

Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

LM-24 Ingegneria delle Costruzioni Edili

Dinamica, Instabilità e Anelasticità delle Strutture

(ICAR/08 - SdC; 6 CFU)

prof. Egidio RIZZI

egidio.rizzi@unibg.it

SOMMARI DELLE LEZIONI-II

# SOMMARIO (Lez. 16)

- Dalle Dinamica all'Instabilità delle strutture  $\Rightarrow$  criterio dinamico di stabilità secondo LIAPUNOV.
- Carico critico: valore caratteristico che segnala la perdita di stabilità del sistema (piccole perturbazioni non restano più confinate a risposte limitate).
- Transizione dinamica (verso il collasso).

## Instabilità delle strutture

- Approccio statico: scrittura dell'equilibrio nelle configurazioni deformate (perdite di unicità della soluzione).
- Non-linearità geometrica carico/spostamento.
- Carico critico: p.t. di biforcazione nelle mappe dei percorsi di equilibrio.
- Analisi per spostamenti "geometricamente piccoli" (con stesso  $P(r)$ ).

Next step: Approccio energetico per indagare la natura (stabile/instabile) delle configurazioni di equilibrio.

## SOMMARIO (Lec. 17)

- Approccio energetico ai problemi di instabilità delle strutture  $\Rightarrow$  EPT(V).
- Th. di Dirichlet (CS di stabilità  $\Rightarrow$  EPT min. rel.).  
mentre CN di equil.  $\Rightarrow$  EPT stazionario.
- Teoria del 2° ordine  $\Rightarrow V \simeq V_2$ :
  - Eq. di equil., de stazionarietà, linearizzate.
  - Segno variazione seconda ( $\alpha > 0 \Rightarrow$  stabile).
- Esempio SDOF:
  - Scrittura dell'EPT.
  - Equil. per condiz. di stazionarietà.
  - Analisi di stabilità per studio segno variat. 2<sup>a</sup> funzione

	"glom." non-lineari	"grandi" lineari	"piccoli" ost.
spont.	"grandi"	"piccoli"	

Next step: Cenno all'instabilità di sistemi reali (con imperfezioni)  
 $\Rightarrow$  transizione continua, senza p.t. di biforcazione.

## SOMMARIO (Lec. 18)

- Instabilità di sistemi reali (con imperfezioni) [vs. sistemi ideali: privi di imp.]
  - transitione continua vs. ramo bifurcati
  - bifurcazione per  $P = P_{cr}$  del sistema ideale.
- Approccio statico per spost. "grandi" e mappe dei percorsi di equilibrio.
  - validità delle stime di  $P_{cr}$ .
- " " " " " piccoli"  $\Rightarrow$  tendenza asintotica per  $P_{cr}$ .
  - $P_{cr}$  trovato solo trend asintotico di sist. reale resto di signif. ingegnerist.
- Approccio energetico, per spost. di entità come sopra (grandi/piccoli).
  - Individua, oltre alle stesse confini di equilibrio, le nature stabile o non stabile di esse (stabile per il ramo primario-deviato della parte dell'imperfezione).

Next step: pb. euleriani di stabilità - Quadro generale ed esempi discreti MDOF.

## SOMMARIO (Lec. 19)

- Pb. euleriani di stabilità secondo teorie del 2° ordine, sistemi discreti MDOF.
- Condizione di perdita di stabilità ( $\frac{1}{2} \delta^T \nabla = 0$ )  $\Rightarrow$  corichi critici.
- Matrice di rigidità elastica e geometrica:  $K = K_E - p K_G$  (lin. in p, cost. in q).
- Rapporto di Rayleigh e pb. agli autovalori generalizzati  $\leftrightarrow$  analogie con Dinamica.
- Esempio 3-DOF:
  - Scrittura dell'EPT (per spost. "geometricamente grandi").
  - Valutazione derivate prime e seconde.
  - Scrittura dell'EPT al 1° ord. ("... piccoli")  $\sim q_i^2$ .
  - Conseguenti valutaz. derivate prime ( $\sim q_i^1$  lin.) e seconde ( $\sim q_i^0 = 1$  cost.).
  - Calcolo dei corichi critici che condit. di singolarità di K (det K=0).

Next step: Deformate critiche; approccio statico (equil. nelle conf. ne deformate).  
Sistemi continui (resta di Euler).

## SOMMARIO (Lec. 20)

- Deformate critiche esempio 3DOF ("modi di instabilità").
- Appuccio statico: scrittura diretta delle eq.ni di equilibrio nella configurazione deformata.
  - non-lineari per spost. finiti.
  - lineari per spost. geometricamente piccoli ( $\sin \theta_i \approx \theta_i$ ).
  - Eq.ni risultano comb. lineare di quelle de stat. di EPT<sub>2</sub>, con matrice di rigidezze  $\bar{K}$  con stesse proprietà algebriche.
- Sistemi continui (deformabilità elastica distribuita).
- Asta di Euler (con appuccio statico) [eq.ne LE nelle conf. ne deform.].
- Carichi critici, deformate critiche, lunghezza di libera inflessione.

Next step: Generalizzazione ad altre condizioni di vincolo, secco o flesso, formule di Newmark, verifica di stabilità.

## SOMMARIO (Lec. 21)

- Aste incastrate e generalizzazione ad altre condizioni di vincolo.
- Coefficiente di vincolo, lunghezza di libera inflessione.
- Telei e nodi fissi: effetto flessionale delle travi condensato in molle rotazionali (elementi a deform. elastico concentrata).
- Formule di Newmark per travi appoggiate (errori contenuti).
- Verifica di stabilità (può essere interpretata come verifica di resistenza con carico amplificato di fattore  $\omega \rightarrow$  "Metodo omega").
- Fine Instabilità delle Strutture - (2<sup>a</sup> parte).

Next step: Anelasticità (plasticità) delle Strutture (3<sup>a</sup> parte).  
Comportamento elastoplastico del materiale.