

GKN - Contactmoment 1

Deel 2: Structurele Vergelijkingsmodellen

Sven De Maeyer & Bea Mertens

14/10/2021

1 / 41

Het padmodel

Laat maar komen, die indirecte effecten ...

2 / 41

Uit het vorige deel...

Even hernemen:

Leidt voorkennis (z-score) tot een andere leeractiviteit ('kijktijd') en bijgevolg tot andere eindresultaten?

Voorkennis → nMinuten → Eindtoets

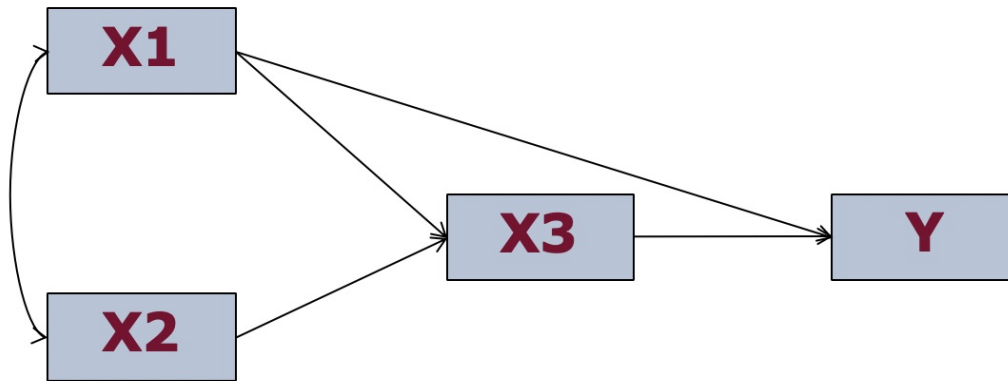
3 / 41

Van eenvoudig



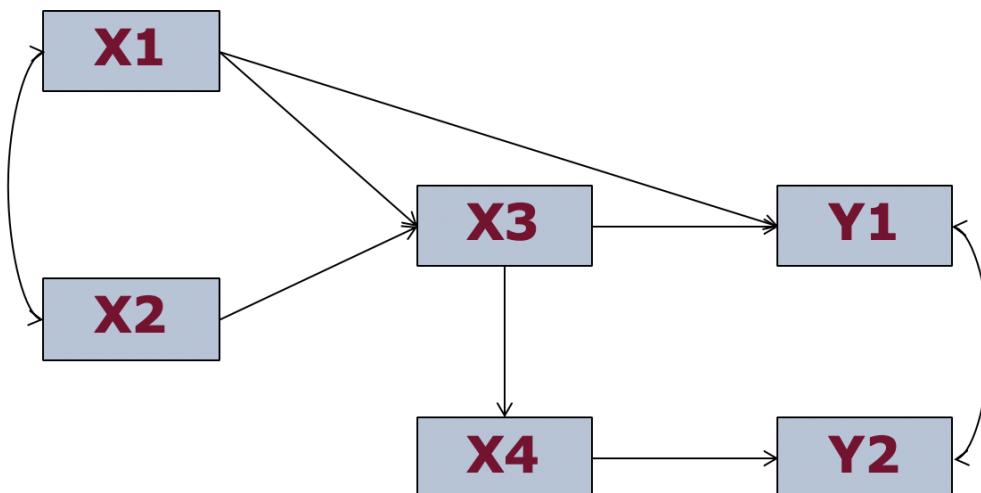
4 / 41

Naar minder eenvoudig



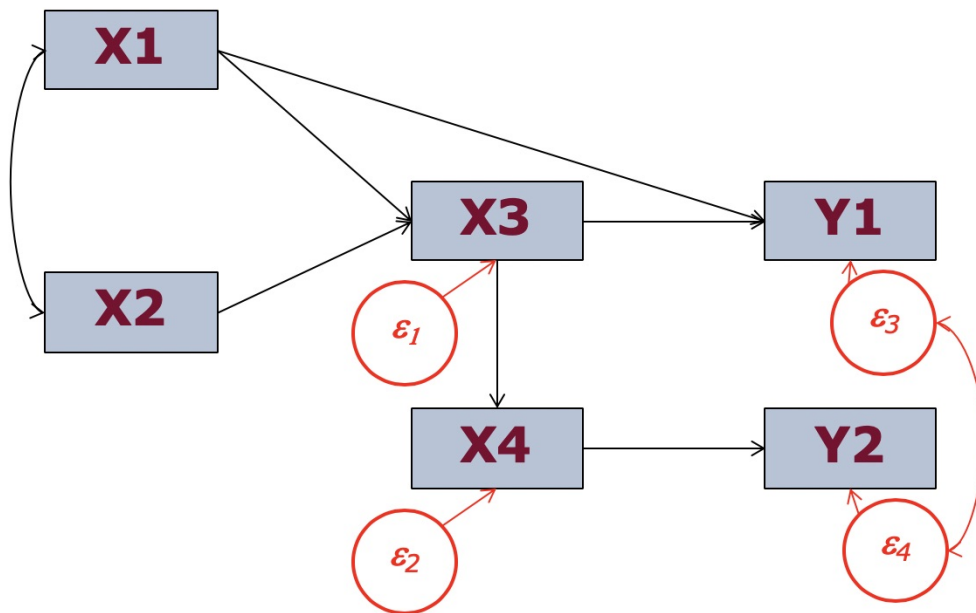
5 / 41

Naar complex



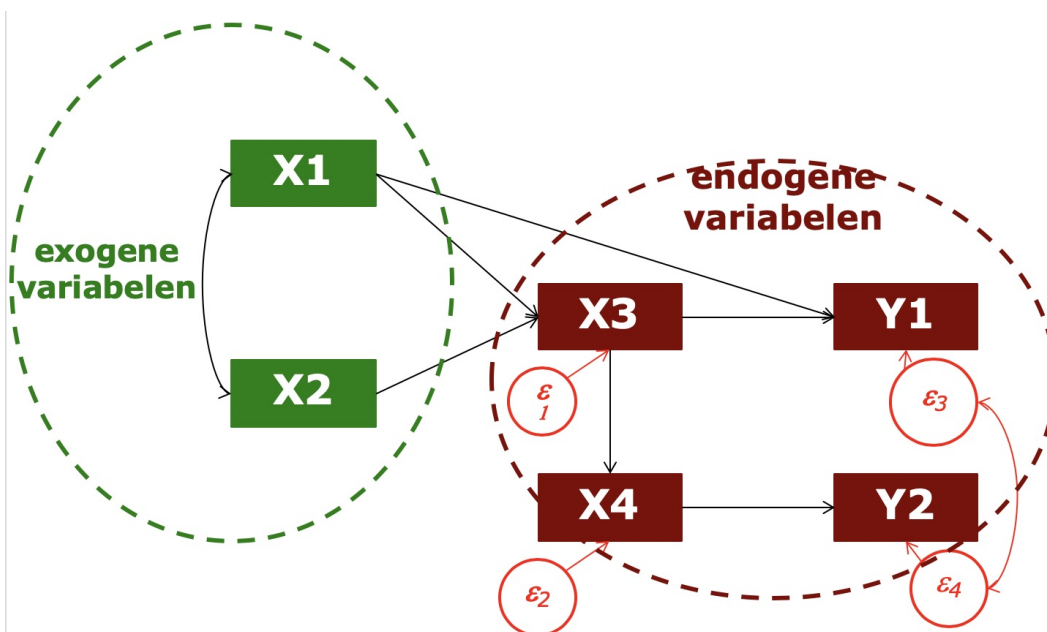
6 / 41

Tot zeer complex



7 / 41

De onderdelen uit een padmodel



8 / 41

Hoe het padmodel 'toetsen' en 'schatten'

Hiervoor hanteren we **Structurele Vergelijkingsmodellen**

oftewel **Structural Equation Modelling (SEM)**

= veelzijdig statistisch model o.a. gehanteerd voor het testen van padmodellen

9 / 41

Lavaan

Latent Variable Analysis

10 / 41

Lavaan

Verschillende pakketten in R om SEM uit te voeren

Wij hanteren **lavaan** (Eerst installeren!)

```
library(lavaan)
```

website van het lavaan project: <http://lavaan.ugent.be/tutorial/index.html>

11 / 41

Workflow lavaan

```
# STAP 1: Model definiëren  
Model1 <- 'y ~ x1 + x3  
          x3 ~ x4 + x5'  
  
# STAP 2: Model analyseren op basis van dataset 'Data'  
Fit_Model1 <- sem(Model1, data = Data, fixed.x = FALSE)  
  
# STAP 3: Output bekijken en interpreteren  
summary(Fit_Model1, fit.measures = TRUE, standardized = TRUE)
```

12 / 41

Een eenvoudig voorbeeld uit PIRLS

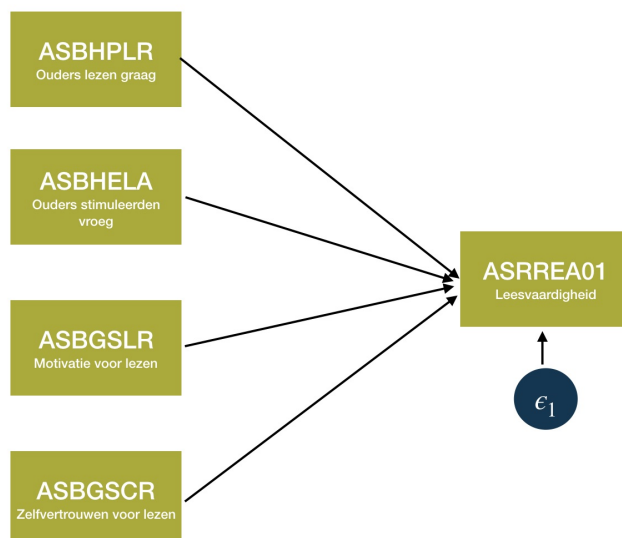
In hoeverre hebben de mate waarin ouders graag lezen (variabele 'Leesplezier'), kinderen van jongsaf aan stimuleren om te lezen (variabele 'Stimuleren'), de leesmotivatie van jongeren (variabele 'Motivatie') en zelfvertrouwen van jongeren voor lezen (variabele 'Zelfvertrouwen') een effect op de leesvaardigheid van jongeren (variabele 'Leesvaardigheid')?

Hoe visualiseren?

Welke parameters gaan geschat worden?

13 / 41

Eenvoudig voorbeeld - visueel



14 / 41

Eenvoudig voorbeeld - in lavaan

```
PIRLS_M1 <- 'Leesvaardigheid ~ Leesplezier + Stimuleren + Motivatie + Zelfvertrouwen'
Fit_PIRLS_M1 <- sem(PIRLS_M1, data = Vlaanderen)
summary(Fit_PIRLS_M1, standardized = T, rsq = T)
```

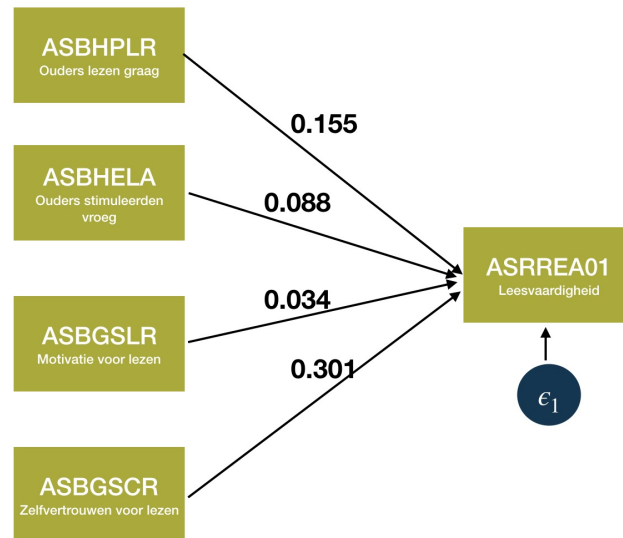
 *Het argument `rsq = T` staat niet vermeld in het OLP!*

15 / 41

```
## lavaan 0.6-9 ended normally after 50 iterations
##
##      Estimator              ML
##      Optimization method    NLMINB
##      Number of model parameters      5
##
##      Used      Total
##      Number of observations    4578    5198
##
## Model Test User Model:
##
##      Test statistic      0.000
##      Degrees of freedom      0
##
## Parameter Estimates:
##
##      Standard errors      Standard
##      Information          Expected
##      Information saturated (h1) model    Structured
##
## Regressions:
##      Estimate Std.Err z-value P(>|z|) Std.lv Std.all
##      Leesvaardigheid ~
##      Leesplezier      4.835   0.447  10.818   0.000   4.835   0.155
##      Stimuleren      2.986   0.489   6.105   0.000   2.986   0.088
##      Motivatie      1.126   0.470   2.397   0.017   1.126   0.034
##      Zelfvertrouwen   8.761   0.410  21.384   0.000   8.761   0.301
##
## Variances:
##      Estimate Std.Err z-value P(>|z|) Std.lv Std.all
##      .Leesvaardighed 3022.310  63.171  47.843   0.000 3022.310   0.844
##
## R-Square:
##      Estimate
##      Leesvaardighed   0.156
```

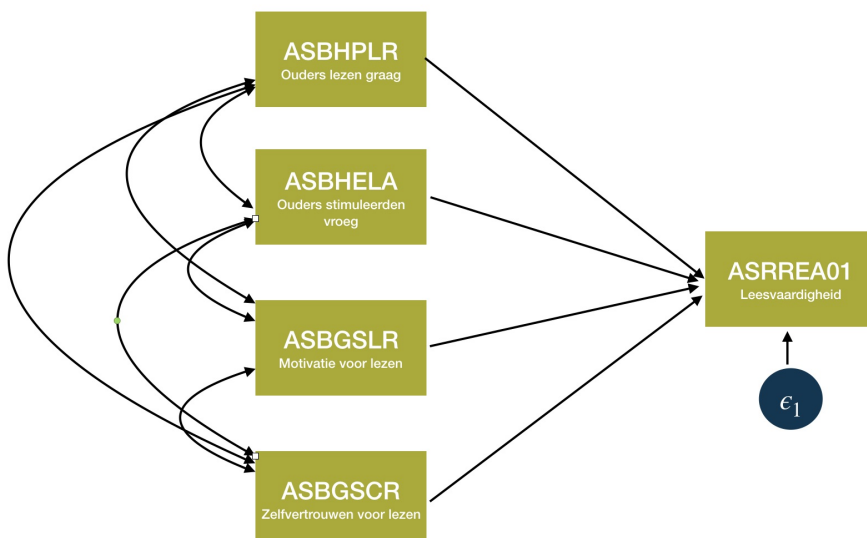
16 / 41

Eenvoudig voorbeeld - resultaten



17 / 41

Samenhang tussen de onafhankelijke variabelen?



18 / 41

Samenhang tussen onafh. var. - in lavaan

```
PIRLS_M1a <- 'Leesvaardigheid ~ Leesplezier + Stimuleren + Motivatie + Zelfvertrouwen'
Fit_PIRLS_M1a <- sem(PIRLS_M1a, fixed.x = F, data = Vlaanderen)
summary(Fit_PIRLS_M1a, standardized = T, rsq = T)
```

Het argument **fixed.x = F** werd toegevoegd!

19 / 41

Parameter Estimates:

Standard errors	Standard
Information	Expected
Information saturated (h1) model	Structured

Regressions:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
Leesvaardigheid ~						
Leesplezier	4.835	0.447	10.818	0.000	4.835	0.155
Stimuleren	2.986	0.489	6.105	0.000	2.986	0.088
Motivatie	1.126	0.470	2.397	0.017	1.126	0.034
Zelfvertrouwen	8.761	0.410	21.384	0.000	8.761	0.301

Covariances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
Leesplezier ~~						
Stimuleren	1.048	0.052	19.989	0.000	1.048	0.309
Motivatie	0.404	0.051	7.854	0.000	0.404	0.117
Zelfvertrouwen	0.422	0.059	7.187	0.000	0.422	0.107
Stimuleren ~~						
Motivatie	0.482	0.048	10.136	0.000	0.482	0.152
Zelfvertrouwen	0.469	0.054	8.659	0.000	0.469	0.129
Motivatie ~~						
Zelfvertrouwen	0.914	0.056	16.181	0.000	0.914	0.246

Variances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.Leesvaardighed	3022.310	63.171	47.843	0.000	3022.310	0.844
Leesplezier	3.685	0.077	47.843	0.000	3.685	1.000
Stimuleren	3.114	0.065	47.843	0.000	3.114	1.000
Motivatie	3.248	0.068	47.843	0.000	3.248	1.000
Zelfvertrouwen	4.238	0.089	47.843	0.000	4.238	1.000

R-Square:

	Estimate
Leesvaardighed	0.156

20 / 41

Een echt padmodel

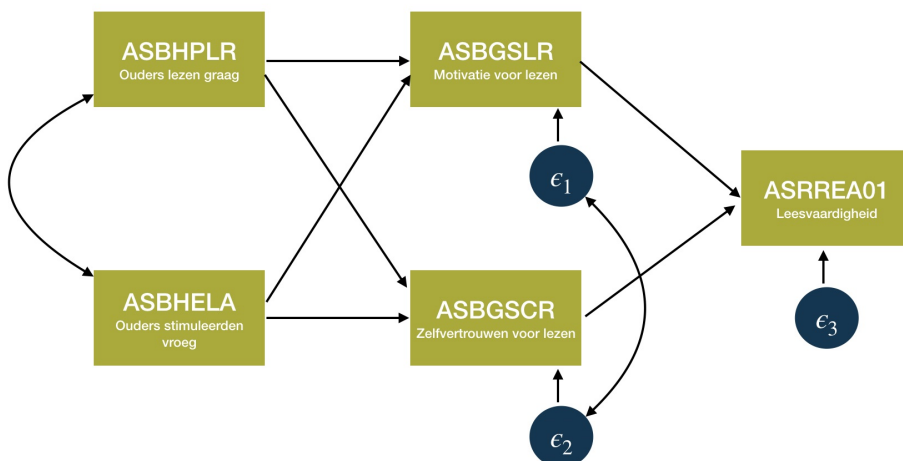
In hoeverre hebben de mate waarin ouders graag lezen (variabele 'Leesplezier') en hun kinderen al vroeg stimuleerden om te lezen (variabele 'Stimuleren') via zowel de motivatie om te lezen van leerlingen (variabele 'Motivatie') als hun zelfvertrouwen voor lezen (variabele 'Zelfvertrouwen') een onrechtstreeks effect op de leesvaardigheid van jongeren (variabele 'Leesvaardigheid')?

Hoe visualiseren?

Welke parameters gaan geschat worden?

21 / 41

Een echt padmodel - visueel



22 / 41

Een echt padmodel - in lavaan

```
PIRLS_M2 <- ' Leesvaardigheid ~ Motivatie + Zelfvertrouwen
             Motivatie      ~ Leesplezier + Stimuleren
             Zelfvertrouwen ~ Leesplezier + Stimuleren
             Motivatie      ~~ Zelfvertrouwen'

Fit_PIRLS_M2 <- sem(PIRLS_M2, fixed.x = F, data = Vlaanderen)

summary(Fit_PIRLS_M2, standardized = T, rsq = T)
```

23 / 41

Een echt padmodel - resultaten

Parameter Estimates:

Standard errors	Standard
Information	Expected
Information saturated (h1) model	Structured

Regressions:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
Leesvaardigheid ~						
Motivatie	1.995	0.476	4.193	0.000	1.995	0.060
Zelfvertrouwen	9.386	0.416	22.536	0.000	9.386	0.323
Motivatie ~						
Leesplezier	0.073	0.014	5.054	0.000	0.073	0.077
Stimuleren	0.130	0.016	8.328	0.000	0.130	0.128
Zelfvertrouwen ~						
Leesplezier	0.079	0.016	4.814	0.000	0.079	0.074
Stimuleren	0.124	0.018	6.905	0.000	0.124	0.106

Covariances:

	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.Motivatie ~~						
.Zelfvertrouwen	0.822	0.055	14.994	0.000	0.822	0.227
Leesplezier ~~						
Stimuleren	1.048	0.052	19.989	0.000	1.048	0.309

Variances:

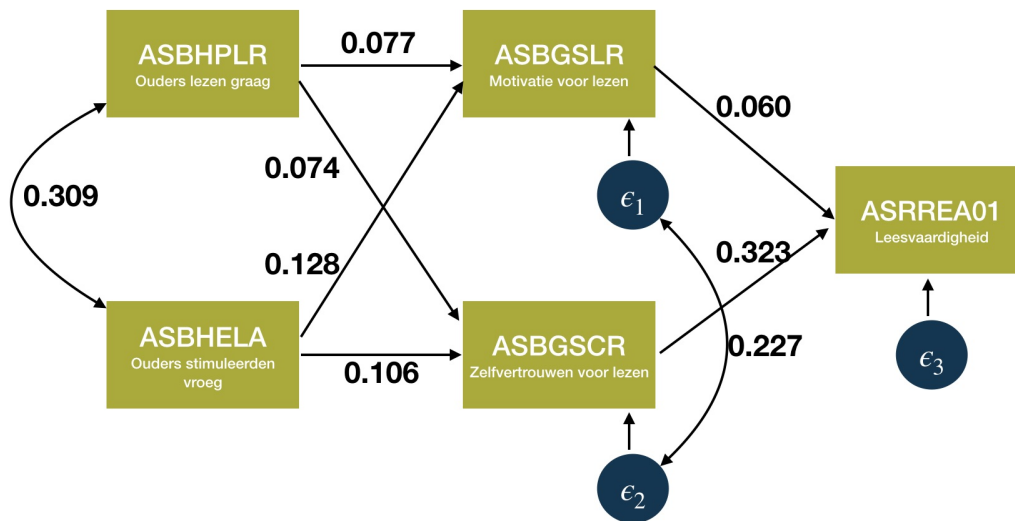
	Estimate	Std.Err	z-value	P(> z)	Std.lv	Std.all
.Leesvaardighed	3161.409	66.078	47.843	0.000	3161.409	0.883
.Motivatie	3.156	0.066	47.843	0.000	3.156	0.972
.Zelfvertrouwen	4.147	0.087	47.843	0.000	4.147	0.978
Leesplezier	3.685	0.077	47.843	0.000	3.685	1.000
Stimuleren	3.114	0.065	47.843	0.000	3.114	1.000

R-Square:

	Estimate
Leesvaardighed	0.117
Motivatie	0.028
Zelfvertrouwen	0.022

24 / 41

Een echt padmodel - resultaten visueel



25 / 41

Syntax van lavaan

Type	Teken in lavaan	mnemonic
regressie	$A \sim B$	A is afhankelijk van B
covariantie	$A \sim\sim B$	A hangt samen met B
latente variabele	$A = \sim B + C + \dots$	A wordt gemeten door B, C, en ...

26 / 41

Model Fit

Is er wel een goede fit tussen data en model?

27 / 41

Hoe goed is het model?

Vaak meerdere 'concurrerende' modellen

OF één model op zich

Cruciale vragen: welk model is het best? hoe goed is elk/het model?

28 / 41

Logica achter SEM

Bij regressieanalyse was de logica om te zoeken naar die schattingen van parameters die ervoor zorgen dat de som van de ϵ_i zo klein mogelijk is!

Bij SEM werkt het anders!

29 / 41

Logica achter SEM

Stel 3 kenmerken gemeten bij 5 respondenten

+ theorie zegt dat kenmerk C een functie is van A en B:

$$C = A + 0.5 * B$$

Hoe zou jij deze theorie intuïtief testen?

Respondent	Kenmerk A	Kenmerk B	Kenmerk C
1	3	3.5	?
2	4	5	?
3	3	4	?
4	1	3	?

30 / 41

Logica achter SEM

Vastgestelde waarden worden vergeleken met verwachte waarden volgens het theoretische model (cfr. kruistabellen)

NIET individuele scores zoals bij regressie:

- voorspelde score
- tov. geobserveerde score (verschil = ϵ_i)

WEL de variantie-covariantiematrix tussen variabelen:

- voorspelde matrix Σ
- tov. geobserveerde matrix S

31 / 41

Een echt padmodel - visueel

Σ de verwachte variantie- covariantiematrix gegeven onderstaand model

32 / 41

Een echt padmodel - matrices vergeleken

Verwachte varianties en covarianties:

```
fitted(Fit_PIRLS_M2)
```

```
$cov
      Lsvrdg  Motivt  Zlfvrt  Lsplzr  Stmlrn
Leesvaardigheid 3581.937
Motivatie      15.058   3.248
Zelfvertrouwen 41.604   0.914   4.238
Leesplezier     4.769   0.404   0.422   3.685
Stimuleren      5.362   0.482   0.469   1.048   3.114
```

Geobserveerde varianties en covarianties:

```
Vars <- na.omit(Vlaanderen[,c("Leesvaardigheid", "Leesplezier", "Stimuleren", "Motivatie", "Zelfvertrouwen")])
round(cov(Vars),2)
```

```
      Leesvaardigheid Leesplezier Stimuleren Motivatie Zelfvertrouwen
Leesvaardigheid      3582.72    25.11    19.02    15.06    41.61
Leesplezier          25.11     3.69     1.05     0.40     0.42
Stimuleren           19.02     1.05     3.12     0.48     0.47
Motivatie            15.06     0.40     0.48     3.25     0.91
Zelfvertrouwen       41.61     0.42     0.47     0.91     4.24
```

33 / 41

Fit indices

We kunnen beide matrices 'op het zicht' vergelijken, maar beter om hier een maat voor te hebben.

Er zijn er 'een hele hoop'. Wij hanteren:

- Chi-kwadraat toets;
- beschrijvende fit indices (bv. CFI);
- RMSEA

34 / 41

Chi-kwadraattoets

Chi-kwadraat waarde drukt uit hoe sterk beide matrices (S en Σ) van elkaar verschillen

- Chi-kwadraat waarde *laag* = goed teken
- Chi-kwadraat waarde *hoog* = slecht teken

Bijhorende significantietoets drukt uit of de Chi-kwadraat waarde **significant afwijkt van nul**

- p-waarde > 0.05 = goed teken
- p-waarde < 0.05 = slecht teken

Let op! Deze toets is enkel waardevol indien steekproefgrootte (= n) niet te groot is!
(Ruwe richtlijn: als $n > 500$, niet te hard vertrouwen op Chi-kwadraat toets)

35 / 41

CFI

Chi-kwadraat toets is afhankelijk van steekproefgrootte

→ Statistici hebben andere **beschrijvende fit indices** ontwikkeld

CFI (comparative fit index)

LOGICA: analoog aan R^2 in regressie.

- Kan waarde aannemen tussen 0 en 1
- Hoe dichter tegen 1 hoe beter het model de verschillen verklaart
- Vuistregel: goed model **CFI** > 0.95

36 / 41

RMSEA

Alternatieve, vaak gerapporteerde, fit index = **Root Mean Square of Approximation**

- RMSEA ≤ 0.05 wijst op een *goed* model!!
- RMSEA tussen 0.05 en 0.08 = *aanvaardbaar*

37 / 41

Fit voor het echte padmodel

```
fitMeasures(Fit_PIRLS_M2,  
            c("npar", "chisq", "df", "pvalue", "cfi", "rmsea"))
```

npar	chisq	df	pvalue	cfi	rmsea
13.000	205.993	2.000	0.000	0.836	0.149

Zelfde informatie krijg je ook indien je `summary(Fit_PIRLS_M2)` hanteert

38 / 41

Modellen vergelijken qua fit

Bij twee of meerdere alternatieve modellen kan je ook modellen vergelijken en kijken welk model best bij de data past

- **geneste modellen**: verschil in Chi-kwadraat toets + **AIC** (hoe lager hoe beter);
- **niet-geneste modellen**: **AIC** (hoe lager hoe beter)

(Niet-geneste modellen zijn modellen waarvan het één **geen vereenvoudiging** is van het andere (komt niet zo vaak voor).)

39 / 41

PIRLS voorbeeld - vergelijking Model1a en Model2

Zijn 2 geneste modellen

```
anova(Fit_PIRLS_M1, Fit_PIRLS_M2)
```

Chi-Squared Difference Test

	Df	AIC	BIC	Chisq	Chisq diff	Df diff	Pr(>Chisq)
Fit_PIRLS_M1	0	49689	49721	0.00			
Fit_PIRLS_M2	2	124121	124204	205.99	205.99	2	< 2.2e-16 ***

Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1

→ Model2 significant hogere Chi-kwadraat waarde (dus "slechter" model) → Model2 **AIC** hoger (dus "slechter" model)

Het model1 is echter 'verzadigd' (geen vrijheidsgraden (zie kolom *df*), dus perfecte fit!)

Maw, geen interessant model!

40 / 41

Time to pRactice!

Oefeningen en respons terug te vinden op BB