TALLER RELACIONES DE RECURRENCIA

Juan Sebastian García Pérez

Phol Castañeda Henao

Angel David Avirama Deoro

Daniel Camilo Meza Mestra

Grupo 62 – Hola mundo

1) a) 2, 10, 50, 250

- Con recursividad:

$$\boldsymbol{a_n = 5 \cdot a_{n-1}}$$

$$\boldsymbol{a_0 = 2 \qquad n \geq 0}$$

- Sin recursividad:

$$\boldsymbol{a_n = 5^n \cdot 2}$$

$$\boldsymbol{n \geq 0}$$

Prueba con n = 100:

$$\boldsymbol{a_{100} = 5 \cdot a_{99} =}$$

$$\boldsymbol{157772181044202361082345713056557245934641287021804600954055786132812 50}$$

$$\boldsymbol{a_{100} = 5^{100} \cdot 2 = 1.5777218104420236108234571 31\, E + 70}$$

4) 1) $a_n = 5a_{n-1} + 6a_{n-2}$; $n \geq 2$; $a_0 = 1$; $a_1 = 3$

Número de letras del nombre Juan: 4

Entonces: $a_0 = 4$; $a_1 = 12$

$$a_n - 5a_{n-1} - 6a_{n-2} = 0$$

$$x^2 - 5x - 6 = 0$$

$$(x + 1)(x - 6) = 0$$

$$x_1 = -1$$

$$x_2 = 6$$

$$a_n = k_1(-1)^n + k_2(6)^n$$

$$4 = k_1 + k_2$$

$$12 = k_1(-1) + k_2(6)$$

Resolviendo el S.E:

$$k_1 = \frac{12}{7}$$

$$k_2 = \frac{16}{7}$$

Solución (no recursiva):

$$\boldsymbol{a_n = \frac{12}{7}(-1)^n + \frac{16}{7}(6)^n}$$

Comparaciones con ecuación recursiva y no recursiva:

- Para n = 2 ($a_2,\ primer\ término$**):**

$$a_2 = 5a_1 + 6a_0 = 5(12) + 6(4) = \mathbf{84}$$

$$\frac{12}{7}(-1)^2 + \frac{16}{7}(6)^2 = 8\mathbf{4}$$

- Para n = 3 ($a_3,\ segundo\ término$**):**

$$a_3 = 5a_2 + 6a_1 = 5(84) + 6(12) = \mathbf{492}$$

$$\frac{12}{7}(-1)^3 + \frac{16}{7}(6)^3 = \mathbf{492}$$

- Para n = 4 ($a_4,\ tercer\ término$**):**

$$a_4 = 5a_3 + 6a_2 = 5(492) + 6(84) = \mathbf{2964}$$

$$\frac{12}{7}(-1)^4 + \frac{16}{7}(6)^4 = \mathbf{2964}$$

4) 2) $\boldsymbol{2a_{n+2} - 11a_{n+1} + 5a_n = 0}$; $\boldsymbol{n \geq 0}$; $\boldsymbol{a_0 = 2}$; $\boldsymbol{a_1 = -8}$

Número de letras del nombre Phol: 4

Entonces: $a_0 = 8$; $a_1 = -32$

$$2x^2 - 11x + 5 = 0$$

$$x_1 = \frac{1}{2}$$

$$x_2 = 5$$

$$a_n = k_1(\frac{1}{2})^n + k_2(5)^n$$

$$8 = k_1 + k_2$$

$$-32 = k_1(\frac{1}{2}) + k_2(5)$$

Resolviendo el S.E:

$$k_1 = 16$$

$$k_2 = -8$$

Solución (no recursiva):

$$\boldsymbol{a_n} = 16(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}})^{\boldsymbol{n}} + (\mathbf{-8})\ (\mathbf{5})^{\boldsymbol{n}}$$

Comparaciones con ecuación recursiva y no recursiva (siempre hallamos $\boldsymbol{a_{n+2}}$ ya que no podemos hallar $\boldsymbol{a_n}$ (en la ecuación recursiva) porque siempre debemos saber cuánto vale $\boldsymbol{a_{n+1}}\ \boldsymbol{y}\ \boldsymbol{a_{n+2}}$, pero solo conocemos los valores pasados, no conocemos los valores futuros):

- Para n = 0 ($a_0,\ primer\ término$**):**

$$a_2 = \frac{11a_1 - 5a_0}{2} = \frac{11(-32) - 5(8)}{2} = \mathbf{-196}$$

$$16(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}})^{\boldsymbol{n}} + (\mathbf{-8})\ (\mathbf{5})^{\boldsymbol{n}} = 16(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}})^{\mathbf{2}} + (\mathbf{-8})\ (\mathbf{5})^{\mathbf{2}} = \mathbf{-196}$$

- Para n = 1 ($a_1,\ segundo\ término$**):**

$$a_3 = \frac{11a_2 - 5a_1}{2} = \frac{11(-196) - 5(-32)}{2} = \mathbf{-998}$$

$$16(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}})^{\boldsymbol{n}} + (\mathbf{-8})\ (\mathbf{5})^{\boldsymbol{n}} = 16(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}})^{\mathbf{3}} + (\mathbf{-8})\ (\mathbf{5})^{\mathbf{3}} = \mathbf{-998}$$

- Para n = 2 ($a_2,\ tercer\ término$**):**

$$a_4 = \frac{11a_2 - 5a_1}{2} = \frac{11(-998) - 5(-196)}{2} = \mathbf{-4999}$$

$$16(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}})^{\boldsymbol{n}} + (-\mathbf{8})\ (\mathbf{5})^{\boldsymbol{n}} = 16(\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2}})^{\mathbf{4}} + (-\mathbf{8})\ (\mathbf{5})^{\mathbf{4}} = \mathbf{-4999}$$