

从更高层次理解问题求解过程

解空间搜索与剪枝

这些名词之间是什么关系

前序遍历

中序遍历

后序遍历

分层遍历

深度优先遍历

广度优先遍历

树的遍历

前序遍历

根→左→右

中序遍历

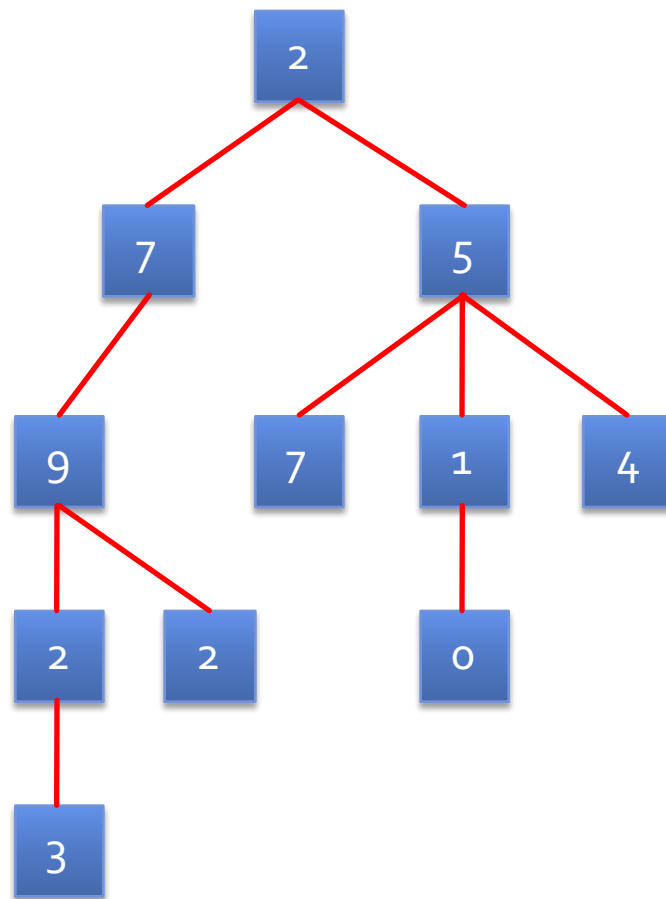
左→根→右

后序遍历

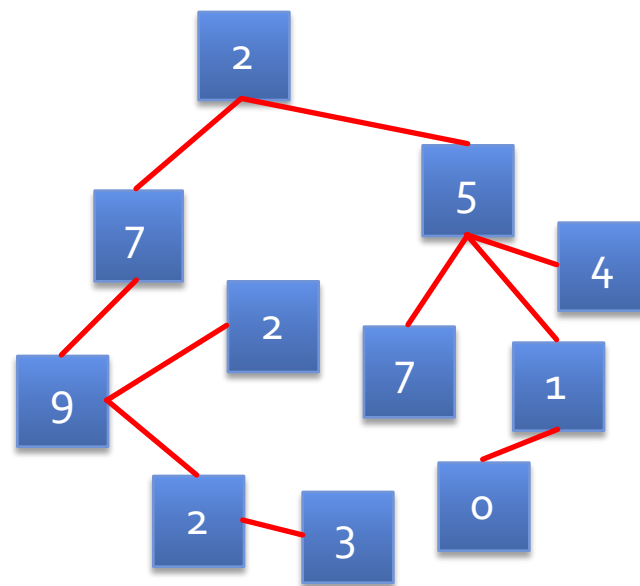
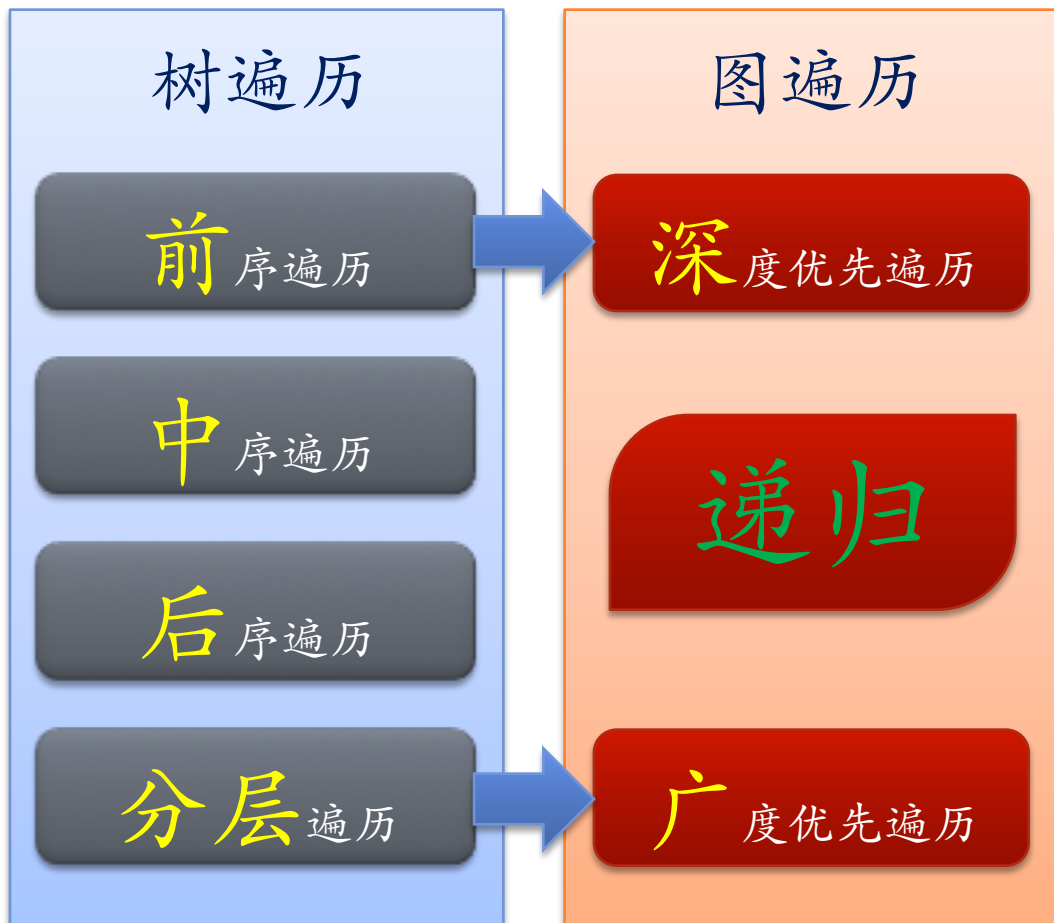
左→右→根

分层遍历

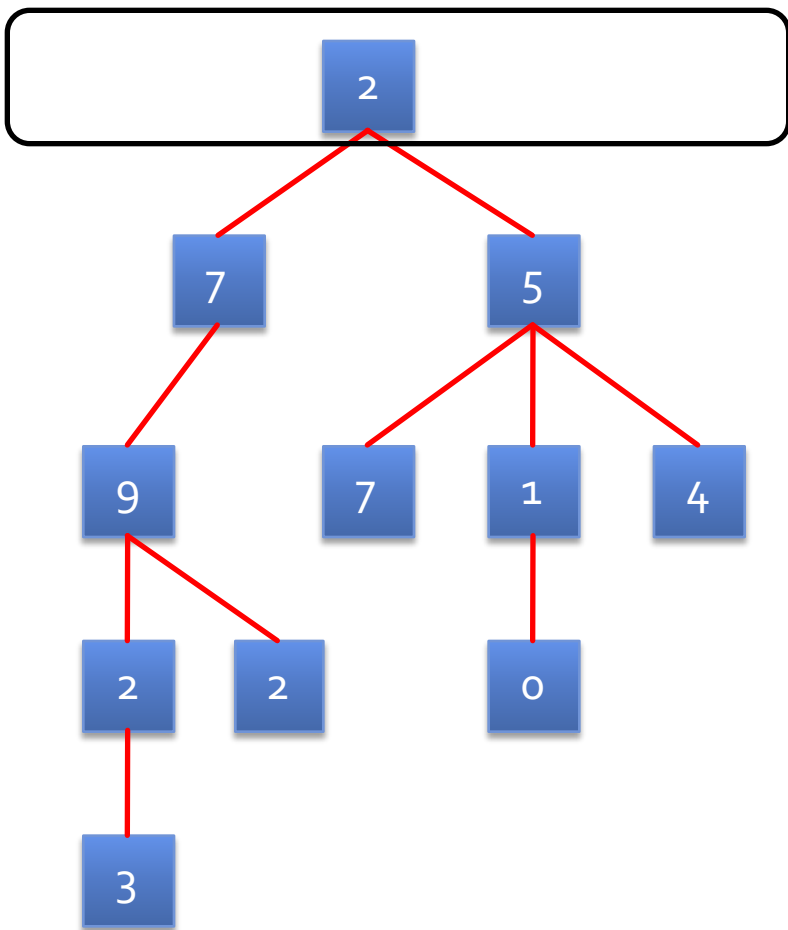
递归



图的遍历

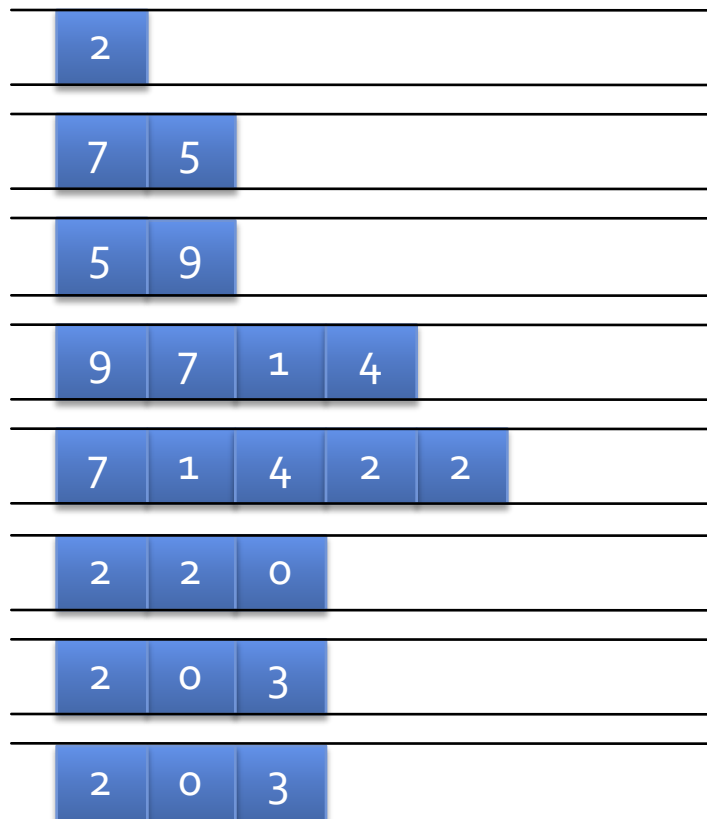


树的搜索 (遍历)

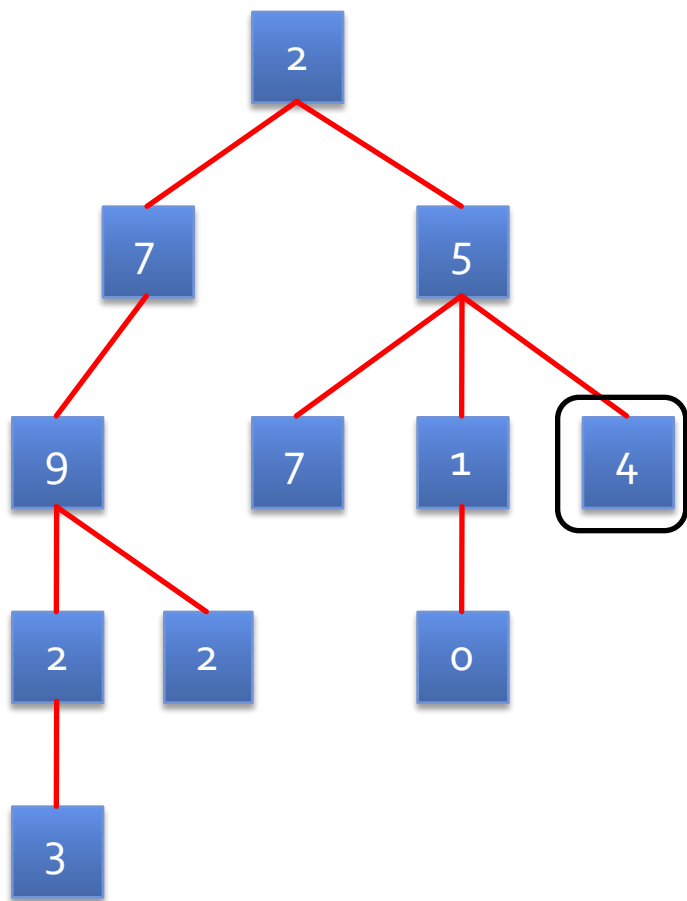


广度优先遍历

队列

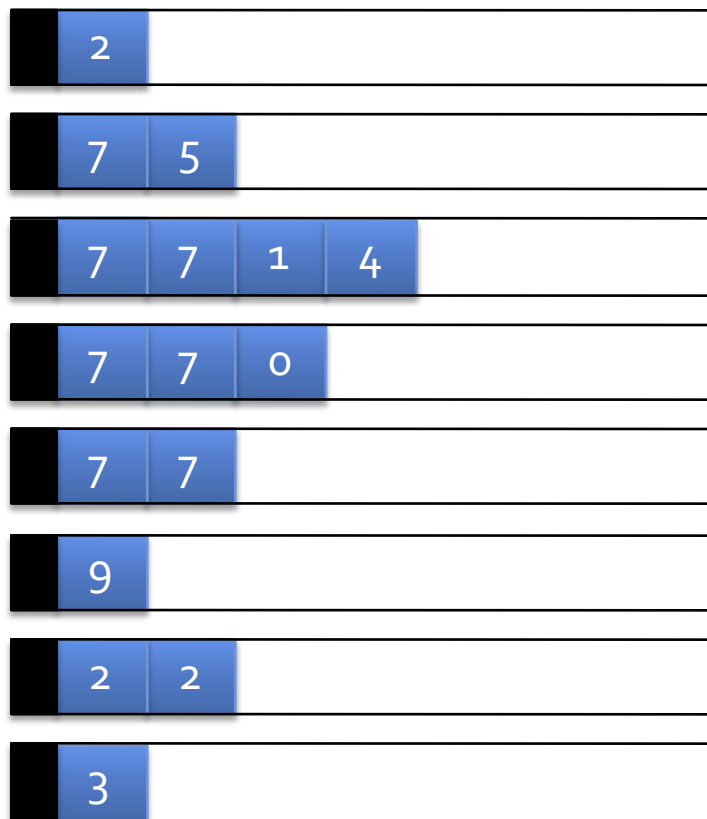


树的搜索（遍历）



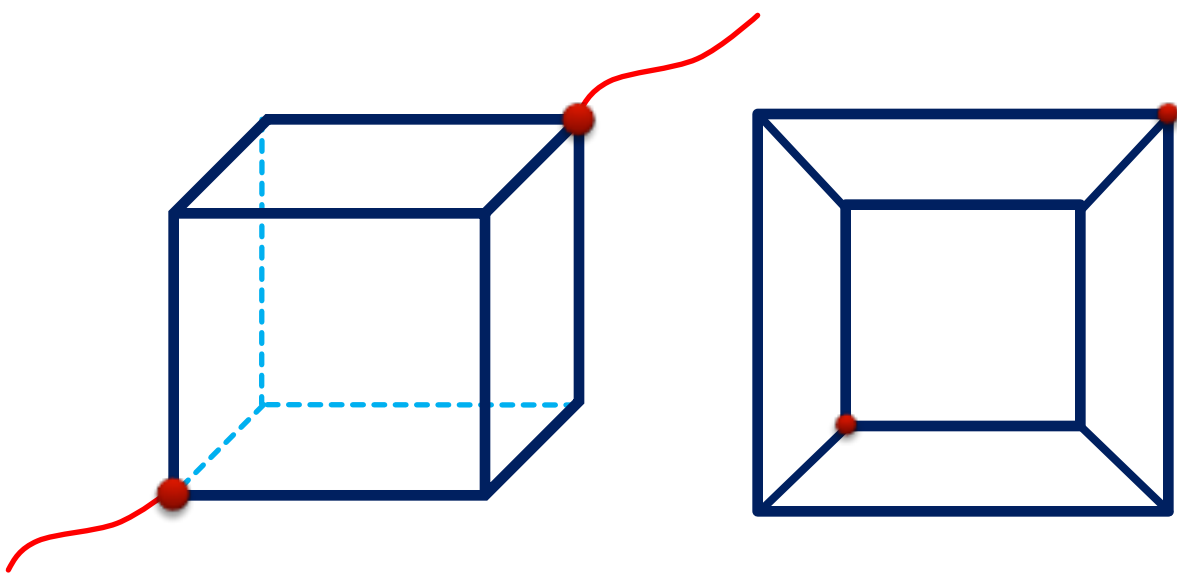
深度优先遍历

堆栈



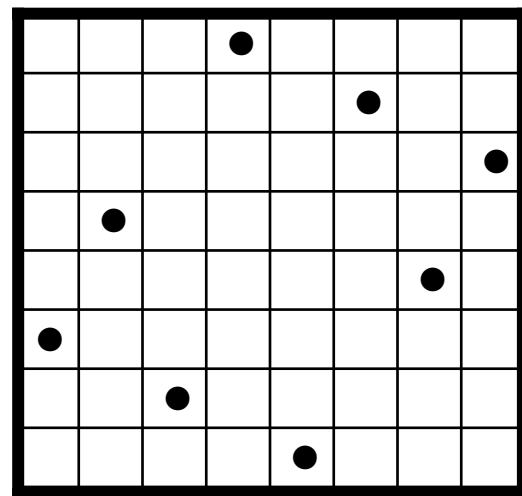
知识不是力量，智慧才是力量

树的遍历到底有什么用呢？

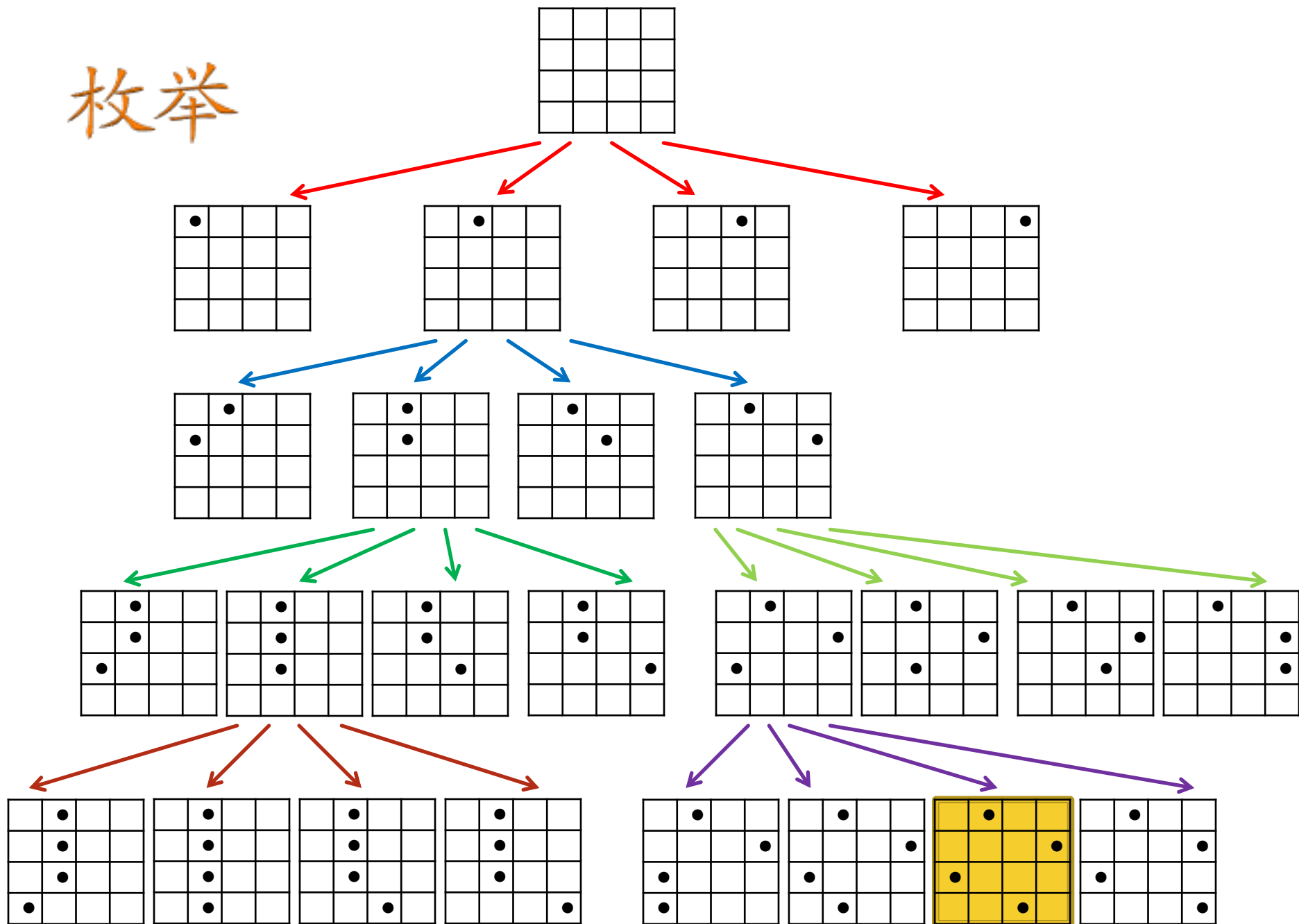


八皇后问题

- 要在 8×8 的国际象棋棋盘放 n 个皇后，使任意两个皇后都不能互相吃掉。规则：皇后能吃掉同一行、同一列、同一对角线的任意棋子。求所有的解。



枚举



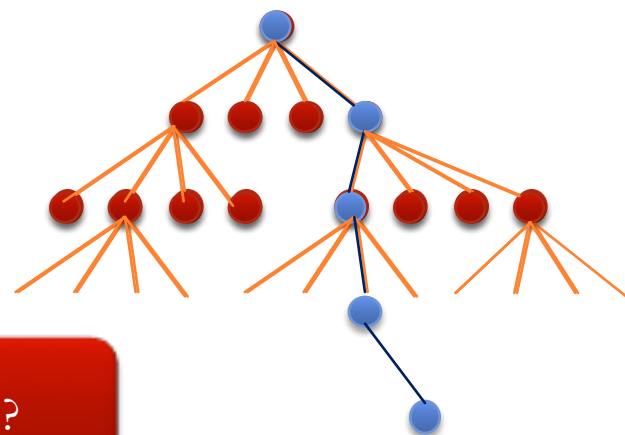
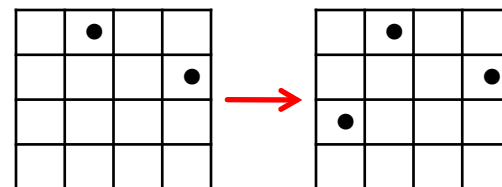
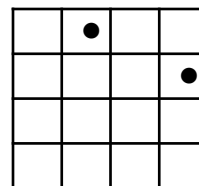
状态空间

状态：对问题在某一时刻的进展情况的数学描述

状态转移：问题从一种状态转移到另一种状态的操作

状态空间：由状态和状态转移组成的图，所有状态都是图的节点，状态转移是图中的边

问题求解的过程就是在状态空间中搜索的过程



如何搜索？

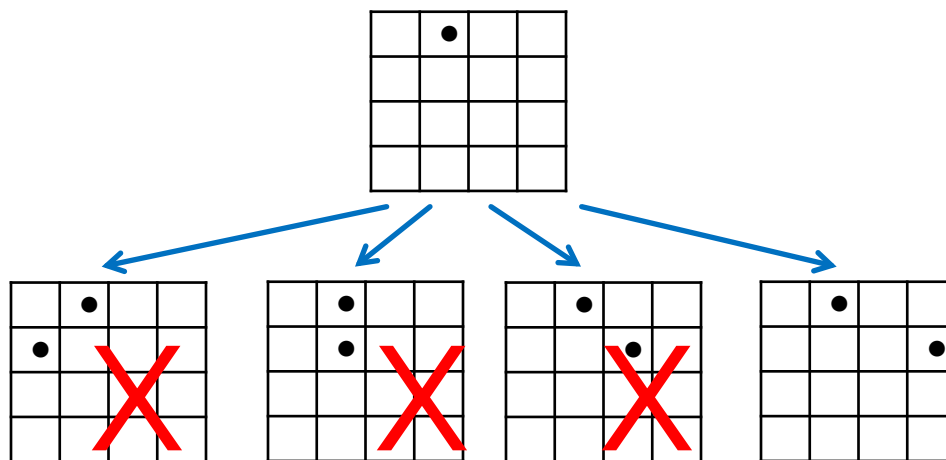
搜索技巧

广度优先遍历

深度优先遍历

剪枝策略

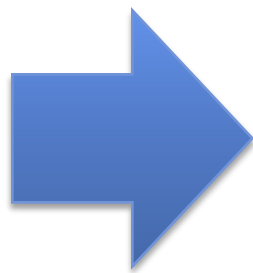
很多问题并不是直到最后才知道不可行



根据题目中的约束和限制进行剪枝

问题

2	8	3
1		4
7	6	5



1	2	3
8		4
7	6	5

用被错放的块数代表
和目标的差异

2	8	3
1		4
7	6	5

3

1	2	3
8		4
7	6	5

2		3
1	8	4
7	6	5

3

2	8	3
	1	4
7	6	5

3

2	8	3
1	4	
7	6	5

4

2	8	3
1	6	4
7		5

4

	2	3
1	8	4
7	6	5

2

2	3	
1	8	4
7	6	5

4

1	2	3
	8	4
7	6	5

1

1	2	3
8		4
7	6	5

0

1	2	3
7	8	4
	6	5

2

搜索技巧

广度优先遍历

深度优先遍历

剪枝策略

展开策略

被展开的节点按照什么方式进入队列或者堆栈

2		3
1	8	4
7	6	5

3

1	2	3
8		4
7	6	5

我们设置一个评价函数，用来度量与结果之间的差异，用它来保证同一次展开中评价函数较好的最先被展开

用被错放的块数代表
和目标的差异

2	8	3
1		4
7	6	5

3

1	2	3
8		4
7	6	5

2		3
1	8	4
7	6	5

3

2	8	3
	1	4
7	6	5

3

2	8	3
1	4	
7	6	5

4

2	8	3
1	6	4
7		5

4

	8	3
2	1	4
7	6	5

3

2	8	3
7	1	4
	6	5

4

8		3
2	1	4
7	6	5

3

8	1	3
2		4
7	6	5

3

8	3	
2	1	4
7	6	5

4

是不是应该考虑
一下这个了?

搜索技巧

广度优先遍历

深度优先遍历

剪枝策略

展开策略

最优展开策略

广度优先使用队列，深度优先使用堆栈
有没有更好的方法是让更给力的节点先被展开

2		3
1	8	4
7	6	5

3

2	8	3
	1	4
7	6	5

3

	8	3
2	1	4
7	6	5

3

2	8	3
7	1	4
	6	5

4

对与前面记录的评价函数，把节点根据评鉴函数建立一个**最小堆**，每次插入时**重建堆**，每次选取时去**堆顶元素**

通过评价函数建立最小堆

2	8	3
1		4
7	6	5

3

1	2	3
8		4
7	6	5

2	8	3
	1	4
7	6	5

3

2		3
1	8	4
7	6	5

3

2	8	3
1	4	
7	6	5

4

2	8	3
1	6	4
7		5

4

	8	3
2	1	4
7	6	5

3

2	8	3
7	1	4
	6	5

4

	2	3
1	8	4
7	6	5

2

2	3	
1	8	4
7	6	5

4

1	2	3
	8	4
7	6	5

1

1	2	3
8		4
7	6	5

0

1	2	3
7	8	4
	6	5

2

哪些问题的状态空间是一棵树呢

树状解空间——排列树

我们可以将放置棋子的点用一个坐标 (x_i, y_i) 来表示

(x_1, y_1)

(x_2, y_2)

(x_3, y_3)

(x_4, y_4)

(x_5, y_5)

(x_6, y_6)

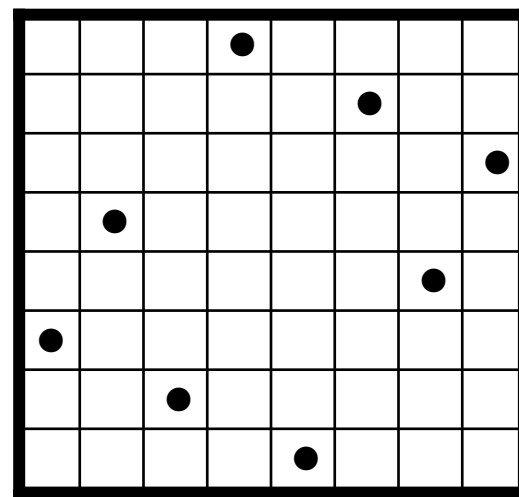
(x_7, y_7)

(x_8, y_8)

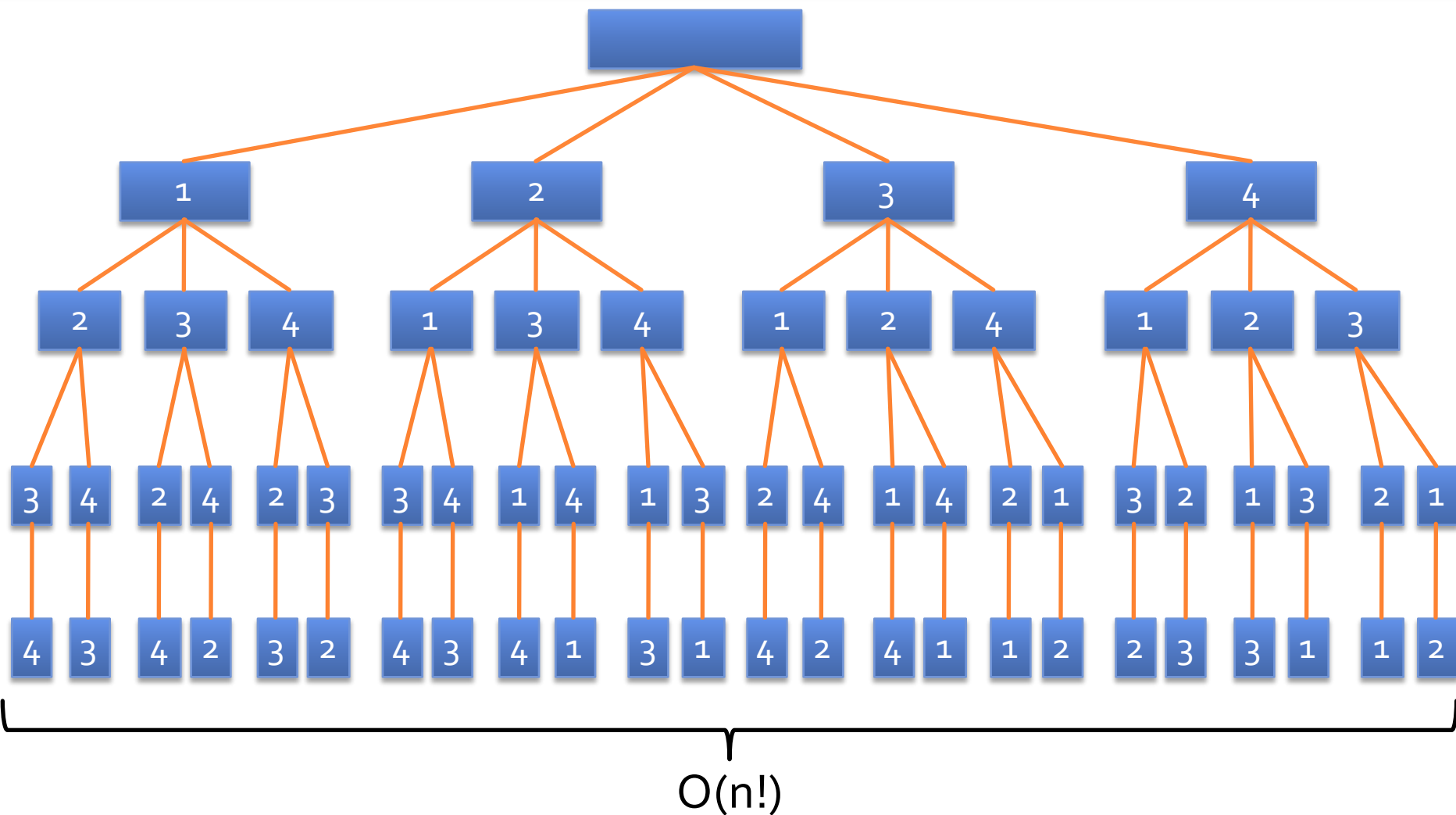
$1 \leq x_i \leq 8$ 互不相同, $1 \leq y_i \leq 8$ 互不相同

将这8个点按照 x 值的大小排序

$(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8)$ 是 $(1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8)$ 的一个排列



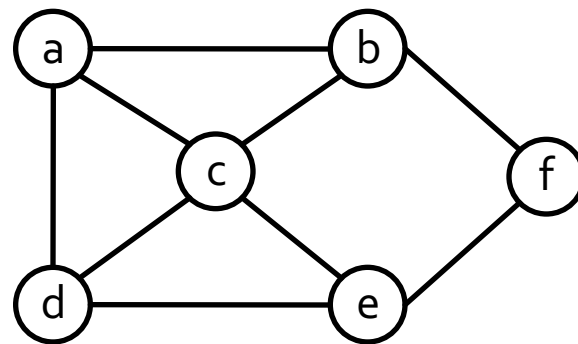
四皇后问题的排序树



排列树问题

素数环问题： 从1到20这20个数摆成一个环，要求相邻两个数的和是一个素数。

哈密尔顿回路： 从图中找出一条路径从某一点出发不重复的走过所有节点



树状解空间——子集树

子集和问题： 从一个由n个整数组成的集合 $S=\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ 中选出一个子集，使得和等于一个整数d。

$S=\{1, 2, 5, 8\}$ $d=9$

如何列举出集合的所有子集合

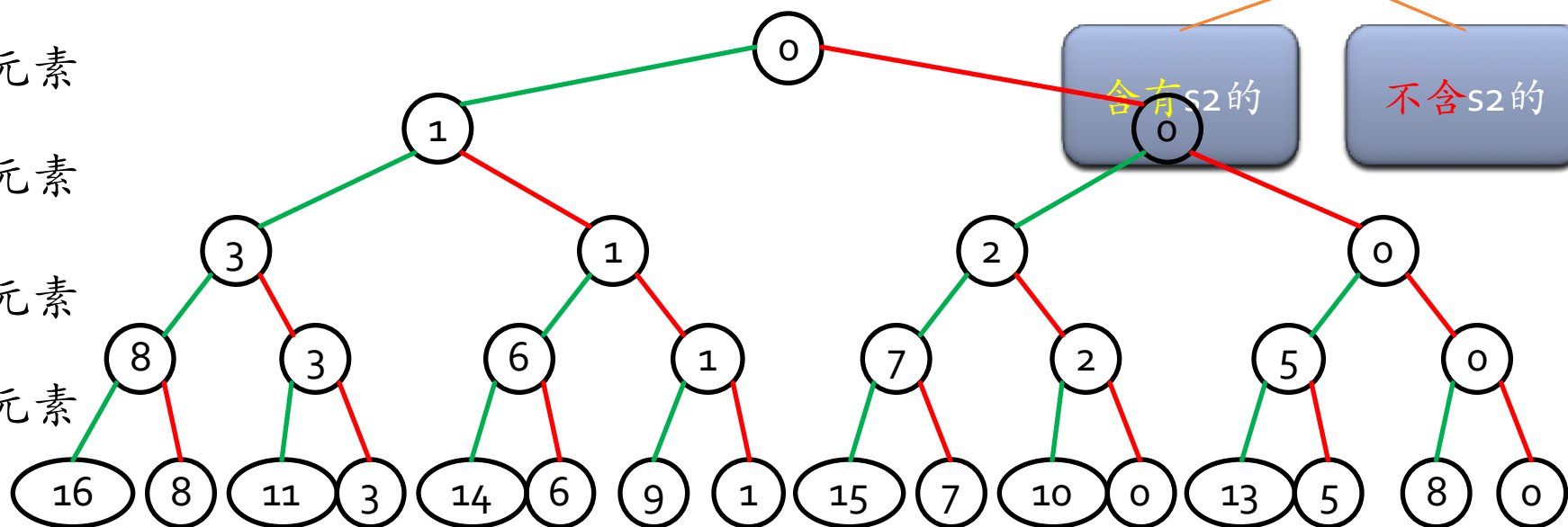
S的子集合分为两类

第1个元素

第2个元素

第3个元素

第4个元素



为什么要使用树搜索

枚举

无优先级地验证
每一个结果

树搜索

有优先级的验证
最有可能的结果

剪枝策略

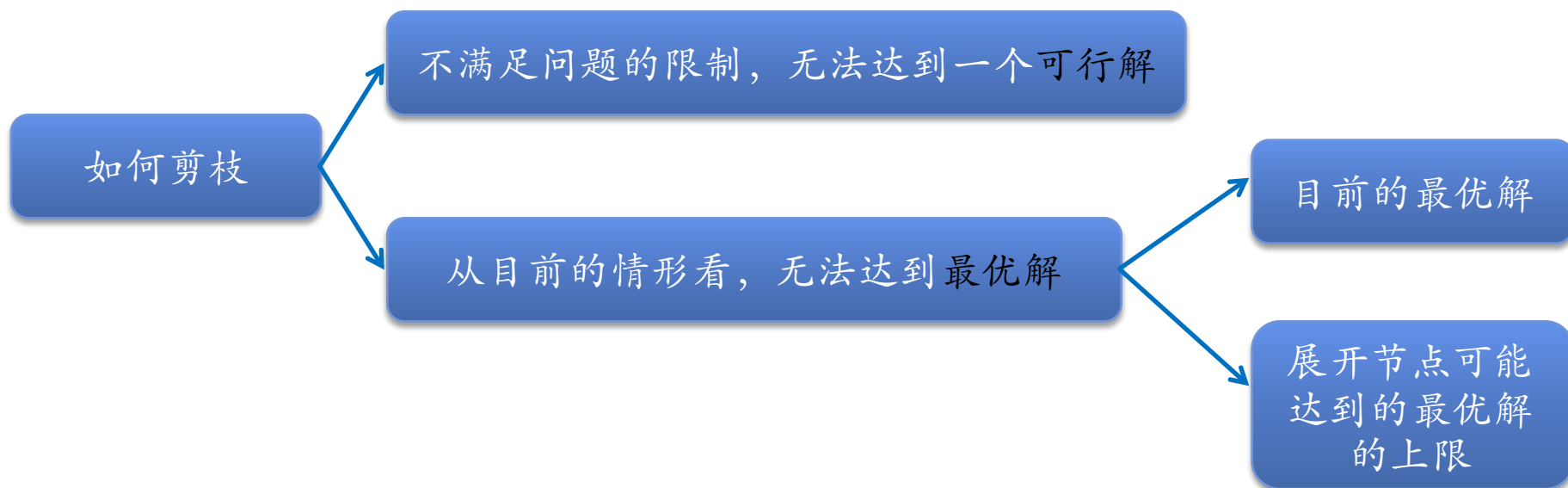
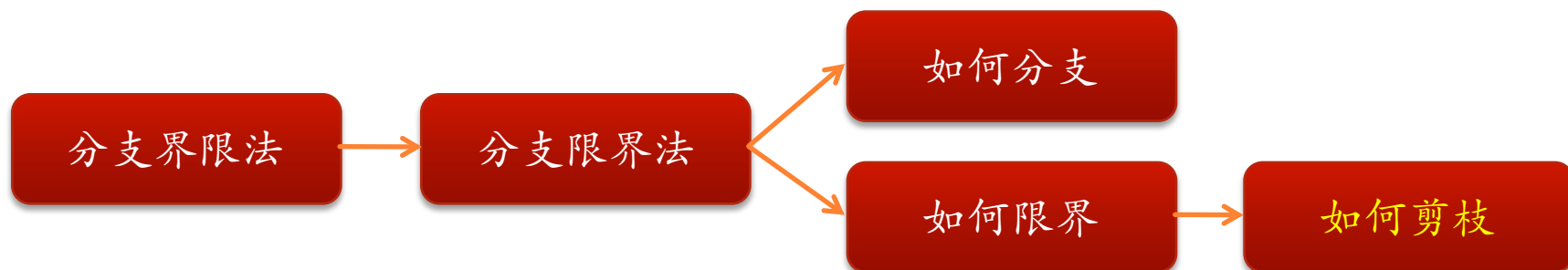
展开策略

最优展开策略

可行解

最优解

分支界限法



工作分配问题

- 把 n 个任务分配给 n 个人，每个人完成每项工作都有一个代价，我们希望总的代价最小，问如何分配？

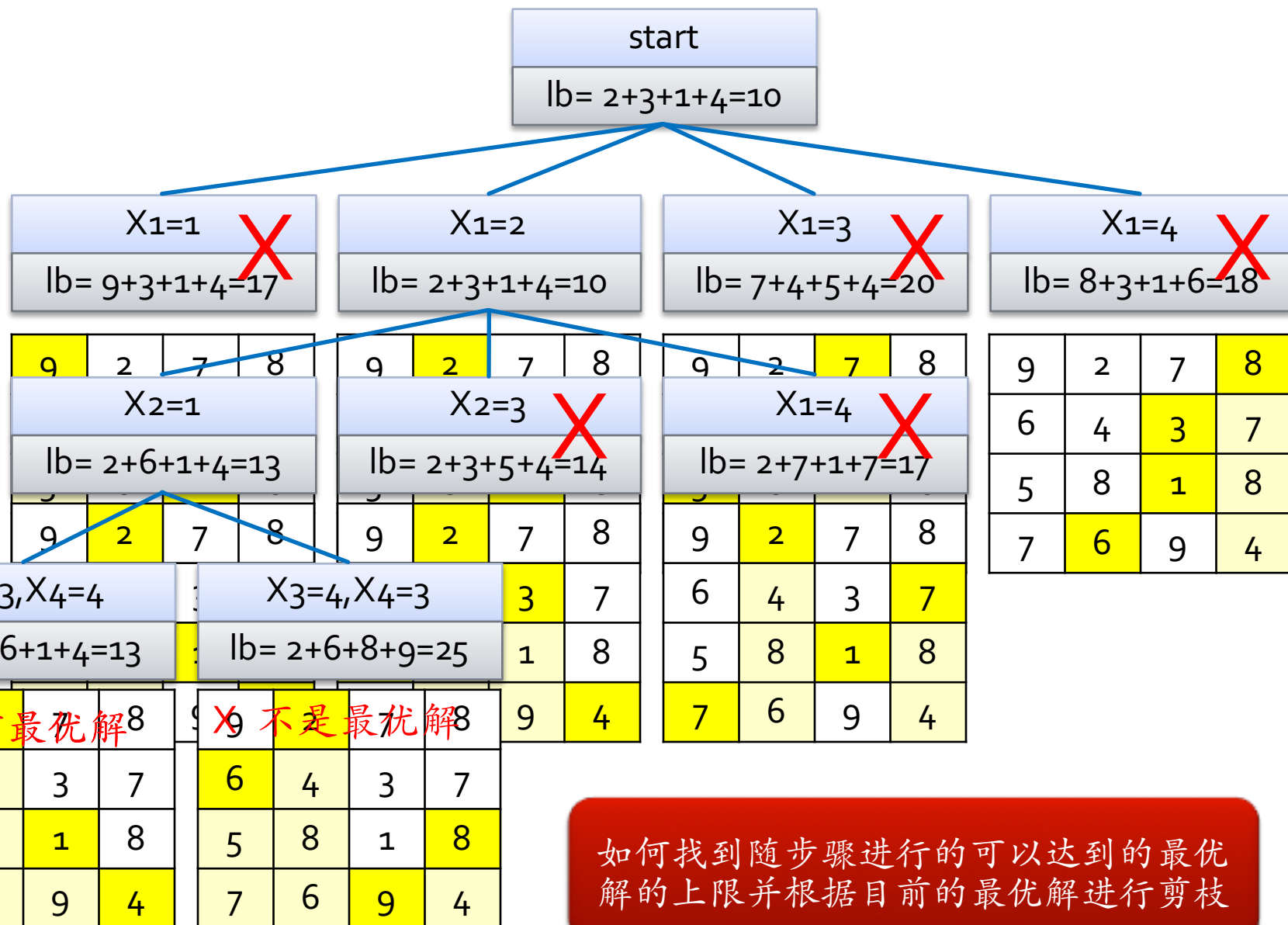
	JOB ₁	JOB ₂	JOB ₃	JOB ₄
PERSON ₁	9	2	7	8
PERSON ₂	6	4	3	7
PERSON ₃	5	8	1	8
PERSON ₄	7	6	9	4

用 (x_1, x_2, x_3, x_4) 来表示分配给1、2、3、4四个人的工作的号

排列树问题

	JOB ₁	JOB ₂	JOB ₃	JOB ₄
PERSON ₁	9	2	7	8
PERSON ₂	6	4	3	7
PERSON ₃	5	8	1	8
PERSON ₄	7	6	9	4

最小的代价 $=2+3+1+4=10$



如何找到随步骤进行的可以达到的最优解的上限并根据目前的最优解进行剪枝

0-1 背包问题

如何选择物品的一个子集

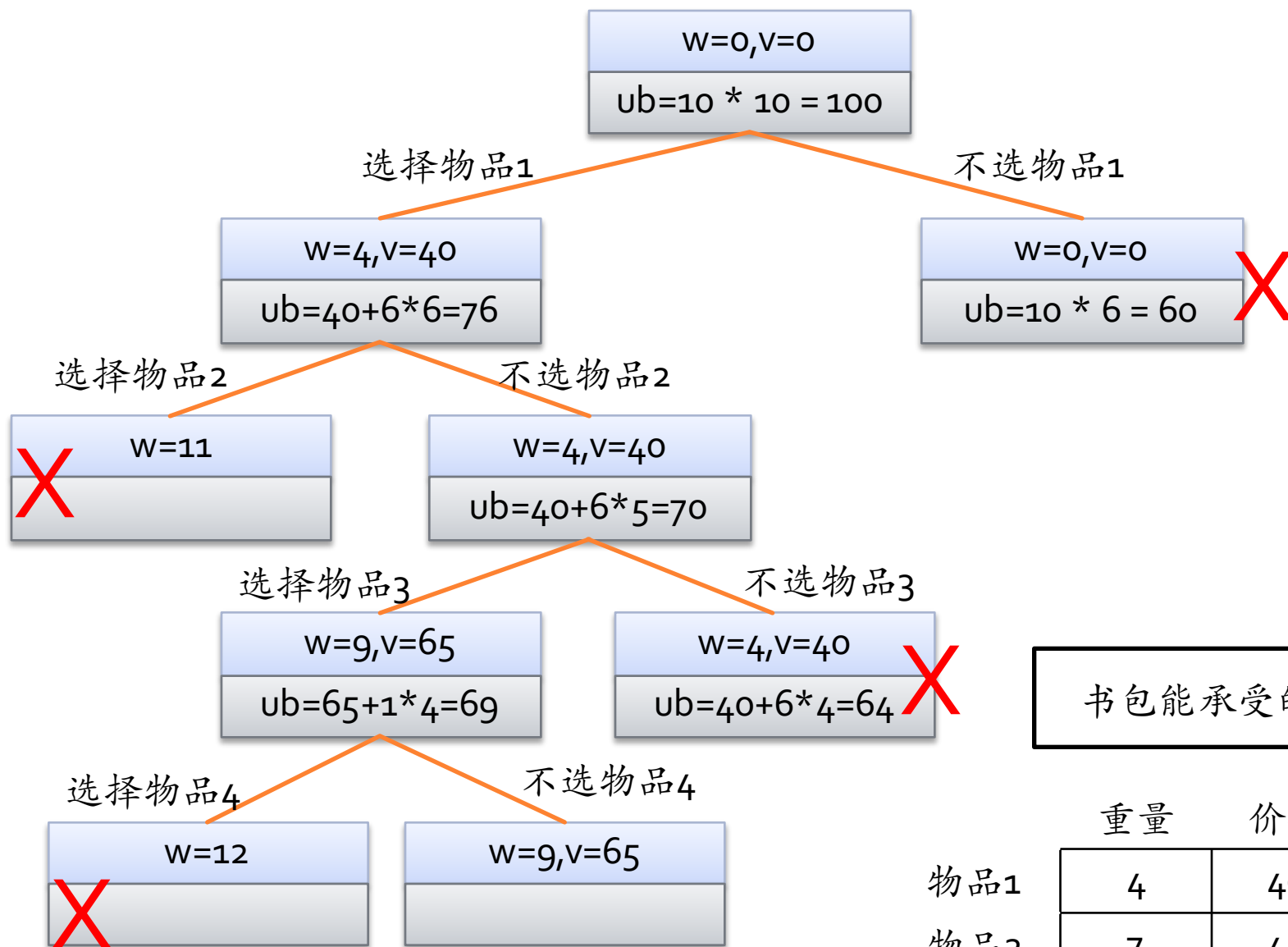
子集树问题

	重量	价值	性价比
物品1	4	40	10
物品2	7	42	6
物品3	5	25	5
物品4	3	12	4

书包能承受
的重量10

如何找到随步骤进行的可以达到的最优解并根据目前的最优解进行剪枝

做多装入的上限是认为背包空闲的部分全部装入上下物品中最重的



书包能承受的重量10

	重量	价值	性价比
物品1	4	40	10
物品2	7	42	6
物品3	5	25	5
物品4	3	12	4

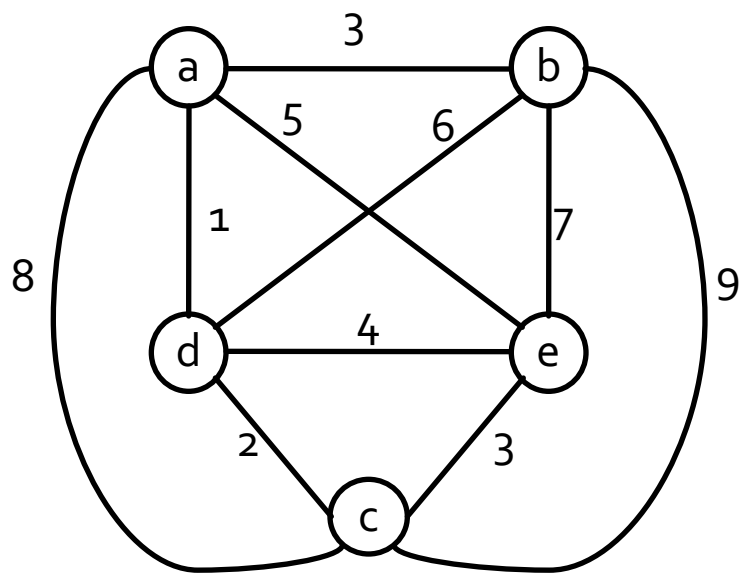
旅行商问题

- 从某点出发，走过所有的节点，并返回起点。是要求所有经过的边得权值的和最小

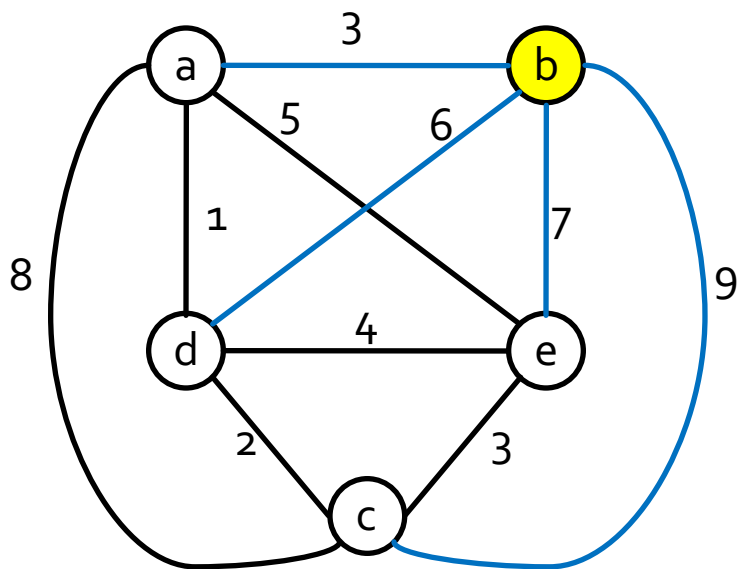
哈密尔顿问题的一般化

子集树问题

如何找到随步骤进行的可以达到的最优解并根据目前的最优解进行剪枝



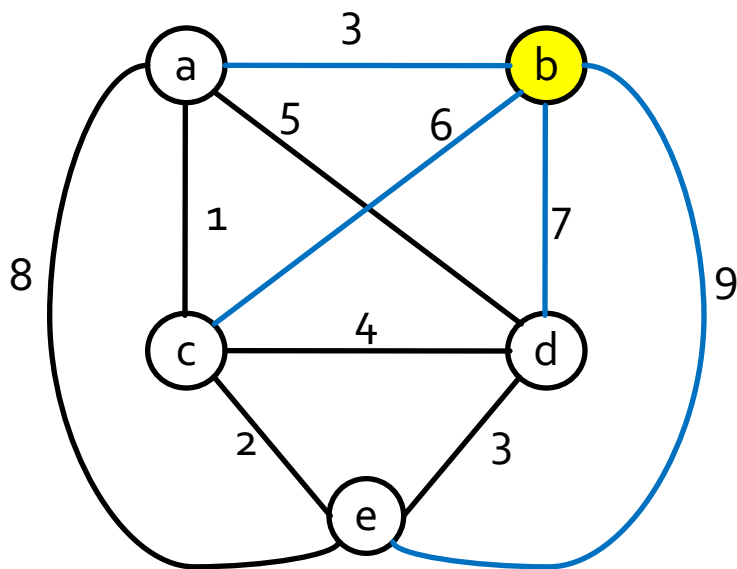
最小下限



每个节点的几条边中肯定有一条是进入b的，一条是离开b的

相对每个点来说，最小路径的下限是这些边中最小的两个的权值的和的一半

整个图的下限是所有点的下限的和



	A	B	C	D	E	lb
A	∞	3	1	5	∞	2
B	3	∞	6	7	∞	4.5
C	1	6	∞	4	2	1.5
D	5	7	4	∞	3	3.5
E	∞	∞	2	3	∞	2.5

路径长度下限=2+4.5+1.5+3.5+2.5=14

在纸上以及用程序完成TSP问题的求解

