**分类型吃透真题**

**前言**

**本篇将计算题、证明题、论述题这些“大题”拆解为不同的模块，帮助考生进行知识点分块专项掌握。**

**每一个模块中，都将历年该模块的考题整理在一起，通过对比分析，了解其考察方向的特点、变动规律等。在每一个模块的最后，都会有一个“小结”，指明该模块中的重点考察方式、重点考察知识点或一般的解答方式等。**

**随机变量的函数的分布**

2017年计算题第一题

为来自于总体的简单随机样本，试求：

注:

（1）

**（2）**

（3）

2017年计算题第二题

设来自正态总体，样本容量为18。

**（1）确定常数，使得统计量服从分布。**

**（2）确定常数，使得统计量服从分布。**

2019年计算题第一题

设相互独立，且分别服从参数为的指数分布，概率密度函数分别为。回答下列问题

**(1)**

**(2)**

**(3) 若，求。**

2019年计算题第二题

设总体，今从中抽取容量分别为10和15的两个独立样本，试求这**两个样本均值之差**的绝对值大于0.3的概率是多少？(注：标准正态分布)。

2020年计算题第一题

设总体服从标准正态分布，即为来自的样本：

**(1)求分布。**

**(2)已知 服从F分布，求k的值。**

小结：总体上看，考察方式以极值分布为主，其次是抽样分布，随机变量之和的分布。复习中应多方面了解各种极值分布的求解方法，熟练掌握三大抽样分布的构造方式及其之间的联系。另外需要注意的是，应该注意在构造抽样分布时，是否有前提条件要求。

**极大似然估计的几种分类类型及其解法**

**按原始分布划分：**

**第一种：给出样本观测值确定参数**

2014-2015综合题第二题

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | 0 | 1 |
|  |  |  |  |

样本为。请给出的矩估计和极大似然估计。

**第二种：给出原始分布类型确定参数**

2016年计算题第二题

设是来自均匀分布总体的随机样本，求的极大似然估计。

2018年计算题第一题

总体，为其样本，试求参数的极大似然估计。

2016年计算题第四题

设是来自参数为的泊松分布的随机样本，求参数为的极大似然估计。

**第三种：给定密度函数确定参数**

2017年第三题

设样本来自总体，总体的概率密度如下，是未知参数，请给出的矩估计量和最大似然估计量。

2019年计算题第三题

设随机变量的概率密度函数为：，是来自总体的一个样本，求：的极大似然估计量

2020年计算题第一题

设总体的密度函数为， 为来自总体的样本：求的最大似然估计。

**小结：**

按照似然函数的性质划分

第一种：似然函数单调递增

参数在取值域内取最大值时即为似然估计

第二种：似然函数单调递减

参数在取值域内取最小值时即为似然估计

第三种：似然函数为常数

参数在取值域内取任意值即为似然估计

第四种：似然函数偏导数为0的点不唯一

求二阶偏导，排除不取极值的点

再从取极值的点中计算似然函数的值，值最大的那个值就是似然函数

**区间估计**

2014-2015年

，，，求的95%置信区间。

2016年计算题第五题

设，，是来自于总体的样本，设，。

（1）求显著性水平为下该假设检验的拒绝域。

（2）若成立，求参数置信度为的置信区间。

2019年计算题第五题

在某校的一个班级中随机抄录了25名男生的身高数据，测得平均值，标准差，假定男生身高服从正态分布，试求：(所有结果保留小数点后两位)

(1) 的置信水平为0.95的置信区间(上分位数：)

(2) 的置信水平为0.95的置信区间(上分位数：，)

2020年

设总体服从正态分布，即，为来自总体的样本：

(1)当均值已知时，求的0.90双侧置信区间。

(2)当均值未知时，求的0.95双侧置信区间。

小结：区间估计部分向来只考察单总体的均值与方差的区间估计，因此在复习时应当把重点放在单总体部分；两总体部分了解其方法、特点即可，其主要在论述题中出现。

**估计量的评选标准**

2014-2015年

一元线性回归模型：，，用最小二乘法给出回归系数、的最小二估计、，并证明是的无偏估计。

2017年计算题第四题

设是来自于总体服从泊松分别的样本，是未知参数，设估计量

（1）试说明是的无偏估计。

（2）上述无偏估计中哪个估计是更有效。

2020年计算题第三题

设总体的密度函数为， 为来自总体的样本：

(1的矩估计。

(2的最大似然估计。

(3)是否为的无偏估计

小结：估计量的评选标准不会单独考察，其通常与矩估计、似然估计相结合，有时与回归分析综合出题。在复习回归分析时，应多关注估计量的优良性质。

**回归分析**

2014-2015年

一元线性回归模型：，，用最小二乘法给出回归系数 、的最小二乘估计、，并化是的无偏估计。

2017年证明题第一题

对于一元线性回归模型，为已知常数，并记为某容量为的样本。

（1）请用最小二乘法给出参数的估计值。

（2）说明是的无偏估计。

2018年证明题第二题

一元线性回归模型，其中，相互独立，估计的回归方程为，。试证明：

(1)

(2)

2019年证明题第二题

一元线性回归分析中，，其中，做次独立观测，得到一个容量为的样本，记，使用最小二乘法求得的估计量为。

(1) 求

(2) 求的无偏估计量

(3) 请构造出的原假设的拒绝域。

2020年计算题第五题

给出五组数据，:

(1)求的最小二乘估计。

(2)给出的估计。（小数点后保留两位有效数字）

小结：回归分析出题多在证明题中，且几乎都涉及到参数的最小二乘估计，并且在后续问题中通常考察最小二乘估计的性质，因此需要将梁之舜书中最小二乘估计的6条性质熟练掌握，并熟悉最小二乘估计求解的过程。

**单因素方差分析**

2016年论述题第二题

简述方差分析的作用。

2019年论述题第一题

1、单因素方差分析模型为：，其中相互独立同分布于，未知，，，调查得到的样品数据如下：

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  | … |  |
|  |  | … |  |
|  |  | … |  |
| … | … | … | … |
|  |  | … |  |

样本总数为，记的均值为，样本总均值为。

定义总平方和：

组间平方和：

组内平方和：

证明：

(1)

(2)

2020年论述题第二题

阐述单因素方差分析的原理及其过程，并说明单因素方差分析与两总体均值之差的检验（方差相等但未知）的联系

小结：方差分析考察次数不多，但依然是重点，每次出题的分值都是15分。应熟练掌握基本原理、基本假设、平方和分解，平方和特性等理论，尤其值得注意的是，20年将其与其他知识点进行了交叉考察。