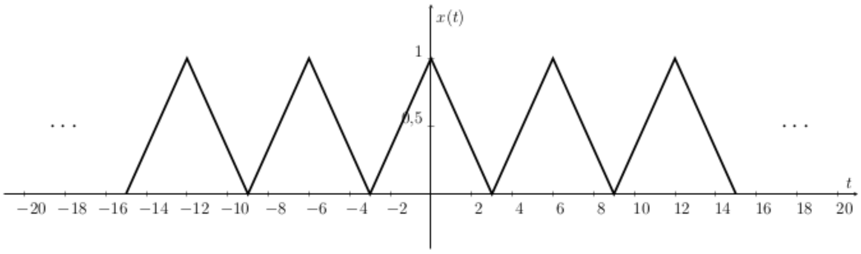
2. (****Obligatorio para la carpeta**) Sea $x(t)$ la siguiente función:



(**a**) Calcular la transformada de $x(t)$.

(**b**) ¿Qué relación existe entre la transformada de Fourier de una señal periódica y los coeficientes de su serie de Fourier?

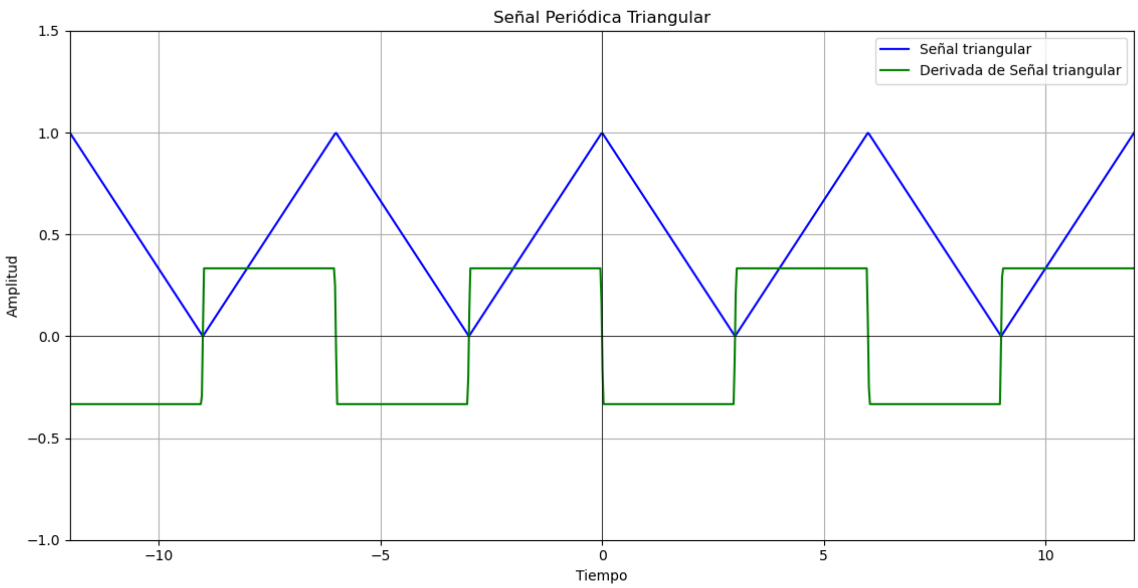
(**c**) ¿Qué característica distintiva tiene una Transformada de Fourier de una señal periódica?

a) Puedo usar la propiedad de derivacion

F(dx(t)/dt) ↔ jw X(jw)   . Entonces X(jw) = (1/jw)*F(dx(t)/dt)

- **Derivación**: Sea $x(t)$ tal que $X(j\omega) = \mathcal{F}[x(t)]$. Tenemos que:

$$\mathcal{F}\left[\frac{dx(t)}{dt}\right] = j\omega X(j\omega)$$



x(t) = 1 + t/3   , -3 <= t <= 0   dx(t)/dt = (2/3)(u(t+3)-u(t)) - (1/3)
1 - t/3   , 0 < t <= 3

$x(t) = u(t+T_1) - u(t-T_1)$ con $x(t) = x(t+T)$	$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\sin(k\omega_0 T_1)}{k}\delta(\omega - k\omega_0)$

A diferncia de la tabla , nuestra señal tiene un desplazamiento de to = 3/2

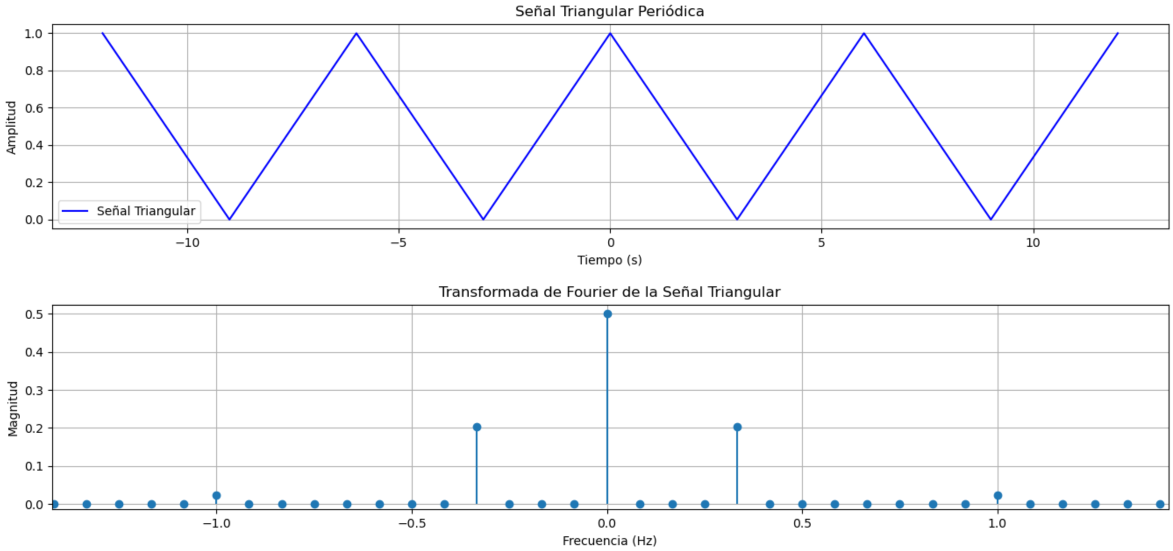
Desplazamiento temporal: Sea $x(t)$ tal que $X(j\omega) = \mathcal{F}[x(t)]$. Tenemos que:

$$\mathcal{F}[x(t-t_0)] = e^{-j\omega t_0} X(j\omega)$$

Trans(dx(t)/dt) = exp(-jw3/2) $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\sin(w3)}{k} \, \delta(w - k(2\pi/6))$

Transformada de X(t)

X(jw) = exp(-jw3/2)/jw $\sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{2\sin(w3)}{k} \, \delta(w - k(2\pi/6))$



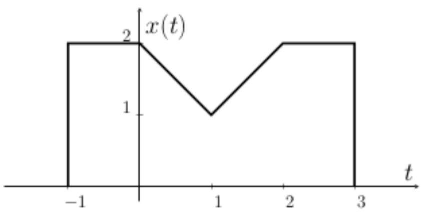
(b) ¿Qué relación existe entre la transformada de Fourier de una señal periódica y los coeficientes de su serie de Fourier?

si , la relacion es X(jw) = T * ak

(c) ¿Qué característica distintiva tiene una Transformada de Fourier de una señal periódica?

Es discontinua o discreta.

4. (****Obligatorio para la carpeta**) Sea $X(\omega)$ la transformada de $x(t)$:

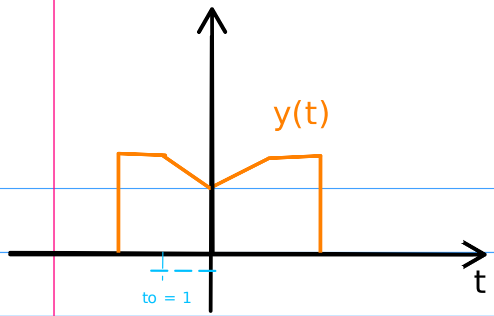


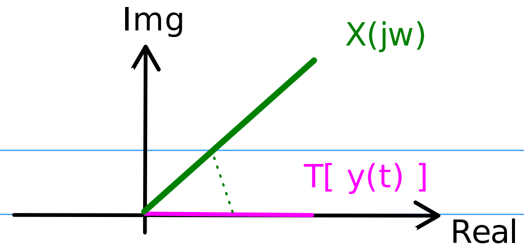
Hallar los siguientes valores sin obtener en forma explícita la función $X(\omega)$:

(a) $\angle X(\omega)$ **(b)** $X(0)$ **(c)** $\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) d\omega$

(d) $\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) \frac{2\sin(\omega)}{\omega} e^{j2\omega} d\omega$ **(e)** $\int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$

Observación : Es una señal par desplazada , toda señal par tiene transformada real , sin parte imaginaria.





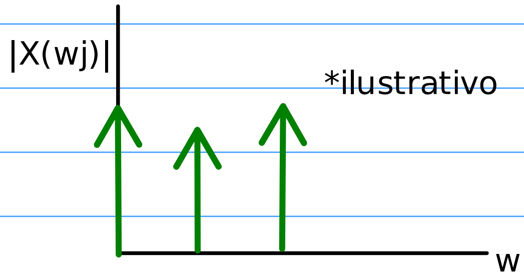
X(jw) = exp(-j*w*to)*T[y(t)]

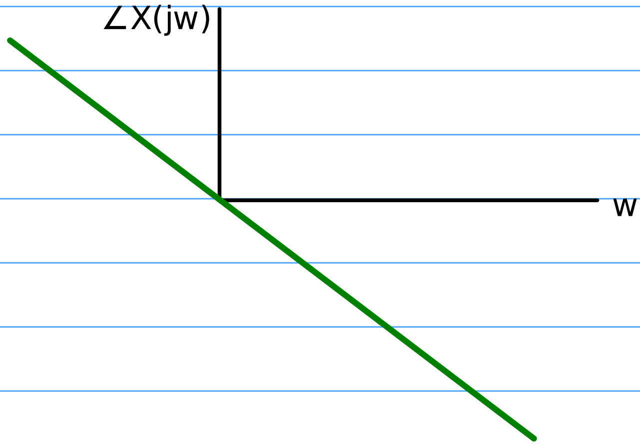
Parte Real — Parte imaginaria

$$X(jw) = \underbrace{\cos(-w \cdot to) \cdot T[\ y(t)\ ]}_{\text{Parte Real}} \underbrace{- j\ \mathrm{sen}(-w \cdot to) \cdot T[\ y(t)\ ]}_{\text{Parte imaginaria}}$$

a)

$$\boxed{\angle X(jw) = -w \cdot to = -w}$$





b) X(0)

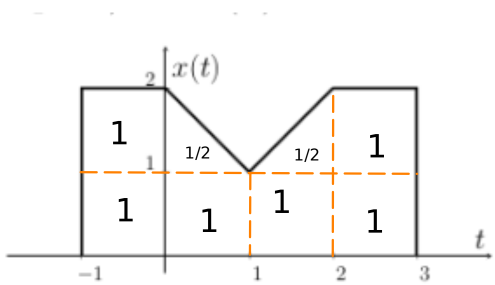
Tomando la definición de Transformada de Fourier

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t}dt,\ \ \omega \in \mathbb{R}$$

Si evaluamos X(0), esto pasa a ser el area bajo la curva de x(t)

$$X(0) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)\ dt$$

$$\boxed{X(0) = 7}$$

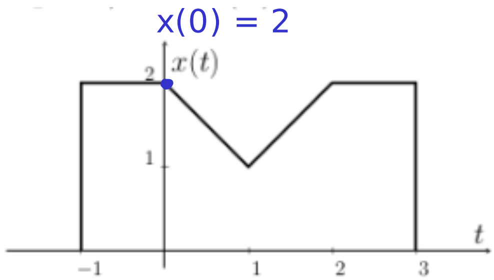


$$\textbf{(c)} \quad \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)d\omega$$

Observación que es la anti-transformada de Fourier evaluada en 0 y multiplicada por 2π

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega,\ t \in \mathbb{R}$$

2π*x(0) = 4π



$$\boxed{\textbf{(c)} \quad \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)d\omega = 4\pi}$$

$$\textbf{(d)} \quad \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)\frac{2\sin(\omega)}{\omega}e^{j2\omega}d\omega$$

Observacion , es una antitransformada evaluada en t = 2 , con una transformada de Fourier conformada por la multiplicacion de dos transformadas, observando las propiedades:

- **Convolución**: Sea $x(t)$ tal que $X(j\omega) = \mathcal{F}[x(t)]$ y $y(t)$ tal que $Y(j\omega) = \mathcal{F}[y(t)]$. Sea $z(t) = x(t) * y(t)$. Tenemos:

$$\mathcal{F}[z(t)] = X(j\omega)Y(j\omega)$$

Se trata de la antitransformada de F[z(t)] , con z(t) = x(t)⁎y(t)

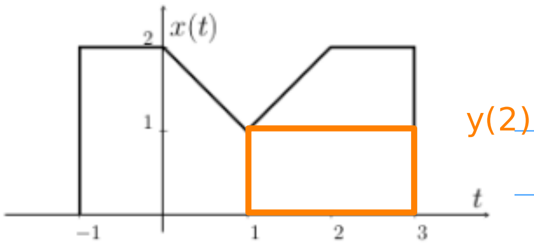
x(t) es la figura graficada , e y(t) por tabla sabemos que trat de un escalon unitario

y(t)= $u(t+T) - u(t-T)$ $\quad\Big|\quad$ $\frac{2\sin(\omega T)}{\omega}$

con T = 1

La anti-transformada de Fourier de z(t) evaluada en 2 , coincide con z(2)

z(2) = x(2)⁎y(2)



La convolución de x(t) e y(t) corresponde con el area de la multiplicacion de x(t)*y(t)

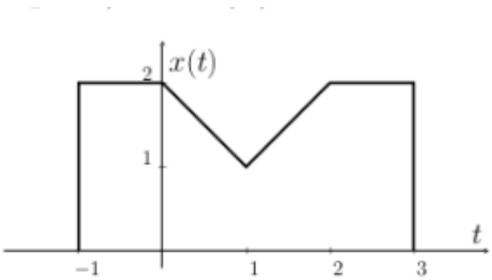
y(2) = 1   , x(2) = 7/2

$$\boxed{\textbf{(d)} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)\frac{2\sin(\omega)}{\omega}e^{j2\omega}d\omega = 7/2}$$

$$\textbf{(e)} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega$$

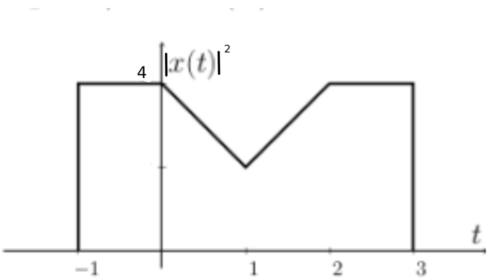
Observando la propiedad de Parseval podemos usar la señal x(t)

- **Parseval**: Si $x(t) \in L_2(\mathbb{R})$ y $X(j\omega) = \mathcal{F}\{x(t)\}$ vale:



$$\int_{\mathbb{R}} |x(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{\mathbb{R}} |X(j\omega)|^2 d\omega$$

$$\textbf{(e)} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |\, x(t)\, |^2 \, dt$$



$$\boxed{\textbf{(e)} \int_{-\infty}^{\infty} |X(\omega)|^2 d\omega = 98\,\pi}$$