

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

# 수리경제학 미분

이재석

2025-04-29  
(updated: April 29, 2025)

# 목차

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

1 Power Rule

2 지수함수 미분

3 로그함수 미분

4 Product Rule

5 Chain Rule

6 미분가능

7 역함수의 미분법

8 미분법칙 정리

# 미분의 정의와 의미

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

## Definition (도함수)

실수( $\mathbb{R}$ )의 어떤 함수  $f(x)$ 가 정의되는 포인트  $a$  에서 미분가능(*differentiable*) 하고, 정의역이 포인트  $a$  를 포함한다면,  $a$  에서 미분계수(순간변화율)  $L$  은

$$L = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad (1)$$

- 미분하다: 함수  $f(x)$  의 도함수에  $x_0$  를 대입하여, 미분계수  $L$ 의 값을 찾는다
- 어떤 함수  $f(x)$ 를 미분하다
  - =  $f(x)$  의 미분계수를 구하다
  - =  $f'(x \mid x = x_0) = f'(x)$ 를 구하다
  - =  $f(x)$  의 도함수를 구하다 =  $\frac{dy}{dx}$

# 함수에 따른 미분법: Power Rule

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

## 상수함수의 미분법칙

$$\frac{d}{dx}c = 0, \quad C \text{ 는 상수 (constant)}$$

## Polynomial 미분: Power Rule

$$\frac{d}{dx}x^n = n \cdot x^{n-1}$$

# 함수에 따른 미분법: Polynomial $f(x) = ax$

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

## Definition (도함수)

$$L = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

$$f(x) = ax, \quad \text{도함수: } f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

도함수에 대입. 예를 들어,  $f(x+h) = a(x+h)$

$$\rightarrow f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a(x+h) - ax}{h}$$

$$\text{lim 계산} \rightarrow = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{ax + ah - ax}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{ah}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} a = a$$

# 함수에 따른 미분법: Polynomial $f(x) = ax^2$

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

$$f(x) = ax^2, \quad \text{도함수: } f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\text{도함수에 대입} \rightarrow f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a(x+h)^2 - ax^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{ax^2 + 2axh + ah^2 - ax^2}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2axh + ah^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 2ax + \lim_{h \rightarrow 0} ah = 2ax + a \cdot 0 = 2ax$$

$$\therefore f'(x) = 2ax$$

$$f'(x \mid x=1) = 2a \cdot 1, \quad f'(x \mid x=2) = 4a$$

# 함수에 따른 미분법: Polynomial $f(x) = \frac{1}{x}, f(x) = x^{-1}$

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

$$f(x) = \frac{1}{x} = x^{-1}, \quad \text{도함수: } f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$\text{도함수에 대입} \rightarrow f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{x+h} - \frac{1}{x}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{x - (x+h)}{x(x+h)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{-h}{x(x+h)}}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-h}{hx(x+h)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{x(x+h)} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{x^2 + hx} = \frac{-1}{x^2}$$

$$\therefore f'(x) = -\frac{1}{x^2} = -1x^{-2}$$

$$f'(x \mid x=1) = -1, \quad f'(x \mid x=2) = -\frac{1}{4}$$

# 다항함수와 도함수 비교: $f(x) = x^2$ , $g(x) = x^3$ , $h(x) = \sqrt{x}$

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

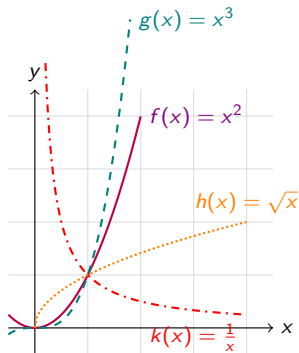
Chain Rule

미분가능

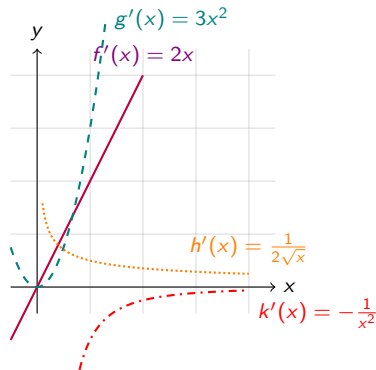
역함수의  
미분법

미분법칙 정리

원 함수들



도함수들





수리경제학

이재석

Power Rule

$$f(x) = a \cdot x^2 \quad f'(x) = \quad f''(x) =$$

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

$$f(x) = \cdot x^{(-1/2)} \quad f'(x) = \quad f''(x) =$$

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

$$f(x) = 2 \cdot x^2 + x \quad f'(x) = \quad f''(x) =$$

미분법칙 정리

# 도함수의 정의로 미분:지수함수 미분법칙

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

## 지수함수의 미분법칙

$$\frac{d}{dx}e^x = e^x$$

$$\frac{d}{dx}a^x = a^x \cdot \ln a$$

$$\begin{aligned} f(x) = e^x &\rightarrow f'(x) = e^x \\ f(x) = a^x &\rightarrow f'(x) = a^x \cdot \ln a \end{aligned}$$

# 도함수의 정의로 미분 - 지수함수

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

$$f(x) = e^x, \quad \text{도함수에 대입} \rightarrow f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^{x+h} - e^x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^x \cdot e^h - e^x}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^x(e^h - 1)}{h} = e^x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h}$$

$e^h$ 의 정의  $e^h = 1 + \frac{h}{1!} + \frac{h^2}{2!} + \dots$ 를 활용하여 대입하면,

$$= e^x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1 + \frac{h}{1!} + \frac{h^2}{2!} + \dots - 1}{h} = e^x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \left( \frac{h}{1!}/h + \frac{h^2}{2!}/h + \dots \right)$$

$$= e^x \cdot (1 + 0 + \dots) = e^x$$

# 도함수의 정의로 미분 - 지수함수

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

$f(x) = a^x$ , 도함수에 대입  $\rightarrow$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^{x+h} - a^x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^x \cdot a^h - a^x}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^x(a^h - 1)}{h} = a^x \cdot \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h}$$

$e^{\ln x} = x$ 의 성질을 이용하여  $a = e^{\ln a}$

양변을  $h$  거듭제곱하면, 로그의 성질에 의해  $\Rightarrow a^h = e^{h \ln a}$

$e$ 의 정의를 활용하기 위해, 양변에 1을 빼고  $h$ 로 나누면,  $\Rightarrow \frac{a^h - 1}{h} = \frac{e^{h \ln a} - 1}{h}$

$h \ln a = u$ 로 치환하고 정리하면,  $h = \frac{u}{\ln a}$ ,  $\frac{e^{h \ln a} - 1}{h} = \frac{e^u - 1}{\frac{u}{\ln a}} = \frac{e^u - 1}{u} \cdot \ln a$

이때, 극한은  $u$ 에 대해서로 변함:  $\lim_{h \rightarrow 0} h \ln a = 0$  이므로  $u \rightarrow 0$

$$= a^x \cdot \lim_{u \rightarrow 0} \frac{e^u - 1}{u} \cdot \ln a = a^x \cdot 1 \cdot \ln a \quad (\because \lim_{h \rightarrow 0} \frac{e^h - 1}{h} = 1 \text{ 앞에서 찾음!})$$

# 지수함수와 도함수 비교: $f(x) = 2^x$ , $g(x) = e^x$ , $h(x) = 3^x$

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

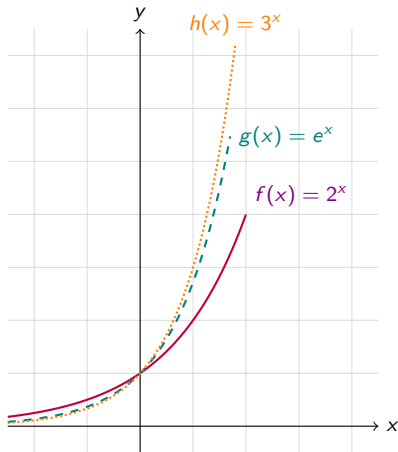
Chain Rule

미분가능

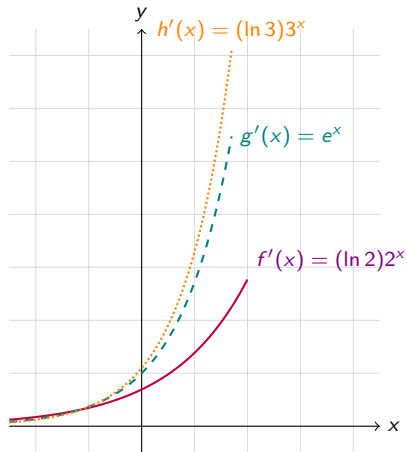
역함수의  
미분법

미분법칙 정리

원 함수들



도함수들



수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

$$f(x) = 2 \cdot e^x \quad f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

$$f(x) = e^x \quad f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

# 도함수의 정의로 미분: 로그함수 미분법칙

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

## 로그함수의 미분법칙

$$\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$$

$$\frac{d}{dx} \log_a x = \frac{1}{x \ln a}$$

$$f(x) = \ln x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = \log_a x \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x \ln a}$$

# 도함수의 정의로 미분 - 자연로그

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

$f(x) = \ln x$ , 도함수에 대입  $\rightarrow$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ln(x+h) - \ln x}{h}$$

로그의 성질:  $\ln(x+h) - \ln x = \ln\left(\frac{x+h}{x}\right) = \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right)$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \cdot \ln\left(1 + \frac{h}{x}\right) \quad \text{치환: } u = \frac{h}{x} \Rightarrow h = ux, \quad h \rightarrow 0 \Leftrightarrow u \rightarrow 0$$

$$= \lim_{u \rightarrow 0} \frac{1}{ux} \cdot \ln(1+u) = \frac{1}{x} \cdot \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\ln(1+u)}{u}$$

Mercator series를 이용해, 전개하면  $\ln(1+u) = u - \frac{u^2}{2} + \frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4} + \dots$

$$\lim_{u \rightarrow 0} \frac{\ln(1+u)}{u} = \lim_{u \rightarrow 0} \left( \frac{u}{u} - \frac{u^2}{2}/u + \frac{u^3}{3}/u - \frac{u^4}{4}/u + \dots \right) = 1 - 0 + 0 + \dots = 1 \text{ 이므로,}$$

$$\therefore f'(x) = \frac{1}{x} \cdot \lim_{u \rightarrow 0} \frac{\ln(1+u)}{u} = \frac{1}{x} \cdot 1$$



# 도함수의 정의로 미분 - 밑이 $a$ 인 로그

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

$$f(x) = \log_a x$$

로그의 성질에 의해  $\log_a x = \frac{\ln x}{\ln a}$ , ( $\ln a$  는 상수)

따라서

$$f'(x) = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{\ln a} \cdot \frac{1}{x}$$
$$\therefore f'(x) = \frac{1}{x \ln a}$$

# 로그함수와 도함수 비교: $f(x) = \log_2(x)$ , $g(x) = \ln(x)$ , $h(x) = \log_3(x)$

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

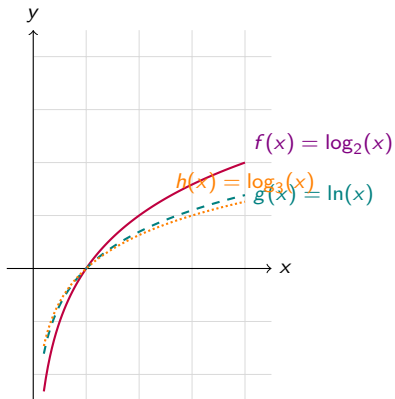
미분가능

역함수의

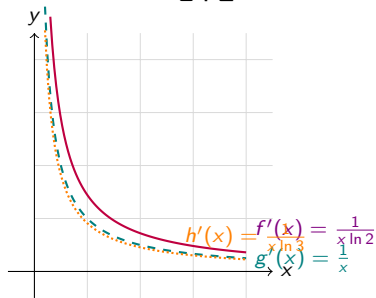
미분법

미분법칙 정리

원 함수들



도함수들



수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

$$f(x) = \ln x^3 \quad f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

$$f(x) = \log_{10} x \quad f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

# 곱의 미분

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

## 곱의 미분법(= 나눗셈의 미분법)

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

# 곱의 미분

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

함수  $f(x)$ ,  $g(x)$  에 대해  $h(x) = f(x)g(x)$  라 하자

$$h'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x)}{h}$$

두 항의 차를 직접 다루기 어렵기 때문에, 더하고 빼기

$$\begin{aligned} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)g(x+h) - f(x)g(x+h) + f(x)g(x+h) - f(x)g(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \cdot g(x+h) + f(x) \cdot \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right] \end{aligned}$$

극한은 각각 따로 가능하므로:

$$\begin{aligned} &= \left( \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \right) \cdot \left( \lim_{h \rightarrow 0} g(x+h) \right) + f(x) \cdot \left( \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right) \\ &= f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x) \end{aligned}$$

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

$$f(x) = x^2 + x, \quad g(x) = a \cdot x^{10} + b \cdot x^5 + c \cdot x^2 + d$$

$$(f(x) \cdot g(x))' =$$

$$\left( \frac{g(x)}{f(x)} \right)' =$$

# 주요 함수형태와 Chain Rule

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

## Chain Rule

$h = f \circ g$  인 합성함수  $h$  라면

$$h' = \mathbf{d}h = (f \circ g)' = f'(g) \cdot g'$$

- polynomial  $\times$  polynomial:  $f(x) = (ax^2 + bx)^c$
- exponential  $\times$  polynomial:  $g(x) = e^{ax^2+bx+c}$
- logarithm  $\times$  polynomial:  $h(x) = \ln(ax + b)^c$

# 합성함수의 미분: Chain Rule

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

$$h'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{f(g(x+h)) - f(g(x))}{g(x+h) - g(x)} \cdot \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right]$$

앞부분은 마치  $\frac{\Delta f(g(x))}{\Delta g(x)}$  인데  $\Delta \rightarrow 0$  이면 미분의 정의

극한을 각각 분리하고,  $u$ 를 치환하면:

$u = g(x+h) \Rightarrow u \rightarrow g(x)$  as  $h \rightarrow 0$  (왜냐하면  $g$  가 연속이므로)

$$= \left( \lim_{u \rightarrow g(x)} \frac{f(u) - f(g(x))}{u - g(x)} \right) \cdot \left( \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) - g(x)}{h} \right)$$

$$= f'(g(x)) \cdot g'(x)$$



# 주요 함수형태와 Chain Rule

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

■ polynomial  $\times$  polynomial :  $f(x) = (ax^2 + bx)^c$

$$f(x) = (ax + b)^{-1}$$

$$f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

$$f(x) = (ax + b)^{20}$$

$$f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

$$f(x) = (ax^2 + bx + c)^{20}$$

$$f'(x) =$$

$$f''(x) =$$

$$f(x) = a(2x + 2)^2 + b(2x + 2) + c \quad f'(x) =$$

$$f(x) = (ax + b)(cx + d)$$

$$f'(x) =$$

# 주요 함수형태와 Chain Rule

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

■ exponential x polynomial :  $g(x) = e^{ax^2+bx+c}$

$$g(x) = e^{ax+b} \qquad g'(x) =$$

$$g(x) = a^{bx+c} \qquad g'(x) =$$

$$g(x) = e^{ax^2+bx+c} \qquad g'(x) =$$

$$g(x) = (ax + b)e^{cx+d} \qquad g'(x) =$$

$$g(x) = e^{ax+b}e^{cx+d} \qquad g'(x) =$$

$$g(x) = \frac{e^{ax+b}}{a^{cx+d}} \qquad g'(x) =$$

# 주요 함수형태와 Chain Rule

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

■ logarithm x polynomial :  $h(x) = \ln(ax + b)^c$

$$h(x) = \ln(ax + b)^{20} \quad h'(x) =$$

$$h(x) = \ln \frac{ax + b}{cx + d} \quad h'(x) =$$

$$h(x) = \frac{\ln ax + b}{\ln cx + d} \quad h'(x) =$$

$$h(x) = \log_{cx+d}(ax + b) \quad h'(x) =$$

# 연속성과 미분 가능성

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

## 함수의 미분가능성

- 함수  $f(x)$ 가  $x = a$  에서 미분 가능하려면,  $a$ 에서 미분계수가 존재해야 함 :

$$f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \quad \text{존재해야 함}$$

- 미분 가능성은 연속성을 포함.
- 연속성이 있다고 해서 항상 미분 가능하진 않음.

## 함수의 연속성

- 함수  $f(x)$ 가  $x = a$  에서 연속이라면,  $a$  에서 함수값과 함수의 극한값이 동일해야 함 :

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$$

# 역함수의 미분법칙 (Inverse-Function Rule)

## 역함수 존재 조건:

- $y = f(x)$  가 일대일 대응(one-to-one mapping)이면, 역함수  $x = f^{-1}(y)$  존재.
- 함수  $f(x)$ 가 **strictly monotonic** (엄격히 단조 증가 또는 감소)이면 역함수 존재.
- 단조성 확인법:  $f'(x)$ 가 모든 구간에서 부호가 일정하고  $f'(x) \neq 0$ .
- $y = f(x)$ 와  $x = f^{-1}(y)$  그래프는  $y = x$  대각선을 기준으로 대칭.

## 역함수 미분법 (Inverse-Function Differentiation Rule)

원 함수의 도함수와 역함수의 도함수는 서로 역수 관계

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$$

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

# 역함수 미분법 예시: 완전대체재 수요함수

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

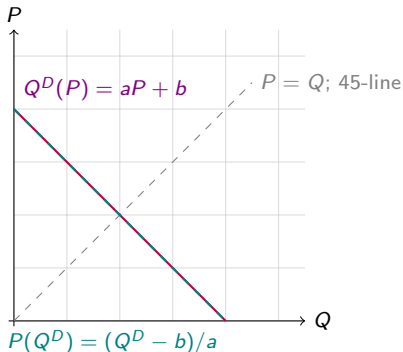
Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

## 수요함수와 역수요함수 관계



## 도함수 관계

### ■ 수요함수:

$$Q^D(P) = aP + b \quad (a < 0)$$

$$\frac{dQ^D}{dP} = a$$

### ■ 역수요함수:

$$P(Q^D) = \frac{Q^D - b}{a} \Rightarrow \frac{dP}{dQ^D} = \frac{1}{a}$$

### ■ Inverse-Function Rule:

$$\frac{dP}{dQ^D} = \frac{1}{\frac{dQ^D}{dP}} \quad (\text{역수 관계})$$

### ■ $a < 0$ 이므로:

$$\frac{dP}{dQ^D} < 0$$

# 역함수 미분법 예시: Cobb-Douglas 형태 수요함수

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

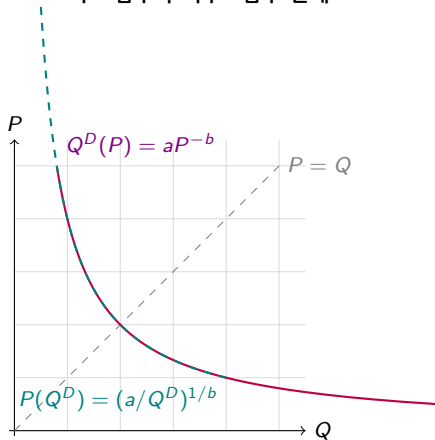
Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

수요함수와 역수요함수 관계



도함수 관계

■ 수요함수:

$$Q^D(P) = aP^{-b} \quad (a > 0, b > 0)$$

$$\frac{dQ^D}{dP} = -abP^{-(b+1)}$$

■ 역수요함수:

$$P(Q^D) = \left(\frac{a}{Q^D}\right)^{1/b} \Rightarrow \frac{dP}{dQ^D} = -\frac{1}{b} \left(\frac{a}{Q^D}\right)^{1/b} \frac{1}{Q^D}$$

■ Inverse-Function Rule:

$$\frac{dP}{dQ^D} = \frac{1}{\frac{dQ^D}{dP}} \quad (\text{역수 관계})$$

■  $b > 0$  이므로:

$$\frac{dP}{dQ^D} < 0$$

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

$$f(x) = x, \quad f^{-1}(x) = 1/x$$

$$f'(x) =$$

$$(f^{-1}(x))' =$$

$$g(x) = e^x, \quad g^{-1}(x) = \ln x$$

$$g'(x) =$$

$$(g^{-1}(x))' =$$



# 미분법칙 요약

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

Constant Rule:  $\frac{d}{dx} c = 0$

Power Rule:  $\frac{d}{dx} x^n = n \cdot x^{n-1}$

Exponential Rule:  $\frac{d}{dx} e^x = e^x$   
 $\frac{d}{dx} a^x = a^x \cdot \ln a$

Logarithm Rule:  $\frac{d}{dx} \ln x = \frac{1}{x}$   
 $\frac{d}{dx} \log_a x = \frac{1}{x \ln a}$

# 미분법칙 요약

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

Sum-Diff Rule:  $\frac{d}{dx}[f(x) \pm g(x)] = \frac{d}{dx}f(x) \pm \frac{d}{dx}g(x)$

Product Rule:  $\frac{d}{dx}[f(x) \cdot g(x)] = \frac{d}{dx}f(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot \frac{d}{dx}g(x)$

Quotient Rule:  $\frac{d}{dx} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\frac{d}{dx}f(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot \frac{d}{dx}g(x)}{g(x)^2}$

Chain Rule:  $h = f(y), y = g(x)$  then  $\frac{d}{dx}h(y) = \frac{d}{dx}f(g(x)) = \frac{d}{dy}f(y) \cdot \frac{d}{dx}g(x)$

Inverse-Function Rule: If  $y = f(x)$  and  $f^{-1}(y) = x$  exists, then the differentiation for the inverse function

$$\frac{d}{dy}x = \frac{1}{\frac{d}{dx}y} \Leftrightarrow \frac{dx}{dy} = \frac{1}{\frac{dy}{dx}}$$

# 미분법칙 요약 (Simplified)

수리경제학

이재석

Power Rule

지수함수 미분

로그함수 미분

Product Rule

Chain Rule

미분가능

역함수의  
미분법

미분법칙 정리

$$\text{Sum-Diff Rule: } (f \pm g)' = f' \pm g'$$

$$\text{Product Rule: } (f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$\text{Quotient Rule: } \left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

$$\text{Chain Rule: } (f(g(\cdot)))' = f'(g(\cdot)) \cdot g'(\cdot)$$

$$\text{Inverse-Function Rule: } (f^{-1})' = \frac{1}{f'}$$