

GKN - Contactmoment 3

Multilevel Analyse (Deel 1)

Sven De Maeyer & Bea Mertens

18/11/2021

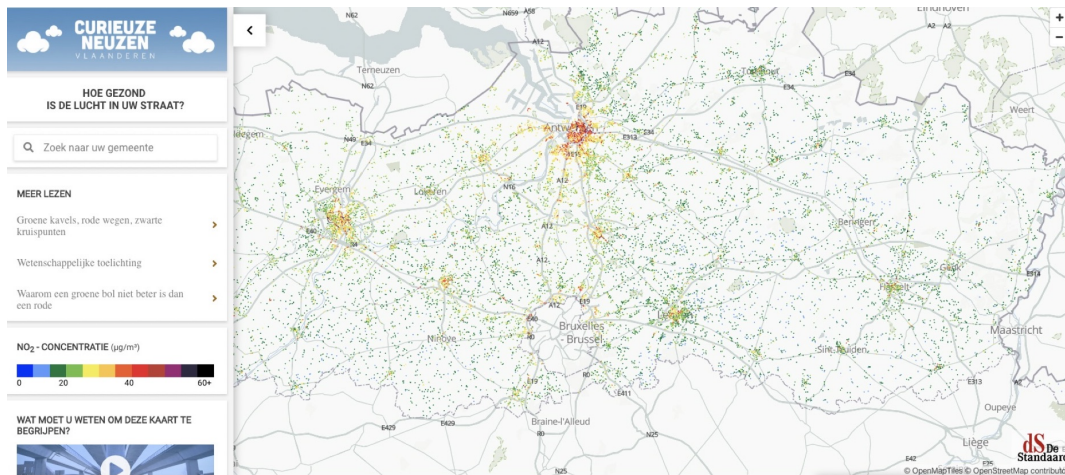
1 / 49

Opwarmertjes

Multilevel is Everywhere...

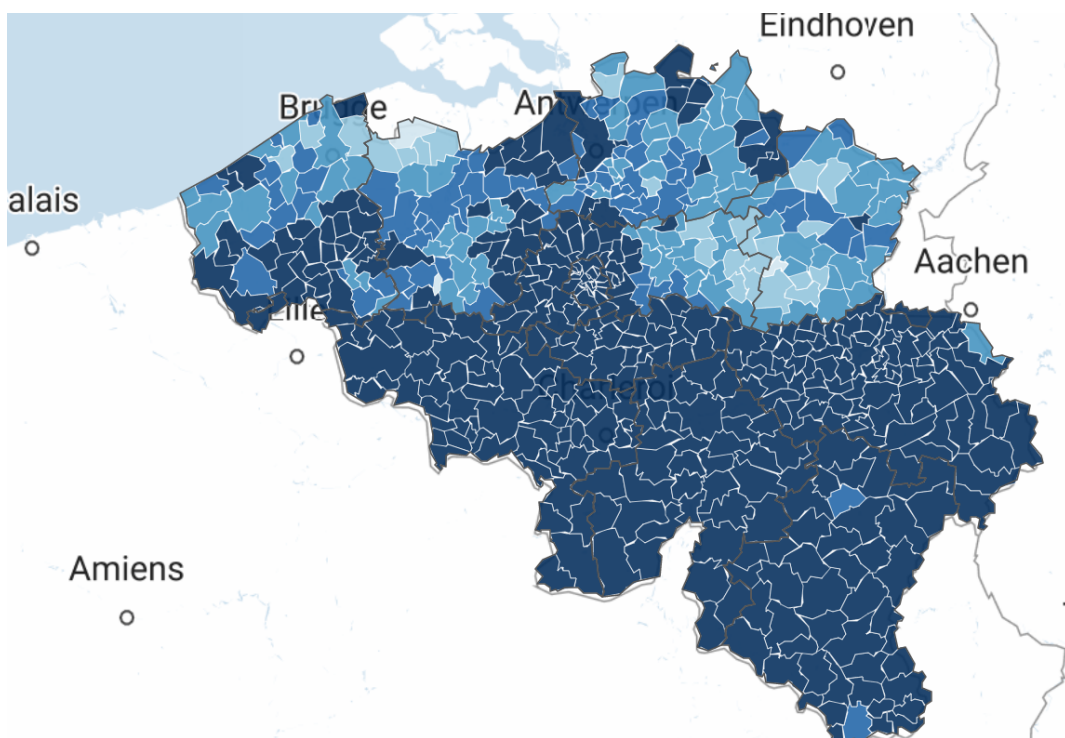
2 / 49

Geografisch opwarmertje...



3 / 49

Virologisch opwarmertje...



4 / 49

Sportief opwarmertje...



5 / 49

00W opwarmertje 1...

Welke factoren beïnvloeden de ervaren nood aan opleiding bij kenniswerkers?

Data:

- 289 kenniswerkers
- 33 bedrijven

6 / 49

00W opwarmertje 2...

Hoe sterk is het effect van sociale achtergrond op scores die leerlingen halen voor begrijpend lezen in het PIRLS onderzoek?

Data:

- +/- 319 000 4de jaars
- +/- 12 000 scholen
- 50 landen

7 / 49

00W opwarmertje 3...

Hoe evolueert de perceptie van teamleden aangaande team reflexiviteit doorheen de tijd?

Data:

- Periode van 10 weken
- twee-dagelijks zeer korte vragenlijst
- 11 teams
- 6 leden per team

8 / 49

Hiërarchie

What's in the word ... ?

9 / 49

Multi...levels...

Data in voorbeelden duiden op **genestheid**

Anders gezegd, er zit **hiërarchie** in de data

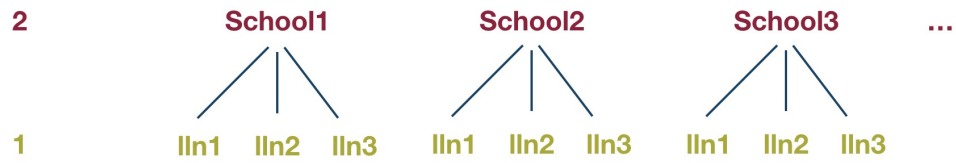
Voorbeelden:

- mensen wonend (~ genest in) in straten van wijken van ...
- kenniswerkers tewerkgesteld (~ genest in) in bedrijven

10 / 49

Levels... (2 levels)

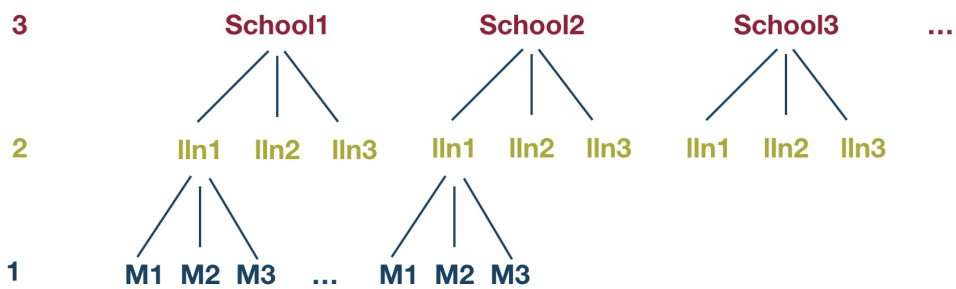
Level



11 / 49

Levels... (3 levels)

Level



12 / 49

Soorten hiërarchiën

2 soorten hiërarchieën:

Natuurlijke

- Lln in klassen (in scholen, in landen)
- Werknemers in bedrijven
- Meetpunten in straten, die deel uitmaken van buurten, steden, provincies, ... (zie Curieuzeneuzen)

Door onderzoeksdesign

- Longitudinaal
- Bloksteekproef
- Experimenteel

Hiërarchie... So what?

Het doet er wel degelijk toe!!

Probleem 1.

Hierarchie in de onderzoeksvraag

Praktisch:

Hoe ga je onderzoeksvragen analyseren indien de vragen kenmerken van het ene niveau linken aan kenmerken van het andere niveau?

Voorbeeld:

Heeft klasgrootte een impact op leerlingenprestaties? (een variabele op klasniveau en een variabele op leerlingniveau)

15 / 49

Oplossing?

IIn	Klas	Score wisk
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	2	3
5	2	4
6	2	5
7	3	2
8	3	3
9	3	4

Klas	Klasgrootte
1	18
2	22
3	32

16 / 49

Oude oplossing 1: AGGREGEREN

Iln	Klas	Score wisk
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	2	3
5	2	4
6	2	5
7	3	2
8	3	3
9	3	4

Klas	Klasgrootte
1	18
2	22
3	32



Klas	gem. Wisk score	Klasgrootte
1	2	18
2	4	22
3	3	32

17 / 49

Ecological fallacy (~Aggregation bias!)

= 'the invalid transfer of aggregate results to individuals'

Robinson studie (1950) (data van 1930)

Correlatie tussen 'Illiteracy' and 'Nativity' (foreign-born vs. rest):

- at state level = -0.53
- at individual level = 0.12

18 / 49

Oude oplossing 2: DESAGGREGEREN

Iln	Klas	Score wisk
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	2	3
5	2	4
6	2	5
7	3	2
8	3	3
9	3	4

Klas	Klasgrootte
1	18
2	22
3	32



Iln	Klas	Score	Klasgrootte
1	1	1	18
2	1	2	18
3	1	3	18
4	2	3	22
5	2	4	22
6	2	5	22
7	3	2	32
8	3	3	32
9	3	4	32

19 / 49

Atomistic fallacy

= 'the invalid transfer of individual results to aggregates'

- r IQ en Prestaties op leerlingniveau = 0.53
- Wil niet PER DEFINITIE zeggen dat scholen met een hoger gemiddeld IQ ook gemiddeld hoger gaan scoren op gemiddelde prestatie

20 / 49

Probleem 2.

Hiërarchie heeft statistische gevolgen

Statistisch : Hiërarchie negeren heeft invloed op schattingen

Voorbeeld:

In PIRLS onderzoek, verband tussen SES en score op begrijpend lezen onderzoeken (beide variabelen op leerlingniveau)}

Nog steeds is hiërarchie een probleem! Schattingen zijn niet ok...

21 / 49

Intuïtief

“Everything is related to everything else, but near things are more related than distant things.”
(Tobler, 1970)

- 2 Studenten uit zelfde school lijken meer op elkaar dan 2 willekeurige leerlingen uit verschillende scholen
- Medewerkers van een bepaald bedrijf ...
- Metingen van zelfde persoon op verschillende tijdstippen ...

⇔ **Assumptie bij regressieanalyse: waarnemingen zijn onafhankelijk van elkaar**

22 / 49

Een voorbeeld met data (1)

lin	Klas	Score wisk
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	2	3
5	2	4
6	2	5
7	3	2
8	3	3
9	3	4

Hoe groot is de variantie in wiskundescores?

23 / 49

Een voorbeeld met data (2)

lin	Klas	Score wisk
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	2	3
5	2	4
6	2	5
7	3	2
8	3	3
9	3	4

Hoe groot is de variantie in wiskundescores?

Simpele benadering (zonder rekening te houden met hiërarchie)

```
var(c(1,2,3,3,4,5,2,3,4))
```

```
[1] 1.5
```

24 / 49

Een voorbeeld met data (3)

lIn	Klas	Score wisk
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	2	3
5	2	4
6	2	5
7	3	2
8	3	3
9	3	4

Hoe groot is de variantie in wiskundescores?

Rekening houdend met hiërarchie

```
# Variantie tussen klassen  
var(c(2,4,3))
```

```
[1] 1
```

```
# Variantie binnen klassen  
(var(c(1,2,3)) + var(c(3,4,5)) + var(c(2,3,4))) / 3
```

```
[1] 1
```

```
# Totale variantie:  
var(c(2,4,3)) +  
(var(c(1,2,3)) + var(c(3,4,5)) + var(c(2,3,4))) / 3
```

```
[1] 2
```

25 / 49

Een voorbeeld met data (4)

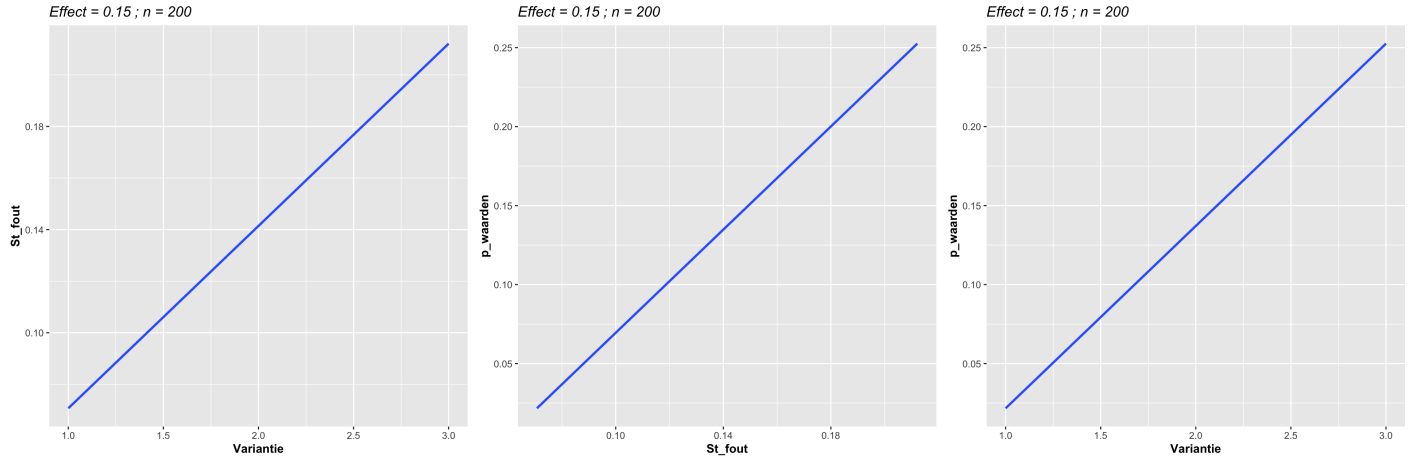
lIn	Klas	Score wisk
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	2	3
5	2	4
6	2	5
7	3	2
8	3	3
9	3	4

Hoe groot is de variantie in wiskundescores?

- Hiërarchie genegeerd: 1.5
- Hiërarchie in rekening genomen: 2

26 / 49

Variantie wordt onderschat & p-waarde te laag geschat!



27 / 49

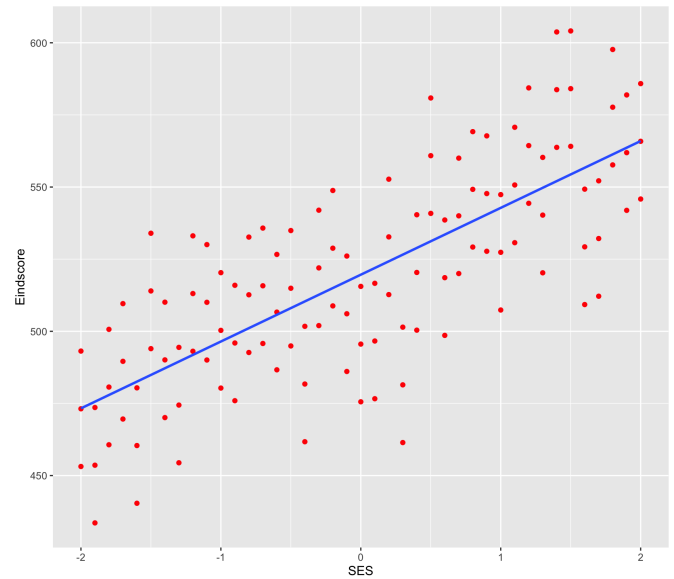
Multilevel model

Bring on the power!

28 / 49

Regressieanalyse

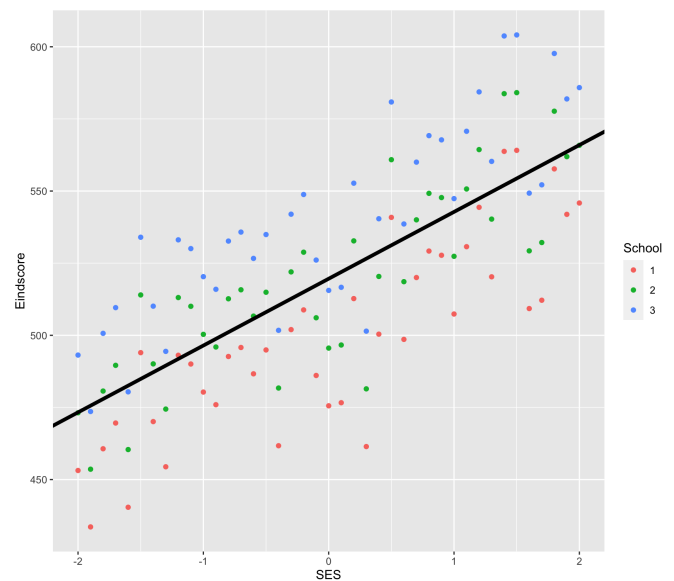
$$Eindscore_i = \beta_0 + \beta_1 * SES_i + \epsilon_i$$



29 / 49

Regressieanalyse

$$Eindscore_i = \beta_0 + \beta_1 * SES_i + \epsilon_i$$



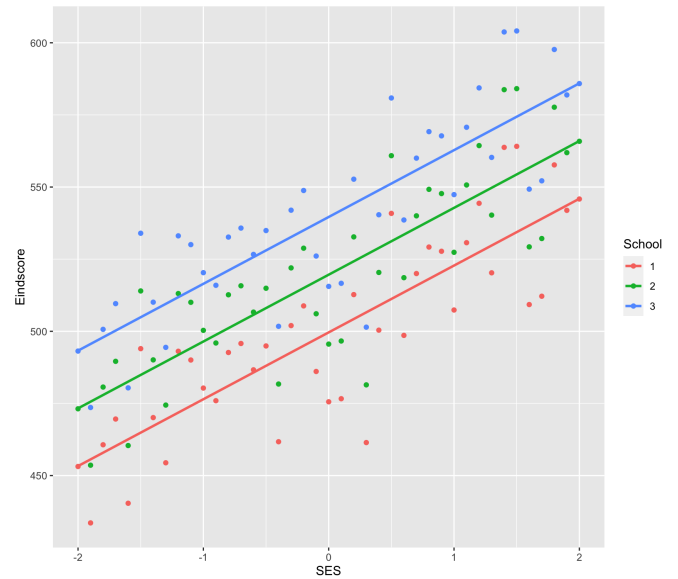
30 / 49

3 regressiemodellen

School 1: $Eindscore_i = \beta_0 + \beta_1 * SES_i + (\epsilon_i)$

School 2: $Eindscore_i = \beta_0 + \beta_1 * SES_i + (\epsilon_i)$

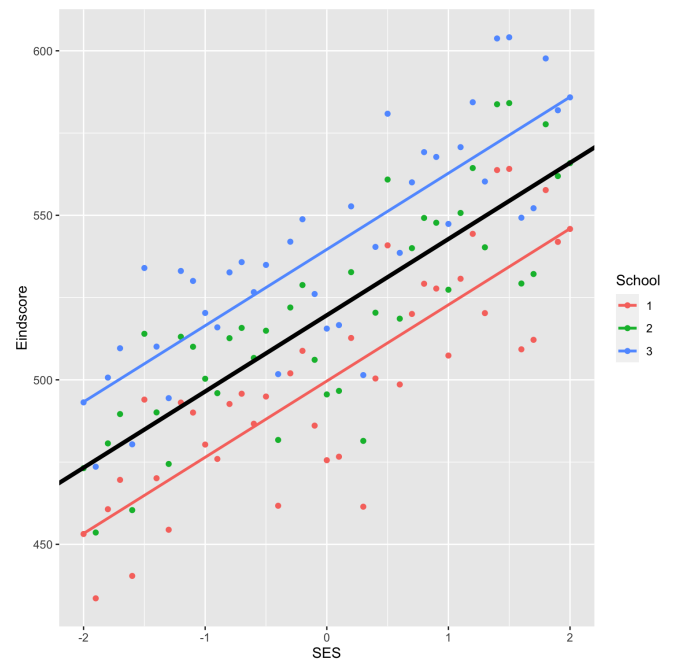
School 3: $Eindscore_i = \beta_0 + \beta_1 * SES_i + (\epsilon_i)$



31 / 49

Multilevel model

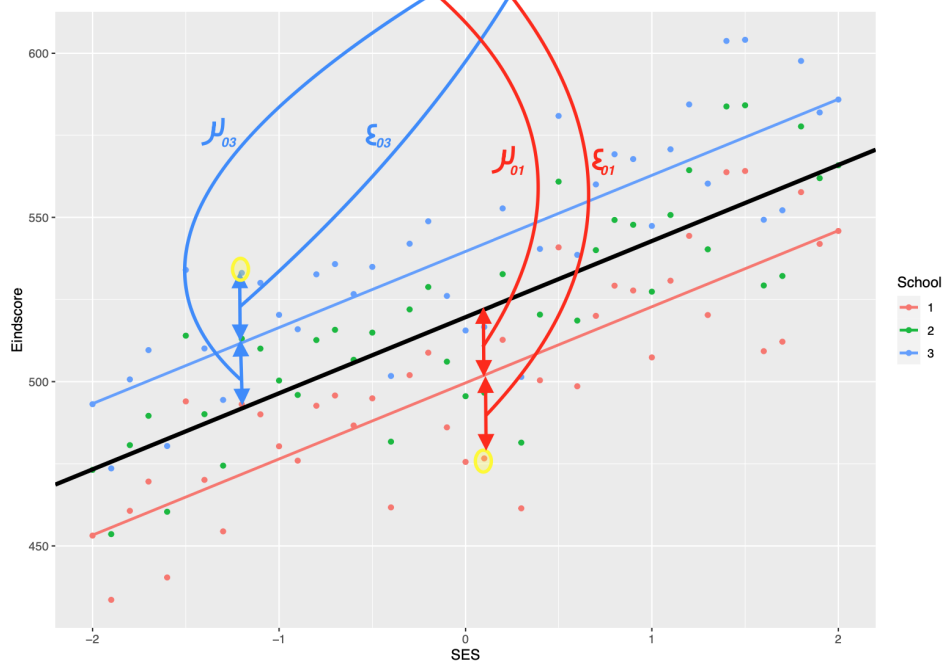
$$Eindscore_{ij} = \beta_0 + \beta_1 * SES_{ij} + (\mu_{0j} + \epsilon_{ij})$$



32 / 49

Multilevel model - Random Intercepts

$$Eindscore_{ij} = \beta_0 + \beta_1 * SES_{ij} + (\mu_{0j} + \epsilon_{ij})$$



33 / 49

Multilevel model - Random Intercepts

$$Eindscore_{ij} = \beta_0 + \beta_1 * SES_{ij} + (\mu_{0j} + \epsilon_{ij})$$

3 scholen, dus 3 verschillende μ_{0j} 's:

- $\mu_{01} \approx -19.39$
- $\mu_{02} \approx 0$
- $\mu_{03} \approx 19.39$

Variantie tussen scholen (berekend):

$$\sigma^2_{\mu_{0j}} = \frac{(\mu_{01}^2 + \mu_{02}^2 + \mu_{03}^2)}{3} \approx 250.56$$

34 / 49

Multilevel model - Random Intercepts

$$Eindscore_{ij} = \beta_0 + \beta_1 * SES_{ij} + (\mu_{0j} + \epsilon_{ij})$$

123 leerlingen, dus **123 verschillende** ϵ_{0ij} 's:

Variantie tussen leerlingen (berekend) =

$$\sigma_{\epsilon_{0ij}}^2 = \frac{(\epsilon_{011}^2 + \epsilon_{012}^2 + \dots)}{123} \approx 327.39$$

35 / 49

ICC

Hoe groot is de impact van scholen?

Uitgedrukt in '% variantie'

$$ICC = \frac{\sigma_{\mu_{0j}}^2}{\sigma_{\mu_{0j}}^2 + \sigma_{\epsilon_{0ij}}^2} = \frac{var_{scholen}}{var_{scholen} + var_{ln}} = \frac{250.56}{250.56 + 327.39} = 0.43$$

ICC = Intraclass Correlation

36 / 49

Multilevel model - Random Intercepts

Wat wordt geschat (ipv berekend zoals hierboven):

- **Fixed effects** = het model overheen alle eenheden
- **Random effects** = verschillende varianties

In ons voorbeeld

- Fixed effects: Intercept + Slope (SES)
- Random effects: (1) Variantie tussen scholen en (2) variantie tussen leerlingen in scholen

37 / 49

Multilevel analyse in R (lme4)

Let the fun begin...

38 / 49

Pakketten in R

Er bestaan verschillende pakketten in R om multilevel analyses uit te voeren

Wij hanteren `lme4` en aanvullend het pakket `lmerTest`

```
install.packages('lme4', dependencies = T)
install.packages('lmerTest', dependencies = T)
library(lme4)
library(lmerTest)
```

39 / 49

Nulmodel definiëren

Model zonder enige voorspellers.

Doel

Schatten van de 'onconditionele' varianties op de verschillende onderscheiden niveaus (levels)

Enkel een overall gemiddelde en varianties worden geschat...

We zullen straks werken met een PIRLS voorbeeld over leesvaardigheid.

```
Vlaanderen_1_2_3$Leesvaardigheid <- Vlaanderen_1_2_3$ASRREA01
```

40 / 49

Nulmodel definiëren (voorbeeld in Pirls)

```
PIRLS_Model0 <- lmer(  
  Leesvaardigheid ~ 1 + (1|IDSCHOOL),  
  data = Vlaanderen_1_2_3,  
  REML = F)  
  
summary(PIRLS_Model0)  
  
# ICC  
587.4/(587.4+3095.2)
```

```
Linear mixed model fit by maximum likelihood . t-tests use Satterthwaite's  
method [lmerModLmerTest]  
Formula: Leesvaardigheid ~ 1 + (1 | IDSCHOOL)  
Data: Vlaanderen_1_2_3  
  
AIC      BIC    logLik deviance df.resid  
56823.7  56843.3 -28408.8  56817.7    5195  
  
Scaled residuals:  
      Min       1Q   Median       3Q      Max  
-3.7482 -0.6609  0.0138  0.6875  3.6439  
  
Random effects:  
Groups   Name             Variance Std.Dev.  
IDSCHOOL (Intercept)  587.4    24.24  
Residual                3095.2    55.63  
Number of obs: 5198, groups:  IDSCHOOL, 148  
  
Fixed effects:  
              Estimate Std. Error      df t value Pr(>|t|)  
(Intercept)  524.025      2.175 144.014   240.9   <2e-16 ***  
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
  
[1] 0.1595069
```

41 / 49

Nulmodel met 3 levels

Ook variantie tussen klassen?

```
PIRLS_Model1 <- lmer(  
  Leesvaardigheid ~ 1 + (1|IDSCHOOL) + (1|IDCLASS),  
  data = Vlaanderen_1_2_3,  
  REML = F)  
  
summary(PIRLS_Model1)  
  
# ICC klasniveau  
166.1/(166.1 + 490.4 + 3016.6)  
# ICC schoolniveau  
490.4/(166.1 + 490.4 + 3016.6)
```

```
Linear mixed model fit by maximum likelihood . t-tests use Satterthwaite's  
method [lmerModLmerTest]  
Formula: Leesvaardigheid ~ 1 + (1 | IDSCHOOL) + (1 | IDCLASS)  
Data: Vlaanderen_1_2_3  
  
AIC      BIC    logLik deviance df.resid  
56785.5  56811.7 -28388.7  56777.5    5194  
  
Scaled residuals:  
      Min       1Q   Median       3Q      Max  
-3.4014 -0.6589  0.0139  0.7004  3.7464  
  
Random effects:  
Groups   Name             Variance Std.Dev.  
IDCLASS  (Intercept)    166.1    12.89  
IDSCHOOL (Intercept)   490.4    22.14  
Residual                3016.6    54.92  
Number of obs: 5198, groups:  IDCLASS, 277; IDSCHOOL, 148  
  
Fixed effects:  
              Estimate Std. Error      df t value Pr(>|t|)  
(Intercept)  523.846      2.175 143.213   240.8   <2e-16 ***  
---  
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1  
  
[1] 0.04522066  
  
[1] 0.1335112
```

42 / 49

Welk nulmodel best?

Opnieuw hanteren we het commando `anova()`

Let op! Modellen moeten **op dezelfde data geschat** worden

→ `na.omit()` indien nodig

```
anova(PIRLS_Model0 , PIRLS_Model1)

Data: Vlaanderen_1_2_3
Models:
PIRLS_Model0: Leesvaardigheid ~ 1 + (1 | IDSCHOOL)
PIRLS_Model1: Leesvaardigheid ~ 1 + (1 | IDSCHOOL) + (1 | IDCLASS)
      npar   AIC    BIC logLik deviance  Chisq Df Pr(>Chisq)
PIRLS_Model0    3 56824 56843 -28409    56818
PIRLS_Model1    4 56785 56812 -28389    56777 40.179   1 2.317e-10 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

43 / 49

Significantietoetsen voor variantieschattingen

```
rand(PIRLS_Model1)

ANOVA-like table for random-effects: Single term deletions

Model:
Leesvaardigheid ~ (1 | IDSCHOOL) + (1 | IDCLASS)
      npar logLik   AIC    LRT Df Pr(>Chisq)
<none>      4 -28389 56785
(1 | IDSCHOOL)    3 -28419 56843 59.741   1 1.082e-14 ***
(1 | IDCLASS)     3 -28409 56824 40.179   1 2.317e-10 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

`logLik` is significant lager voor modellen waarin ofwel variantie tussen scholen of variantie tussen klassen verwijderd worden

→ Beide varianties behouden in het model

44 / 49

Voorspellers toevoegen

```
Vlaanderen_1_2_3$Gender <- recode(
  Vlaanderen_1_2_3$ASBG01,
  '1 = "Girls"; 2 = "Boys"'
)

Vlaanderen_1_2_3$Ouders_GraagLezenZ <- scale(Vlaanderen_1_2_3$ASBHPLR)
```

```
PIRLS_ModelRI <- lmer(
  Leesvaardigheid ~ 1 + Gender + Ouders_GraagLezenZ +
    (1|IDSCHOOL) + (1|IDCLASS),
  data = Vlaanderen_1_2_3,
  REML = F)
```

45 / 49

Voorspellers toevoegen

```
Linear mixed model fit by maximum likelihood . t-tests use Satterthwaite's
method [lmerModLmerTest]
Formula: Leesvaardigheid ~ 1 + Gender + Ouders_GraagLezenZ + (1 | IDSCHOOL) +
  (1 | IDCLASS)
Data: Vlaanderen_1_2_3

      AIC      BIC    logLik deviance df.resid
50414.6  50453.3 -25201.3  50402.6     4629

Scaled residuals:
      Min       1Q   Median       3Q      Max
-3.5382 -0.6457  0.0261  0.6831  3.6867

Random effects:
Groups   Name      Variance Std.Dev.
IDCLASS  (Intercept)  151.2    12.30
IDSCHOOL (Intercept)  420.8    20.51
Residual                2871.3   53.58
Number of obs: 4635, groups: IDCLASS, 275; IDSCHOOL, 147

Fixed effects:
              Estimate Std. Error    df t value Pr(>|t|)
(Intercept)    520.8727     2.2258 186.6044 234.011 < 2e-16 ***
GenderGirls     10.1501     1.6083 4492.7054   6.311 3.04e-10 ***
Ouders_GraagLezenZ 11.4031     0.8162 4546.6389  13.972 < 2e-16 ***
---
Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

Correlation of Fixed Effects:
      (Intr) GndrGr
GenderGirls -0.372
Odrs_GrgLzZ  0.009 -0.010
```

46 / 49

Conditionele varianties vs. onconditionele varianties

Wat valt op als je naar de varianties kijkt?

	Nulmodel (oncond.)	ModelRI (cond.)
Variantie klassen	166.1	151.2
Variantie scholen	490.4	420.8
Variantie leerlingen	3016.6	2871.3

47 / 49

Blik op de toekomst

Mogelijkheid tot **peerfeedback op tussentijdse versie van de paper!**

Info volgt, maar voor nu alvast:

- deadline indienen paper° **zondag 12 december**
- peerfeedback via **Comproved** (maandag 13 december tot zondag 19 december)
- bespreking tijdens C6 (23 december)

° Tussentijdse versie = methodologieluik + OV1 + OV2

48 / 49

Time to pRactice!

Oefeningen en respons terug te vinden op BB