

Cycles et Voyageur de commerce

Un graphe est **hamiltonien** s'il contient *un cycle qui passe exactement une fois par chaque sommet*.

Ce problème est **NP-complet**. Il n'existe pas d'*algorithme déterministe connu de complexité polynomiale* qui vérifie si un graphe est hamiltonien.

Exercice 1. Proposer un algorithme qui vérifie si un graphe est hamiltonien

On s'intéresse maintenant au cas où le graphe est un graphe complet.

Exercice 2. Montrer que le graphe complet est hamiltonien

Exercice 3. On considère le problème du *Voyageur de Commerce* :

Entrée : un graphe complet pondéré

Sortie : un cycle de poids minimal qui passe exactement une fois par chaque sommet.

Proposez un algorithme simple qui calcule un cycle de poids minimal. Quelle est sa complexité ?

On s'intéresse maintenant aux algorithmes d'approximation.

Soit **OPT** la valeur optimale de la mesure **coût(S)** d'une solution **S** d'un algorithme. Un algorithme est un algorithme d'approximation de facteur f s'il calcule une solution **S** telle que :

- **OPT Coût(S) f OPT** si le problème considéré est d'un *problème de minimisation*
- **OPT/ f OPT** si le problème considéré est d'un *problème de maximisation*

Exercice 4.

Proposer un algorithme d'approximation de facteur 2 pour le problème du voyageur de commerce

Montrer que votre algorithme est un algorithme d'approximation.

Exercice 5

Regardez l'algorithme de programmation dynamique de complexité qui calcule une solution exacte pour le voyageur de commerce : <https://www.youtube.com/watch?v=cY4HiiFHO1o&t=469s>

Faites tourner l'algorithme sur le graphe suivant :

