DM500 Eksamensopgave

Thomas Urup Schjerlund
thsch20@student.sdu.dk

Tobias Klink Lehn
toleh20@student.sdu.dk

Philip Hayberg Thomsen
phtho20@student.sdu.dk

Sean Chrone Græns
segra20@student.sdu.dk

15. November 2020

1 Reeksamen DM527 Opg 1 - Tobias

Opgave 1 (15%)

Betragt funktionerne $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ og $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ defineret ved

$$f(x) = x^2 + x + 1 \text{ og}$$
$$g(x) = 2x - 2$$

a) Er f en bijektion?

Svar: For at en afbildning, $\phi : A \to B$ skal være bijektiv, kræves det, at funktionen både er *injektiv* (one-to-one) og *surjektiv* (onto.

Sætning 1. *f er injektiv, hvis $\forall x_1, x_2 \in Dm(f) : x_1 \neq x_2 \to f(x_1) \neq f(x_2)$*

Sagt på en anden måde, så skal det for alle værdier af x i definitionsmængden gælde, at x hvis to x-værdier er forskellige fra hinanden, så er deres funktionsværdier det også. Helt basalt vil det sige, at to x-værdier ikke kan dele en y-værdi.

Ved at indsætte x_1 og x_2 og sætte deres funktionsværdi lig hinanden, kan det afgøres hvorvidt det også betyder, at x-værdierne var ens til at starte med:

$$f(x_1) = x_1^2 + x_1 + 1$$
$$f(x_2) = x_2^2 + x_2 + 1$$
$$f(x_1) = f(x_2) \Leftrightarrow x_1^2 + x_1 + 1 = x_2^2 + x_2 + 1$$
$$\Rightarrow x_1^2 + x_1 = x_2^2 + x_2$$

Definitionen på en injektiv funktion er,

Jeg vil bare gerne have det her ind i TKL00OpgSkriv D: