Obtención de la Transformada Z por Integral de Convolución

La evaluación de la integral de convolución en el semiplano izquierdo permite disponer de la transformada Z de una función de TD a partir de la transformada de Laplace de función de tiempo continuo corresponiente. Para esto se considera:

$$F(z) = \sum \left\{ residuos\ de\ \frac{F(s)\, z}{z - e^{Ts}}\ en\ los\ polos\ de\ F(s) \right\}$$

Si el polo p_i es simple, entonces el residuo es:

$$K_i = \lim_{s \to p_i} \left\{ (s - p_i)\, F(s) \frac{z}{z - e^{Ts}} \right\}$$

Si el polo p_i es múltiple (de grado n_i) entonces:

$$K_i = \lim_{s \to p_i} \left\{ \frac{1}{(n_i - 1)!} \frac{d^{n_i - 1}}{ds^{n_i - 1}} \left[(s - p_i)^{n_i} F(s) \frac{z}{z - e^{Ts}} \right] \right\}$$

EJEMPLO

Calcule la transformada z de la función escalón $x(t) = u(t)$

Sabemos que $x(s) = \frac{1}{s}$

Luego

$$x(z) = \lim_{s \to 0} \left\{ \left[(s - 0) \frac{1}{s} \frac{z}{z - e^{Ts}} \right] \right\} = \frac{z}{z - 1}$$

Que coincide con el valor que se puede obtener de la tabla.