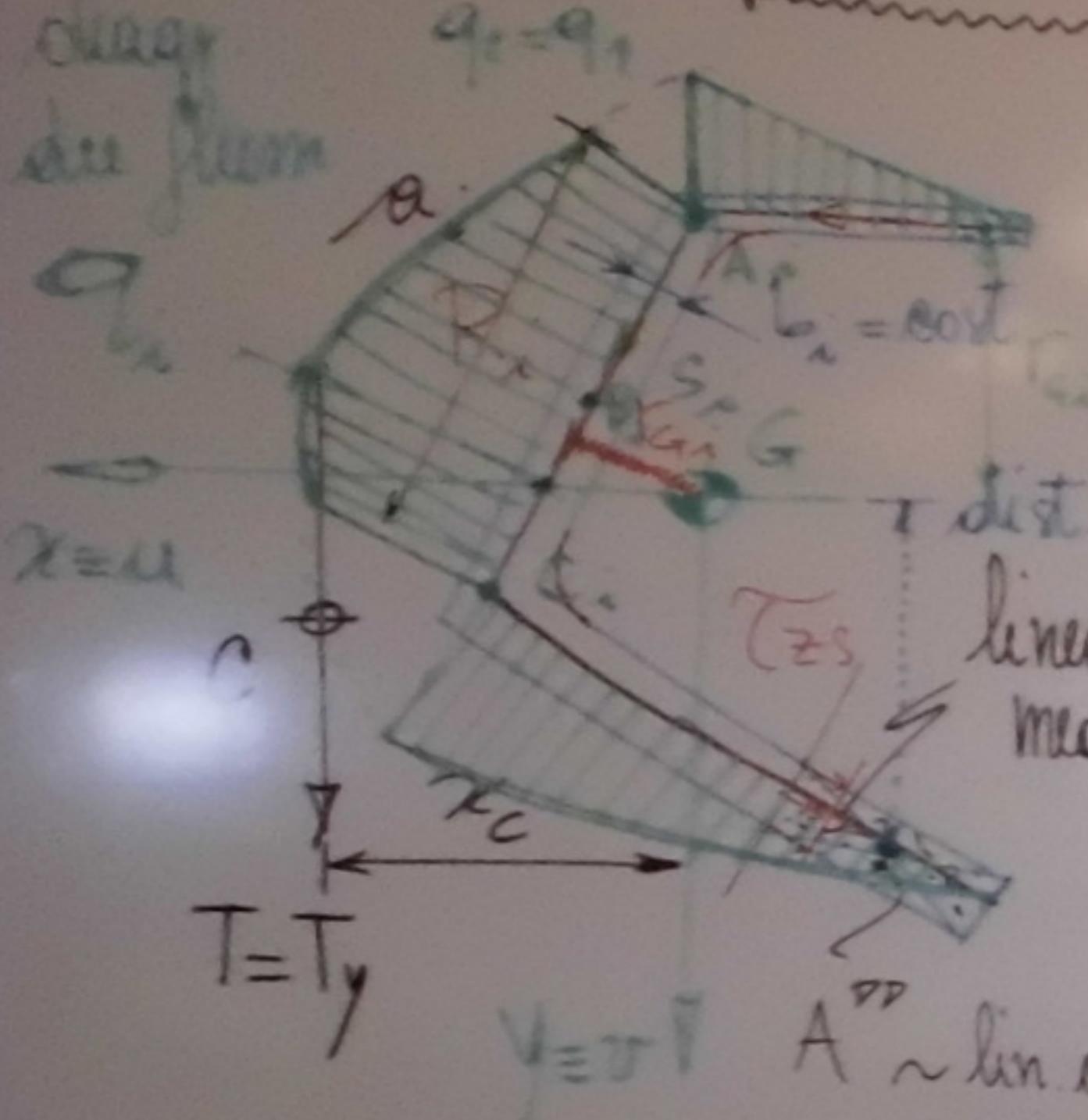


Profili sottili aperti formati da rettangoli sottili



-  $T_{zs}$  alla Jouravsky

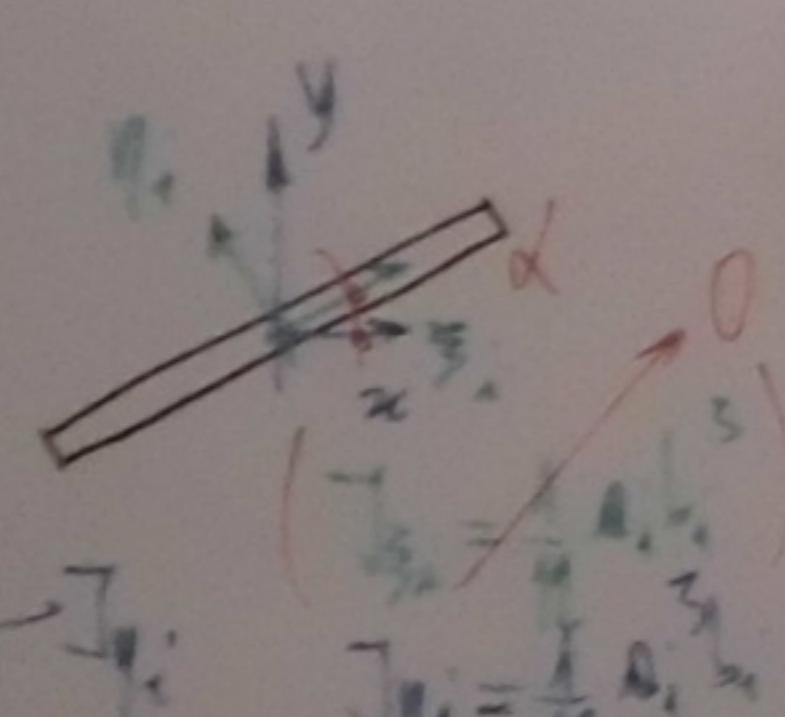
$$T_{zs} \approx \bar{T}_{zs} = \frac{\bar{I}_y S_x(s_i)}{\bar{J}_x b_i}$$

$$T_{zs_i} = \frac{\bar{I}_y S_x(s_i)}{\bar{J}_x b_i}$$

$$T_{zs} = \frac{\bar{I}_y S_x(s_i)}{\bar{J}_x b_i}$$

$$A = \sum_i a_i b_i$$

$$J_z = \sum_i J_{zi}$$



$$J_{xi} = J_y \sin^2 \alpha$$

$$J_{yi} = J_y \cos^2 \alpha$$

$$J_{xyi} = J_y \sin \alpha \cos \alpha$$

$$J_{zi} = \frac{1}{2} J_y \sin^2 \alpha$$

$$q(s_i) = T_{zs}(s_i) b_i = \frac{\bar{I}_y S_x(s_i)}{\bar{J}_x} b_i$$

$$q_i = q \Rightarrow T_{zs_i} b_i = T_{zs} b_i \Rightarrow T_{zs} = b_i T_{zs_i}$$

- L'andamento delle  $T_{zs}$  si deduce dal ragionamento di equilibrio di Jouravsky alla traslazione in direzione z. Evidentemente si infiere all'accoppiamento taglio/flessione (flessione composta) e quindi  $T_{zs}$  risulta all'accoppiamento  $T_{zs} \leftrightarrow \sigma_{zz}$ , con verso locale delle  $T_{zs}$  tale da riportare l'equilibrio in direz. z.

- Le stime delle  $T_{zs}$  risultano indipendente dal punto di applicazione dell'azione ( $T = Ty$ ), che pertanto si può tenere applicata nel punto di applicazione del risultante delle  $T_{zs}$ , il quale passa attraverso il centro di taglio del profilo.

N.B. Considerando la linea di applicazione tangente alla traiettoria del  $C_T = CT_0$  risulta necessaria una distanza pari all'effettivo rapporto del momento torcente "parasita" rispetto al momento da O a C. Ciò realizza un accoppiamento taglio/flessione con  $T_{zs} = \frac{M_t}{J} b_i$ ,  $J = \frac{1}{3} \sum_i a_i z_i^2$

- Essendo l'andamento in  $s_i$  delle  $T_{zs_i}(s_i)$  dato dalla funzione  $S_x^{pp} = -S_x$ , non risulta più parallelo in  $s_i$ . Questo è tutto sulle  $T_{zs}$ .

- Controllare se ...

$\int_0(z_i) = \int_0(z_i) + M_t T_0$

oppure  $\int_0(z_i) = \int_0(z_i) + M_t T_0$

Per ogni sezione si calcola la linea di applicazione del momento torcente

$T = T_0 + M_t T_0$

$T = T_0 + M_t T_0$

## Profili sottili aperti formati da rettangoli sottili

-  $T_{25}$  alla Jouravsky

$$= \bar{T}_2 = \frac{I_y S_2(s_i)}{J_x b_i}$$

$$T_{25,i} = \frac{I_y S_{2,i}}{J_x b_i}$$

$$T_{25} = \frac{I_y (S_{2,i})}{J_x}$$

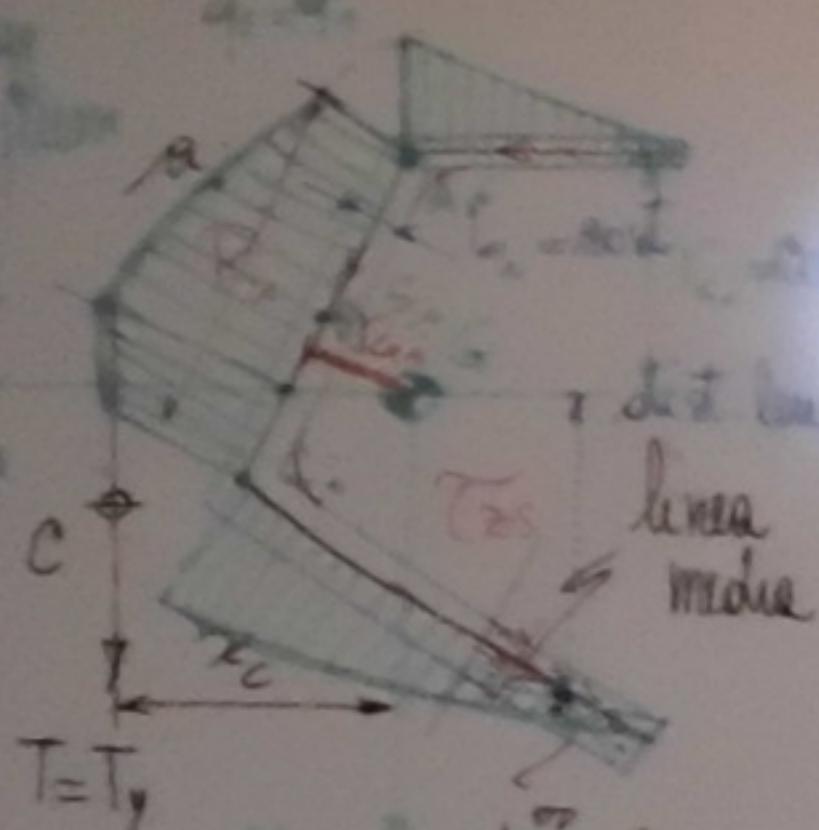
$$T_{25} = T_{25,i} A^{\text{pp}}$$

$$A = \sum_i a_i b_i$$

$$J_x = J_y \sin^2 \alpha$$

$$J_y = J_y \cos^2 \alpha$$

$$J_{xy} = J_y \sin \alpha \cos \alpha$$



- L'andamento delle  $T_{25}$  si deduce dal ragionamento di equilibrio di Jouravsky alla torsione in direzione z. Evidentemente non si riuscirebbe all'accoppiamento taglio/flessione (flessione composta) e quindi all'accoppiamento  $\leftrightarrow T_{25}$ , con verso locale delle  $T_{25}$  tale da non porre l'equilibrio in direz. z.

- Le forme delle  $T_{25}$  risultano indipendente dal punto di applicazione dell'azione ( $T=T_y$ ), che determina più attenzione applicare nel punto di applicazione del risultante delle  $T_{25}$ , il quale punta verso il centro di taglio del profilo.

- N.B. Qualora il p.t.o di applicazione l'assegno non coincida col  $C_T = C_T_0$  sarà necessario tenere in conto l'effetto torcente generato dal momento torcente "parasita" legato al trasporto da O a C. Ciò realizza un accoppiamento taglio rotazione con  $T_{25} = \frac{M_t}{J} b_i$

$$J = \frac{1}{3} \sum_i a_i b_i$$

- Essendo l'andamento in  $s_i$  delle  $T_{25,i}(s_i)$  legato alle funzioni  $S_{x,i} = -S_{z,i}$ , esso risulterà il più parabolico in  $s_i$ . Qualora vi sia tratto // all'asse x, il risultante delle  $T_{25}$  è

il p.t.o. dove la linea media tocca l'asse z, in prossimità della linea media di  $S_{x,z}$  mani del  $T_{25}$  locali.

- Costanza dei flussi al nodo.

$$q_1 + q_2 = q_x + q_z \Rightarrow S_{x,z} = S_{x,1} + S_{x,2}$$

Le  $T_{25,i}$  locali, trasportate lungo il tratto i verso il nodo mediano generano risultanti locali  $R_i = \int T_{25,i} b_i ds_i = \int I_y S_{x,i} ds_i$  applicate lungo la linea media su di loro  $R_c = \text{cost.}$

- Per equivalenza statica al p.t.o di applicazione si risulta delle  $T_{25}$  (stessa del  $C_T$ ) e determina come:  $T_{25} = R_c / R_i$

- Le risultanti possono essere determinate per integrazione della  $x$  mediante le formule di Simpson:  $\int S_{x,i}(s_i) ds_i = \frac{1}{6} (S_{x,i}^{(1)} + 4 S_{x,i}^{(2)} + S_{x,i}^{(3)})$

- Per i profili a stelle, le risultanti  $R_i$  sono riportate verso il centro delle stelle, con una media di  $C_T$  tutte le  $R_i$ .

- Idem per  $T = T_x$  se maggiore di  $T_{25}$ .

Si tratta quindi di stanghe rotte

Ts alla Jourawsky

$$T_2 = \bar{T}_2 = \frac{\bar{T}_y S_2''(s_2)}{J_x b_2}$$

$$T_2 = \frac{T_y S_2''}{J_x b_2}$$

- andamento delle  $T_{2s}$  a sfiducia del raggiamento di equilibrio di Joukowski alla trazione in direzione z. Evidentemente non si pone all'accoppiamento taglio/flessione (flessione composta) e quindi  $T_2$  all'accoppiamento  $T_{2s} \rightarrow T_{2z}$ , con verso locale delle  $T_{2s}$  tale da imporre l'equilibrio in diret. z.

A'' - La forma delle  $T_{2s}$  risulta indipendente dall'origine di applicazione dell'azione ( $T=T_y$ ), che funzione  $S_{x_i}'' = -S_{x_i}$ , esso risulterebbe il più parabolico in  $s_i$ . Qualora in sia tratto // all'asse  $x_3$   $T_{2s} \rightarrow$  lin.

In questo caso la linea media tocca l'asse  $x_3$ , riproducendo il risultato di  $S_{x_i}''$  ma nel senso della  $T_{2s}$  locali

- N.B. Quando il pto di applicazione l'angolo non coincide col  $CT_a = CT_0$  sarà necessario tenere conto l'effetto trivale generato dal momento torcente "corrente" legato al trasporto da O a C. Se realizza un accopp taglio/flessione con  $T_{2s} = \frac{M_t}{J} b_i$ ,  $J = \frac{1}{3} \sum_i a_i b_i$

- Essendo l'andamento in  $s_i$  delle  $T_{2s}(s_i)$  legato alle risultanti locali  $R_i = \int T_{2s} b_i ds_i = \int T_y S_{x_i}'' ds_i$  rispetto a  $G$  (\*) o ad altro punto conveniente

(stima del  $CT_a$ ) si determina come:  $T_y x_c = \sum_i R_i r_{G_i}$

- Le risultanti possono essere determinate per integrazione diretta o mediante

la formula di Simpson:  $\int S_{x_i}''(s_i) ds_i = \frac{a_i}{6} (S_{x_i}''|_{A_i} + 4S_{x_i}''|_{B_i} + S_{x_i}''|_{C_i})$

- Per i profili a stella, i risultanti  $R_i$  convergono tutte verso il centro della stella, che quindi indica il  $CT_a$

( $r_{G_i} = 0$ ) - Isole per  $T = T_x$  e/o sottraendo effetti di  $T_x$  e  $T_y$

- Costanza dei flussi al nodo:

$$q_i \downarrow q_j \Rightarrow q_K = q_i + q_j$$

$$S_{x_K}'' = S_{x_i}'' + S_{x_j}''$$

- Le  $T_{2s}$  locali, paraboliche lungo il tratto e-emo di linea media

$$R_i = \int T_{2s} b_i ds_i = \int T_y S_{x_i}'' ds_i$$

applicate lungo la linea media a distanza  $r_{G_i} = \text{cost}$

(rispetto a  $G$  (\*) o ad altro punto conveniente)

- Per equivalenza statica, il pto di applicazione del risultante delle  $T_{2s}$  (stima del  $CT_a$ ) si determina come:  $T_y x_c = \sum_i R_i r_{G_i}$

- Le risultanti possono essere determinate per integrazione diretta o mediante

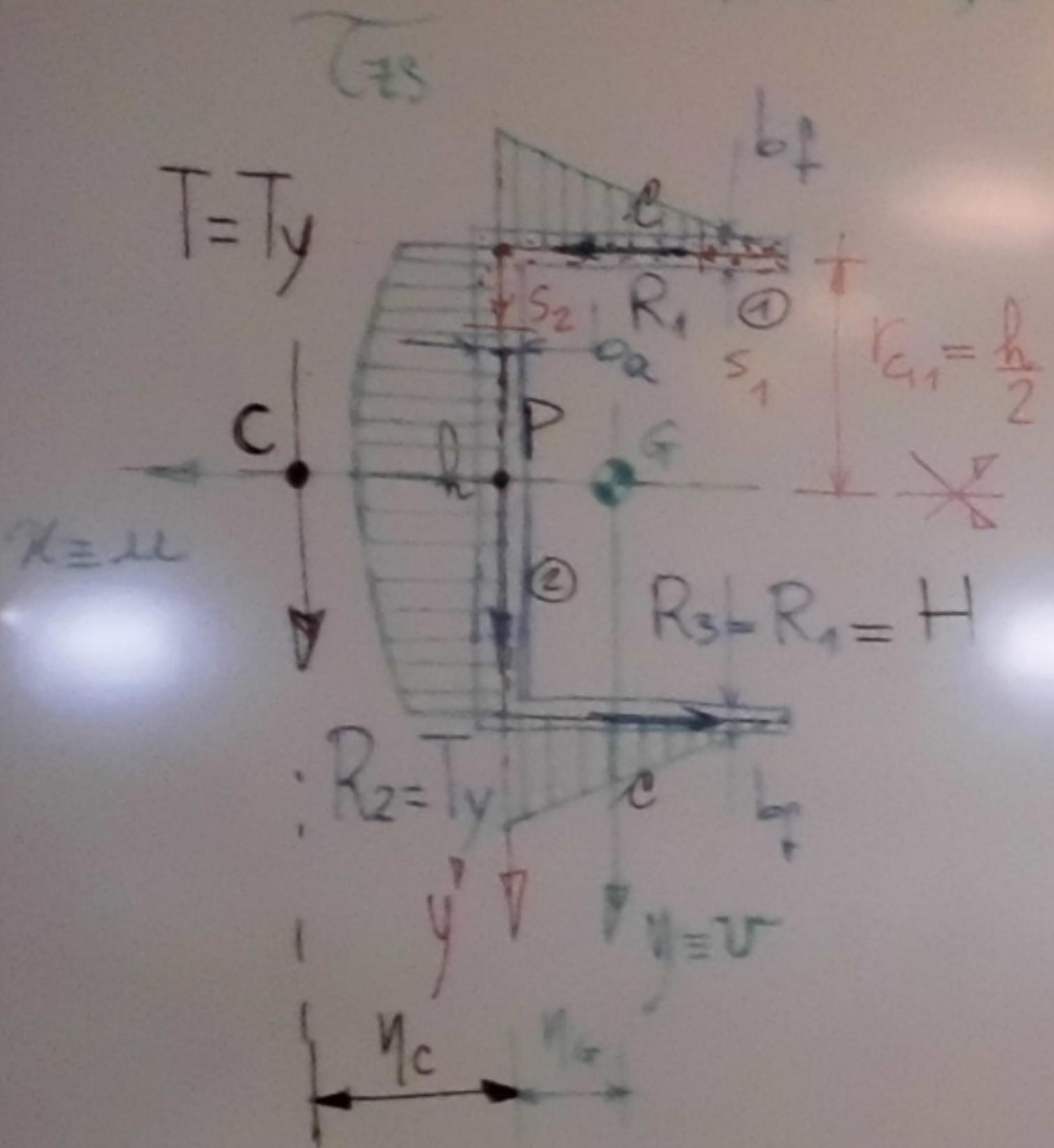
la formula di Simpson:  $\int S_{x_i}''(s_i) ds_i = \frac{a_i}{6} (S_{x_i}''|_{A_i} + 4S_{x_i}''|_{B_i} + S_{x_i}''|_{C_i})$

- Per i profili a stella, i risultanti  $R_i$  convergono tutte verso il centro della stella, che quindi indica il  $CT_a$

( $r_{G_i} = 0$ ) - Isole per  $T = T_x$  e/o sottraendo effetti di  $T_x$  e  $T_y$

Profilo a C

$b_f, b_a, c, h, e$



Caratteristiche geometriche

$$A = 2b_f c + b_a h = b_f c \left(2 + \frac{b_a h}{b_f e}\right)$$

$$J_x = \frac{1}{12} b_a h^3 + 2 \left( \frac{1}{12} e^3 b_f^3 + b_f c \left(\frac{h}{2}\right)^2 \right)$$

anima

$$= \frac{1}{12} b_a h^3 + b_f c \frac{h^2}{2} = \frac{h}{12} \left(b + \frac{b_a h}{b_f e}\right)$$

$$\eta_G = \frac{S_y}{A} = \frac{\frac{1}{2} b_f c \frac{h}{2}}{A} = \frac{b_f c^2}{b_f c \left(2 + \frac{b_a h}{b_f e}\right)} = \frac{c}{2 + \frac{b_a h}{b_f e}}$$

ls.  $b_a = b_f = b$ , se  $h = e$ :  $\eta_G = \frac{c}{3}$   
 $h = 2c$ :  $\eta_G = \frac{c}{4}$   
 $h = 3c$ :  $\eta_G = \frac{c}{5}$

- Tensioni tangenziali  $T_{2S}$  ( $T = T_y \text{ in } C$ )

$$\textcircled{1} \quad T_{2S} = \frac{T_y S_x(s_1)}{J_x b_f^2} = \frac{T_y \frac{h}{2} s_1}{J_x} ; \quad \textcircled{2} \quad T_{2S} = -\frac{T_y S_x(s_2)}{J_x b_a}$$

$$S_x(s_1) = -b_f s_1 \frac{h}{2}$$

$$s_1 = c : T_{2S,1} = \frac{T_y \frac{h}{2} c}{J_x}$$

$$R_1 = \int_{0}^{c} T_{2S}(s_1) b_f ds_1$$

$$= \int_{0}^{c} \frac{T_y b_f \frac{h}{2} s_1}{J_x} ds_1$$

$$= \frac{T_y b_f \frac{h}{2} \frac{c}{2}}{J_x} = \frac{T_y b_f h c}{4} \checkmark$$

Area triangolo dell'anima delle  $T_{2S}$

$$H = R_1 = b_f c \frac{T_y}{J_x} \frac{1}{2} = b_f \frac{T_y h c}{2 J_x} \checkmark$$

- NB:  $S$  e  $T_{2S}$  esplodono a  $T_{2S} = 0$

occorre un momento tangenziale minimo

$$M_{2S} = T d$$

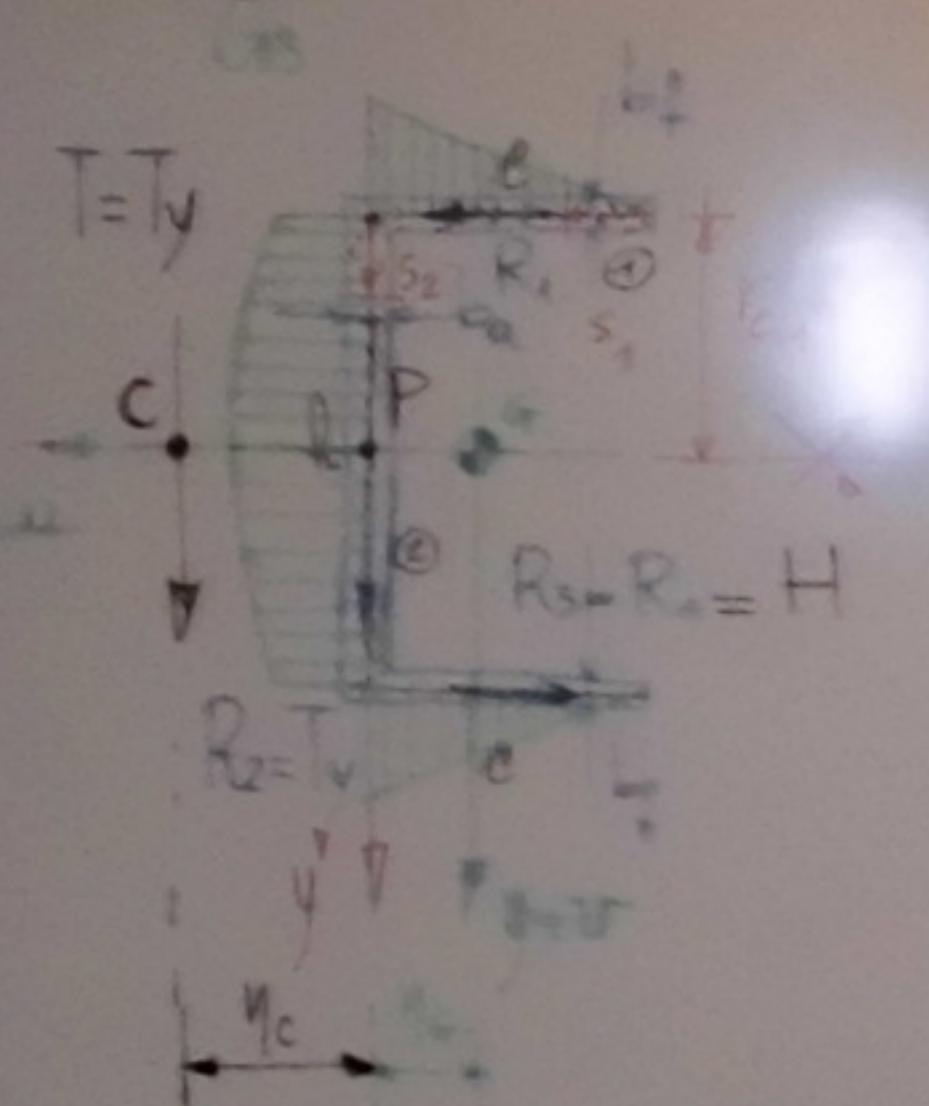
poligoni di tensione esplodono

di  $T_{2S}$  a nulla alla spina

1. Equil. statico (momenti tangenziali riguardo a P)

$$\begin{array}{c} P \\ | \\ C \\ | \\ T_y N_c \\ | \\ T_y M_c \\ | \\ H \\ | \\ H \\ | \\ H \end{array} \Rightarrow \eta_C = \frac{H}{T_y} = \frac{H h}{T_y \frac{1}{2} b_f h} = \frac{2H}{T_y b_f} = \frac{2H}{T_y \frac{1}{2} b_f h} = \frac{4H}{T_y b_f h}$$

## Profilo a C



Caratteristiche geometriche

$$A = 2b_a h + b_f e \left( 2 + \frac{b_a}{b_f} \frac{h}{e} \right)$$

$$J_x = \frac{1}{12} b_a h^3 + 2 \left( \frac{1}{12} e^3 b_f^3 + b_f e \left( \frac{h}{2} \right)^2 \right)$$

$$T_{2s} = T_{2s} ds$$

$$S_x(s_1) = -b_f e \cdot \frac{h}{2} + h_a s_1 \left( \frac{h}{2} - \frac{s_1}{2} \right) \sim S_x^r$$

$$S_x(s_1) = -b_f e \cdot \frac{h}{2}$$

$$S_1 = e : T_{2s} = \frac{T_y}{J_x} \frac{h}{2} e$$

$$R_1 = \int_{0}^{e} T_{2s}(s_1) ds_1$$

$$= \int_{0}^{0.8e} \frac{T_y}{J_x} b_f \frac{h}{2} s_1 ds_1$$

$$= \frac{T_y}{J_x} b_f \frac{h}{2} \frac{e}{2} = \frac{T_y b_f h c}{4} \checkmark$$

Es.  $b_a = b_f = b$ ,  $\propto h = e : \eta_a = \frac{3}{5}$   
 $h = 2e : \eta_G = \frac{3}{5}$   
 $h = 3e : \eta_C = \frac{3}{5}$

- Tensioni tangenziali  $T_{2s} (T = T_y \text{ in } C)$

$$\textcircled{1} \quad T_{2s} = \frac{T_y S_x(s_1)}{J_x b_f} = \frac{T_y}{J_x} \frac{h}{2} s_1 ; \quad \textcircled{2} \quad T_{2s} = -\frac{T_y S_x^r(s_1)}{J_x b_a}$$

$$S_x^r(s_1) = -b_f e \cdot \frac{h}{2} + h_a s_1 \left( \frac{h}{2} - \frac{s_1}{2} \right) \sim S_x^r$$

$$S_1 = e : T_{2s} = \frac{T_y}{J_x} \frac{h}{2} e$$

$$S_2 = \frac{h}{2} : T_{2s} = \frac{T_y}{J_x} \frac{1}{2} \left( b_f e \frac{h}{2} + b_a \frac{h}{2} \frac{h}{2} \right)$$

$$= \frac{T_y}{J_x} \frac{1}{2} b_f e \frac{h}{2} \left( 1 + \frac{b_a}{b_f} \frac{h}{e} \right)$$

$$R_2 = \int T_{2s}^2(s_2) b_a ds_2 \equiv T_y$$

Area triangolo dell'and. delle  $T_{2s}$

$$H = R_1 = b_f e \quad T_{2s} = \frac{1}{2} b_f \frac{T_y h e}{J_x} \frac{1}{2} \checkmark$$

- N.B. Se  $T_{2s}$  sono applicate in  $C$  ( $T_{2s} = 0$ )

(tensioni a cordata  $G = G \neq C$ ) occorre introdurre il momento torcente parassita  $M_{td} = T \cdot d$  ( $d$  è la distanza tra  $C$  e  $C'$ ), responsabile del raccapponamento tangenziale e di  $T_{2s}$  a farfalla nello spessore

$$T_{2s}(T_y) + T_{2s}(M_{td})$$

$$T_y \eta_C = H h \Rightarrow \eta_C = \frac{H h}{T_y} = \frac{\frac{1}{2} b_f h^2 \frac{1}{2} h}{\frac{T_y}{J_x} \frac{4}{3}} = \frac{\frac{1}{2} b_f h^3}{\frac{T_y}{J_x} \frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \frac{b_f h^3}{T_y J_x}$$

$$= \frac{3}{4} \frac{b_f h^3}{b_f e h^2 \left( b + \frac{b_a}{2} \frac{h}{e} \right)} = \frac{3}{4} \frac{b_f h^3}{b + \frac{b_a}{2} \frac{h}{e}}$$

- Equir. Statica (dei momenti torcenti rispetto a  $P$ )

$$C \downarrow P \uparrow H \quad T_y \eta_C = H h \Rightarrow \eta_C = \frac{H h}{T_y} = \frac{\frac{1}{2} b_f h^2 \frac{1}{2} h}{\frac{T_y}{J_x} \frac{4}{3}} = \frac{\frac{1}{2} b_f h^3}{\frac{T_y}{J_x} \frac{4}{3}} = \frac{3}{4} \frac{b_f h^3}{T_y J_x}$$

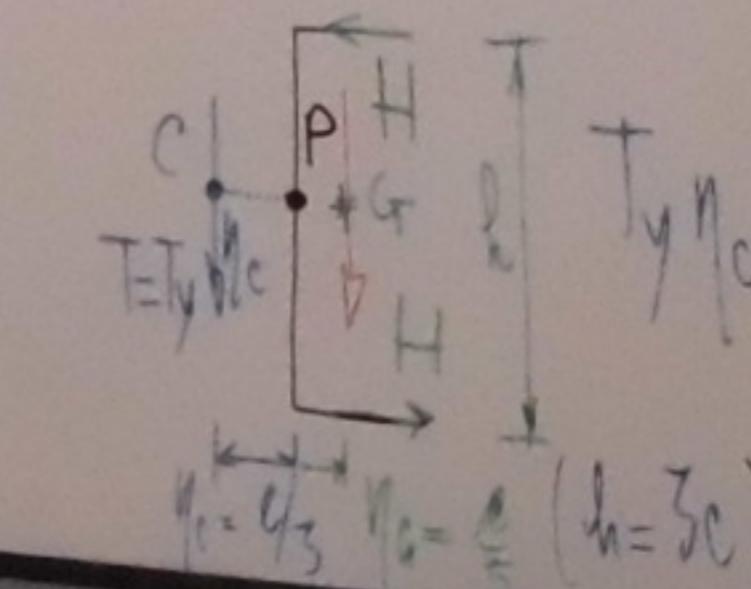
$$H = R_1 = b_f e \quad T_{2s} = \frac{1}{2} b_f \frac{T_y h e}{J_x} \frac{1}{2} \checkmark$$

- N.B. Se  $T$  non è applicata in  $C$   
 (tipicamente si considera  $O \equiv G \neq C$ )  
 occorre introdurre il momento torcente parassita  
 $M_{td} = T \cdot d$  ( $d$  è la distanza tra  $O$  e  $C$ ),  
 responsabile di accoppiamento taglio/torsione  
 e di  $\tau_{2s}$  Tors. parassita  
 a farfalla sullo spessore

$$\tau_{2s}(Ty) + \tau_{2s}(\text{Mod}) = Ty(\eta_g + \eta_c) \quad \eta_c$$

$ba = bf$	$\frac{h}{c} = 1$	$\frac{3}{7} c$
$\frac{h}{c} = 2$	$\frac{3}{8} c$	
$\frac{h}{c} = 3$	$\frac{1}{3} c$	

- Equir. statica (dei momenti torcenti rispetto a  $P$ )



$$Ty \eta_c = Hh \Rightarrow \eta_c = \frac{Hh}{Ty} = \frac{\frac{1}{2}bfh^2}{\frac{1}{2}J_x} \frac{1}{h} = \frac{Ty b f h^2}{J_x} \frac{1}{h}$$

$$= \frac{16}{bfh^2(6 + \frac{ba}{bf} \frac{h}{c})} \frac{1}{4} \frac{J_x}{bfh^2} \frac{1}{h} = \frac{3c}{6 + \frac{ba}{bf} \frac{h}{c}}$$

- Tensioni tangenziali  $\tau_{2s}$  ( $T = Ty \text{ in } C$ )

$$\textcircled{1} \quad \tau_{2s} = \frac{Ty S_x(s_1)}{J_x b_f} = \frac{Ty}{J_x} \frac{h}{2} s_1; \quad \textcircled{2} \quad \tau_{2s} = - \frac{Ty S_x(s_2)}{J_x b_a}$$

$$S_x(s_1) = -b_f s_1 \frac{h}{2}$$

$$s_1 = e: \tau_{2s} = \frac{Ty}{J_x} \frac{h}{2} e$$

$$R_1 = \int_0^e \tau_{2s}(s_1) b_f ds_1$$

$$= \int_0^e \frac{Ty}{J_x} b_f \frac{h}{2} s_1 ds_1$$

$$= \frac{Ty}{J_x} b_f \frac{h}{2} \frac{s_1^2}{2} = \frac{Ty}{J_x} b_f h c^2 / 4$$

Area triangolo dell'and. delle  $\tau_{2s}$

$$H = \eta_c = b_f c \quad \tau_{2s} = \frac{1}{2} b_f \frac{Ty}{J_x} h c \frac{1}{2} V$$

$$A = b_f c + a_f b = b_f c \left( 2 + \frac{b_f h}{4 b_f c} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} b_f^3 c + b_f^2 c \frac{h^2}{2} = b_f c h^2 \left( 6 + \frac{b_f h}{4 b_f c} \right)$$

$$\eta_c = b_f c, \quad \eta_g = \frac{1}{2} c, \quad \eta_c = \frac{1}{2} c$$

$$h = 3c, \quad \eta_c = \frac{1}{3} c$$