LAB03

———PB18071496_李昱祁

一．实验要求：

用 LC-3 汇编语言编写程序，并用汇编程序将其汇编成 LC-3 .obj 文件。该程序用于计算两个正数的最大公约数。

具体：

- 在 R0 和 R1 寄存器中将给出两个正数 16 位有符号整数。(输出值应该放在 R0 中)
- 请勿访问除 x3000–xFDFF 以外的任何内存部分。
- 程序应以 HALT 结束。
- 执行后，R7 寄存器应保持不变。

二．算法实现

采用“更相减损术”：

设两个数分别为 a、b，则求 a、b 最大公约数算法如下：

（1） 计算 a-b

（2） 若结果等于 0，转（3）；
若结果大于 0，则令 a = a-b，转（1）；
否则，令 b=b-a，转（1）

（3） 此时 a 值即为所求最大公约数

三．程序编写

在 visual studio code 编辑器中使用 LC-3 汇编语言，按照上述算法编写了程序，源代码与注释如下：

```
    .ORIG x3000
loop    NOT R2,R1
    ADD R2,R2,#1
    ADD R2,R0,R2    ;calculate R0-R1
    BRN Lable       ;if R0<R1 , go to “Lable” (to assign R1 = R1 - R0);
```

```
    BRZ end          ;if R1==R0 ,the integer in R0 is the
    ADD R0,R2,#0     ;Neither of the above is true,which means R0>R1.
;then assign R0 = R0 - R1.
    BRNZP loop
Lable   NOT R2,R2
    ADD R1,R2,#1     ;assign R1 = R1 - R0
    BRNZP loop       ;Continue the circulation
end HALT
    .END
```

其中当 R0-R1 < 0 时，R1-R0 == ~(R0-R1)+1，可以使用之前运算的结果节省指令数

四．性能分析

1.时间复杂度：

设 N = max(a,b)

（1）若 a、b 两数大小比较接近，则程序其运行情况接近于“辗转相除法”（此时相减与取模等效），其时间复杂度平均约为 O(logN)

（2）最坏情况下为 O(N)．即若 a、b 两数差距较大(a>>b 或 a<<b)，此时会重复多次执行某一种情况，程序性能较低

综上，该算法的时间复杂度在 O(logN)～O(N)之间，视两个源操作数大小差异是否很大而改变

2.空间复杂度：

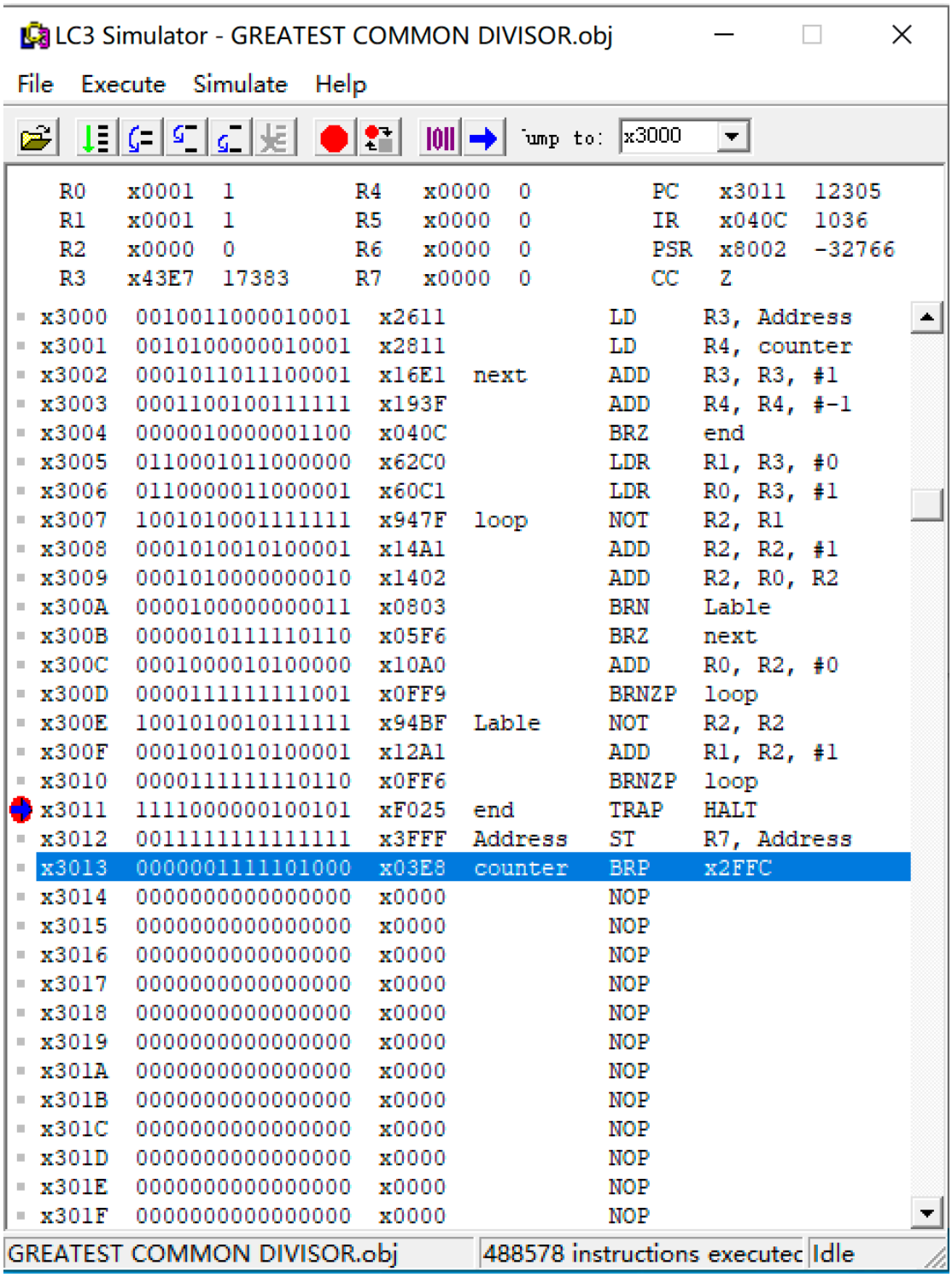
因为本程序仅使用了三个通用寄存器（包括 R0、R1），空间复杂度为 O(1)

3.使用的指令数：

使用高级语言程序生成五组，每组 1000 个数据的随机数（1～32767 之间，等概率取值）

产生数据如下：

之后在 LC-3 编辑器中使用十六进制代码输入，在程序运行前先加载至内存从 x4000 开始的内存中；
设置一个循环，每次读取数据入 R0,R1 中，计算它们的最大公因数，结束后读下一组数据
结果如下：



则平均每组数据所用的指令数为（488578-2）/ 999 - 5 = 484

（减去了循环读取数据时所用的指令条数）

另外两次测试中，求得的平均指令数也在 500 条左右

五．程序加速：

在上文分析该程序的时间复杂度时已经得出，在两个数据相差较大时更相减损术效率较低，可以采用 stein 算法：

（1）:当两数均为偶数时将其同时除以 2 至至少一数为奇数为止，记录除掉的所有公因数 2 的乘积 k；

（2）:如果仍有一数为偶数，连续除以 2 直至该数为奇数为止；

（3）:用更相减损法(辗转相减法)，求出两奇数的最大公约数 d；

（4）:原来两数的最大公约数即为 d*k；

判断奇偶性可以通过 &1（AND 指令）实现，除以 2 可通过右移实现。

由于需要进行右移运算而 LC-3 计算机指令中无该指令，为了提高程序运行速度，我们先将从 x0002-x7FFE 的所有偶数的 1/2 装载入 LC-3 的内存中（例如从 x5000 开始），在需要进行右移运算时直接查表求得

这种算法可将平均的时间复杂度将至 O(logN)左右，但是空间复杂度将大幅度增加，占用了 LC-3 一半的内存用于快速实现右移运算

六．其它要求：

（处理 0 和负值输入）

根据定义，最大公因数的概念是相对于自然数的，所以 0 和负数显然为非法输入；且若原始程序出现了 0，还会造成死循环。

我们可以扩展定义：

（1）0 和非负数的最大公因数为该非负数

（2）若输入中出现负数，则将该负数转变为相反数后再进行计算

在开始时对两个输入进行判断（判断时可以采用 ADD R1,R1,#0 及 BRn、BRz 进行跳转），先判断 R0：

若 R0<0,则 R0 = - R0;

若 R0=0 则 R0 = | R1 |;

若 R0>0 且 R1=0 ，直接结束（此时 R0 已经装载了最终的结果）

若 R1 < 0,则 R1 = -R1，之后再使用更相减损术计算

若 R1 > 0,直接使用更相减损术计算

七．实验总结：

（1）回顾了求最大公约数的几种算法

（2）查表法是一种常见的程序优化方法，牺牲空间用量来换取时间上的性能

（3）通过查阅资料，了解了快速求解最大公因数在现代密码学中的应用