Parcial de Señales y Sistemas (66.74 y 86.05)

16 de mayo de 2022

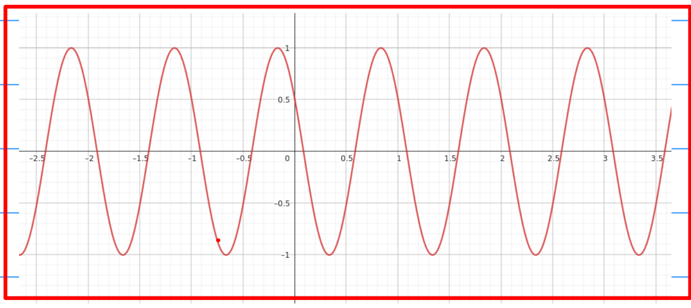
1. Dada una señal de la forma $x(t) = cos(2\,\pi\, f_0\, t + \phi_0)$, se pide a dos alumnos que realicen un muestreo de $x(t)$ e identifique el valor de f_0. El primer alumno realiza el muestreo con una frecuencia de muestreo $fs_1 = 150Hz$, obteniendo la señal $x_1[n]$, y logra medir un $f_{01} = 50Hz$. El segundo alumno emplea una frecuencia de muestreo $fs_2 = 240Hz$, obteniendo la señal $x_2[n]$, y mide un $f_{02} = 20Hz$. Se pide:

   a) Graficar la amplitud de los espectros de frecuencias de $x(t)$, $x_1[n]$ y $x_2[n]$.

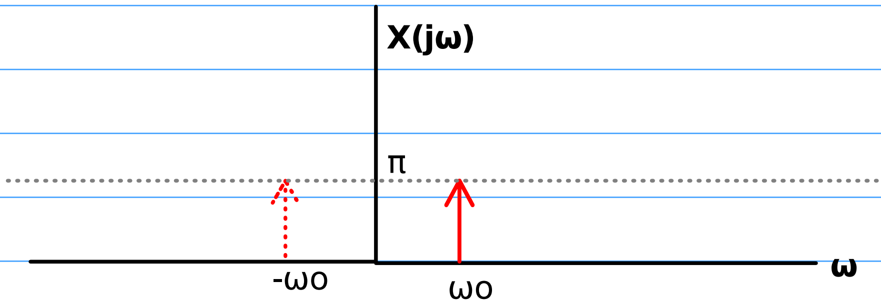
   b) Basado en la información suministrada, ¿se puede determinar el valor de f_0 de la señal $x(t)$? ¿o un conjunto de valores posibles?

   c) Con la información extra de que $f_0 < 1000Hz$, ¿se puede determinar el valor de f_0?

Ejemplo de una señal x(t) = cos(2π·fo·t + Θ)



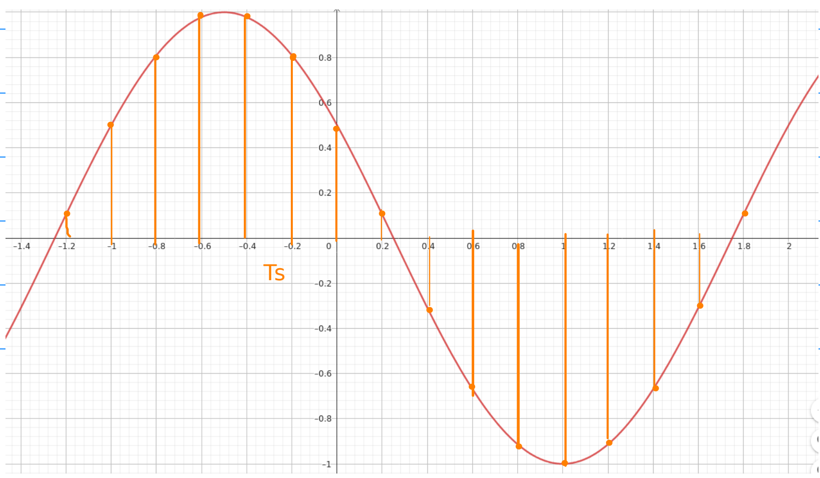
Tendra una transforamada de fourier (Las negativas las marco punteadas)

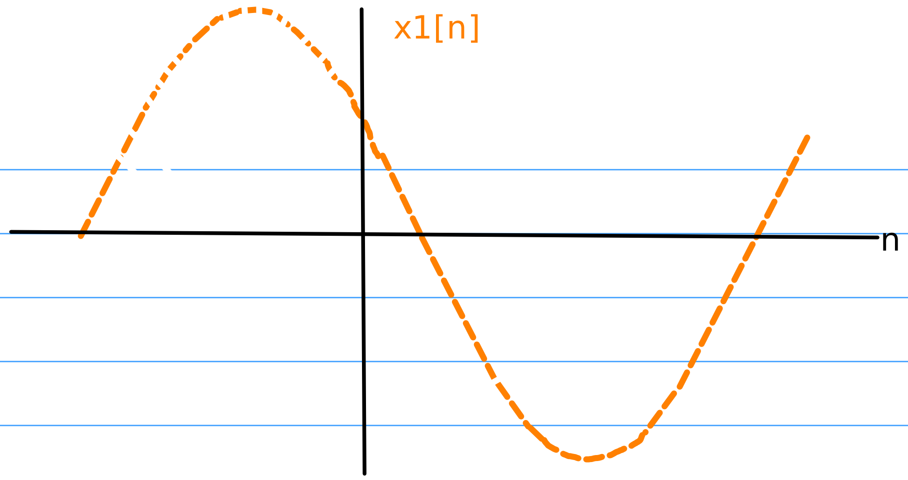


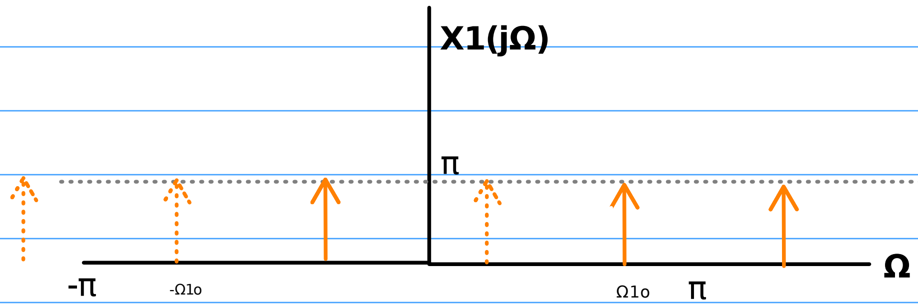
Muestreos :

Alumno 1 : fs1 = 150 Hz ωs1 = 300π ωo1 = 100π

En terminos de x1[n] : Ωs1 = ωs1/fs1 = 2π Ωo1 = 2π/3

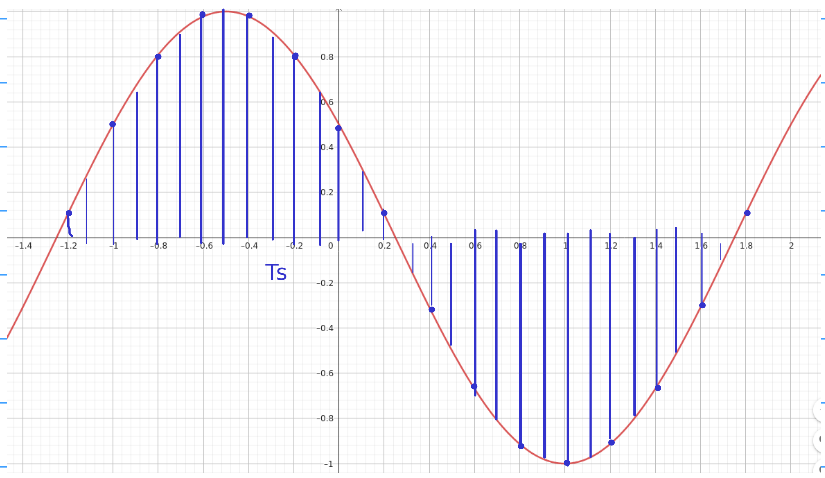


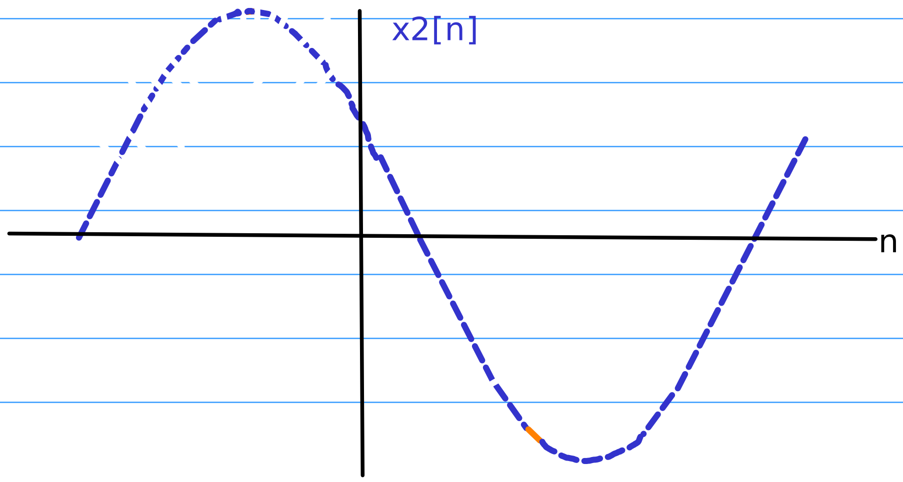


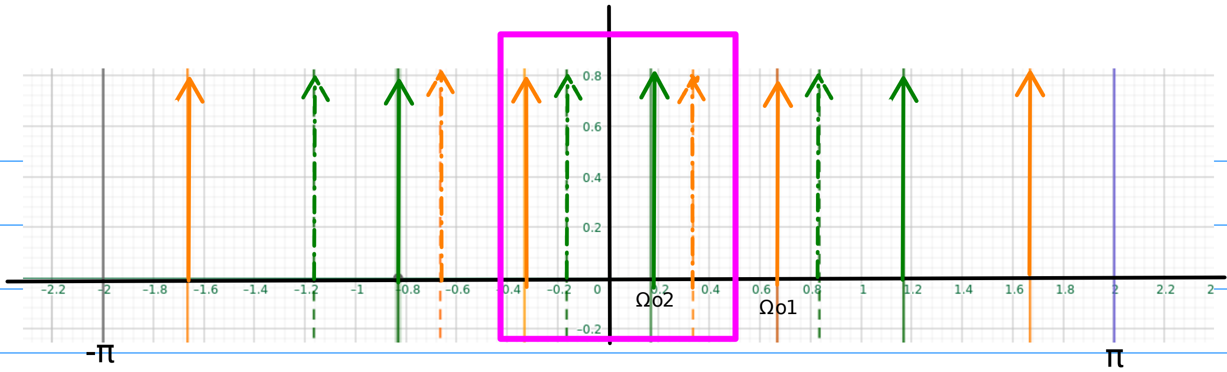


$\boxed{\text{Alumno 2 :}}$ fs2 = 240 Hz ωs2 = 480π ωo2 = 40π

En terminos de x2[n] : Ωs2 = ωs2/fs2 = 2π Ωo2 = π/6







Como el muestreo del segundo alumno toma muestras mas cercanas , la representacion sera mas fiel y se puede constatar que el del primer alumno presenta aliasing.Sin embargo , no se puede afirmar que el segundo no contenga aliasing.

Sin embargo , ambas frecuencias encontradas seran armonicos de la señal es decir , se debe llegar a fo como combinacion lineal de :

fo = fo1 + n*fs2

fo = fo2 + n*fs2

si se muestreo correctamente fo = fon + 0*fs

La frecuencia fo , debe cumplir f01 = F02

f01=50+n·150

f01 = { 50 Hz , 200 Hz , 350 Hz ,500 Hz , 650 Hz , 800 Hz ....}

f02=20+m·240

f02= {20 Hz , 260 Hz , 500 Hz , 740 Hz , 980 Hz....}

Pero no se puede hallar la frecuencia fundamental ,

c) Con la información extra de que f0 < 1000Hz
¿se puede determinar el valor de f0 ?

f10=50+n·150

f1o = { 50 Hz , 200 Hz , 350 Hz ,500 Hz , 650 Hz , 800 Hz ....}

f20=20+m·240

f20 = {20 Hz , 260 Hz , 500 Hz , 740 Hz , 980 Hz....}

fo = 500 Hz , ya que es la primer coincdencia y es menor a 1 kHz

2. Consideremos la interconexión de dos sistemas LTI, $h_1(t)$ y $h_2(t)$, como muestra la figura, con respuestas en frecuencias dada por:

$$H_1(\omega) = \frac{1}{2}\left[H_0(\omega-\omega_0)+H_0(\omega+\omega_0)\right] \qquad H_2(\omega) = \frac{-1}{2j}\left[H_0(\omega-\omega_0)-H_0(\omega+\omega_0)\right]$$

donde $H_0(\omega)$ es como en la figura. Esquematizar el módulo del espectro de $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$, $x_4(t)$ y $y(t)$ cuando el sistema es alimentado por una entrada $x(t)$ cuya transformada de fourier $X(\omega)$ se muestra en la figura.

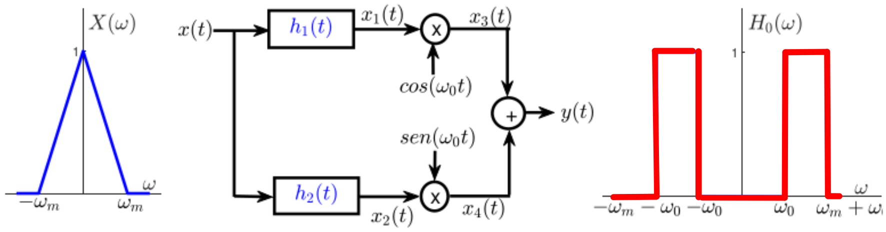
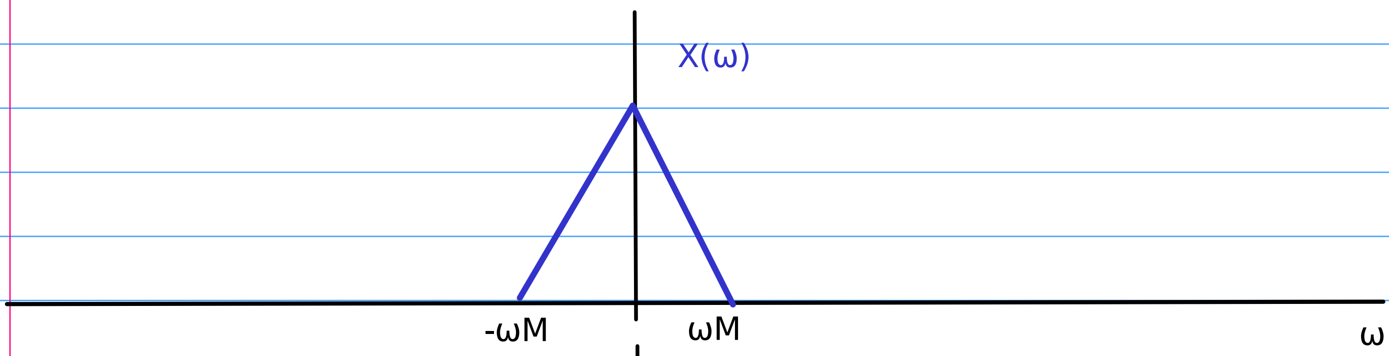
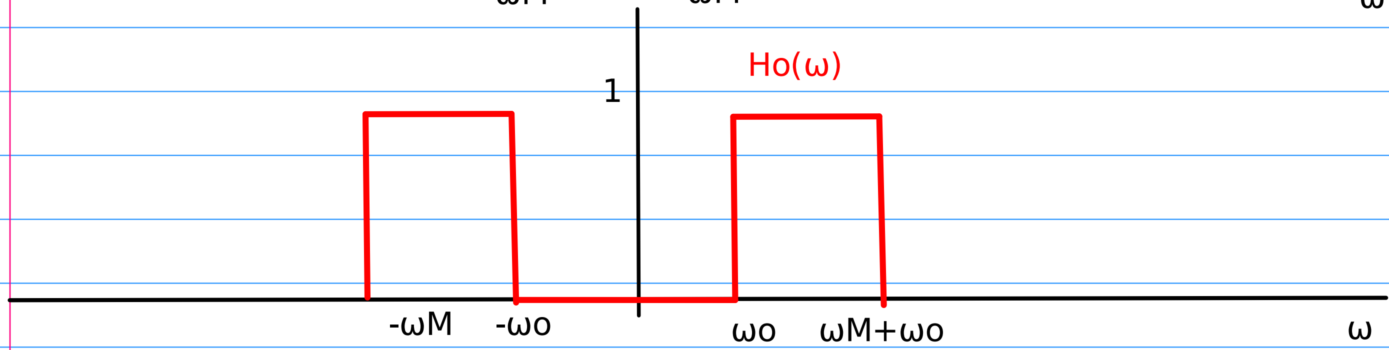
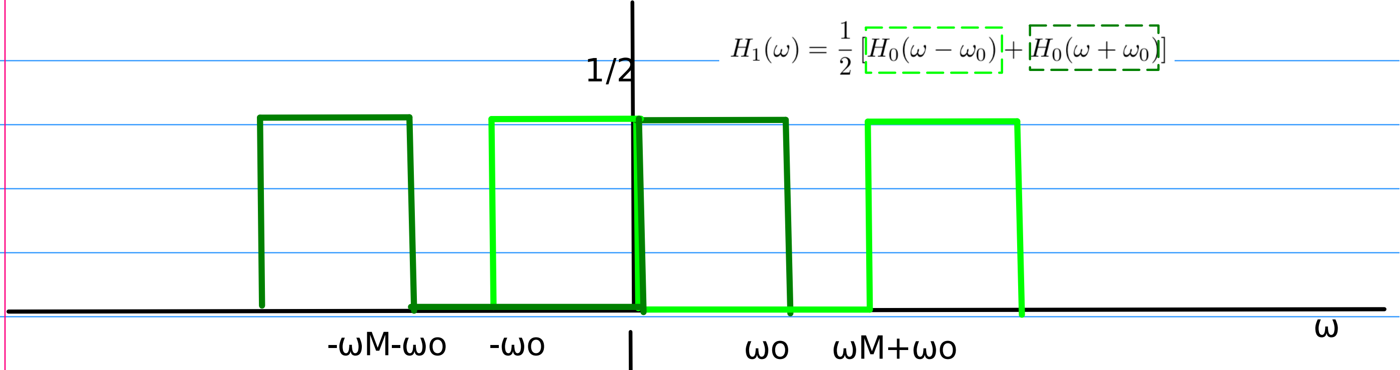
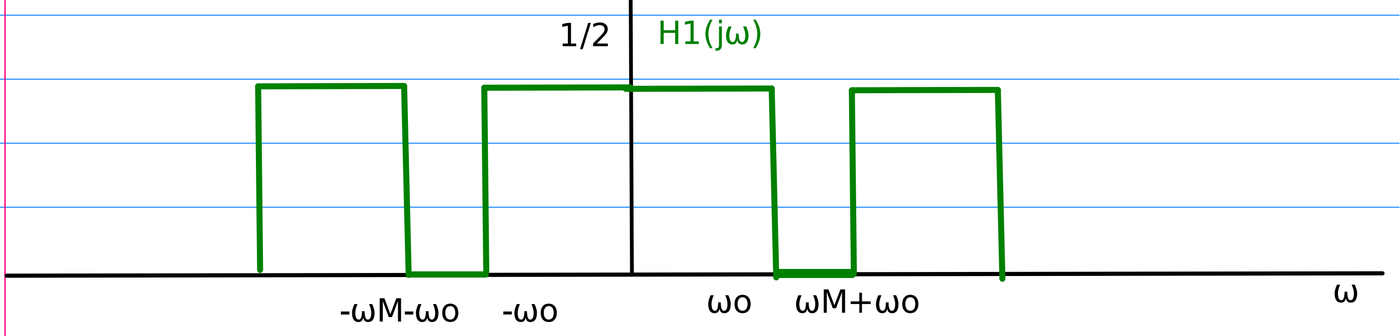


Grafico las transformadas de x(t) , h1(t),h2(t) , cos(ωo t) y sen(ωo t)



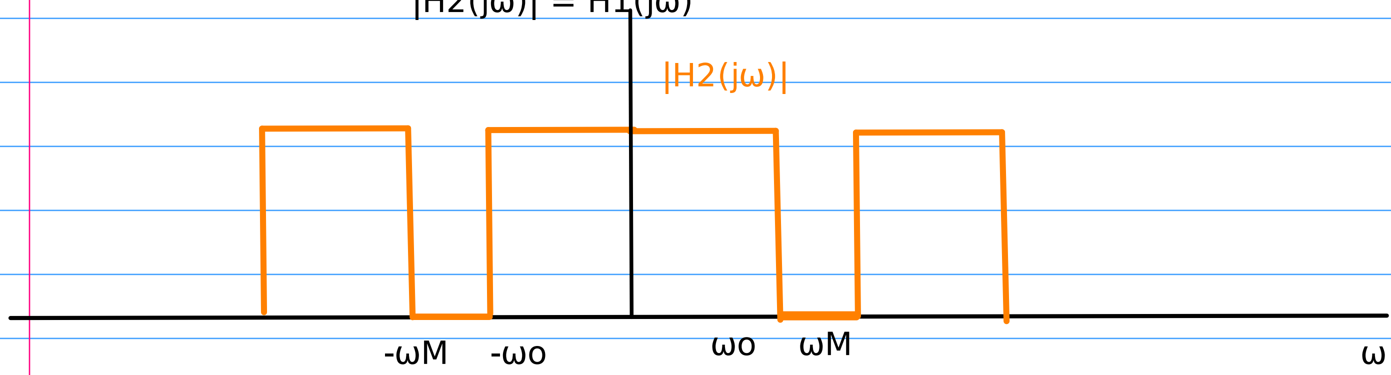






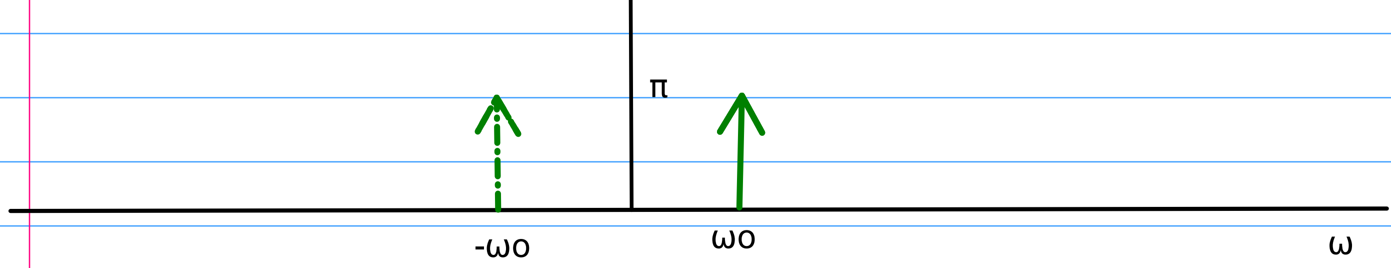
Para H2(jω) calculo su modulo ,porque coincide con H1(jω)

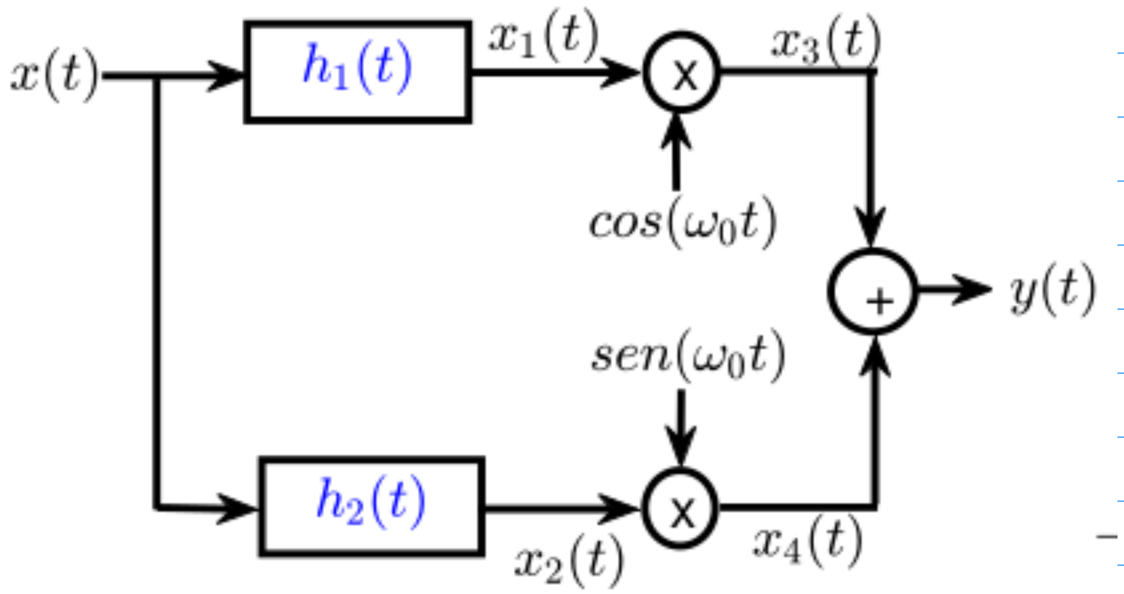
|H2(jω)| = H1(jω)



Trigonometricas

La transformada del coseno coincide con la del modulo del seno

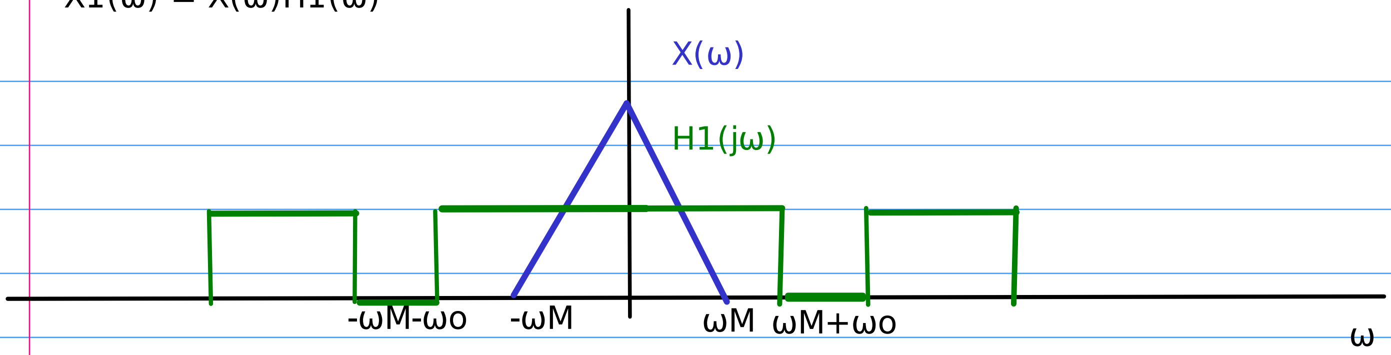


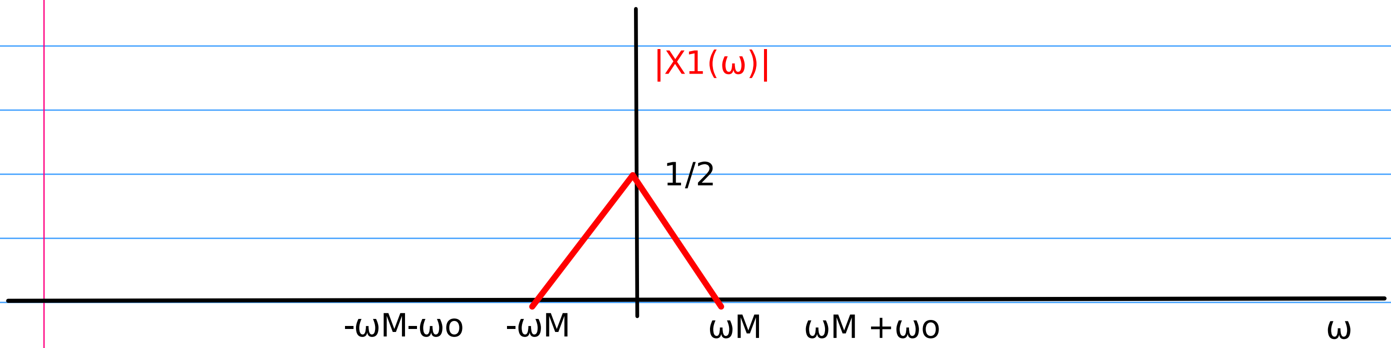


x1(t) = x(t)⋇h1(t)

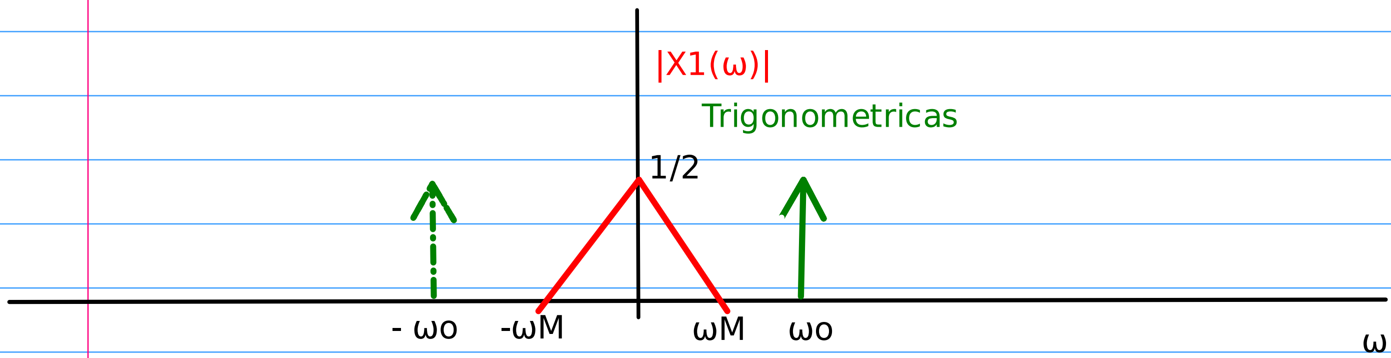
X1(ω) = X(ω)H1(ω)

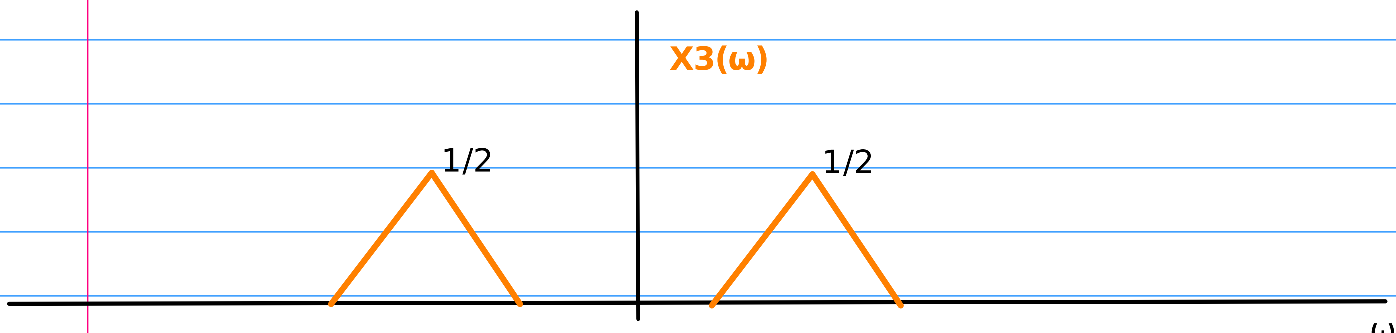
$X1(\omega) = X(\omega)H1(\omega)$



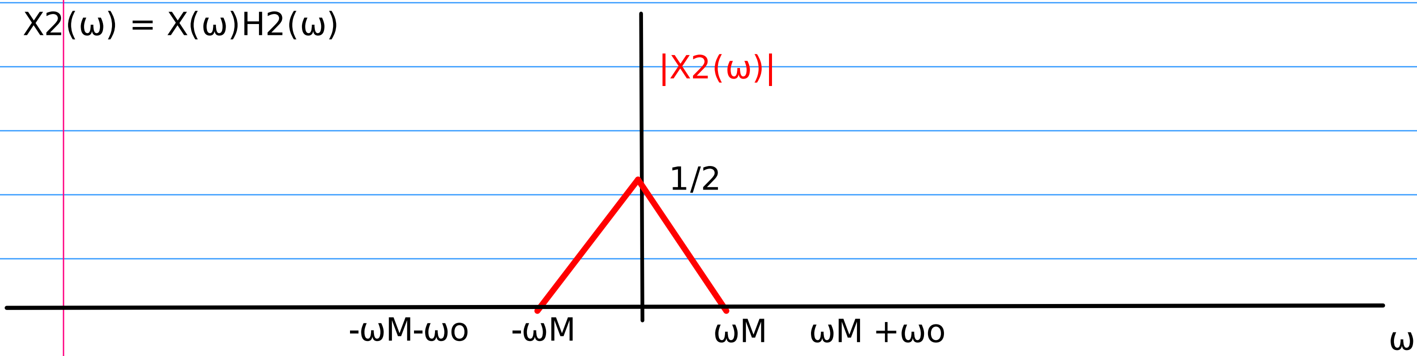


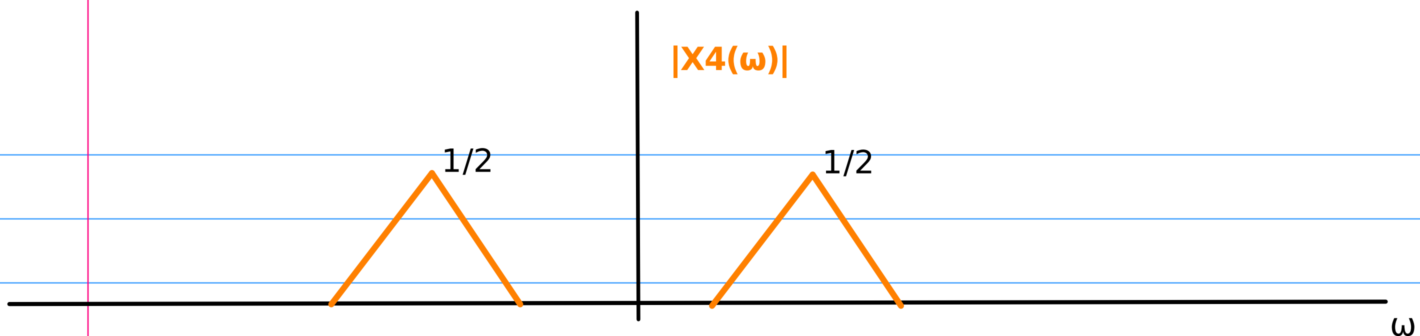
$X3(\omega) = X1(\omega)\text{trigonometrica}(\omega)$



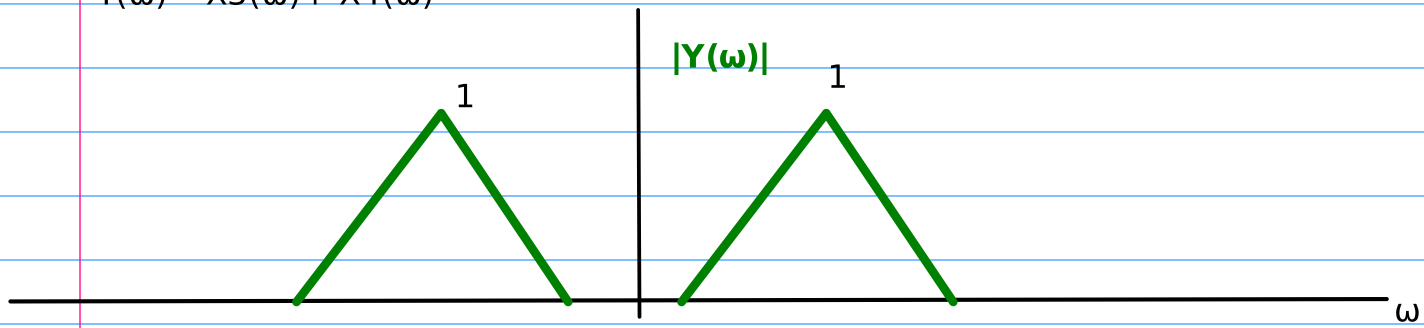


$X2(\omega) = X(\omega)H2(\omega)$





$Y(\omega) = X3(\omega) + X4(\omega)$



3. Consideremos la interconexión de sistemas LTI, $h_1[n]$, $h_2[n]$, $h_3[n]$ y $h_4[n]$, como el de la figura. Se pide:

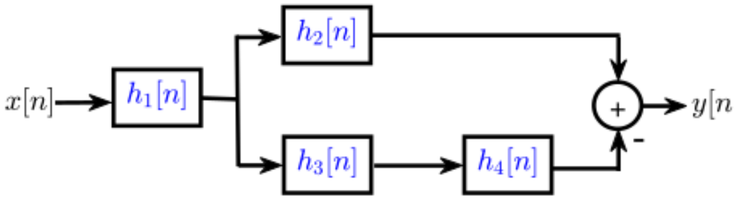
a) Exprese la respuesta al impulso $h[n]$ del sistema total equivalente, en terminos de las respuestas al impulso de cada subsistema $h_1[n]$, $h_2[n]$, $h_3[n]$ y $h_4[n]$.

b) Determine $h[n]$ cuando:

$$h_1[n] = \frac{1}{2}\delta[n] + \frac{1}{4}\delta[n-1] + \frac{1}{2}\delta[n-2] \qquad h_2[n] = h_3[n] = (n-1)u[n] \qquad h_4[n] = \delta[n-2]$$

c) ¿El sistema total es estable? ¿es causal?

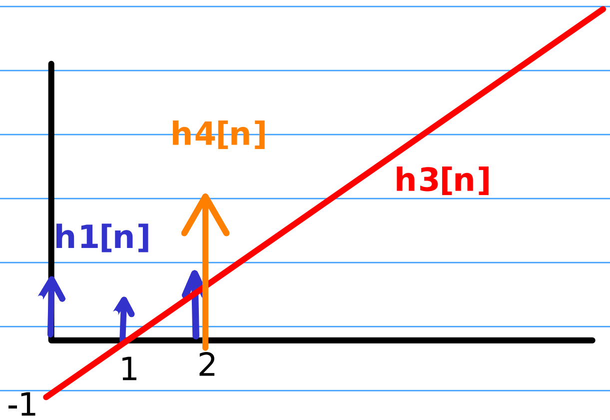
d) Determine la respuesta del sistema, $y[n]$, cuando la entrada es $x[n] = \delta[n] + \delta[n-1] - 2\delta[n-2]$.



a)

h_t[n] = h1[n] ⋇h2[n] - (h1[n]⋇h3[n])⋇h4[n]

b) El sistema no es estable , pero si es causal

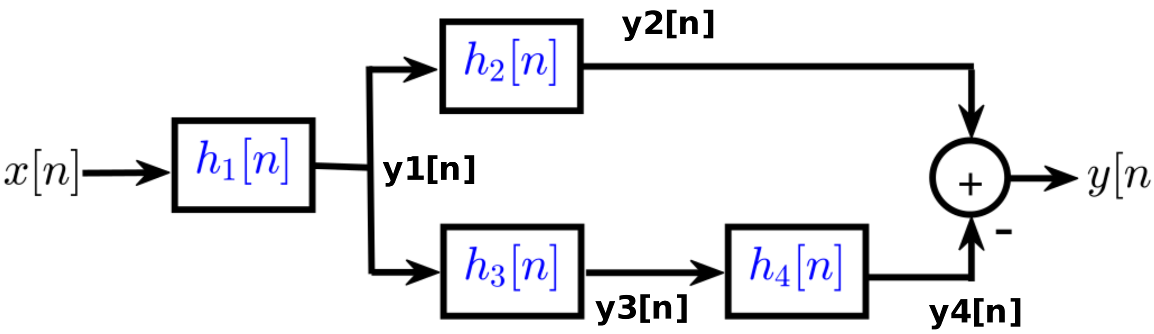


n*u(n) - u[n] , para n> 0

h2[n] = n- 1

c) Determine la respuesta del sistema, y[n], cuando la entrada

x[n] = δ[n] + δ[n − 1] − 2δ[n − 2].



$y1[n] = (\delta[n] + \delta[n-1] - 2\delta[n-2])\divideontimes((1/2)\delta[n] + (1/4)\delta[n-1] + (1/2)\delta[n-2])$