Matemática Para Computação

Prof. Me. Edimar Izidoro Novaes
edimar.novaes@unicesumar.edu.br

Objetivos de Aprendizagem

- Compreender as principais medidas estatísticas de posição, dispersão e separatrizes.

- Entender a aplicação das medidas estatísticas de posição, dispersão e separatrizes.

- Entender os conceitos

relacionados a probabilidades.

Apresentação dos dados estatísticos

Medidas de Posição:

- Média aritmética simples
- Média ponderada
- Moda
- Mediana

Medidas de Dispersão

- Amplitude Total
- Variância
- Desvio Padrão
- Coeficiente de variação

Medidas de Posição

- Média aritmética simples

<u>População</u>

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$$

<u>Amostra</u>

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Exemplo

Os salários de quatro funcionários das Indústrias Maquinarias Ltda. são: R$ 20.000,00; R$ 30.000,00; R$ 15.000,00 e R$ 10.000,00. Determine a média aritmética de seus salários.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x}{n} = \frac{20.000 + 30.000 + 15.000 + 10.000}{4}$$

$$\bar{x} = \frac{75.000}{4} = 18.750,00$$

- Média aritmética ponderada

População

$$\mu = \frac{\sum F_{i.} x_i}{N}$$

Amostra

$$\bar{x} = \frac{\sum F_{i.} x_i}{n}$$

Exemplo

Tabela 1: Distribuição de frequências para a quantidade de imóveis visitados por clientes de uma imobiliária para efetuar uma compra

Classes	Fi	Fr	%	Fac	xi
2 |---- 16	6	0,545	54,5	54,5	9
16 |---- 30	3	0,273	27,3	81,8	23
30 |----| 44	2	0,182	18,2	100	37
Total	11	1	100	-	-

Fonte: Dados Hipotéticos

A média ponderada será dada por:

$$\overline{x} = \frac{(6 \text{ x } 9) + (3 \text{ x } 23) + (2 \text{ x } 37)}{11} = 17{,}91 \text{ imóveis visitados}$$

Moda

Valor ou atributo que ocorre com maior frequência em um conjunto de dados.

{2; 3; 4; 7; 7; 9; 10}

unimodal

{2; 2; 4; 7; 7; 9; 10}

bimodal ou multimodal

{2; 3; 4; 7; 8; 9; 10}

amodal

Moda – Dados agrupados em classes

Passos:

- Indica-se a classe modal pela frequência simples (Fi) ou seja, a classe que possui a maior frequência.
- Aplica-se a fórmula:

$$Mo = l_i + \frac{h(F_i - F_{i-1})}{(F_i - F_{i-1}) + (F_i - F_{i+1})}$$

Moda – Dados agrupados em classes

$$Mo = l_i + \frac{h(F_i - F_{i-1})}{(F_i - F_{i-1}) + (F_i - F_{i+1})}$$

- l_i = limite inferior da classe modal
- F_i = frequência da classe modal
- F_{i-1} = frequência da classe imediatamente anterior
- F_{i+1} = frequência da classe imediatamente posterior
- h = amplitude da classe modal

Exemplo

Considerando a tabela abaixo, pede-se: qual a moda dos valores apresentados?

i	Classe	Fi	Fi%	FAci	FAci%
1	1 ├11	9	9,89	9	9,89
2	11 ├21	14	15,38	23	25,27
3	21 ├31	35	38,46	58	63,73
4	31 ├41	22	24,18	80	87,91
5	41 ├┤51	11	12,09	91	100
	Soma	91	100		

- Classe modal: é a
- a do intervalo 21 ├ 31
- l= 21
- $F_i - F_{i-1}$= 35 -14 = 21
- $F_i - F_{i+1}$= 35 - 22=13
- h = 10

$$Mo = 21 + \frac{10(35-14)}{(35-14)+(35-22)}$$

$$Mo = 27{,}1765$$

MEDIANA

- <u>É o valor da variável observada (ou mensurada) que divide seu rol de valores ao meio.</u>
- <u>Rol = valores observados em ordem crescente.</u>
- Mediana possui duas formas diferentes:

Considere o seguinte exemplo:

{3; 7; 9; 10; 4; 8; 2}

Ordenando no Rol

n impar? $\{2; 3; 4; \boxed{7;}\ 8; 9; 10\}$ ***mediana = 7***

n par? $\{2; 3; \boxed{4; 8}; 9; 10\}$ ***mediana =(4+8)/2=6***

MEDIANA – DADOS AGRUPADOS EM CLASSES

O objetivo é determinar o ponto do intervalo em que está compreendida a mediana.

Passos:

1. Determinar a frequência acumulada;
2. Calcula-se p = n/2 (independente se é par ou ímpar para intervalo de classe).
3. Pela F_{ac} identifica-se a classe que contém a mediana (Md).
4. Aplica-se a seguinte equação:

$$\text{Md} = l_i + \frac{h(p - F_{ai-1})}{F_i} \text{ e}$$

em que:

$p = \dfrac{n}{2}$ onde p = indica a posição central da série

F_i = é frequência da classe que contém a mediana

F_{ai-1} = é a frequência acumulada da classe anterior a da mediana.

Exemplo

A seguir estão apresentados os números de funcionários de empresas que prestam serviços de limpeza. Qual a mediana dos valores apresentados?

i	Classe	Fi	Fi%	FAci	FAci%
1	1 ├11	9	9,89	9	9,89
2	11 ├21	14	15,38	23	25,27
3	21 ├31	35	38,46	58	63,73
4	31 ├41	22	24,18	80	87,91
5	41 ├┤51	11	12,09	91	100
	Soma	91	100		

Classe da mediana

p = n/2 =91/2=45,5

A classe que contém a mediana é a terceira, cujo intervalo é dado por: 21 ├31

l = 21

h=10

F_{ai-1}=23

F_i=35

$$Md = 21 + \frac{10 \cdot (45,5 - 23)}{35}$$

$$Md = 27,4286$$

Tabela 3: Distribuição de frequências para a quantidade de imóveis visitados por clientes de uma imobiliária para efetuar uma compra

Classes	Fi	Fr	%	Fac	xi
2 |---- 16	6	0,545	54,5	54,5	9
16 |---- 30	3	0,273	27,3	81,8	23
30 |----| 44	2	0,182	18,2	100	37
Total	11	1	100	-	-

Fonte: Dados Hipotéticos

p = $\frac{11}{2} = 5{,}5$ logo o número 5,5 está inserido na 1ª classe. Sendo

assim:

Md = $l_i + \frac{h(p - F_{ai-1})}{F_i}$ = $2 + \frac{14(5{,}5 - 0)}{6} = 14{,}83$ imóveis visitados

VARIÂNCIA

- População

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (x_i - \mu)^2}{N}$$

Amostra

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \overline{x})^2}{n - 1}$$

Desvio padrão

<u>População</u>

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

<u>Amostra</u>

$$s = \sqrt{s^2}$$

Desvio padrão

- Coeficiente de Variação (CV).

População

$$CV = \frac{\sigma}{\mu} x\ 100$$

Amostra

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} x\ 100$$

Exemplo

Amostra	Oxigênio (mg/L)
1	0,5
2	0,53
3	0,6
4	0,76
5	0,87
6	0,98
7	0,99
8	1,05
9	1,12
10	1,15
11	1,17
12	1,22
13	1,23
14	1,25
15	1,26
16	1,7

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2}{n-1}$$

$$s^2 = \frac{(0{,}5 - 1{,}023)^2 + (0{,}53 - 1{,}023)^2 ....(1{,}7 - 1{,}023)^2}{16-1}$$

$s^2 = 0{,}099$ mg/L^2

$s = \sqrt{0{,}099}$

S= 0,314 mg/L

Coeficiente de Variação

$$\bar{x} = 1{,}023 \text{ e } \quad s = 0{,}314$$

- CV = $\dfrac{0{,}314}{1{,}023} x100 =$ 30,7%

Considere as idades das pessoas de uma família como sendo: 5; 10; 12; 35; 38, calcule a variância amostral para este conjunto de dados.

Primeiramente, calculamos a média sendo esta igual a 20.

$$s^2 = \frac{(5-20)^2 + (10-20)^2 + (12-20)^2 + (35-20)^2 + (38-20)^2}{5-1}$$

$$s^2 = 234{,}5 \text{ anos}^2$$

Considerando o caso acima em que a variância foi $s^2 = 234{,}5$ anos^2, o cálculo do desvio-padrão (s) fica bastante simples, ou seja:

$$s = \sqrt{234{,}5} = 15{,}31 \text{ anos}$$

Esta medida é interpretável e dizemos que a dispersão média entre os indivíduos desta família é de 15,31 anos.

Considerando o cálculo da média e do desvio padrão já feitos sabemos que:

$$\bar{x} = 20 \quad \text{e} \quad s = 15{,}31$$

$$CV = \frac{15{,}31}{20} x100 = 76{,}5\%$$

Verifica-se uma grande variação, ou seja, uma alta dispersão dos dados e assim a média não seria uma boa representante para este conjunto de dados.

Observe que para dados agrupados há uma pequena diferença nas fórmulas de variância da população e amostra:

População

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2 F_i}{N}$$

Amostra

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \overline{x})^2 F_i}{n-1}$$

Tabela 4: Distribuição de frequências para a quantidade de imóveis visitados por clientes de uma imobiliária para efetuar uma compra

Classes	Fi	Fr	%	Fac	xi
2 |---- 16	6	0,545	54,5	54,5	9
16 |---- 30	3	0,273	27,3	81,8	23
30 |----| 44	2	0,182	18,2	100	37
Total	11	1	100	-	-

Fonte: Dados Hipotéticos

A média ponderada será dada já calculada na anteriormente é $\bar{x}$ = 17,91 imóveis visitados. Logo:

$$S^2 = \frac{(9-17{,}91)^2.6+(23-17{,}91)^2.3+(37-17{,}91)^2.2}{11-1}$$

S^2 = 128,29 imóveis visitados^2

S = $\sqrt{128{,}29} = 11{,}33$ imóveis visitados

E consequentemente o Coeficiente de variação será:

CV = $\dfrac{11{,}33}{17{,}91}.100 = 63{,}26\%$

Link para medidas de dispersão.

http://www.uff.br/cdme/medidasdispersao/medidasdispersao-html/MedidasDeDDesvMeAbs.html

Probabilidades

- Probabilidades – chances.
- Chances de um produto falhar, chance de ganharmos em jogos, chance de chover etc.
- Foco - Conseguir saber o tanto que é provável determinado evento.

Probabilidade de um evento

$$P(A) = \frac{n(A)}{N}$$

- TRADUZINDO...

- Probabilidade do Evento A ocorrer = N° de possíveis resultados dividido por todos os resultados possíveis.

EXEMPLOS CLÁSSICOS DA ESTATÍSTICA

- Queremos estudar a ocorrência das faces de um dado. Esse seria o experimento aleatório.

- Modelo probabilístico :

Face	1	2	3	4	5	6
Frequência	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

- Se o experimento aleatório for o lançamento de uma moeda:

Face	Cara	Coroa
Frequência	1/2	1/2

- Se um grupo for composto por 30 homens e 40 mulheres e um deles for sorteado ao acaso para ganhar um determinado prêmio, o modelo probabilístico será:

Sexo	Homem	Mulher
Frequência	30/70	40/70

Sexo	Homem	Mulher
Frequência	30/70	40/70

- E se fosse para saber a probabilidade em percentual (%)?

- Basta efetuar a divisão e

multiplicar por 100%

Sexo	Homem	Mulher
Frequência	30/70	40/70

- Homem = 30/70 = 0,4285 * 100% = 42,85% de ser um homem sorteado.

Sexo	Homem	Mulher
Frequência	30/70	40/70

Mulher = 40/70 = 0,5714 * 100% = 57,14 % de se uma mulher sorteada.

TOTAL = 57,14% + 42,85%

= 99,99%

VOLTANDO ...

- Espaço amostral: <u>possíveis resultados do experimento:</u>

$\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n\}$, sendo que cada elemento de Ω é chamado de um ponto amostral.

- Evento: Subconjunto do espaço amostral Ω.

Exemplo: Lançamento de uma moeda.

Ω ={cara, coroa}

Evento A = "obter cara".

Exemplo

No lançamento de um dado construir o espaço amostral e calcular a probabilidade de sair face ímpar (evento A) e sair as face 2 e 5 (evento B).

Ω = {1, 2, 3, 4, 5, 6} - N = 6

A = {1, 3, 5,} - n(A) = 3

B = {2, 5} - n(B) = 2

Assim:

$$P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$$ ou em porcentagem 0,5 x 100 = 50%

$$P(B) = \frac{2}{6} = 0,33$$ ou em porcentagem 0,33 x 100 = 33%

+ Exemplos

Qual a probabilidade de obtermos 6 pontos na jogada de dois dados HONESTOS?

1º) Quantidade de combinações totais possíveis:

6 (de um dado) X 6 (do outro dado) =

= 36 combinações diferentes.

2º) Combinações para marcar 6 pontos:

A: somatório para 6 pontos

A= {(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)}

A= 5/36 ou 0,1388 ou ainda 13,88%

Matemática Para Computação

Prof. Me. Edimar Izidoro Novaes
edimar.novaes@unicesumar.edu.br