|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Beschreibende Statistik **Modalwert(e) xmod**   * am häufigsten auftretende Ausprägung   **Mittelwert**  **Median x0.5**  **Spannweite**  **Stichprobenvarianz s2**  Auch für ZV möglich  **Stichprobenstandardabweichung s**  **p-Quantil xp**  **Empirische Kovarianz sxy**  **Empirischer Korrelationskoeffizient r**  **Regressionsgerade**  mit  und | Elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung **De Morgan**  ***Axiome***   1. , falls   **Laplace Exmeriment**  Zufallsexperiment mit n gleichwahrscheinlichen Elementarereignissen  **Bedingte Wahrscheinlichkeit**  Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten von E, wenn F eingetreten ist.  Für :  **Satz der totalen Wahrscheinlichkeit**  Alle E müssen disjunkt sein. Allgemein die Wahrscheinlichkeit, dass F Eintritt. Man nimmt nicht an, dass Ei eingetreten ist!  **Vierfeldertafel**  **Formel von Bayes**  Hilfreich, wenn man Pkennt, nicht aber P  P  **Unabhängigkeit**  Bedeutet nicht unbedingt kausale Unabhängigkeit!  Gilt, wenn  Falls E, F unabhängig, gilt auch bzw. unabh | Kombinatorik **Allgemeines Zählprinzip**  Anzahl der Möglichkeiten, für ein k-stufiges Zufallsexperiment mit ni Varianten im i-ten Schritt:  **Anzahl der Permutationen einer n-elementigen Menge**  n-maliges Ziehen **ohne Zurücklegen** **mit Beachtung der Reihenfolge**   * für n unterscheidbare Elemente: * für k Klassen mit je ni nicht unterscheidbaren Elementen:   k-maliges ziehen  **aus einer**  **n-elementigen Menge** | Zufallsvariablen Verteilungsfunktion F(x)  ,  Eigenschaften:   * rechtsseitig stetig, also: * monoton wachsend   Diskrete Zufallsvariablen  Wahrscheinlichkeitsverteilung:  *Eigenschaften Wahrscheinlichkeitsverteilung:*  Es gilt:  ist eine rechtsseitig stetige Treppenfunktion mit Sprüngen bei den Realisationen xi  Stetige Zufallsvariablen  Wahrscheinlichkeitsdichte f(x):  Eigenschaften Wahrscheinlichkeitsdichte:  Es gilt:   * ist stetig und |
| Zufallsvariablen Erwartungswert  Für diskrete ZV:  Für stetige ZV:  Sei g(X) eine Funktion der ZV X, dann gilt:  Für diskrete ZV:  Für stetige ZV:  Eigenschaften des Erwartungswerts:  Varianz  Standardabweichung:  Verschiebungssatz:  Eigenschaften der Varianz:   * Falls Xi, Xj *paarweise unabhängig*:   Kovarianz  Wenn X, Y stochastisch unabhängig  Verschiebungssatz:  Eigenschaften der Kovarianz: | Zufallsvariablen Quantile  Das p-Quantil ist der kleinste Wert für den gilt:    Abbildung: p-Quantil einer stetigen ZV mit streng monoton wachsendem :  *Median*:  Chebyshev Ungleichung  Es gilt für jedes beliebige :  Schwaches Gesetz der großen Zahlen  Mit Chebyshev und  folgt:  ist eine Folge von unabhängigen, identisch verteilten ZV mit EW und Varianz .  Dann gilt für ein beliebig kleines :  d.h. der MW konvergiert stochastisch gegen den EW . | Diskrete Verteilungen Bernoulliverteilung  Indikatorvariable mit den Werten 1 bei Erfolg und 0 bei Misserfolg.  Binomialverteilung  Anzahl der Erfolge bei n-maligem Ziehen mit zurücklegen.  p = Wahrscheinlichkeit f. Erfolg bei 1mal ziehen.  k = Anz. Erfolge nötig für Gesamterfolg  *q-Quantil*:  *k binomialverteilte Zufallszahlen:*  Hypergeometrische Verteilung  Anz. d. Erfolge bei n-maligem Ziehen ohne Zurücklegen aus Menge mit M Elementen, die Erfolg bedeuten und N Elementen, die Misserfolg bedeuten.  Poisson-Verteilung  Verteilung der seltenen Ereignisse. Häufigkeit punktförmiger Ereignisse in einem Kontinuum. Die durchschnittlich zu erwartende Anzahl der Erfolge pro Maßeinheit (i.a. Zeiteinheit) sei bekannt.  Gleichverteilung  Alle Werte einer ZV x sind gleichwahrsch. | Stetige Verteilungen Stetige Gleichverteilung  Zufallszahlen aus einem Intervall [a,b]  Normalverteilung  : q-Quantil =  Eigenschaften:   * Max von f(x) bei * Wendestellen von f(x) bei * *+*   Standardnormalverteilung  Dichte:  Verteilung:  Quantile Wegen Achsensymmetrie von gilt: |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Stetige Verteilungen Exponentialverteilung (gedächtnislos)  Modellierung von Lebensdauern, Wartezeiten.  Sei im Intervall [0,t] von t Zeiteinheiten, dann beschreibt die Exponentialverteilung die Wartezeit X bis Eintreten eines Ereignisses  : Durchschnittliches Eintreten eines Ereignisses pro Zeiteinheit  **x**: Zeitabstand (höchstens) zw. zwei Ereignissen  Eigenschaft:  Gedächtnislos:  Chiquadrat-Verteilung  seien unabhängige, standardnormalverteilte ZV => hat Chiquadratverteilung mit n Freiheitsgraden.  Summen unabhängiger, standardnormalverteiler ZV  Eigenschaft:  t-Verteilung Y  und ist t-verteilt mit n Freiheitsgraden  Schätz- und Testverfahren bei unbekannter Varianz.  Eigenschaften:  Für  Achsensymmetrie der Dichtefunktion | ZGWS Wahrscheinlichkeitsaussagen über , wenn Erwartungswert und Varianz bekannt sind, nicht aber die Verteilung für n unabhängige identisch verteilte (i.i.d.) ZV .  Für hinreichend große n gilt dann näherungsweise:  Fausregel für Größe von n:  n > 30: Verteilung ist schief aber ohne markante Ausreißer (Exponentialverteilung)  n > 15: Verteilung annäherng symmetrisch (Binomialverteilung)  n <= 15: Verteilung annähernd normalverteilt  Ja nachdem, was gegeben ist, wählen: | Parameterschätzung Unbekannter Parameter (z.B. Erwartungswert ) der Verteilung der Grundgesamtheit soll basierend auf i.i.d Zufallsvariablen geschätzt werden.  Punktschätzer:  für Erwartungswert: Stichprobenmittel  für Varianz: Stickprobenvarianz  Keine Aussage über Unsicherheit der Schätzung.  Intervallschätzer:  Parameter wird mit vorgegebener Sicherheit (Konfidenzniveau ) überdeckt.  : Irrtungswahrscheinlichkeit (meist 1-5%)  Konfidenzintervall f. unbekannten EW bei bekannter Varianz  **Länge** Konfidenzintervall:  Gesucht: **Stichprobenumfang n**  Gesucht: **Konfidenzniveau**  Konfidenzintervall f. unbekannten EW bei unkekannter Varianz |  |
|  |  |  |  |

TODO:

* Winkelfunktionen
* Ableitung und Integral Regeln
* Viele Bilder für Verteilungen usw.
* Mitternachtsformel