

UNIVERZITET U BIHAĆU
TEHNIČKI FAKULTET
BIHAĆ

AUTOMATSKO UPRAVLJANJE II

Laboratorijske/Auditorne vježbe

ISTOSMJERNI MOTOR
Laplasove transformacije i prijenosna funkcija
(Vježba 2)

mr. Amel Toroman, dipl. ing.el.
Viši asistent

SIMULACIJA PRIMJENOM LAPLASA I PRIJENOSNE FUNKCIJE

Dalje modelovanje i analiza istosmjernog motora biti će bazirana na Laplasovim transformacije kao i prikaz i ponašanje prenosne funkcije motora.

U prvom slučaju, pretpostavka je da su početni uslovi motora jednaki, a naknadno će biti dodani i neki drugi uslovi, radi poređenja i prikaza rada motora. Prije svega, važno je napomenuti da prijenosna funkcija bilo kojeg sistema ovisi od omjera izlaza naprema ulazu. Što se može izraziti formulom: $G(s) = Izlaz(s) / Ulaz(s)$.

U pomenutom slučaju prijenosna funkcija izgleda kao na Slici 1.



Slika 1. Blok shema istosmjernog motora

Pa je $G(s) = \omega(s) / V_s(s)$

$$V_s = R * i(t) + L * di(t) / dt + K_b * \omega(t) ; \quad (1)$$

$$d\omega(t) / dt = (K_t * i(t)) / I_L \quad (2)$$

Prijenosna funkcija bez početnih uslova

Simulacija motora sa početnim uslovima.

$$V_s(t) = R * i(t) + L * di(t) / dt + K_b * \omega(t) ; \quad / L \quad (3)$$

$$V_s(s) = R * I(s) + L * [s * I(s) - i(0)] + K_b * \omega(s) ; \quad (3.1)$$

$$d\omega(t) / dt = (K_t * i(t)) / I_L \quad / L \quad (4)$$

$$s * \omega(s) - \omega(0) = (K_t / I_L) * I(s) \quad (4.1)$$

Obzirom da su početni uslovi jednaki nuli, jednačine se mogu pojednostaviti , iz čega slijedi:

$$V_s(s) = R * I(s) + L * s * I(s) + K_b * \omega(s) ; \quad (3.2)$$

$$s * \omega(s) = (K_t / I_L) * I(s) \quad (4.2)$$

Iz jednačine (4.2) se izrazi: $I(s) \Rightarrow I(s) = (I_L / K_t) * s * \omega(s)$ i to se uvrsti u jednačinu (3.1) iz čega slijedi:

$$V_s(s) = R * (I_L / K_t) * s * \omega(s) + L * s * (I_L / K_t) * s * \omega(s) + K_b * \omega(s) \quad (5)$$

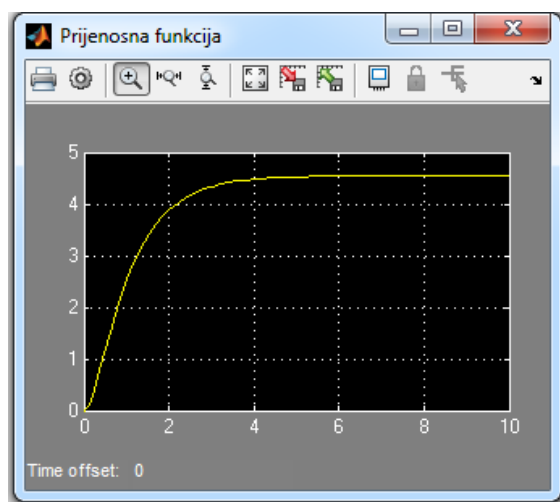
$$V_s(s) = \omega(s) * [R * (I_L / K_t) * s + L * (I_L / K_t) * s^2 + K_b] \quad (5.1)$$

Kada se uvrsti formula za $V_s(s)$ u formulu za prijenosnu funkciju dobiva se sljedeće:

$$G(s) = \omega(s) / V_s(s) = 1 / [s^2 * L * I_L / K_t + s * R * I_L / K_t + K_b] \quad (6)$$

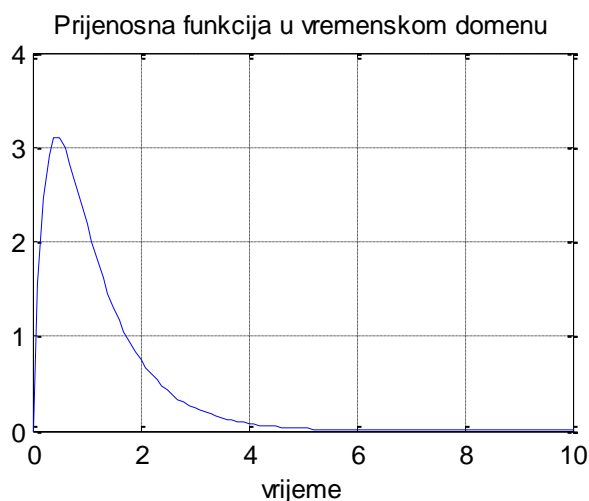
PRIMJER 1: Ukoliko pomenuta funkcija bude predstavljena u Simulinku, korištenjem funkcije „*Transfer function*“ i podatka koji su korišteni u prethodnim proračunima za konstante, dobija se sljedeća prijenosna funkcija:

$$G(s) = \frac{1}{s^2 \cdot A_2 + s \cdot A_1 + A_0}$$



Slika 2. Prijenosna funkcija u Laplasovom domenu

PRIMJER 2: Primjenom inverznog Laplasa ova funkcija će biti prebačena u vremenski domen, te će biti moguće vidjeti njeno ponašanje i u tom, vremenskom, domenu. U slijedećem postupku biće korištena naredba „*residue*“, kako bi se rastavila pomenuta funkcija:



Slika 3. Prijenosna funkcija u vremenskom domenu

Izbor i projektovanje regulatora u sistemu upravljanja zasniva se na definisanim zahtjevima u pogledu njegove dinamike. Dinamički modeli sistema se najčešće prikazuju u četiri različita

domena koji zavise od načina definisanja nezavisno i zavisno promjenljivih: u vremenskom, kompleksnom ili Laplasovom (*Laplace*), frekventnom i diskretnom domenu.

U vremenskom domenu dinamički model se prikazuje u obliku jedne ili sistema diferencijalnih jednačina koji daje vezu između izlaznih promjenljivih (zavisno promjenljive) i vremena (nezavisno promjenljiva). U Laplasovom (kompleksnom) domenu dinamički model se prikazuje u obliku prijenosne funkcije sistema koja se dobija primjenom Laplasove transformacijena model u vremenskom domenu. U ovom modelu, nezavisno promjenljiva je Laplasova kompleksna promjenljiva s .

Sa slike (Slika 3) moguće je uočiti da motor, kada dobije struju, pokreće se i dostiže svoj vrhunac. Nakon toga, motor počinje da stvara moment koji utiče na rad motora i s tim broj obrtaja počinje da opada dok ne dosegne nulu. U suštini, to predstavlja realni rad motora ukoliko mu je doveden samo impuls za pokretanje.

Prijenosna funkcija sa početnim uslovom

U ovom slučaju posmatrat će se prijenosna funkcija u slučaju kada postoji određeni početni uslov. Za odabir početnih uslova uzet će se proizvoljne vrijednosti, kao i komponente koje predstavljaju sam početni uslov. Uz to, smatrat će se da se motor već pokreće, te da je ulazni napon jednak nuli.

U prethodnom dijelu je dokazano da primjenom Laplasa dobijene diferencijalne jednačine imaju početne uslove:

$$Vs(s) = R * I(s) + L*[s*I(s) - i(0)] + Kb* \omega(s) ; \quad (3.1)$$

$$s* \omega(s) - \omega(0) = (Kt/I_L) * I(s) ; \quad (4.1)$$

Pretpostavljeno je da su dati sljedeći početni uslovi:

$$\omega(0) = 45.45 \text{ rad/s}$$

$$i(0) = 0A$$

$$Vs(s) = 0V$$

Nadalje, posmatrat će se ponašanje motora tj. njegovu brzinu obrtanja. Kako je poznato, kod prijenosnih funkcija u Laplasovom domenu tj. predstavljanjem u Matlab Simulink-u korištenjem funkcije „*Transfer function*“ nije moguće podesiti početne uslove. Stoga, rad motora biti će predstavljen samo u vremenskom domenu.

$$0 = R*I(s) + L[s * I(s) - 0] + Kb* \omega(s) \quad (7)$$

$$s*\omega(s) - 45.45 = (Kt / I_L) * I(s) \quad (8)$$

$$0 = (R+s*L)* I(s) + Kb*\omega(s) \quad (9)$$

Iz (9) izrazi se $I(s)$, iz čega slijedi:

$$I(s) = (-Kb * \omega(s)) / (R+s*L) ; \quad (10)$$

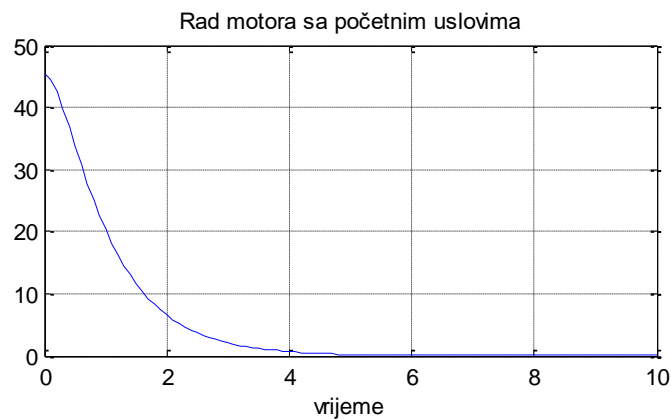
Dobijena relaciju za $I(s)$ se uvrsti u formulu (8) pa se dobije:

$$\begin{aligned} s*\omega(s) - 45.45 &= (Kt/I_L) * (-Kb * \omega(s)) / (R+s*L) \\ s*\omega(s) + (Kt*Kb) * \omega(s) / I_L * (R+s*L) &= 45.45 \\ \omega(s) * [s + (Kt*Kb) / I_L * (R+s*L)] &= 45.45 \\ \omega(s) &= 45.45 / [s + (Kt*Kb) / I_L * (R+s*L)] \end{aligned} \quad (8.1)$$

Kako bi inverzni Laplas mogao biti izražen, potrebno se riješiti „s“ u nazivniku, nakon čega se cijela jednačina pomnoži sa $(R+s*L) / (R+s*L)$

Kada se pomenuti izraz riješi, dobiva se:

$$\omega(s) = [45.45 * (R+s*L)] / [L*s^2 + R*s + Kt*Kb/I_L] \quad (8.2)$$

PRIMJER 3: Prijenosna funkcija rada motora sa početnim uslovima**Slika 4.** Rad motora sa početnim uslovima

Sa slike 4, moguće je uočiti da je motor krenuo sa obrtajima od 45.45 rad/s zatim, zbog stvaranja momenta, je broj obrtaja počeo da opada dok nije dosegao vrijednost 0. Pošto u kolu ne teče struja pa nema ni pobude na motor stanje će se zadržati na nuli. Ako se na ulaz motora dovede napon od 10 V dobiva se sljedeće ponašanje motora, a izraz je moguće pojednostaviti:

$$\omega(s) = G(s) * V_s(s)$$

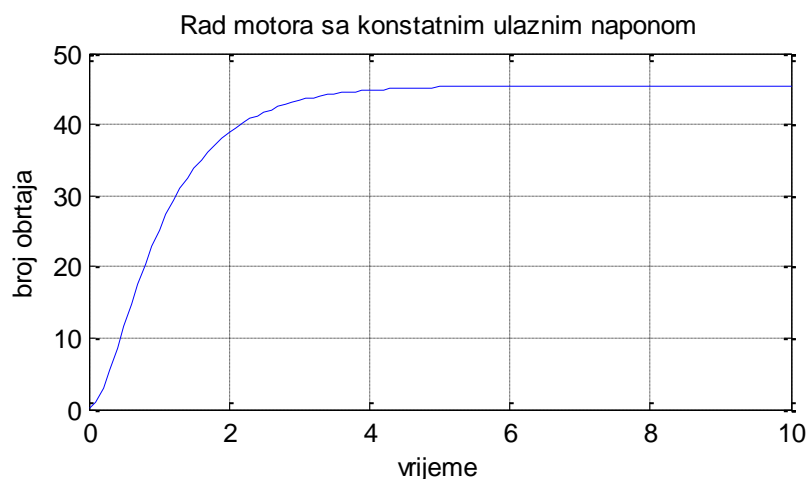
Prvo, ulazni napon iz vremenskog domena potrebno je prebaciti u Laplasov domen

$$V_s(t) = 10 / L$$

$$V_s(s) = 10/s$$

$$G(s) = 1 / s^2 * L * I_L / K_t + s * R * I_L / K_t + K_b; \quad (11)$$

$$\omega(s) = 10 / s^3 * L * I_L / K_t + s^2 * R * I_L / K_t + s * K_b \quad (12)$$

PRIMJER 4: Prijenosna funkcija rada motora sa konstantnim ulaznim naponom**Slika 5.** Rad motora sa konstatnim ulaznim naponom

Kako je moguće vidjeti, u slučaju kada postoji konstantan ulazni napon na ulazu istosmjernog motora brzina obrtaja motora dostiže svoj maksimum brzine obrtanja i zadržava ga cijelo vrijeme sve dok se ne isključi ulazni napon. Jedina razlika u odnosu na Laplasovu domenu je što u realnim uslovima motor, da bi se zadržala brzina obrtanja, mora biti doveden ulazni napon što kod Laplasovog domena nije bilo potrebno. Ovo je realan prikaz rada istosmjernog motora.