

➤ Chương 3. Phân phối xác suất thông dụng

§1. Phân phối Siêu bội

§2. Phân phối Nhị thức

§3. Phân phối Poisson

§4. Phân phối Chuẩn

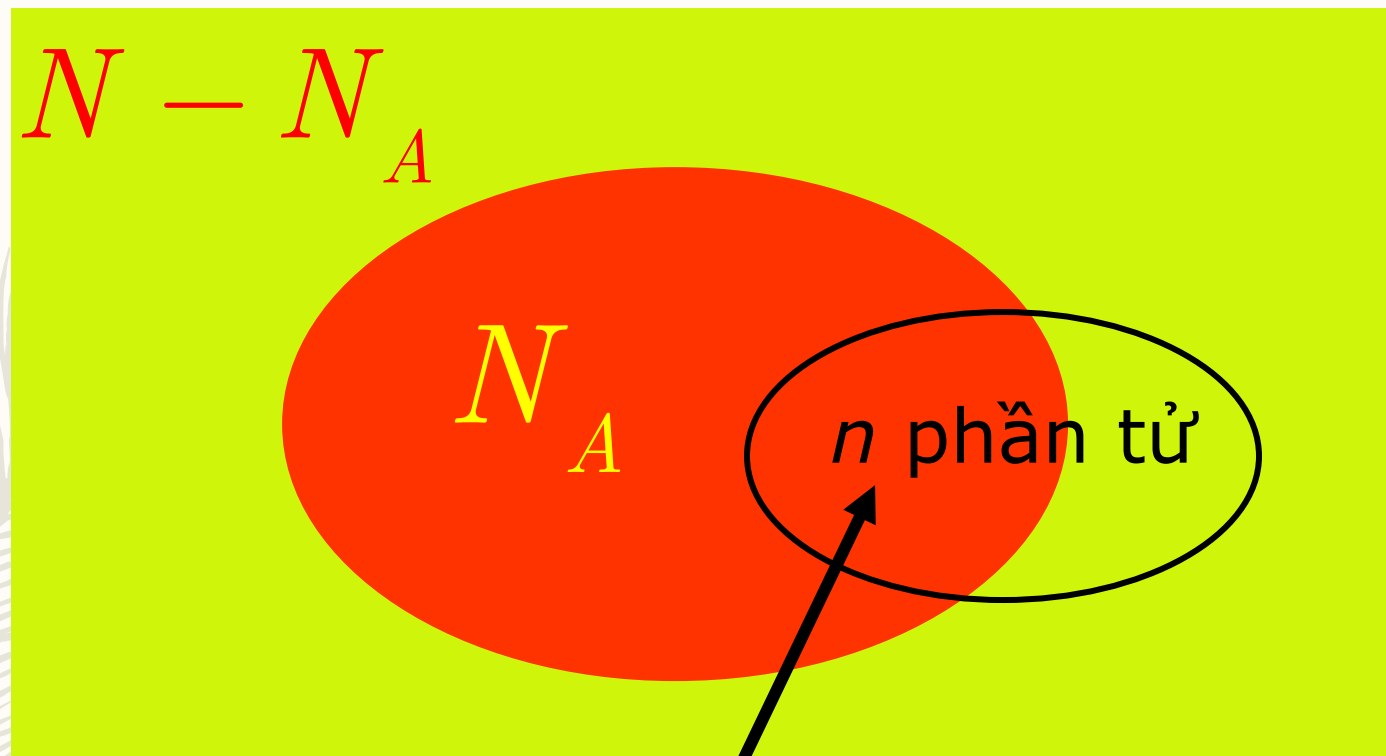
§1. PHÂN PHỐI SIÊU BỘI

1.1. Định nghĩa

- Xét tập có N phần tử gồm N_A phần tử có tính chất A và $N - N_A$ phần tử có tính chất \bar{A} . Từ tập đó, ta chọn ra n phần tử.
- Gọi X là số phần tử có tính chất A lần trong n phần tử đã chọn thì X có phân phối **Siêu bội** (*Hypergeometric distribution*) với 3 tham số N, N_A, n .

➤ Chương 3. Phân phối xác suất thông dụng

Ký hiệu là: $X \in H(N, N_A, n)$ hay $X \sim H(N, N_A, n)$.



k phần tử có tính chất A

$$\max\{0; n - (N - N_A)\} \leq k \leq \min\{n; N_A\}$$

➤ Chương 3. Phân phối xác suất thông dụng

- Xác suất trong n phần tử chọn ra có k phần tử A là:

$$p_k = P(X = k) = \frac{C_{N_A}^k C_{N-N_A}^{n-k}}{C_N^n}.$$

Trong đó: $0 \leq k \leq n$ và $n - (N - N_A) \leq k \leq N_A$.

➤ Chương 3. Phân phối xác suất thông dụng

VD 1. Một hộp phấn gồm 10 viên, trong đó có 6 viên màu trắng. Lấy ngẫu nhiên 3 viên phấn từ hộp này. Gọi X là số viên phấn trắng lấy được. Lập bảng phân phối xác suất của X ?

Giải. Ta có: $X = \{0; 1; 2; 3\}$ và

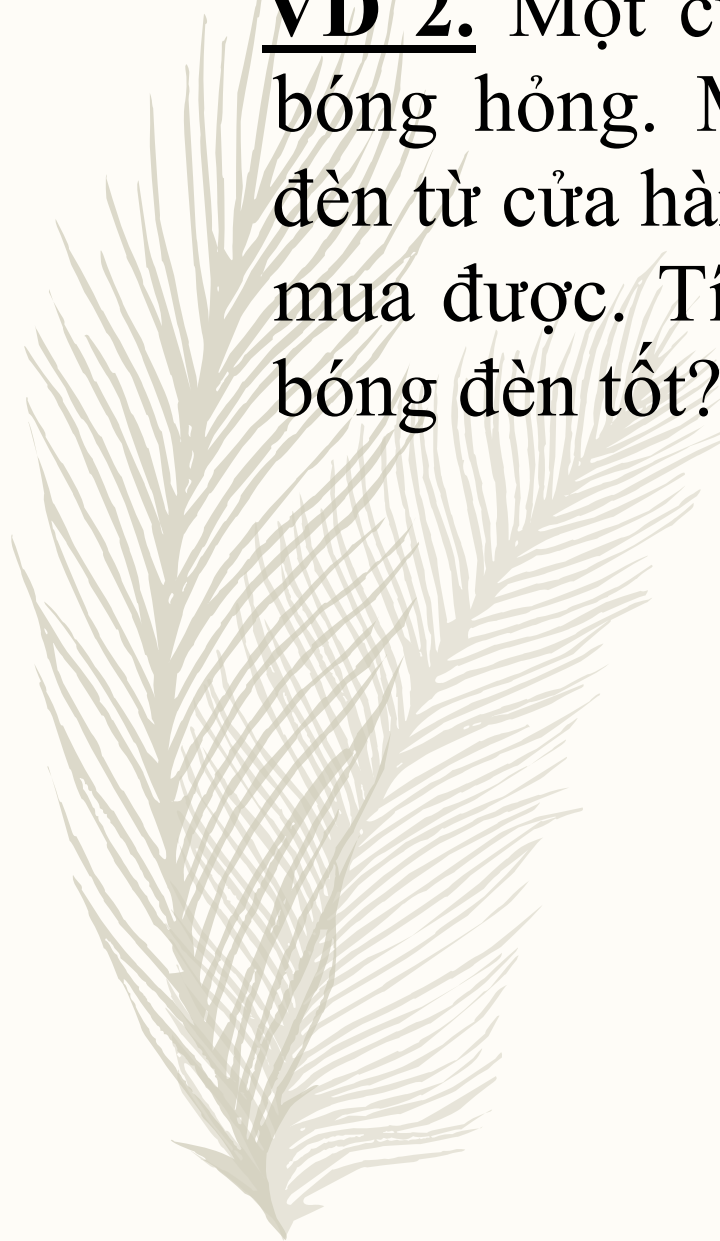
$$N = 10, N_A = 6, n = 3 \Rightarrow X \in H(10, 6, 3).$$

Vậy ta có bảng phân phối xác suất của X :

X	0	1	2	3
P	$\frac{C_6^0 C_4^3}{C_{10}^3}$	$\frac{C_6^1 C_4^2}{C_{10}^3}$	$\frac{C_6^2 C_4^1}{C_{10}^3}$	$\frac{C_6^3 C_4^0}{C_{10}^3}$

➤ Chương 3. Phân phối xác suất thông dụng

VD 2. Một cửa hàng bán 10 bóng đèn, trong đó có 3 bóng hỏng. Một người chọn mua ngẫu nhiên 5 bóng đèn từ cửa hàng này. Gọi X là số bóng đèn tốt người đó mua được. Tính xác suất người đó mua được 3 hoặc 4 bóng đèn tốt?



Giải. Ta có: $X = \{2; 3; 4; 5\}$ và

$$N = 10, N_A = 7, n = 5 \Rightarrow X \in H(10, 7, 5).$$

$$P[(X = 3) \cup (X = 4)] = p_3 + p_4$$

$$= \frac{C_7^3 C_3^2}{C_{10}^5} + \frac{C_7^4 C_3^1}{C_{10}^5} = \frac{5}{6}.$$

1.2. Các số đặc trưng của $X \sim H(N, N_A, n)$

$$EX = np; \quad VarX = npq \frac{N - n}{N - 1}.$$

Trong đó $p = \frac{N_A}{N}$, $q = 1 - p$.

VD 3. Tại một công trình có 100 người đang làm việc, trong đó có 70 kỹ sư. Chọn ngẫu nhiên 40 người từ công trình này. Gọi X là số kỹ sư chọn được.

- 1) Tính xác suất chọn được từ 27 đến 29 kỹ sư ?
- 2) Tính trung bình số kỹ sư chọn được và $VarX$?

Giải

Ta có: $X = \{10; 11; \dots; 39; 40\}$ và

$$N = 100, N_A = 70, n = 40 \Rightarrow X \in H(100, 70, 40).$$

$$1) P(27 \leq X \leq 29) = p_{27} + p_{28} + p_{29}$$

$$= \frac{C_{70}^{27} C_{30}^{13}}{C_{100}^{40}} + \frac{C_{70}^{28} C_{30}^{12}}{C_{100}^{40}} + \frac{C_{70}^{29} C_{30}^{11}}{C_{100}^{40}}$$

$$= 0,4955.$$

2) Ta có: $p = \frac{70}{100} = 0,7 \Rightarrow q = 0,3.$

Trung bình số kỹ sư chọn được là:

$$EX = np = 40.0,7 = 28 \text{ (kỹ sư).}$$

$$VarX = npq \cdot \frac{N - n}{N - 1} = 40.0,7.0,3 \cdot \frac{60}{99} = \frac{56}{11}.$$

.....