Università degli studi di Bergamo

Scuola di Ingegneria (Dolmine)

CCS Ingegneria Edile

L-23 Ingegneria delle Tecnologie per l'Edilizia

Scienza delle Costruzioni

(ICAR/08 - SdC; 9 CFU)

A.A. 2022/2023

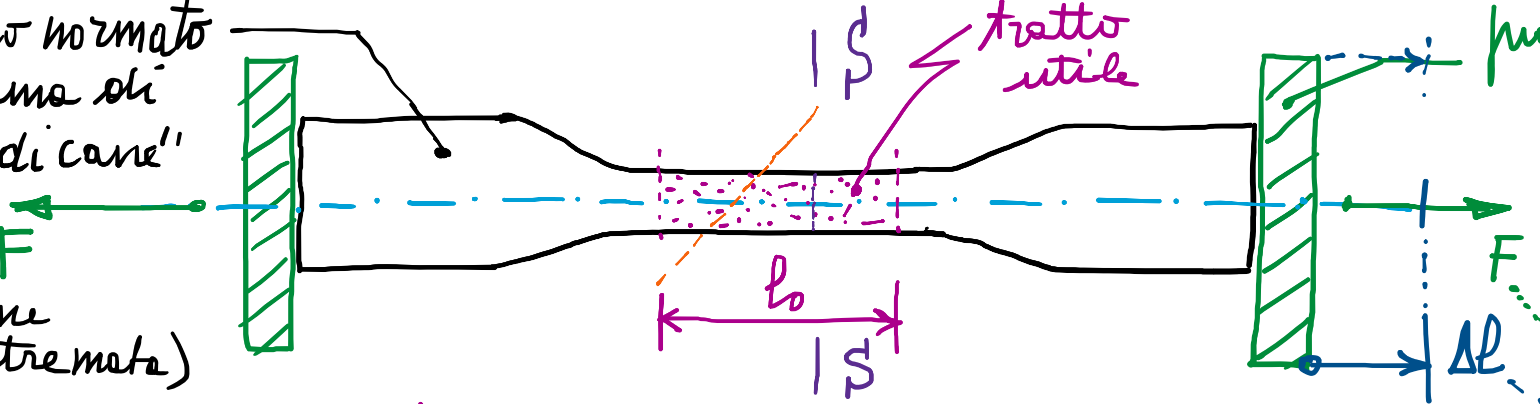
prof. Egidio RIZZI

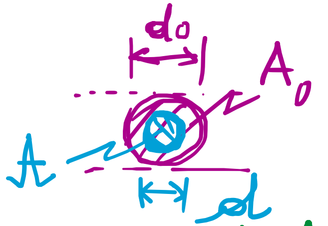
egidio.rizzi@unibg.it

LEZIONE 08

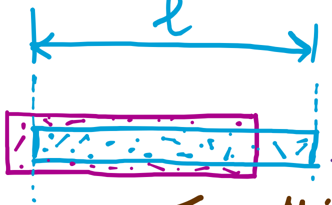
Meccanica dei Solidi (o dei mezzi continui): Introduzione sui concetti di sforzo (o tensione), deformazione e di legame costitutivo (legge sforzo-deformazione) - comportamento meccanico del materiale

• Prova di trazione monoassiale (1D) [es. materiale metallico, acciaio dolce]





base di misura con stato tenso-deformativo supposto omogeneo (costante)



$l = l_0 + \Delta l \quad [\Delta l = l - l_0 > 0]$ Allungamento

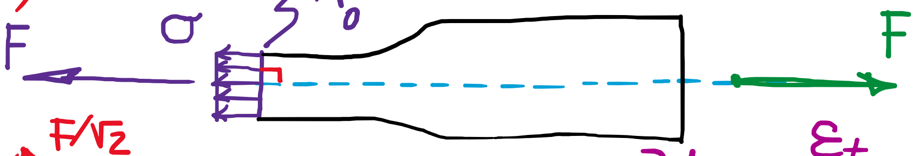
$d = d_0 + \Delta d \quad [\Delta d = d - d_0 < 0]$ Contrazione trasversale

← Misure "intensive" →

Sforzo o tensione (nominale)

$$\sigma_{90°} = \frac{F}{A_0} \qquad [\sigma] = \frac{[F]}{[L]^2}$$

normale



Deformazione

Λ "stretch" (nominale)

$$\bullet\ \varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} = \frac{l - l_0}{l_0} = \underbrace{\frac{l}{l_0}}_{\Lambda} - 1 > 0 \ll 1$$

deformaz. normale (longitudinale)

$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon}$$

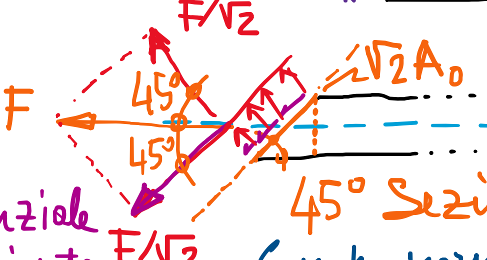
coeff. di contrazione trasversale o di Poisson

$$\bullet\ \varepsilon_t = \frac{\Delta d}{d_0} = \frac{d - d_0}{d_0} = \underbrace{\frac{d}{d_0}}_{\Lambda_t < 1} - 1 < 0 \qquad [\varepsilon] = [1]$$

deformaz. (normale) trasversale

$$\begin{cases} \sigma_{45°} = \dfrac{F/\sqrt{2}}{\sqrt{2}\,A_0} = \dfrac{\sigma}{2} \\ \tau_{45°} = \dfrac{F/\sqrt{2}}{\sqrt{2}\,A_0} = \dfrac{\sigma}{2} \end{cases}$$

tangenziale o tagliante



Comp. normale e tagliante variabili con l'inclinazione (giacitura)

Risposta del materiale ("curva" di trazione) $\Rightarrow$ classi tipiche di comportamento meccanico del materiale

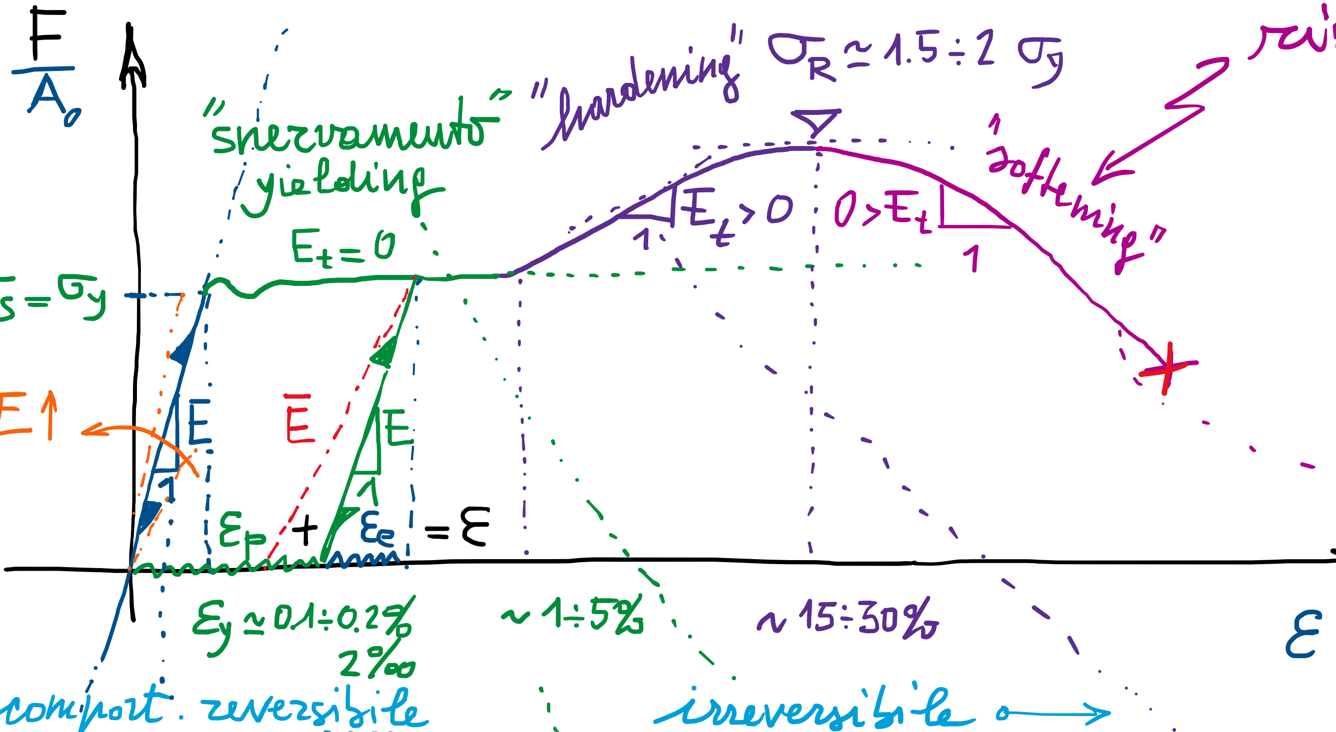
(es. acciaio dolce, $T = 20°C$)

$\sigma = \dfrac{F}{A_0}$

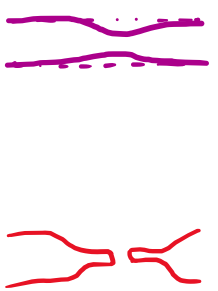
$200 \div 400$ MPa $\simeq \sigma_S = \sigma_y$

aumento di rigidezza $E \uparrow$

$E \simeq 200'000$ MPa $= 200$ GPa



risposta non-omogenea



strizione localizzata del provino, con localizzazione delle deformaz. plastiche

rottura localizzata del provino

comport. reversibile

irreversibile $\rightarrow$

tratto elastico "lineare" con relazione di proporzionalità tra sforzo e deformazione

$[E] = [\sigma] = \dfrac{[F]}{[L]^2}$

$E = \dfrac{\sigma}{\varepsilon} = \text{cost}$ modulo di elasticità longitudinale o di Young

$$\begin{cases} \sigma = E\,\varepsilon \\ \varepsilon = \dfrac{1}{E}\,\sigma \end{cases}$$

Legge di Hooke (generalizzata)

E : rigidezza

E^{-1} : cedevolezza

snervamento a sforzo costante su "plateau" con deformaz. plastiche (comportamento perfettamente elastoplastico)

incrudimento "hardening" (positivo) occorre sforzo crescente per continuare a plasticizzare il materiale

"addolcimento" incrudimento negativo ("softening") in controllo di deformazione (o di spostamento)

Contrazione trasversale

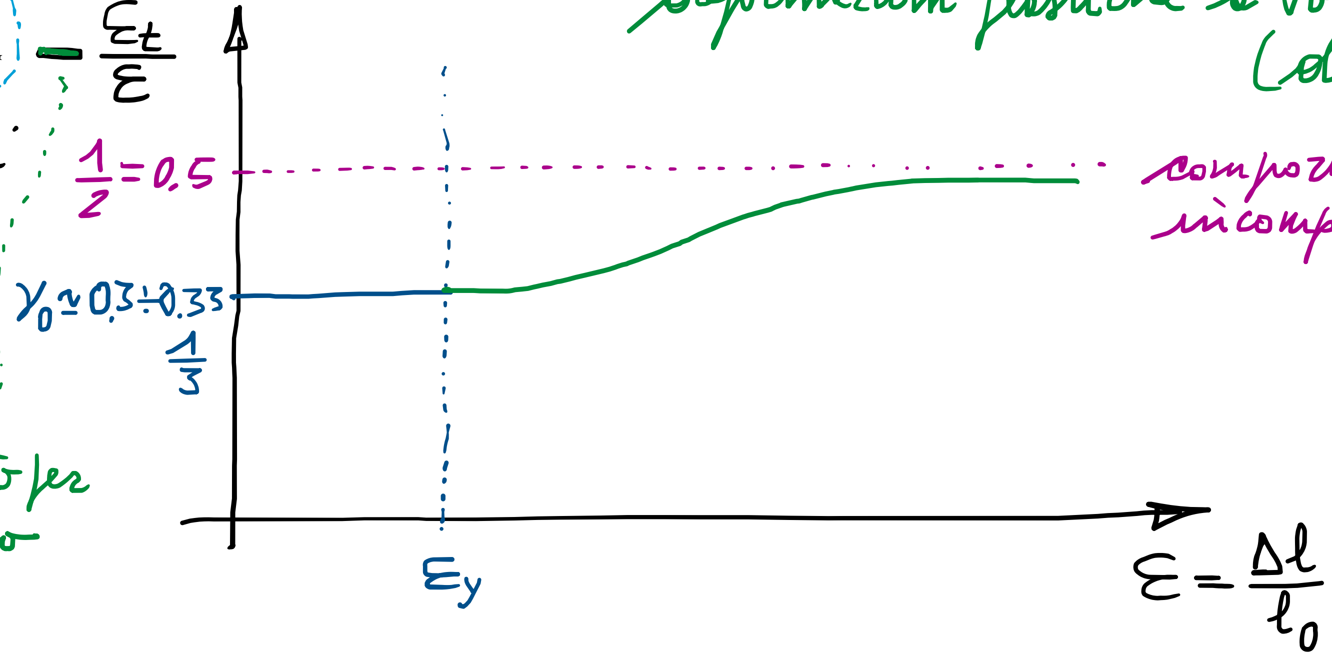
$$\nu = -\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon}$$

coefficiente di contrazione trasversale (o di Poisson)

[segno − introdotto per avere parametro positivo]

Osservazione sperimentale:

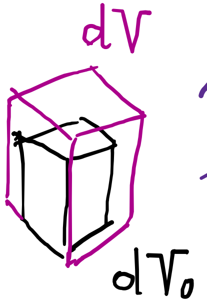
deformazioni plastiche a volume ≈ costante (deviatoriche) e variazione di forma



regime elastico lineare con $\nu \simeq$ cost

parametro caratteristico del comportamento (elastico) del materiale

Vedremo deformaz. volumetrica:



$$v = \frac{dV - dV_0}{dV_0} = \frac{dV}{dV_0} - 1 = \overset{\varepsilon}{\varepsilon_{xx}} + \overset{-\varepsilon_t}{\varepsilon_{yy}} + \overset{-\varepsilon_t}{\varepsilon_{zz}} = \underbrace{tr}_{\text{traccia}}\, \boldsymbol{\varepsilon}$$

variazione specifica di volume

$$= \varepsilon - 2\nu\varepsilon =$$

$$= (1 - 2\nu)\,\varepsilon \to 0$$

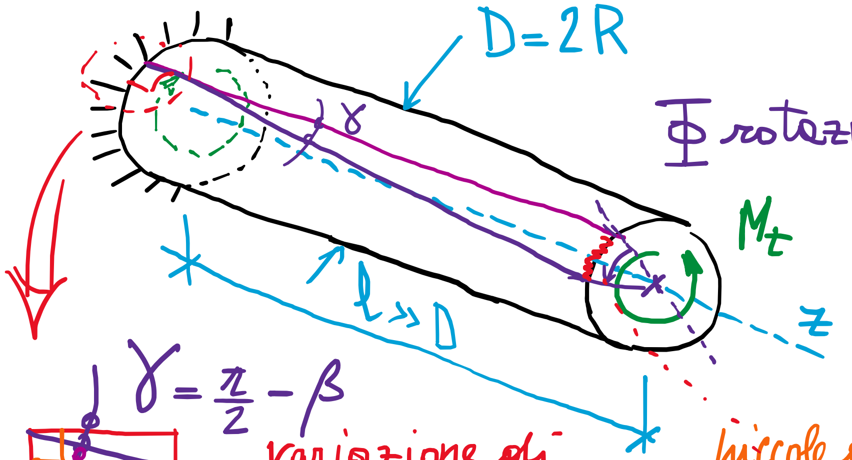
$$\nu \to 1/2 = 0.5$$

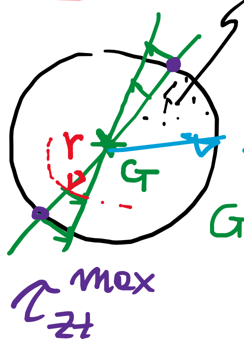
(materiale incomprimibile)

traccia $\sum_i \varepsilon_{ii}$

generalizzazione al 3D (tensore delle piccole deformazioni)

Risposta tagliante ⇒ prova di torsione circolare (ingenera stato tenso-deformativo tagliante τ γ)





G: baricentro

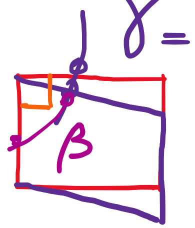
$$\tau_{zt} = \frac{M_t}{J_G}\, r = \frac{2 M_t}{\pi R^4}\, r$$

momento torcente

J_G: momento d'inerzia polare rispetto a G

$$J_G = \int_A r^2 \, dA = \frac{\pi R^4}{2} \qquad (r\,dr\,d\vartheta)$$

$$\tau_{zt}^{max}(r=R) = \boxed{\frac{2 M_t}{\pi R^3} = \tau} \qquad (\tau \Leftarrow M_t)$$



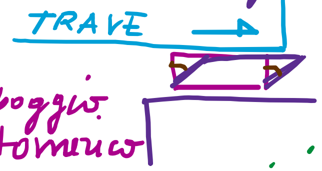
$\gamma = \frac{\pi}{2} - \beta$ variazione di angolo retto tra fibre

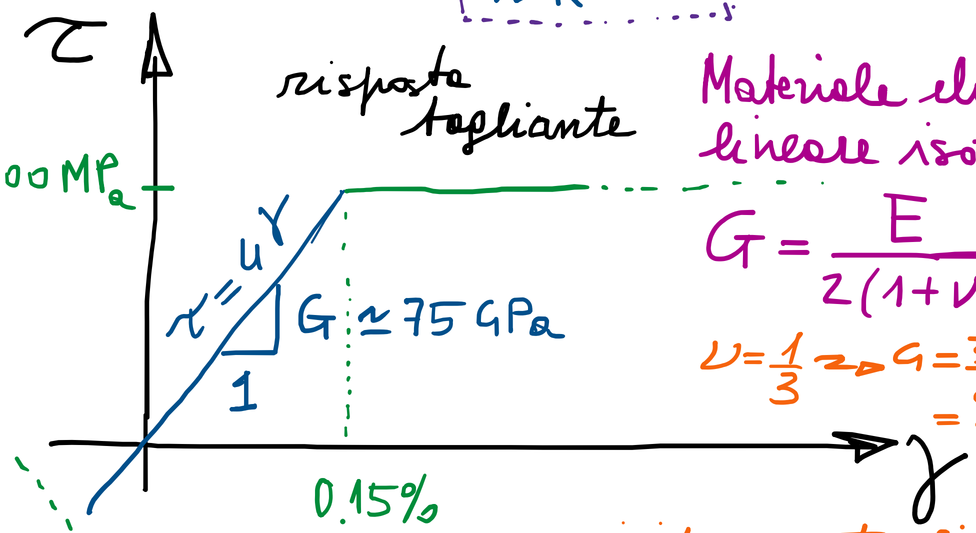
piccole deformazioni

$$\gamma \ell \simeq \ell \tan\gamma = \Phi R$$

scorrimento angolare (misura di deformazione tagliante)

$$\boxed{\gamma = \Phi \frac{R}{\ell}}$$





Materiale elastico lineare isotropo

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

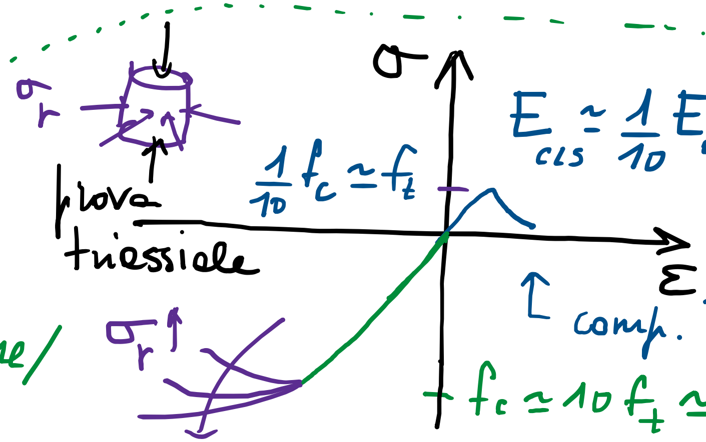
$\nu = \frac{1}{3} \Rightarrow G = \frac{3}{8} E = 0.375\, E$

rigidezza a taglio

$$\left.\begin{aligned} \tau &= G\gamma \\ \gamma &= \frac{1}{G}\tau \end{aligned}\right]$$

G: modulo di elasticità tangenziale o modulo di taglio

Altri comportamenti (materiali lapidei) asimmetrici a trazione/compressione



$E_{cls} \simeq \frac{1}{10} E_{acc.}$

comp. "fragile"

$f_c \simeq 10 f_t \simeq 30 \div 50$ MPa