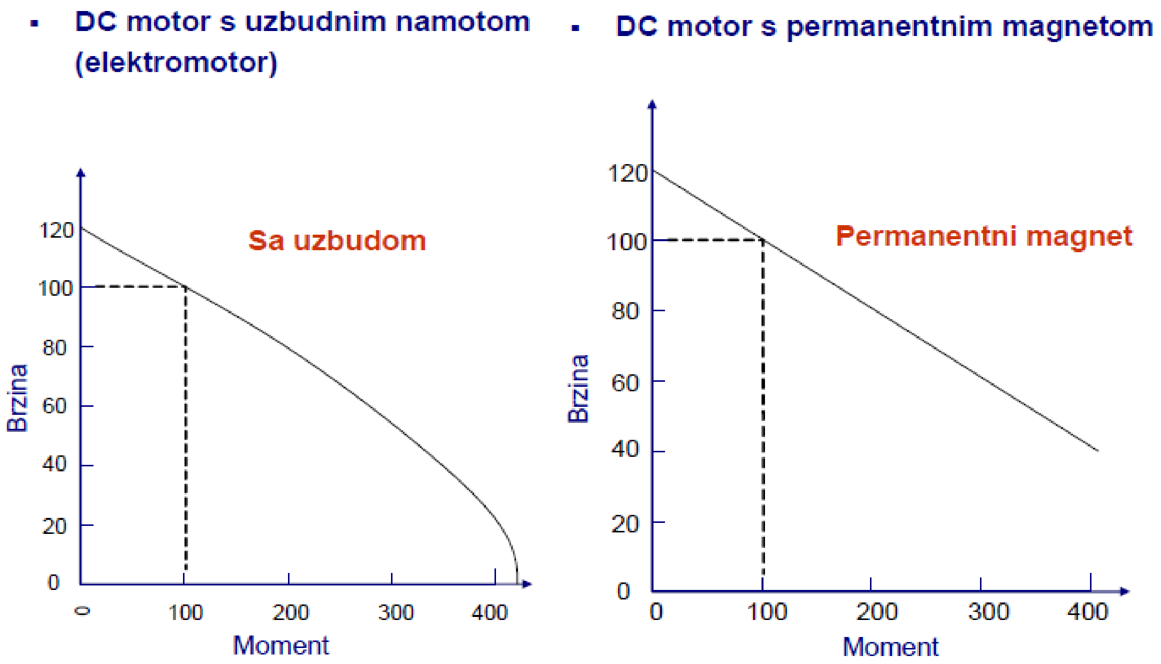
Istosmjerni motor

Istosmjerni motori omogućuju kvalitetnu regulaciju brzine i momenta promjenom napona, odnosno struje motora.

Od motora se traži da troši što je moguće manje energije, da zauzima što manji prostor i ima što manju težinu. Pronalazak snažnih permanentnih magneta omogućio je osjetno poboljšanje navedenih svojstava. To se u prvom redu odnosi na veću linearnost brzinsko momentne karakteristike koja predstavlja ovisnost brzine motora o opteretnom momentu. Kod izvedbi s elektromotorom pri većim vrijednostima opteretnog momenta pojavljuje se njezino znatno zakrivljenje. Kod izvedbi sa permanentnim magnetima linearnost karakteristike ostaje u cijelom području

<u>Momentno-brzinske karakteristike motora:</u>



Slika 1.

Krug armature može se opisati slijedećom naponskom jednadžbom:

$$\boldsymbol{Ua\,(t)=Ra\,ia(t)+La\frac{d\,ia(t)}{dt}+e(t)}$$

gdje je:

Ra - ukupni otpor armaturnog kruga, [Ω],
La - ukupni induktivitet armaturnog kruga, [H],
ia - vrijednost struje armature, [A],
ua - vrijednost napona armature, [*V*],
e - protuelektromotorna sila, [V].

Ka*=1/*Ra - koeficijent pojačanja armaturnog kruga, [A/V],
Ta* = *La*/*Ra - vremenska konstanta armaturnog kruga, [s].

Momentne jednačine istosmjernog motora su:

***Mm* (*s*)=[*sJ m* (*s*)+*B*] ω(*s*)+*Mt* (*s*)**   i

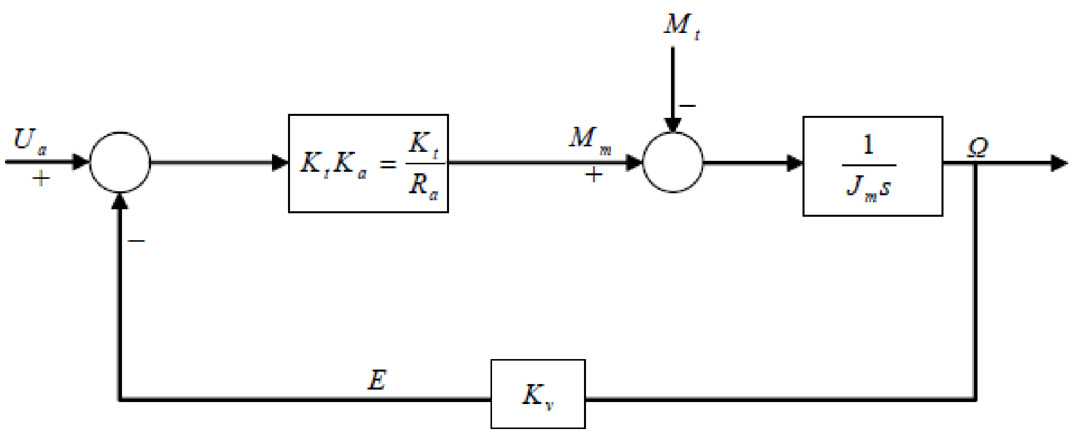
***Mm* (*s*)=*Kt I a* (*s*)**

Gdje je:

Kt – momentna konstanta motora,
Jm – moment inercije motora, [kg·m2],
Bω – moment viskoznog trenja, [kg·m ·s-2].

Matematički model motora

Uz određena zanemarenja, dobiva se pojednostavljena strukturna shema istosmjernog motora prikazana na slijedećoj slici:



Slika 2.

Primjene istosmjernih motora su velike.
Naprimjer:

- **Medicina**: centrifuge,ortoskopski hirurški alati,respiratori, stomatološki hirurški alati, transportni, pumpni sistemi (npr.ubrizgavanje inzulina).
- **Modeli aviona, automobila,brodova, helikoptera.**
- **Mikroskopi**.
- **CD, DVD i kasetni pogoni.**
- **Umjetno srce**.

Istosmjerni motori se u praksi u globalu koriste za regulaciju brzine vrtnje.

PRIMJER: U Matlab editoru kreirati M-File u kome se postavljaju ulazne vrijednosti parametara i snimaju u poseban File. U Simulinku kreirati simulacijsku šemu i izvršiti simulaciju pri promjenama brzine vrtnje i promjeni momenta tereta.

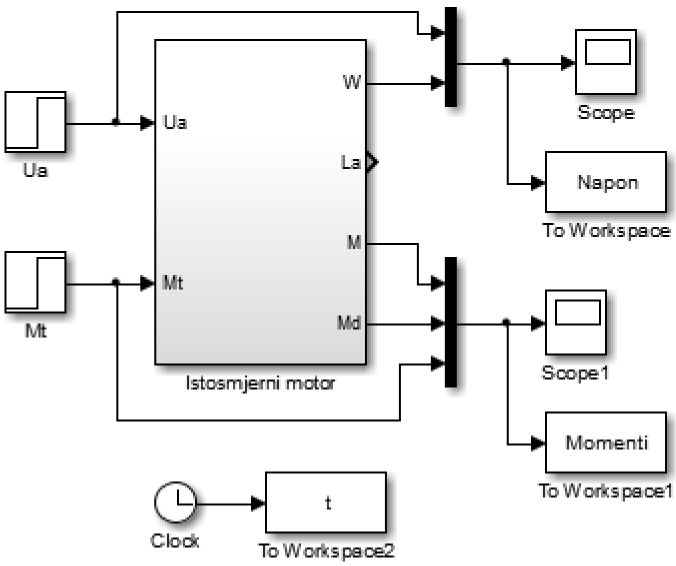
Podaci su:

Pn=0.5, Nn=2000, Uan=220, Ian=3.4, Ju=0.0157,m Ra=8.77, Rp=1.8, La=0.1584, Rd=6.5, Lp=0.142, Rau=Ra+Rp+Rd, Lau=La+Lp, Ka=1/Rau, Ta=Lau/Rau, K=(Uan-Ra*Ian)/(Nn*pi/30).

Izrada:

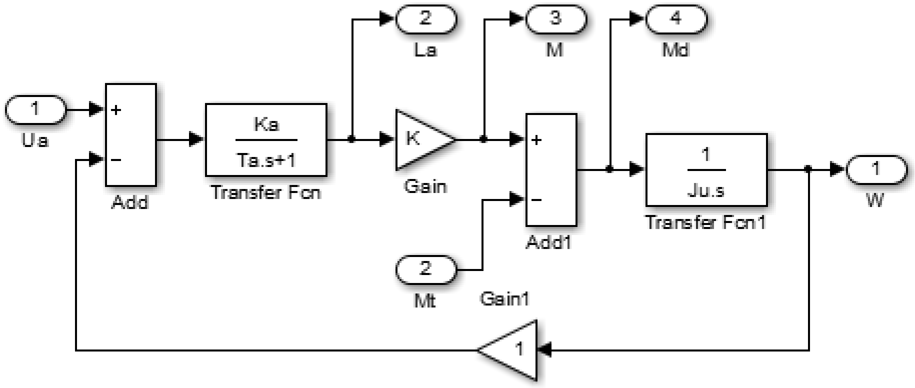
```
Pn=0,5;
Nn=2000;
Uan=220;
Ian=3,4;
Ju=0.0157;
Ra=8.77;
Rp=1.8;
La=0.1584;
Rd=6.5;
Lp=0.142;
Rau=Ra+Rp+Rd;
Lau=La+Lp;
Ka=1/Rau;
Ta=Lau/Rau;
K=(Uan-Ra*Ian)/(Nn*pi/30);
```

Slika 3. Podaci



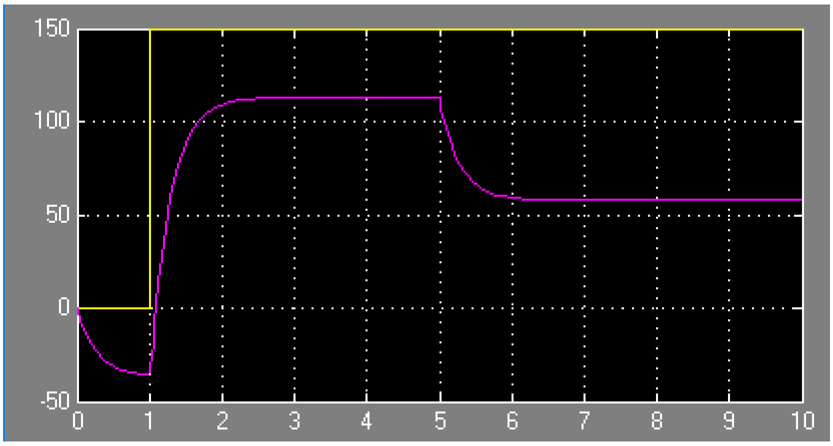
Slika 4. Glavna shema

Glavna shema sadrži ulazne i izlazne parametre objedinjene u SubSystemu, dva Step bloka koji predstavljaju prelaz između dvije razine u unaprijed definiranom vremenu, te Scope blokove koji omogućavaju pregled izlaznih signala.

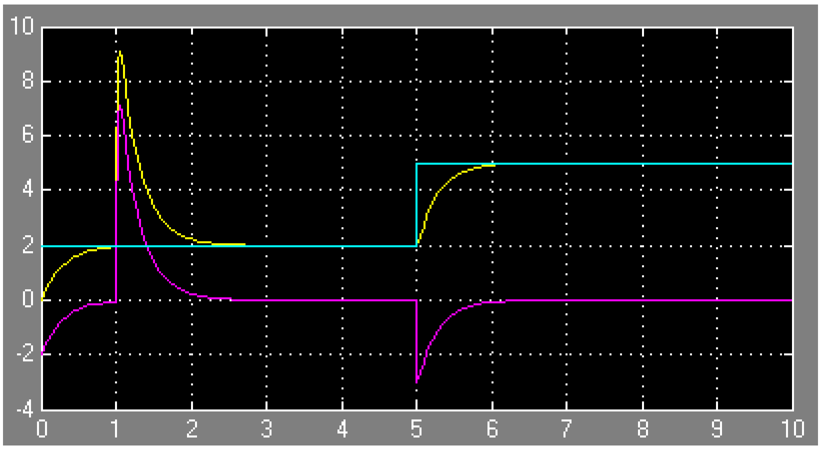


Slika 5. SubSystem shema

Izgled izlaznih signala:



Slika 6. Signal koji predstavlja napon



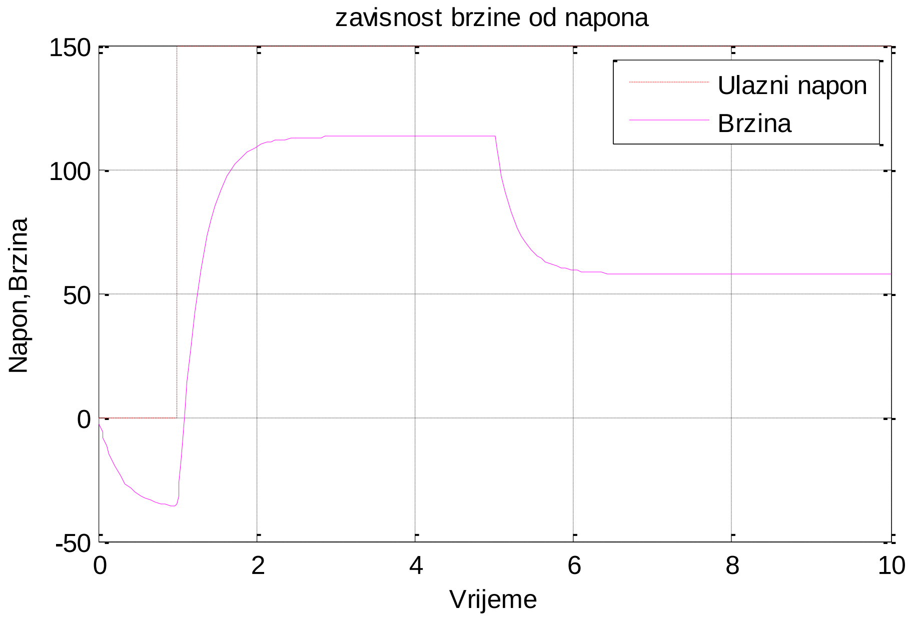
Slika 7. Signal koji predstavlja momente

Date sheme se mogu predstaviti i kao figure pokretanjem običnog M-File-a:

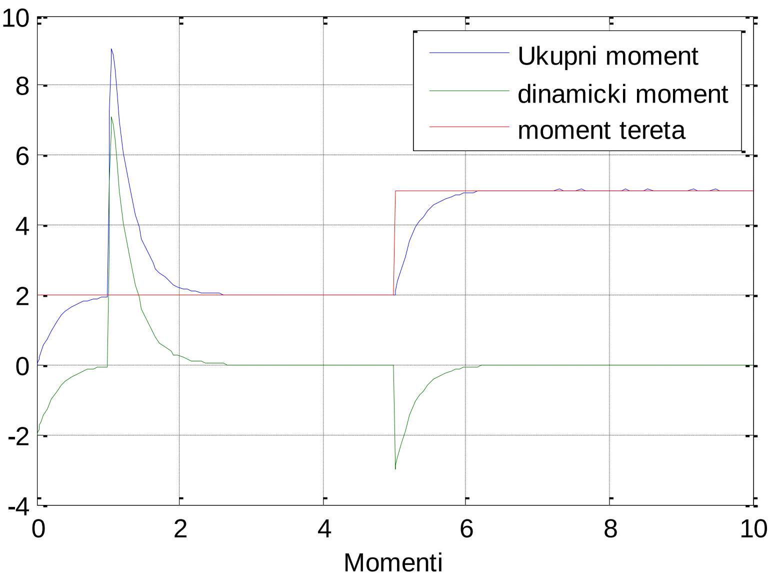
```
plot(t,Napon(:,1),'r-.',t,Napon(:,2),'m');
grid on
legend('Ulazni napon', 'Brzina');
xlabel('Vrijeme');
ylabel('Napon,Brzina');
title('zavisnost brzine od napona');
figure
plot(t,Momenti);
grid on
legend('Ukupni moment','dinamicki moment','moment tereta');
xlabel('Momenti');
grid on
```

Slika 8. M-File za pokretanje svih šema istovremeno

Pokretanjem ovog File-a dobije se:

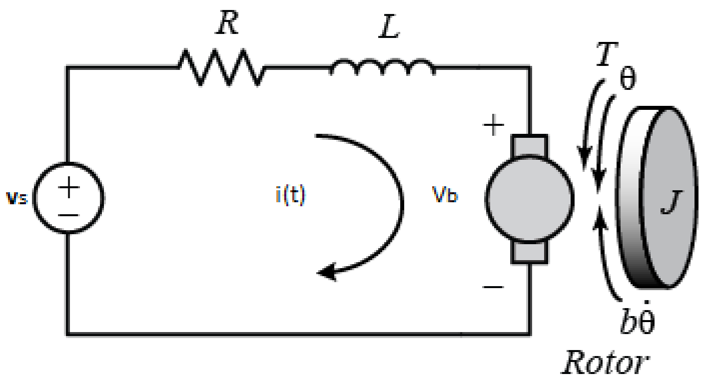


Slika 9. Graf izlaznog napona sa pomoćnom legendom



Slika 10. Graf koji prikazuje promjenu momenata tereta sa pomoćnom legendom

Da bi istosmjerni motor u Simulinku bio predstavljen potrebne su jednačine ulaznog kruga te struja koja protiče kroz kolo. Na sljedećoj slici (Slika 11.) prikazana je zamjenska shema električnog motora bez opterećenja.



Slika 11. Zamjenska šema istosmjernog motora

Na slici je prikazan ulazni napon Vs, otpor i zavojnicu te pad napona na istosmjernom motoru. Kroz daljnu analizu bit će prikazan utjecaj brzine okretanja motora u ovisnosti od ulaznog napona tačnije struje kroz kolo.

Zatvaranje konture kola sa slike 11 dobiva se relacija za ulazni napon koja iznosi

$$Vs = R * i(t) + L * di(t) / dt + Vb \qquad (1)$$

Pad napona na motoru iznosi:

$$Vb = Kb * \omega(t) ; \qquad (2)$$

(Kb- predstavlja konstantu motora koja je definisana od proizvođača)

Dodatno, potrebne su i relacije za moment okretanja motora koje se mogu predstaviti formulama:

$$T = Kt * i(t) ; \qquad (3)$$

(Kt- kostanta momenta)

$$T = I_L * \omega'(t) ; \qquad (4)$$

(I_L – moment inercije)

Rješavanjem ovih relacija tačnije uvrštavanjem (2) u (1) i izjednačavanjem (3) i (4) dobivene su sljedeće relacije

$$Vs = R * i(t) + L * di(t) / dt + Kb * \omega(t) ; \qquad (5)$$

$$Kt * i(t) = I_L * \omega' ; \qquad (6)$$

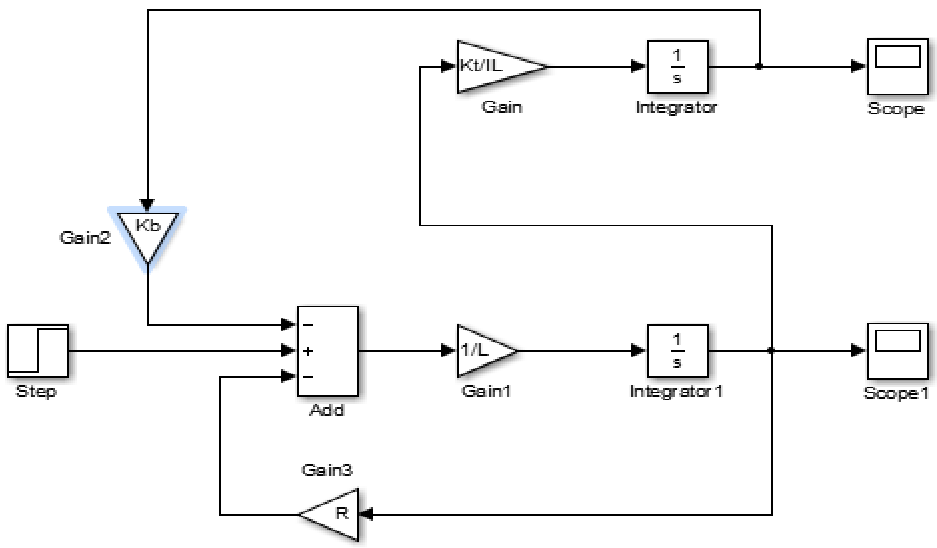
$$\omega'(t) = d\, \omega(t) / dt$$

Iz jednačine (5) biti će izvučena struju, a iz (6) brzinu okretanja (ω) iz čega slijedi:

$$di(t) / dt = 1/L * [Vs - R * i(t) - Kb * \omega(t)] ; \qquad (5.1)$$

$$d\, \omega(t) / dt = (Kt * i(t)) / I_L ; \qquad (6.1)$$

Na osnovu ove dvije diferencijalne jednačine nastaje Simulink model motora.

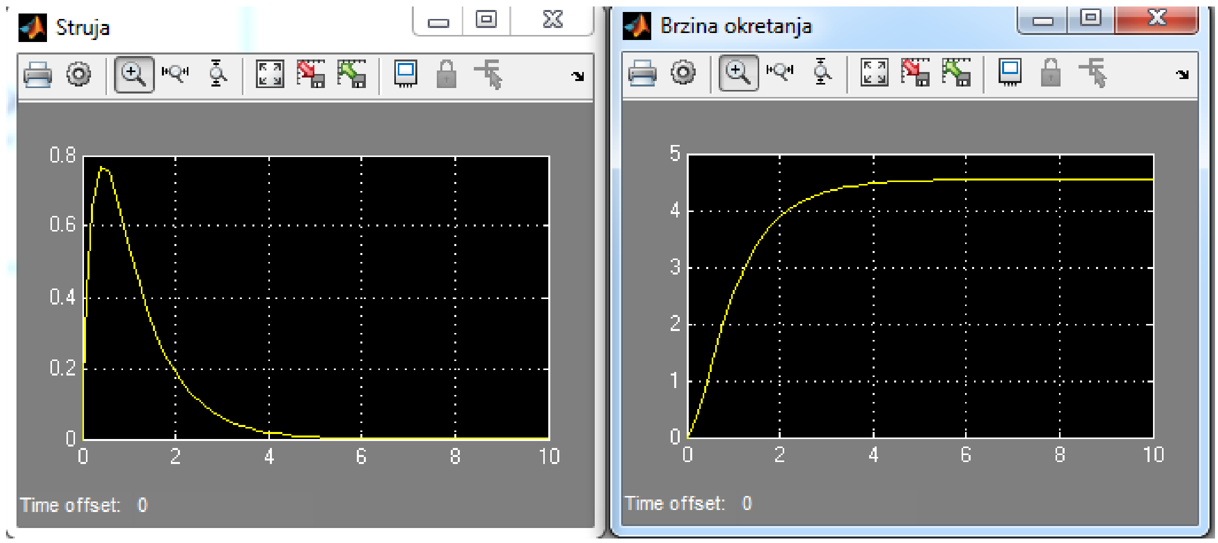


Slika 12. Simulink model DC motora

Ako budu zadate vrijednosti za konstante :

Kt = 0.02 Nm/A ;   Kb = 0.22 V/rad/s ;
R= 1Ω ;   L = 0.2 H I_L= 0.005 kgm^2 ;

Na slikama je prikazana struja kroz kolo te brzina okretanja (obrtanja) motora kada motor nije pod opterećenjem. Uzimaju se idealni uslovi koji se ne primjenjuju u praksi.



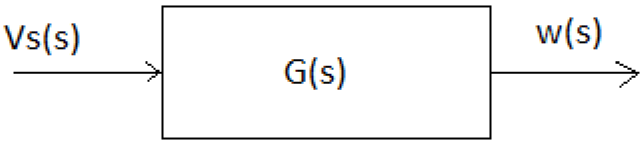
Slika 13. Simulink model bez opterećenja

Ovo su idealni uslovi za rad motora i u praksi je ovaj slučaj nerealan jer kada struja u kolu dosegne vrijednost nule motor gubi napajanje te bi se i brzina okretanja smanjivala te bi također dosegla vrijednost nule za određeni period. Taj period ovisi od otpora koji se stvara između statora i rotora.

SIMULACIJA PRIMJENOM LAPLASA I PRIJENOSNE FUNKCIJE

Dalje modelovanje i analiza istosmjernog motora biti će bazirana na Laplasovim transformacije kao i prikaz i ponašanje prenosne funkcije motora.
U prvom slučaju, pretpostavka je da su početni uslovi motora jednaki, a naknadno će biti dodani i neki drugi uslovi, radi poređenja i prikaza rada motora. Prije svega, važno je napomenuti da prijenosna funkcija bilo kojeg sistema ovisi od omjera izlaza naprema ulazu. Što se može izraziti formulom:*G(s) = Izlaz(s) / Ulaz (s).*

U pomenutom slučaju prijenosna funkcija izgleda ovako



Pa je $G(s) = \omega(s) / Vs(s)$

$$Vs = R * i(t) + L * di(t) / dt + Kb * \omega(t) ; \qquad (7)$$

$$d\omega(t) / dt = (Kt * i(t)) / I_L \qquad (8)$$

3.1. Prijenosna funkcija bez početnih uslova

Simulacija motora sa početnim uslovima.

$$Vs\ (t) = R * i(t) + L * di(t) / dt + Kb * \omega(t) ; \quad / L \qquad (7)$$

$$Vs(s) = R * I(s) + L*[s*I(s) - i(0)] + Kb*\omega(s) ; \qquad (7.1)$$

$$d\ \omega(t) / dt = (Kt * i(t)) / I_L \ \ / L \qquad (8)$$

$$s * \omega(s) - \omega(0) = (Kt/I_L) * I(s) \qquad (8.1)$$

Obzirom da su početni uslovi jednaki nuli, jednačine se mogu pojednostaviti , iz čega slijedi:

$$Vs(s) = R * I(s) + L*s*I(s) + Kb*\omega(s) ; \qquad (7.2)$$

$$s * \omega(s) = (Kt/I_L) * I(s) \qquad (8.2)$$

Iz jednačine (8.2) se izrazi: I(s) => $I(s) = (I_L / Kt) * s * \omega(s)$ i to se uvrsti u jednačinu (7.1)iz čega slijedi:

$$Vs(s) = R * (I_L / Kt) * s * \omega(s) \quad + L*s* (I_L / Kt) * s * \omega(s) + Kb*\omega(s) \qquad (9)$$

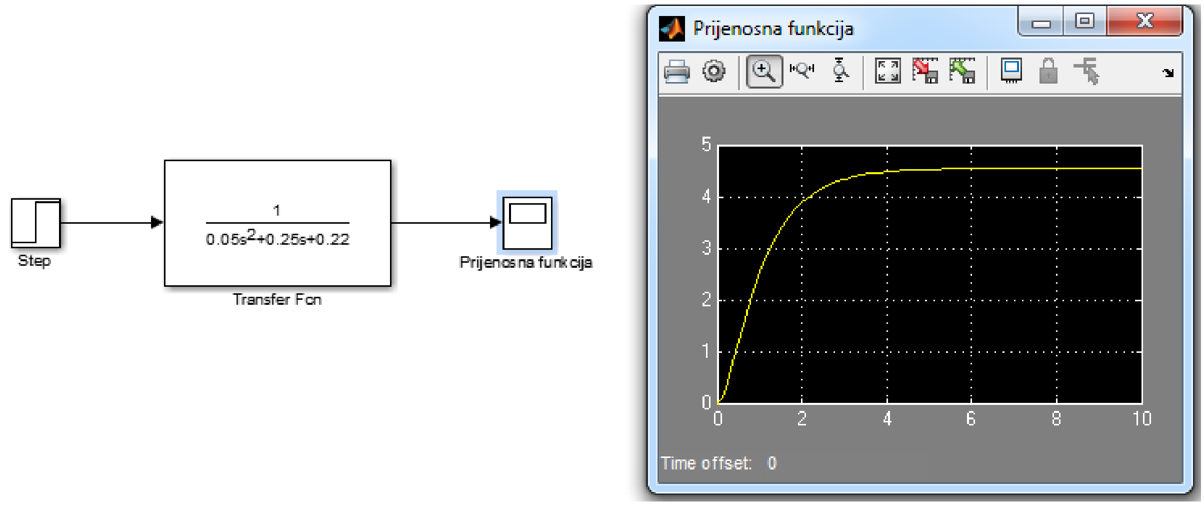
$$Vs(s) = \omega(s) * [R * (I_L / Kt) * s + L * (I_L / Kt) * s^2 + Kb] \qquad (9.1)$$

Kada se uvrsti formula za Vs(s) u formulu za prijenosnu funkciju dobiva se sljedeće:

$$G(s) = \omega(s) / Vs(s) = 1 / s^2 * L * I_L/Kt + s * R*I_L / Kt + Kb \qquad (10)$$

Ukoliko pomenuta funkcija bude predstavljena u Simulinku, korištenjem funkcije „Transfer function“ i podatka koji su korišteni u prethodnim proračunima za konstante, dobija se sljedeća prijenosna funkcija:

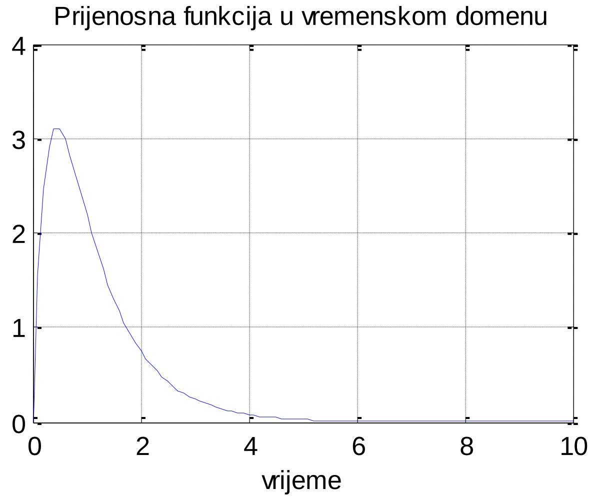
$\underline{Kt=0.02; \quad Kb=0.22; \quad R=1; \quad L=0.2; \quad I_L=0.005;}$
$A2=(L*I_L)/Kt = 0.05$
$A1=(R*I_L)/Kt = 0.25$
$A0=Kb = 0.22$
$G(s)= 1/ s^2*A2 + s*A1 + A0$



Slika 14. Prijenosna funkcija u Laplasovom domenu

Primjenom inverznog Laplasa ova funkcija će biti prebačena u vremenski domen, te će biti moguće vidjeti njeno ponašanje i u tom, vremenskom, domenu. U slijedećem postupku biti će korištena naredba „residue“, kako bi se rastavila pomenuta funkcija:

```
Brojnik=[1];
Nazivnik=[0.05 0.25 0.22];

[r,p,k] = residue(Brojnik,Nazivnik)

r1 = -7.3521;
r2 =  7.3521;
p1 = -3.8601;
p2 = -1.1399;

t=0:0.1:10;
% G(s) = r1/s-p1 +r2/s-p2     /  L-1
g  = r1 * exp( p1 * t ) + r2* exp( p2 * t )  ;

g= (-7.3521*exp(-t.*3.8601) + 7.3521*exp(-t.*1.1399));

plot(t,g)
title('Prijenosna funkcija u vremenskom domenu');
xlabel('vrijeme');
grid on
```



Slika 15. Prijenosna funkcija u vremenskom domenu

Izbor i projektovanje regulatora u sistemu upravljanja zasniva se na definisanim zahtjevima u pogledu njegove dinamike. Dinamički modeli sistema se najčešće prikazuju u četiri različita domena koji zavise od načina definisanja nezavisno i zavisno promjenljivih: u vremenskom, kompleksnom ili Laplasovom (Laplace), frekventnom i diskretnom domenu.

U vremenskom domenu dinamički model se prikazuje u obliku jedne ili sistema diferencijalnih jednačina koji daje vezu između izlaznih promjenljivih (zavisno promjenljive) i vremena (nezavisno promjenljiva). U Laplasovom(kompleksnom) domenu dinamički model se prikazuje u obliku prijenosne funkcije sistema koja se dobija primjenom Laplasove transformacijena model u vremenskom domenu. U ovom modelu, nezavisno promjenljiva je Laplasova kompleksna promjenljiva s.

Sa slike (Slika 15) moguće je uočiti da motor, kada dobije struju, pokreće se i dostiže svoj vrhunac. Nakon toga, motor počinje da stvara moment koji utiče na rad motora i s tim broj obrtaja počinje da opada dok ne dosegne nulu. U suštini, to predstavlja realni rad motora ukoliko mu je doveden samo impuls za pokretanje.

Prijenosna funkcija sa početnim uslovom

U ovom slučaju posmatrat će se prijenosna funkcija u slučaju kada postoji određeni početni uslov. Za odabir početnih uslova uzet će se proizvoljne vrijednosti, kao i komponente koje predstavljaju sam početni uslov. Uz to, smatrat će se da se motor već pokreće, te da je ulazni napon jednak nuli.
U prethodnom dijelu je dokazano da primjenom Laplasa dobijene diferencijalne jednačine imaju početne uslove:

$$Vs(s) = R * I(s) + L*[s*I(s) – i(0)] + Kb* \omega(s) \; ; \qquad (7.1)$$

$$s* \omega(s) – \omega(0) = (Kt/I_L) * I(s) \; ; \qquad (8.1)$$

Pretpostavljeno je da su dati sljedeći početni uslovi:

$\omega(0) = 45.45$ rad/s
$i(0) = 0$A
$Vs(s) = 0$V

Nadalje, posmatrat će se ponašanje motora tj. njegovu brzinu obrtanja. Kako je poznato, kod prijenosnih funkcija u Laplasovom domenu tj. predstavljanjem u Matlab Simulink-u korištenjem funkcije „*Transfer function*“ nije moguće podesiti početne uvjete. Stoga, rad motora biti će predstavljen samo u vremenskom domenu.

$$0=R*I(s) + L[s *I(s) – 0] + Kb* \omega(s) \qquad (11)$$

$$s*\omega(s) – 45.45 = (Kt / I_L) * I(s) \qquad (12)$$

$$0=(R+s*L)* I(s) + Kb*\omega(s) \qquad (13)$$

Iz (13) izrazimo I(s) ,iz čega slijedi:

$$I(s) = (-Kb *\omega(s)) / (R+s*L) \; ; \qquad (14)$$

Dobijena relaciju za I(s) se uvrsti u formulu (12) pa se dobije:

$$s*\omega(s)-45.45= (Kt/I_L) * (-Kb *\omega(s)) / (R+s*L)$$
$$s*\omega(s)+ (Kt*Kb) * \omega(s) / I_L*(R+s*L) = 45.45$$
$$\omega(s)*[s+(Kt*Kb) / I_L*(R+s*L)] = 45.45$$

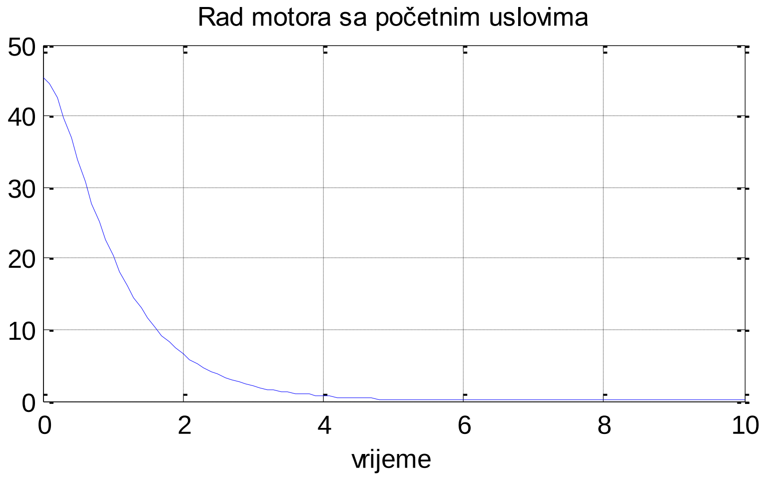
$$\omega(s)= 45.45 / [s+(Kt*Kb) / I_L*(R+s*L)] \qquad (12.1)$$

Kako bi inverzni Laplas mogao biti izražen, potrebno se riješiti „s“ u nazivniku, nakon čega se cijela jednačina pomnoži sa (R+s*L) / (R +s*L)

Kada se pomenuti izraz riješi, dobiva se:

$$\omega(s)= [45.45 * (R+s*L)] / [L*s^2+ R*s+ Kt*Kb/I_L] \qquad (12.2)$$

```
Kt=0.02;
Kb=0.22;
R=1;
L=0.2;
IL=0.005;

Brojnik = [45.45*L 45.45*R];
% Brojnik =[ 9.0900   45.4500]
Nazivnik = [L R Kt*Kb/IL];
% Nazivnik =[0.2000    1.0000    0.8800]

[r,p,k] = residue(Brojnik,Nazivnik);

r1= -19.0444;
r2= 64.4944;
p1 = -3.8601;
p2= -1.1399;

% ω(s)= -19.044 / (s+ 3.8601 )  + 64.4944 / (s+1.1399)     / L-1

t=0:0.1:10;
omega_t = -19.044*exp(-t*3.8601) + 64.4944*exp(-t*1.1399);

plot(t, omega_t)
title('Rad motora sa početnim uslovima');
xlabel('vrijeme');
grid on
```



Slika 16. Rad motora sa početnim uslovima

Iz slike je moguće uočiti da je motor krenuo sa obrtajima od 45.45 rad/s zatim, zbog stvaranja momenta, je broj obrtaja počeo da opada dok nije dosegao vrijednost 0. Pošto u kolu ne teče struja pa nema ni pobude na motor stanje će se zadržati na nuli. Ako se na ulaz motora dovede napon od 10 V dobiva se sljedeće ponašanje motora, a izraz je moguće pojednostaviti:
$\omega(s) = G(s) * Vs(s)$

Prvo, ulazni napon iz vremenskog domena potrebno je prebaciti u Laplasov domen

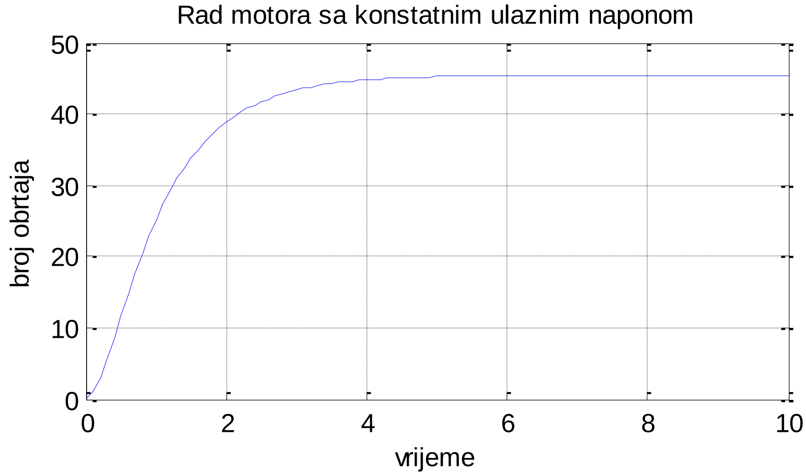
$Vs(t) = 10 / L$

$Vs(s) = 10/s$

$$G(s) = 1 / s^2 * L* I_L/Kt + s* R*I_L / Kt +Kb; \quad (15)$$

$$\omega(s) =10/ s^3 * L* I_L/Kt + s^2* R*I_L / Kt +s*Kb \quad (16)$$

```
Kt=0.02;
Kb=0.22;
R=1;
L=0.2;
IL=0.005;

Brojnik = [10];
Nazivnik = [L*IL/Kt R*IL/Kt Kb 0];
[r,p,k] = residue(Brojnik,Nazivnik)

r1 = 19.0463;
r2 = -64.5008;
r3 = 45.4545;
p1 = -3.8601;
p2 = -1.1399;
p3 =  0;

% ω(s) = r1/(s-p1) + r2/(s-p2) + r3/s     / L-1
% ω(s) = 19.0463/(s+3.8601) - 64.5008/(s+1.1399) + 45.4545/s / L-1

t=0:0.1:10;
omega_t = 19.0463*exp(-t*3.8601)- 64.5008*exp(-t*1.1399)+45.4545;
plot(t,omega_t);
title('Rad motora sa konstatnim ulaznim naponom');
xlabel('vrijeme');
ylabel('broj obrtaja');
grid on
```

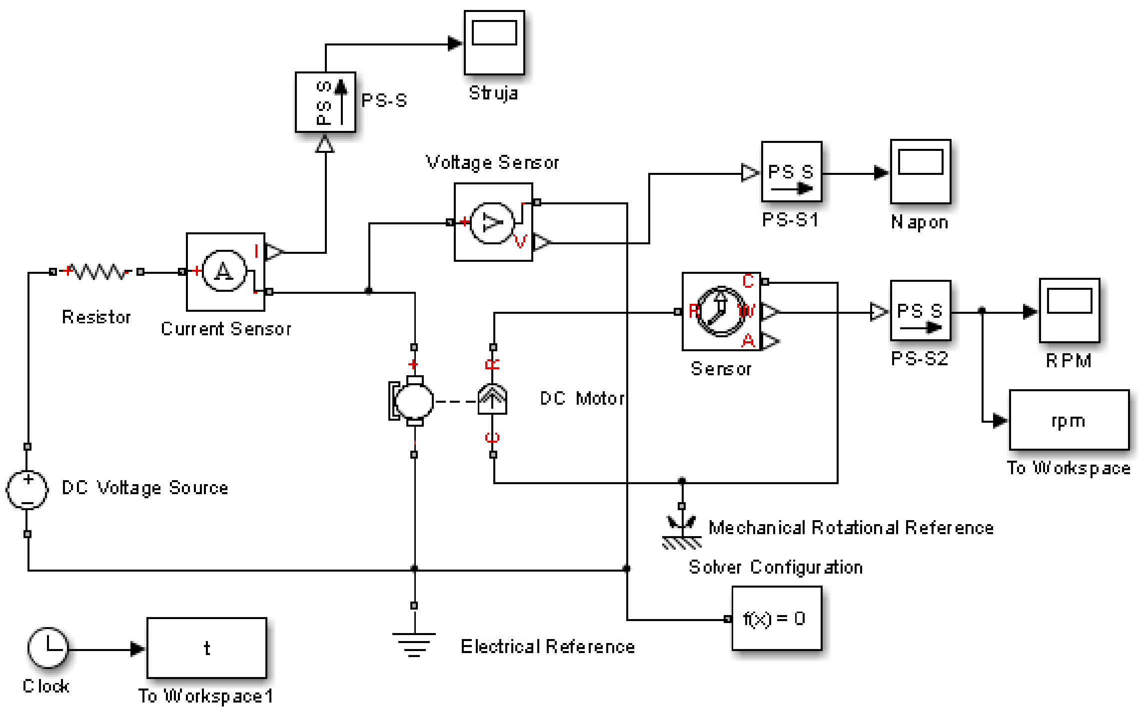


Slika 16. Rad motora sa konstatnim ulaznim naponom

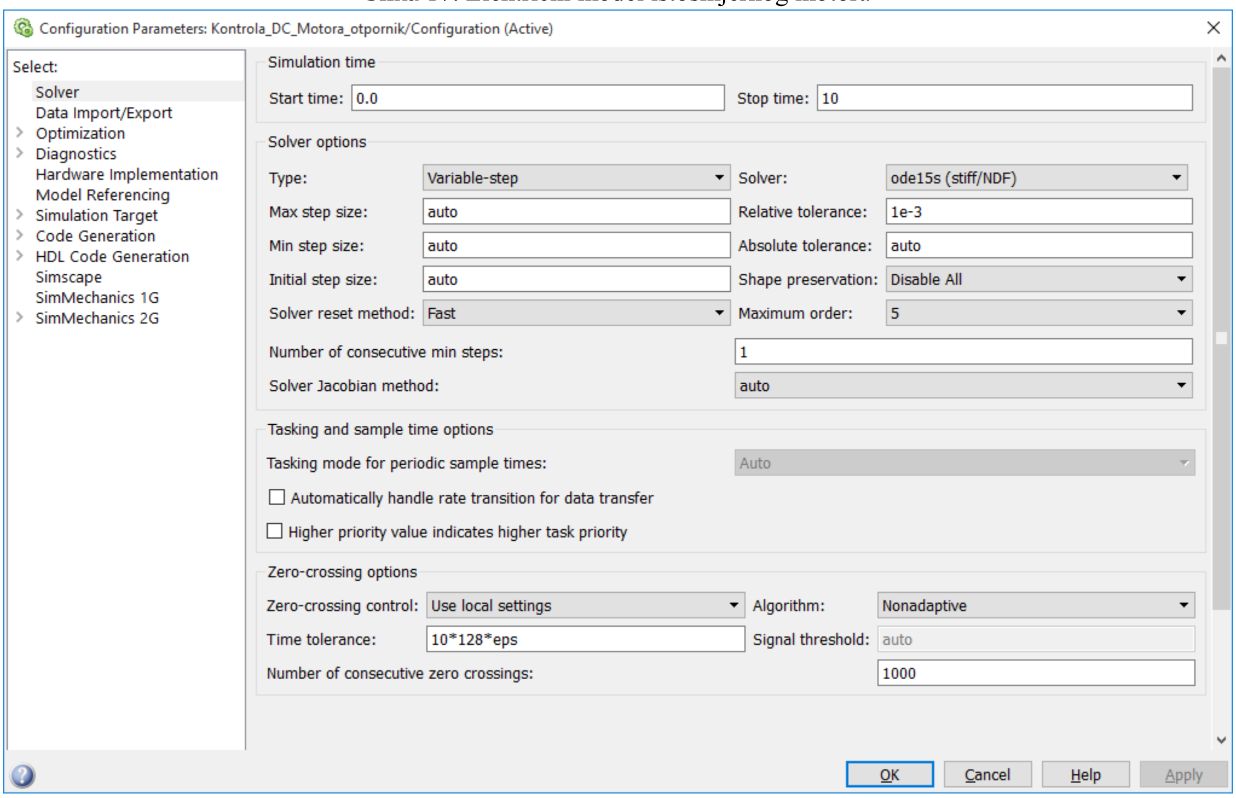
Kako je moguće vidjeti, u slučaju kada postoji konstantan ulazni napon na ulazu istosmjernog motora brzina obrtaja motora dostiže svoj maksimum brzine obrtanja i zadržava ga cijelo vrijeme sve dok se ne isključi ulazni napon. Jedina razlika u odnosu na Laplasovu domenu je što u realnim uslovima motor, da bi se zadržala brzina obrtanja, mora biti doveden ulazni napon što kod Laplasovog domena nije bilo potrebno. Ovo je realan prikaz rada istosmjernog motora.

ELEKTRIČNI MODEL ISTOSMJERNOG MOTORA

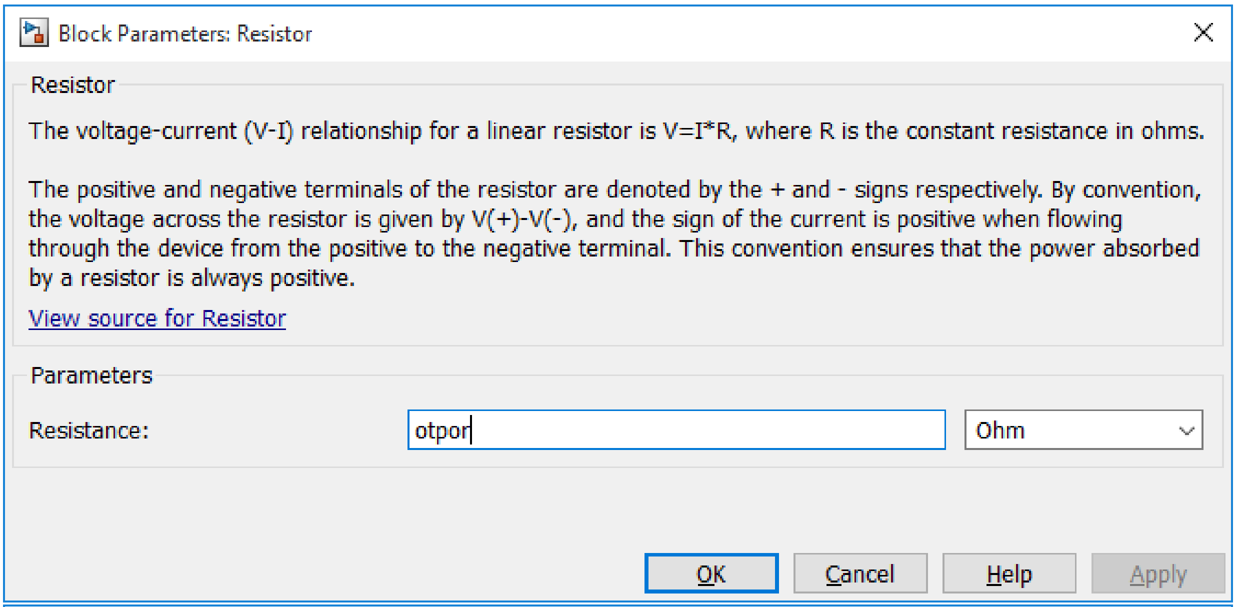
Za prikaz ovog modela koristiti će se Simulink iz programskog paketa Matlab i kroz detaljan opis odraditi i simulirati rad električnog motora koji će biti referenca za naredne simulacije. Sve komponente koje budu korištene u simulaciji bit će opisane i predstavljene.

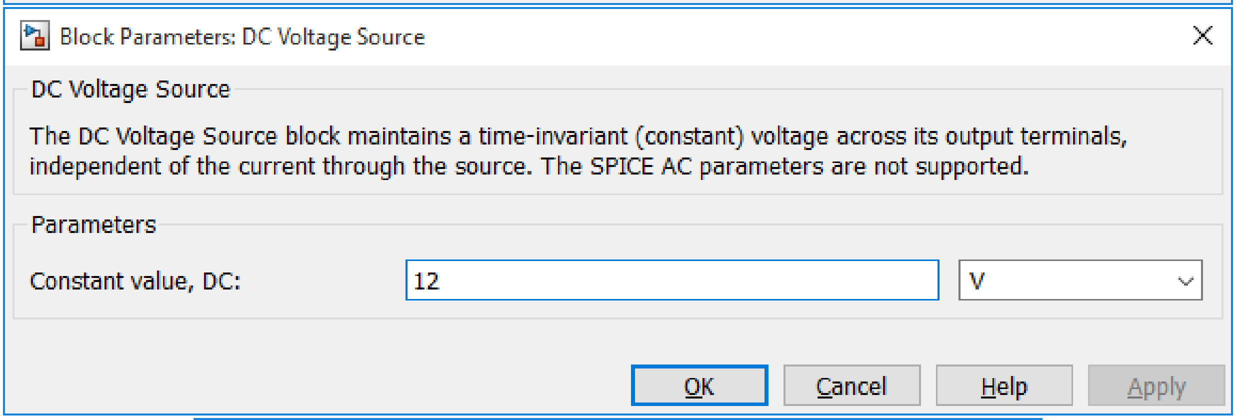


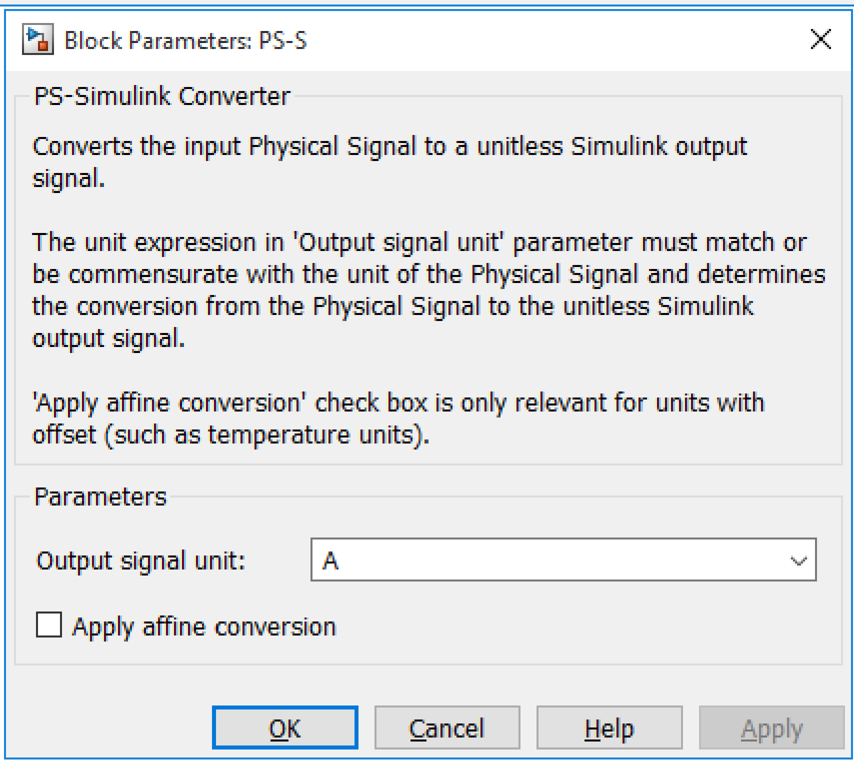
Slika 17. Električni model istosmjernog motora

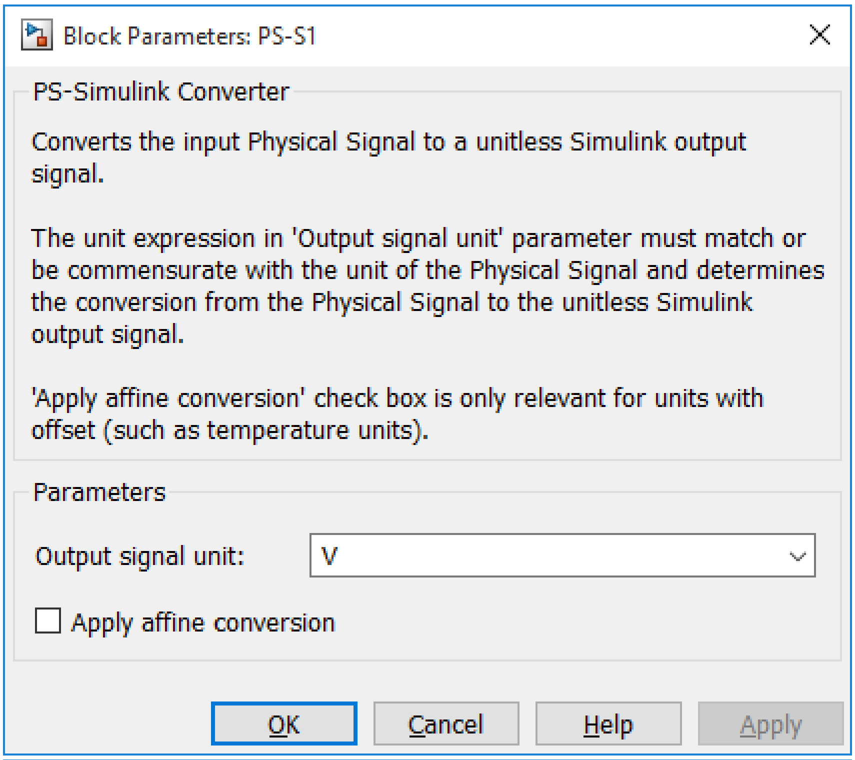


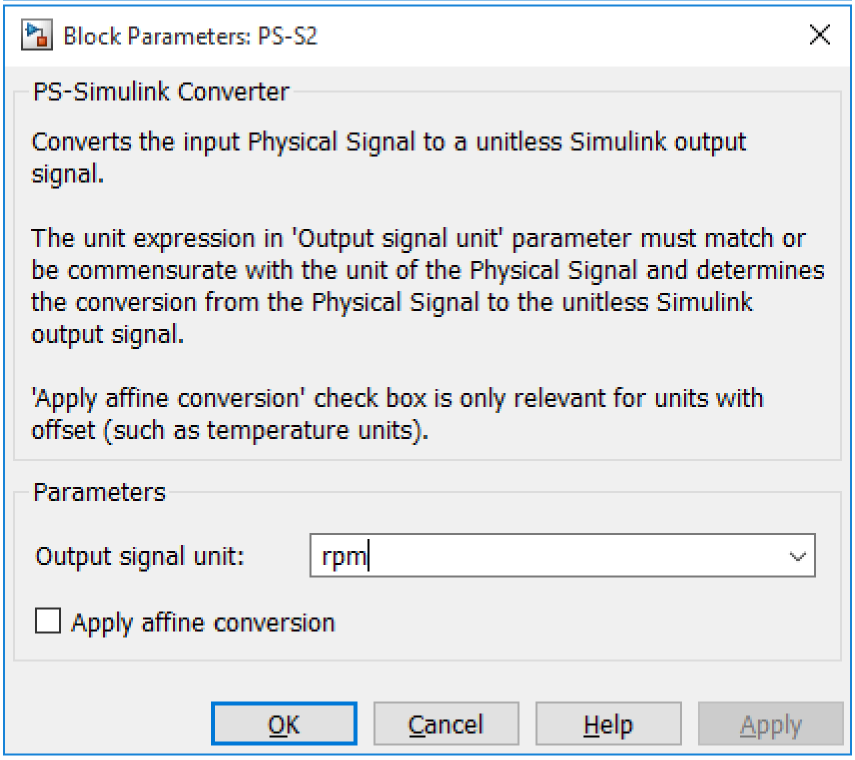
Slika 18. Podešavanja parametara simulacije

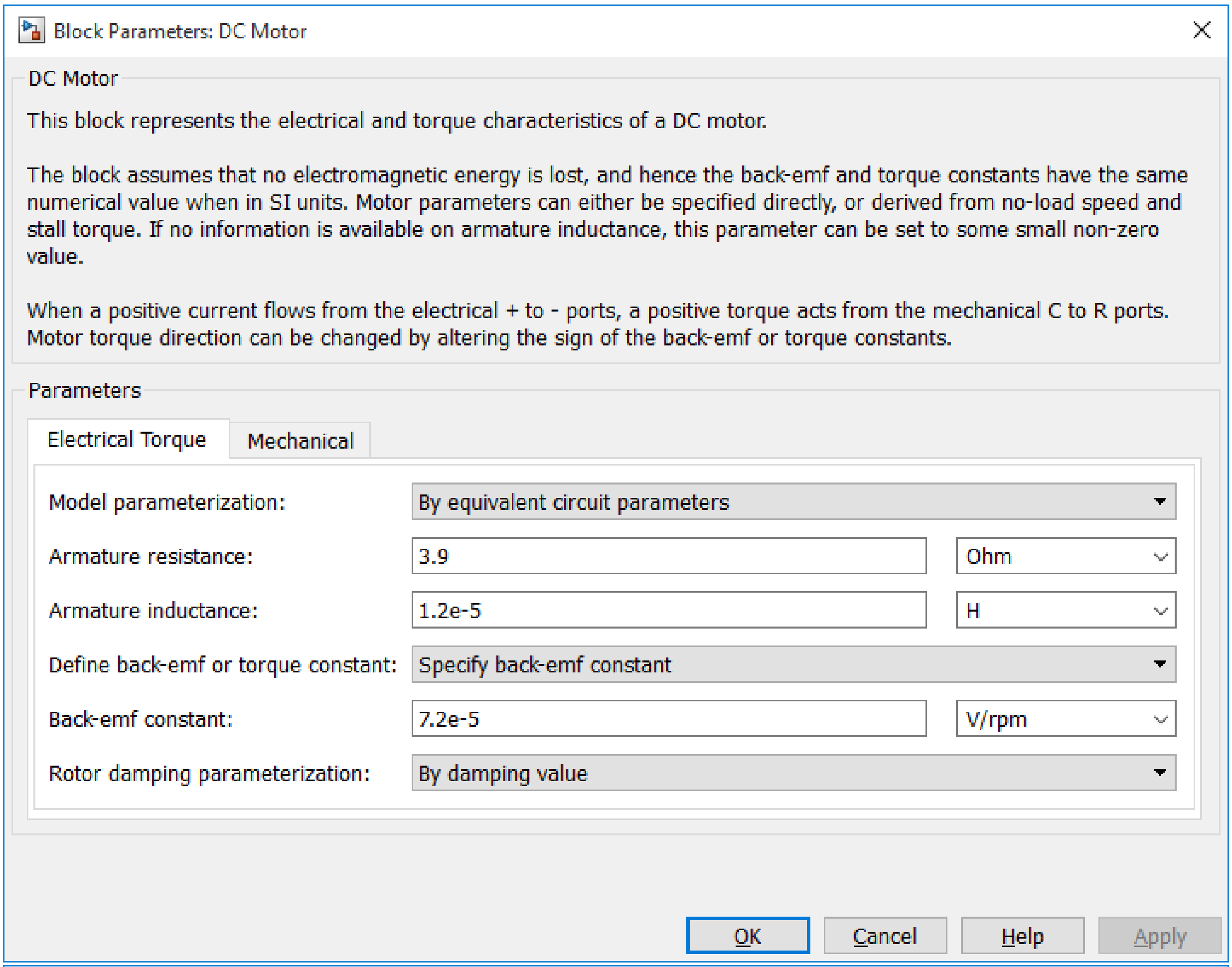

Block Parameters: Resistor
Resistor
The voltage-current (V-I) relationship for a linear resistor is V=I*R, where R is the constant resistance in ohms.
The positive and negative terminals of the resistor are denoted by the + and - signs respectively. By convention, the voltage across the resistor is given by V(+)-V(-), and the sign of the current is positive when flowing through the device from the positive to the negative terminal. This convention ensures that the power absorbed by a resistor is always positive.
View source for Resistor
Parameters
Resistance:
otpor
Ohm
OK
Cancel
Help
Apply

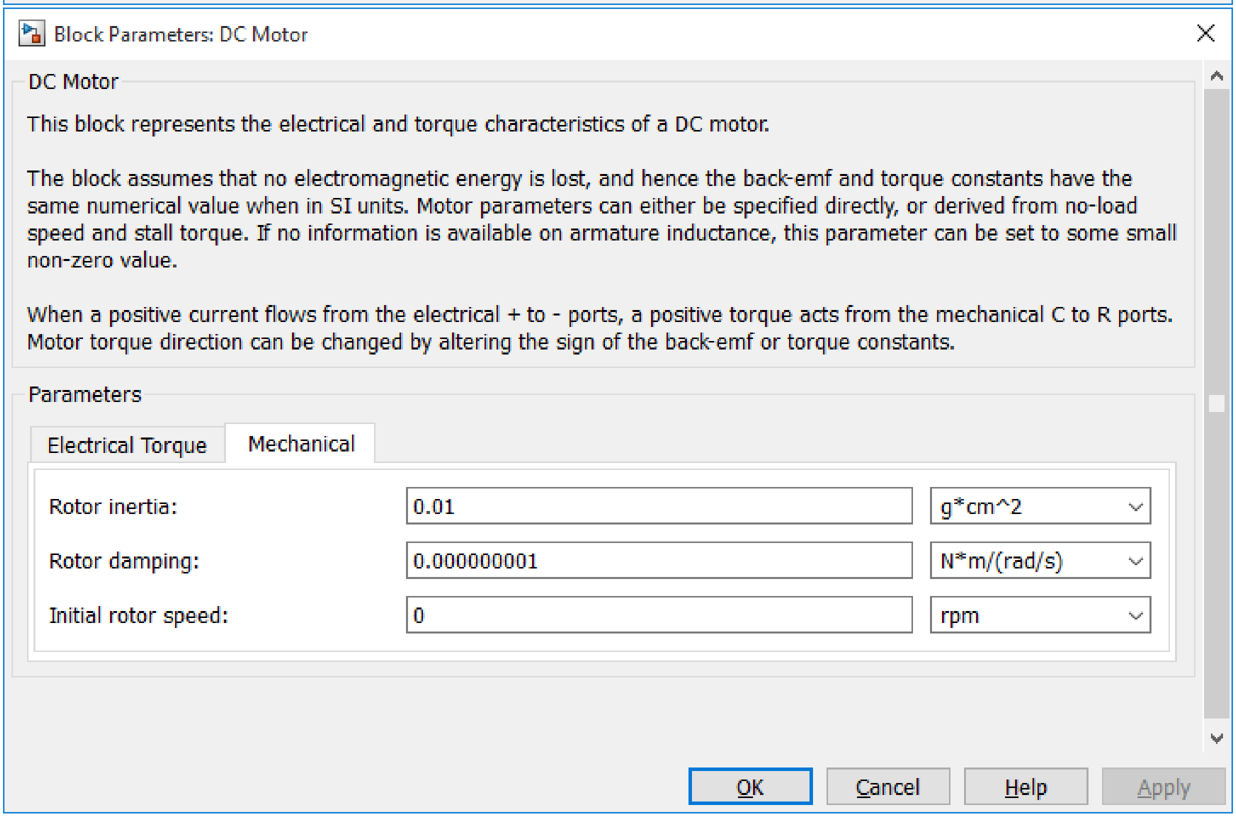

Block Parameters: DC Voltage Source
DC Voltage Source
The DC Voltage Source block maintains a time-invariant (constant) voltage across its output terminals, independent of the current through the source. The SPICE AC parameters are not supported.
Parameters
Constant value, DC:
12
V
OK
Cancel
Help
Apply

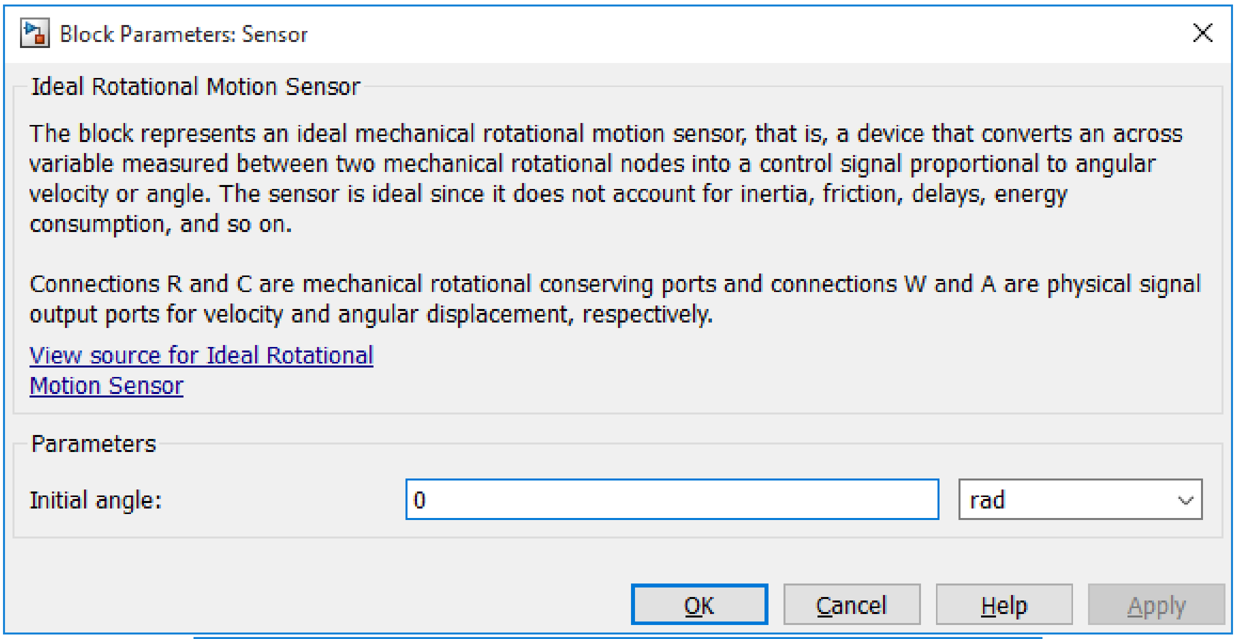

Block Parameters: PS-S
PS-Simulink Converter
Converts the input Physical Signal to a unitless Simulink output signal.
The unit expression in 'Output signal unit' parameter must match or be commensurate with the unit of the Physical Signal and determines the conversion from the Physical Signal to the unitless Simulink output signal.
'Apply affine conversion' check box is only relevant for units with offset (such as temperature units).
Parameters
Output signal unit:
A
Apply affine conversion
OK
Cancel
Help
Apply

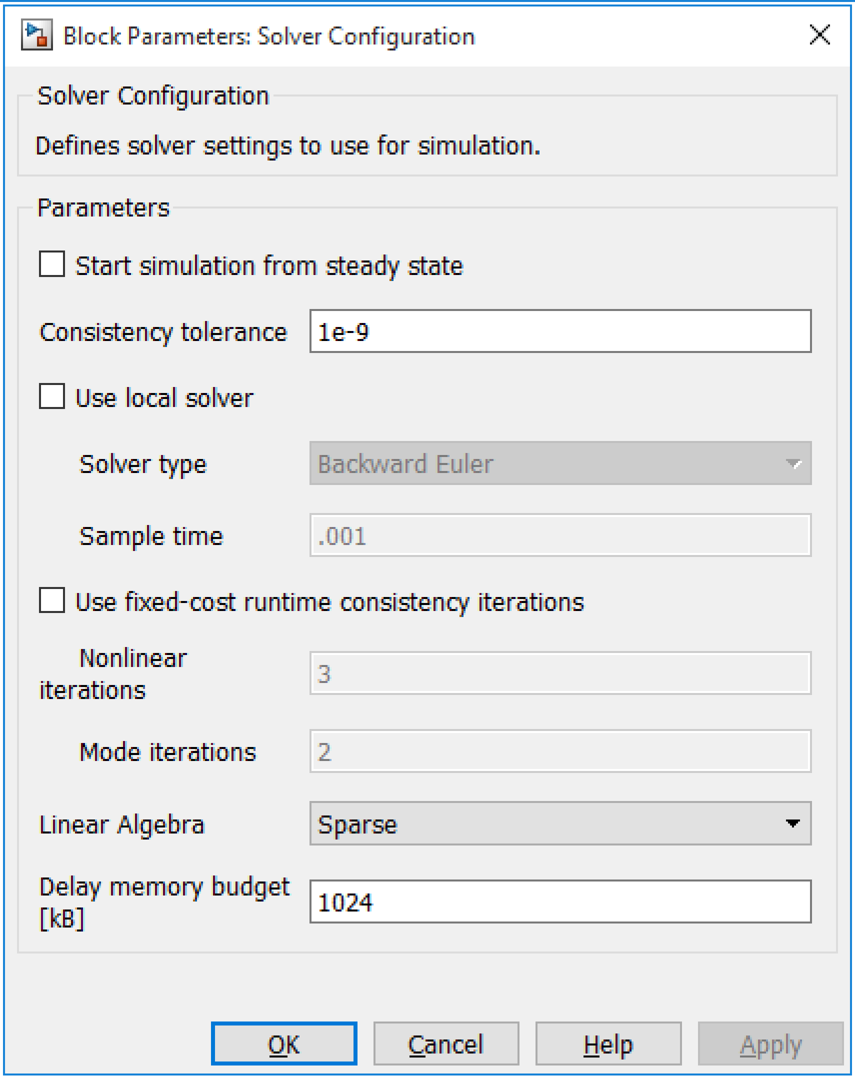

Block Parameters: PS-S1
PS-Simulink Converter
Converts the input Physical Signal to a unitless Simulink output signal.
The unit expression in 'Output signal unit' parameter must match or be commensurate with the unit of the Physical Signal and determines the conversion from the Physical Signal to the unitless Simulink output signal.
'Apply affine conversion' check box is only relevant for units with offset (such as temperature units).
Parameters
Output signal unit:
V
Apply affine conversion
OK
Cancel
Help
Apply


Block Parameters: PS-S2
PS-Simulink Converter
Converts the input Physical Signal to a unitless Simulink output signal.
The unit expression in 'Output signal unit' parameter must match or be commensurate with the unit of the Physical Signal and determines the conversion from the Physical Signal to the unitless Simulink output signal.
'Apply affine conversion' check box is only relevant for units with offset (such as temperature units).
Parameters
Output signal unit:
rpm
Apply affine conversion
OK
Cancel
Help
Apply


Block Parameters: DC Motor
DC Motor
This block represents the electrical and torque characteristics of a DC motor.
The block assumes that no electromagnetic energy is lost, and hence the back-emf and torque constants have the same numerical value when in SI units. Motor parameters can either be specified directly, or derived from no-load speed and stall torque. If no information is available on armature inductance, this parameter can be set to some small non-zero value.
When a positive current flows from the electrical + to - ports, a positive torque acts from the mechanical C to R ports. Motor torque direction can be changed by altering the sign of the back-emf or torque constants.
Parameters
Electrical Torque
Mechanical
Model parameterization:
By equivalent circuit parameters
Armature resistance:
3.9
Ohm
Armature inductance:
1.2e-5
H
Define back-emf or torque constant:
Specify back-emf constant
Back-emf constant:
7.2e-5
V/rpm
Rotor damping parameterization:
By damping value
OK
Cancel
Help
Apply


Block Parameters: DC Motor
DC Motor
This block represents the electrical and torque characteristics of a DC motor.
The block assumes that no electromagnetic energy is lost, and hence the back-emf and torque constants have the same numerical value when in SI units. Motor parameters can either be specified directly, or derived from no-load speed and stall torque. If no information is available on armature inductance, this parameter can be set to some small non-zero value.
When a positive current flows from the electrical + to - ports, a positive torque acts from the mechanical C to R ports. Motor torque direction can be changed by altering the sign of the back-emf or torque constants.
Parameters
Electrical Torque
Mechanical
Rotor inertia:
0.01
g*cm^2
Rotor damping:
0.000000001
N*m/(rad/s)
Initial rotor speed:
0
rpm
OK
Cancel
Help
Apply





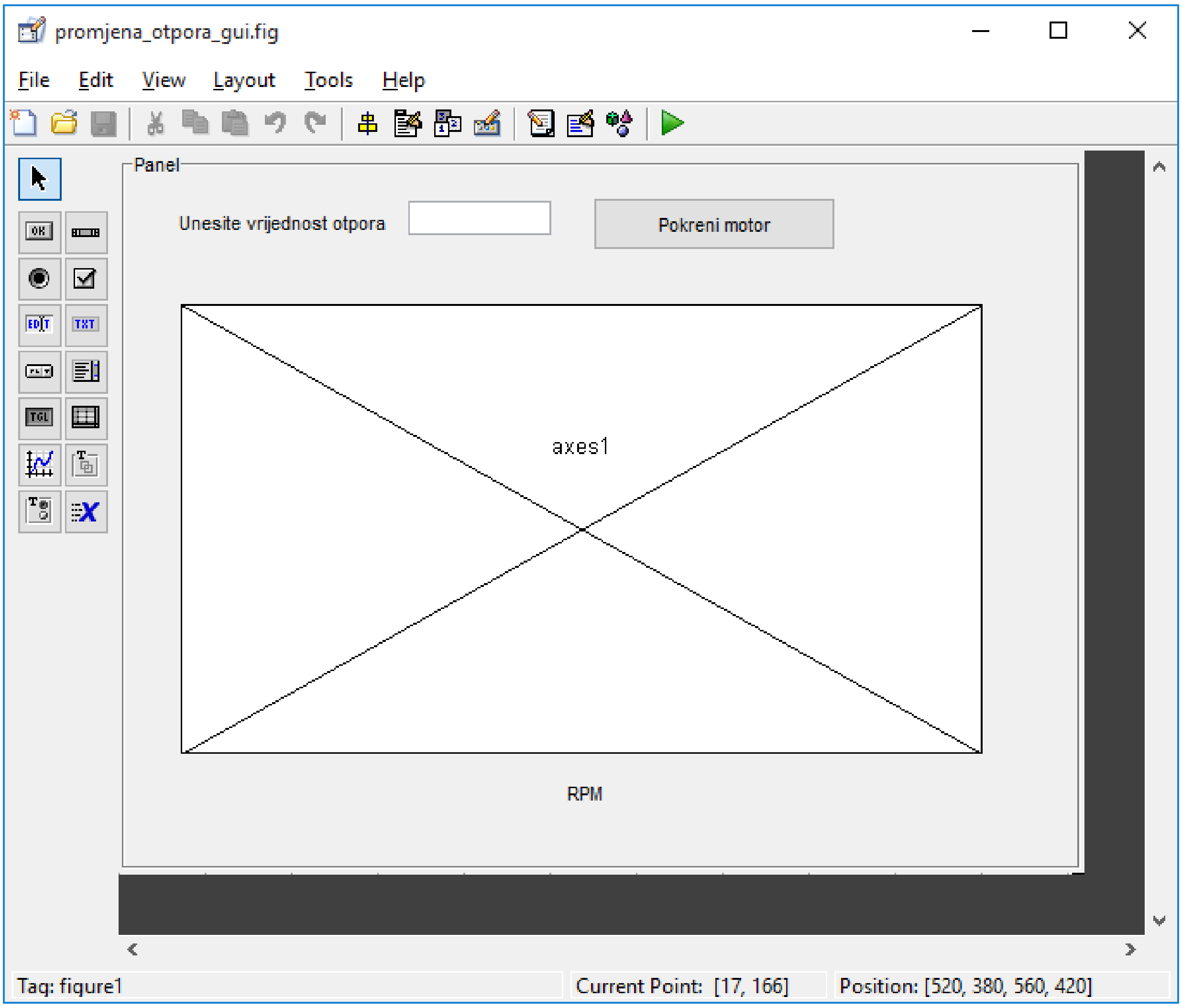
Na slici (Slika 17.) je prikazana šema istosmjernog motora sa električnim komponentama. U Simulink Library pod Simscape mogu se naći sve ove komponente. Značajne stvari koje su potrebne za mjeriti, su struja koja pokreće motor zatim brzina okretanja motora te ugao zakreta motora. Solver Configuration omogućuje prikaz sklopa na scopu pa je poželjno da koristi Bodeov dijagram za prikaz koji se regulira tako što se pod Stimulation odabira opcija Modelconfiguration, te opcija pod Solver ode15.

Za mjerenje struje korišten je Current sensor koji je u suštini ampermetar i da bi signal bio prikazan potreban je Convertor koji pretvara digitalni signal u analogni. Translation spring se ponaša u ovom slučaju kao teret motora tj. opterećenje koje motor pokreće u pomenutom slučaju. U nastavku će biti pokazane različite varijacije opterećenja na motor.

Na sljedećim slikama biti će prikazano ponašanje struje, napona i brzine okretanja motora u ovisnosti od opterećenja koje dovedemo na motor.

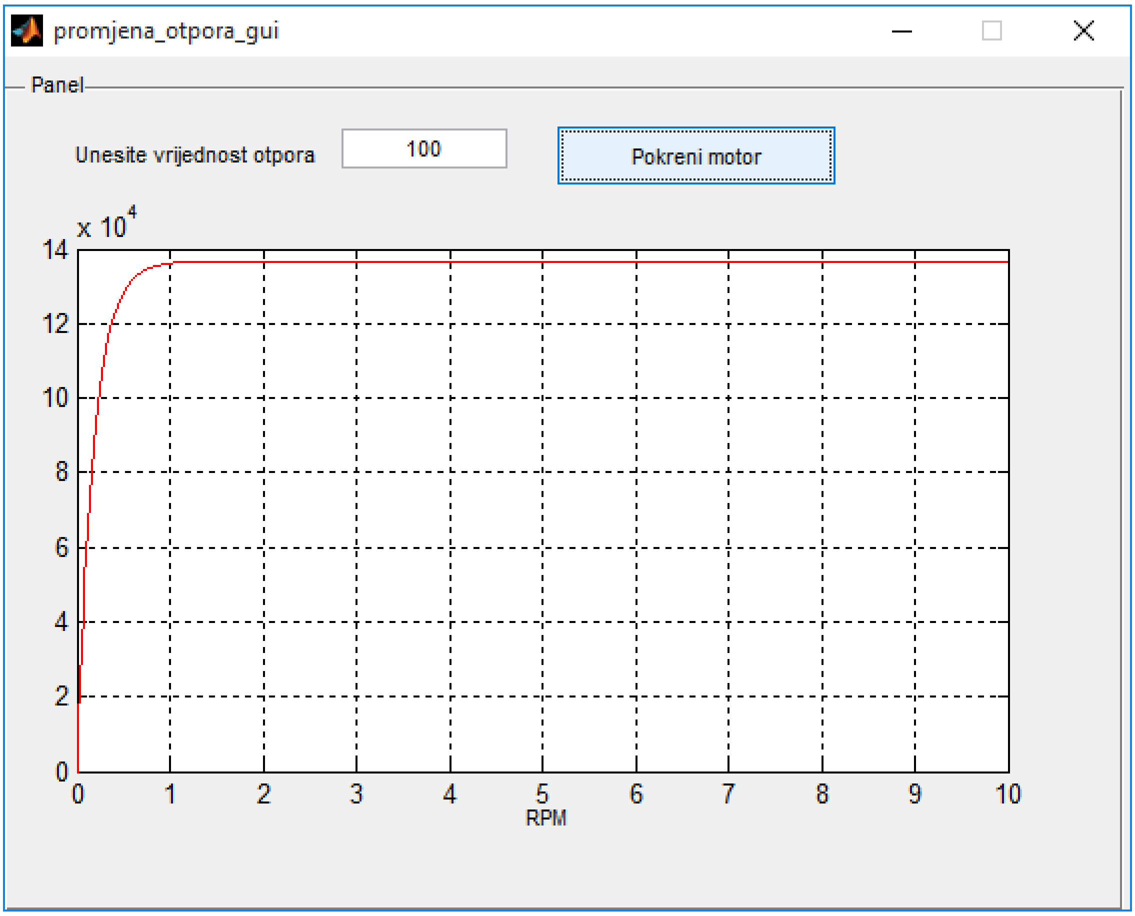
GUI za pokretanje

Guide

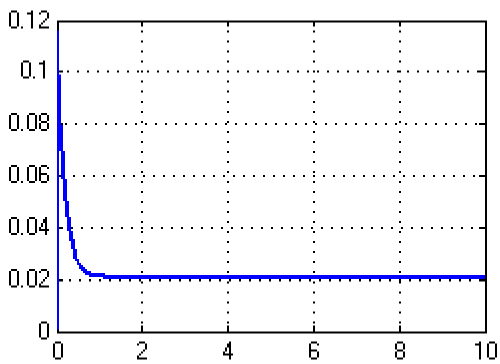



```
% --- Executes on button press in pushbutton1.
function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)
otpor=str2num(get(handles.otpor,'String'));
assignin('base','otpor',otpor)
```

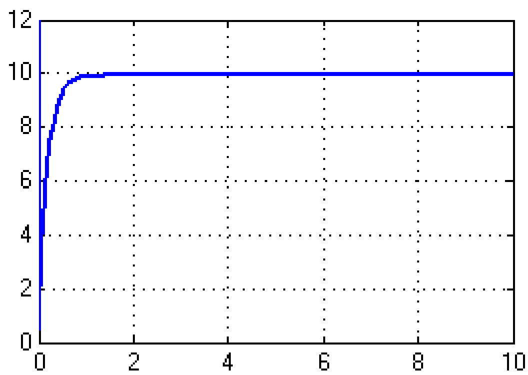
```
assignin('base','Kontrola_DC_motora_otpornik',handles)
assignin('base','startstop_hObject',handles.pushbutton1)
set_param('Kontrola_DC_motora_otpornik','SimulationCommand','Start')
assignin('base','Kontrola_DC_motora_otpornik',handles)
assignin('base','startstop_hObject',handles.pushbutton1)
pause(3)
vr=evalin('base','t');
rpm=evalin('base','rpm');
%struja=num2double(struja);
handles.axes1;
plot(vr,rpm,'r');
grid on
```



Slika 19: Broj okretaja motora – GUI

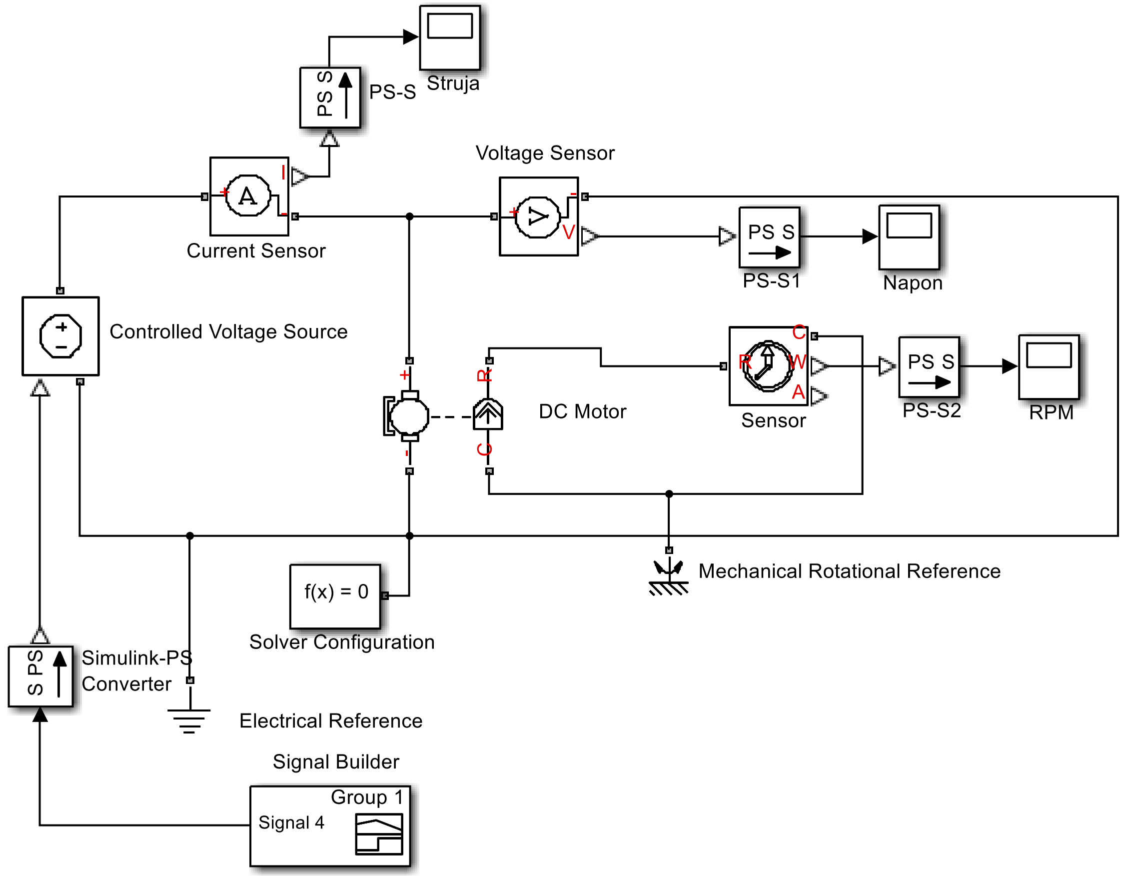


Slika 20: Struja

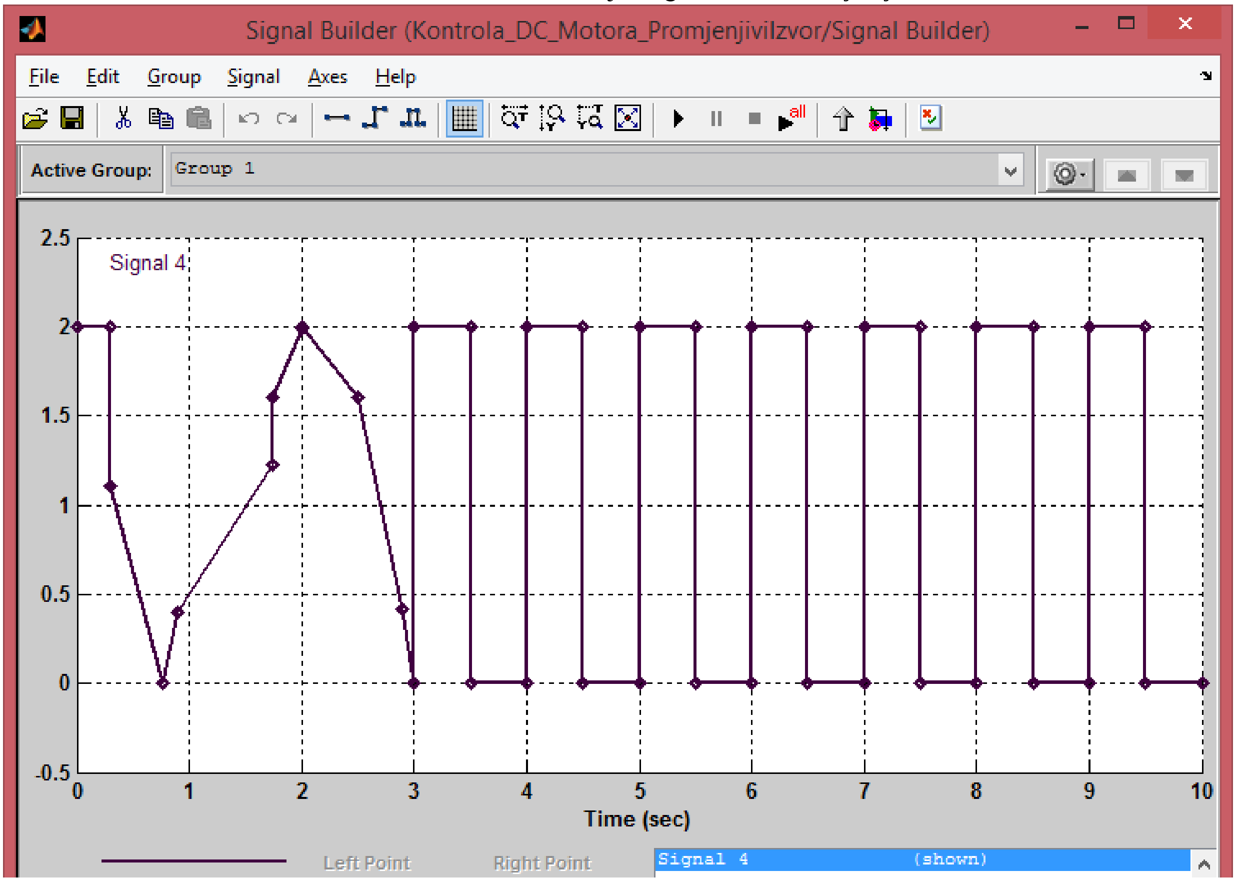


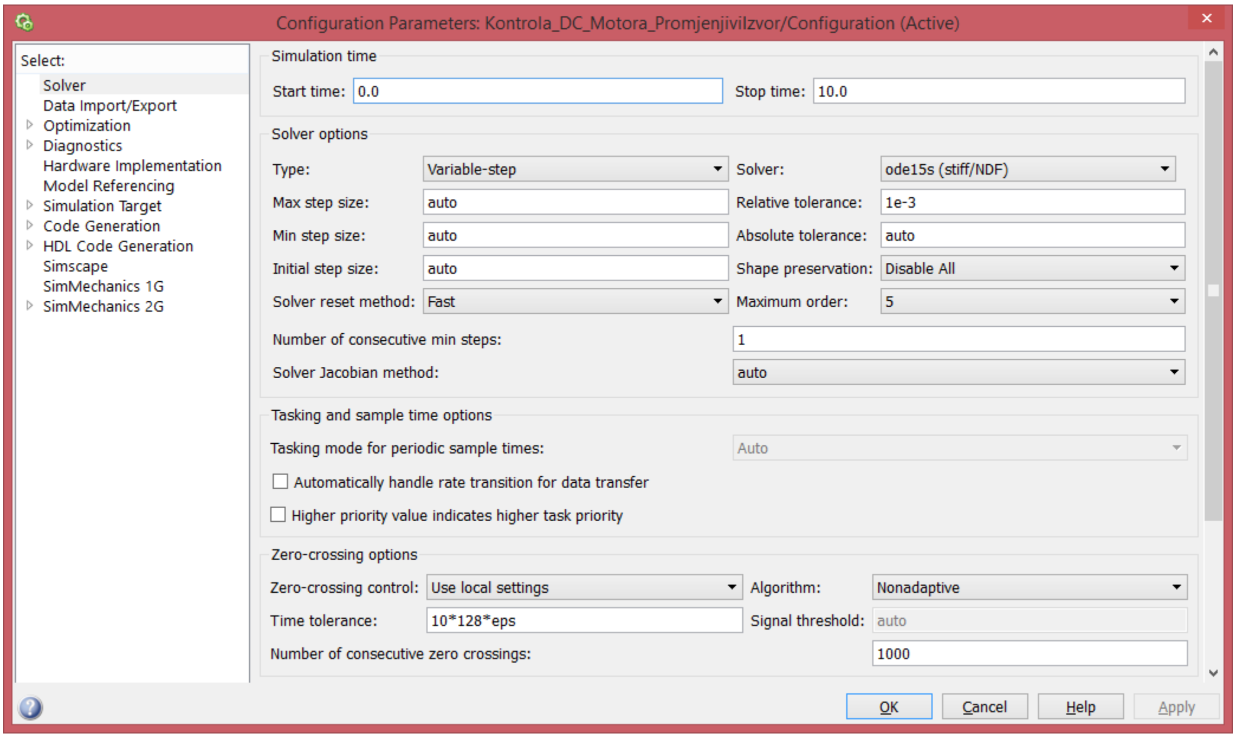
Slika 21: Napon

Upravljanje promjenom napona

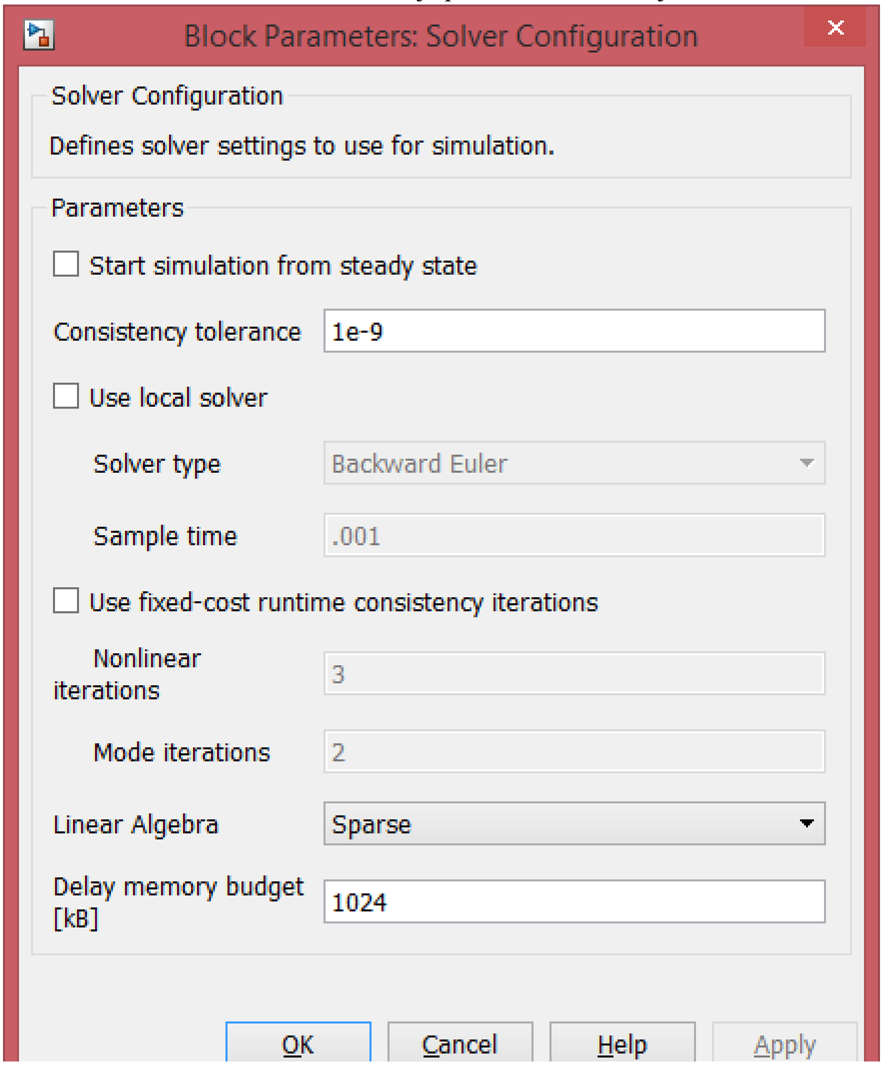


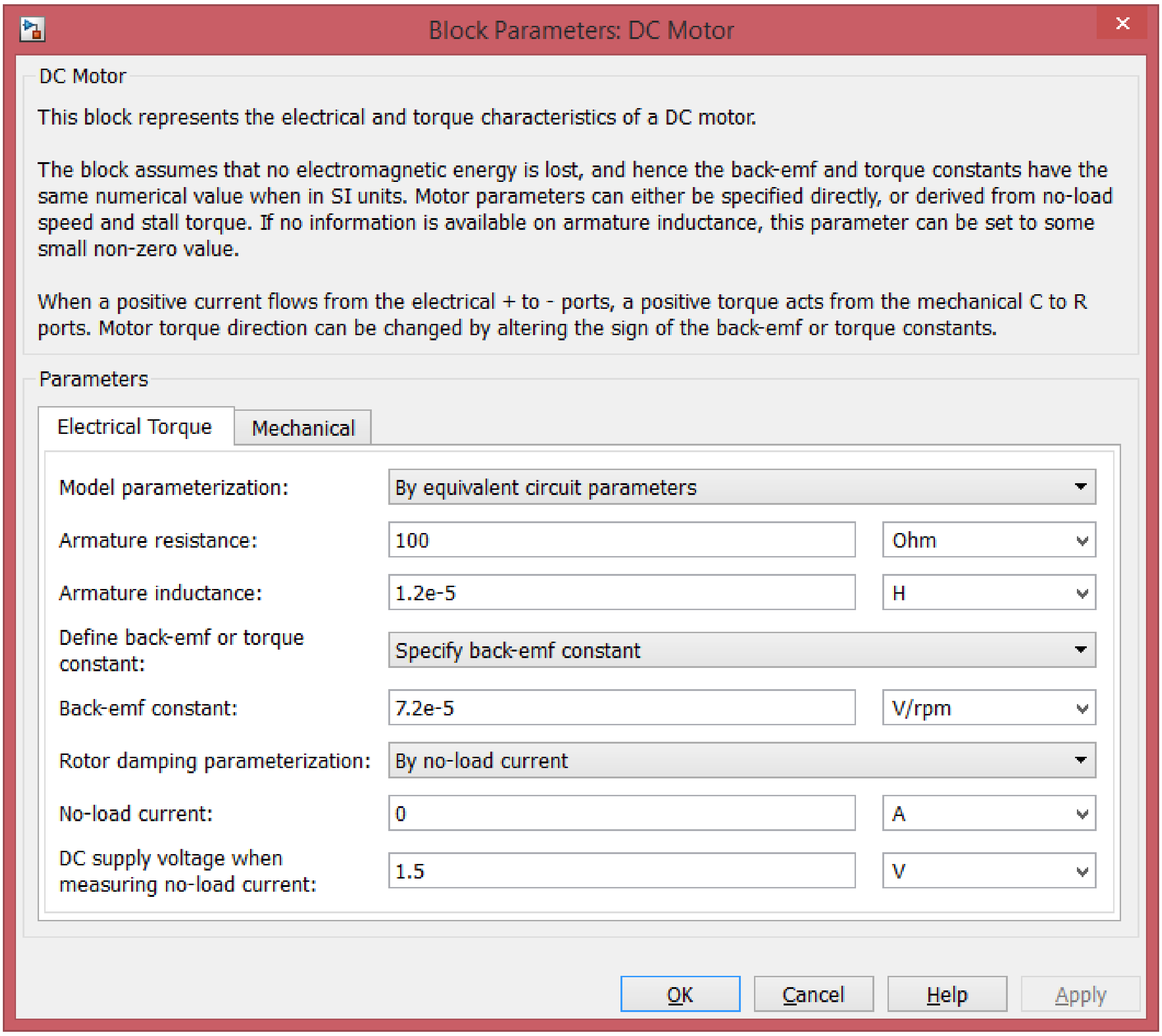
Slika 22. Električni model istosmjernog motora – Promjenljivi izvor

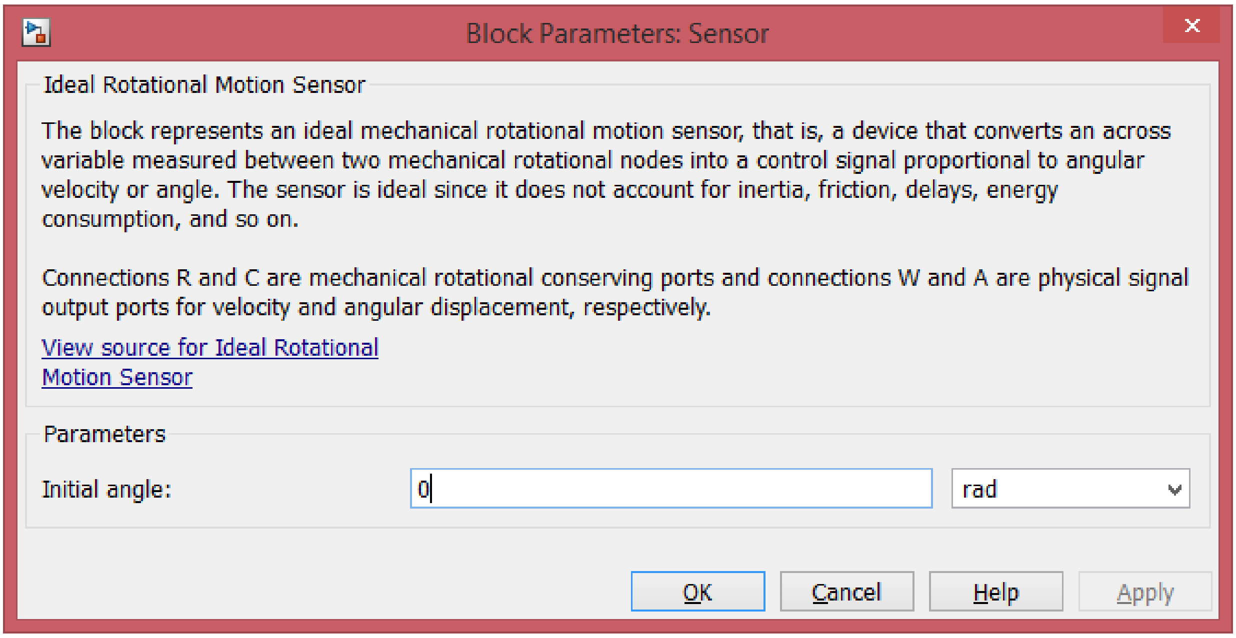


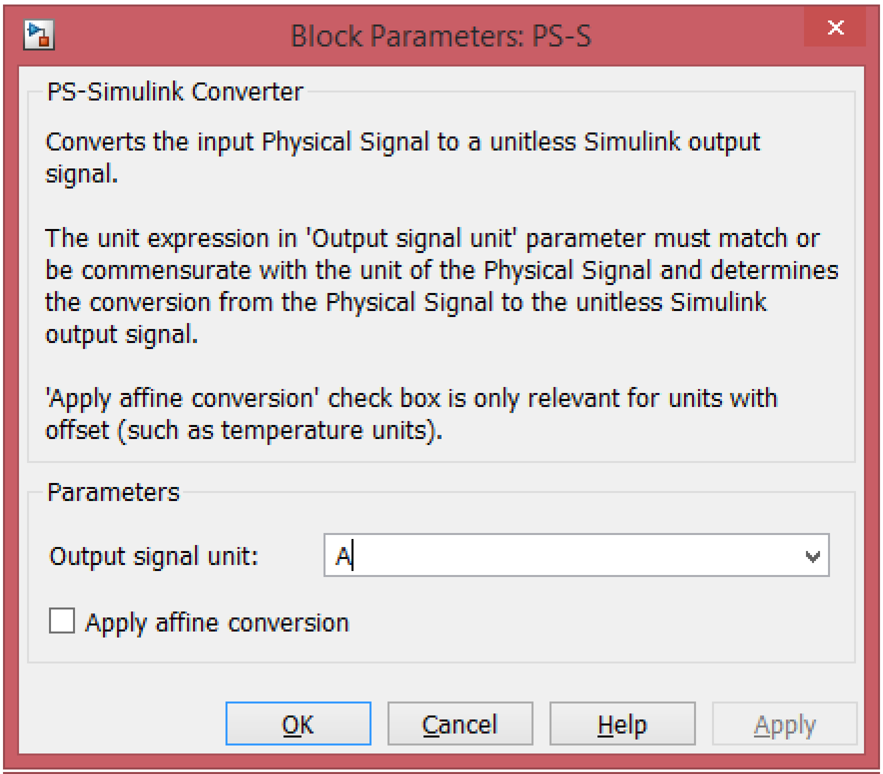


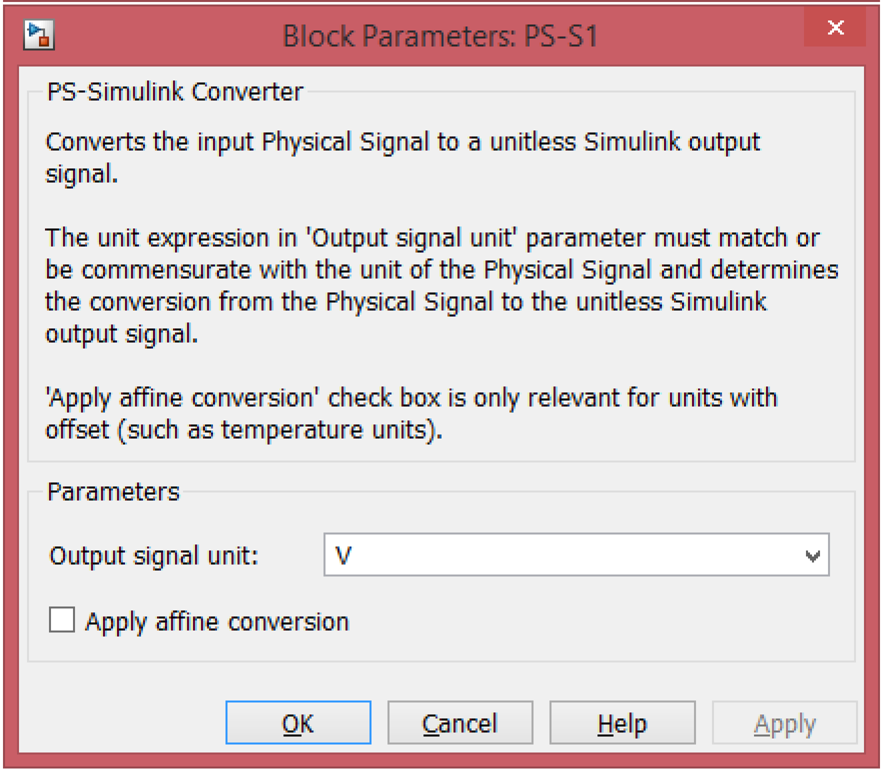
Slika 23. Podešavanja parametara simulacije

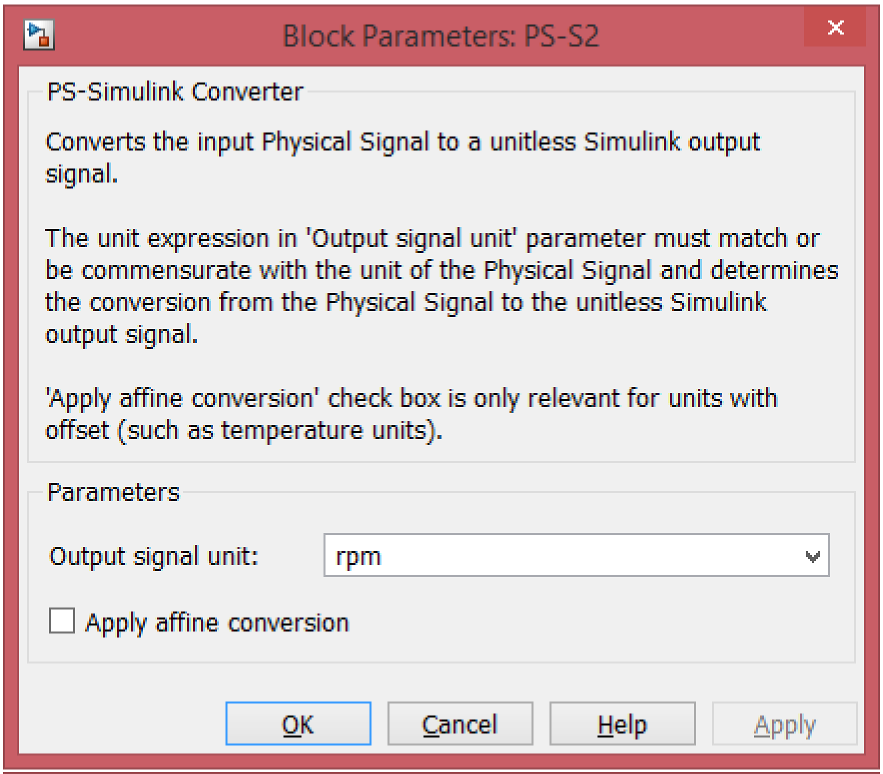


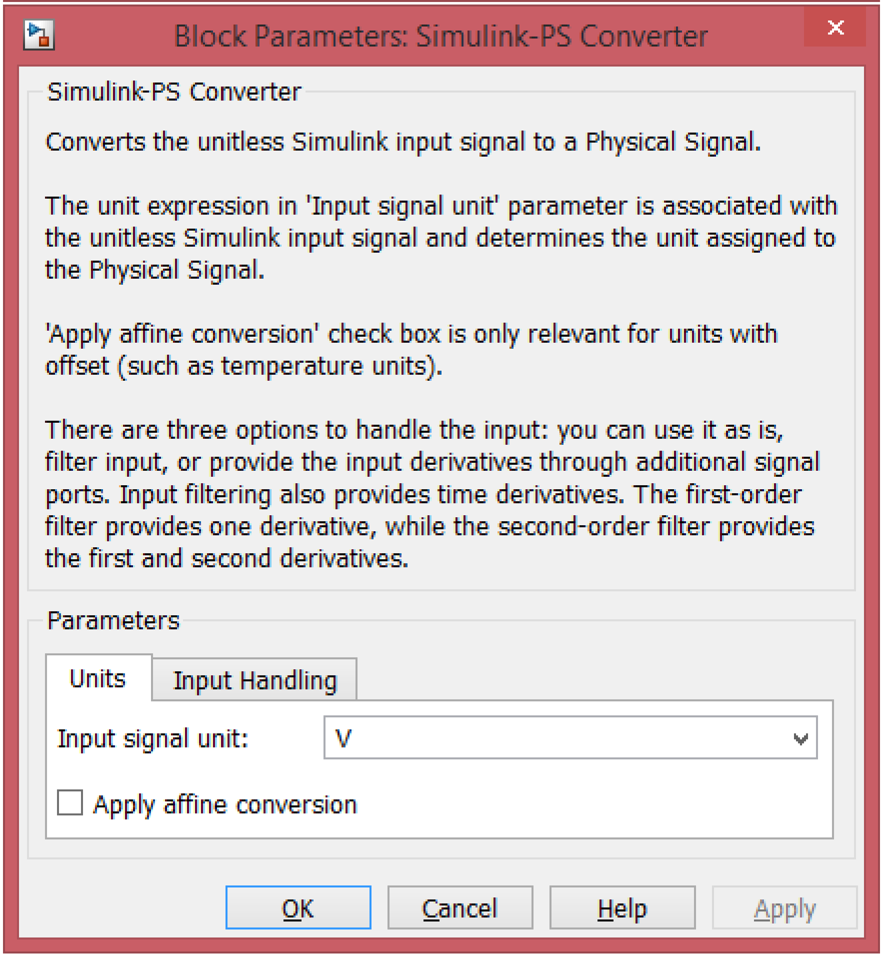

Block Parameters: DC Motor
DC Motor
This block represents the electrical and torque characteristics of a DC motor.
The block assumes that no electromagnetic energy is lost, and hence the back-emf and torque constants have the same numerical value when in SI units. Motor parameters can either be specified directly, or derived from no-load speed and stall torque. If no information is available on armature inductance, this parameter can be set to some small non-zero value.
When a positive current flows from the electrical + to - ports, a positive torque acts from the mechanical C to R ports. Motor torque direction can be changed by altering the sign of the back-emf or torque constants.
Parameters
Electrical Torque
Mechanical
Model parameterization:
By equivalent circuit parameters
Armature resistance:
100
Ohm
Armature inductance:
1.2e-5
H
Define back-emf or torque constant:
Specify back-emf constant
Back-emf constant:
7.2e-5
V/rpm
Rotor damping parameterization:
By no-load current
No-load current:
0
A
DC supply voltage when measuring no-load current:
1.5
V
OK
Cancel
Help
Apply


Block Parameters: Sensor
Ideal Rotational Motion Sensor
The block represents an ideal mechanical rotational motion sensor, that is, a device that converts an across variable measured between two mechanical rotational nodes into a control signal proportional to angular velocity or angle. The sensor is ideal since it does not account for inertia, friction, delays, energy consumption, and so on.
Connections R and C are mechanical rotational conserving ports and connections W and A are physical signal output ports for velocity and angular displacement, respectively.
View source for Ideal Rotational Motion Sensor
Parameters
Initial angle:
0
rad
OK
Cancel
Help
Apply


Block Parameters: PS-S
PS-Simulink Converter
Converts the input Physical Signal to a unitless Simulink output signal.
The unit expression in 'Output signal unit' parameter must match or be commensurate with the unit of the Physical Signal and determines the conversion from the Physical Signal to the unitless Simulink output signal.
'Apply affine conversion' check box is only relevant for units with offset (such as temperature units).
Parameters
Output signal unit:
A
Apply affine conversion
OK
Cancel
Help
Apply

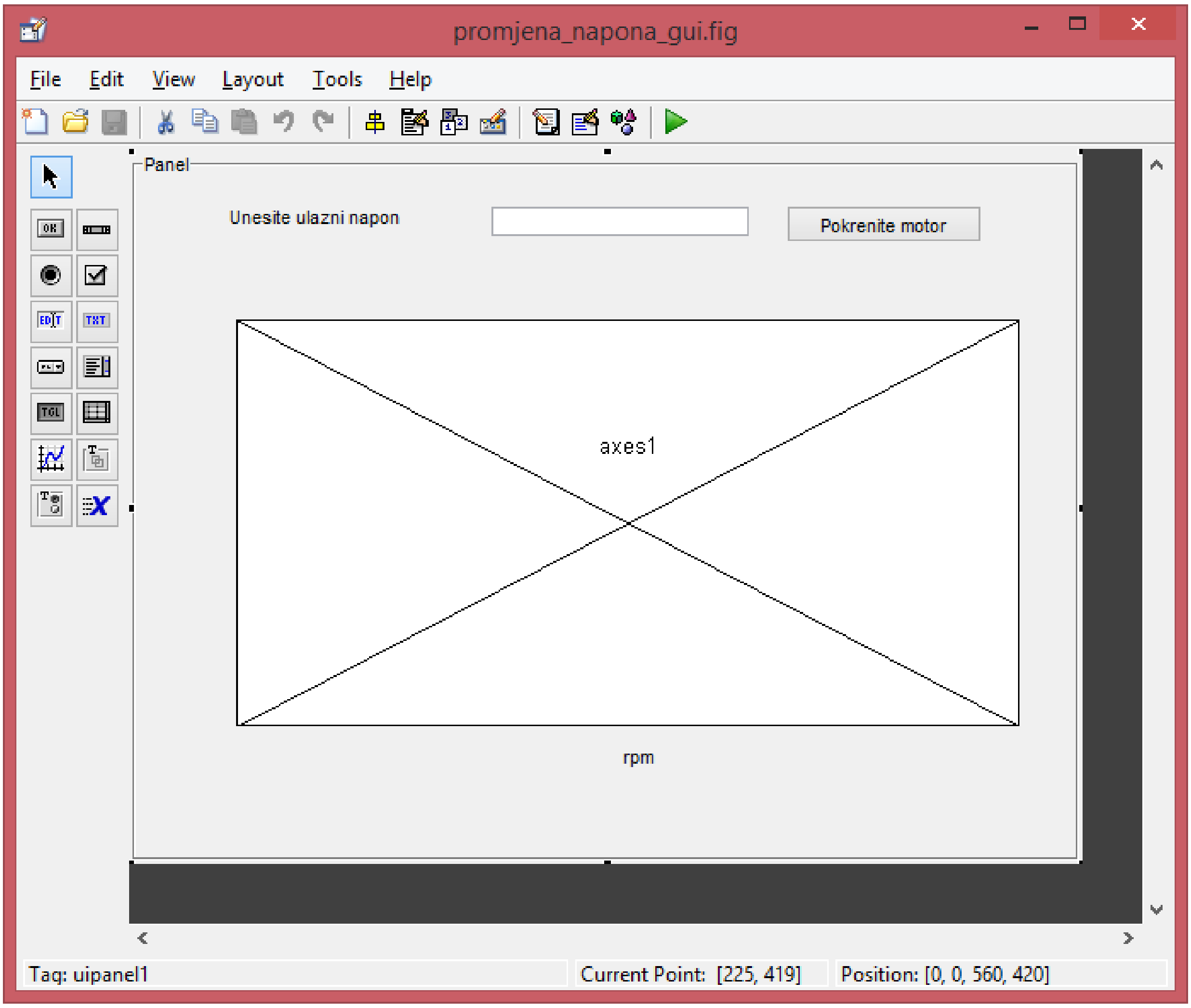

Block Parameters: PS-S1
PS-Simulink Converter
Converts the input Physical Signal to a unitless Simulink output signal.
The unit expression in 'Output signal unit' parameter must match or be commensurate with the unit of the Physical Signal and determines the conversion from the Physical Signal to the unitless Simulink output signal.
'Apply affine conversion' check box is only relevant for units with offset (such as temperature units).
Parameters
Output signal unit:
V
Apply affine conversion
OK
Cancel
Help
Apply


Block Parameters: PS-S2
PS-Simulink Converter
Converts the input Physical Signal to a unitless Simulink output signal.
The unit expression in 'Output signal unit' parameter must match or be commensurate with the unit of the Physical Signal and determines the conversion from the Physical Signal to the unitless Simulink output signal.
'Apply affine conversion' check box is only relevant for units with offset (such as temperature units).
Parameters
Output signal unit:
rpm
Apply affine conversion
OK
Cancel
Help
Apply

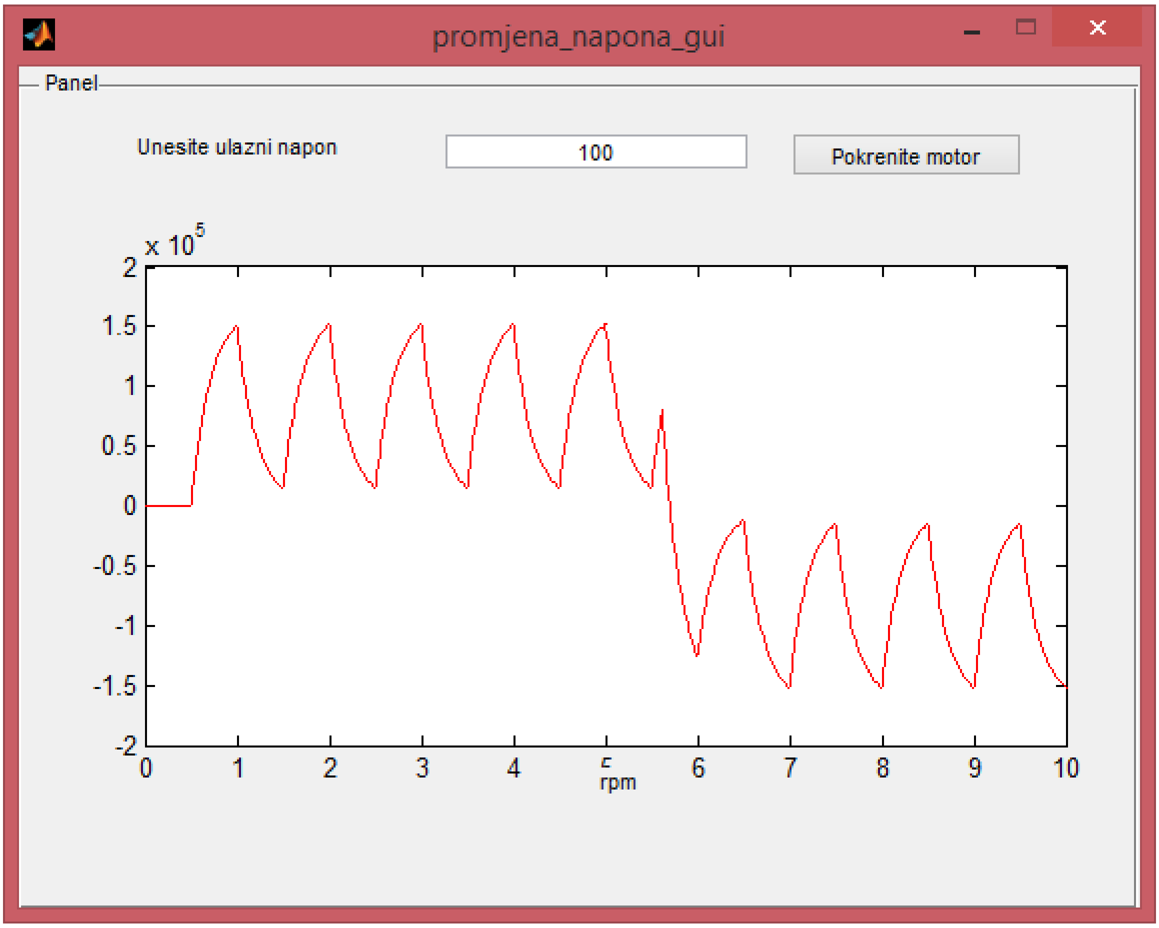

Block Parameters: Simulink-PS Converter
Simulink-PS Converter
Converts the unitless Simulink input signal to a Physical Signal.
The unit expression in 'Input signal unit' parameter is associated with the unitless Simulink input signal and determines the unit assigned to the Physical Signal.
'Apply affine conversion' check box is only relevant for units with offset (such as temperature units).
There are three options to handle the input: you can use it as is, filter input, or provide the input derivatives through additional signal ports. Input filtering also provides time derivatives. The first-order filter provides one derivative, while the second-order filter provides the first and second derivatives.
Parameters
Units
Input Handling
Input signal unit:
V
Apply affine conversion
OK
Cancel
Help
Apply

GUI za pokretanje

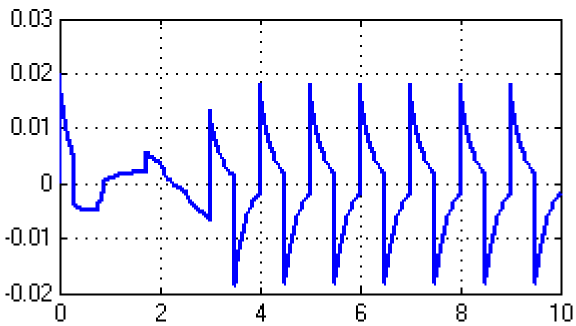
Guide



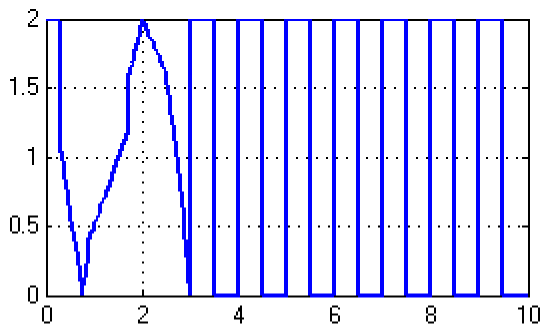

```
function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)
% hObject    handle to pushbutton1 (see GCBO)
% eventdata  reserved - to be defined in a future version of MATLAB
% handles    structure with handles and user data (see GUIDATA)

napon=str2num(get(handles.napon,'String'));
assignin('base','napon',napon)
assignin('base','Kontrola_DC_Motora_PromjenjiviIzvor',handles)
assignin('base','startstop_hObject',handles.pushbutton1)
set_param('Kontrola_DC_Motora_PromjenjiviIzvor','SimulationCommand','Start')
assignin('base','Kontrola_DC_Motora_PromjenjiviIzvor',handles)
assignin('base','startstop_hObject',handles.pushbutton1)
pause(3)
vr=evalin('base','t');
rpm=evalin('base','rpm');
% struja=num2double(struja);
handles.axes1;
plot(vr,rpm,'r');
```



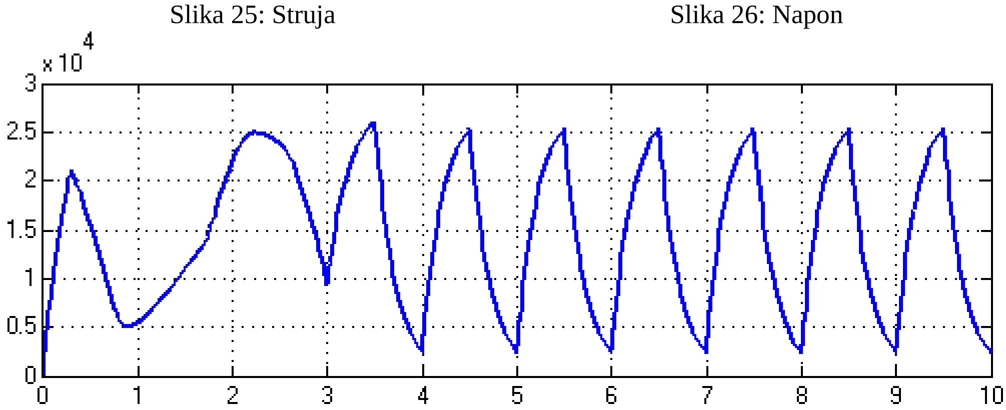
Slika 24: Broj okretaja motora – GUI



Slika 25: Struja



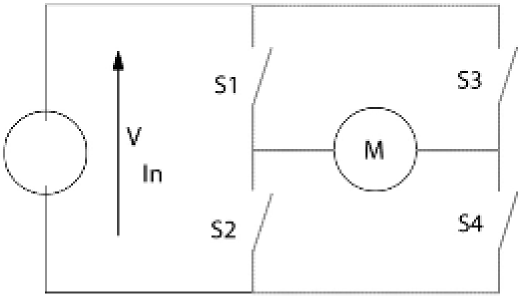
Slika 26: Napon



Slika 27: Broj okretaja motora

Upravljanje istosmjernim motoram korištenjem H-mosta

Na sljedećem modelu je prikazan motor kontroliran sa H-mostom. H-most je električno kolo koje služi za regulisanje smjera kretanja istosmjerne struje kroz motor. Najčešću primjenu ima u robotici i ostalim aplikacijama gdje je potrebno upravljati nečim što se pomjera u jednom pravcu, a u suprotnim smjerovima. Sastoji se od četiri prekidača, motora između njih i strujnog izvora. Struja teče u jednom smjeru kada se zatvore prekidači S1 i S4, a S2 i S3 otvoreni, a u suprotnom smjeru kada su S2 i S3 zatvoreni, a S1 i S4 otvoreni. Šema H-mosta je prikazana na slici (Slika 28.).

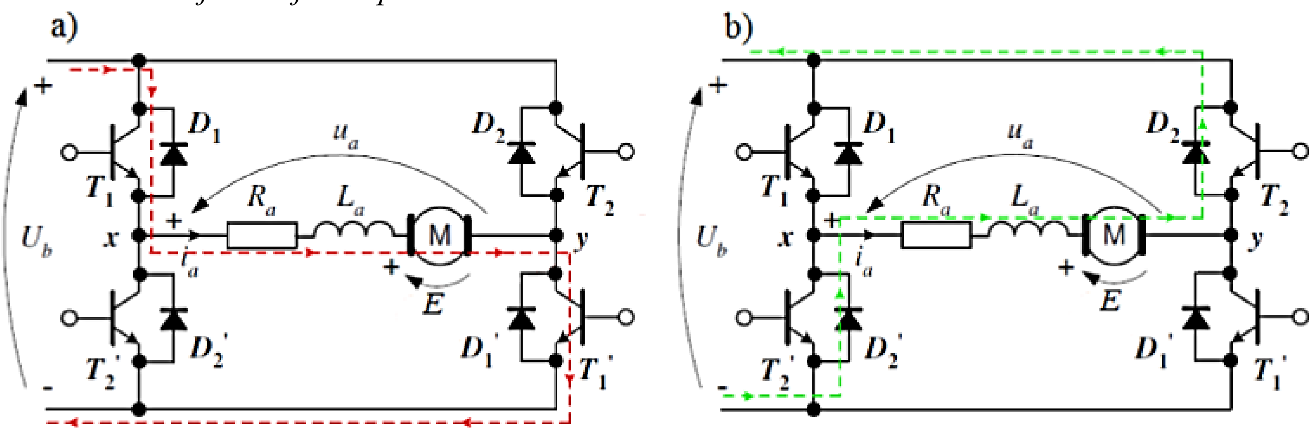


Slika 28. Šema H-mosta

H-most radi u prekidačkom režimu rada što znači da će i valni oblik napona na armaturi motora biti isprekidan. Željeni iznos napona na izlazu pretvarača zadaje se preko ulaznog (referentnog) signala PWM sklopa, koji upravlja okidanjem pojedinih tranzistora u H-mostu (srednja vrijednost napona na izlazu pretvarača je proporcionalna ulaznom naponu PWM sklopa). **H-most** se napaja iz istosmjernog izvora napona. Koji se pak most napaja iz mrežnog ispravljača, te tada ispravljač na svom izlazu mora imati kondenzator visokog kapaciteta u svrhu izglađivanja napona istosmjernog međukruga.

Princip rada H-mosta (pretpostavlja se da su sve diode i tranzistori idealni):

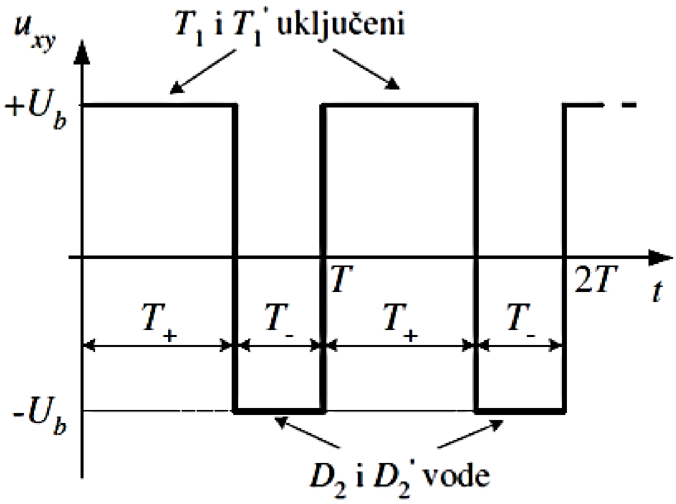
Uključivanjem tranzistora T_1 i T_1', između tačaka x i y (armatura motora) dovodi se pozitivni napon istosmjernog međukruga (U_{xy} = + U_b), dok se uključivanjem tranzistora T_2 i T_2', dovodi negativni napon istosmjernog međukruga (U_{xy} = - U_b). Na (Slika 29) je objašnjen rad tranzistorskog H-mosta: a) *Uključivanje tranzistora za rad u 1. kvadrantu*. b) *Isključivanje tranzistora i uključivanje komplementarnih dioda za rad u 1. kvadrantu.*



Slika 29. Objašnjenje rada tranzistorskog H-mosta

Isključivanjem jednog para tranzistora (npr. T_1 i T_1'), došlo bi do prekidanja strujnog kruga, što može biti vrlo nepovoljno jer se u strujnom krugu nalazi zavojnica (induktivitet armature L_a). Da protunapon ne bi oštetio tranzistore, tranzistorima se dodaju protuparalelno spojene diode. Pri isključivanju para tranzistora T_1 i T_1', provest će diode D_2 i D_2' protuparalelno spojene drugom paru tranzistora T_2 i T_2' (onom koji prije nije bio uključen). Te diode biti će propusno polarizirane zadani smjer struje armature (te će omogućiti nastavak toka struje), spajajući pritom armaturu na napon suprotnog polariteta.

Zbog prekidačkog rada pretvarača napon na izlazu (napon armature) je pravokutnog oblika, kako je prikazano na (Slika 30). Ovaj valni oblik opisuju tri parametra: amplituda (koja je jednaka naponu istosmjernog međukruga U_b), frekvencija f_{ch} (odnosno period $T=1/f_{ch}$) i tzv. Faktor popunjenosti d (engl. duty cycle).



Slika 30. Valni oblik napona armature za rad u 1. kvadrantu i periodi uključenosti dioda i tranzistora

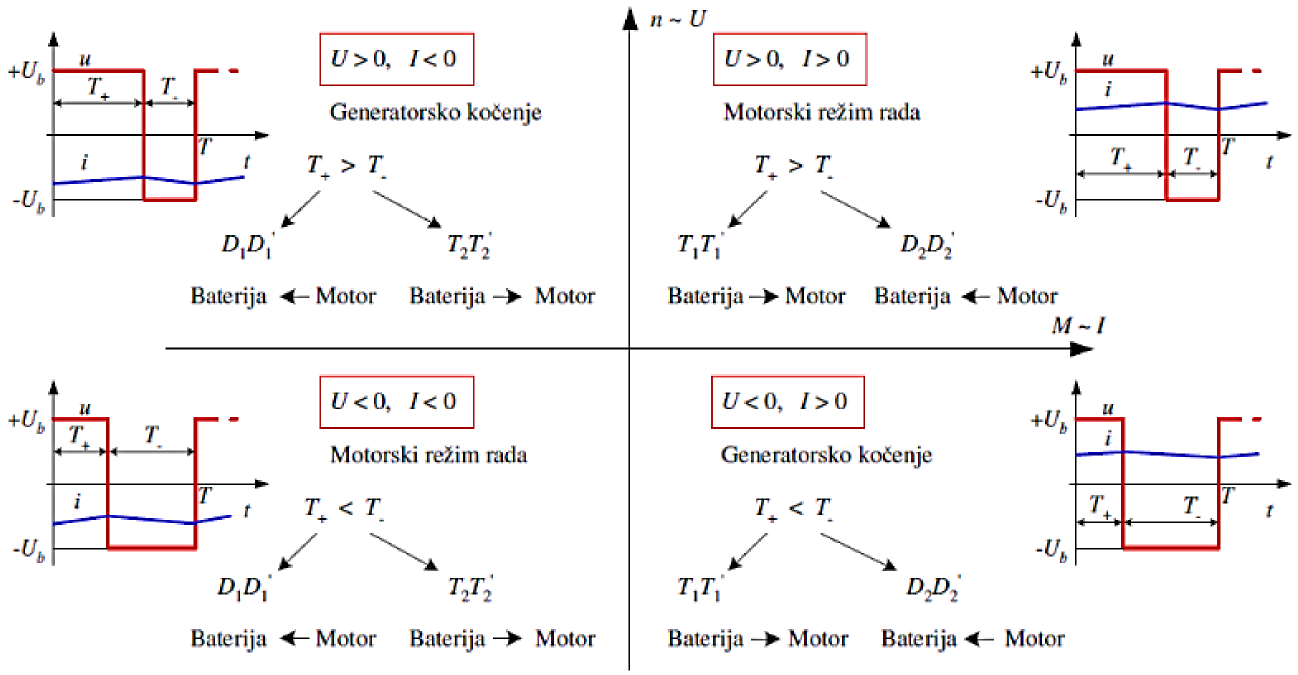
Faktor popunjenosti d se definira na sljedeći način:

$$d = \frac{T_+}{T} = \frac{T_+}{T_+ + T_-} = 1 - \frac{T_-}{T_+ + T_-} \quad \leftrightarrow \quad T_+ = dT \,, \;\; T_- = (1-d)T$$

Srednja vrijednost (DC vrijednost) pravokutnog valnog oblika napona armature računa ovako:

$$U_{sr} = \int_0^T u_{xy}(t)\mathrm{d}t = \frac{U_b T_+ - U_b(T - T_+)}{T} = 2U_b\frac{T_+}{T} - U_b = (2d-1)U_b$$

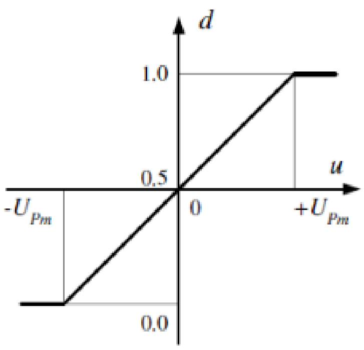
Rad frekvencijskog pretvarača u sva četiri kvadranta ilustriran je na (Slika 31).



Slika 31. Shematski prikaz rada frekvencijskog pretvarača u sva četiri kvadranta

Prethodna analiza pokazala je da se promjenom iznosa faktora popunjenosti d može kontinuirano mijenjati srednja vrijednost napona armature U_{sr} u rasponu od $-U_b$ do $+U_b$.

Kako uključivanjem i isključivanjem pojedinih tranzistora upravlja PWM sklop, logično je da faktor popunjenosti bude proporcionalan ulaznom naponu PWM sklopa, odnosno referentnom naponu pretvarača kako je prikazano na (Slika 32).



$$d = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{u}{U_{Pm}}\right)$$

Slika 32. Ovisnost faktora popunjenosti o referentonm naponu PWM sklopa

Faktor proporcionalnosti K_{ch} (pojačanje frekvencijskog pretvarača) računa se kako slijedi:

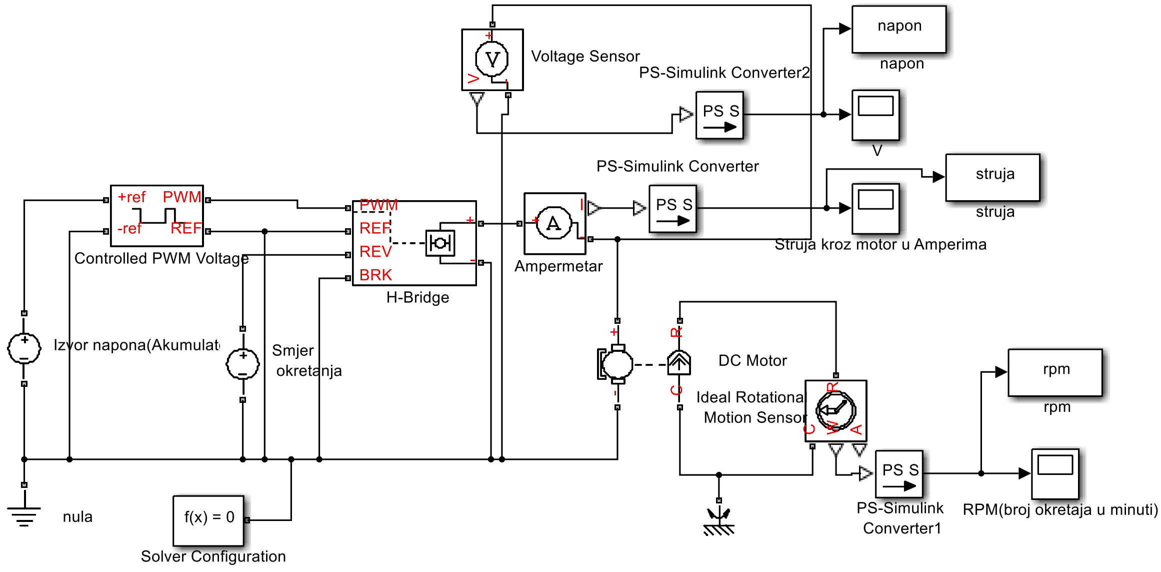
$$K_{ch} = \frac{\partial U_{sr}}{\partial u} = \frac{\partial U_{sr}}{\partial d}\frac{\partial d}{\partial u} = \frac{2U_b}{2U_{Pm}}$$

Nadomjesna dinamika (kašnjenje) frekvencijskog pretvarača opisuje se sljedećim nadomjesnim PT_1 članom:

$$G_{ch}(s) = \frac{u_a(s)}{u(s)} = \frac{K_{ch}}{1 + T_{ch}s}\ , \quad T_{ch} = \frac{1}{f_{ch}}$$

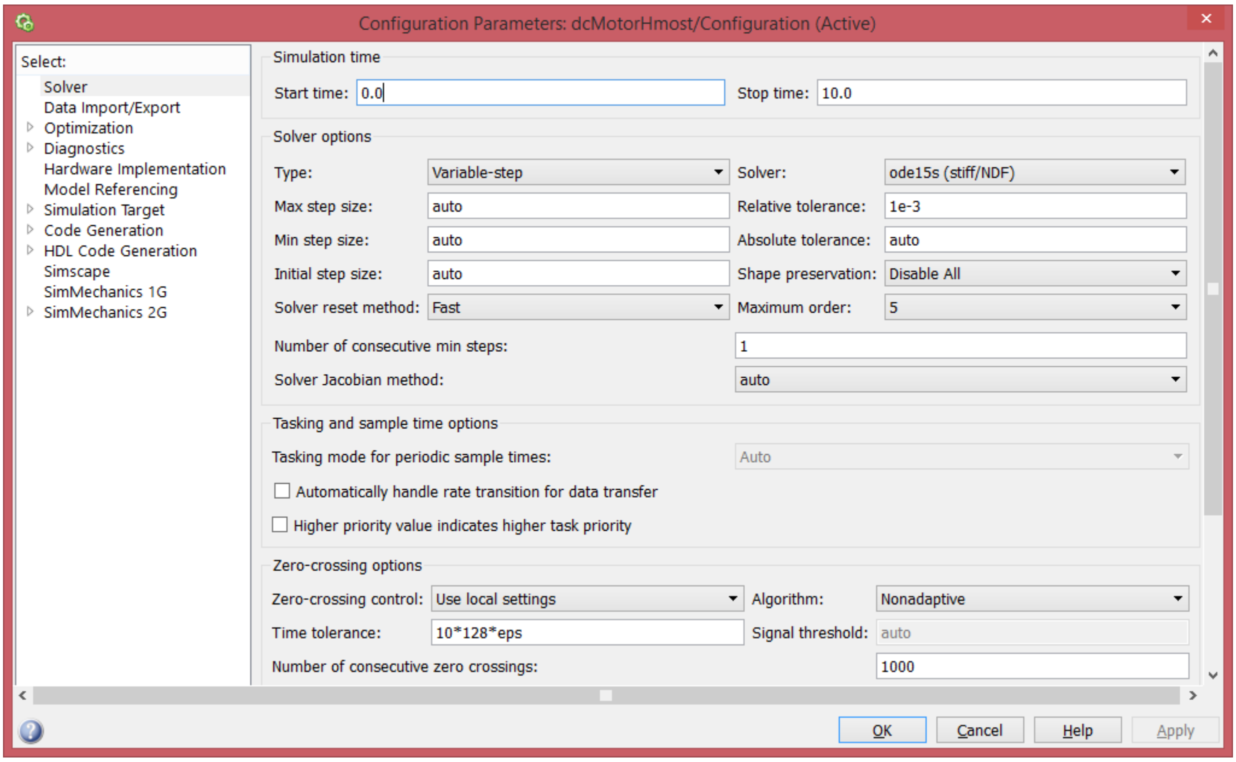
f_{ch} - Prekidačka frekvencija (frekvencija prekapčanja) pretvarača

U daljnjoj obradi, model sa slike (Slika 33.) pokazuje kako koristiti „*Controlled PWM Voltage*“ i „*H-Bridge*“ blokove za upravljanje motorom. Prije nego se počne sa simulacijom potrebno je navesti karakteristike pomenutog DC motora. Ako se predpostavi da DC motor proizvodi 10 W mehaničke snage pri 2500 obrtaja u minuti, a brzina bez opterećenja iznosi 4000 obrtaja u minuti kada je priključen na napon od 12V.



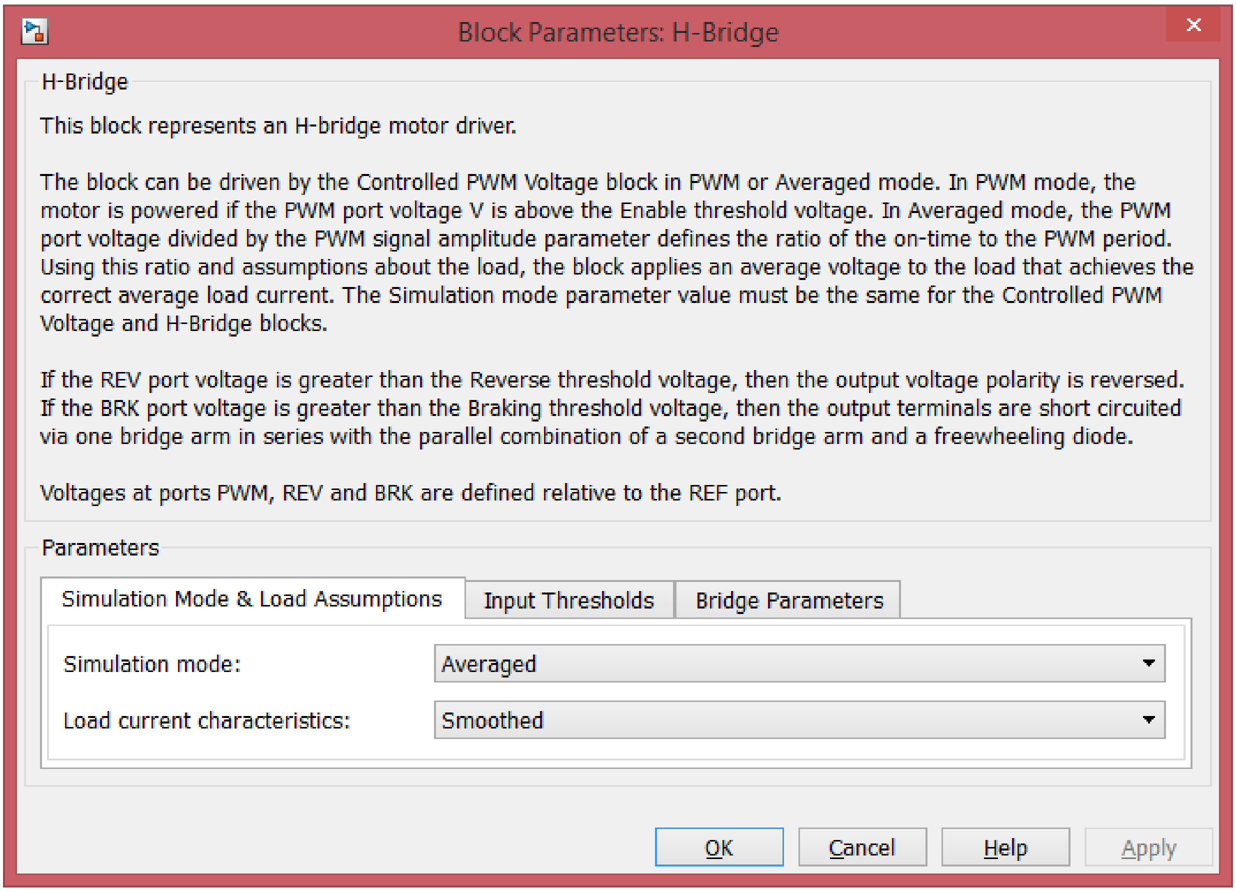
Slika 33. Model DC motora sa H- mostom

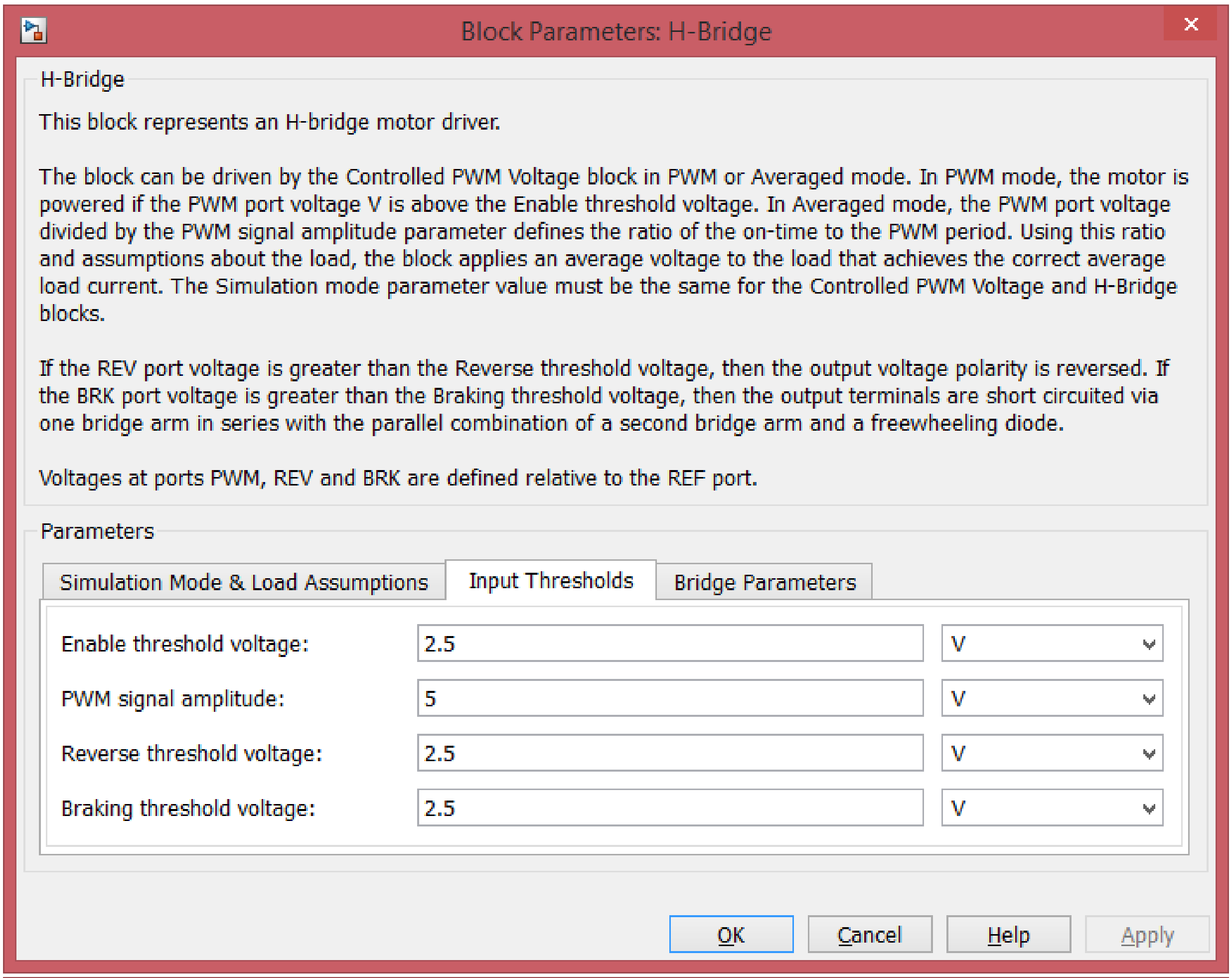
Ako se izvor napajanja podesi na 5 V brzina obrtanja će i dalje biti 4000 obrtaja u minuti dok će napon na motoru i dalje biti 12 V. Kao što se vidi iz priloženog ulazni napon nema utjecaj na motor jer cijelu kontrolu obavlja H-most. Važnu ulogu u tome imaju postavke H-mosta.

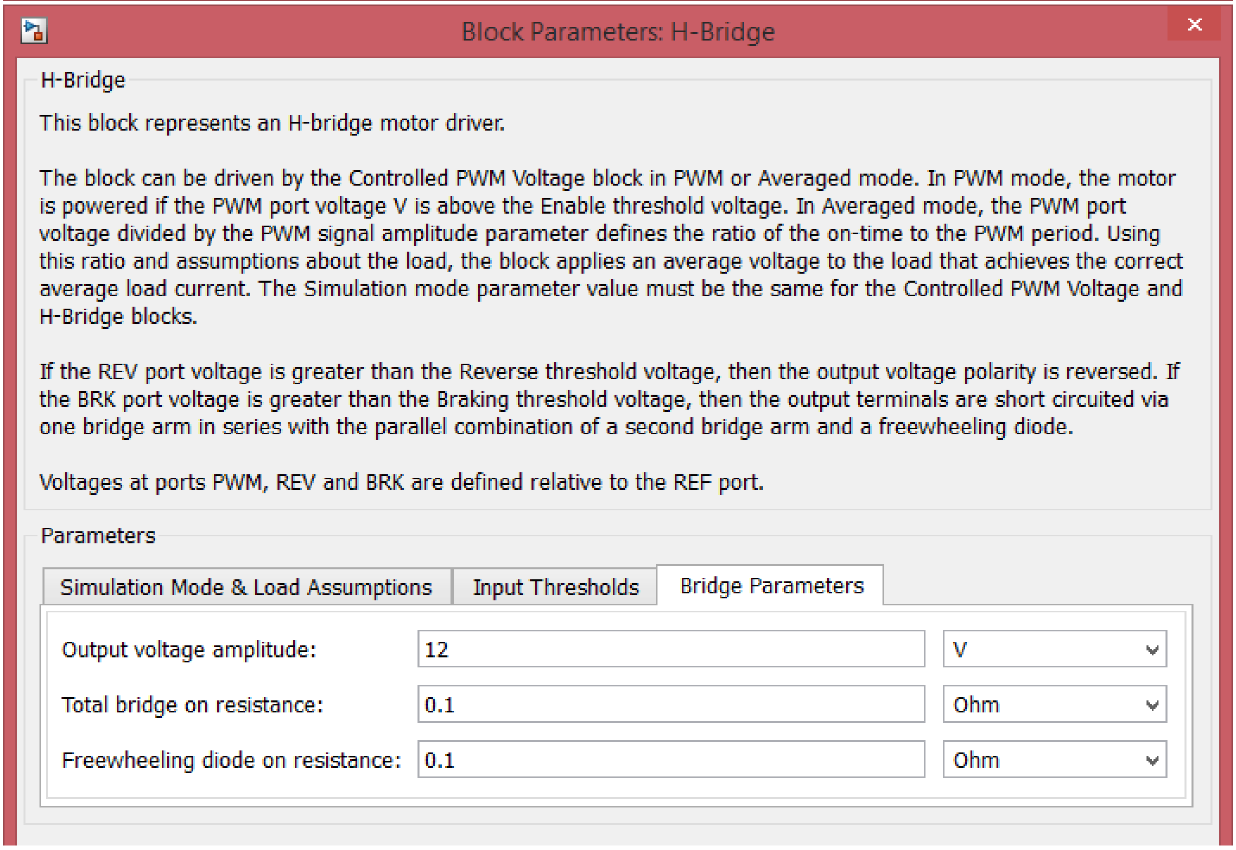


Slika 34. Podešavanja parametara simulacije

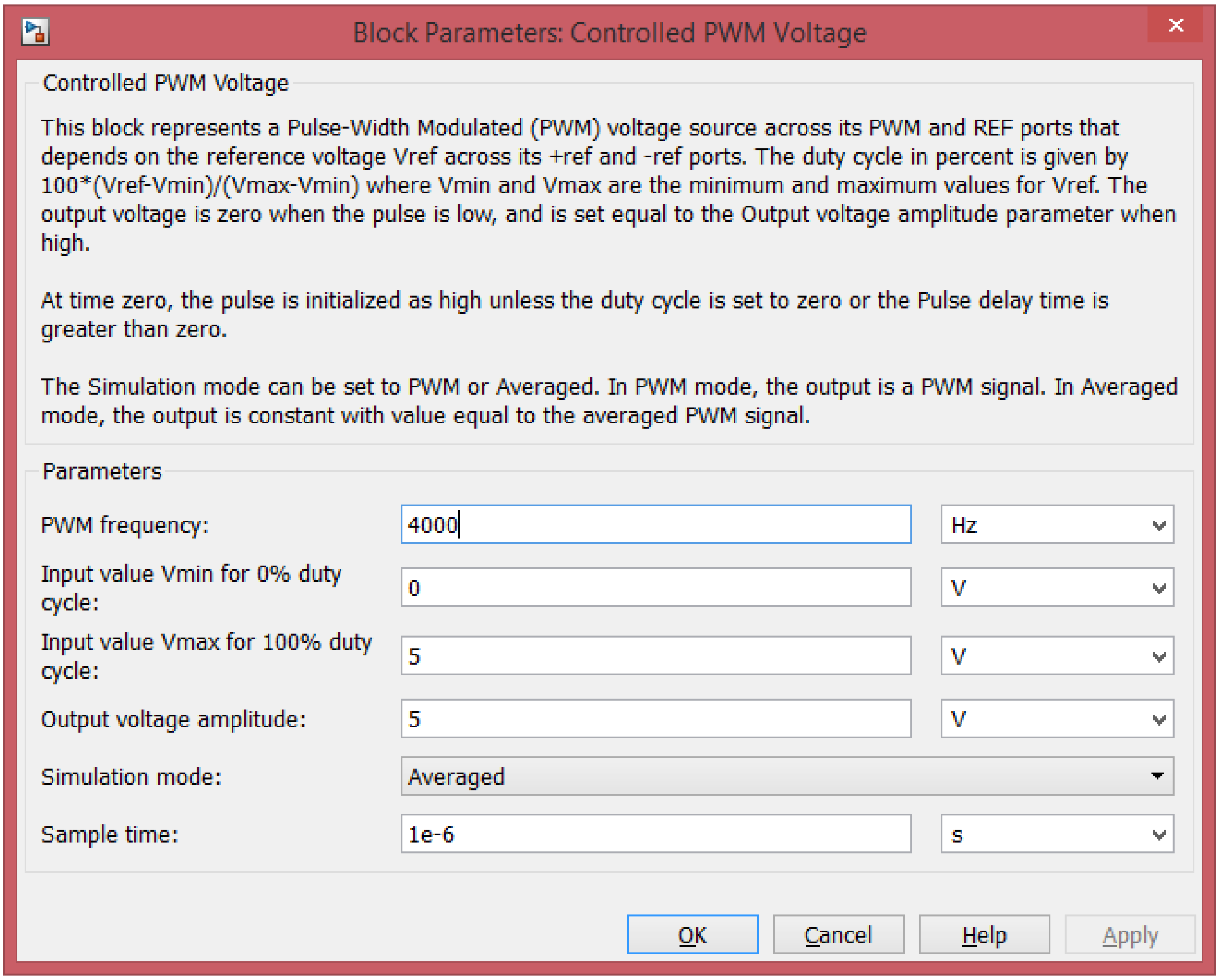
Postavke H-mosta

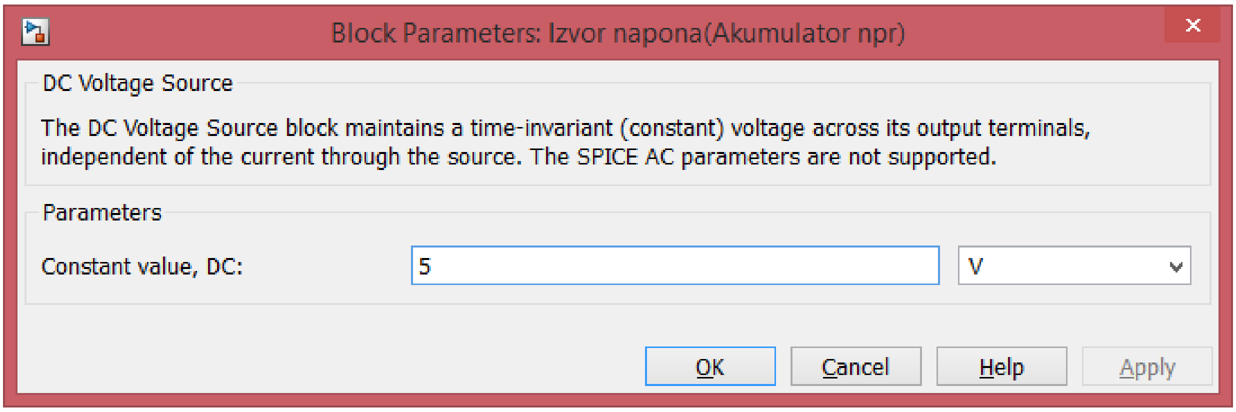


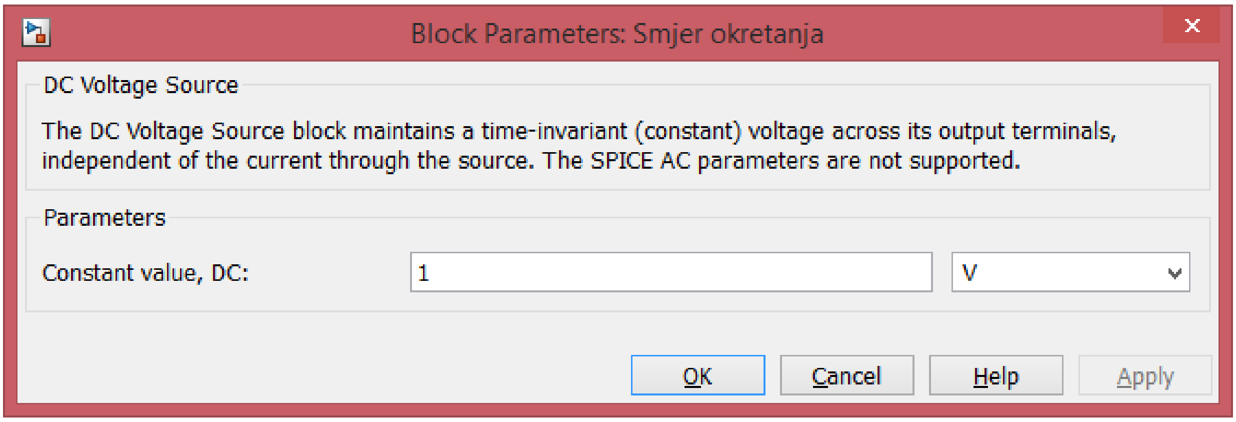


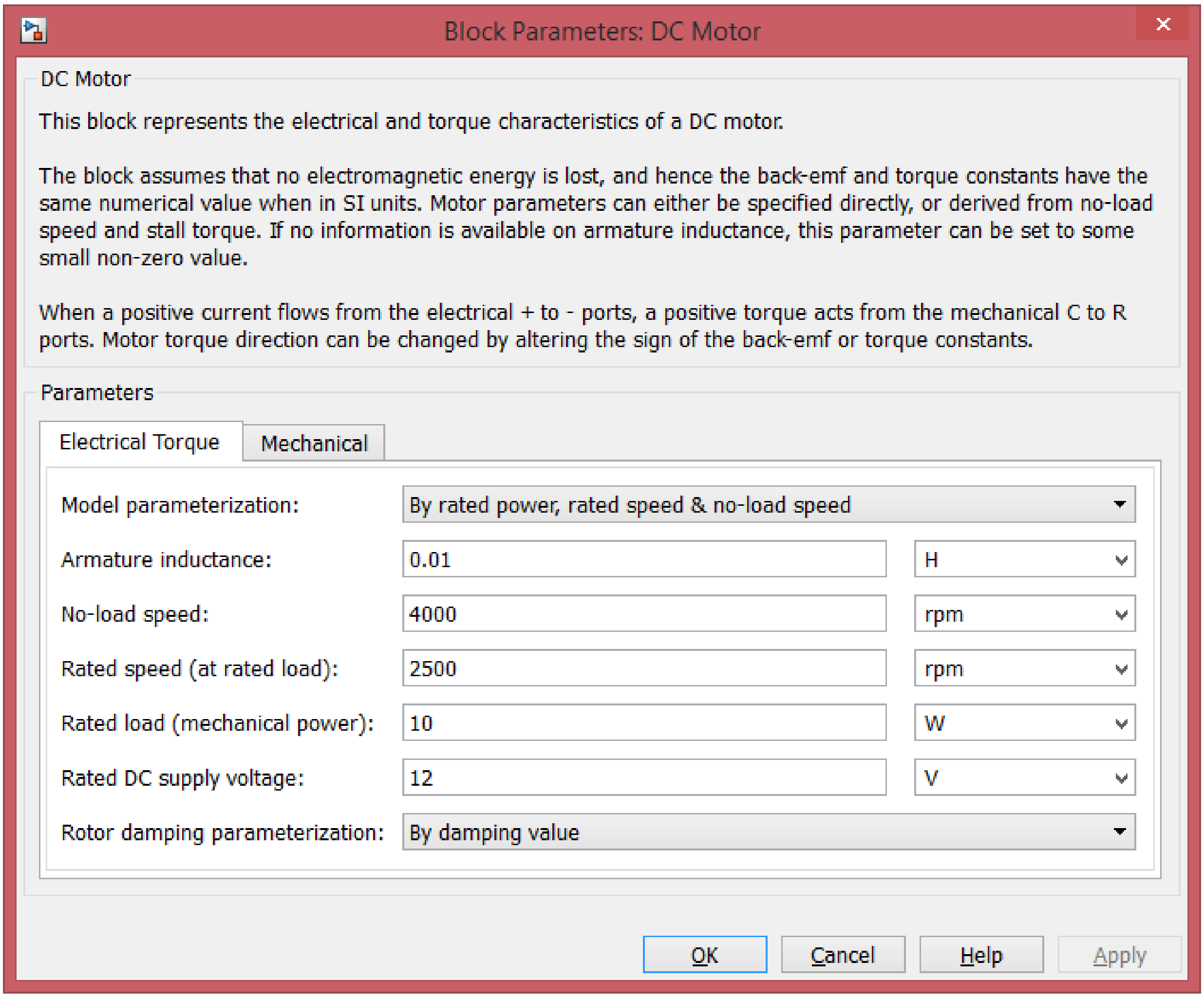


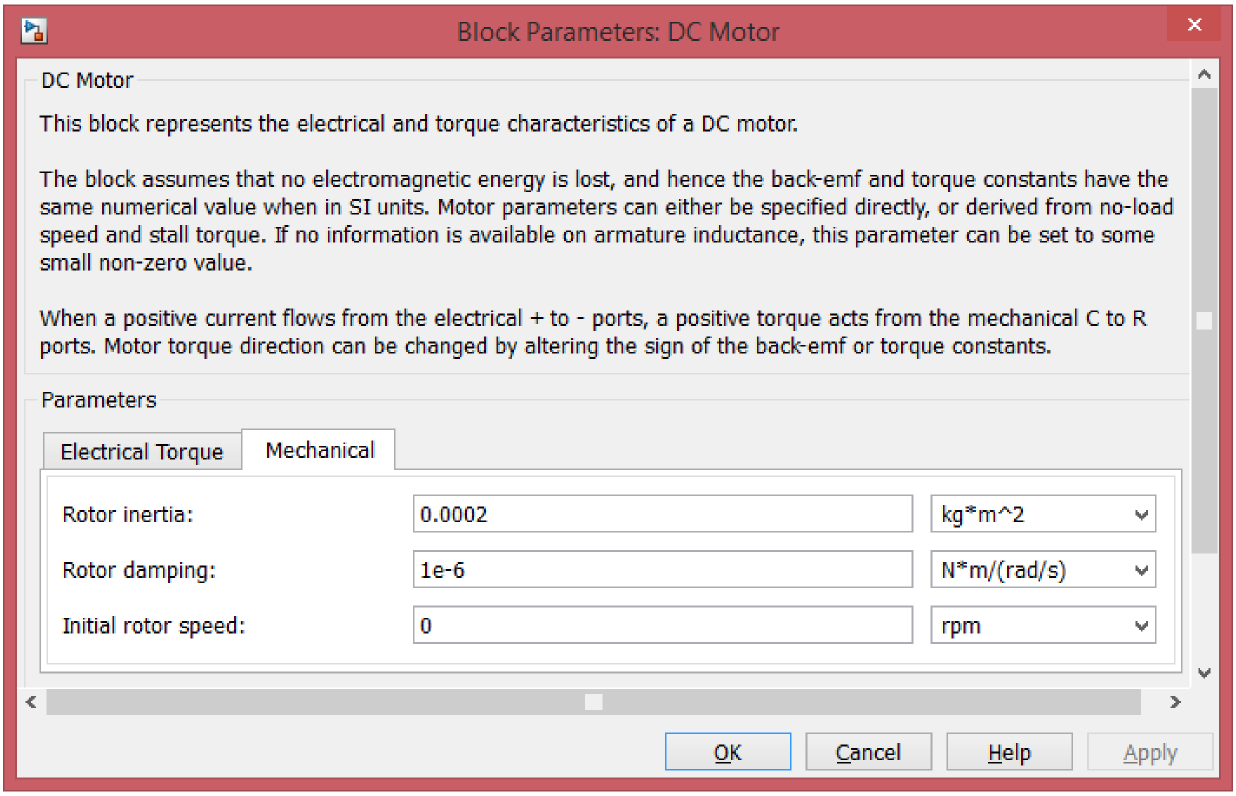
Slika 35. Podešavanja parametara H-mosta

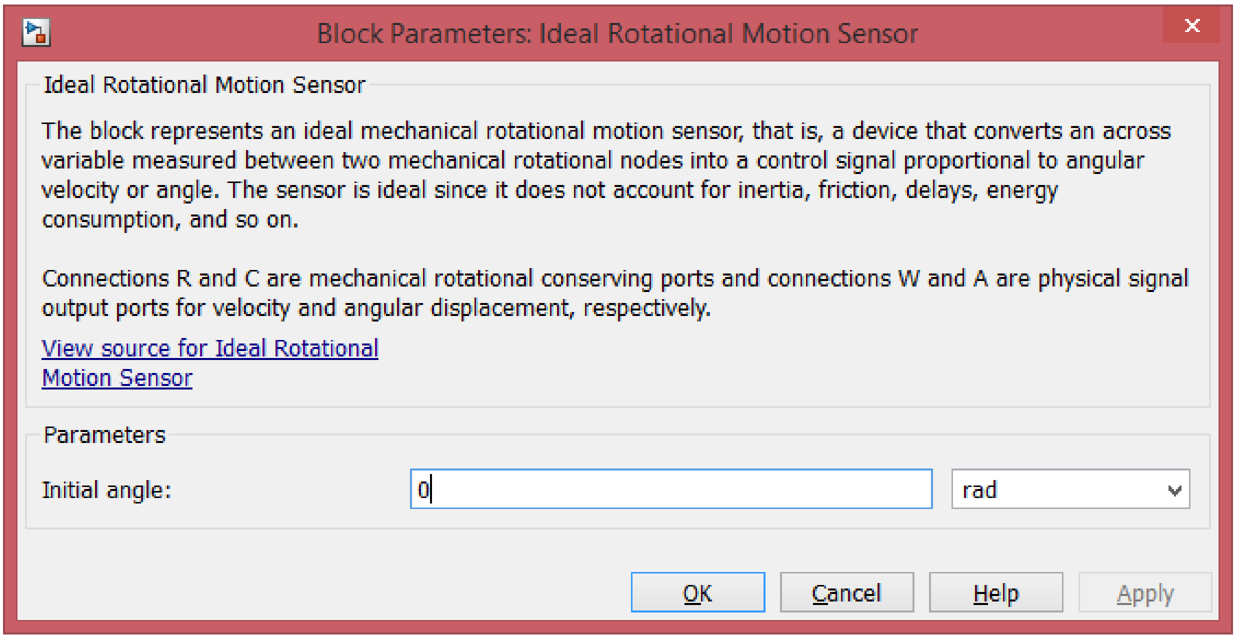

Block Parameters: Controlled PWM Voltage
Controlled PWM Voltage
This block represents a Pulse-Width Modulated (PWM) voltage source across its PWM and REF ports that depends on the reference voltage Vref across its +ref and -ref ports. The duty cycle in percent is given by 100*(Vref-Vmin)/(Vmax-Vmin) where Vmin and Vmax are the minimum and maximum values for Vref. The output voltage is zero when the pulse is low, and is set equal to the Output voltage amplitude parameter when high.
At time zero, the pulse is initialized as high unless the duty cycle is set to zero or the Pulse delay time is greater than zero.
The Simulation mode can be set to PWM or Averaged. In PWM mode, the output is a PWM signal. In Averaged mode, the output is constant with value equal to the averaged PWM signal.
Parameters
PWM frequency: 4000 Hz
Input value Vmin for 0% duty cycle: 0 V
Input value Vmax for 100% duty cycle: 5 V
Output voltage amplitude: 5 V
Simulation mode: Averaged
Sample time: 1e-6 s
OK
Cancel
Help
Apply

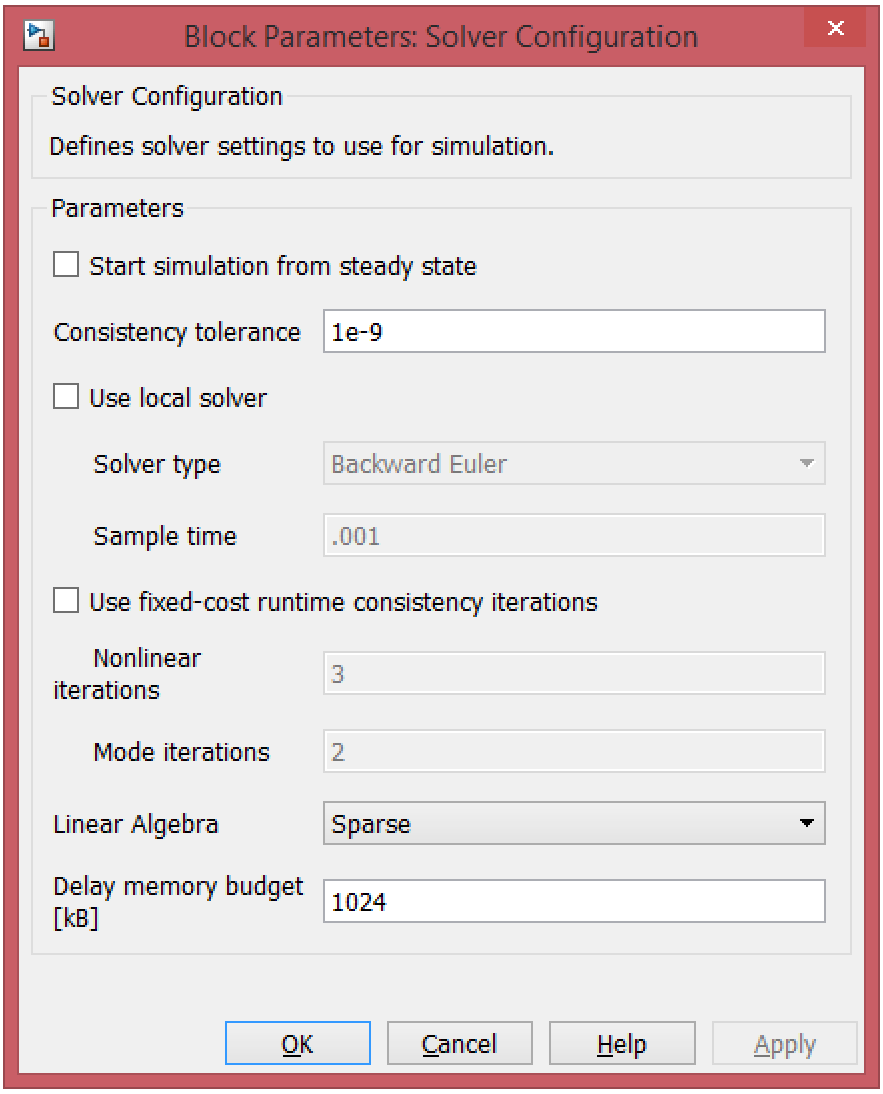

Block Parameters: Izvor napona(Akumulator npr)
DC Voltage Source
The DC Voltage Source block maintains a time-invariant (constant) voltage across its output terminals, independent of the current through the source. The SPICE AC parameters are not supported.
Parameters
Constant value, DC: 5 V
OK
Cancel
Help
Apply

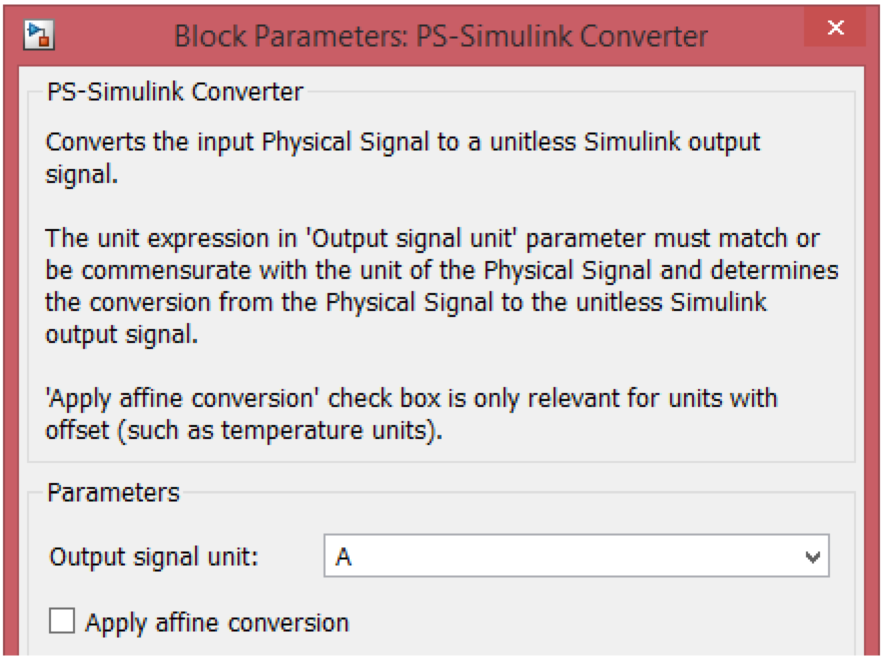

Block Parameters: Smjer okretanja
DC Voltage Source
The DC Voltage Source block maintains a time-invariant (constant) voltage across its output terminals, independent of the current through the source. The SPICE AC parameters are not supported.
Parameters
Constant value, DC: 1 V
OK
Cancel
Help
Apply

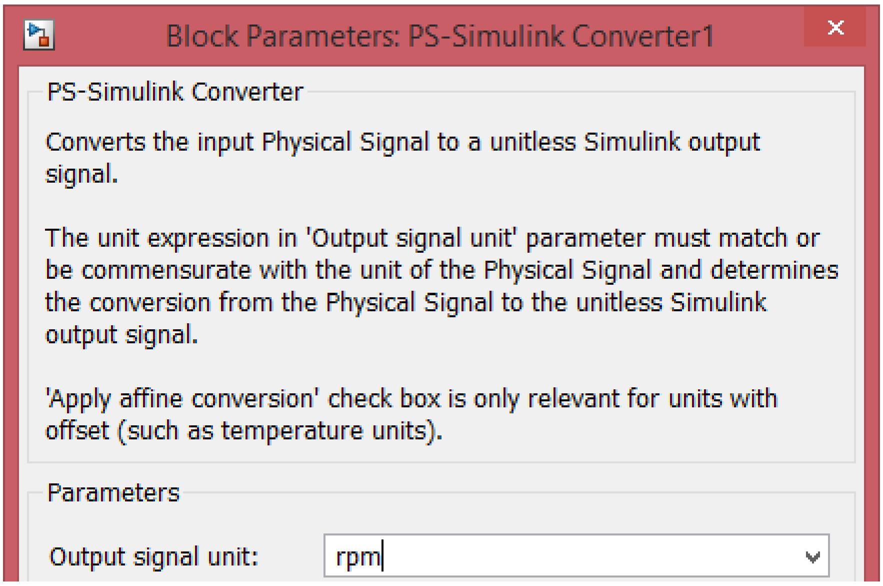

Block Parameters: DC Motor
DC Motor
This block represents the electrical and torque characteristics of a DC motor.
The block assumes that no electromagnetic energy is lost, and hence the back-emf and torque constants have the same numerical value when in SI units. Motor parameters can either be specified directly, or derived from no-load speed and stall torque. If no information is available on armature inductance, this parameter can be set to some small non-zero value.
When a positive current flows from the electrical + to - ports, a positive torque acts from the mechanical C to R ports. Motor torque direction can be changed by altering the sign of the back-emf or torque constants.
Parameters
Electrical Torque
Mechanical
Model parameterization:
By rated power, rated speed & no-load speed
Armature inductance:
0.01
H
No-load speed:
4000
rpm
Rated speed (at rated load):
2500
rpm
Rated load (mechanical power):
10
W
Rated DC supply voltage:
12
V
Rotor damping parameterization:
By damping value
OK
Cancel
Help
Apply

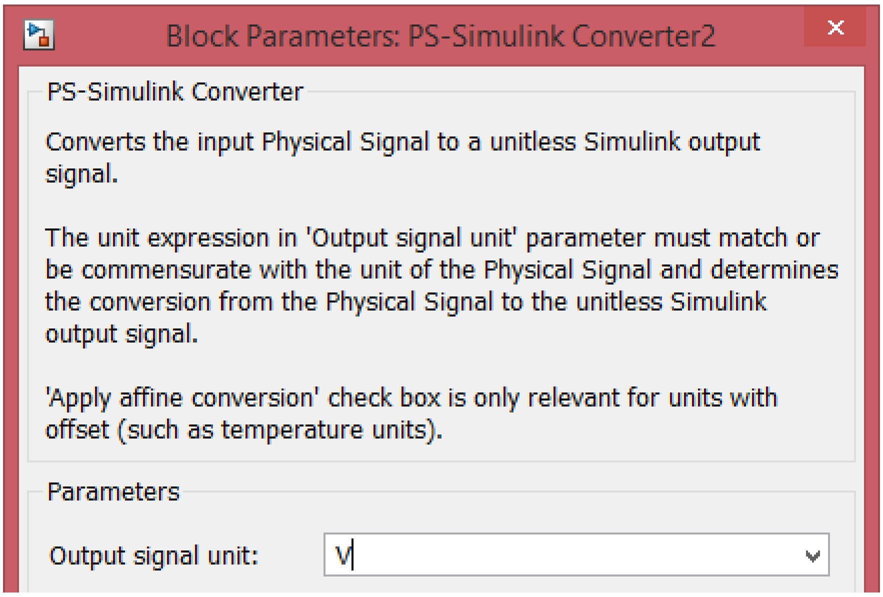

Block Parameters: DC Motor
DC Motor
This block represents the electrical and torque characteristics of a DC motor.
The block assumes that no electromagnetic energy is lost, and hence the back-emf and torque constants have the same numerical value when in SI units. Motor parameters can either be specified directly, or derived from no-load speed and stall torque. If no information is available on armature inductance, this parameter can be set to some small non-zero value.
When a positive current flows from the electrical + to - ports, a positive torque acts from the mechanical C to R ports. Motor torque direction can be changed by altering the sign of the back-emf or torque constants.
Parameters
Electrical Torque
Mechanical
Rotor inertia:
0.0002
kg*m^2
Rotor damping:
1e-6
N*m/(rad/s)
Initial rotor speed:
0
rpm
OK
Cancel
Help
Apply


Block Parameters: Ideal Rotational Motion Sensor
Ideal Rotational Motion Sensor
The block represents an ideal mechanical rotational motion sensor, that is, a device that converts an across variable measured between two mechanical rotational nodes into a control signal proportional to angular velocity or angle. The sensor is ideal since it does not account for inertia, friction, delays, energy consumption, and so on.
Connections R and C are mechanical rotational conserving ports and connections W and A are physical signal output ports for velocity and angular displacement, respectively.
View source for Ideal Rotational Motion Sensor
Parameters
Initial angle:
0
rad
OK
Cancel
Help
Apply

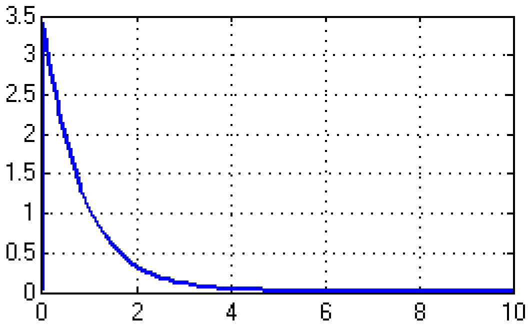

Block Parameters: Solver Configuration
Solver Configuration
Defines solver settings to use for simulation.
Parameters
Start simulation from steady state
Consistency tolerance
1e-9
Use local solver
Solver type
Backward Euler
Sample time
.001
Use fixed-cost runtime consistency iterations
Nonlinear iterations
3
Mode iterations
2
Linear Algebra
Sparse
Delay memory budget [kB]
1024
OK
Cancel
Help
Apply

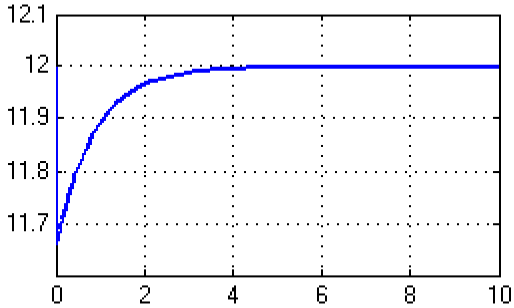

Block Parameters: PS-Simulink Converter
PS-Simulink Converter
Converts the input Physical Signal to a unitless Simulink output signal.
The unit expression in 'Output signal unit' parameter must match or be commensurate with the unit of the Physical Signal and determines the conversion from the Physical Signal to the unitless Simulink output signal.
'Apply affine conversion' check box is only relevant for units with offset (such as temperature units).
Parameters
Output signal unit:
A
Apply affine conversion


Block Parameters: PS-Simulink Converter1
PS-Simulink Converter
Converts the input Physical Signal to a unitless Simulink output signal.
The unit expression in 'Output signal unit' parameter must match or be commensurate with the unit of the Physical Signal and determines the conversion from the Physical Signal to the unitless Simulink output signal.
'Apply affine conversion' check box is only relevant for units with offset (such as temperature units).
Parameters
Output signal unit:
rpm


Block Parameters: PS-Simulink Converter2
PS-Simulink Converter
Converts the input Physical Signal to a unitless Simulink output signal.
The unit expression in 'Output signal unit' parameter must match or be commensurate with the unit of the Physical Signal and determines the conversion from the Physical Signal to the unitless Simulink output signal.
'Apply affine conversion' check box is only relevant for units with offset (such as temperature units).
Parameters
Output signal unit:
V

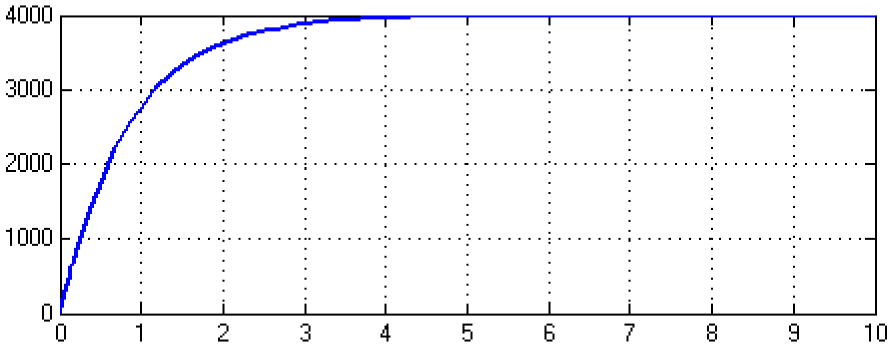
Iz postavki se vidi da je napon koji ulazi u H- most varira između 2.5 i 5 V. Ako se na ulaz za kao izvor napajanja dovede napon od 5 V dobija se:





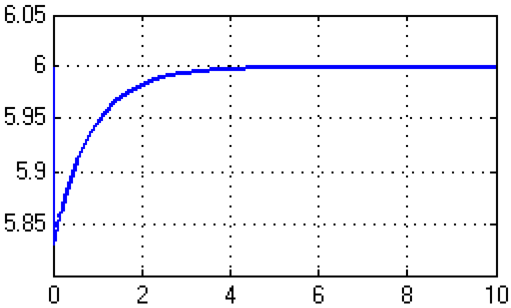
Slika 36. Napon

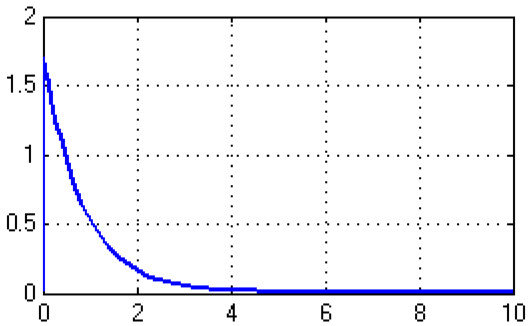
Slika 37. Struja



Slika 38. Broj okretaja motora

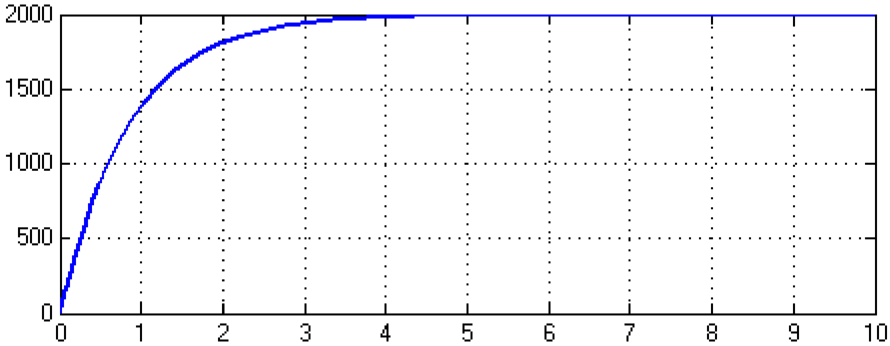
Najslabiji učinak motora će biti ako se dovede na ulaz 2.5 V sto je minimalna vrijednost pomenutog H-mosta.





Slika 39. Napon

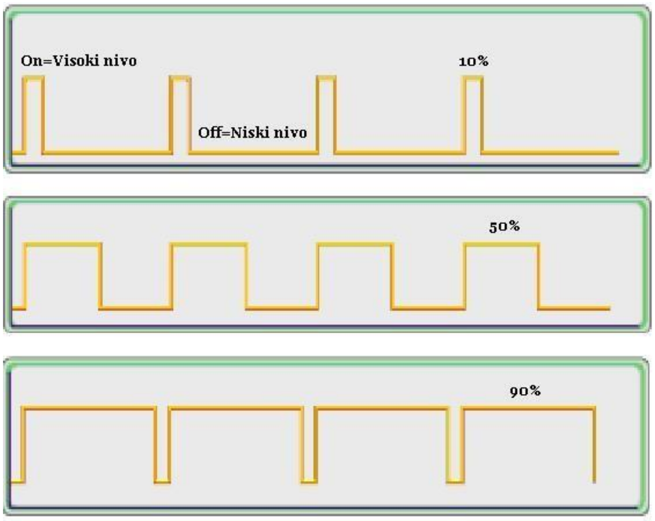
Slika 40. Struja



Slika 41. Broj okretaja motora

Pulsno-širinska modulacija

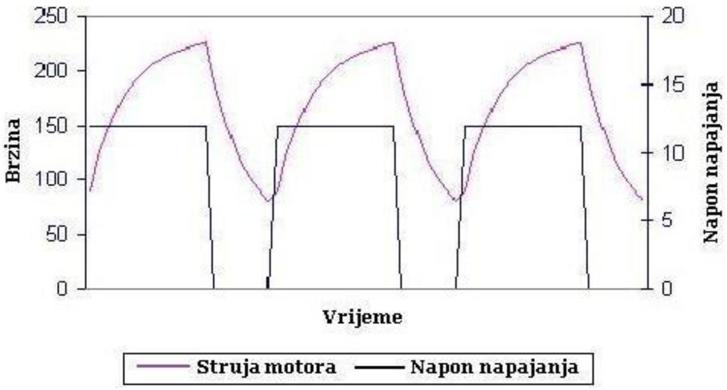
PWM je način da se od digitalnog signala napravi signal analogne vrijednosti, a koristi se za upravljanje analognim kolima pomoću digitalnih izlaza. Naime, kod ove vrste modulacije se odnos impuls/pauza moduliše tako da odgovara specificiranom nivou analognog signala. Signal dobiven pulsnoširinskom modulacijom jeste digitalni signal, koji je periodičan i predstavlja niz on/off impulsa. Taj signal poprima samo dvije vrijednosti: nultu i neku odabranu analognu vrijednost. Ovom modulacijom možemo dobiti kontinualni signal proizvoljne vrijednosti.



Slika 42. PWM signal

Na slici 42 su prikazana tri različita PWM signala. Kod prvog signala trajanje visokog nivoa iznosi 10% od ukupnog trajanja perioda signala. Kod drugog i trećeg signala visoki nivoi imaju trajanje od 50% i 90% trajanja perioda. Na ovaj način je izvršeno kodiranje triju različitih analognih vrijednosti. Npr. u slučaju da visoki naponski nivo ima vrijednost 10V, onda pomoću prikazanih pulsno-širinskih modulacija dobivamo analogne signale, čije su vrijednosti: 1V, 5V i 9V, respektivno.

Napon koji se dovodi na krajeve motora je zapravo PWM signal. Dovođenjem takvog prekidačkog signala na motor, DC motor „vidi“ samo srednju vrijednost tog napona. Kako struja kroz motor zavisi od trajanja visokog i niskog nivoa PWM signala, dužina trajanja tih nivoa određuje brzinu vrtnje DC motora. PWM omogućuje promjene napona koji se dovodi na krajeve motora, unatoč konstantnom naponom napajanja. Zbog zavisnosti brzine vrtnje od napona na krajevima motora ovo znači da PWM-om možemo upravljati brzinom vrtnje motora. Efekt pulsno-širinske modulacije analogan je radu prekidača. Trajanje visokog naponskog nivoa ekvivalentno je zatvorenom prekidaču, dok trajanje niskog naponskog nivoa predstavlja otvoren prekidač. Napomenimo da funkciju prekidača imaju MOS tranzistori u H-mostu. Neka visoki naponski nivo iznosi 12V, a niski 0V. Ukoliko je trajanje naponskih nivoa jednako, motor će „vidjeti“ srednju vrijednost tih nivoa, tj. napon od 6V. Povećanjem trajanja visokog nivoa u odnosu na trajanje niskog naposkog nivoa brzina vrtnje motora će se zbog povećanja napona na njegovim krajevima povećati.



Slika 43. Vrtnja motora

Sa slike 43 je očito da je srednja (prosječna) brzina oko 150 [ob/min]. Ukoliko je prekapčanje napona dovoljno brzo, motor će se vrtiti konstantnom brzinom.

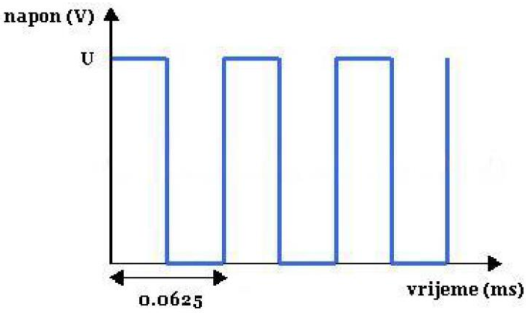
PWM frekvencija

Od izbora frekvencije pulsno-širinske modulacije ovisi trajanje visokog i niskog naponskog nivoa, a samim tim i struja koja teče kroz motor i uzrokuje njegovo obrtanje. Frekvencije između 20 Hz i 15 kHz mogu proizvesti zvučni šum pri obrtanju motora, tako da je potrebno izabrati frekvenciju koja je izvan čujnog opsega frekvencija. Svako ukapčanje i iskapčanje MOSFET-a rezultira gubitkom snage. To znači da su pri prevelikoj brzini prekapačanja povećani gubici snage. S druge strane, treba uzeti u obzir da će na visokim frekvencijama induktivitet motora izravnati valni oblik signala struje na srednju vrijednost istosmjerne struje, koja je proporcionalna zadatom PWM-u.

Kako se radi o sistemu automatskog upravljanja koji je regulisan mikrokontrolerom, važno je uzeti u obzir da odabrana frekvencija PWM-a ne smije biti takva da je njoj odgovarajući period manji od perioda uzimanja uzoraka. U tom slučaju bi trajanje jednog perioda PWM signala bilo duže od jedne periode uzorkovanja, što znači da sam sistem tokom jednog perioda uzorkovanja ne bi mogao generisati naponski PWM signal, koji bi u skladu s algoritmom upravljanja omogućio obrtanje motora zadatom brzinom. Uzimajući u obzir navedene faktore, za frekvenciju PWM signala je izabrana frekvencija 16kHz, kojoj odgovara period:

$$f_{PWM}=16kHz$$

$$T_{PWM} = \frac{1}{f_{PWM}} = \frac{1}{16} = [ms] = 0.0625[ms]$$



Slika 44. PWM frekvencija

Modeliranje objekta upravljanja

Za primjenu standardne teorije upravljanja potrebno je najprije odrediti matematički model sistema upravljanja s ciljem simulacije dinamičkog ponašanja sistema kako u otvorenom tako i zatvorenom. U slučaju da ne poznajemo dinamiku sistema teško je podesiti parametre regulatora, što povećava mogućnost neispravne ili nezadovoljavajuće regulacije. Stoga je neophodno izvršiti simulaciju ponašanja sistema prije njegove fizičke implementacije. Klasična metoda analize ponašanja sistema jeste njegovo predstavljanje prenosnom funkcijom, koja u sebi nosi informacije o dinamičkim karakteristikama sistema. Prenosna funkcija daje vezu izlaza i ulaza sistema pri nultim početnim uslovima.

Posmatrajmo objekat upravljanja, tj. istosmjerni motor s permanentnim magnetima. Ulaz motora jeste napon napajanja priključen na njegove krajeve, dok je izlaz brzina obrtanja osovine motora. Da bismo izveli prenosnu funkciju istosmjernog motora s permanentnim magnetima polazimo od diferencijalne jednačine, koja opisuje zavisnost napona od struje armature motora. Ako iskoristimo relacije koje opisuju zavisnost karakterističnih veličina, nakon prelaska u Laplace-ov domen imamo odnos kompleksnih likova brzine vrtnje i napona napajanja:

$$\frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{K_a K_t}{K_a K_t K_v + B} \frac{1}{1 + \frac{J_m + B T_a}{K_a K_t K_v + B} s + \frac{J_m T_a}{K_a K_t K_v + B} s^2} \qquad (1)$$

Budući da kod istosmjernih motora s permanentnim magnetima vrijedi da je armaturna vremenska konstanta znatno manja od elektromehaničke vremenske konstante motora (Ta << Tm), tada je opravdano zanemariti djelovanje armaturne vremenske konstante. Također, budući da je koeficijent viskoznog mehaničkog trenja B redovno mnogo manji od koeficijenta viskoznog električnog trenja, tada vrijedi:

$$K_a K_t K_v + \frac{K_t K_v}{R_a} >> B \quad \Rightarrow \quad T_m = \frac{J_m}{K_a K_t K_v} \qquad (2)$$

Na osnovu relacije (2) slijedi da se u izrazu (1) konstanta B može zanemariti, pa prenosna funkcija poprima slijedeći oblik:

$$\frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{K_m}{1 + T_m s} \qquad K_m = \frac{1}{K_v}, \quad T_m = \frac{1}{K_a K_t K_v} \qquad (3)$$

Parametre T_m i K_1 ćemo izračunati na osnovu karakteristika datih u dokumentaciji korištenog motora BCI 52 proizvođača Ebmpapst2.

*naponska konstanta: $K_v = \frac{5{,}6}{1000}\left[\frac{V}{ob/\min}\right] = \frac{5{,}6}{1000\frac{\pi}{30}}\left[\frac{V}{rad/s}\right] = 0{,}053476\left[\frac{V}{rad/s}\right]$

* pojačanje: $K_m = \frac{1}{K_v} = \frac{1}{0{,}053476} = 18{,}69997\left[\frac{rad/s}{V}\right]$

* nominalna brzina vrtnje: $\Omega_n = \frac{n_n\pi}{30} = \frac{3600\pi}{30} = 376{,}991[rad/s]$

* nominalna brzina vrtnje idealnog praznog hoda:

$$\Omega_{on} = \frac{n_o\pi}{30} = \frac{4200\pi}{30} = 439{,}822[rad/s]$$

* ukupni otpor armaturnog kruga:

$$R_a = \frac{K_v\Omega_{on} - K_v\Omega_n}{I_{an}} = \frac{K_v(\Omega_{on} - \Omega_n)}{I_{an}} = \frac{0{,}053476(439{,}822 - 376{,}991)}{2{,}2} = 1{,}5272[\Omega]$$

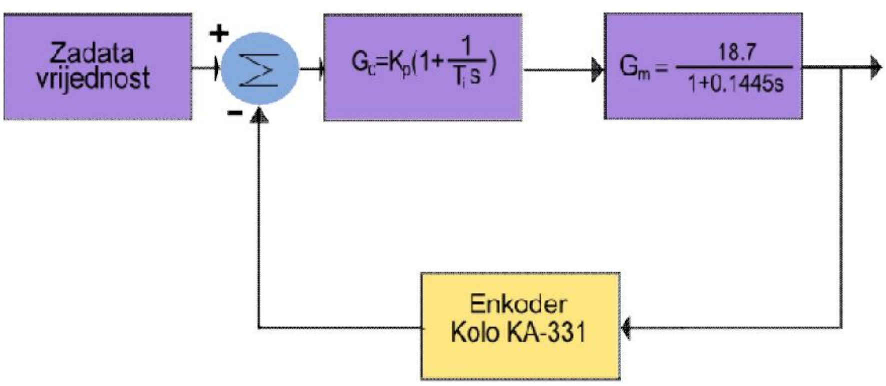
* koeficijent pojačanja armaturnog kruga: $K_a = \frac{1}{R_a} = \frac{1}{1{,}5272} = 0{,}6547[A/V]$

* momentna konstanta motora: $K_t = \frac{M_m}{I_a} = \frac{0{,}1}{2{,}2} = 0{,}04545\left[\frac{Nm}{A}\right]$

* vremenska konstanta: $T_m = \frac{J_m}{K_a K_t K_v} = \frac{230\cdot 10^{-6}}{0{,}04545\cdot 0{,}6547\cdot 0{,}053476} = 0{,}14452[s]$

* **prenosna funkcija motora:** $\frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{K_m}{1+T_m s} = \frac{18{,}69997}{1+0{,}144528\cdot s}$

Dobivena prenosna funkcija je temelj za odabir odgovarajućeg vremena uzorkovanja, kao i za podešenje parametara implementiranog PI regulatora.



Slika 45. Model istosmjernog motora

Period odabiranja

Objekat upravljanja analiziranog sistema jeste kontinualan, no sam proces upravljanja je pod kontrolom mikrokontrolera. Kako mikrokontroler obrađuje digitalne informacije, to je potrebno izvršiti diskretizaciju ključnih veličina i procesa sistema. Tako smo korištenjem ugrađenog A/D konvertora u mikrokontroleru izvršili diskretizaciju kako zadate tako i trenutne brzine vrtnje motora.

Tako dobivene informacije koristi implementirani diskretni PI regulator, koji generiše odabirak upravljačke veličine kako bi sistem doveo u željeno stanje. Vidimo da je sam proces diskretizacije jedan od ključnih aspekata funkcionisanja sistema i upravo zbog toga treba voditi računa o korektnom izboru perioda odabiranja. Da bismo vjerno očuvali informacije o ponašanju sistema i obezbijedili stabilnost sistema u zatvorenom, period odabiranja ćemo odabrati prema poznatoj teoremi o uzimanju uzoraka.

Njome je određeno maksimalno dozvoljeno vrijeme između uzimanja uzoraka ili minimalna frekvencija uzimanja uzoraka. Prema teoremi odabiranja povorka odabiraka će vjerno čuvati informaciju koju nosi kontinualni signal ukoliko je kružna frekvencija odabiranja najmanje dvostruko veća od granične frekvencije frekvencijskog spektra kontinualnog signala, tj. ukoliko je ispunjen Nyquistov uslov:

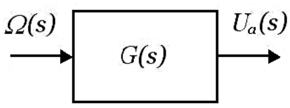
$$\omega_0 \geq 2\varpi_c \quad \Rightarrow \quad \frac{2\pi}{T} \geq 2\omega_c \quad \Rightarrow \quad T \leq \frac{\pi}{\varpi_c} \qquad (4)$$

ϖ_o [*rad*/ *s*] - kružna frekvencija uzorkovanja
ϖ_c [*rad*/ *s*] - granična frekvencija spektra kontinualnog signala
T [s] - period odabiranja

Za korektan odabir vremena uzorkovanja ćemo iskoristiti prenosnu funkciju motora:

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{U_a(s)} = \frac{K_m}{1 + T_m s} = \frac{18{,}69997}{1 + 0{,}144528 \cdot s}$$

Za sistem na slici 44 možemo posmatrati granični slučaj kada u kompleksnoj promjenljivoj $s = \sigma + j\omega$, σ teži nuli ($\sigma \to 0$).



Slika 46. Model istosmjernog motora (Prenosna funkcija)

$$\Omega(s) = G(s) \cdot U_a(s) = \left| \begin{array}{l} s = \sigma + j\varpi \\ \sigma \to 0 \end{array} \right| \Rightarrow \Omega(j\varpi) = G(j\varpi) \cdot U_a(j\varpi) \qquad (5)$$

Pod određenim uslovima relacija (5) predstavlja Fourierovu transformaciju kontinualne funkcije brzine vrtnje $\varpi(t)$. Sada možemo pisati:

$$G(j\varpi) = G(s)\big|_{s=j\varpi} = \frac{K_m}{1 + T_m j\varpi} = \frac{18{,}69997}{1 + 0{,}144528 \cdot j\varpi} \qquad (6)$$

Kako je G(jω) kompleksna funkcija, to je možemo rastaviti na realni i imaginarni dio kao:

$$G(j\omega)=\frac{18{,}69997}{1+0{,}144528\cdot j\omega}\cdot\frac{1-0{,}144528\cdot j\omega}{1-0{,}144528\cdot j\omega}=\frac{18{,}69997-2{,}70266 j\omega}{1+0{,}02088\omega^2}$$

$$G(j\omega)=\frac{18{,}69997}{1+0{,}02088\omega^2}-j\frac{2{,}70266\omega}{1+0{,}02088\omega^2} \quad (7)$$

Amplitudni spektar određen je relacijom:

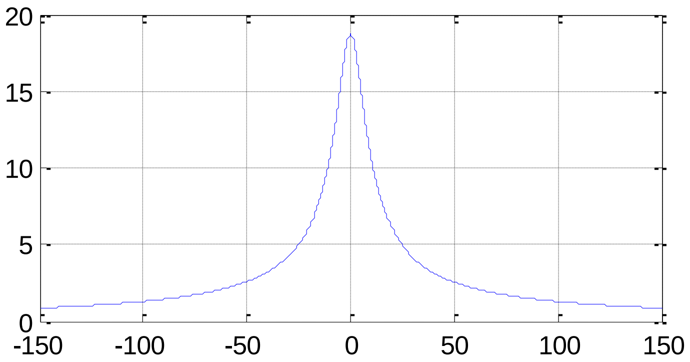
$$|G(j\omega)|=\sqrt{\mathrm{Re}^2\{G(j\omega)\}+\mathrm{Im}^2\{G(j\omega)\}} \quad (8)$$

$$|G(j\omega)|=\sqrt{\left(\frac{18{,}69997}{1+0{,}02088\omega^2}\right)^2+\left(\frac{2{,}70266\omega}{1+0{,}02088\omega^2}\right)^2}=\sqrt{\frac{7{,}30437\omega^2+349{,}69}{\left(1+0{,}02088\omega^2\right)^2}} \quad (9)$$

Dobiveni spektar možemo nacrtati u kompleksnoj ω-ravni, koristeći programski paket MATLAB. Sljedeći program realizuje traženu funkcionalnost:

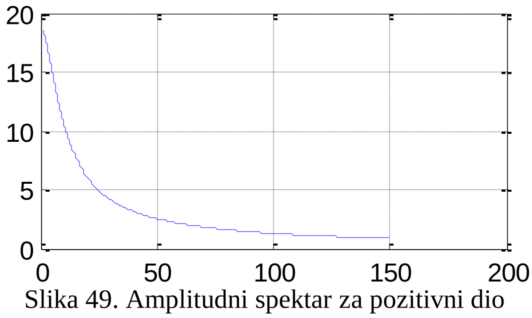
```
% Crtanje frekventnog spektra

G=tf(18.6997, [0.144528 1])          % prenosna funkcija motora
w=-150:0.001:150;                    % crtamo spektar za opseg
                                     % ucestanosti [-150, +150][rad/s]
y=(sqrt(349.69+7.30404*w.^2))./(1+0.02088834*w.^2);
plot(w,y)
grid on
```

Dobiveni spektar prikazan je na sljedećoj slici:



Slika 48. Amplitudni spektar

Jasno je da negativne učestanosti za realni sistem nemaju smisla. Amplitudni spektar za pozitivne učestanosti prikazan je na slici 49.



Slika 49. Amplitudni spektar za pozitivni dio

Sa datih grafika vidimo da spektar možemo smatrati frekventno ograničenim, jer teži nuli kada $\omega\to\infty$. Graničnu frekvenciju biramo s grafika. Očito, možemo uzeti da ona iznosi ω_c=150 [*rad/s*].

Na osnovu teoreme o uzimanju uzoraka, nalazimo period odabiranja kao:

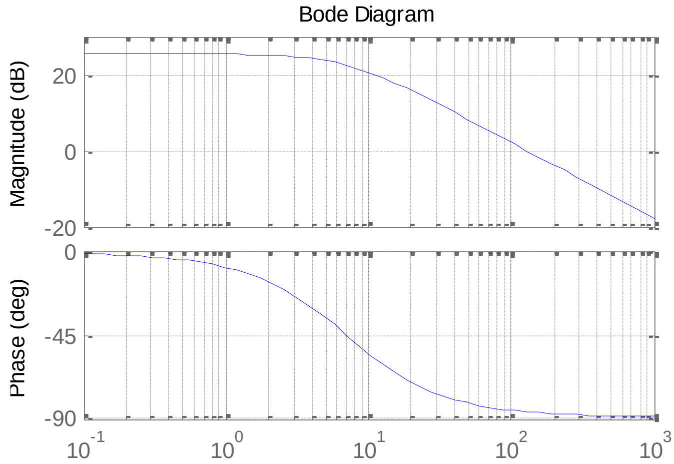
$$\omega_c = 150[rad/s] \quad \Rightarrow \quad \omega_0 \geq 2\varpi_c = 2\cdot 150 \quad \Rightarrow \quad \omega_{0\min} = 300\ [rad/s]$$

$$T \leq \frac{\pi}{\varpi_c} = \frac{\pi}{150} \quad \Rightarrow \quad T \leq 0{,}0209[s] = 20{,}943[ms] \quad \Rightarrow \quad T_{\max} = 20{,}943[ms]$$

Treba napomenuti da smo graničnu frekvenciju frekventnog spektra mogli izabrati i na osnovu Bodeovih dijagrama, odnosno amplitudno-frekventne i fazno-frekventne karakteristike prikazane na slici 50.

Iz ovoga slijedi da ne smijemo izabrati veći period odabiranja od *Tmax=20.*943 [*ms*]. Za vrijeme uzorkovanja smo odabrali *T*=15 [*ms*], jer iz navedenog razmatranja slijedi da ova vrijednost zadovoljava postavljene uslove.

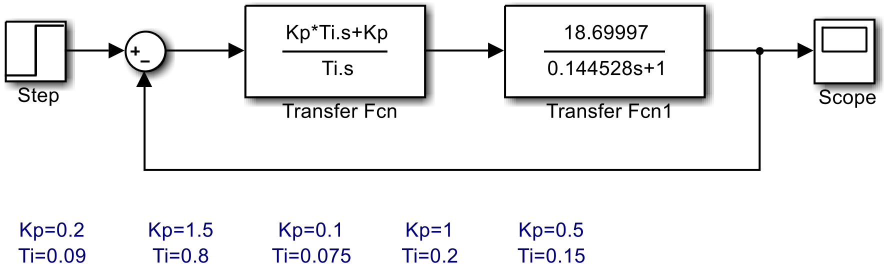
```
G=tf(18.6997, [0.144528 1])         % prenosna funkcija motora
bode(G)
grid on
```



Slika 50. Bodeov dijagram (amplitudno-frekventna i fazno-frekventna karakteristika)

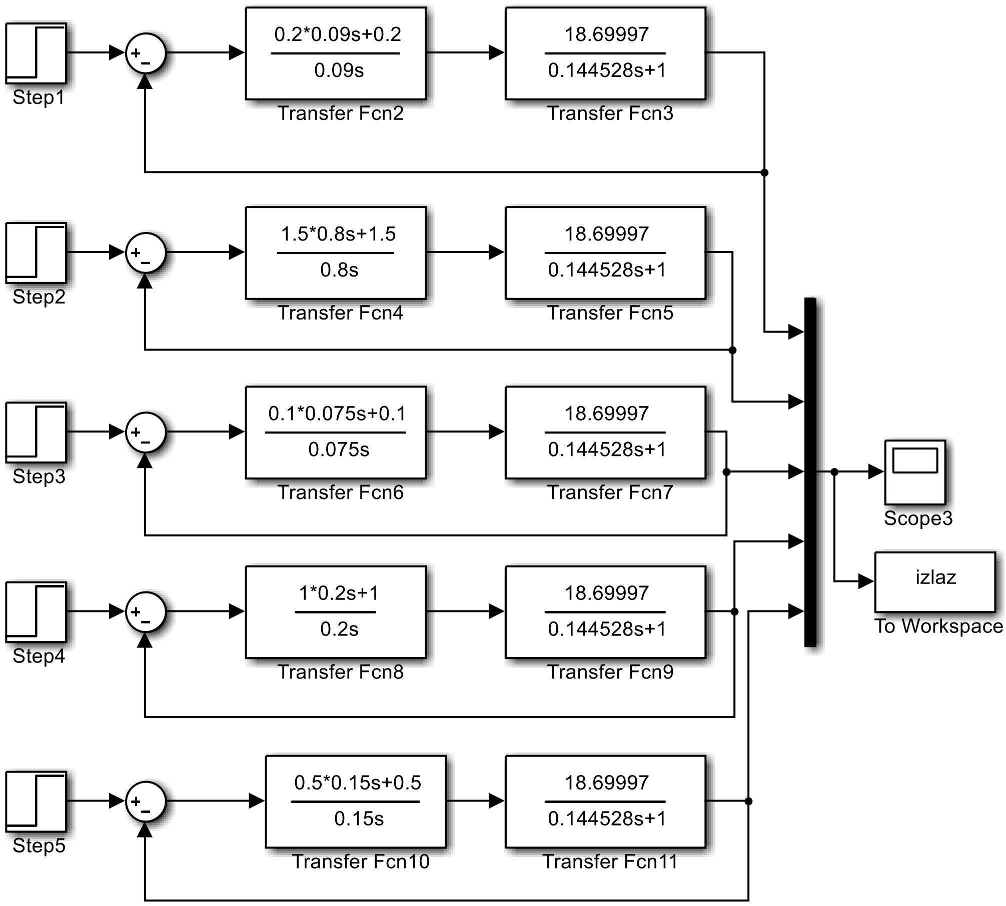
Podešavanje parametara PI regulatora

U ovom stepenu analize, smo koristili programski paket MATLAB i Simulink, radi simulacije dinamičkog ponašanja sistema. Najprije smo u Simulink-u napravili model sistema kao na slici 51.

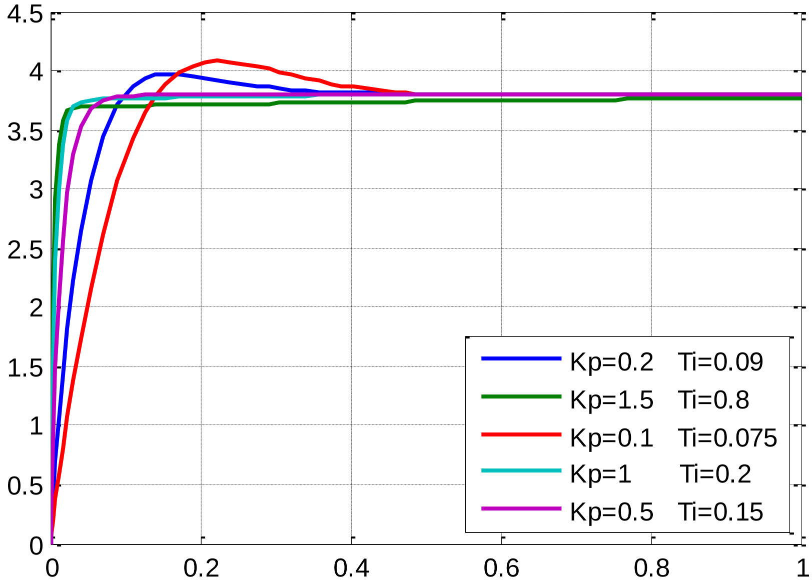


Slika 51. Simulink model

Na ulaz sistema je dovedena step funkcija amplitude 3,8. Ta vrijednost odgovara naponu za koji dobivamo maksimalnu brzinu vrtnje motora. Promjenom vrijednost parametara K_p i T_i trebalo je odrediti podešenje parametara PI regulatora da bismo dobili odziv sa najboljim karakteristikama.




```
plot(tout,izlaz,'Linewidth',2)
grid on
legend('Kp=0.2    Ti=0.09','Kp=1.5    Ti=0.8', 'Kp=0.1    Ti=0.075', 'Kp=1
Ti=0.2', 'Kp=0.5   Ti=0.15',4)
```



Slika 52. Odzivi sistema na različite vrijednosti parametara regulatora

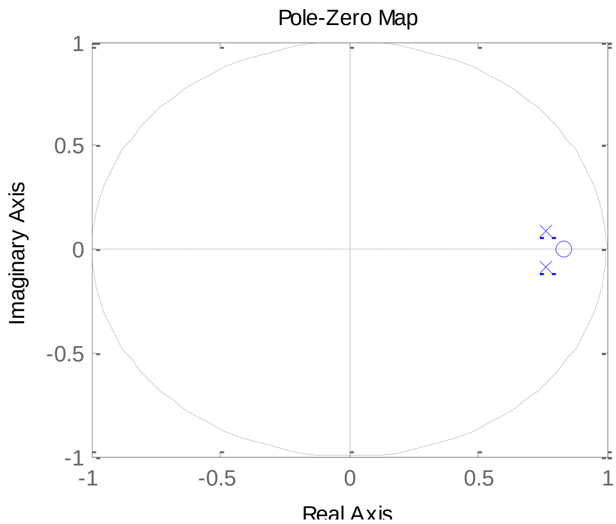
Sistem ima zadovoljavajući odziv za više različitih vrijednosti parametara Kp i Ti. Pri tome odziv treba da je brz, da nema greške u stacionarnom stanju, te da je vrijednost prvog preskoka što manja.

Vidimo da je pri povećanju I-komponente, odziv sistema sporiji, dok za premale vrijednosti Ti sistem ima prevelik prvi preskok. Na osnovu datih grafika su odabrani parametri Kp=1 i Ti=0,2.

STABILNOST

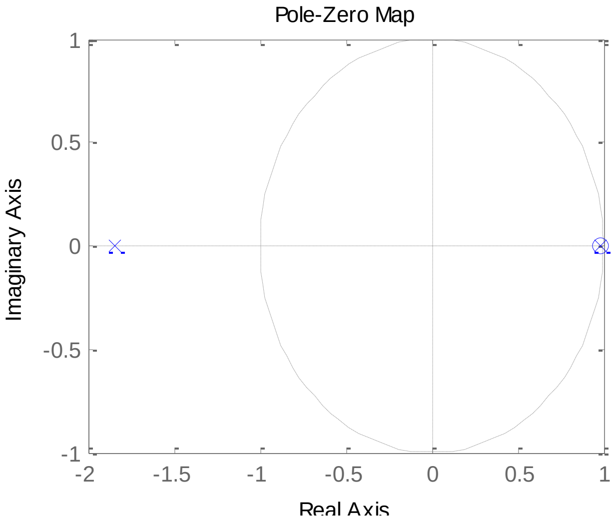
Stabilnost sistema je potrebno analizirati u diskretnom vremenu s obzirom da je PI regulator implementiran kao digitalni procesor. Diskretizaciju sistema možemo izvršiti u MATLAB-u, koristeći kod:

```
% Ispitivanje stabilnosti

Kp=0.2; Ti=0.09;

G=tf([Kp*Ti Kp],[Ti 0]);
Gz=c2d(G,0.015);
Gob=tf([18.69997],[0.144528 1]);
Gobz=c2d(Gob,0.015);
Gek=feedback(Gz*Gobz,1);
pzmap(Gek);
```



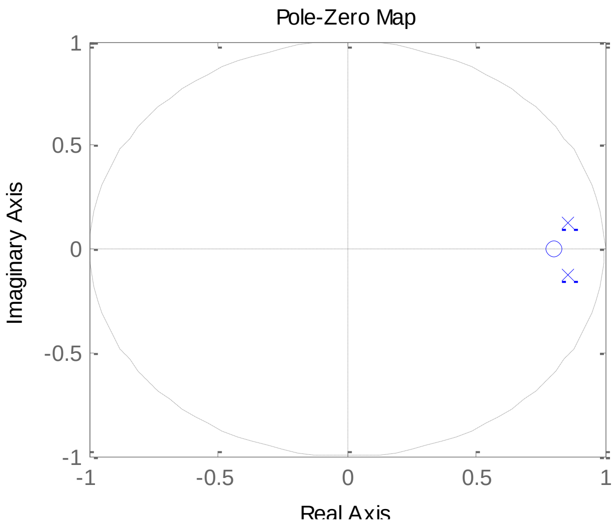
Slika 53. Stabilnost sistema (Kp=0.2; Ti=0.09)

```
% Ispitivanje stabilnosti

Kp=1.5; Ti=0.8;

G=tf([Kp*Ti Kp],[Ti 0]);
Gz=c2d(G,0.015);
Gob=tf([18.69997],[0.144528 1]);
Gobz=c2d(Gob,0.015);
Gek=feedback(Gz*Gobz,1);
pzmap(Gek);
```



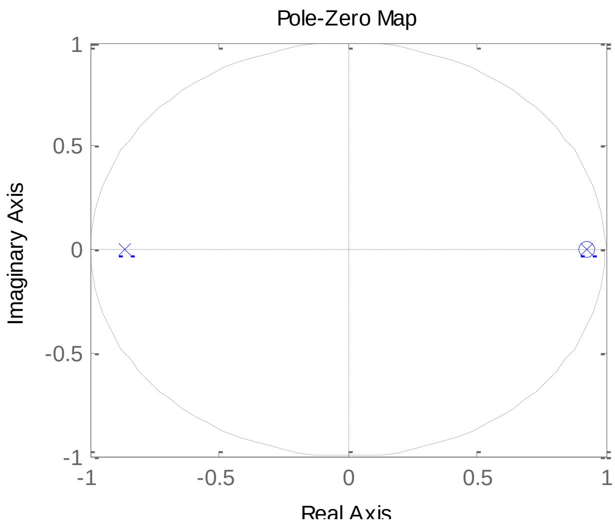
Slika 54. Stabilnost sistema (Kp=1.5; Ti=0.8)

```
% Ispitivanje stabilnosti

Kp=0.1; Ti=0.075;

G=tf([Kp*Ti Kp],[Ti 0]);
Gz=c2d(G,0.015);
Gob=tf([18.69997],[0.144528 1]);
Gobz=c2d(Gob,0.015);
Gek=feedback(Gz*Gobz,1);
pzmap(Gek);
```



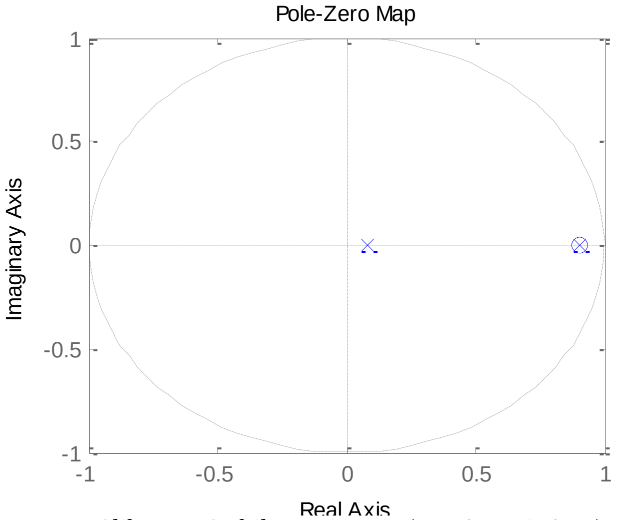
Slika 55. Stabilnost sistema (Kp=0.1; Ti=0.075)

```
% Ispitivanje stabilnosti

Kp=1; Ti=0.2;

G=tf([Kp*Ti Kp],[Ti 0]);
Gz=c2d(G,0.015);
Gob=tf([18.69997],[0.144528 1]);
Gobz=c2d(Gob,0.015);
Gek=feedback(Gz*Gobz,1);
pzmap(Gek);
```



Slika 56. Stabilnost sistema (Kp=1; Ti=0.2)

```
% Ispitivanje stabilnosti

Kp=0.5; Ti=0.15;

G=tf([Kp*Ti Kp],[Ti 0]);
Gz=c2d(G,0.015);
Gob=tf([18.69997],[0.144528 1]);
Gobz=c2d(Gob,0.015);
Gek=feedback(Gz*Gobz,1);
pzmap(Gek);
```



Slika 57. Stabilnost sistema (Kp=0.5; Ti=0.15)

Ovim smo dobili diskretiziran sistem, i ekvivalentnu prenosnu funkciju sistema u zatvorenom. Pozivom funkcije *pzmap* smo nacrtali polove i nule sistema u kompleksnoj z-ravni.

Slika 56 predstavlja jedinični krug u kompleksnoj z-ravni. Vidimo da sistem ima dva pola i jednu nulu. Pri tome se oba pola nalaze unutar jediničnog kruga, što znači da je analizirani sistem za odabrane parametre regulatora Kp=1 i Ti=0,2 stabilan. Pokazalo se da je već za vrijednost Kp=1,5 sistem nestabilan (Slika 54).

Slika pokazuje da se jedan pol impulsne prenosne funkcije sistema nalazi van jediničnog kruga, što znači da pri većim pojačanjima Kp od odabranog, sistem postaje nestabilan. Iz sprovedene analize slijedi da su parametri Kp=1 i Ti=0,2 sa stanovišta stabilnosti dobro odabrani.