

Отчет по лабораторной работе № 2

Методы оптимизации

Методы многомерной оптимизации

Скроба Дмитрий М3234



ITMO UNIVERSITY

June 2021

1. Постановка задачи

- Реализовать алгоритмы многомерной оптимизации функций:
 1. Метод градиентного спуска
 2. Метод наискорейшего спуска
 3. Метод сопряженных градиентов
- Оценить различия скорости сходимости методов в зависимости от: метода оптимизации, входных данных, в частности от числа обусловленности оптимизируемой функции и размерности пространства.
- Построить графики зависимости и визуализации работы методов.

2. Исследуемые функции

- Функция 1: $f(x, y) = 16x^2 + 8y^2 - 2xy + 5x - 7y + 1$
- Функция 2: $f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 20x - 12y + 5$

Аналитические решения функций:

- **Функция 1:** $f(x, y) = 16x^2 + 8y^2 - 2xy + 5x - 7y + 1$

$$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \min f(x, y)$$

$$\begin{cases} f'_x = 32x - 2y + 5 = 0 \\ f'_y = 16y - 2x - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{33}{254} \\ y = \frac{107}{254} \end{cases} \Leftrightarrow \min f(x, y) = -\frac{203}{254}$$

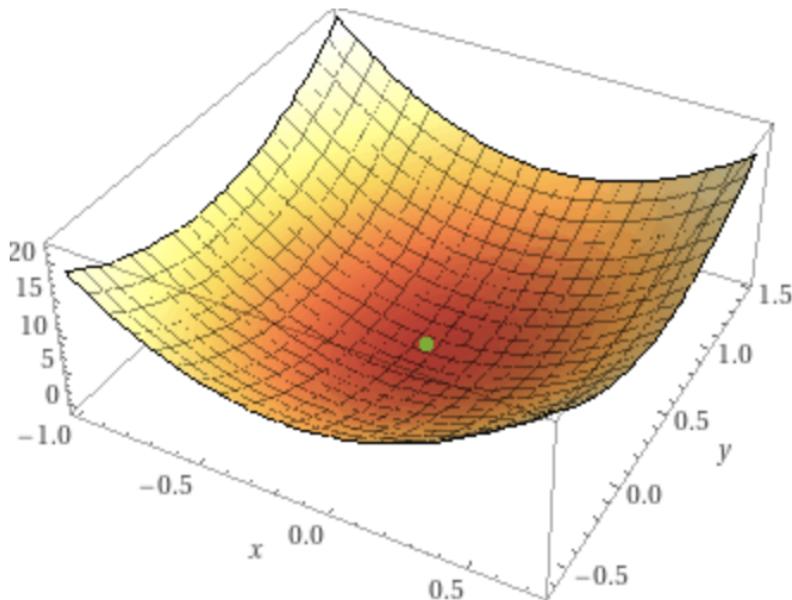


Рис. 1: Аналитическое решение 1-ой функции и ее график

- **Функция 2:** $f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 20x - 12y + 5$

$$\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{minimum } f(x, y)$$

$$\begin{cases} f'_x = 2x - 20 = 0 \\ f'_y = 6y - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \min f(x, y) = -107$$

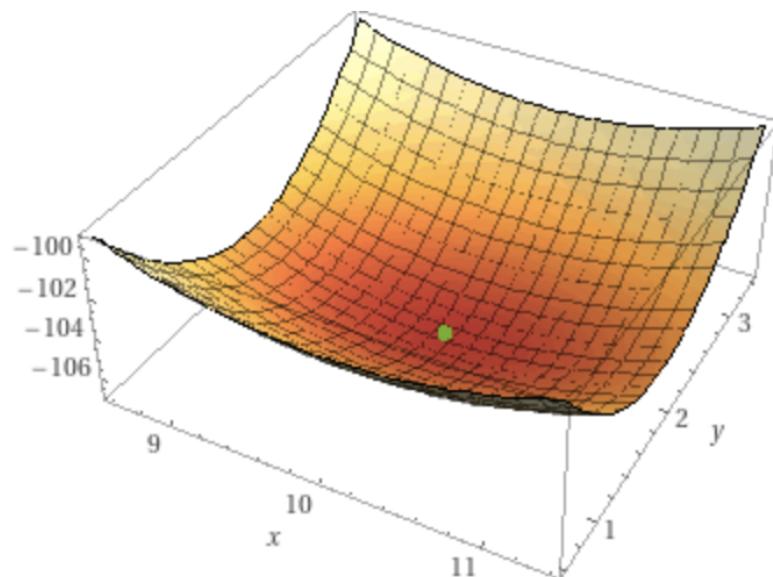


Рис. 2: Аналитическое решение 2-ой функции и ее график

3. Полученные результаты

Параметры исследований:

- Условие остановки: $\|\nabla f(x^{[k]})\| \leq \epsilon$;
- Начальная точка: $x^0 = (0, 0, \dots, 0)$;
- $\epsilon = 10^{-5}$;
- $\delta = 0.95$;
- Начальный шаг для градиентного спуска: 1;
- Число итераций для обновления метода сопряженных градиентов: 10.

1. **Функция 1** - $f(x, y) = 16x^2 + 8y^2 - 2xy + 5x - 7y + 1$:

- Метод градиентного спуска
- Метод наискорейшего спуска
- Метод сопряженных градиентов

2. **Функция 2** - $f(x, y) = x^2 + 3y^2 - 20x - 12y + 5$:

- Метод градиентного спуска
- Метод наискорейшего спуска
- Метод сопряженных градиентов