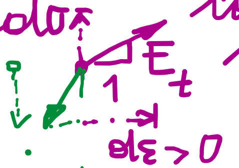
in regime di controllo di deformazione, con risposta non-omogenea del provino "struttura" (con localizzazione delle deformazioni)

[$\tilde{E} < E$ (degradazione di rigidezza) ⇒ **Damage Mechanics** – Meccanica del Danneggiamento]

es. materiali quasi-fragili (lapidei, calcestruzzo, compositi)

- Snervamento con uscita dal campo elastico
- Campo plastico: deformazioni irreversibili allo scarico (legate ad un riarrangiamento della struttura interna del materiale ⊥→ movimento dislocazioni, con dissipazione di energia in calore).
- Comportamento anolonomo ⇒ legame incrementale

distinz. carico vs. scarico



carico plastico: modulo tangente elastoplastico $E_t \geq 0$ (se hardening)

$$\frac{d\sigma}{dt} = E_t \frac{d\varepsilon}{dt}$$

$$\dot{\sigma} = E_t\, \dot{\varepsilon} \geq 0$$

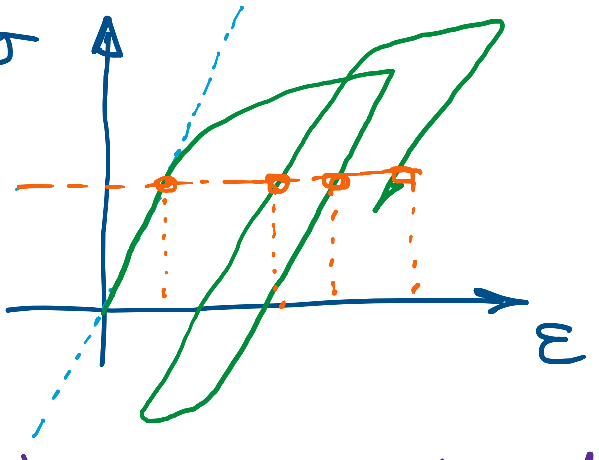
ratei di sf. e def.

scarico elastico:

$$\frac{d\sigma}{dt} = E \frac{d\varepsilon}{dt}$$

$$\dot{\sigma} = E\, \dot{\varepsilon} < 0, \quad d\varepsilon < 0$$

- Legge costitutiva in forma incrementale:
  - legame diretto $\dot{\sigma} = \dot{\sigma}(\dot{\varepsilon})$ controllo in deformazione (consente descrizione del softening)
  - " inverso $\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}(\dot{\sigma})$ " in sforzo
- Dipendenza dalla storia di carico (comportamento path-dependent, descritto mediante opportune "variabili interne", utili a registrare la storia)

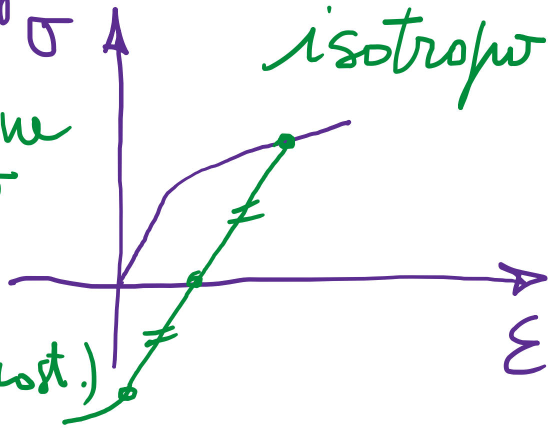


(in genere non-lineare)

- Tipologia di incrudimento:

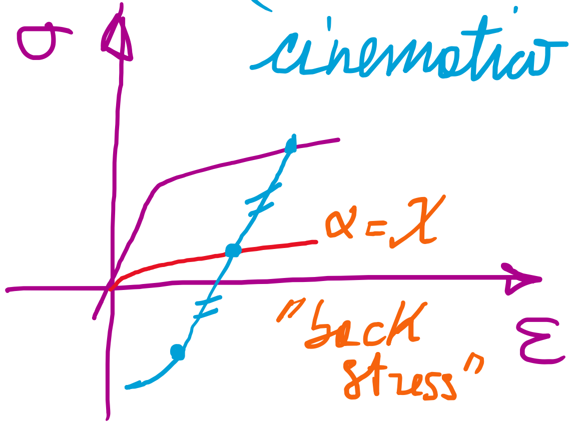
isotropo

dimensione dominio elastico crescente (centro cost.)

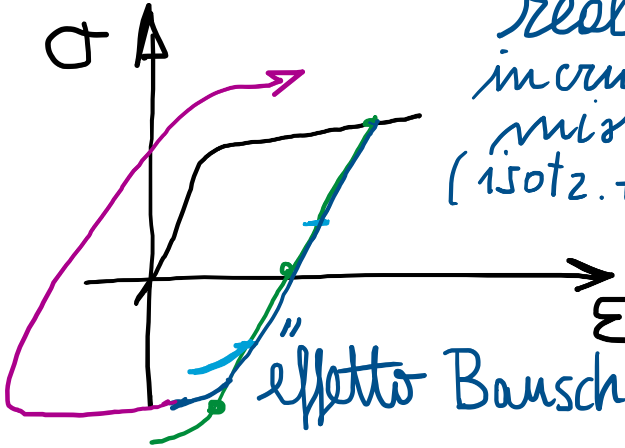


(variaz. del centro)

cinematico

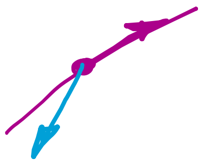
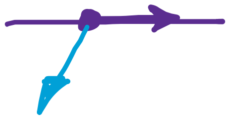
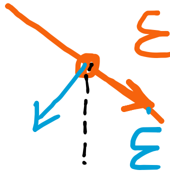
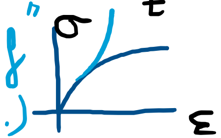


incrudimento ciclico



reale incrud. misto (isotz. + cinem.)

"effetto Bauschinger"

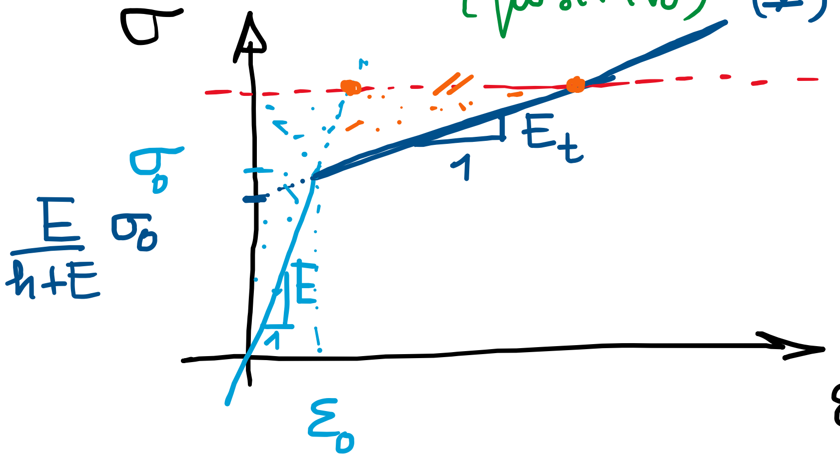
	incrudimento positivo (hardening) $E_t>0$	incrudimento nullo (perfett. plastico) $E_t=0$	incrudimento negativo (softening) $E_t<0$
legame diretto $\dot\sigma(\dot\varepsilon)$	 $\dot\varepsilon\geq0 \Rightarrow \dot\sigma=E_t\dot\varepsilon\geq0$ $\dot\varepsilon\leq0 \Rightarrow \dot\sigma=E\dot\varepsilon\leq0$ unicità	 $\dot\varepsilon\geq0 \Rightarrow \dot\sigma=0$ $\dot\varepsilon\leq0 \Rightarrow \dot\sigma=E\dot\varepsilon\leq0$ unicità	 $\dot\varepsilon\geq0 \Rightarrow \dot\sigma=E_t\dot\varepsilon\leq0$ $\dot\varepsilon\leq0 \Rightarrow \dot\sigma=E\dot\varepsilon\leq0$ unicità softening "critico" $E_t\to-\infty$ $(\dot\varepsilon=0)$ perdita controllo in deform.
legame inverso $\dot\varepsilon(\dot\sigma)$	$\dot\sigma\geq0 \Rightarrow \dot\varepsilon=\frac{1}{E_t}\dot\sigma\geq0$ $\dot\sigma\leq0 \Rightarrow \dot\varepsilon=\frac{1}{E}\dot\sigma\leq0$ unicità	$\dot\sigma>0$ non possibile $\boxed{\dot\sigma=0 \Rightarrow \dot\varepsilon \text{ indeterm.}}$ // non unicità perdita di controllo in sforzo	// $\dot\sigma\leq0$ ⟨ $\dot\varepsilon=\frac{1}{E_t}\dot\sigma\geq0$; // non unicità $-\infty<E_t<E$ "locking" (es. materiali biolog.) 

Incrudimento lineare ($E_t > 0$) (modello) (positivo) (*)

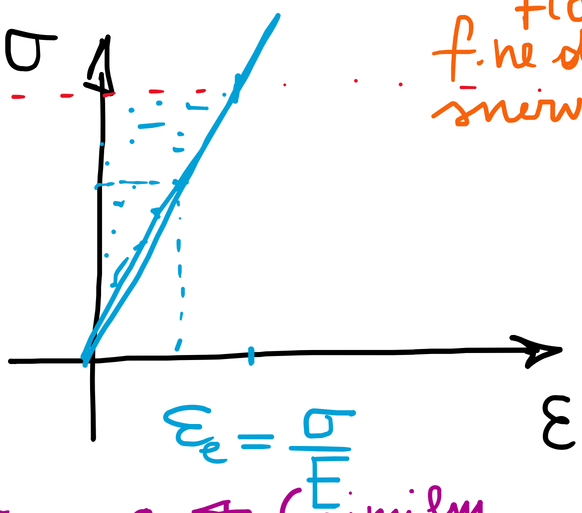
$\sigma = E\varepsilon$

$F = \underbrace{\sigma}_{f(\sigma)} - \underbrace{(\sigma_0 + h\varepsilon_p)}_{r(h)} = 0 \Leftarrow \sigma = \sigma_0 + h\varepsilon_p$

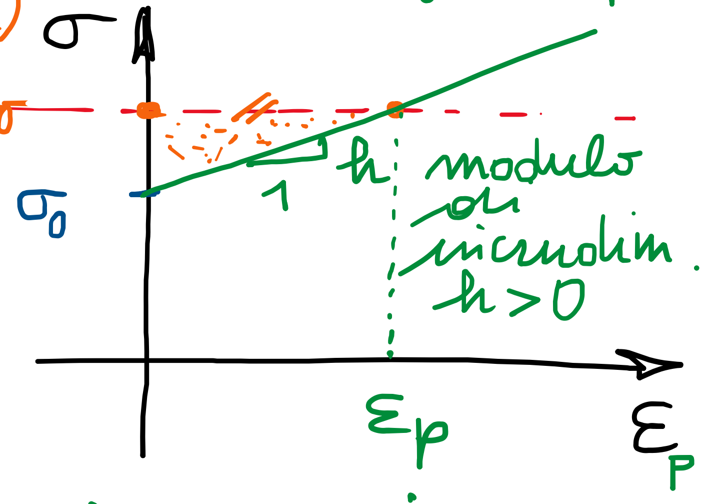
f.ne di snervamento



=



+



decomposizione somma di deformazioni aesime: $\dot\varepsilon = \dot\varepsilon_e + \dot\varepsilon_p \Leftarrow$ (similm. in ratei, per det. E_t)

$\to$ modulo plastico $\to h = \frac{\dot\sigma}{\dot\varepsilon_p}$

$\varepsilon_p = \frac{1}{h}\sigma - \frac{1}{h}\sigma_0$

$$= \underbrace{\frac{\sigma}{E} + \frac{\sigma}{h}}_{\frac{h+E}{hE}\sigma = \left(\frac{1}{E}+\frac{1}{h}\right)\sigma} - \frac{\sigma_0}{h} \Rightarrow \varepsilon + \frac{\sigma_0}{h} = \frac{h+E}{hE}\sigma$$

$$\sigma = \underbrace{\frac{hE}{h+E}}_{E_t}\varepsilon + \frac{\cancel{h}E}{h+E}\frac{\sigma_0}{\cancel{h}} = \frac{E}{h+E}\sigma_0 + E_t\varepsilon \quad (*)$$

$\boxed{E_t = \frac{hE}{h+E}}$ $\left[h = \frac{EE_t}{E-E_t} = \frac{E_t}{1-E_t/E}\right]$

modulo tangente

— Generalizzazione al 3D (teoria della plasticità)

Condiz. di snerv. $F(\boldsymbol{\sigma}, \lambda) = f(\boldsymbol{\sigma}) - r(h, \lambda) = 0$

Legge di flusso plast. $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p = \dot\lambda\, \mathbf{m}$ es. $f(\boldsymbol{\sigma}) = \sigma_{eq}^{vM} = \sqrt{3J_2}$

moltiplicatore plastico

direz. di flusso plast.

Operatore tangente $\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbb{E}_t : \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$ └ $E_{t\,ijkl}$

(modulo elastoplastico)

SOMMARIO (Lez. 22)

III – Anelasticità delle Strutture (Plasticità) –

- Introduzione al comportamento non-lineare (elastoplastico) del materiale.
- Regimi tipici: elastico, perfettamente plastico, incrud. positivo / negativo – "hardening", "softening"
- Comportamento anolonomo: legame incrementale (carico pl. vs. scarico el.).
- Dipendenza dalla storia di carico (integraz. del legame incrementale).
- Tipologie di incrudimento e loro modellazione.
- Unicità del legame diretto / inverso.
- Incrudimento lineare e modulo tangente.
- Generalizzazione 3D: teoria della plasticità –

Next step: Flessione elastoplastica – Comportamento della sezione trasversale della trave (verso una teoria strutturale in ambito di non-lin. di materiale).