

# Pre informe



Sistemas controlados por computadora

Diseño e implementacion de un robotin

Alumnos: Tania Ferreira, Sansoni Sebastián

Neuquén, 2018

# 1. Ideas

Cuestiones Importantes:

- Modelado del sistema (cinemático vs dinámico). Robot no holonómico.
- Modelado de los motores. Ensayos con carga y sin carga.
- Sistema de medición de RPM y línea.
- Problema del delay en la medición de los encoders.
- Ziegler-Nichols: para los motores no andaba bien por el delay variable, para el sistema total no lo podíamos implementar.
- PID tuner: una vez estimado el sistema da buenos resultados.
- Discretización del PID: el Tf era FUNDAMENTAL para el sistema completo.
- Identificación del sistema completo.
- Hipótesis simplificativas.
- Controlador final.

## 2. Objetivos de la propuesta

- Desarrollar e implementar un robot seguidor de línea.
- Identificación del sistema.
- Implementar un controlador PID discreto: efectos de la acción derivativa y algunas cuestiones prácticas.

## 3. Introducción

Esto fue copiado de la propuesta presentada 19/12/17

### 3.1. Motivación

En el marco de las Jornadas Argentinas de Robótica (JAR) 2019 a realizarse en la Universidad Nacional del Comahue, se desea dar los primeros pasos en la implementación de sistemas robóticos. En particular, se desea trabajar en el inicio de un movimiento en la facultad para la utilización de la robótica educativa.

La robótica educativa, también conocida como robótica pedagógica, es una disciplina que tiene por objeto la concepción, creación y puesta en funcionamiento de prototipos robóticos y programas especializados con fines pedagógicos (Ruiz-Velasco, 2007). Partiéndose de un proyecto concreto a realizar, el proceso de concepción, diseño, armado y puesta en marcha del prototipo enriquece el proceso de aprendizaje del alumno, fortaleciendo sus capacidades de liderazgo y motivándolo a resolver retos cada vez más complejos.

Este tipo de herramienta pedagógica se encuentra dentro de la metodología ABP (aprendizajes basados en proyectos). El ABP se desarrolla en un entorno real y experimental, lo que ayuda a los alumnos a relacionar los contenidos teóricos con el mundo real y mejora la receptividad para aprender los conceptos teóricos. Los alumnos toman un papel activo en el proyecto, ya que tienen que marcar el ritmo y profundidad del aprendizaje, y fijar los objetivos de la realización del proyecto. Este tipo de metodología motiva al alumno, por lo que resulta una estrategia de particular interés para mejorar el rendimiento académico y la persistencia en los estudios.

En la UNCo, particularmente en nuestra carrera, existe una fuerte inclinación a priorizar la enseñanza de conceptos casi exclusivamente teóricos, habiendo actualmente pocas materias que pidan la realización de proyectos concretos. Este enfoque puede traer aparejado una serie de inconvenientes: alumnos con poca capacidad para resolución de problemas reales, dificultad para relacionar los conceptos aprendidos con la vida real o para entender los mismos, falta de motivación en los alumnos, etc. Considerando esto y que actualmente la tasa de deserción en la carrera es de XXX %, es que se desea avanzar hacia las metodologías ABP mencionadas, particularmente en el área de robótica.

En el marco de esto, el presente trabajo busca implementar los conocimientos adquiridos en la materia en el diseño e implementación de distintas estrategias de control sobre un robot en la configuración de seguidor de línea.

### 3.2. Seguidor de línea

Los robots seguidores de línea son robots muy sencillos, que cumplen una única misión: seguir una línea marcada en el suelo (normalmente de color negro sobre un tablero blanco). Son considerados los "Hola mundo" de la robótica. La dificultad del recorrido determina la complejidad del robot y el requerimiento o no de una mayor cantidad de sensores, capacidad de procesamiento, mejoras de hardware, etc. Esta flexibilidad los hace particularmente interesantes como herramientas educativas, ya que se puede comenzar con diseños sencillos para luego avanzar en sucesivas mejoras del prototipo, pudiendo adaptarse a distintas materias de la carrera. En Argentina se festejan distintas competencias relacionadas con la fabricación y puesta en marcha de los seguidores de líneas, también clasificada como la modalidad "carreras". Se destacan entre otros:

- 15º Competencia Internacional de Robótica - GRS - UTN Bahía Blanca.
- Liga nacional de robótica - <http://www.lnr-argentina.com.ar>
- Competencia Nacional de Robótica 2017 - Instituto La Salle Florida – Bs. As.
- Grupo de Robotica Universidad de Mendoza (GRUM).
- Instituto Tecnológico del Comahue (ITC)- Neuquen.

A nivel internacional existe un proyecto llamado Open Lamborghini [1], en el cual se detalla la construcción de un seguidor de línea con componentes relativamente baratos y de fácil acceso.

## 4. Implementación

Para facilitar la implementación del robot, se propone utilizar la configuración de hardware recomendada en open lamborghini mas un diseño propio. Se detallan a continuación:

- 2 motores N20 con reducción 1:10 [2].
- Driver para motores: TB6612FNG [3].
- Computadora de abordo: Arduino Nano [4].
- Batería de LiPo: 2S 1100mA.
- Comunicación inalámbrica: par de Módulos bluetooth HC-05 o similar.
- Estructura fabricada en la impresora 3D de la facultad.

## 5. Modelado del sistema

Las ecuaciones cinemáticas son aquellas que relacionan la velocidad de giro de cada una de las ruedas con las variables de posición del robot en el plano.

$$\vec{x} = (x, y, \phi) \quad (1)$$

Considerando al robot como un cuerpo rígido, la velocidad lineal del centro de masa se obtiene a partir del promedio de las velocidades lineales de cada una de sus ruedas. La velocidad lineal de cada rueda se obtiene como el producto de la velocidad angular (velocidad de giro) y el radio de ellas. La velocidad del centro de masa queda definida por:

$$V_{cm} = \frac{r}{2}(w_l + w_r) \quad (2)$$

### 5.1. Modelo cinemático

Esta parte fue sacada del archivo "Ideas para el modelado del robot.docx" Según [5], el robot que se desea modelar se lo conoce como robot diferencial ya que cuenta con 2 ruedas y un punto de apoyo. Esta clase de robots son no holonómicos ya que tiene restricciones a la hora de realizar movimientos sobre el plano, por ejemplo, no puede realizar movimientos laterales. Teniendo en cuenta la figura 1, y suponiendo que no hay deslizamiento, la posición y orientación del dispositivo esta dada por las ecuaciones cinemáticas 3.

$$\dot{x} = v \cos \theta \quad \dot{y} = v \sin \theta \quad \dot{\theta} = \omega \quad (3)$$

Donde  $(x, y)$  indican la posición del robot en el espacio carteciano y  $\theta$ , conocida como orientación, es el angulo entre el eje  $x$  del sistema de cordenadas y el eje homologo del objeto. De esta manera  $(x, y, \theta)^T$  definen la postura.

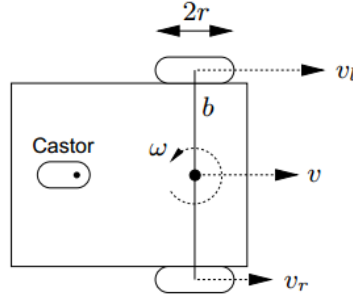


Figura 1: Robot diferencial.

Si los motores se mueven a velocidades  $\omega_R$  y  $\omega_L$ , estas velocidades son [6]:

$$v = \frac{r(\omega_R + \omega_L)}{2} \quad (4)$$

$$|\omega_C| = \frac{|r(\omega_R - \omega_L)|}{L} \quad (5)$$

Donde  $L$  es la distancia entre las ruedas.

#### 5.1.1. Modelado 1

Se toma como hipótesis que el vehículo se encuentra siempre sobre la línea a seguir. Por lo que la señal de error se toma como la distancia entre el centro de la línea de sensores y el punto de intersección entre la línea de sensores y la recta a seguir. Esta situación se muestra en la figura 2.

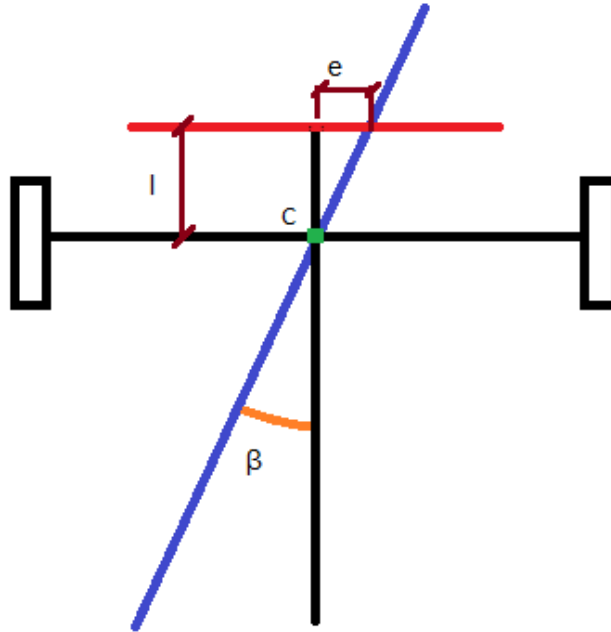


Figura 2: Esquema del robot sobre la línea a seguir (azul). La línea roja representa la línea de sensores,  $e$  es la distancia medida entre el centro de los sensores y la intersección de la recta a seguir con la línea de los sensores, y  $\beta$  es el ángulo entre la línea a seguir y el eje central del robot.

Tomando las ecuaciones anteriores como referencia, las velocidades en módulo serían:

$$\dot{\beta} = \omega_C \quad (6)$$

Dado que sólo poseemos la medición de  $e$ , se propone la siguiente estrategia para la medición del ángulo. Suponemos que el punto centro entre las dos ruedas se mantiene siempre sobre la línea a seguir. Bajo esta suposición, podemos calcular  $\beta$  por trigonometría:

$$\tan(\beta) = \frac{e}{l} \quad (7)$$

Redaccion 1:

Como  $l$  es fijo, la medición de  $e$  puede traducirse en una medición del ángulo. Así, de esta manera, podríamos buscar minimizar el ángulo para alinear el robot con la pista. Como la medición se hace suponiendo que C está sobre la línea, si el robot no está centrado respecto a la pista el cálculo del ángulo va a indicar una medición errónea (ya que la suposición de que  $\beta = \theta$  no es válida), por lo que al llevar a cero el  $\beta$  medido de esta manera se termina garantizando que el robot esté centrado respecto a la pista.

Redaccion 2:

Como  $l$  es fijo, y  $e$  es lo que el sensor de línea mide, se puede calcular el valor de  $\beta$ . De esta manera, se podría buscar minimizar este ángulo, considerando que  $\beta$  es la medición de la orientación del robot en el espacio, es decir  $\beta \approx \theta$ . Esta hipótesis será válida siempre y cuando el centro del dispositivo esté sobre la línea. Suponer esto tiene sentido siempre y cuando todo el sistema controlado sea lo suficientemente rápido y preciso para corregir cualquier perturbación antes de que el centro se desplace y eche por tierra el modelado del sistema.

Bajo estas simplificaciones, nos basta con mirar el comportamiento de  $\beta$ :

$$\dot{\beta} = |\omega_C| = \frac{|r(\omega_R - \omega_L)|}{L} \quad (8)$$

Como sólo nos interesa la diferencia entre velocidades angulares del motor, se puede mantener  $v$  constante tomando:

$$\omega_R = \omega_{fijo} + \frac{\Delta\omega}{2} \quad (9)$$

$$\omega_L = \omega_{fijo} - \frac{\Delta\omega}{2} \quad (10)$$

Esto disminuiría el problema a una sola señal de control,  $\Delta\omega$ . Restaría realizar un análisis más profundo sobre la dinámica de  $e$ . Suponiendo el esquema de la figura 2, pero con un sensor de línea radial centrado en el centro con radio  $T$  (como se ve en la figura...) resulta

$$e = T \sin(\beta) \implies \dot{e} = T \cos(\beta) \dot{\beta} \implies \dot{e} = T \omega \cos(\beta) \quad (11)$$

si  $|\beta| < 10^\circ$  resulta que

$$\dot{e} = T\omega \quad \wedge \quad e = T\beta \quad (12)$$

En caso de que esta suposición no se cumpla entrarán en juego las no linealidades antes vistas.

### 5.1.2. Radio de giro

Cuando el robot gira siguiendo una curva la disposición es como se muestra en la siguiente figura: En la figura 3 se muestra la disposición del robot cuando está siguiendo una curva.

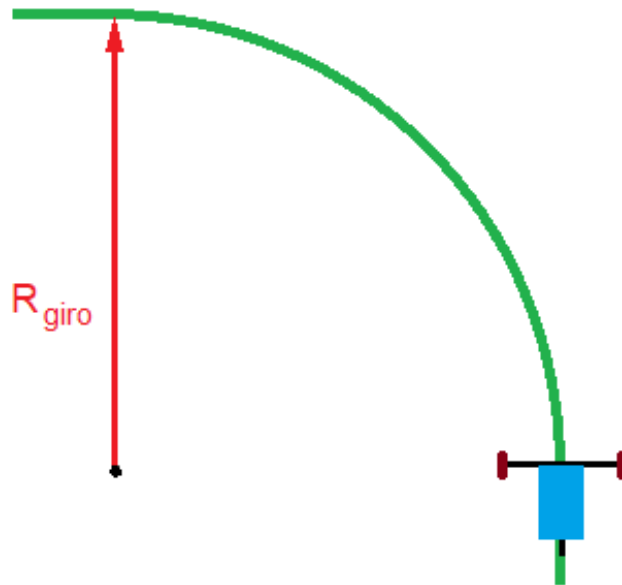


Figura 3: esquema del robot girando.

En este caso la velocidad del punto C (punto medio entre las dos ruedas del robot) tiene una componente tangencial,  $v$ , y una componente de giro,  $\omega$ , dadas por:

$$v = \frac{r(\omega_R + \omega_L)}{2} = r\omega_{fijo} \quad (13)$$

$$\omega_C = \frac{r(\omega_R - \omega_L)}{L} = \frac{r\Delta\omega}{L} \quad (14)$$

Como la relación entre ambas magnitudes es:

$$v = R_{giro}\omega_C \quad (15)$$

obtenemos:

$$\Delta\omega = \frac{\omega_{fijo}L}{R_{giro}} \quad (16)$$

Así, mientras más pequeño sea el radio de giro, más grande debe ser  $\Delta\omega$ .

## 6. Modelado de los motores

Según [7] se puede modelar el motor según la siguiente ecuación diferencial:

$$J\ddot{\theta} = \frac{k_2}{R}V_i - \frac{k_2k_2}{R}\dot{\theta} - k_3\dot{\theta} \quad (17)$$

donde  $k_1$  es la constante que relaciona la fuerzamagneto motriz con la velocidad angular;  $k_2$  relaciona la cupla motora con la corriente;  $k_3$  relaciona la velocidad angular con el torque de fricción;  $R$  es la resistencia del bobinado;  $J$  es el momento de inercia del eje y  $V_i$  es la tension entre los bornes del motor. La función de transferencia entonces resulta

$$\frac{\theta}{V_i} = \frac{k_2}{Rs(sJ + \frac{k_2k_1}{R} + k_3)} \quad (18)$$

considerando que  $\theta$  es proporcional al desplazamiento del dispositivo  $x$  y  $V_i$  es proporcional a la señal de control, simplificando resulta:

$$\frac{\theta}{V_i} = \frac{k_2/JR}{s(s + \frac{k_2k_1}{JR} + \frac{k_3}{J})} \quad (19)$$

escribiendo genéricamente

$$\frac{\theta}{V_i} = \frac{a}{s(s + b)} \quad (20)$$

donde  $a$  y  $b$  son parámetros a determinar. Por cuestiones de practicidad (segun tania) en vez de usar  $\theta$  se usa  $\dot{\theta}$ , lo que produce la siguiente funcion de transferencia

$$\frac{\omega}{V_i} = \frac{a}{(s + b)} \quad (21)$$

## 7. Modelado de los motores2

Según [8] la función de transferencia de la combinacion motor-carga despreciando el torque de la perturbacion resulta

$$\frac{\theta(s)}{V_f(s)} = \frac{K_m}{s(Js + b)(L_f s + R_f)} \quad (22)$$

donde  $\theta$  es la posición angular,  $V_f$  es la tension de excitacion,  $K_m$  es la constante que relaciona la corriente con el par del motor,  $J$  es el momento de inercia del eje,  $b$  es la constante de friccion del eje,  $L_f$  y  $R_f$  es la autoinductancia y resistencia del bobinado. Simplificando la función de transferencia resulta

$$\frac{\theta(s)}{V_f(s)} = \frac{k}{s(s + a)(s + b)} \quad (23)$$

donde  $k, a, b$  son constantes a determinar mediante la identificación.

Por practicidad en vez de usar  $\theta$  se usa  $\dot{\theta}$ , lo que produce la siguiente funcion de transferencia

$$\frac{\dot{\theta}(s)}{V_f(s)} = \frac{k}{(s + a)(s + b)} \quad (24)$$

## 8. Sensores del Sistema

### 8.1. Medición de velocidad de los Motores

Para la medición de velocidad de los motores se utilizaron encoders ópticos. Estos consisten en un diodo LED infrarrojo enfrente a un fotodiodo receptor en dirección vertical, con una estructura colocada entre ambos. Ésta última fue diseñada en SolidWorks e impresa con impresora 3D y su forma se asemeja a la de jaula de ardilla. La idea del diseño es que las varillas bloqueen o dejen pasar la luz del LED, de modo que el fotodiodo genere una señal que permita detectar el paso de cada una de ellas.

El fotodiodo receptor se encuentra conectado según el esquema mostrado en la figura 4. La señal de salida

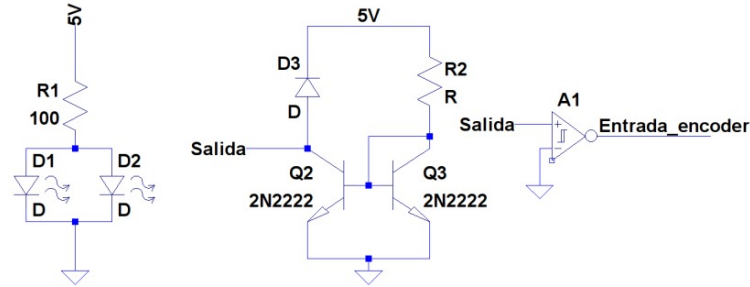


Figura 4: circuito del fotodiodo y de los diodos infrarrojos.

se conecta a compuertas lógicas Schmitt trigger para atenuar posibles ruidos en la señal y luego la salida de ésta se conecta al microcontrolador. La sensibilidad de los diodos receptores se calibra manualmente por medio de R2.

Los diodos emisores, por su parte, se encuentran conectados en paralelo entre sí y en serie con una resistencia de 100Ω conectada a la salida de tensión de 5V del kit de desarrollo Arduino Nano. Inicialmente se había diseñado un circuito con espejo de corriente que permitía regular la intensidad de los LEDs desde el microcontrolador para poder adaptarse a cambios de luz en el ambiente, no obstante, las pruebas demostraron que se podía calibrar una intensidad que funcionase bajo todas las condiciones de luz del lugar de trabajo usado, por lo que se descartó el circuito por la simple versión actual.

Se midió con el osciloscopio la señal de salida de la compuerta y se verificó que la misma es una señal cuadrada aparentemente sin ruido.

Las salidas de los receptores se conectan a entradas del microcontrolador, donde se resuelve la medición de velocidad por medio de interrupciones. Para ello se utilizan pines con interrupción por cambio de estado y se mide el tiempo entre interrupciones sucesivas. Esta medición de tiempo presenta una serie de problemas explicados a continuación.

El microcontrolador ATmega328P posee un total de 3 timers. El timer1 se utilizó para generar los PWM de los motores, mientras que el timer2 se utilizó para la generación de un tiempo de muestreo constante para el sistema. Esto dejaba únicamente el timer0 disponible para realizar la medición de tiempos entre interrupciones, sin embargo, dado que el timer0 es el que utilizan las librerías de Arduino por defecto, se decidió buscar una alternativa que permitiese reservar este timer para futuros usos. Para ello se decidió utilizar el timer2 de forma simultánea para las interrupciones constantes a  $T_s$  (periodo de muestreo) y para el conteo de tiempo.

#### 8.1.1. Idea General

Al inicio, cada vez que el timer2 desborda, se incrementa una variable auxiliar `cantOverflow`. Cuando se detecta el primer cambio de estado o flanco (interrupción por pin), el tiempo transcurrido va a ser:

$$t = \frac{Prescaler}{f_{clk_{io}}} (TCNT2 + cantOverflow \cdot OCR2A)$$

Ya que la cantidad de pulsos contados por el timer es igual al valor actual del timer más `cantOverflow` veces el máximo valor que cuenta.

Una vez guardado el valor del timer actual, reseteamos `cantOverflow`. Así, la siguiente vez que se genere una interrupción el valor de `cantOverflow` reflejará la cantidad de overflows que hubo desde la interrupción pasada. Si hacemos el cálculo de tiempo como antes, tendremos un error de cálculo debido a que en realidad no transcurrieron `cantOverflow` ciclos de conteo completo del timer, sino que el primero arrancó a contar desde el valor que tenía el timer cuando se hizo la interrupción anterior. Para eso agregamos una variable auxiliar de

corrección cuyo valor sea siempre el valor del timer al momento de la última interrupción:

$$t = \frac{Prescaler}{f_{clk_{io}}} (TCNT2 + cantOverflow_{OCR2A} - TCNT2_{anterior}) \quad (25)$$

Como este cálculo debe realizarse para cada motor, el código de interrupción por cambio de estado verifica cuál encoder generó la interrupción y almacena las variables necesarias para hacer el cálculo de velocidad del motor en el código principal, es decir, fuera de la interrupción para no consumir recursos del microcontrolador.

Conociendo el tiempo entre interrupciones, el cálculo de velocidad correspondiente en *rpm* se realiza según la fórmula:

$$\omega = 60 \frac{seg}{min} \frac{1}{D t}$$

Donde  $D$  es la cantidad de varillas del encoder.

Para el primer modelo de encoder utilizado la señal cuadrada a la entrada del microcontrolador presentaba variaciones en el ancho del pulso debidas al movimiento de la rueda que se encontraba ligeramente descentrada. Para evitar este inconveniente y posibles asimetrías en la fabricación del encoder, se decidió calcular la velocidad con el tiempo demorado en realizar una vuelta entera. Para el modelo de encoder actual esto no debería ser necesario, sin embargo se ha mantenido en el código. El resultado de esta forma de medición equivale a agregar un filtro moving average variante en el tiempo. El efecto de esto se verá más adelante.

Sabiendo que la mínima variación de tiempo está dada por la cantidad de conteos realizados por el timer, resulta evidente que mientras más rápido cambie el timer mayor precisión se tendrá en la medición de velocidad. Sabemos que el timer genera interrupciones cada:

$$T_{int} = \frac{Prescaler(1 + OCRn2)}{f_{clk_{io}}} \quad (26)$$

por lo que si se desea un  $T_{int}$  pequeño se debe utilizar un prescaler lo menor posible. Dado que este mismo  $T_{int}$  es el que se utiliza para generar la frecuencia de muestreo constante, se aumentará el prescaler efectivo utilizando una variable auxiliar como contador. Así, la frecuencia de muestreo del sistema será un múltiplo de  $T_{int}$ . Para determinar el valor del prescaler a utilizar se debe tener en cuenta que el tiempo  $T_{int}$  sea suficiente para realizar las operaciones necesarias en la interrupción por overflow del timer y para que estas interrupciones no se generen con una frecuencia tan alta que impida el correcto funcionamiento de las restantes interrupciones.

## 8.2. Sensor de Línea

Los seguidores de línea utilizados regularmente consisten en una serie de fotoreceptores y LEDs infrarrojos colocados en dos líneas paralelas. La idea es que la luz emitida por el diodo LED se refleje en la superficie blanca del suelo y llegue al fotoreceptor correspondiente o sea absorbida por la línea negra posicionada en el punto intermedio entre ambos, de modo que el fotoreceptor indique ausencia de luz. La idea se muestra en la figura ??.

Considerando el análisis realizado en la sección

## 9. Obtención de los parámetros

## 10. Ajuste fallido por medio de Z-N

## 11. Datos medidos

Respuesta escalón motores

Motor A:

$$M_a(s) = \frac{7075.3e^{-0.013s}}{(s + 9.631)(s + 67.5)} \quad (27)$$

Controlador A:

$$C_a(s) = \frac{19.243(s - 11.74)}{s} \quad (28)$$

Motor B

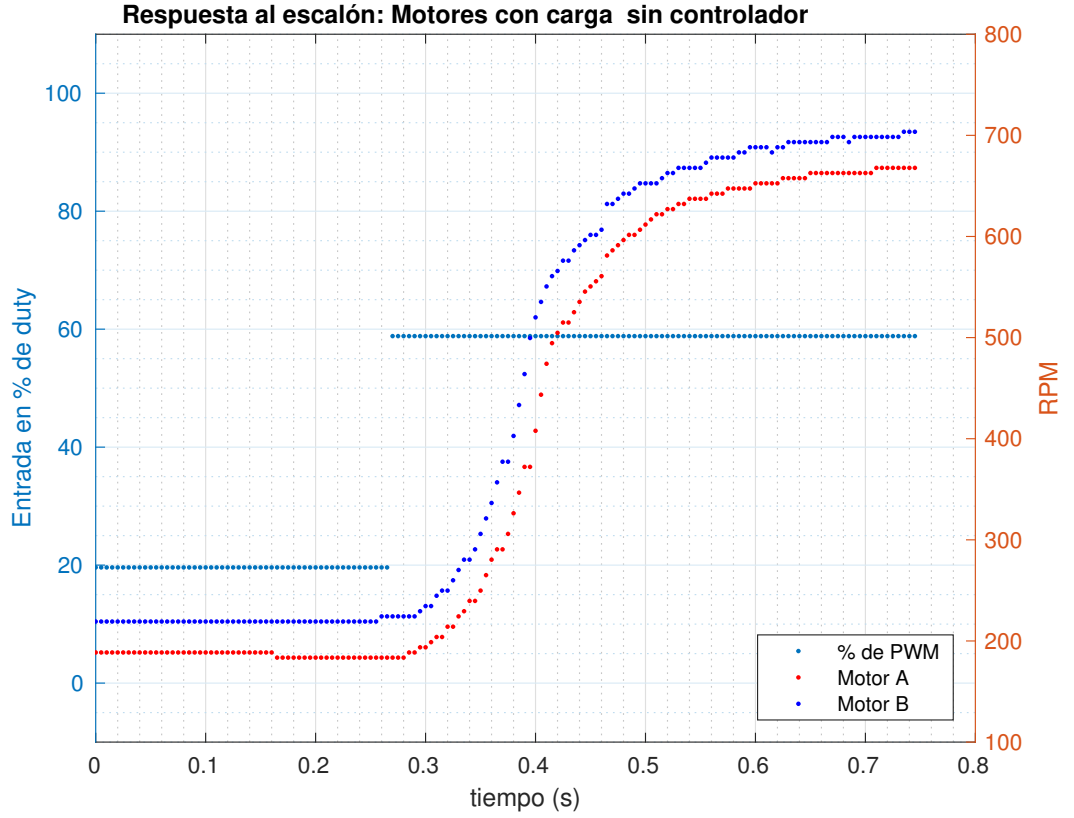
$$M_b(s) = \frac{5042.1e^{-0.013s}}{(s + 9.988)(s + 45.48)} \quad (29)$$

Controlador B

$$C_b(s) = \frac{18.68(s - 10.93)}{s} \quad (30)$$

Se ajustaron ambos motores para que con el controlador tengan una respuesta idéntica, la respuesta a lazo cerrado es:





## 12. Ensayo al Escalón

En función de lo analizado anteriormente, podemos pensar que si el robot arranca alineado con una línea recta, y manteniendo la restricción de  $v$  constante, entonces la planta se comporta como un sistema cuya entrada es  $\Delta\omega$  y su salida  $\beta$ , gobernado por la ecuación:

$$\dot{\beta} = \frac{2r\Delta\omega}{R} \quad (31)$$

Para realizar el ensayo al escalón se debería empezar con  $\Delta\omega = \beta = \theta = 0$  y luego cambiar  $\Delta\omega$  abruptamente a un valor final ( $\Delta\omega$  es el escalón de entrada) midiendo el valor de  $\beta$  obtenido. Físicamente esto implica que el robot debe empezar andando a velocidad constante, perfectamente alineado con la línea, y luego girar hasta perder la línea (más allá de este punto no tiene sentido seguir porque se pierde la medición). Si el cambio de velocidad de los motores fuese automático, el robot giraría siguiendo una circunferencia perfecta como se ve a continuación:

Lo que nos interesa es saber cuánto tiempo transcurre hasta que pierde la línea. Dicho punto sería cuando el último sensor de la derecha está sobre la línea verde. Si la distancia entre el eje central del robot y éste LED es  $d_1$ , entonces el LED se desplaza siguiendo una trayectoria circular de radio  $R_{giro} + d_1$  .... Terminar de poner ideas para el cálculo Borrador:

## 13. Ensayo escalón carrito implementación

Necesidad de que el sistema sea lineal, esta es la respuesta de los motores en función de las RPM de entrada:

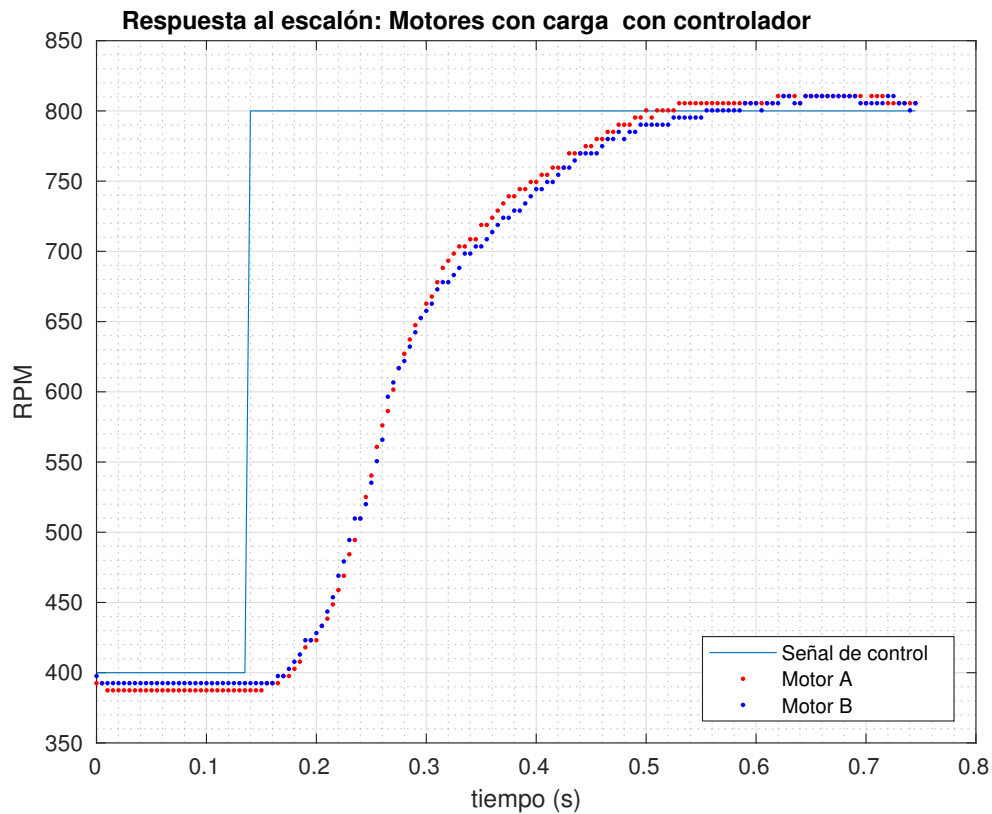
Las consideración antes descriptas son válidas dentro de la región de linealidad del sistema. Como se vió anteriormente, es necesario que el dispositivo se encuentre centrado sobre la línea y moviéndose a velocidad constante.

El objetivo de esta etapa es obtener el modelo del sistema; Dadas algunas complicaciones practicas, se implemento un controlador proporcional ajustado experimentalmente para que las hipótesis de que el vehiculo se encuentre centrado sobre la línea y moviéndose sean lo mas "validas posibles".

Un ensayo modelo se muestra a continuacion:

Para un conjunto de estos ensayos se estimo el siguiente sistema:

$$S_{y_{tot}} = \frac{0.028934}{s} \quad (32)$$



De la ecuación 31 y de 32 se concluye que  $\frac{2r}{R} = 0.028934$  siendo que los parámetros medidos son  $r = 1.5cm$  y  $R = 16cm$ , lo cual da  $\frac{r}{R} = 0.09375$ . Esta discrepancia no se pudo explicar aún.

## 14. Sistema total y control

Si se parte de la suposición de que los motores se comportan de manera semejante, el diagrama del sistema total resulta:

A la hora de implementar el control se encontraron varios inconvenientes.... Poner Z-N, problemas de rozamiento y de inestabilidad; falta de linealidad a bajas RPM

## Referencias

- [1] <http://lamborghini.com>.
- [2] <https://www.pololu.com/product/3061>
- [3] <https://www.pololu.com/file/0J86/TB6612FNG.pdf>
- [4] <https://store.arduino.cc/usa/arduino-nano>
- [5] *Path Following Mobile Robot in the Presence of Velocity Constraints*, Bak, Poulsen y Ravn.
- [6] *Robotics: Modelling, Planning and Control*, Siciliano, Sciavicco, Villani y Oriolo.
- [7] Tesis de alexei.
- [8] Dorf 10ma edicion; pagina 58.

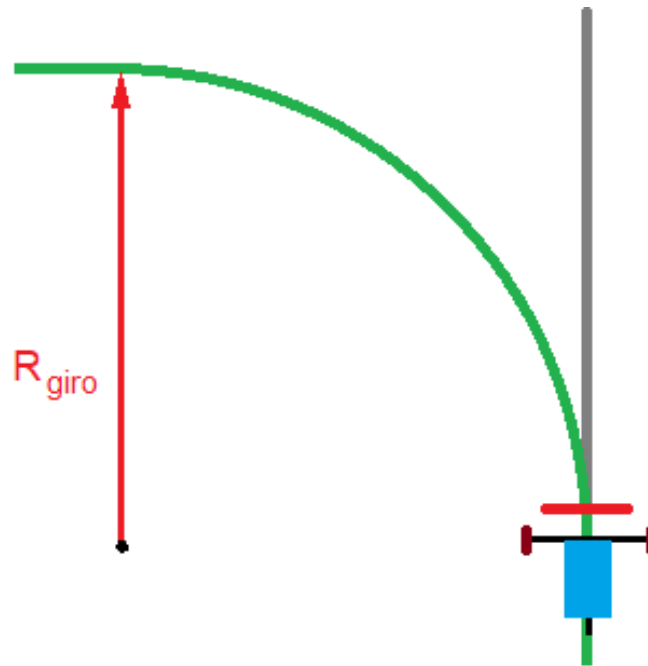


Figura 5: Trayectoria seguida por el robot si empieza a girar a  $\Delta\omega$  constante (verde) arrancando inicialmente alineado con la línea (gris).

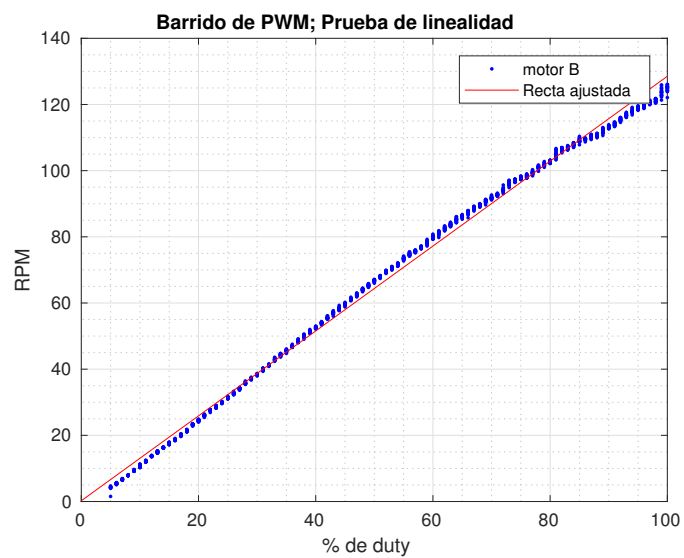


Figura 6: el error medio cuadrático del ajuste de la recta es de 2.0624. REVISAR ESTO; NO TIENE SENTIDO EL EJE Y, en otra imagen parece la palabra "frecuencia de giro" pero no tiene sentido.

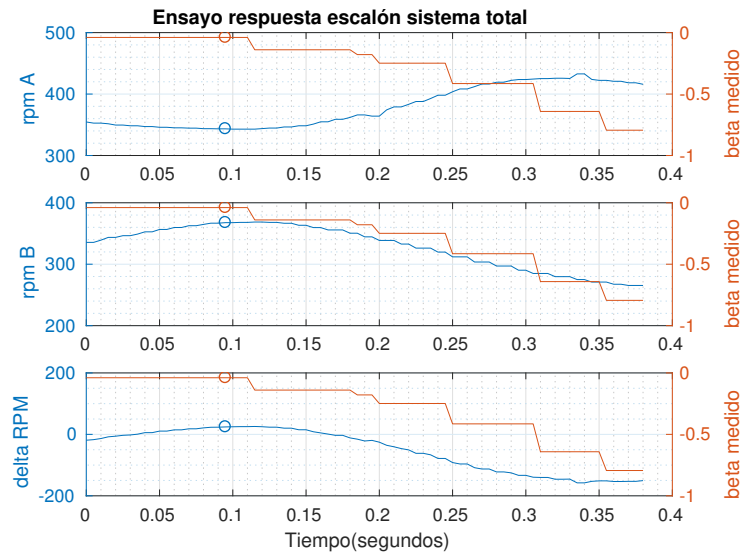


Figura 7: El círculo marca cuando se desactiva el control y el sistema comienza a trabajar en lazo abierto. En esta caso  $\Delta\omega = -50$  RPM

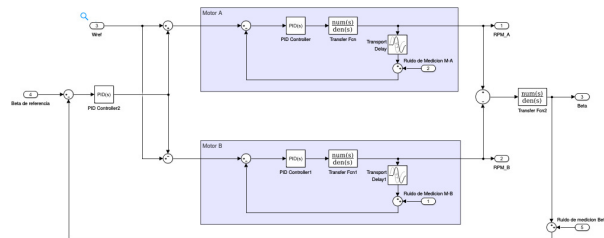


Figura 8: